



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Trabajo Fin de Grado

Gráficos estadísticos en Educación Primaria: Métodos interactivos

Estudiante: Carlos Ladrón de Guevara Alcalá

Tutorizado por: Antonio Estepa Castro

Departamento: Didáctica de las Ciencias

Junio, 2017

Índice

1. Resumen.....	p.2
2. Abstract.....	p.2
3. Palabras clave.....	P.2
4. Keywords.....	P.2
5. Introducción.....	P.2
6. Legislación en el territorio español.....	P.6
7. Legislación en Andalucía.....	P.7
8. Objetos del TFG.....	P.9
9. Gráficos estadísticos en Educación Primaria.....	P.9
10. Didáctica de los gráficos estadísticos.....	P.20
11. Gráficos estadísticos en la actualidad.....	P.23
12. Conclusiones.....	P.29
1) Propuesta didáctica.....	P.30
a) Introducción.....	P.30
b) Situación de aula.....	P.30
c) Metodología.....	P.30
-Aprendizaje por proyectos.....	P.30
-Comunidades de aprendizaje.....	P.31
d) Objetivos de la propuesta didáctica.....	P.33
e) Contenidos que se van a trabajar.....	P.33
f) Materiales y recursos humanos.....	P.33
g) Atención a la diversidad.....	P.34
h) Sesiones.....	P.34
i) Evaluación.....	P.34
j) Temporalización.....	P.36
Bibliografía.....	P.37
Anexo I.....	P.40
Anexo II.....	P.47

Resumen

En el presente Trabajo de Fin de Grado analizamos la enseñanza y aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad en el marco de la Educación Primaria, profundizando, en mayor medida, en el aprendizaje de los gráficos estadísticos. Se proporcionan nociones y significados que ayudan a proporcionar aprendizajes, sobre los gráficos estadísticos, para cubrir las exigencias de una sociedad (digitalizada) de la información, y finalmente se lleva a cabo una propuesta didáctica en la que se utilizan metodologías didácticas interactivas y vanguardistas, que son de mucha utilidad en la actual escuela inclusiva.

Palabras clave

Gráficos estadísticos, idoneidad didáctica, trabajo por proyectos, comunidades de aprendizaje y aprendizaje dialógico.

Abstract

In the present Work of End of Grade we analyze the teaching and learning of Statistics and Probability in the framework of the Primary Education, deepening, to a greater extent, the learning of the statistical graphs. It provides notions and meanings that help to provide learnings, on statistical graphs, to meet the demands of a (digitized) society of information, and finally a didactic proposal is carried out using interactive and avant-garde didactic methodologies, which are very useful in today's inclusive school.

Keywords

Statistical graphs, didactic suitability, project work, learning communities and dialogic learning.

Introducción

Puesto que la estadística y la probabilidad están presentes en prácticamente todos los ámbitos de la vida, la enseñanza de ésta área se extiende a todos los niveles educativos suponiendo un importante elemento para el desarrollo personal y profesional de las personas. Es por ello que los autores Batanero y Godino (2005) consideran:

“La estadística ha jugado un papel primordial en el desarrollo de la sociedad moderna, al proporcionar herramientas metodológicas generales para analizar la variabilidad, determinar relaciones entre variables, diseñar en forma óptima estudios y experimentos y mejorar las predicciones y toma de decisiones en situaciones de incertidumbre.” (p.1)

Éste alto valor instrumental sumado, a el valor que el desarrollo del conocimiento estadístico adquiere en una sociedad que se caracteriza por una mayor disponibilidad de la información, han provocado que en las últimas décadas, su enseñanza se haya ido incorporando progresivamente en escuelas, institutos y universidades. Estamos en un punto de la historia y del desarrollo, donde es necesario tener unos conocimientos estadísticos que nos permitan acceder a las grandes cantidades de información almacenadas en algunos de los elementos estadísticos.

“La importancia que actualmente recibe la enseñanza de la estadística se debe a la necesidad, reclamada por la UNESCO y otras instituciones de proporcionar una cultura estadística que permita al ciudadano participar en la sociedad de la información. Dicha cultura es necesaria en actividades tan habituales como la lectura de la prensa o la interpretación de información en Internet...” (Batanero, Díaz, Contreras, Roa., 2013, p.2)

Considerando lo establecido por estos autores, llama la atención el término de “cultura estadística” el cual definió Gal (2002) de forma muy acertada:

“que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevante” (p.p. 2-3).

Si analizamos lo que dicen los autores, es mucha la necesidad de producir una enseñanza que garantice aprendizajes estadísticos. Ya que sin unos conocimientos mínimos las actividades que se consideran como habituales o de acceso general en una población, no se podrían llevar a cabo. En este caso, sin conocimientos para analizar e interpretar la información, no podríamos llevar una vida “normal”.

La notable importancia que ha ido adquiriendo la estadística para el desarrollo de la sociedad, ha impulsado esta área del conocimiento hasta ponerla en el punto de mira de numerosas investigaciones que no sólo han tenido un carácter matemático o estadístico, sino que también han atendido a cuestiones de ámbito psicológico. Algunas de estas investigaciones muestran que muchos alumnos tienen dificultades para concebir y/o interpretar los resultados estadísticos, es por esto que nos centraremos en las investigaciones que tienen un carácter didáctico, ya que el objeto de éste estudio es la mejora del aprendizaje

e interpretación de los gráficos estadísticos, y en definitiva, la formación de profesionales y usuarios de la estadística. Actualmente el desarrollo de los medios de información y comunicación (de la tecnología) ha dado lugar a una verdadera “sociedad de la información”. Donde cualquier miembro puede obtener conocimientos si se le proporcionan los medios tecnológicos y una correcta enseñanza para interpretar y extraer la información.

Uno de los elementos más eficaces utilizados para la presentación, almacenamiento, organización, etc... de la información son los gráficos estadísticos, que serán el objeto de estudio de éste trabajo. Debido a la amplia relación que existe entre el conocimiento estadístico y el desarrollo de la sociedad, la investigación sobre el aprendizaje y enseñanza de los gráficos estadísticos supone un hecho de interés común para todas las personas y para el desarrollo en general.

El principal problema, que ha inspirado la realización de este estudio y que vamos a trabajar, es la presentación de los gráficos estadísticos en Educación Primaria. Vamos a comenzar considerando la importancia de los gráficos estadísticos en la formación de los niños de la etapa de Educación Primaria: “Es de vital importancia que los niños reciban una formación estadística adecuada que les permita leer, interpretar y construir gráficos estadísticos.” (Díaz-Levicoy, 2014, p.6)

“Debido a su presencia en los medios de comunicación e Internet, el aprendizaje de los gráficos estadísticos es importante. Por su papel esencial en la organización, descripción y análisis de datos, las tablas y gráficos son un instrumento esencial de transnumeración, uno de los modos esenciales de razonamiento estadístico que consiste en obtener una nueva información de un conjunto de datos al cambiar el sistema de representación.” (Wild y Pfannkuch, 1999).

Para poner un ejemplo sobre la importancia del gráfico como instrumento para la transnumeración, Arteaga, Batanero, Ortiz y Contreras (2011) proponen la actividad de pasar de una lista de datos desordenados a un histograma.

“Estos autores indican también que los gráficos permiten construir y comunicar conceptos, y ayudan a establecer (y comprender) las relaciones abstractas que existen entre diferentes variables que son parte de un fenómeno en ciencias naturales o sociales. Por eso los niños deben ser capaces de interpretarlos y construirlos sin dificultad para facilitarles el trabajo en dichas materias.” (Díaz-Levicoy, 2014, p.7).

Legislación en el territorio español

En el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria (MECD, 2014), los contenidos matemáticos se organizan en cinco grandes bloques, el primero de los cuáles es transversal a los otros cuatro: (1) Procesos, métodos y actitudes en matemáticas; (2) Números; (3) Medida; (4) Geometría; (5) Estadística y probabilidad.

En la Tabla 1.1 Díaz-Levicoy, D. (2014, p.11) resume el contenido relacionado con los gráficos estadísticos en la normativa (MECD, 2014, p. 19393)

Tabla 1.1. Contenidos relacionados con gráficos estadísticos, Bloque 5 (MECD, 2014, p. 19393)

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<ul style="list-style-type: none"> - Gráficos y parámetros estadísticos. - Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos. - Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas. - Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango. - Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales. - Análisis crítico de las informaciones 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información. 2. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato. 3. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones sencillas en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado. 4. Identificar, resolver problemas de la vida cotidiana, adecuados a su 	<ol style="list-style-type: none"> 1.1. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares. 2.1. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas. 2.2. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares, las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango. 2.3. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas. 3.1. Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. 4.1. Resuelve problemas que impliquen dominio de los contenidos propios de estadística estrategias heurísticas, de razonamiento (clasificación, reconocimiento de las relaciones, uso de contraejemplos), creando conjeturas, construyendo, argumentando, y tomando decisiones, valorando las consecuencias de las mismas y la conveniencia de su

que se presentan mediante gráficos estadísticos.

nivel, estableciendo conexiones entre la realidad y las matemáticas y valorando la utilidad de los conocimientos matemáticos adecuados y reflexionando sobre el proceso aplicado para la resolución de problemas.

utilización.

4.2. Reflexiona sobre el proceso de resolución de problemas: revisando las operaciones utilizadas, las unidades de los resultados, comprobando e interpretando las soluciones en el contexto, proponiendo otras formas de resolverlo.

Legislación en Andalucía

En el DECRETO 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía, aparecen los siguientes elementos relacionados con los gráficos estadísticos:

1. Objetivos de área:

O.MAT.6. Interpretar, individualmente o en equipo, los fenómenos ambientales y sociales del entorno más cercano, utilizando técnicas elementales de recogida de datos, representarlas de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

2. Criterios de evaluación para ciclos

CE.1.12. Leer, entender, recoger y registrar una información cuantificable de los contextos familiar y escolar, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos y diagramas de barras, comunicando oralmente la información.

CE.2.13. Leer e interpretar; recoger y registrar una información cuantificable del entorno cercano utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, diagramas de barras, diagramas lineales. Comunicar la información oralmente y por escrito.

C.E.2.14. Observar que en el entorno cercano hay sucesos imposibles y sucesos que con casi toda seguridad se producen, hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible) de situaciones sencillas y comprobar dicho resultado.

C.E.3.14 Leer e interpretar, recoger y registrar una información cuantificable en situaciones familiares del contexto social, utilizando y elaborando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, diagramas de barras, diagramas

lineales, diagramas poligonales y sectoriales, comunicando la información oralmente y por escrito.

C.E.3.15 Observar y constatar, en situaciones de la vida cotidiana, que hay sucesos imposibles, sucesos que con casi toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición, hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de situaciones en las que intervenga el azar y comprobar dicho resultado.

3. Criterios de evaluación etapa:

C.E.35. Recoger y registrar una información cuantificable, utilizando algunos recursos sencillos de representación gráfica: tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, comunicando la información.

C.E.36. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.

4. Estándares de aprendizaje:

STD.35.1. Identifica datos cualitativos y cuantitativos en situaciones familiares.

STD.36.1. Recoge y clasifica datos cualitativos y cuantitativos, de situaciones de su entorno, utilizándolos para construir tablas de frecuencias absolutas y relativas.

STD.36.2. Aplica de forma intuitiva a situaciones familiares, las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.

STD.36.3. Realiza e interpreta gráficos muy sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales, con datos obtenidos de situaciones muy cercanas.

STD.37.1. Realiza análisis crítico argumentado sobre las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos. (pp.339-341)

Si consideramos lo referente a los gráficos estadísticos en el currículo de Educación Primaria establecido para la comunidad autónoma de Andalucía, podemos observar cómo se le proporciona mucha importancia a las situaciones cercanas al alumno (de su vida cotidiana). Lo cual otorga cierto carácter funcional a los conocimientos sobre la estadística y los gráficos estadísticos, para la solución o tratamiento de problemas de la vida cotidiana. Motivando al alumno para su aprendizaje y dotándolo de recursos y estrategias para el tratamiento de la

información, que se pretende, sea de interés o sea concebida por el alumno como útil y cercana.

Objetos de este TFG

Arteaga, Batanero y Contreras (2011) “Hay una gran variedad de gráficos estadísticos, que sirven para representar diferentes tipos de datos, atendiendo al tipo de variables (nominales, ordinales, cuantitativas discretas o continuas) y el número de variables representadas (univariantes, bivariantes, multivariantes)”. (p.23)

En el presente estudio analizaremos exclusivamente los gráficos más utilizados en la escuela primaria y en los medios de comunicación que, como futuros maestros es necesario conocer, así como los niveles de lectura comprendidos para los gráficos estadísticos. Haremos una breve descripción de estos gráficos y hablaremos sobre la idoneidad didáctica de los contenidos, relacionados con los gráficos, para ser presentados al alumno.

Mencionaremos algunos de los modos actuales de presentación de los gráficos, como libros digitales y aula virtual; y finalmente, en la propuesta educativa utilizaremos y explicaremos brevemente los métodos vanguardistas que se están integrando en la escuela moderna: comunidades de aprendizaje y aprendizaje por proyectos.

Gráficos estadísticos en Educación primaria

En primer lugar, antes de considerar la tipología, es necesario realizar una definición adecuada del concepto: *gráfico estadístico*. Son varios los investigadores que realizan una definición de éste concepto. Por ello nos basamos en las definiciones aportadas en las publicaciones de los estudiosos con los que más nos identificamos:

Como ya dijo Estepa (1993) los gráficos proporcionan ayuda para para recibir y trabajar grandes cantidades de información contenidas en distintos medios de información como libros, revistas, internet...

Para Batanero, Arteaga y Ruiz, (2010 p.12): “los gráficos estadísticos se entienden como objetos semióticos, ya que se requiere el dominio de elementos matemáticos para su lectura y construcción”. Esto es, “para el estudio de los gráficos estadísticos, es necesario que el alumno, además del conocimiento de la estadística, desarrolle el dominio de diferentes contenidos de matemática escolar, como porcentajes, fracciones, proporcionalidad, entre otros.” (Díaz-Levicoy, D. 2014, p.26).

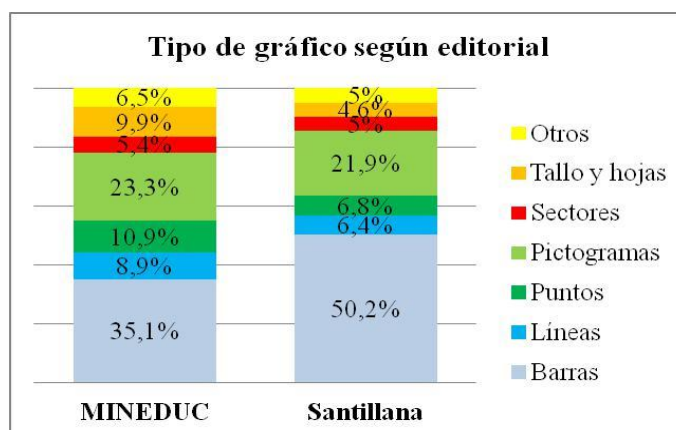
Para Díaz-Levicoy (2014): “Entendemos los gráficos estadísticos como instrumentos que permiten representar datos estadísticos por medio de elementos geométricos como puntos, longitudes, áreas, volúmenes, etc.” (p.26).

En cuanto a los tipos de gráficos más utilizados en la escuela primaria, consideramos el estudio realizado por Díaz-Levicoy, Arteaga, y Batanero (2015) “Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos chilenos de Educación Primaria” en el que se analizan 421 actividades (de todos los cursos) de los libros de texto, de dos editoriales: MINEDUC y Santillana, utilizados en las escuelas chilenas.

“Tipo de gráfico. Considerando los gráficos establecidos en las directrices curriculares (MINEDUC, 2012) e investigaciones previas (Díaz-Levicoy, 2014; Mingorance, 2014) consideramos los siguientes: gráfico de barras, líneas, puntos, sectores, tallo y hojas, pictograma y otros (que se presentan en forma esporádica o que piden al estudiante seleccionar el gráfico o combinación de gráficos).” (Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, 2015, p.231).

En la tabla de porcentajes 2.1 podemos observar, el tipo de gráficos estadísticos que predominan en las actividades analizadas por los especialistas, siendo los gráficos de barras y pictogramas los que aparecen en mayor medida.

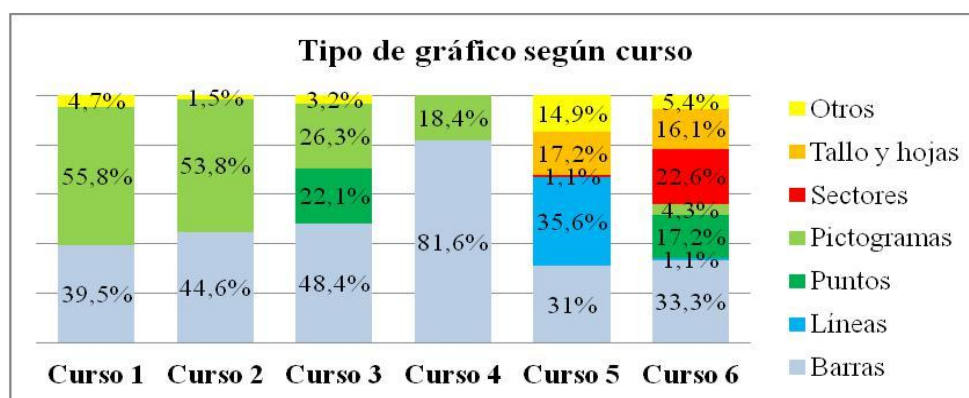
Figura 1.1 Tipo de gráficos estadísticos según la editorial



Fuente: Díaz-Levicoy, Arteaga, y Batanero (2015, p.232).

En la figura 2.2 se puede apreciar la organización de los gráficos encontrados según el curso escolar en el que se proponen. Para los cursos del primer ciclo predominan las actividades con diagramas de barras y pictogramas. Para el tercer curso se añade el gráfico de puntos junto con los mencionados para los dos primeros cursos. Para el cuarto curso, los gráficos que se trabajan en las actividades son el pictograma y el gráfico de barras, siendo el de barras el que se presenta en la mayoría de actividades. . En el quinto curso se observan los gráficos de barras, líneas (incluyendo de líneas múltiples) y de tallo y hojas, así como otros que no se mencionan: sectores y dispersión (incluidos en “otros” por su escasa presencia). En el último nivel comprobamos que existe una mayor variedad de gráficos estadísticos.

Figura 1.2 Tipo de gráficos estadísticos según curso (nivel educativo)



Fuente: Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero, (2015, p.233).

Además de demostrar que los libros de texto de estas dos editoriales cumplieran con lo establecido en el currículo, Díaz-Levicoy, Arteaga y Batanero también dejaron plasmados los tipos de gráficos estadísticos que más se trabajan en Educación Primaria, por lo que merece la pena resaltar que se trata de un experimento de gran valor e interés.

A continuación se presentan los diferentes tipos de gráficos estadísticos que se trabajan en Educación Primaria, con su correspondiente explicación y una imagen a modo de ejemplo. La información que se incluye en lo sucesivo procede del INE (Instituto Nacional de la Estadística) así como del temario de la asignatura: “Didáctica de la estadística y la probabilidad en educación primaria”, de la titulación: “Grado en Educación Primaria”; datado en el curso académico 2014-2015 en la Universidad de Jaén.

Antes de comenzar con la tipología de los gráficos es necesario realizar una breve explicación para conocer los distintos tipos de datos que podemos encontrar en los gráficos estadísticos:

1. **Tipos de datos.** (INE 2017).

- “Cualitativos: se refieren a cualidades o modalidades que no pueden expresarse numéricamente. Pueden ser:
 - Ordinales: si siguen un orden o secuencia (ej. el abecedario, los meses del año).
 - Categóricos: si no siguen ningún orden (ej. el estado civil de las personas: solteros, casados, viudos, divorciados y separados).
 - Cuantitativos: se refieren a cantidades o valores numéricos. Pueden ser:
 - Discretos: si toman valores enteros (0, 1, 2, 3...). Ej. El número de hijos, el número de alumnos de una clase...
 - Continuos: si pueden tomar cualquier valor dentro de un intervalo (ej. la estatura o el peso de las personas).” (p.3)

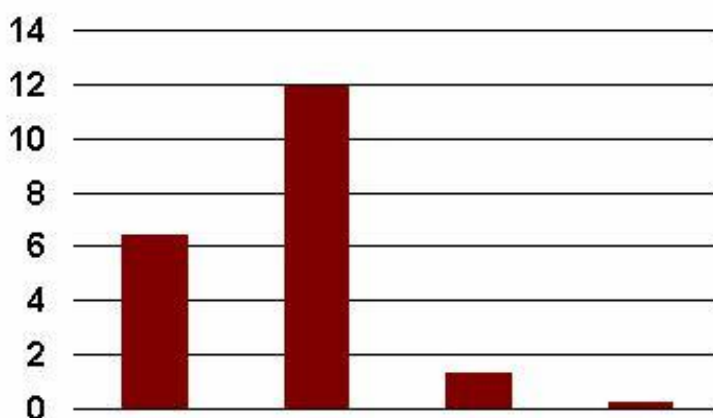
2. **Tipos de gráficos estadísticos** que se trabajan en Educación Primaria:

- **Gráfico de Barras:** “Un gráfico de barras es una representación gráfica en un eje cartesiano de las frecuencias de una variable cualitativa o discreta.” (INE, 2017, p.5) Las distintas categorías de la variable cualitativa o discreta, se posicionan en un eje, mientras que en el otro eje, se posiciona el valor o frecuencia de cada categoría en una determinada escala. “Las barras del gráfico pueden orientarse en vertical u horizontal. Este tipo de gráfico se utiliza para: hacer una comparación de modalidades de distinta categoría y para ver la evolución en el tiempo de una magnitud concreta, entre otras cosas.” (INE, 2017, p.5) “El gráfico de barras ayuda al lector a comparar cantidades expresadas por barras rectangulares de anchura uniforme, cuyas alturas o longitudes son proporcionales a las cantidades representadas (frecuencias, porcentajes).” (Estepa., 2014/2015, p.27)

Producción Agrícola 2007

Cereales	Miles de toneladas
Cebada	11.945
Trigo	6.436
Avena	4.310

Producción de cereales en España. 2007



Fuente: Ministerio de Agricultura,

Alimentación y Medio Ambiente.
Centeno INE

Trigo

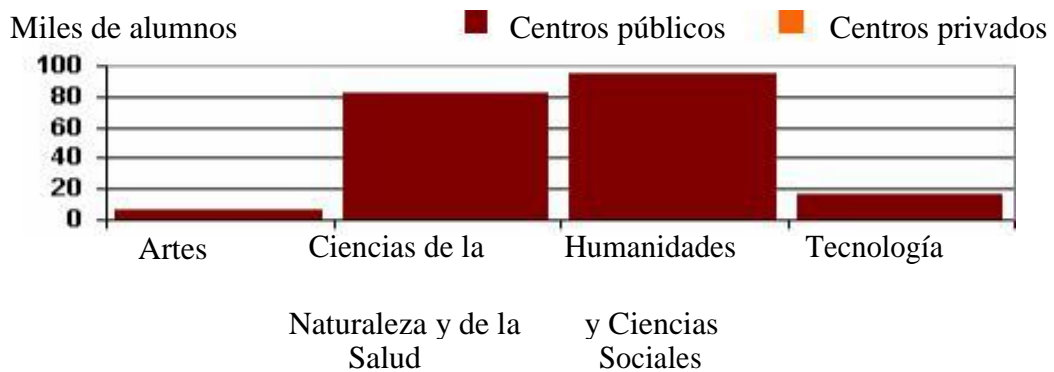
Cebada

Avena

Existen 3 subcategorías de gráficos de barras, las cuales vamos a ejemplificar con una imagen, para facilitar su comprensión.

-Gráfico de barras sencillo: “Contiene una única serie de datos” (INE, 2017, p.7)

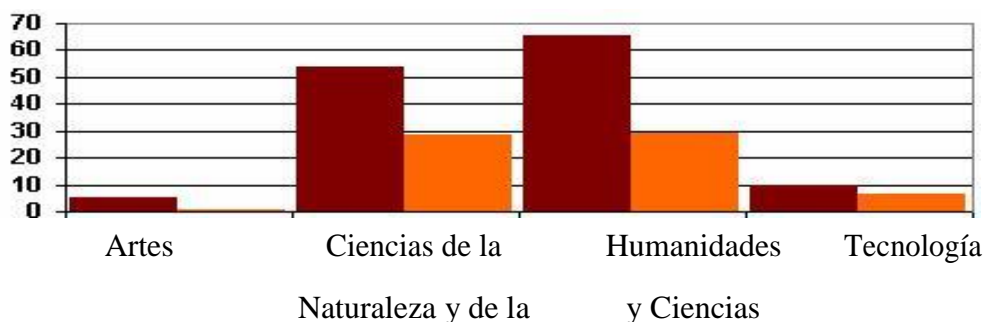
Ejemplo de gráfico de barras: Alumnado que terminó Bachillerato por su opción académica.



Fuente: Ministerio de Educación. Curso 2006/07. INE

-Gráfico de barras agrupado: “Contiene varias series de datos y cada una se representa por un tipo de barra de un mismo color o textura.” (INE, 2017, p.7)

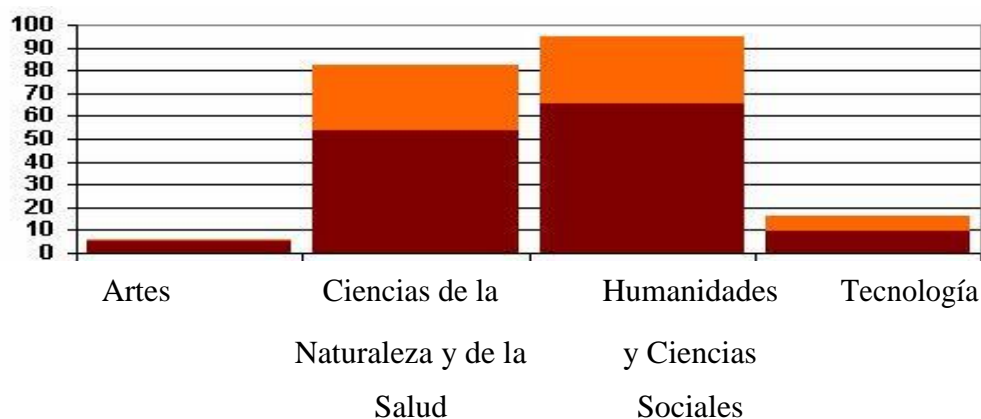
Ejemplo de gráfico de barras agrupado: alumnado que terminó bachillerato por su opción académica. En centros público y privados.



Fuente: Ministerio de Educación. Curso 2006/07. INE

-Gráfico de barras apilado: “Contiene varias series de datos. La barra se divide en segmentos de diferentes colores o texturas y cada uno de ellos representa una serie.” (INE, 2017, p.7)

Ejemplo de gráfico de barras agrupado: alumnado que terminó bachillerato por su opción académica. En centros público y privados.

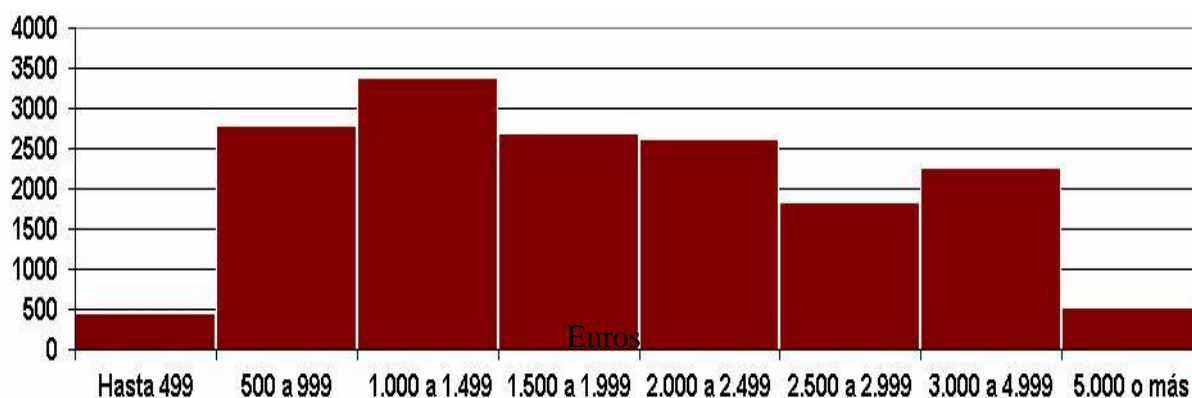


Fuente: Ministerio de Educación. Curso 2006/07. INE

-Historiograma: “Se usa para representar las frecuencias de una variable cuantitativa continua.” (INE. 2017, p.12)

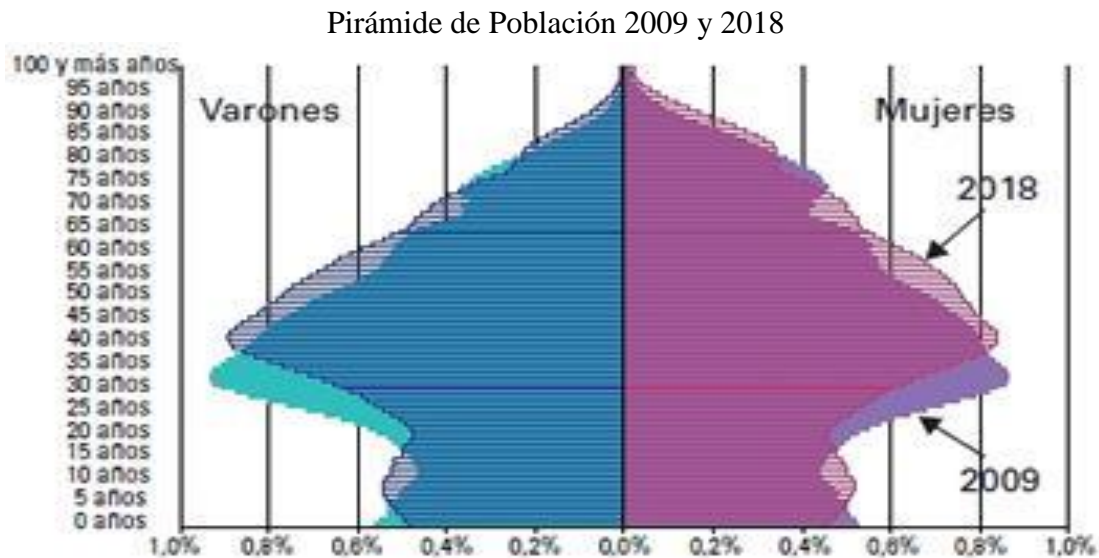
Número de ingresos. 2008 hogares

Miles de hogares



Fuente: Encuesta de presupuestos familiares. INE

-Historiograma bidireccional: Está orientado horizontalmente y consta de dos series de datos cuyas barras, que los representan, crecen en sentidos opuestos “Las más comunes son las pirámides de población, que muestran la estructura demográfica de una población, por sexo y edad, en un momento determinado.” (INE 2017, p.12)

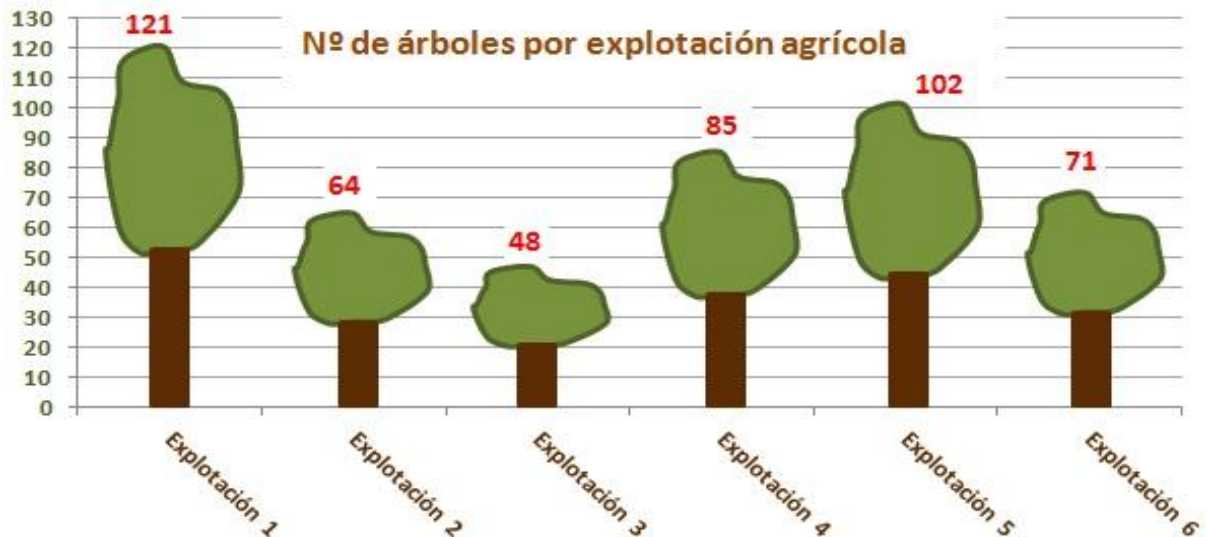


Fuente: Explotación estadística del Padrón, estimaciones y proyecciones. INE

- **Pictograma:** Los pictogramas (también llamados pictógrafos, o gráfico pictorial) se utilizan representando dibujos uniformes que describen cantidades de personas o cosas según lo establecido en los ejes. Se utilizan en caso de que los datos sean cualitativos o bien discretos. “En los primeros niveles, los niños hacen dibujos o utilizan fotografías para construir pictogramas acerca de hechos de su entorno más inmediato: su color favorito, como viajan de casa al colegio, etc. Eventualmente los dibujos de objetos reales se reemplazan por ideogramas uniformes.” (Estepa 2014/2015, p.25) “El paso del ideograma concreto al simbólico proporciona superar un escalón en el nivel de abstracción mediante la esquematización progresiva.” Freudenthal (1991). “Una vez que se incluye una equivalencia del ideograma con un número, la razón de cada ideograma al número de objetos que representa debe ser tomada en consideración cuando se interpreta el gráfico.”(Estepa., 2014/2015, p.26) “Un pictograma es un gráfico que representa mediante figuras o símbolos las frecuencias de una variable cualitativa o discreta. Al igual que los gráficos de barras suelen usarse

para comparar magnitudes o ver la evolución en el tiempo de una categoría concreta.
”(INE, 2017, p.21)

Ejemplo de pictograma: número de árboles por explotación agrícola



Fuente: Imagen extraída del famoso buscador de internet “Google”.
<http://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/pictograma/>

“Convertir un pictograma en un gráfico de barras es una forma natural de ayudar al niño a pasar desde una forma semiconcreta de representación de datos a una forma más abstracta” (Estepa. 2014/2015, p.28)

- **Gráfico de puntos:** “Sobre una línea horizontal con los valores de la variable marcados, se escriben verticalmente tantas “X” como frecuencia absoluta tenga ese valor. Un gráfico de puntos da una representación gráfica del tamaño relativo de las frecuencias” (Estepa., 2014/2015, p.30). Se pueden utilizar con variables cuantitativas si están “discretizadas” (Los valores aparecen agrupados en intervalos) y con variables cualitativas. El papel cuadriculado aumenta la facilidad en la producción de éste tipo de gráficos. Los alumnos lo pueden construir desde los primeros niveles de la etapa, aunque es necesario que antes desarrollen la capacidad de situar un conjunto de números (valores) en una recta. (Estepa., 2014/2015, p.30).

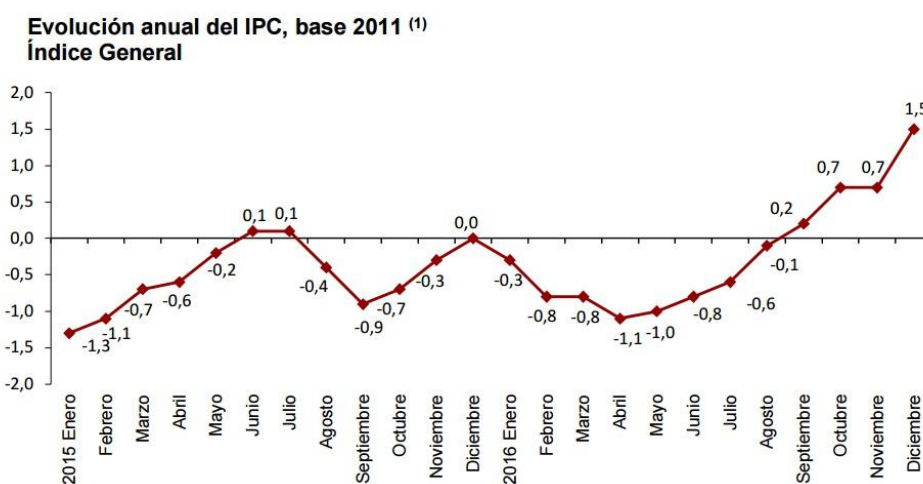
Ejemplo de gráfico de puntos: “Nº de dientes caídos a los niños de mi clase”

N° De Niños (Frecuen cia)				X			
		X	X		X		
		X	X	X	X	X	
		X	X	X	X	X	X
	0	1	2	3	4	5	6

Fuente: Estepa. Didáctica de la Estadística y la Probabilidad en Educación Primaria (2014/2015, p.30)

- **Gráfico de líneas:** Para construir un gráfico de líneas es necesario conectar los puntos mediante segmentos, para así mostrar el cambio de valor de algo, ya sea porque cambia el valor de la variable o por el paso del tiempo. (Arteaga, 2011) “Representan frecuencias de una variable o bien valores numéricos de una serie de datos. Los gráficos de línea se utilizan para comparar datos. Los ejes que siempre se etiquetan, se cortan en un punto común, generalmente cero. Las unidades de división de cada eje se espacian por igual.” (Estepa. 2014/2015, p.31).

Ejemplo de gráfico de línea: Evolución anual del IPC, base 2011, índice general.

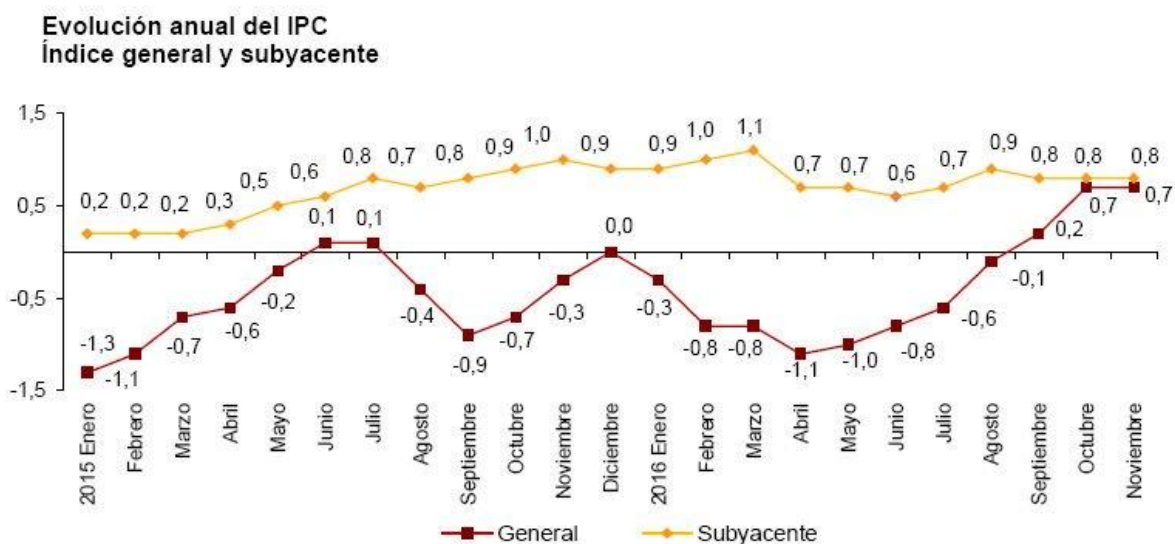


⁽¹⁾ El último dato se refiere al indicador adelantado

Fuente: IPC diciembre 2016, INE.

-Gráficos de línea múltiples: Se usan para la comparación de dos o más conjuntos de datos continuos.“ Por ejemplo, para comparar los pesos o las alturas de dos chicos en un periodo de tiempo (cuatro meses o un año) o las alturas de dos o más plantas en un periodo de tiempo (unos dos meses después de plantarlas).” (Estepa., 2014/2015, p.32)

Ejemplo de Gráfico de líneas múltiples: Evolución general del IPC. Índice general y subyacente.



Fuente: Índice de Precios de Consumo. Noviembre 2016. INE

Fuente: Índice de precios al consumo. Noviembre 2016. INE

- **Gráfico de sectores:** El gráfico de sectores se corresponde con una representación en un círculo, de las frecuencias relativas de una variable cualitativa o discreta, haciendo más fácil su comparación. “El círculo representa la totalidad que se quiere observar (en el ejemplo, total de viajeros hospedados en hoteles) y cada porción, llamadas sectores, representan la proporción de cada categoría de la variable (en el ejemplo, tipo de hotel) respecto el total. Suele expresarse en porcentajes. Son útiles cuando las categorías son pocas. Si el gráfico tuviera muchas variables, no aportaría casi información y sería prácticamente incomprensible, como ocurre en el siguiente ejemplo”. ”INE,(2017, p.18)

Para la obtención del ángulo de cada sector, INE (2017):

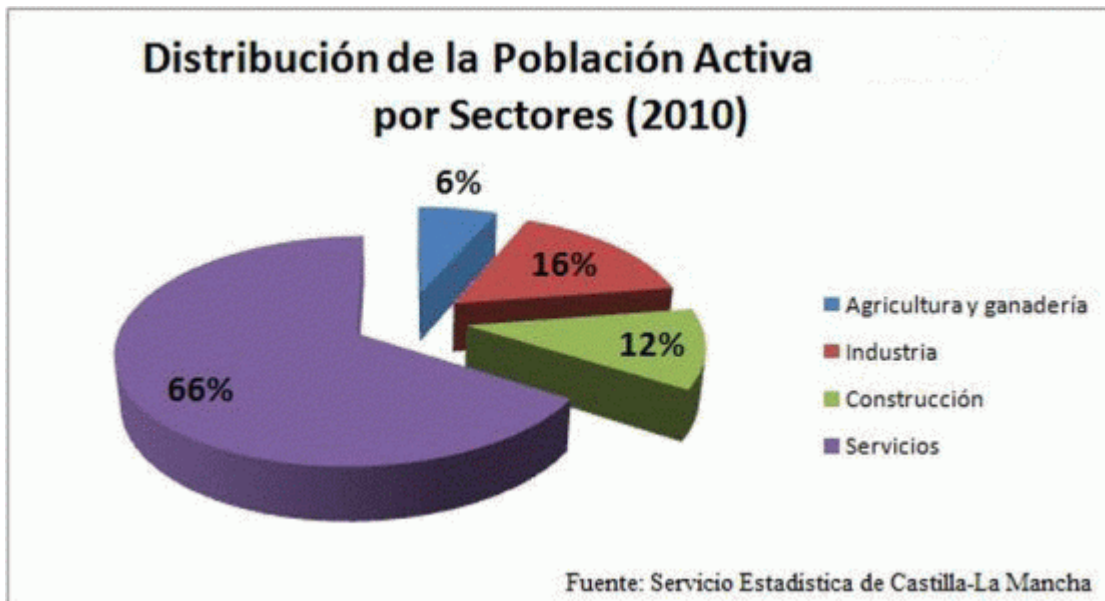
$$\text{Frecuencia relativa} = \frac{\text{Frecuencia absoluta}}{\text{Suma de todas las}}$$

frecuencias absolutas

-Porcentaje = Frecuencia relativa X 100

-Ángulo = Frecuencia relativa X 360 (, p.19)

Ejemplo de gráfico de sectores: Distribución de la población activa por sectores en Castilla-la Mancha (2010).



Fuente: Servicio estadístico de Castilla-la Mancha. (2010)

- **Gráfico de tronco (también llamado de tallo y hojas):** “El gráfico del tronco (en inglés, stem and leaf) se usa para conseguir, además de una gráfica de la distribución, la visualización de los valores que estamos analizando.” Para realizar este gráfico procederemos de la siguiente forma: a) Se redondean los datos a dos o tres cifras. b) Se ordenan de menor a mayor. c) Se separan por la izquierda uno o más dígitos de cada dato, según el número de filas que se quiera obtener, en general no más de 12 o 15. Cada uno de estos valores se escribe uno debajo del otro, trazando una línea a la derecha de los números escritos. Estas cifras constituyen el "tronco". En nuestro caso tomaremos la primera cifra para formar con ella el "tronco". d) Para cada dato original se buscan los dígitos escritos de su tronco y a la derecha de los mismos se escriben las cifras que nos habían quedado, en orden creciente. Estas cifras forman las "hojas".” (Estepa., 2014/2015, p.41)

“Además de emplear este gráfico para el estudio de una variable aislada, también puede servir para establecer comparaciones entre dos distribuciones, observando claramente las diferencias y semejanzas en las mismas. Este hecho es importante a nuestro juicio, pues permite desde los comienzos de los estudios de Estadística una iniciación intuitiva para el estudio posterior del contraste de hipótesis” (Estepa., 2014/2015, p.43)

Didáctica de los gráficos estadísticos

Arteaga (2011) muestra que cuando el estudiante realiza la interpretación de un gráfico estadístico, es necesario que haga una traducción entre la realidad (fenómeno o hecho que se representa) y lo que viene representado en el gráfico. Este autor realiza un resumen sobre la publicación de Bertin (1967) el cual señala que para la comprensión de un gráfico estadístico es necesario que se haga una interpretación, por separado, de cada uno de los elementos que lo componen, ya que un gráfico estadístico se corresponde con un sistema semiótico complejo.

Friel, Curcio y Bright (2001) identifican los siguientes **elementos de los gráficos estadísticos**, los cuales explicamos brevemente a continuación:

- ✓ Título y etiquetas: Hace referencia al contenido contextual del gráfico mostrando las variables representadas.
- ✓ Marco del gráfico: Proporciona información sobre las magnitudes que se usan en el gráfico estadístico, correspondiéndose con los ejes y sus marcas de referencia, y las escalas.
- ✓ Especificadores: Se corresponden con los elementos gráficos o visuales que se utilizan en la representación de los datos. Por ejemplo, los puntos en el diagrama de puntos y de dispersión; los rectángulos en el diagrama de barras e histograma; entre otros.
- ✓ Fondo: Hace referencia a las imágenes, cuadrículas y colores sobre los cuales se representa el gráfico estadístico.

Una vez somos conscientes de los elementos que componen los gráficos estadísticos, pasamos a considerar el proceso de lectura y los elementos para su comprensión.

La teoría semiótica de Bertin (1967) a cerca del **proceso de lectura de un gráfico**, que según resume Arteaga (2011) implica llevar a cabo, sucesivamente, las siguientes **tareas** que exponemos a continuación:

-Identificación externa: Se analizan el título y las etiquetas para identificar conceptos o elementos de la vida cotidiana. De manera que se obtiene información sobre las variables representadas en el gráfico y la procedencia de los datos.

-Identificación interna: Se establece una relación entre las escalas del gráfico (elementos visuales) y la variación y magnitud de las variables. Interpretando las unidades de medida y el rango de cada variable.

-Percepción de la correspondencia: Se analiza la correspondencia entre la representación de los datos y los elementos del gráfico (título, especificadores, etc...). De forma que podamos hallar la relación de las variables con la realidad.

La correcta lectura y construcción del gráfico requiere un conocimiento sobre sus elementos. Por ello, consideramos la clasificación proporcionada por los autores que, más actualmente, han publicado estos estudios sobre (aprendizaje y enseñanza) los gráficos estadísticos.

Wu (2004) indica que existen cuatro **componentes para la comprensión de los gráficos estadísticos**, los cuales resumimos a continuación:

- Lectura gráfica: Se realiza una relación de los datos presentados en el gráfico con la representación visual que tienen. Por ejemplo, identificar valores máximos o mínimos por la relación de altura o posición.
- Construcción gráfica: Los gráficos tienen que estar contruidos de forma correcta: título, etiquetas, marco, especificadores y fondo.
- Interpretación gráfica: La información representada en el gráfico puede generar ideas o predicciones dependiendo de cómo se gestione.
- Evaluación de gráficos estadísticos: Es un razonamiento sobre el rendimiento del gráfico estadístico en relación con la exactitud de la información y su uso para una determinada actividad.

Bertin (1967) identificó tres niveles de lectura para los gráficos estadísticos: Extracción de datos, Extracción de tendencias y Análisis de la estructura de los datos. Esta clasificación

sobre los **niveles de lectura de los gráficos estadísticos** fue modificada posteriormente por Curcio (1989), quien los denominó en forma diferente:

- ✚ Leer los datos: No se realizan cálculos ni una interpretación de la información que presenta el gráfico estadístico, sólo realizamos una lectura literal de la información contenida en el gráfico.
- ✚ Leer dentro de los datos: Exige la comparación de datos o la realización de operaciones con los datos, se realiza una lectura de los datos del gráfico que no vienen presentados explícitamente. Por ejemplo, determinar la media aritmética con la información entregada en un gráfico de barra.
- ✚ Leer más allá de los datos: Se pretende predecir tendencias o valores, de acuerdo con el contexto presentado y con la información observable, mediante la realización de inferencias. Por ejemplo, predecir qué pasará con los valores de una distribución, que no están registrados, a lo largo del tiempo.

Friel, Curcio y Bright (2001) agregan a esta clasificación el nivel que presentamos a continuación:

- ✚ Leer detrás de los datos: Se requiere conocimiento acerca del contexto, ya que se realiza una valoración crítica de los datos y del proceso de obtención de los mismos. Por ejemplo, cuestionar si la muestra elegida es la correcta, o si se pueden tener en cuenta otras variables.

Para Arteaga (2008) y Batanero, Arteaga y Ruiz (2010) la construcción de gráficos estadísticos se corresponde una actividad semiótica, que, según los objetos matemáticos que se tratan, puede tener mayor o menor dificultad. A continuación describimos **los niveles de complejidad semiótica** definidos, por estos autores, para el trabajo con gráficos estadísticos.

- N1. Representación de datos individuales: En estos gráficos no consideramos las variables o la distribución. Consiste en la representación de los datos de forma aislada, no de forma conjunta. Por ejemplo, Un alumno hace un gráfico sobre su propia edad, sin representar la de nadie más.
- N2. Representación de un conjunto de datos uno a uno, sin llegar a resumir su distribución: No se consideran las ideas de frecuencia o distribución. Consta de la representación de cada dato de la distribución (por separado) en un gráfico estadístico. Ya se considera la variable. Por ejemplo, si se tienen 20 edades de alumnos de un

grupo y en el gráfico se representa cada una de estas edades, sin calcular las frecuencias.


- N3. Representación de una distribución de datos: Se considera la representación de una distribución agrupada con su respectivo cálculo de frecuencias los datos se ordenan atendiendo al orden establecido en los ejes del gráfico estadístico. Por ejemplo, se realiza una agrupación de edades de un curso, se calculan sus frecuencias y son representadas en el gráfico estadístico.

- N4. Representación de varias distribuciones sobre un mismo gráfico: Por ejemplo, Se calculan las frecuencias de las edades de dos cursos de un mismo nivel educativo y se representan las dos en el mismo gráfico estadístico.

Arteaga (2011) describe **los errores en la construcción de gráficos estadísticos, que cometen futuros profesores de primaria** en la realización de gráficos estadísticos en el desarrollo de un proyecto. Clasifica los gráficos en los tres siguientes grupos:

- Gráfico básicamente correcto: se refiere al gráfico que presenta información correcta en el que se puede leer o analizar la variable representada.
- Gráfico correcto con errores en escala (gráficos parcialmente correctos): Son aquellos gráficos estadísticos que muestran algún error en los ejes, el título, las coordenadas, las escalas o en las etiquetas.
- Gráfico incorrecto: Se refiere a los gráficos estadísticos que no se corresponden con el tipo de variable representada, o en el que las variables representadas no están relacionadas entre sí.

Otro elemento que vamos a utilizar para el desarrollo teórico del presente trabajo, es la noción de **“idoneidad didáctica”** desarrollada en 2 estudios diferentes, realizados por los siguientes autores: Godino, Wilhelmi y Bencomo (2005) y Godino, Contreras y Font, (2006). Los criterios de idoneidad didáctica determinan si los significados, la organización, los recursos y el proceso de enseñanza-aprendizaje se adecuan al contexto y necesidades del alumnado.

-  Idoneidad epistémica: Se refiere al grado en el que los significados de las instituciones se identifican con un significado de referencia. Si desde el punto de vista matemático, son correctos o adecuados los significados de los objetos que se contemplan en un recurso didáctico.

- ✚ Idoneidad cognitiva: Es el grado en el que los significados de las instituciones son accesibles y asequibles para los alumnos. También se refiere a la correspondencia que existe entre los significados que pretende el profesor y los significados que logran los alumnos.
- ✚ Idoneidad interaccional: Es el Grado en el que se pueden identificar y solucionar conflictos semióticos mediante la coordinación y organización de la enseñanza.
- ✚ Idoneidad mediacional: Si los recursos necesarios para llevar a cabo una intervención didáctica, son adecuados y accesibles.
- ✚ Idoneidad emocional: El proceso de enseñanza-aprendizaje atiende el interés y la motivación de los alumnos.

Gráficos estadísticos en la actualidad

Como establecieron Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín y Piñeiro, (2016) la gran cantidad de información, a la que se puede acceder en cualquier lugar y a cualquier hora, debido a los avances tecnológicos, ha provocado que las redes sociales y otros medios de información y comunicación, formen parte de la cultura estadística. Ya que en muchos casos muestran información estadística por medio de tablas y gráficos. (p.2).

Para Del Pino y Estrella (2012) la cultura estadística es considerada un derecho de los ciudadanos que conlleva “leer e interpretar tablas, gráficos [...] que aparecen en los medios; interpretar, evaluar críticamente y comunicar información estadística; comprender y utilizar el lenguaje y las herramientas básicas de la estadística; apreciar el valor de la estadística en la vida cotidiana.” (p. 55)

Actualmente, se puede comprobar, mediante la experiencia de prácticas o docente en el aula, en qué medida es posible incluir en los procesos de enseñanza-aprendizaje, dispositivos digitales y recursos tecnológicos en general.

Es muy complicado que las circunstancias de cada maestro sean las adecuadas para llevar a cabo esta inclusión de dispositivos, aplicaciones o recursos tecnológicos vanguardistas, y que además, se aumente el rendimiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje. Cada maestro lleva a cabo una enseñanza y está provisto de unos significados que ha adquirido y desarrollado de forma prácticamente única, por lo que cada uno debe considerar como obtener un mayor rendimiento para la formación de los alumnos, ya sea mediante recursos tecnológicos o mediante métodos de aprendizaje modernos.

Por otro lado, para los alumnos que en etapas o niveles anteriores no han tenido contacto con recursos digitales en su proceso de aprendizaje, supone una alteración o un cambio en la forma de aprender que tenían preestablecida. Si añadimos a las circunstancias de los maestros y los alumnos, el marco legislativo y los demás elementos de influencia en el aprendizaje de los alumnos, podemos considerar la dificultad que supone la implantación de estos cambios y la necesidad de investigación y estudio, para determinar cuáles son las circunstancias y recursos que más favorecen el aprendizaje. Un método para determinar la adecuación de los recursos tecnológicos al contexto del aula, podría ser utilizar los criterios de idoneidad didáctica establecidos por Godino, Wilhelmi y Bencomo (2005) y Godino, Contreras y Font, (2006).

No se debería forzar la situación en cuanto a la implementación de estos nuevos recursos digitales, si antes no consideramos todos los aspectos que habría que tener en cuenta: como la coordinación y la organización durante las etapas y niveles de la educación, las circunstancias de maestros y alumnos, el aumento o disminución del rendimiento del proceso de enseñanza-aprendizaje, aspectos económicos, el contexto del aula, entre otros muchos aspectos.

Algunos elementos digitales vanguardistas, como los libros de texto digitales o el LibroMedia Aula Virtual pueden tener bastante utilidad didáctica si se utilizan correctamente. Aunque si se coordina la utilización de recursos didácticos un poco más tradicionales, con la cantidad de aplicaciones y de recursos existentes en la red, se podría contemplar una estabilidad entre las posibilidades del maestro y las exigencias de un nueva sociedad digital. Es decir, si podemos comprobar en qué situaciones es mejor utilizar dispositivos digitales, de acuerdo con el tiempo y el rendimiento de la enseñanza, podremos, poco a poco, ir incluyendo cada vez más los recursos vanguardistas en las aulas. Isaacs (2013) comenta que la utilización de recursos tecnológicos, por si solos, no suponen una mejora en los procesos de enseñanza-aprendizaje, ya que dependen de la organización del proceso de instrucción, entre otros factores. Pese a ello, los autores Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín y Piñeiro. (2016) Consideran que el formato digital “puede llegar a ser una alternativa efectiva para complementar o reemplazar al libro de texto tradicional.” (p.6)

Estos recursos, presentan algunas ventajas de acuerdo con los libros de texto tradicionales, aunque como ya hemos mencionado antes, es muy difícil determinar si ofrecen un mayor o menor rendimiento en el aula. Hay que considerar: las características y condiciones del

maestro, el aula (características de los alumnos), así como la efectividad que tiene el recurso digital, en la presentación y tratamiento de los contenidos deseados.

- **Libros de texto digitales.**

“La educación en la etapa de Educación Primaria debe contemplar el desarrollo científico-tecnológico por el que pasa la sociedad moderna. Un proceso tan importante como el de la educación de niños y jóvenes no puede estar anejo al desarrollo científico-tecnológico que atraviesa la sociedad moderna. “Esta situación provoca cambios constantes en los procesos de formación y en los materiales didáctico-pedagógicos que se utilizan, uno de ellos es el libro de texto en formato digital llamado en este contexto libro de texto digital.” (Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín y Piñeiro, 2016, p.5).

Woody et al. (2010) comentan que aunque los libros de texto digitales, imitan a sus homólogos (los libros de texto), los procesos de enseñanza-aprendizaje se dan de manera distinta.

Millar y Schrier (2015) dispusieron que los libros de texto digitales permiten el acceso del alumno a contenidos que incluyen sonidos, videos, y simulaciones que no proporcionan los libros de texto tradicionales.

Aunque el libro de texto digital tiene muchas ventajas frente al libro de texto tradicional, también presenta muchos inconvenientes que no permiten que el rendimiento de uso sea mayor al del libro de texto tradicional. Algunos de los inconvenientes que presenta son: mayor tiempo para disponer el medio de presentación digital, la formación para la inclusión de los dispositivos tecnológicos en la escuela, las relaciones establecidas de acuerdo con el condicionamiento entre los estímulos, entre otros. Como consideraron Mardis y Everhart, (2015) los libros de texto digitales se están utilizando en las escuelas de distintos países, para cumplir las exigencias de una sociedad digitalizada, donde la tecnología supone un elemento para la motivación y atención del alumno, y puede proporcionar mayor atractivo a la presentación de los contenidos académicos.

Actualmente son muchas las editoriales de España que ofrecen este recurso digital de los libros de texto, para conseguir una mayor motivación y control de atención en el proceso de aprendizaje. Una de ellas es Santillana, de la que hemos seleccionado una de sus modalidades (LM AV), que fue objeto de estudio de Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín y Piñeiro (2016). Esta editorial ofrece, multitud de materiales digitales con carácter educativo, en su

modalidad digital (Digital.Santillana.es). A continuación resumimos los 3 recursos digitales que se explican en la web:

- **LibroMedia.** Reproduce el libro de texto en formato digital mediante la tecnología flash. Presenta herramientas digitales para su tratamiento y para un trabajo más interactivo, que pueden ser empleadas en los 3 ciclos de la etapa de Educación Primaria. El maestro tiene su propia versión para modificar los contenidos.

- **LibroNet.** Los contenidos de este recurso son completamente digitales y se aprovecha todo el potencial multimedia para facilitar su comprensión, su explicación y su estudio. Los textos explicativos se pueden personalizar con las herramientas, pudiendo crear itinerarios didácticos. Permite que el alumno interactúe con el contenido, lo que podría favorecer el tratamiento de los gráficos estadísticos.

- **Aula Virtual.** Contiene una librería donde puedes incluir todos los materiales en formato digital de la editorial, así como los materiales ya modificados en LibroNet o LibroMedia. Se pueden crear grupos, añadir calificaciones, realizar estadísticas o informes y crear un calendario con horarios conjuntamente con los alumnos. Se dispone de actividades interactivas propuestas por la editorial, o se pueden crear unas propias.

Figura 4. Imagen de LM AV de 4º de Primaria.



Fuente: <http://aulavirtual.santillana.es/avonline/library>

La Figura 4 presenta una imagen del LibroMedia AV (LM AV) En la que se observan las páginas 216-217 del libro de texto en formato digital de 4º de Educación Primaria. Los autores Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín y Piñeiro (2016) explican que:

“los iconos que aparecen en la parte superior derecha de la imagen contienen diferentes recursos digitales (icono con forma de sobre) y permiten tanto al alumno como al profesor editar el documento incluyendo comentarios o aclaraciones sobre el tema que estén tratando...” (p.9)

Los autores Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín, y Piñeiro realizaron un estudio sobre los **tipos de actividades**, relacionadas con los gráficos estadísticos, que podemos encontrar en los recursos **del aula virtual** (AV) de la editorial Santillana. Las imágenes con ejemplos de estas actividades, están situadas en el Anexo II.

-*Leer*. Se pide apreciar algún elemento que constituye el gráfico estadístico como la categoría de una variable, el título del gráfico o la lectura de la frecuencia, así como identificar una información que se puede obtener mediante la observación directa. En el gráfico 4.1. Podemos observar que para responder la primera pregunta hay que leer la frecuencia del gráfico, y para la segunda, hay que identificar la barra más pequeña.

-*Calcular*. Requiere la utilización de operaciones aritméticas sencillas con la información procedente de una lectura del gráfico estadístico. En la última pregunta de la Figura 4.1 se requiere leer las frecuencias de peras y plátanos, para sumarlas y obtener el total.

- *Construir*. Este tipo de actividades tienen una dificultad mayor, es por ello que se propone realizarlas en 5º de Primaria. Se exige la construcción de un gráfico estadístico (como podemos observar en la figura 4.2.) o finalizar un gráfico que aún no está terminado. El alumno ya ha desarrollado habilidades que le permiten interpretar la información y elaborar un gráfico estadístico. La realización de un gráfico de sectores es una actividad muy completa que requiere un alto rendimiento por parte del alumno, por lo que se deberían dar orientaciones a modo de guía para el alumno.

- *Ejemplificar*. Se muestran formas de resolver actividades o el proceso que hay que seguir para resolverlas mediante la presentación de un ejemplo de una actividad ya resuelta, que sirve de guía en la realización de la actividad y (como podemos observar en la figura 4.3.) fomenta el aprendizaje autónomo. Se puede utilizar en los primeros niveles de la etapa.

-*Justificar*. Se solicita la exposición de argumentos, procedimientos y/o puntos de vista sobre un hecho determinado. En el ejemplo de la figura 4.4 podemos observar una

pregunta en la que hay que justificar una elección. Con este tipo de actividades se trabajan otros aspectos importantes del aprendizaje como la resolución de problemas haciendo uso de los contenidos.

- *Traducir*. Conlleva el cambio de modo de representación de la información, como pasar de un tipo de gráfico a otro, de un gráfico a una tabla, etc. En la figura 4.5 podemos observar un ejemplo de actividad en la que hay que representar la información, contenida en un gráfico de barras, en un gráfico de líneas.

- *Recoger datos*. Mediante el análisis de la información contenida en una imagen o un texto, se extraen los datos relevantes para su tratamiento estadístico. Esta actividad supone un elemento de gran utilidad para que el alumnado desarrolle técnicas de investigación. En la figura 4.6 podemos ver una actividad que exige la recogida de datos para su posterior uso.

- *Buscar información*. Supone la búsqueda de nueva información relevante mediante el uso correcto de las fuentes de información fiables, para profundizar en un tema concreto. En la figura 4.7 observamos el enunciado de una actividad que requiere la búsqueda de información. Estas actividades suelen tener carácter cooperativo e integrador.

- *Inventar preguntas*. Los estudiantes proponen las preguntas o problemas que se podrían responder con la información contenida en un gráfico estadístico. En la figura 4.8 podemos observar un ejemplo de actividad de inventar preguntas, que puede ser útil para que el alumno discrimine la información relevante de la no relevante.

Conclusiones

El trabajo de los gráficos estadísticos en Educación Primaria, es un proceso complejo en el que es necesario valorar: tanto el contexto que envuelve a los distintos grupos de alumnos, como el contexto de los propios contenidos que se van tratar; la metodología o el proceso que se va a seguir, etc. Una prueba de ello son los numerosos estudios que se han realizado para determinar los significados y elementos necesarios para proporcionar una educación estadística, con un buen rendimiento.

Las distintas posibilidades que se contemplan para la enseñanza de los gráficos estadísticos, deben ser valoradas de acuerdo con lo que el propio docente determine como apropiado. El maestro debe ser consciente de: como varía el rendimiento de su enseñanza de

acuerdo con la situación que envuelve el proceso, de todos los significados que pueden ser útiles, y de los estudios y propuestas actualizadas que se van desarrollando.

Actualmente se han desarrollado recursos digitales que pueden servir de ayuda, aunque si no se utilizan en el momento y contexto apropiados pueden no ser efectivos. Por ello sería muy interesante determinar algunos criterios que determinen la medida en que estos nuevos recursos digitales pueden ser efectivos. De acuerdo con mi experiencia previa en los periodos de prácticas, he deducido algunos de estos factores (entre otros) que se podrían considerar para determinar si es positivo utilizar estos recursos vanguardistas.

- La experiencia previa del alumnado con recursos tecnológicos o digitales.
- La motivación y el interés que el alumnado muestra cuando se aplican este tipo de recursos tecnológicos.
- La formación del maestro referente al uso de los recursos digitales en el aula.
- Las relaciones (de condicionamiento) que el alumnado ha establecido de acuerdo con los nuevos recursos digitales. Es decir, si conciben el uso de la tecnología como una actividad lúdica o como una actividad académica.
- El aprovechamiento del tiempo. En otras palabras, si el tiempo que se invierte en el trabajo con recursos digitales es mayor o menor que el que se invierte utilizando otro recurso, como puede ser el libro de texto.

Considero oportuno señalar el valor y la utilidad de los estudios de Godino, Wilhelmi y Bencomo (2005) y Godino, Contreras y Font (2006), en los que se establecen los “criterios de idoneidad didáctica”. Se proporcionan unos criterios según los cuales se puede determinar la efectividad del proceso de enseñanza – aprendizaje que se lleva a cabo.

Propuesta didáctica

1. Introducción:

La siguiente propuesta didáctica está diseñada para llevarla a cabo en el primer ciclo de Educación Primaria, en el segundo nivel de educación. Se pretenderá conseguir lo establecido en el currículo, (objetivos de área, estándares de aprendizaje, criterios de evaluación...) utilizando algunos modelos didácticos de actualidad, como aprendizaje por proyectos y comunidades de aprendizaje.

En la presente, se especificará la metodología o metodologías a aplicar en cada sesión, así como la temporalización y los procesos que seguiremos para realizar la evaluación. También

se hará referencia a la consecución de los objetivos determinados en el currículo en cada una de las sesiones. De esta manera, proporcionaremos un ejemplo o guía para el docente o docente en prácticas, que requiera de una representación previa para elaborar su propia intervención.

La situación que presenta el aula es:

Todos los alumnos tienen un desarrollo cognitivo normal excepto un alumno que padece dificultades de aprendizaje y socialización, cuyas causas aún no han sido determinadas. El grupo está compuesto por 19 alumnos, de los cuales 11 son varones y 8 son niñas. El alumnado ha tenido experiencias previas con la metodología y los recursos tecnológicos utilizados en la propuesta didáctica. El grupo se caracteriza como un grupo muy igualado a nivel intelectual, buen comportamiento y que muestra interés por ciertos temas como deporte y dibujos animados.

El maestro de matemáticas finalizó sus estudios de grado y master hace al menos 3 años, por lo que utiliza métodos de educación vanguardistas, e incluye recursos tecnológicos en algunas de sus clases.

El contexto socio-económico del centro, se puede resumir atendiendo al predominio de la clase social media y media-alta, debido a que el mayor porcentaje de padres y madres que se encuentran ocupados, se dedican profesionalmente a labores en el sector servicios.

Algunas actividades que se incluyen dentro de esta unidad didáctica, tendrán un carácter extraescolar, (Como comunidades de aprendizaje) debido a la necesidad de personal cercano a los alumnos en edad adulta, y a la correspondencia de los horarios laborales. Por lo tanto se tendrán que elaborar autorizaciones para verificar la aceptación y presencia de padres o tutores del alumnado.

2. Metodología

Trabajo con proyectos.

Para tener una idea general sobre el trabajo por proyectos, generaremos una definición objetiva de fácil comprensión: Un proyecto, en el marco de la Educación Primaria, se corresponde con una investigación que se puede llevar a cabo, tanto dentro del aula, como fuera, en la cual se soluciona un problema mediante el análisis, interpretación y la realización inferencias de unos datos referentes al tema, recogidos previamente. El problema plantea preguntas que se contestarán realizando una búsqueda de datos (en distintas fuente de

información), los cuales se utilizarán para intentar solucionar el problema que ha planteado las preguntas.

Como dispusieron Batanero y Díaz: (2005) “los proyectos se identifican como investigaciones reales donde se encuentra integrada la estadística como parte de una investigación más general. Deben ser realistas, flexibles y adecuados al nivel del alumno. El proyecto se inicia planteando un problema práctico, que debe ser resuelto mediante la utilización de la estadística.”(p.10)

Siguiendo el esquema que plantearon Batanero y Díaz (2005) para definir los pasos en la realización de un proyecto, hemos adaptado los pasos haciendo que sean más asequibles para los alumnos de primaria. Los pasos adaptados son los siguientes: 1) Identificación del problema; 2) planteamiento de las preguntas; 3) Recogida de datos; 4) Tratamiento estadístico de los datos; 5) Solución del problema; 6) Registro por escrito.

Una vez que tenemos una organización y una estructura para realizar nuestro proyecto, valoramos la dificultad de uno de los pasos que más problemas puede crear al alumnado: la formulación de las preguntas (Batanero y Díaz, 2005). Cuando los alumnos van a plantear las preguntas, el papel del profesor debe centrarse en ayudar a identificar un tema de interés, y plantear una pregunta que se pueda responder mediante el tratamiento de la información.

Cuando trabajamos con proyectos ponemos a los alumnos en posición de pensar en las siguientes preguntas, según Graham (1987): ¿Qué problema tengo?, ¿Tengo datos? ¿Cuáles son los datos?, ¿Cómo los puedo conseguir?, ¿Cómo interpreto este resultado?

Es un método que implica mucha interacción y por tanto sirve de utilidad a la hora de realizar una práctica para la inclusión en el aula de alumnos con necesidades educativas especiales. Promueve el aprendizaje autónomo y el razonamiento crítico, así como la creatividad. Otorga a la información y a los conocimientos una utilidad en la resolución de problemas. Si se realiza una exposición, podría favorecer también el discurso y la espontaneidad de los alumnos, entre otras cosas.

Comunidades de aprendizaje:

Como ya muestra Molina (2007), las comunidades de aprendizaje surgen en el contexto de la educación inclusiva del alumnado con discapacidad, a modo de proyecto educativo inclusivo. Es decir, surge como medida a adoptar en caso de que exista la necesidad de incluir

a un alumno o alumnos con necesidades educativas especiales (N.E.E.) en el aula convencional. Entendemos por comunidades de aprendizaje, según Valls (2000):

“Un proyecto de transformación social y cultural de un centro educativo y de su entorno para conseguir una sociedad de la información para todas las personas, basada en el aprendizaje dialógico, mediante una educación participativa de la comunidad, que se concreta en todos sus espacios, incluida el aula.” (p.8)

“Actualmente, el aprendizaje no sólo se produce en el aula, sino que también se produce en el hogar, la calle, mediante los medios de información, etc.” (Elboj, Puigdemívol, Soler, & Valls, 2002, p.75) En las comunidades de aprendizaje se introducen en la escuela y en el aula, además de los maestros, personas adultas del entorno de los alumnos y se crean grupos de trabajo. De esta manera el alumno asimila las pautas de participación que existen en el grupo al que pertenece, así es como se produce el dialogo igualitario y cuando se puede producir el aprendizaje dialógico. (Molina, 2007)

Molina (2007) nos acerca al concepto de aprendizaje dialógico realizando una explicación sobre el dialogo igualitario: “El diálogo, como herramienta para la igualdad, la transformación y el aprendizaje debe darse de manera que asegure la participación en él de los participantes de forma igualitaria. En los grupos interactivos, el papel de la persona voluntaria es clave para crear este contexto de diálogo igualitario, reflexivo y crítico, donde todas las personas puedan ser igualmente escuchadas”(p.140)

Realizando una pequeña síntesis del complejo significado que abarca este concepto, podríamos definir el aprendizaje dialógico como: El proceso de aprendizaje que se basa la obtención de conocimientos a través del dialogo. El dialogo de los alumnos con algunas o todas las personas que componen la comunidad educativa en general. Tomando así parte de las interacciones que se dan en un grupo, aportando conocimientos, opiniones y participando en las decisiones colectivas. Molina, (2007)

Consideramos lo que sucede en las comunidades de aprendizaje, teniendo en cuenta lo establecido por Flecha, Sanmamed y García Yeste (2004): “Lo que hacemos es juntar a todas las personas implicadas para aplicar lo que saben y contribuir al programa escolar con lo que pueden.” (p.87)

La finalidad que se persigue con las comunidades de aprendizaje es “conseguir que el éxito escolar se traduzca en una igualdad de oportunidades para alcanzar el éxito social”

Molina, (2007, p.107)

La puesta en marcha de este proyecto es muy compleja y Molina, (2007) establece que se ha de llevar a cabo organizado en 2 etapas distintas, las cuales han sido resumidas:

1. La puesta en marcha: se realiza una sensibilización, se produce el acuerdo entre los profesionales para llevarlo a cabo en centro, se consideran las opiniones de todos los colectivos de la comunidad, se seleccionan las prioridades y se planifica todo.
2. Consolidación: se investiga sobre el aprendizaje dialógico y se estimula la formación conjunta del conocimiento, se forman las personas que van a tomar parte en el proyecto y finalmente, se evalúa el proceso. (p.p.125, 126, 127)

3. Objetivos de la propuesta

- Interpretar la información contenida en los gráficos de barras.
- Buscar soluciones a los problemas mediante los conocimientos obtenidos.
- Producir gráficos de barras, para organizar y representar la información.
- Trabajar con métodos interactivos, iniciación en el aprendizaje dialógico.
- Utilizar técnicas de búsqueda y recogida de la información.

4. Contenidos que se van a trabajar

DECRETO 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía.

Los contenidos del bloque 5: “Estadística y Probabilidad” referentes al primer ciclo de la etapa, que están ampliamente relacionados con los gráficos estadísticos son:

Bloque 5: “Estadística y Probabilidad”

- 5.1. Gráficos estadísticos: diagramas de barras.
- 5.2. Interpretación y construcción de tablas elementales.
- 5.3. Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras.

5.4. Utilización de técnicas elementales para la recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos.

5.5. Descripción oral de los procedimientos de registro e interpretación y resolución.

5.6. Atención y cuidado en el registro de información y su representación gráfica.

5.7. Autoconfianza; esfuerzo y constancia en la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas construidas a partir de la interpretación de gráficos y tablas. (p.399)

5. Materiales y recursos humanos necesarios

-Materiales manipulables, objetos reales materiales personalizados, imágenes, ordenadores con/sin adaptaciones, banco de materiales, carpeta del alumno, lápices adaptados para escribir y cuentos personalizados.

-Tutor, especialistas y personal de la comunidad educativa que asiste a las sesiones de comunidades de aprendizaje.

-Coordinación entre las familias, los profesionales de la educación y toda la comunidad educativa en general.

6. Atención a la diversidad

En cuanto a la atención a la diversidad en el aula, se han dado distintas formas de trabajo, ya que cada alumno requiere un trato distinto. Las formas de trabajo que más he podido experimentar en el tratamiento de la diversidad han sido: por un lado, la atención y la educación individualizada, y por otro lado la tutoría entre iguales, así como aprendizaje por proyectos y comunidades de aprendizaje, los cuales he experimentado en menor medida. El ritmo de aprendizaje de los alumnos es más o menos parecido, aunque a veces es necesario que el docente preste una ayuda individual a los alumnos que presentan ritmos de aprendizaje distintos. En cuanto a la tutoría entre iguales, se lleva a cabo para integrar a un alumno en el ritmo de clase, aunque también se ha llevado a cabo cuando el docente no podía atender todas las dudas surgidas, y pedía a algún alumno aventajado que le proporcionara una explicación a su compañero. Las comunidades de aprendizaje, van a tener un papel muy importante en el tratamiento de la diversidad, ya que los niños podrán comprobar el trato que los adultos proporcionan al alumno con dificultades sociales y de aprendizaje, que será muy similar al que reciben ellos. Por otro lado el aprendizaje por proyectos, otorga la oportunidad de crear

grupos mixtos o más heterogéneos, en los que los alumnos pueden ir tomando un rol determinado.

7. Sesiones

Las sesiones se pueden encontrar en el Anexo I del presente trabajo

8. Evaluación

La evaluación de los objetivos conseguidos durante la propuesta didáctica, se llevará a cabo con una rúbrica, en la que aparecen varios elementos a conseguir, y el grado o la medida en que se han conseguido.

Los adultos que los alumnos decidan traer a las comunidades de aprendizaje, serán contemplados por el maestro que determinará su asistencia.

Categoría	0-4 puntos	5-7 puntos	8-9 puntos	10 puntos	pts
Registra la información relevante	Registra información no relevante y desorganizada mente	Registra sólo la información relevante	Organiza la información recogida con una buena presentación	Organiza, selecciona, y utiliza la información de forma autónoma, con buena presentación	
Interpreta la información contenida en los diagramas de barras	Dificultad para identificar la información que contiene el gráfico	Identifica la información que contiene el gráfico	Identifica la información que contiene el gráfico, relacionando las cantidades, con el tamaño de las barras	Es capaz de realizar una lectura literal del gráfico, extraer toda la información, y relacionarla	
Busca soluciones	No tiene autonomía ni	Muestra cierta autonomía,	Busca soluciones al	Soluciona los problemas	

utilizando lo aprendido	iniciativa para solucionar problemas	aunque no es capaz de solucionar los problemas por sí mismo	problema haciendo uso de lo aprendido, requiere guías	haciendo uso de lo aprendido, de forma totalmente autónoma	
Produce gráficos de barras	No es capaz de representar correctamente las cantidades en el gráfico	Representa las cantidades, pero tiene dificultades para determinar los ejes	Representa las cantidades, determina los ejes.	Representa la información correctamente en el gráfico, y lo presenta correctamente añadiendo el título	
Dialoga para llegar a conclusiones	No se comunica verbalmente con los compañeros.	Se comunica verbalmente pero no pretende que haya transmisión de información	Se comunica verbalmente con intención de aprender y/o explicar	Es capaz de dialogar con los compañeros para llegar a conclusiones	
Cooperación con los compañeros	No interactúa correctamente con su grupo de trabajo	Interactúa parcialmente con su grupo de trabajo	Coopera con el resto del grupo	Coopera con carácter altruista	
Participación activa en las sesiones	No asiste a las sesiones de carácter extraescolar	Asiste a 2 o menos sesiones extraescolares	Asiste a más de 2 sesiones extraescolares	Asiste a todas las sesiones extraescolares	

9. Temporalización

Horario semanal del grupo B en segundo nivel de Educación Primaria 2017/2018.

	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
9:00-10:00	2ºB Mat.	2ºB CC.SS.	2ºB Len.	2ºB Mat.	2ºB Len.
10:00-10:30	2ºB Mat.	2ºB CC.SS.	2ºB Len.	2ºB Mat.	2ºB Len.
10:30-11:30	2ºB E.F.	2ºA Len.	2ºA inglés.	2ºA Len.	2ºA CC.NN.
R	E	C	R	E	O
12:00-13:00	2ºA Inglés	2ºA CC.NN.	2ºB Mat.	2ºB Len.	2ºA Inglés.
13:00-14:00	2ºB Len.	3ºA E.F	Competencias sociales y cívicas.	2ºB Inglés.	2ºA Arte.

Como ya hemos comentado anteriormente, las comunidades de aprendizaje tendrán que llevarse a cabo de forma extraescolar. Así como el aprendizaje por proyectos que se realizará en horario lectivo o no, flexibilizando un poco la implementación de estas metodologías. Se realizará un control de la asistencia del alumnado a las actividades que tienen un carácter extraescolar. Los alumnos que asistan a las comunidades de aprendizaje y al aprendizaje por proyectos, considerando sólo las sesiones que se efectúan fuera del horario escolar, podrán exponer sus trabajos en clase.

Los proyectos, se podrán llevar a cabo también en horas lectivas, de manera que la inclusión del alumno con dificultades, se extienda a las clases convencionales, y que poco a poco se normalice esta práctica.

Hora	Comunidades aprendizaje	Aprendizaje por proyectos
17:00-18:30	Martes	Lunes
18:30-19:30	Jueves	Miércoles

La propuesta didáctica se llevará a cabo en el plazo de 2 semanas, y constará de 7 sesiones, de las cuales 4 tendrán carácter ordinario (en el aula, dentro del horario lectivo) y las 3 restantes serán realizadas fuera del horario lectivo. Las clases propuestas en el horario lectivo, serán llevadas a cabo en las horas correspondientes a la asignatura de Matemáticas.

Bibliografía

Arteaga, P., Batanero, C., J. y Contreras, J. M. (2011). Sentido numérico y gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Publicaciones*, 41, 33-49

- Batanero, C., Arteaga, P. y Ruiz, B. (2010). Análisis de la complejidad semiótica de los gráficos producidos por futuros profesores de educación primaria en una tarea de comparación de dos variables estadísticas. *Enseñanza de las Ciencias*, 28(1), 141-154.
- Batanero, C. Burrill, G., & Reading, C. (2011). *Teaching statistics in school mathematics. - Challenges for teaching and teacher education. A Joint ICMI/IASE Study*. ICMI Study volume 14. New York: Springer. ISSN: ISBN 978-94-007-1130-3.
- Batanero, C. y Díaz, C. (2005). *El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística*. I Congresso de Estatística e Investigação Operacional da Galiza e Norte de Portugal Guimarães, Portugal.
- Batanero, C. y Díaz, C. (Eds.). (2011). *Estadística con Proyectos*. Departamento de Didáctica de la Matemática. ISBN: 978-84-694-9152-2.
- Batanero, C. y Godino, J. (2005). Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. En R. Luengo (Ed.), *Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas* (pp. 203-226). Badajoz: Universidad de Extremadura.
- Batanero, C. (2013). Sentido estadístico. Componentes y desarrollo. *I Jornadas Virtuales de Didáctica de la Estadística, la Probabilidad y la Combinatoria*: Granada.
- Bertin, J. (1967). *Semiologie graphique*. Paris: Gauthier-Villars.
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.
- DECRETO 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía
- Del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: Relaciones con la matemática. Pensamiento Educativo. *Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64.
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y Batanero, C. (2015). Gráficos estadísticos y niveles de lectura propuestos en textos chilenos de Educación Primaria. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 229-238). Alicante: SEIEM.
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B., López-Martín, M.M. y Piñeiro, J.L. (2016). Estudio sobre los gráficos estadísticos en libros de texto digitales de Educación Primaria española. Profesorado. *Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 20(1), 133-156.

- Díaz-Levicoy, D. (2014). Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de educación Primaria española. Tesis de Máster. Universidad de Granada.
Directores: P. Arteaga y C. Batanero.
- Elboj, C., Puigdemívol, I., Soler, M., & Valls, R. (2002). Comunidades de aprendizaje. Transformar la educación. Barcelona: Graó.
- English, L. D. (2013). Reconceptualising statistical learning in the early years. In L. D. English & J. Mulligan (Eds.) ESTABLISHING STATISTICAL FOUNDATIONS EARLY: DATA MODELING WITH YOUNG LEARNERS Lyn D. English Queensland University of Technology, Australia l.english@qut.edu.au
- Estepa, A. (2014-2015) Didáctica de la Estadística y la Probabilidad en Educación Primaria.T.2 Apuntes de la asignatura. Recuperado de Docencia Virtual. UJa.
- Estepa Castro, A. (1993). *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores.* Universidad de Granada. Directora: C. Batanero.
- Flecha F. Sanmamed, A., & García Yeste, C. (2004). James P. Comer. "Los niños y niñas trabajarán hasta donde tú esperes que lo hagan". Cuadernos de pedagogía, 341, 86-89.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Gal, I. (2002). *Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities.* International Statistical Review 70(1), 1-25.
- Godino, J. D., Contreras, A. y Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactiques des Mathematiques*, 26(1), 39-88.
- Graham, A. (1987). *Statistical investigations in the secondary school.* Cambridge: The Open University Centre for Mathematics Education.
- Isaacs, S. (2013). Avances, experiencias y futuro de los textos escolares digitales. En J. Sanchez y M. de B. Campos (Eds.), *Nuevas ideas en Informática Educativa. Memorias del XVIII Congreso Internacional de Informática Educativa* (pp. 30-35). Santiago: Universidad de Chile

- Instituto Nacional de Estadística: http://www.ine.es/explica/docs/pasos_tipos_graficos.pdf
- Kinnear, V. (2013). Young children's statistical reasoning: A tale of two contexts. Unpublished PhD dissertation. Queensland University of Technology.
- Mardis, M. y Everhart, N. (2015). The promise and challenge of digital textbooks for K-12 Schools: the case of Florida's Statewide Adoption. En J. Rodríguez, E. Bruillard y M. Horsley (Eds.), Digital Textbooks: What's New? (pp. 141-168). Santiago de Compostela: IARTEM / USC.
- Millar, M. y Schrier, T. (2015) Digital or Printed Textbooks: Which do Students Prefer and Why? Journal of Teaching in Travel & Tourism, 15(2), 166-185.
- Molina,S. (2007)Los grupos interactivos: una práctica de inclusión de las comunidades de aprendizaje para la inclusión del alumnado con discapacidad". Programa de doctorado: educación y democracia (bienio 2002-2004)
- Ortiz, J. (Ed.) (2011). Investigación en Educación Estadística. Formación de Profesores. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. ISBN: 978-84-694-4597-6.
- Valls, R. (2000). Comunidades de Aprendizaje. Una práctica educativa de aprendizaje dialógico para la sociedad de la información. (Tesis doctoral no publicada). Universitat de Barcelona, Barcelona.
- Wild, C., y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. International Statistical. Review 67(3), 223-265.
- Wu, Y. (2004, Julio). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Trabajo presentado en el 10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen, Dinamarca.

Anexo I

A continuación se incluyen las sesiones diseñadas para llevarse a cabo en la propuesta didáctica expuesta anteriormente.

Nombre: “Proyecto correcto”	Sesión: 1, carácter ordinario. Clase de matemáticas. La sesión se producirá el lunes durante las dos primeras horas de clase.	
Nivel: 2º curso	Curso: 2º B	Alumnos: 19

Materiales:		
<ul style="list-style-type: none"> • Papel, lápiz y cartulinas • Ordenadores 		
Objetivos específicos de la sesión:		
<ul style="list-style-type: none"> • Recoger información y registrarla • Representar la información recogida en un gráfico de barras • Promover el diálogo y la interacción positiva entre los alumnos 		
Contenidos:		
<ul style="list-style-type: none"> ○ Gráficos estadísticos: diagrama de barras ○ Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras. ○ Atención y cuidado en el registro de información y su representación gráfica. 		
Desarrollo de la sesión:		
<p>Después de realizar la división del alumnado en grupos de 4, se propone la realización de un proyecto en 4 pasos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Selección de un tema Los propuestos son: la realización de deportes, y las comidas, que se producen a lo largo de la semana. Por ejemplo, si elegimos comidas, los datos podrían ser: ¿Cuántas veces comemos huevos, cada uno, a lo largo de la semana? 2. Se recogen y se organizan los datos. ¿Comemos lo mismo? 3. Se representan los datos en un gráfico de barras. ¿Cómo puedo comparar todos los resultados? 4. Se expone el trabajo. ¿Puedo explicar lo que he ido realizando? <p>El profesor realizará el trabajo con el alumno que presenta dificultades de aprendizaje y socialización.</p>		
Evaluación:		
<ul style="list-style-type: none"> ○ Se considerará lo establecido en la rúbrica, para cada alumno del grupo. 		
Nombre: “High voltage”	Sesión: 2. Carácter extraescolar. Comunidades de aprendizaje, Martes, 17:00 -18:30h	
Nivel: 2º curso	Curso: 2ºB	Alumnos: 19
Materiales:		
<ul style="list-style-type: none"> • Imágenes de facturas, o facturas reales que se corresponden con el consumo de la luz • Lápiz y papel 		

<ul style="list-style-type: none"> • Colores
<p>Objetivos específicos de la sesión:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizar y conocer la información del espacio cercano. • Representar la información recogida en un gráfico de barras. • Trabajar con métodos interactivos, iniciación en el aprendizaje dialógico.
<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras. ○ Utilización de técnicas elementales para la recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos.
<p>Desarrollo de la sesión:</p> <p>La clase se divide en grupos de 4-5 alumnos. Se crean 4 grupos de trabajo diferentes, integrados por los docentes y adultos que monitorizarán la sesión. Se presenta a los alumnos la información referente al consumo de luz. Por un lado en gráfico de barras (primer mes analizado) y por otro lado en una factura de la luz (mes siguiente).</p> <p>El primer grupo de trabajo (monitores): mostrará a los niños como extraer la información del gráfico de barras, y ellos tendrán que extraerla.</p> <p>El segundo grupo de trabajo: explicará a los alumnos como extraer la información de la factura de la luz, y ellos tendrán que extraerla.</p> <p>El tercer grupo de trabajo: explicará cómo rellenar una factura mediante la información contenida en un gráfico de barras. Deberán rellenar la factura.</p> <p>El cuarto grupo de trabajo: explicará al alumnado cómo realizar un gráfico de barras con la información contenida en la factura de luz. Posteriormente tendrán que producir el gráfico.</p> <p>El maestro/tutor del grupo, estará controlando el desarrollo de la actividad con el alumno que presenta dificultades de aprendizaje.</p> <p>Cada grupo de alumnos pasará un tiempo aproximado de 20 minutos en cada grupo de trabajo.</p> <p>Finalmente se expondrán los resultados obtenidos.</p>
<p>Evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ El docente considerará lo establecido en la rúbrica, adaptándola en el caso del joven desfavorecido.

Nombre: “jóvenes emprendedores”	Sesión: 3. Carácter extraescolar. Comunidades de aprendizaje. Jueves, 17:00-18:30h	
Nivel: 2º curso	Curso: 2º B	Alumnos: 19
Materiales: <ul style="list-style-type: none"> • Papel y lápiz. • Cajas de cartón • libros de texto, cuadernos, pegamentos, tijeras y otros materiales de clase • Colores 		
Objetivos específicos de la sesión: <ul style="list-style-type: none"> • Iniciar al alumnado en labores profesionales • Analizar y conocer la información del espacio cercano. • Representar la información recogida en un gráfico de barras • Desarrollar el diálogo y estrategias sociales. 		
Contenidos: <ul style="list-style-type: none"> ○ Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras. ○ Atención y cuidado en el registro de información y su representación gráfica. 		
Desarrollo de la sesión: <p>Los alumnos se dividirán en 3 grupos y cada grupo apilará en una mesa (una mesa por grupo) los libros de texto de Matemáticas, los cuadernos y las barras de pegamento; otro los libros de lengua, cuadernos y tijeras; y el grupo restante otros elementos parecidos. El maestro proporcionará cualquier instrumento que pueda simular el dinero, y establecerá un precio para cada material. Los adultos de la comunidad de educación, tendrán una cantidad significativa de “dinero” y podrán comprar los materiales que cada grupo de alumnos oferta. El alumnado, por su parte tendrá que repartir los roles, de manera que un alumno se dedique al registro de ventas, otro alumno o alumnos sean los dependientes, otros alumnos muestren y vendan su producto haciéndolo atractivo, etc.</p> <p>Finalmente, cada grupo tendrá que elaborar un gráfico de barras en el que aparezca la información sobre la actividad de venta realizada.</p> <p>El último paso será que entre toda la clase, se elabore un gráfico de barras representando la información recolectada por cada grupo.</p> <p>Las cajas de cartón servirán a modo de caja registradora o de contenedores para los materiales.</p>		

Evaluación:		
<ul style="list-style-type: none"> ✚ El maestro realizará la evaluación atendiendo a lo establecido en la rúbrica generada anteriormente, pudiendo modificarla añadiendo o quitando elementos 		
Nombre: “proyectan sus proyectos”	Sesión: 4, carácter ordinario y carácter extraescolar. Clase de matemáticas. La sesión se producirá el lunes durante la segunda hora de clase y fuera del horario lectivo 17.00-18:30	
Nivel: 2º curso	Curso: 2º B	Alumnos: 19
Materiales:		
<ul style="list-style-type: none"> • Papel, lápiz y cartulinas • Ordenadores • Cámara digital.(maestro) • Colores • Proyector 		
Objetivos específicos de la sesión:		
<ul style="list-style-type: none"> • Recoger información y registrarla • Representar la información recogida en un gráfico de barras • Promover el diálogo y la interacción positiva entre los alumnos 		
Contenidos:		
<ul style="list-style-type: none"> ○ Gráficos estadísticos: diagrama de barras ○ Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras. ○ Atención y cuidado en el registro de información y su representación gráfica. 		
Desarrollo de la sesión:		
<p>Después de realizar la división del alumnado en grupos de 4 alumnos, se propone la realización de un proyecto en 5 pasos:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Selección de una serie de dibujos animados que la gran mayoría de los estudiantes hayan visto al menos una vez por semana. ¿Es muy común entre los jóvenes esta serie de dibujos? 2. Se recogen y se organizan los datos. Las veces que cada alumno ha visto la serie durante la semana. ¿Cuántos alumnos la ven? ¿Cuántas veces? 3. Se representan los datos en un gráfico de barras. ¿Cómo podemos representarlo? 4. El maestro fotografía todo lo que el alumnado ha registrado, así como la representación de la información y la organiza por grupos. 5. Finalmente, fuera del horario escolar, el maestro trae las realizadas por la mañana 		

<p>y organizadas por él en tiempo existente entre el horario lectivo y el horario del proyecto. A continuación, introducirá las imágenes en el traductor y cada alumno deberá exponer lo realizado. ¿Puedo explicar lo que se tiene que hacer?</p> <p>El profesor realizará el trabajo con el alumno que presenta dificultades en el aprendizaje.</p>		
<p>Evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Se considerará lo establecido en la rúbrica, para cada alumno del grupo. 		
<p>Nombre: “Usain trol”</p>	<p>Sesión: 5. Carácter extraescolar. Comunidades de aprendizaje, Martes, 17:00 -18:30h</p>	
<p>Nivel: 2º curso</p>	<p>Curso: 2ºB</p>	<p>Alumnos: 19</p>
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lápiz y papel • Colores • Ropa deportiva • Cartulinas • Pista deportiva 		
<p>Objetivos específicos de la sesión:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizar y conocer la información del espacio cercano. • Representar la información recogida en un gráfico de barras. • Trabajar con métodos interactivos, iniciación en el aprendizaje dialógico. • Relacionar la actividad física con los hábitos saludables. • Realizar actividades lúdicas en el aprendizaje de los gráficos estadísticos. 		
<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras. ○ Utilización de técnicas elementales para la recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos. 		
<p>Desarrollo de la sesión:</p> <p>La clase se divide en parejas, que están constituidas por un alumno y su respectivo monitor. Se propone realizar una actividad que involucra el ejercicio físico. Cada pareja, deberá realizar un esprín de 70m. El alumno toma el tiempo que ha tardado el monitor y viceversa. A continuación se organizan los datos y se produce un gráfico de barras que recoge los tiempos</p>		

<p>de la carrera de los dos integrantes.</p> <p>En cada pareja se suman los tiempos, que han tardado los integrantes, en realizar la carrera, para obtener un tiempo total de la pareja.</p> <p>Finalmente se realiza un gráfico de barras que incluye los tiempos de todas las parejas, y se determina el ganador, considerando el menor tiempo en la carrera de las parejas. En una cartulina grande.</p> <p>El maestro debe adaptar la actividad para que el alumno con problemas pueda realizarla correctamente atendiendo a todos los factores.</p>		
<p>Evaluación:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ El docente considerará lo establecido en la rúbrica. ○ Para el joven desfavorecido se establecerán unos criterios adaptados, y se registrará el desarrollo de su actividad, por si fuera de utilidad en lo sucesivo. 		
<p>Nombre: “motopropulsado”</p>	<p>Sesión: 6. Carácter extraescolar. Comunidades de aprendizaje. Jueves, 17:00-18:30h</p>	
<p>Nivel: 2º curso</p>	<p>Curso: 2º B</p>	<p>Alumnos: 19</p>
<p>Materiales:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Papel y lápiz. • Colores • Tijeras y pegamento • Cartulinas de colores 		
<p>Objetivos específicos de la sesión:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Analizar y conocer la información del espacio cercano. • Representar la información recogida en un gráfico de barras • Desarrollar el diálogo y estrategias sociales. 		
<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras. ○ Atención y cuidado en el registro de información y su representación gráfica. 		
<p>Desarrollo de la sesión:</p> <p>La clase se organiza en 2 grupos, separando a monitores y a alumnos</p>		

Se presentan 2 pares de elementos: Motos y coches, por un lado, y barcos y aviones por otro. Cada grupo debe realizar un registro con las preferencias que tiene cada integrante en cuanto a las motos y coches, y barcos aviones. Una vez se hayan registrado las preferencias de todas las personas involucradas en la sesión y haya organizado la información de cada par de elementos en su propio grupo; cada grupo debe realizar 2 gráficos estadísticos en los que se representen las preferencias, del grupo contrario, para cada par de elementos.

Finalmente el grupo de los alumnos debe haber realizado 2 gráficos (uno para cada par de elementos) marcando las preferencias del grupo de los monitores. Y los monitores deben haber creado 2 gráficos (uno por cada par de elementos) con las preferencias del grupo de los alumnos.

Los 4 gráficos de barras resultantes de la actividad se realizarán recortando y pegando trozos de cartulinas para representar las barras.

Evaluación:

- El maestro realizará la evaluación atendiendo a lo establecido en la rúbrica generada anteriormente.

Anexo II

En este apartado se incluyen las imágenes que aparecen en los recursos **del aula virtual** (AV) de la editorial Santillana. Aunque también se incluyen en un estudio sobre las distintas actividades que se realizan en relación con los gráficos estadísticos, publicado por Díaz-Levicoy, Giacomone, López-Martín, y Piñeiro (2016).

Figura 4.1. Actividad de “leer”

1 Observa el gráfico y completa.

Eva ha representado las piezas de fruta que hay en el comedor.

- ¿Cuántas manzanas hay?
- ¿Y naranjas?
- ¿Qué hay menos, plátanos o naranjas?
- ¿Cuántas peras y plátanos hay en total?
 =



Fuente: <https://www.digital.santillana.es> (LM 2º, p. 90)

Figura 4.2. Actividad de “construir”

2 Fíjate en la tabla y representa sus datos en un gráfico de sectores.

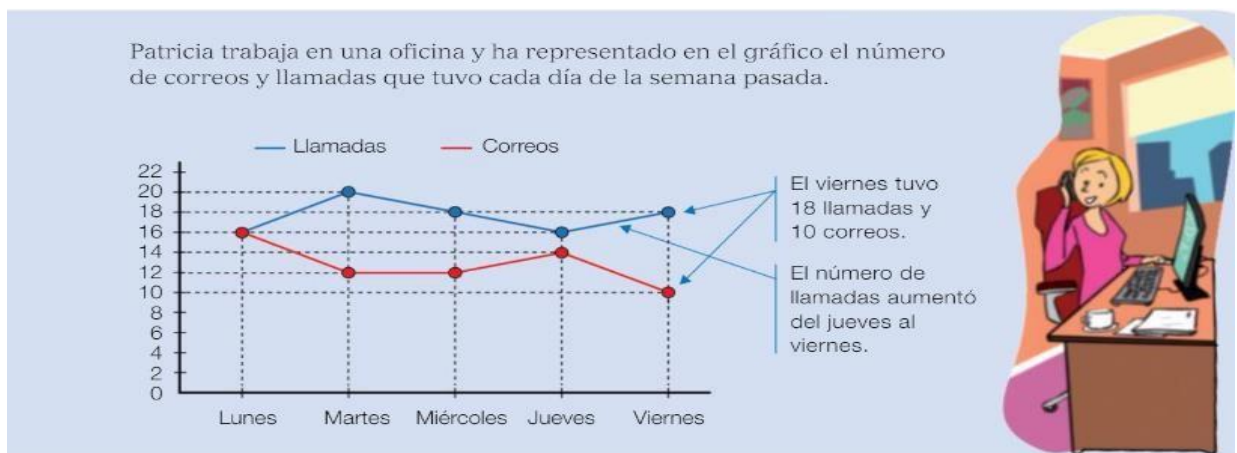
En un hotel hay alojadas muchas personas de varios continentes.



Continente	N.º de huéspedes
Europa	50
África	15
América	20
Asia	35

Fuente: <https://www.digital.santillana.es> (LM 5º, p. 239)

Figura 4.3. Actividad de “ejemplificar”



Fuente: <https://www.digital.santillana.es> (LM 6º, p. 36)

Figura 4.4. Actividad de “justificar”



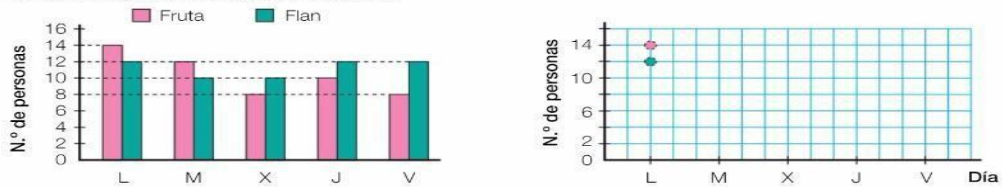
1 Observa el gráfico de sectores anterior y contesta.

- ¿Qué medio de transporte es el más utilizado?
- María piensa que vienen más empleados en sus propios vehículos que en transporte público. ¿Tiene razón?
- El próximo mes el aparcamiento de la empresa va a estar en obras. ¿Sería una buena idea poner más autobuses de la empresa? ¿Por qué?

Fuente: <https://www.digital.santillana.es> (LM 6º, p. 200)

Figura 4.5. Actividad de “traducir”

2 Representa en tu cuaderno en el gráfico lineal los postres pedidos cada día en un restaurante. Después, contesta.



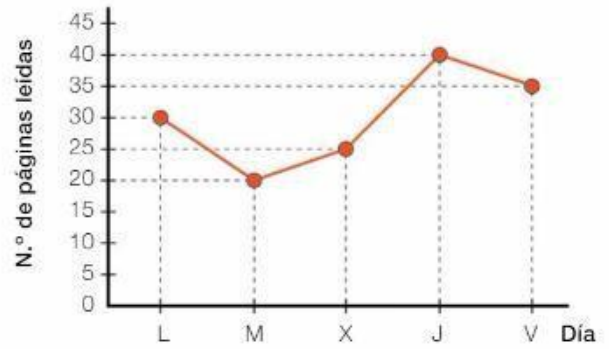
- ¿Entre qué días aumentó el consumo de cada tipo de postre?
- ¿Qué día hubo más clientes que pidieron postre?

Fuente: <https://www.digital.santillana.es> (LM 6º, p. 68)

Figura 4.6. Actividad de “recoger datos”

Plantea preguntas a partir del gráfico o la tabla y resuélvelas.

1



2

Pasteles hechos	Pasteles solo de crema	Pasteles de crema y fresa	Pasteles solo de fresa	Pasteles de otros sabores
210	95	30	50	35

Fuente: <https://www.digital.santillana.es> (LM 5º, p. 164)¹