



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación.

Trabajo de Fin de Grado.

LA IMPORTANCIA DE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS ELEMENTALES VERBALES EN EDUCACIÓN PRIMARIA.

Alumno: Alejandro Muñoz Romero

Tutor: Abu-Helaiel, Khader F

Dpto.: Didáctica de las Matemáticas

Mayo, 2020

INDICE

1. Introducción	2
2. Objetivo	3
3. Fundamentación curricular.	3
4. Fundamentación epistemológica.	4
5. Fundamentos didácticos.	13
6. Proyección didáctica.	18
7. Implementación de la unidad didáctica en el Practicum.	33
8. Autoevaluación de la unidad didáctica implementada	33
9. Conclusiones	34
10. Documentación legislativa	35
11. Lista de referencias.	36
12. Anexos	

1. INTRODUCCIÓN.

En el campo de la educación la información fundamentada y respaldada es un instrumento esencial para un desempeño eficiente de la acción docente, al igual que contribuye favorablemente al proceso de enseñanza-aprendizaje, promocionando así las competencias básicas que deben adquirir los niños en su etapa educativa y mejorando la asimilación de los conceptos en un rango más amplio. El área de las matemáticas no queda separado de este hecho, y por ello se necesita realizar revisiones bibliográficas acerca de los diferentes elementos tratados en esta área.

Durante el presente trabajo se realizará el primer proceso para la mejora de la resolución de problemas verbales aritméticos presentes en la educación primaria, este apartado constituye un pilar esencial en el trabajo del área de matemática y promoción de la competencia matemática. El conjunto de esto hace imprescindible que los docentes hagan una reflexión sobre los modelos de aprendizaje que los alumnos llevan a cabo para aprender los contenidos y las características de los diferentes discursos matemáticos generados en la clase, promoviendo así el dominio procedimental y conocimiento necesario acerca de la resolución de los problemas matemáticos. Se debe además informar acerca de la relación existente entre los procesos cognitivos y las estrategias utilizadas para la solución de problemas verbales aritméticos y la solución a los posibles problemas que los alumnos se enfrenten en su vida cotidiana, diferenciándolo así de una simple variante de modelos para trabajar las operaciones matemáticas, aportando un valor añadido a su utilización, eficaz y primordial.

Las matemáticas se ocupan de estudiar y explicar las cantidades, los cambios y relaciones entre diferentes elementos, el espacio y las formas, así como la incertidumbre que se crea en su entorno. La resolución de problemas en matemáticas se convierte en un instrumento primordial con las que trabajar las matemáticas y sus componentes. En cambio, en las escuelas ha imperado la preocupación por la instrucción de los algoritmos matemáticos respecto a las operaciones aritméticas en contraposición al desarrollo de los procesos cognitivos y estrategias de resolución necesarios, como el razonamiento, el orden y la comprensión de lectora, lo cual relaciona extensamente la competencia matemática y la competencia lingüística.

Uno de los ejemplos más significativos que se puede observar por lo general en las sesiones de matemáticas cuando se le propone problemas aritméticos elemental verbales, es la pregunta reiterada de ‘Maestro/a, ¿Qué tengo que sumar o restar?’” esto muestra el objetivos de los alumnos por hallar la operación que necesitan realizar encontrar la solución, a diferencia de intentar entender la estructura semántica del enunciado y actuar en consecuencia a ello, dejando a un lado la memorización y la mecanización de las operaciones aritméticas.

Por todo ello, en este trabajo realizo una revisión bibliográfica sobre los tipos problemas verbales aritméticos en educación primaria, la posible problemática a la hora de resolverlos, los factores que pueden inferir en la resolución del problema.

2. OBJETIVO.

La comprensión de los procesos cognitivos y del pensamiento matemático necesario para que los alumnos puedan realizar los problemas elementales aritméticos verbales de forma exitosa es de gran interés para los docentes que deben impartir el área de matemáticas, esto junto con el conocer los tipos de problemas, los niveles de dificultad y su incorporación en la educación primaria, las estrategias de resolución utilizadas, los errores más repetidos y los posibles factores que intervienen favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje, permiten al docente aplicar todo el conocimiento volviendo más eficiente su acción docente al igual que favorece el desarrollo cognitivo del alumnado, consiguiendo alcanzar los objetivos generales y específicos del área de Matemáticas. Por ello, se realiza un análisis y revisión bibliográfica sobre los problemas elementales aritméticos verbales durante la etapa de educación primaria, y se plantea un proyecto didáctico que cumpla con la información recabada en el presente documento.

3. FUNDAMENTOS CURRICULARES.

El currículo elaborado para la Educación primaria en España determina cuáles serán los planes de formación para el alumnado en esta etapa, es por ello que se necesita conocer y planificar en concordancia con esto toda actividad o práctica de formación planteada para el alumno.

Como documentos oficiales la LOMCE aporta un listado de elementos del currículo que estarán integrados en la programación del curso, tales como los objetivos de enseñanza de cada área en cada etapa, las competencias que se deben desarrollar en el alumnado, los contenidos según cada área que ayudaran a conseguir el conjunto de destrezas, conocimiento y habilidades que debe alcanzar para cada etapa, las metodologías didácticas, los estándares de aprendizaje y los criterios de evaluación.

En la LOMCE se observa el nombramiento de las 7 competencias claves que el alumno debe alcanzar y como una de las más importantes, la competencia matemática y competencia básica en ciencia y tecnología. Se debe entender que las competencias claves se adquieren como resultado de la cooperación de varias áreas o materias.

Respecto a la documentación oficial en la comunidad autónoma de Andalucía, tenemos que entender que se rige por la Orden de 17 de marzo de 2015, en este documento se establece el currículo para las diferentes áreas de Educación primaria en Andalucía, entre ellas el área de las matemáticas donde se recoge los 8 objetivos del área de Matemáticas para la etapa de educación primaria, los criterios de evaluación e indicadores por cada ciclo juntos con los contenidos a desarrollar, todos estos elementos relacionados a su vez con las competencias claves, presentados en tablas.

4. FUNDAMENTOS EPISTEMOLÓGICOS.

4.1 Los problemas aritmético elementales verbales matemáticos.

Son el recurso por excelencia para desarrollar los contenidos del área de matemáticas, pero en que consiste. El problema aritmético está constituido por un enunciado, este aporta información cuantitativa, ya que los datos suelen ser cantidades y presenta una relación entre los diferentes datos aportados. Todo ello junto con una pregunta o incógnita, que es la que debe contestar el alumno, esta respuesta debe ser el resultado de ciertas operaciones aritméticas llevadas a cabo por el alumno. La presentación en el enunciado de los datos y la incógnita aporta a cada problema aritmético una categoría dentro del tipo de operación aritmética que tenga que realizar. Por lo tanto, en los PAEV consiste en la combinación de números y palabras claves que se combinan según la realidad del aula.

4.1.1 Tipos de problemas elementales aritméticos de adicción y sustracción.

La información recabada entre los profesionales del área de matemáticas sobre el conocimiento matemático centrado en la resolución de problemas aritméticos elementales verbales (PAEV) es amplia y diversa, donde es importante destacar los tipos de problemas según su estructura semántica y los niveles de dificultad que presentan. Estos elementos permiten categorizar los posibles problemas presentados en el área de las matemáticas, al igual que aportan información relevante acerca de su uso e introducción en la etapa de Educación primaria. Por lo general se han presentado tres tipos de problemas de adicción y sustracción, ya que muchos autores como Riley, Greeno y Heller (1983), Puig y Cerdán (1988) Orrantia (2003 y 2006), o Cañadas y Castro (2011) publicaron artículos acerca del modelo de clasificación de problemas verbales aritméticos de adicción y dependiendo de tres situaciones básicas presentadas en los enunciados, estos tipos son: el cambio, la combinación y la comparación. A su vez de estos tipos de problemas se puede extraer diferentes problemas según la estructura como los planteados por Lindvall e Ibarra (1980). Aunque con el correr de los años, estos autores han coincidido en que se le debe agregar una nueva categoría en función de la estructura semántica, los llamados problemas de igualación, este es una combinación entre los problemas de cambio y combinación.

También se puede hacer referencia a los problemas según su categoría de canónicos o no canónicos según el lugar de la incógnita, los canónicos serán los problemas donde la incógnita se posicione en el lugar del resultado y por el contrario los no canónicos o inconsistentes se les denominara a los problemas donde la incógnita se encuentre en cualquiera de los elementos restantes. Para Nunes y Bryant, (1996) este formato de categorización era imprescindible para valorar el nivel de dificultad, ya que los denominados canónicos son más fáciles de resolver que sus opuestos. Esta afirmación no dista mucho de la realidad, ya existe una relación sinérgica entre los problemas canónicos y las operaciones básicas de suma y resta realizadas durante el desarrollo educativo. Por ello es imprescindible realizar una diferenciación entre los problemas aritméticos y las operaciones aritméticas básicas. Evidentemente los problemas no canónicos son más difíciles de resolver, principalmente es porque el conocimiento conceptual necesario es más avanzado.

En definitiva, los problemas canónicos se pueden resolver a partir del modelado directo, construyendo el modelo de la situación del problema de forma progresiva, elemento por elemento, de forma cronológica a la presentada por el enunciado. Es por esta razón por la cual el conocimiento matemático requerido para resolver los problemas canónicos no van más allá del uso de relaciones numéricas de carácter cuantitativo básico. El conocimiento conceptual y dificultades en la resolución de problemas verbales aritméticos en el nivel inicial permiten el desarrollo de estrategias de conteo apropiadas para resolver este tipo de situaciones problemáticas (Orrantia, 2003).

A diferencia de los anteriores, la resolución de los problemas no canónicos o inconsistentes requiere planificar la información aportada por el enunciado a un esquema más global. Para realizar este esquema se necesita identificar los diferentes elementos dentro del texto y darle el significado necesario, ya intervenga como elemento individual o conjunto. La comprensión de los alumnos del rol de cada parte para alcanzar la identificación del todo es imprescindible para el éxito en la resolución del problema, ya que existe gran posibilidad de respuesta equivocada por parte de los niños y la realización de operaciones inapropiadas, así Irwin (1995) propuso que no existe evidencia que relacione la exitosa solución de problemas verbales con una comprensión de relación parte-todo en el problema.

Esta forma de estructurar los problemas, al igual que la utilizada para los problemas canónicos, se ve sugestionada por factores que afectan al entendimiento del problema y por consiguiente al éxito en la resolución de problema, estos factores pueden ser categorizados en 4 tipos según Lester (1983), estos factores son 1) factores vinculados a la tarea; 2) factores relacionados con los procesos; 3) factores dependientes del sujeto, y 4) factores ambientales, y posteriormente profundizaremos en ellos.

En este apartado se expone y explica las categorías semánticas de los PAEV que pertenecen a las operaciones de adicción y sustracción anteriormente nombradas, y que están respaldados por multitud de autores como Orrantia (2003 y 2006).

Cambio: Este tipo de problemas se centran en cantidades iniciales a la que se le realiza un cambio, lo que puede aportar una nueva cantidad final mayor o menor según el cambio sufrido. La incógnita en este tipo de problemas puede ocupar cualquiera de los tres factores (cantidad inicial, cambio y cantidad final) produciendo 6 tipos de problemas de cambio donde se utilizará la adicción o la sustracción, según el sentido y la posición de la incógnita. Véase tabla 1.

Tabla 1. Tipo de problemas aritméticos de cambio.

<i>Tipo de Problema</i>	<i>Cantidad Inicial</i>	<i>Cambio</i>	<i>Cantidad Final</i>	<i>Sentido</i>	<i>Operación</i>
1	Conocido	Conocido	Incógnita	Aumento	Adicción
2	Conocido	Conocido	Incógnita	Disminución	Sustracción.
3	Conocido	Incógnita	Conocido	Aumento	Sustracción.
4	Conocido	Incógnita	Conocido	Disminución	Sustracción.
5	Incógnita	Conocido	Conocido	Aumento	Sustracción
6	Incógnita	Conocido	Conocido	Disminución	Adicción.

Combinación: En esta ocasión, la problemática se encuentra en la relación de dos cantidades que forman un todo, en esta categoría no existe aumento o disminución de un elemento, sino que se pregunta por una parte o por el conjunto. Véase tabla 2.

Tabla 2. Tipo de problemas aritméticos de combinación.

<i>Tipo de Problema</i>	<i>Cantidad I</i>	<i>Cantidad II</i>	<i>Cantidad Final</i>	<i>Sentido</i>	<i>Operación</i>
1	Conocido	Conocido	Incógnita	Combinar	Adicción
2	Incógnita	Conocido	Conocido	Completar	Sustracción

Comparación: En este tipo de problemas se crea una relación de comparación, donde una cantidad (cantidad comparada) se compara a otra cantidad (cantidad referente) en búsqueda de un diferencial, de esta relación surgen 6 tipos de problemas según el lugar de la incógnita y el lugar que ocupe la cantidad mayor y la menor. Véase tabla 3.

Tabla 3. Tipo de problemas aritméticos de comparación en adicción y sustracción.

<i>Tipo de Problema</i>	<i>C.Comparada</i>	<i>C.Referente</i>	<i>Diferencial</i>	<i>Sentido</i>	<i>Operación</i>
1	Conocido	Conocido	Incógnita	Aumento	Sustracción
2	Conocido	Conocido	Incógnita	Disminución	Sustracción
3	Incógnita	Conocido	Conocido	Aumento	Adicción
4	Incógnita	Conocido	Conocido	Disminución	Sustracción.
5	Conocido	Incógnita	Conocido	Aumento	Sustracción.
6	Conocido	Incógnita	Conocido	Disminución	Adicción

Igualación: es la categoría de problemas verbales aritméticos que recientemente se ha incorporado como nuevo tipo de problema de adicción, ya que consiste en una combinación entre los problemas tradicionales de cambio y comparación, donde se realiza una estructura aditiva de relación comparativa de igualdad entre dos cantidades. Al igual que ocurre en los problemas de comparación, la posición de la incógnita junto con el lugar de la cantidad menor y la cantidad mayor forman 6 tipos de problemas de igualación. Este tipo de problemas se caracteriza por incorporar la estructura “mismo que” en la pregunta del problema. Véase tabla 4.

Tabla 4. Tipo de problemas aritméticos de igualación en adicción y sustracción.

<i>Tipo de Problema</i>	<i>de Cantidad Comparada</i>	<i>Cantidad Referente</i>	<i>Cantidad Diferencial</i>	<i>Sentido</i>	<i>Operación</i>
1	Conocido	Conocido	Incógnita	Aumento	Sustracción
2	Conocido	Conocido	Incógnita	Disminución	Sustracción
3	Incógnita	Conocido	Conocido	Aumento	Adicción
4	Incógnita	Conocido	Conocido	Disminución	Sustracción.
5	Conocido	Incógnita	Conocido	Aumento	Sustracción.
6	Conocido	Incógnita	Conocido	Disminución	Adicción

4.1.1.1 Niveles de dificultad en los problemas elementales aritméticos verbales en educación Primaria de Adición y sustracción.

Los niveles de dificultad pueden dividirse en los tres ciclos de primaria: primer ciclo, segundo ciclo y tercer ciclo, en cada uno de ellos se incorpora una variante de los tipos de problemas anteriormente descritos: cambio, combinación, comparación e igualdad. Este modelo de categorización únicamente atiende a los procesos cognitivos necesarios para llevar a cabo la solución al problema, dejando a un lado las posibles problemáticas o dificultades añadidas a los problemas verbales aritméticos. Este modelo que permite graduar los niveles de dificultad está estrechamente relacionado con los estadios del desarrollo cognitivo descrito por Piaget.

Cuando se busca tener las primeras interacciones con los primeros problemas aritméticos de la categoría de cambio en alumnos de primer ciclo de primaria, se debe elegir los más básicos y sencillos, estos son los de tipo 1 y 2, donde la incógnita se encuentra en la cantidad final, y un paso más avanzado en el mismo ciclo se utilizaría los de tipo 4, donde la incógnita se encuentra en el cambio sufrido y se obtiene mediante una sustracción. Para segundo ciclo se sigue trabajando los anteriormente nombrados incorporando los de tipo 6. Y por último, los que contienen una dificultad añadida ya que ambas se realizan mediante sustracción pero en sentido aumento se introducen en el tercer ciclo.

La complejidad arraigada en los problemas aritméticos de combinación no es muy grande, por ello se suelen incorporar ambos tipos, 1 y 2, en el primer ciclo de educación primaria. Esto se debe a que el primer tipo trata de reunir 2 cantidades aportadas en el enunciado del problema, el segundo tipo tiene el mismo nivel de dificultad pero se suele incorporar tras el primero puesto que consiste en una sustracción, un ejemplo de esto podría ser “Juan tiene una cesta con 6 frutas, si tiene 3 manzanas ¿Cuántas naranjas tiene?”

Llegados a este punto nos quedarían dos categorías por nivelar, la categoría de comparación y la categoría de igualdad. Tomando en consideración que son categorías diferentes, la incorporación de estos tipos de problemas en los diferentes ciclos de educación primaria se realiza de forma muy similar. Los tipos 2, 3 y 4, de ambas categorías se incorporan en el primer ciclo de educación primaria, los problemas de tipo 1 se incorporan en el segundo ciclo de primaria, y los dos últimos tipos de problemas en insertarse son los de tipo 5 y 6 en el tercer ciclo.

4.1.2 Tipos de problemas elementales aritméticos verbales de multiplicación y división.

Los PAEV de multiplicar y dividir presentan nuevos desafíos al alumnado de Educación Primaria, ya que presenta nuevas cantidades a utilizar y comprender las diferentes relaciones establecidas entre ellas. Por ende, parece imprescindible conocer y afianzar la naturaleza de estas cantidades, ya son las que aportan la clasificación de los problemas de multiplicación y división.

En este apartado se expone y explica las categorías semánticas de los PAEV que pertenecen a las operaciones de multiplicación y división, y que autores como Nesher, P (1992) respalda. La multiplicación es entendida muchas veces como una adición reiterada, y es con esa idea con la que se suele incorporar al sistema educativo, siendo la forma ideal partir desde la problemática de su entorno, favoreciendo la visión real de las matemáticas y portándole un papel de herramienta indispensable para nuestra vida. La multiplicación se debe entender entonces como un medio para abreviar los procesos de suma reiterada, durante esta etapa se utilizan PAEV de multiplicación entera, donde se necesita una sola operación para resolver el problema.

Cuando hablamos de PAEV de multiplicación debemos entender el papel que realizan las diferentes cantidades aportadas, los papeles que desempeñen pueden ser: el estado que expresa la medida de una cantidad o el cardinal de un conjunto, la razón que es el cociente entre cantidades de magnitudes diferentes, o el papel de comparación que indica el número de veces que una cantidad está contenida en otra cantidad de la misma magnitud.

También debemos entender que se incluyen las cantidades extensivas e intensivas, las extensivas representan número de objetos que pertenecen al mundo real, que a su vez pueden ser cantidades extensivas continuas como el peso de una persona, la longitud de un campo de fútbol, etc., o puede ser cantidades extensivas discontinua como son objetos reales.

Por otro lado las cantidades intensivas reflejan la combinación o razón de cantidades extensivas, estableciéndole la función de razón o proporción, esto aunque haga referencia a esa relación entre dos cantidades del mundo real no se presenta físicamente como nada, esto puede ser las unidades de galletas por cada paquete, los kilómetros por hora a los que va un coche.

Una de las clasificaciones más actuales para los problemas aritméticos de multiplicación y división son los aportados por Echenique (2006)

Problemas por razón o tasa: los problemas de este tipo suelen aportar en el enunciado tres medidas de magnitud diferentes, donde una de ellas es intensiva, resultante de relacionar las otras dos magnitudes extensivas. Este tipo de problemas aporta tres posibilidades de problemas de razón. Razón 1, donde la incógnita se encuentra en una de las cantidades extensivas utilizadas para obtener la cantidad intensiva; los problemas de Razón 2, que presentan en la magnitud extensiva no destinada a calcular la intensiva; y los de Razón 3, la cuál dará la información sobre la magnitud extensiva y el resultado, dejando la cantidad intensiva en incógnita. Véase tabla 5.

Tabla 5. Tipo de problemas aritméticos de razón en multiplicación y división.

<i>Tipo Problema</i>	<i>C. Extensiva</i> <i>Ce1</i>	<i>C. intensiva</i> <i>Ci=Ce/Ce1</i>	<i>C. extensiva</i> <i>Ce</i>	<i>Operación</i>
Razon 1	Conocido	Conocido	Incógnita	Multiplicación
Razón 2	Incógnita	Conocido	Conocido	División
Razón 3	Conocido	Incógnita	Conocido	División

Problemas de Comparación o factor N: este tipo de problemas presenta similitudes a los problemas de adicción comparativa, ya que en este tipo de problemas también aparecen dos cantidades similares a las utilizadas en los de adición, esto son la cantidad referente y la cantidad comparada. La diferencia aparece al establecer entre ellas una razón o factor (F), contando con estas 3 cantidades se pueden plantear 6 tipos de problemas de comparación. También es importante tener en cuenta los términos utilizados en el enunciado, términos como ‘‘más veces que’’ o ‘‘menos veces que’’. Véase tabla 6.

Tabla 6. Tipo de problemas aritméticos de comparación en multiplicación y división.

<i>Tipo de Problema</i>	<i>C.Comparada</i>	<i>C. Referente</i>	<i>C. Diferencial</i>	<i>Operación</i>
Comparación 1	Conocido	Conocido	Incógnita	Multiplicación.
Comparación 2	Conocido	Conocido	Incógnita	División.
Comparación 3	Conocido	Incógnita	Conocido	División.
Comparación 4	Conocido	Incógnita	Conocido	División.
Comparación 5	Incógnita	Conocido	Conocido	División.
Comparación 6	Incógnita	Conocido	Conocido	Multiplicación

Problemas de reparto equitativo o grupos iguales: son los problemas que presentan cantidades que deben ser repartidas de forma equitativa según los grupos o elementos requeridos. En el enunciado aparecen 3 elementos que permiten elaborar 3 tipos de problemas de reparto equitativo. Los elementos de cantidad a repartir, número de grupo y elementos que integran cada grupo. Véase tabla 7.

Tabla 7. Tipo de problemas aritméticos de reparto equitativo en multiplicación y división.

<i>Tipo de Problema</i>	<i>Cantidad repartir.</i>	<i>a Número grupos</i>	<i>de Elementos grupo</i>	<i>por Operación</i>
Reparto 1	Conocido	Conocido	Incógnita	División.
Reparto 2	Conocido	Incógnita	Conocido	División.
Reparto 3	Incógnita	Conocido	Conocido	Multiplicación.

Problemas de producto cartesiano: este tipo de problema trata todas las posibilidades que se encuentra entre los objetos de tipo 1 y los objetos de tipo 2. Véase tabla 8.

Tabla 8. Tipo de problemas aritméticos de producto cartesiano en multiplicación y división.

<i>Tipo de Problema</i>	<i>Cantidad cartesiano 1.</i>	<i>objeto Cantidad objeto cartesiano 2</i>	<i>Posibilidades</i>	<i>Operación</i>
Reparto 1	Conocido	Conocido	Incógnita	Multiplicación.
Reparto 2	Incógnita	Conocido	Conocido	División.
Reparto 3	Conocido	Incógnita	Conocido	División.

5. FUNDAMENTOS DIDÁCTICOS.

5.1 Proceso de Resolución de problema aritmético elemental verbal.

Para las ciencias y las matemáticas resolver problemas ha sido siempre un aliciente para la investigación y el desarrollo, además se establece como un tema de interés central para los docentes del área de las matemáticas tanto en educación primaria como en niveles superiores de escolarización. Desde los problemas más simples hasta los más complejos suelen guiarse por procesos de resolución clásicos y expuestos por autores de renombre como Polya (1945) que veía necesario la consecución de puntos imprescindibles y correlativos, donde se encontraba: Comprender el problema, concebir un plan para resolverlo, llevar a cabo el plan y evaluación retrospectiva del resultado. El cumplimiento indiscutible de estos puntos junto con la respuesta a cada pregunta que acompaña las fases del proceso de resolución de problemas, hicieron ineludibles las referencias a Polya cuando se habla de resolución de problema.

Este proceso para resolver problema ha sido reafirmado por otros autores en el que se ve claramente la influencia de George Polya en sus trabajos, como por ejemplo LeBlanc (1980) el cual plantea un modelo instructivo destinado a la escuela básica para la resolución de problemas que está basado en las premisas de Polya. Otros autores proponen guías de resolución de problemas que se le entregaría a los alumnos, cuando fuese necesario, el cual describiría los pasos necesarios a seguir según el tipo de problemas, autores como Charles y Lester (1982) que también cumpliría las premisas descritas por Polya.

Es indiscutible la influencia de Polya en el campo de la enseñanza de las matemáticas, pero su modelo se ha visto debilitado por no cubrir todos los campos de la resolución de problemas, especialmente en los aspectos metacognitivos de las conductas de resolución de problemas, las situaciones reales a las que nos exponemos y la cantidad de recursos que tenemos disponibles. Para Schoenfeld (1982) la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos ha partido siempre desde un enfoque instructivo y busca una conducta más directiva, ya que defiende que las decisiones llevadas a cabo para resolver problemas tienen un impacto más contundente que adiestrar a los alumnos en la heurística, ya que el alumnado debe ser capaz de seleccionar los medios adecuados para cada problema y si no son capaces de hacerlo no pueden obtener ningún beneficio de los recursos heurísticos.

5.2 Errores más comunes en la resolución de problemas aritméticos elementales verbales.

En general, durante el desarrollo de los PAEV el alumnado puede encontrar varios problemas, estos se asocian a errores ligados a la ejecución de los algoritmos matemáticos durante la realización de las operaciones de suma y resta, y los errores unidos al entendimiento y comprensión del enunciado del problema

Errores ligados a la ejecución de algoritmos matemáticos de suma y resta.

Los alumnos durante los primeros años del proceso educativo y con la incorporación de nuevos procesos matemáticos como la suma y la resta suelen equivocarse de manera sistemática y reiterada, lo que permite realizar una numeración sobre los errores más usuales que se podrá agrupar en 8 subgrupos: 1) La colocación de los números a la hora de realizar una operación ya que a la hora de anotar las cantidades las realiza de izquierda a derecha en vez de derecha a izquierda, quedando las columnas decimales de forma incorrecta, 2) Error en la obtención de los resultados numéricos básicos a consecuencia de equivocarse en el resultado de la suma o la resta, 3) Error en el orden de obtención del resultado ya que comienza la operación por la izquierda en vez de por la derecha, 4) Error en la resta de números menor y el mayor, sin tener en cuenta la posición del minuendo o el sustraendo, 5) Colocación del valor cero al encontrar una resta que no puede realizar ya que el sustraendo es mayor que el minuendo, 6) Error del lugar vacío, este puede estar provocado por la ausencia del último valor en el minuendo, 7) Error de olvido de llevada donde no inserta la llevada en la columna siguiente y 8) Error de escritura del resultado completo, el cual consiste en escribir el resultado de la operación de dos números que da como resultado otro de dos cifras, ese número lo escribe completo sin tener en cuenta la posición de la operación y sin convertirla en llevada. Cid, Godino y Batanero (2002)

Errores unidos a la estructura sintáctica del enunciado, lenguaje utilizado y comprensión lectora.

Los errores en los algoritmos matemáticos en las operaciones de suma y resta son usuales pero suele solventarse mediante la práctica y entreno, pero cuando se hace referencia a los errores sobre las estructuras sintácticas, ya no es únicamente competencia del área de matemática sino que además indica la implicación del área de Lengua Castellana y Literatura.

Los errores más comunes aparecen por el uso del condicional simple y el pretérito imperfecto del subjuntivo, ya que son tiempos verbales con los que el alumno suele tener menos contacto, la utilización de oraciones subordinadas adverbiales condicionales, añadiendo aún más complejidad si se sitúan en el final del problema. El uso reiterado de pronombres durante la explicación de los PAEV también induce a cometer errores a la hora de identificar los elementos del problema. Un ejemplo de este tipo de error es suministrar como respuesta un dato del propio problema o confundir la operación necesaria que debe realizar para resolver el problema.

Que el texto contenga congruencia es esencial para la comprensión lectora, ya que esta congruencia o incongruencia del texto aporta información esencial para la resolución del problema. El uso de lenguaje difuso, complejo o desconocido para los alumnos provoca errores y desinterés en los alumnos, pudiendo provocar la ausencia de respuesta, la aportación de respuesta cualitativa o responder por aproximación.

5.3 Factores que afectan al éxito en la solución de problemas

Desde el lado de la psicología cognitiva, Lester (1983), nombró un conjunto de categorías de factores que afectan a la solución exitosa de problemas en general y que a su vez también afecta a los problemas aritméticos, estos factores son 1) factores vinculados a la tarea; 2) factores relacionados con los procesos; 3) factores dependientes del sujeto, y 4) factores ambientales.

Factores vinculados a la tarea

En esta categoría se concentran los factores ligados a la tarea, aquellos relacionados con la naturaleza del problema, contenido, contexto, sintaxis y estructura. La mayoría de las investigaciones y trabajos realizados durante años han intentado centralizar las dificultades en los problemas elementales aritméticos verbales mediante técnicas que intentaban relacionar variables independientes con otras variables dependientes. Todo ello sin éxito, ya que la ausencia de una teoría global dificultaba el reparto de importancia por elemento del problema.

Aunque no se ha alcanzado una idea unánime, las técnicas utilizadas dado un salto hacia el análisis estado-espacio, que aporta una representación completa de los algoritmos y estructuras lógicas de una tarea y de forma simultánea permiten estudiar el efecto de la estructura de los problemas en la ejecución de quien lo resuelve.

Factores dependientes del sujeto

Normalmente se ha considerado que las características del sujeto juegan un papel importante en el éxito o fracaso en la solución de un problema. Algunos factores comúnmente involucrados son: el conocimiento matemático, la experiencia previa, el nivel lingüístico y la habilidad lectora, la perseverancia, la memoria, la tolerancia a la ambigüedad, las habilidades espaciales, la capacidad de organizar los elementos y transferirlos, y la edad. Una tendencia repetida durante años ha sido la construcción de modelos que representan las diferencias y similitudes entre los elementos del problema y los solucionadores del problema que contribuyen de forma significativa a la resolución eficiente de los problemas. Chi, Feltovich y Glaser (1981) compararon el comportamiento de personas instruidas en la resolución de problemas matemáticos con jóvenes, y concluyeron que los jóvenes tienden a representar los problemas en términos de características superficiales, mientras que los expertos utilizaban la categorización por principios fundamentales. Esto demostró que todo el conocimiento previo facilita la resolución de problemas elementales aritméticos verbales.

Factores ambientales

La resolución de problemas aritméticos puede estar influenciada por un gran número de factores externos. Aunque la mayoría de los educadores del área de las matemáticas acuerdan que se debe centrar la atención a los factores relacionados con la instrucción. De la que se extraen cuatro: 1) Instrucciones para el desarrollo de las estrategias de pensamiento; 2) instrucciones para el aprendizaje del uso de herramientas específicas de pensamiento 3) instrucciones para el aprendizaje del uso de reglas generales de la heurística; 4) instrucción en el uso de reglas específicas de la heurística. El aprendizaje y desarrollo de estas destrezas repercuten en la resolución de problemas, ya que las estrategias de pensamiento se pueden emplear independientemente del tipo de problema y su naturaleza, al igual las herramientas específicas de pensamiento buscan aportar al sujeto que debe resolver el problema una aglomeración de posibles pautas y métodos que potencialmente intervienen favorablemente.

La mayoría de métodos diseñados para fomentar las estrategias generales y específicas de descubrimiento o heurísticas son las propuestas básicamente por Polya (1965), entre los que encontramos el simplificar el problema, trabajar hacia atrás, la organización de la información, planteamiento del problema y el uso de un medio para alcanzar un fin.

En unión al desarrollo de las estrategias descritas anteriormente, se busca entrenar estrategias cognitivas y metacognitivas, en las que se incluyen la valoración de los posibles conocimientos adquiridos al igual que estrategias de control como son el garantizar que se comprende el problema antes de intentar resolverlo, el realizar un plan de actuación, verificar cada cierto tiempo que se ejecuta correctamente los pasos planificados durante el proceso. Siendo esta última, la autocorrección un paso fundamental que permite asegurar el uso correcto del conocimiento previo y el adquirido.

Factores relacionados con los procesos mentales.

Los procesos mentales necesarios para la resolución de problemas por parte de los sujetos, han sido siempre objeto de estudio para muchos expertos en el área de las matemáticas, al igual que un motivo de investigación para el campo de la psicología. Uno de los estudios que reflejan e intenta describir los procesos llevados a cabo por alumnos de primer grado en la resolución de problemas de suma aritmética de números menores de 10 fue el expuesto por Suppes y Groen (1967), posteriormente se extrapolo el estudio a otros procesos aritméticos como la resta, multiplicación y las fracciones con el objetivo de explicar los diferentes procesos llevados a cabo.

La información acerca de los posibles procesos mentales necesarios según el tipo de problema aritmético es amplia y aun habiendo similitudes, es el área de la aritmética mental junto con la técnica de análisis cromométrico la cual aporta más información, esta técnica consiste en realizar un cronometraje del tiempo requerido por un sujeto para resolver un problema en función de los procesos cognitivos requeridos.

6. PROYECCIÓN DIDÁCTICA.

TÍTULO: La integración de los PAEV durante todo el curso escolar de segundo ciclo.

6.1 JUSTIFICACIÓN

El fomento y desarrollo de la competencia matemáticas es el objetivo principal del área de las Matemáticas en educación primaria, donde se debe focalizar el interés sobre las capacidades individuales de cada alumno y alumna para así puedan analizar y comprender las diferentes situaciones, identificar conceptos y procedimientos matemáticos aplicables, razonar sobre los procedimientos seguidos y los resultados obtenidos, generar soluciones y expresar los resultados de manera adecuada.

Si nos circunscribimos al campo de esta asignatura, se le denomina en términos genéricos la competencia Matemática o alfabetización matemática del alumnado, concepto con el que nos referimos a la capacidad individual de cada alumno para solventar situaciones que se pueden dar en la vida cotidiana, utilizando para este fin los conceptos y procedimientos matemáticos.

El área de las Matemáticas durante la etapa de Educación primaria debe basarse en la experiencia, el aprendizaje de los contenidos desde lo más próximo al alumno hasta alcanzar los conceptos más complejos. Esto se debe plantear desde la identificación y la resolución de problemas aprendiendo a utilizar el conocimiento en contextos funcionales que estén relacionados con situaciones cotidianas cercanas al alumno, permitiendo así obtener nuevas experiencias que permitan al alumno aumentar su conocimiento previo.

Durante todo el proceso del desarrollo cognitivo del alumno durante la educación primaria se utiliza la resolución de problemas como uno de los pilares principales en el área de las matemáticas, ya que supone debe suponer un desafío para el alumno que implica utilizar muchas de las capacidades básicas como es la lectura y la comprensión lectora, la reflexión y razonamiento, planificación y organización de un plan de intervención para la resolución del problema, también supone el aprendizaje de estrategias y procedimientos tanto cognitivos como heurísticos. Para estos fines, la resolución de problemas debe concebirse como un aspecto fundamental para el desarrollo de las capacidades y competencias básicas en el área de matemáticas y como elemento esencial para la construcción del conocimiento matemático. Es por ello fundamental su incorporación sistemática y metodológica en todas las unidades didácticas dentro de una programación didáctica.

6.2 CONTEXTUALIZACIÓN DEL CENTRO Y AULA.

La situación del centro en el entorno del barrio es bastante cotidiano, combinado con los edificios de viviendas de donde proceden la mayoría de los alumnos aparece por un lado como un foco de atención educativa y cultural que irradia centralidad hacia el entorno, ya que se encuentra completamente integrado, donde la distancia geográfica es escasa, lo que provoca una especial implicación de los familiares en trascurso del curso escolar.

Desde su inauguración, la aportación y la participación de los padres y madres, a través de las diferentes directivas de las AMPAS ha sido muy importante. La contribución de este sector al buen funcionamiento del Colegio ha sido decisiva, tanto para paliar las disfunciones que la realidad diaria presentaba, como para asumir propuestas de mejora que consiguieran elevar la imagen interna y externa del centro, creando un clima de entendimiento muy positivo.

En las familias, por lo general la situación laboral es favorable, en donde algunas familias trabajan ambos integrantes. Esto junto con al nivel de instrucción alto, ya que el 60-70% de los padres tienen estudios de grado medio y superior, y al menos un 10% desarrollan puestos de altos cargos. Todo ello favorece la preocupación por el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de sus hijos, aunque puede provocar ciertas faltas afectivas causadas por el escaso tiempo que pasan con ellos.

La mayoría del profesorado, un 70% tiene destino definitivo en el colegio, esto favorece el clima en las relaciones personales entre el personal docente, favoreciendo la implicación en las tareas y en la disposición de todos por encontrar soluciones a los problemas presentados.

El centro presenta 3 líneas educativas para Educación Primaria con 450 alumnos y dos para Educación infantil con 70 alumnos. Por lo general, los grupos de alumnos por cada línea educativa en educación primaria son entorno 22-26 alumnos.

6.3 DESCRIPCIÓN DEL GRUPO DE ESTUDIANTES AL QUE VA DIRIGIDA LA UNIDAD DIDÁCTICA.

El total de alumnos que se ve beneficiado con el presente trabajo alcanza los 150, ya que se desarrollará en las tres clases de tercero y las tres de cuarto. Por lo general, los grupos se presentan bastante homogéneos en cuanto a rendimiento y comportamiento. Al inicio de cada curso se realiza un análisis en la evaluación inicial que presenta los problemas en la superación de algunos contenidos imprescindibles para el ciclo y curso, al igual que presenta alumnos con altas capacidades. Los alumnos que tras el análisis se le categorice como alumnado de necesidades específicas de apoyo educativo, se le integrará en el proyecto adecuado dentro del plan de centro.

Por lo general, los grupos son abiertos y sociables, respetuosos con sus iguales, con el equipo docente y el material. En todas las clases se favorece el trabajo reflexivo, y el susurro o “tono espía” como vehículo de comunicación en el aula entre iguales para solventar las diferentes dificultades que puedan encontrar en la realización de las tareas propuestas, ayudando al buen desempeño de las sesiones.

6.4 OBJETIVOS.

Se enumeran los objetivos del área de Matemáticas Establecidos en el artículo 4 del **Decreto 97/2015**, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, que se trabajan en el siguiente proyecto, entre los que se incluye los siguientes:

O.MAT.1. Plantear y resolver de manera individual o en grupo problemas extraídos de la vida cotidiana, de otras ciencias o de las propias matemáticas, eligiendo y utilizando diferentes estrategias, justificando el proceso de resolución, interpretando resultados y aplicándolos a nuevas situaciones para poder actuar de manera más eficiente en el medio social.

O.MAT.2. Emplear el conocimiento matemático para comprender, valorar y reproducir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana, en un ambiente creativo, de investigación y proyectos cooperativos y reconocen su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.

O.MAT.3. Usar los números en distintos contextos, identificar las relaciones básicas entre ellos, las diferentes formas de representarlas, desarrollando estrategias de cálculo mental y aproximativo, que lleven a realizar estimaciones razonables, alcanzando así la capacidad de enfrentarse con éxito a situaciones reales que requieren operaciones elementales.

O.MAT.4. Reconocer los atributos, que se pueden medir de los objetos y las unidades, sistema y procesos de medida; escoger los instrumentos de medida más pertinentes en cada caso, haciendo previsiones razonables, expresar los resultados en las unidades de medida más adecuada, explicando oralmente y por escrito el proceso seguido y aplicándolo a la resolución de problemas.

O.MAT.7. Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión, la perseverancia en la búsqueda de soluciones y la posibilidad de aportar nuestros propios criterios y razonamientos.

6.6 CONTENIDOS.

Bloque 1: "Procesos, métodos y actitudes matemáticas"

1.1. Identificación de problemas de la vida cotidiana en los que intervienen una o varias de las cuatro operaciones, distinguiendo la posible pertinencia y aplicabilidad de cada una de ellas.

1.2. Resolución de problemas en los que intervengan diferentes magnitudes y unidades de medida (longitudes, pesos, dinero.), con sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, y referidas a situaciones reales de cambio, comparación, igualación, repetición de medidas y escalares sencillos.

1.3. Elementos de un problema (enunciado, datos, pregunta, solución) y dificultades a superar (comprensión lingüística, datos numéricos, codificación y expresión matemáticas, resolución, comprobación de la solución, comunicación oral del proceso seguido).

1.4. Planteamientos y estrategias para comprender y resolver problemas: problemas orales, gráficos y escritos, resolución en grupo, en parejas, individual, resolución mental, con calculadora y con el algoritmo. Problemas con datos que sobran, que faltan, con varias soluciones, de recuento sistemático. Invención de problemas y comunicación a los compañeros. Explicación oral del proceso seguido en la resolución de problemas.

1.5. Resolución de situaciones problemáticas abiertas: Investigaciones matemáticas sencillas sobre números, cálculos, medidas, geometría y tratamiento de la información, planteamiento de pequeños proyectos de trabajo. Aplicación e interrelación de diferentes conocimientos matemáticos. Trabajo cooperativo. Acercamiento al método de trabajo científico y su práctica en situaciones de la vida cotidiana y el entorno cercano, mediante el estudio de algunas de sus características, con planteamiento de hipótesis, recogida, registro y análisis de datos y elaboración de conclusiones. Estrategias heurísticas: aproximación mediante ensayo-error, reformular el problema. Desarrollo de estrategias personales para resolver problemas e investigaciones y pequeños proyectos de trabajo.

1.6. Exposiciones orales, detallando el proceso de investigación realizado desde experiencias cercanas, aportando detalles de las fases y valorando resultados y conclusiones. Elaboración de informes sencillos guiados y documentos digitales para la presentación de las conclusiones del proyecto realizado.

Bloque 2: "Números"

2.2. Interpretación de textos numéricos y expresiones de la vida cotidiana relacionadas con los números (folletos publicitarios, catálogos de precios.)

2.3. Sistema de numeración decimal. Reglas de formación y valor de posición de los números hasta seis cifras.

2.4. Utilización de los números en situaciones reales: lectura, escritura, ordenación, comparación, representación en la recta numérica, descomposición, composición y redondeo hasta la centena de millar.

2.5. Números fraccionarios para expresar particiones y relaciones en contextos reales. Utilización del vocabulario apropiado.

6.7 COMPETENCIAS CLAVE.

Existe 7 competencias clave en el Sistema Educativo Español, tal y como son enumeradas y descritas en la Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, son: Comunicación lingüística; Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología; Competencia Digital; Aprender a aprender; Competencia sociales y cívicas; Sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor; Conciencia y expresiones culturales. Durante el presente trabajo, se trabajaran 4 de ellas por medio de los PAEV.

Comunicación lingüística: La lectura y la comprensión lectora son parte imprescindible en la resolución del problema. Como anteriormente se ha explicado, el entendimiento del texto en los PAEV es lo más importante para poder resolver el problema, esto conlleva a tener un cierto grado en las habilidades lingüísticas. Por otro lado, también el correcto uso de la lengua permite al alumno expresar las posibles dificultades, incoherencias o ideas que le surjan durante el proceso, ya sea de forma oral o escrita.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología: el presente proyecto perteneciente al área de las Matemáticas prioriza por encima del resto el fomento de esta competencia en cada uno de sus aspectos. Durante la resolución de problemas está presente la comprensión de números, la realización de operaciones y la utilización del conocimiento matemático para la construcción de un conocimiento más amplio. El razonamiento, la importancia de expresar inquietudes e ideas y la realización de valoraciones son también puntos fuertes en la resolución de problemas, que permiten al alumno aprender contenidos y habilidades útiles para enfrentarse a situaciones cotidianas, donde el uso de las matemáticas sea algo imprescindible.

Aprender a aprender: el planteamiento de PAEV durante la etapa de educación primaria es una de las fuentes más potentes para trabajar esta competencia, ya que le aporta al alumno un alto grado de autonomía. A su vez provoca en el alumno la necesidad de organizar su proceso de resolución de forma individual, que le permitirá de forma progresiva enfrentarse a nuevos problemas de forma más eficaz y autónoma. También permite al alumno conocer algunas de sus propias capacidades y limitaciones, fortaleciendo su afán de competencia personal, motivación y confianza en si mismo.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: durante el proceso de resolución de problemas se trabaja la planificación, la gestión de recurso y la evaluación de resultados, estos 3 elementos están estrechamente ligados a la competencia. Por un lado, la planificación busca una manera de abordar el problema que condicionará la toma de decisiones. Por otro lado, la gestión de recursos normalmente va ligada a la disponibilidad de un límite de tiempo para resolver el problema, y por último, la evaluación final del resultado como periódica durante el proceso de resolución y la realización de operaciones aritméticas.

6.8 METODOLOGÍA

Las orientaciones metodológicas que deberán guiar los procesos de enseñanza aprendizaje del área de Matemáticas formarán parte de propuestas pedagógicas que consideren la atención a la diversidad y el acceso de todo el alumnado a la educación común. Del mismo modo, se emplearán métodos que tengan en cuenta la variedad de cadencia de aprendizaje del alumnado, fomentando la capacidad de aprender por ellos mismo, promoviendo la motivación y el autoconocimiento.

Durante toda la ejecución del proyecto se mantendrá una metodología centrada en la actividad y participación del alumnado, favoreciendo el pensamiento racional y crítico, donde por lo general el trabajo es individual, a excepción de tareas puntuales cooperativo entre los grupos de alumnado en el aula. La lectura, la planificación y las diferentes variables para expresar resultados buscan integrar referencias a la vida cotidiana y al entorno inmediato del alumnado.

Se fomentarán algunos elementos didácticos comunes a otras áreas en el desarrollo metodológico como:

- La comprensión lectora, la expresión oral y escrita, la comunicación audiovisual, las Tecnologías de la Información y la Comunicación, el emprendimiento y la Educación cívica y constitucional,
- El fomento del desarrollo de los valores sobre la igualdad efectiva entre hombres y mujeres y la prevención de la violencia de género, y de los valores inherentes al principio de igualdad de trato y no discriminación por cualquier condición o circunstancia personal o social, mediante la planificación de los enunciados de los problemas a desarrollar.

Se busca partir de planteamientos más descriptivos y simples, de manera que se vaya implementado de forma progresiva los problemas de mayor complejidad, rigiéndose por los niveles de dificultad según el ciclo seleccionado, permitiendo al alumno partir de su experiencia y conocimiento hasta alcanzar problemas que necesiten un mayor grado de análisis y valoración. La resolución de problemas es un método muy utilizado y eficaz para la introducción de nuevos contenidos de forma contextualizada, una manera de afianzar el conocimiento adquirido, de fomentar las destrezas matemáticas y aportando soltura a la hora de utilizar operaciones aritméticas en su vida cotidiana.

6.9 RECURSOS DIDÁCTICOS.

6.9.1 RECURSOS IMPRESOS

- Libro del alumnado: Libro para 3º y 4º curso de Educación Primaria, de la editorial ANAYA, libro dividido por trimestre e incluye Taller de Resolución de problemas.

Títulos: Matemáticas 3 y Matemáticas 4.

Autores: Luis Ferrero de Pablo; José Manuel Gómez Quesada; Pablo Martín Martín; Víctor José Quevedo Blasco

- Propuesta didáctica del centro para segundo ciclo.
- Fichas de PAEV fotocopiables pertenecientes a la Colección de Problemas matemáticos de Orientación Andújar y Colección de Problemas matemáticos de El rincón del maestro.

Otros recursos didácticos.

TERCERO	CUARTO
Ábacos, regletas, bloques multibase y plantillas en las que se representen los órdenes de unidades. Recta numérica graduada para situar y localizar números. Juego de tarjetas numéricas o cartulinas con los diez dígitos. Material fungible Juegos para multiplicar. Juegos de monedas en euros. Plastilina. Útiles para medir, cinta métrica, metro extensible, regla, etc. Instrumental de dibujo.	Ábacos, regletas, bloques multibase y plantillas en las que se representen los órdenes de unidades. Recta numérica graduada para situar y localizar números. Material fungible Juegos para multiplicar. Juegos de monedas en euros. Juegos para trabajar números decimales. Útiles para medir, cinta métrica, metro extensible, regla, etc. Instrumental de dibujo. Puzles y juegos de construcción con los que componer y descomponer figuras fraccionables. Por ejemplo, el tangram. Cuerpos geométricas

6.9.2 ACTIVIDADES.

Los ejercicios seleccionados están incluidos en el libro del alumnado, además cada uno de los problemas ha sido seleccionado siguiendo las nociones comentadas al inicio del trabajo, cumpliendo con los niveles de dificultad y rigiéndose por las categorías de los problemas.

TERCERO	CUARTO
Matemáticas 3, ed. ANAYA. <u>Unidad 1</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 20.	Matemáticas 4, ed. ANAYA. <u>Unidad 1</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades 1, 2, 3 de la página 20 <u>Unidad 2</u>

Comparación y ordenación de números. Actividad de Empezar/Aprender de la página 13 <u>Unidad 2</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 34 <u>Unidad 3</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 48 El desafío. Tarea competencial de la página 49 <u>Unidad 4</u> La multiplicación llevando. Actividad 9 de la página 55. Empezar/Aprender de la página 55. <u>Unidad 5</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 80 El desafío. Tarea competencial de la página 81 <u>Unidad 6</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades 1, 2, 3, 4 de la página 94 El desafío. Tarea competencial de la página 95 <u>Unidad 7</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 108 El desafío. Tarea competencial de la página 109 <u>Unidad 8</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 122 Resuelvo problemas de las páginas 113, 115, 117, 119 El desafío. Tarea competencial de la página 123	La suma y la resta. Resuelvo problemas de las páginas 25, 26. El desafío. Tarea competencial de la página 35 <u>Unidad 3</u> Resuelvo problemas de las páginas 40, 41, 43, 45 El desafío. Tarea competencial de la página 49 <u>Unidad 4</u> Resuelvo problemas de las páginas 55, 57, 59 El desafío. Tarea competencial de la página 63 <u>Unidad 5</u> La fracción de una cantidad. Resuelvo problemas de las páginas 75, 76. El desafío. Tarea competencial de la página 81 <u>Unidad 6</u> Suma y resta de números decimales. “Empezar/Aprender” de la página 91 El desafío. Tarea competencial de la página 95 <u>Unidad 7</u> Suma y resta de medidas de longitud. Actividad 2 de la página 104 La medida de la longitud. Actividades de la página 96 <u>Unidad 8</u> Las medidas de capacidad y de peso. Actividades “Hazlo en equipo” de la página 110 <u>Unidad 9</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 142 <u>Unidad 10</u> Aprendo a resolver problemas. Actividad 1 de la página 156.
---	---

<u>Unidad 9</u> Resuelvo problemas de las páginas 133, 135, 137, 139 El desafío. Tarea competencial de la página 143 <u>Unidad 10</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades de la página 156 <u>Unidad 11</u> La circunferencia y el círculo. Actividad 5 de la página 163 El desafío. Tarea competencial de la página 169 <u>Unidad 12</u> El desafío. Tarea competencial de la página 183	<u>Unidad 11</u> Aprendo a resolver problemas. Actividades 1, 2 de la página 168 El desafío. Tarea competencial de la página 169 <u>Unidad 12</u> Aprendo a resolver problemas. Actividad 1 de la página 182
---	--

6.10 ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD.

Para desarrollar esta unidad didáctica se atenderá a las medidas de atención a la diversidad teniendo en cuenta las necesidades y características del alumnado. De este modo, en las unidades didácticas se recogerán criterios de evaluación, contenidos, objetivos y su contribución a la adquisición de las competencias clave secuenciadas de forma coherente con el nivel de aprendizaje del alumnado. Esta unidad didáctica tiene en cuenta los diferentes ritmos y estilos de aprendizaje del alumnado, para favorecer la capacidad de aprender por sí mismos y promuevan el trabajo en equipo, fomentando especialmente una metodología centrada en la actividad y participación del alumnado, que favorezca el pensamiento racional y crítico, el trabajo individual y cooperativo del alumnado en el aula, que conlleve la lectura y la investigación, así como las diferentes posibilidades de expresión.

Como primera medida de atención a la diversidad natural en el aula, se proponen problemas aritméticos en los que el alumnado pondrá en práctica un amplio repertorio de procesos cognitivos, tales como: identificar, analizar, reconocer, relacionar, argumentar, inferir, inducir, declarar, explicar, etc., Se debe evitar las situaciones de aprendizaje que únicamente fomente un proceso o se centren expresamente en algunos de ellos, se debe proponer actividades permitiendo un ajuste de estas propuestas a los diferentes estilos de aprendizaje.

Otra medida es la inclusión de actividades que requerirán la cooperación y el trabajo en equipo para su realización. La ayuda entre iguales permitirá que el alumnado aprenda de los demás estrategias, destrezas y habilidades que contribuirán al desarrollo de sus capacidades. Además, se podrá implementar algún tipo de medida de acuerdo a las características individuales del alumnado, de acuerdo con la normativa vigente. Teniendo en cuenta que estas medidas han de respetar las diferencias y compensar las desigualdades sociales, económicas, culturales y personales.

Se recomienda realizar un diagnóstico y descripción del grupo o grupos de alumnado a los que va dirigida este proyecto didáctico incluido en la programación didáctica de Matemáticas para segundo ciclo, así como una valoración de las necesidades individuales de acuerdo a sus potenciales y debilidades, con especial atención al alumnado que requiere medidas específicas de apoyo educativo (alumnado de incorporación tardía, con necesidades educativas especiales, con altas capacidades intelectuales...). Para ser coherentes con esto, el alumnado que requiera medidas educativas específicas tiene que trabajar exclusivamente contenidos imprescindibles, de acuerdo con lo planificado, tanto en el aula ordinaria como en las diferentes modalidades de compensatoria y refuerzo.

6. 11 TEMPORALIZACIÓN.

Teniendo en cuenta que el tiempo dedicado dentro del horario escolar para el área de las Matemáticas será de 5 sesiones semanales, que se repartirán a lo largo del curso escolar para la obtención de las competencias claves y los objetivos de área. Es imprescindible programar así las Unidades Didácticas Integradas en cada curso escolar, a continuación se presenta cada Unidad Didáctica con fecha de desarrollo. En total, el curso escolar tiene 182 días, en los cuales, Matemáticas se imparte en 176 días, repartidos de la siguiente manera, primer trimestre 67 sesiones, segundo trimestre 59 sesiones y el tercer trimestre 50 sesiones.

SEGUNDO CICLO, TERCER CURSO

UDI	TÍTULO	SECUENCIA TEMPORAL
Unidad 0	EVALUACIÓN INICIAL	Septiembre-Octubre
Unidad 1	LOS NUMEROS DE HASTA 5 CIFRAS	Octubre
Unidad 2	LA SUMA Y LA RESTA	Octubre-Noviembre
Unidad 3	LA MULTIPLICACIÓN	Noviembre
Unidad 4	PRÁCTICA DE LA MULTIPLICACIÓN	Noviembre-Diciembre
Unidad 5	LA DIVISIÓN	Enero
Unidad 6	EUROS Y CENTIMOS	Enero-Febrero
Unidad 7	LAS MEDIDAS DE LA LONGITUD	Febrero
Unidad 8	LAS MEDIDAS DE CAPACIDAD Y PESO	Febrero-Marzo
Unidad 9	LA MEDIDA DEL TIEMPO	Abril
Unidad 10	RECTAS Y ÁNGULOS	Abril-Mayo
Unidad 11	LAS FIGURAS PLANAS	Mayo
Unidad 12	TRIÁNGULOS Y CUADRILÁTEROS	Mayo-Junio

SEGUNDO CICLO, CUARTO CURSO

UDI	TÍTULO	SECUENCIA TEMPORAL
Unidad 0	EVALUACIÓN INICIAL	Septiembre-Octubre
Unidad 1	LOS NUMEROS DE HASTA 6 CIFRAS	Octubre
Unidad 2	LA SUMA Y LA RESTA	Octubre-Noviembre
Unidad 3	LA MULTIPLICACIÓN	Noviembre
Unidad 4	LA DIVISIÓN	Noviembre-Diciembre
Unidad 5	LAS FRACCIONES	Enero
Unidad 6	LOS NÚMEROS DECIMALES	Enero-Febrero
Unidad 7	LAS MEDIDAS DE LA LONGITUD	Febrero
Unidad 8	LAS MEDIDAS DE CAPACIDAD Y PESO	Febrero-Marzo
Unidad 9	RECTAS Y ÁNGULOS	Abril
Unidad 10	LAS FIGURAS PLANAS	Abril-Mayo
Unidad 11	CUERPOS GEOMÉTRICOS	Mayo
Unidad 12	ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD	Mayo-Junio

Los PAEV son uno de los recursos más importantes para el área de las Matemáticas en educación primaria, por lo que darle una única unidad didáctica a lo largo de cada curso de segundo ciclo, planifica una temporalización escasa para un recurso imprescindible, tanto en el ámbito educativo como para la resolución de problemas en la vida cotidiana. Por ello, se trabaja en diferentes temas pertenecientes a los bloques de contenidos dentro del área de las matemáticas.

6.12 EVALUACIÓN.

La evaluación la llevará a cabo el docente tutor, el cual imparte el área de Matemáticas en cada clase, mediante observación continua evaluará el avance del proceso de aprendizaje de cada alumno. Tendrá a su disposición diferentes procedimientos, técnicas e instrumentos que podrá ir adaptando a los criterios de evaluación que se desarrollan durante el proyecto. Los docentes tienen a su disposición multitud de técnicas, aunque las más adecuadas para este proyecto serán las siguientes:

Las técnicas de observación, que evaluarán la implicación del alumnado en el trabajo cooperativo, expresión oral y escrita, las actitudes personales y relacionadas y los conocimientos, habilidades y destrezas relacionadas con el área. Las técnicas de medición, a través de pruebas escritas, expresión oral de los resultados y procedimientos realizados, cuaderno del alumnado e intervenciones en clase. Las técnicas de autoevaluación, favoreciendo el aprendizaje desde la reflexión y valoración del alumnado sobre sus propias capacidades y limitaciones, sobre la participación de sus iguales en las actividades, y contando con la colaboración del profesorado en la regulación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Instrumentos se utilizan para la recogida de información y datos. Son múltiples y variados, destacando entre otros:

Cuaderno del profesorado: que recoge el registro trimestral del profesorado, en el que se anotarán las valoraciones de cada uno de los aspectos evaluados, asociados a los indicadores de evaluación, de acuerdo con las unidades didácticas programadas para cada uno de los niveles del ciclo. Esto junto con el perfil competencial del área, en el que se recogen los indicadores de evaluación asociados a las competencias clave, facilitando su evaluación a lo largo del curso escolar. Las rúbricas elaboradas para cada UDIs, serán el instrumento que contribuya a objetivar las valoraciones asociadas a los niveles de desempeño de las competencias. Cada rúbrica acompañará a su UDI, pero al finalizar cada trimestre el docente valorará el trabajo del alumnado con la rúbrica del ANEXO I, para valorar el avance del alumno respecto a los PAEV.

El portfolio elaborado por el alumno le ayuda a gestionar los aprendizajes adquiridos, siendo consciente de lo que ha trabajado, de cuanto a aprendido, que debe mejorar y que cosas se le dan mejor. Este instrumento aunque no suele ser vinculante de calificación, aporta al docente información valiosa sobre la evolución del alumnado de forma individual y específica, lo que le permitirá adoptar las regulaciones pertinentes en cada caso.

7. IMPLEMENTACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA EN EL PRACTICUM.

La proyección didáctica sobre los problemas aritméticos elementales verbales en educación primaria se ha planteado como un plan de actuación a largo plazo, desarrollado durante todo el segundo ciclo.

Esta formulación y programación por ciclo hace imposible llevarlo a cabo en un único periodo de prácticas con una duración menor a un trimestre. Esta manera de programar la proyección didáctica de los PAEV, unido a la situación histórica acontecida en el presente año 2020, con la influencia del COVID-19 durante la duración del practicum acabaron con toda posibilidad de poner en marcha al menos alguna sección del proyecto, dejando abierta la posibilidad más adelante de llevarla a cabo, realizando las evaluación y correcciones pertinentes.

8. AUTOEVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA IMPLEMENTADA.

Anteriormente se ha expuesto las razones por las cuales ha sido imposible llevar a cabo la proyección didáctica acerca de los PAEV en educación primaria, esto no ha permitido obtener información sobre la efectividad del proyecto, no se ha recibido ningún tipo de feedback que permita al coordinador realizar una autoevaluación efectiva dejando abierta la posibilidad más adelante. Aun así se ha confeccionado un cuestionario de autoevaluación para el docente que podrá realizar una vez la situación haya cambiado, Anexo II.

9. CONCLUSIÓN.

Los problemas aritméticos elementales verbales han sido siempre un tema de relevancia para los expertos en el campo de las matemáticas y la docencia, la clara preocupación por categorizarlos con el fin de mejorar las estrategias de resolución y las estrategias de enseñanza ha reflejado en los autores de diferentes épocas una especial preocupación como se ha mostrado en el inicio del presente documento.

Debemos considerar que existe una enorme cantidad de técnicas y recursos a nuestra disposición eficaces para la enseñanza de los PAEV durante la educación primaria, que estas técnicas y recursos deben seguir un orden coherente a la hora de ir introduciéndose a medida que el desarrollo cognitivo del alumnado va avanzando.

La importancia de los PAEV aparece inclusive en los documentos oficiales que permiten al docente adaptar sus sesiones al currículo oficial, siendo uno de los instrumentos más importantes para desarrollar no solo varias competencias claves, sino que además permite el uso y entrenamiento de habilidades cognitivas tan importantes como el razonamiento o la planificación.

También la reiterada aparición de los PAEV en libros de textos, fichas de actividades matemáticas y programaciones didácticas de diferentes centros, confirma la devoción que existe en el área de Matemáticas por los PAEV, su importancia, beneficios y formas de utilizarlos eficazmente.

10. DOCUMENTACIÓN LEGISLATIVA.

Decreto 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la educación Primaria en la comunidad Autónoma de Andalucía. <http://www.juntadeandalucia.es/boja/2015/50/1>. Donde se establece la estructura general de la educación Primaria.

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria. <http://boe.es/boe/dias/2014/03/01/pdfs/BOE-A-2014-2222.pdf>

Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato. https://www.boe.es/diario_boe/txt.php?id=BOE-A-2015-738.

Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía. <http://www.juntadeandalucia.es/boja/2015/60/1>.

Corrección de errores de la orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la educación Primaria en Andalucía. <http://www.juntadeandalucia.es/boja/2015/211/13>.

11. LISTA DE REFERENCIAS

- Andrews, S. Fastqc, (2010). A quality control tool for high throughput sequence data.
- Augen, J. (2004). Bioinformatics in the post-genomic era: Genome, transcriptome, proteome, and information-based medicine. *Addison-Wesley Professional*.
- Blankenberg, D., Kuster, G. V., Coraor, N., Ananda, G., Lazarus, R., Mangan, M., & Taylor, J. (2010). Galaxy: a web-based genome analysis tool for experimentalists. *Current protocols in molecular biology*, 19-10.
- Bolger, A., & Giorgi, F. Trimmomatic: A Flexible Read Trimming Tool for Illumina NGS Data. URL <http://www.usadellab.org/cms/index.php>.
- Cid. E., Godino, J., Batanero, C. (2004) *Didáctica de la Matemática para Maestros*. Universidad de Granada.
- Chi, M., Feltovich, P. y Glasser, R. (1981). Categorization and representation of physics problems by experts and novice. *Cognitive Science*, 5. 121-152.
- Echenique, I. (2006). *Matemáticas: resolución de problemas, educación primaria*. Pamplona: Gobierno de Navarra, Departamento de Educación.
- Giardine, B., Riemer, C., Hardison, R. C., Burhans, R., Elnitski, L., Shah, P. & Nekrutenko, A. (2005). Galaxy: a platform for interactive large-scale genome analysis. *Genome research*, 15(10), 1451-1455.
- Goldin, G. (1979). Structure variable in problema solving. En G.A. Goldin y C. E. McClintock (Eds.) *Task Variable in Mathematical Problem Solving* Columbus, Ohio.
- Irwin, K. (1996): Children's understanding of the principles of covariation and compensation in part-whole relationships. *Journal for Research in Mathematics Educations*, 27 (1), 25-40.
- Ibarra, C.; LINDVALL, C.M. (1982) Factors associated with the ability of kindergarten children to solve simple arithmetic story problems''. *Journal of Educational Research*, 75, 149-155.

- Lindvall, C., Ibarra, C. (1980): Incorrect procedures used by primary grade pupils in solving open addition and subtraction sentences. *Journal for Research in Mathematics Education*, 11, 50-62.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problema solving. En R. Lesh y M. Landau (Eds). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. New York: Academic Press.
- Nesher, P. (1992). "Solving multiplication word problems". En: G. Leinhardt, R. Putnam y R. A. Hattrup (eds.). *Analysis of Arithmetic for Mathematics Teaching*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates , pp. 189-219.
- Nunes, T. Bryant, P. (1996): *Children doing mathematics*. Oxford, England: Basil Blackwell.
- Orrantia, J. (2003). El rol del conocimiento conceptual en la resolución de problemas aritméticos con estructura aditiva. *Infancia y Aprendizaje*, 26(4), 451-468
- Orrantia, J. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. *Rev. Psicopedagogía*, 23(71), 158-180.
- Polya, G. (1965) *Mathematical Discovery: On understanding, Learning, and Teaching Problem Solving*. Vol.2. New York Wiley
- Polya, G., 1982. *Cómo plantear y resolver problemas*. (Trillas: México), (1^{oa} ed.).
- Riley, M., Greeno, J., Heller, J (1983): Development of children's problemsolving ability in arithmetic. En Ginsburg, H. (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press.
- Suppes, P. y Groen, G.J. (1967). Some counting models for firts grade performance data on simple addition facts. En J- M- Scandura(Ed.), *Research in Mathematics Education*. Washington, D.C.: National Council of Teachers of Mathematics.
- Schoenfeld, A.H., 1985. Ideas y tendencias en la resolución de problemas, en MEC, *La enseñanza de la matemática a debate*. (Subdirección General del Perfeccionamiento del Profesorado: Madrid), pp. 25-30.

ANEXO I**Resolución de Problemas aritméticos elementales verbales.**

Nombre del alumno: _____.

Fecha: _____

Categoría	Muy alto	Alto	Medio	Bajo	Valoración
Explicación	Realiza una explicación clara, ordenada y detallada del enunciado y proceso utilizado.	La explicación es clara y ordenada	La explicación es más difusa pero contiene los componentes esenciales del problema.	No se entiende la explicación y/o presenta ausencia en elementos esenciales del problema	
Terminología y Notación matemática utilizada	La terminología y notación ha sido siempre la correcta, haciendo factible el entendimiento del proceso realizado.	La terminología y notación ha sido correcta, permitiendo entender fácilmente el proceso realizado.	Dificultad para entender el proceso llevado a cabo aun utilizando la terminología y notación correcta.	Ausencia o uso incorrecto de terminología y notación.	
Organización y limpieza.	Se presenta un trabajo con un formato claro y ordenado, fácil de leer y entender.	Se presenta un trabajo ordenado que por lo general es fácil de comprender.	El trabajo aun presentado de forma ordenada presenta problemas a la hora de leerlo.	Se observa un trabajo sucio y descuidado, sin un orden fijo.	
Razonamiento matemático.	Utiliza un razonamiento matemático complejo y refinado.	Utiliza un razonamiento matemático efectivo y eficiente.	Presenta evidencias en el uso del razonamiento matemático.	Existe poca evidencia en el uso del razonamiento matemático en la resolución del problema.	
OBSERVACIONES:					

ANEXO II.**Cuestionario de Autoevaluación del docente durante la proyección didáctica de los PAEV en Educación Primaria.**

Cuestiones	Si	No
Conozco y me expreso con la terminología, rigor y notación adecuada.		
Conozco diversos modelos y representaciones de los conceptos matemáticos.		
Conozco estrategias variadas para la resolución de problemas.		
Me informo de las trayectorias de los alumnos a lo largo de la etapa escolar.		
Reconozco las características cognitivas más significativas de los alumnos y distingo sus diferentes estilos cognitivos.		
Tengo en cuenta las dificultades y carencias cognitivas que me puedo encontrar.		
Manejo estrategias y recursos para afrontar la diversidad de los alumnos		
Dispongo de una diversidad de tareas y actividades de enseñanza en el aula		
Conozco estrategias y técnicas de evaluación para emplearlas con intención formativa.		
Les doy a las matemáticas el papel importante que tiene en nuestra vida cotidiana.		
Enseño a los alumnos a aplicar los conocimientos matemáticos para resolver problemas en la vida cotidiana.		
Ayudo a divulgar la importancia de las matemáticas.		
Facilito a los alumnos orientaciones claras a la hora de introducir un nuevo tema por medio de los PAEV.		
Preveo diferentes niveles a la hora de profundizar en los PAEV.		
Observaciones:		