



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica

Alumno/a: **González Martínez, Lidia**

Tutor/a: Khader Faiez Abu-Helaiel Jadallah
Dpto.: Didáctica de las Ciencias

Mayo, 2023

Índice

Agradecimientos	1
Resumen	2
Abstract	2
1. Introducción	4
2. Marco teórico	5
2.1 Estudios de investigación	8
A) La modelización de Brousseau sobre el sistema de enseñanza	9
B) Formación inicial en educación matemática del profesorado de primaria	10
C) Conocimientos matemáticos y modelos de formación	13
2.2 Interpretación de los estudios bajo la teoría	16
3. Marco metodológico	18
3.1 Metodología de la Didáctica de las Matemáticas	18
3.2 Metodología de la formación del profesorado	20
4. Resultados	21
5. Discusión y conclusiones	23
6. Bibliografía	23

Agradecimientos

Describo este trabajo como el fruto de varios meses de constancia y dedicación, ha sido un proceso largo y duro pero todo esfuerzo tiene su recompensa. Este trabajo marca el final de una etapa maravillosa, en la que por fin cumpla el sueño de ser una docente preparada para salir a la sociedad y enfrentarme a la vida, dicha etapa ha durado 4 años, en los que no me he rendido en ningún momento gracias al apoyo de mis profesores, compañeros, amigos y sobre todo familia.

Especialmente quiero agradecer a mis padres y mi hermana que fueron los que desde un principio apoyaron mi decisión de comenzar esta carrera, ellos han estado apoyándome siempre y nunca se han rendido ni retirado de mi lado, también quiero dar las gracias a mis profesores de la universidad y en especial a mi tutor del trabajo Khader Faiez Abu-Helaiel que ha estado en todo momento atendiendo mis dudas y ayudándome para que esto pudiera salir adelante.

También quiero agradecer este trabajo a varios profesores que me han impartido clases y educado desde primaria hasta bachillerato, gracias a ellos he podido tener diferentes modelos de referencia a seguir para poder convertirme en una futura docente con una base formada por valores muy importantes como respeto, constancia, trabajo, empatía, humildad y sobre todo valorar y querer esta profesión tan bonita.

Para finalizar, por todas estas personas doy las gracias por estar a mi lado y poder cumplir mi sueño de ejercer esta bonita profesión.

Resumen

Este Trabajo de Fin de Grado (TFG) va a estar centrado en la investigación de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica y formación del profesorado. Ambos contenidos van a estar relacionados a lo largo del trabajo ya que se estudia la relación que tienen entre sí. Dentro de la didáctica la investigación se centra en el estudio de cómo transmitir y aprender las matemáticas de una forma significativa, para ello es necesario que se comprenda cómo interviene la formación del profesorado en el aprendizaje de esta área.

A lo largo del trabajo se habla sobre la didáctica de las matemáticas y sus características como disciplina científica, también se tratan teorías y estudios que defienden las matemáticas como disciplina, a la vez que se defienden con metodologías para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de esta área.

El otro tema que se investiga es la formación del profesorado a modo general y también relacionada con la didáctica de las matemáticas. Se estudian las diferentes metodologías y conceptos relacionados tanto en la formación inicial como en la que se debe continuar. Del mismo modo, se indaga en la importancia de esta formación para la mejora de la enseñanza.

En definitiva se debe considerar la didáctica de las matemáticas como disciplina científica y la conexión que tiene con la formación del profesorado, ya que, es necesaria una formación correcta de esta área para así conseguir que se valore la asignatura y a su vez conseguir una enseñanza efectiva.

Palabras clave: didáctica, matemáticas, formación y docentes.

Abstract

This Final Degree Project (TFG) will focus on research into the didactics of mathematics as a scientific discipline and teacher training. Both contents will be related throughout the work as the relationship between them is studied. Within didactics, the research focuses on the study of how to transmit and learn mathematics in a meaningful way, so it is necessary to understand how teacher training intervenes in the learning of this area.

Throughout the work we talk about the didactics of mathematics and its characteristics as a scientific discipline, we also discuss theories and studies that defend mathematics as a discipline, as well as methodologies to improve the teaching-learning process in this area.

The other topic investigated is teacher training in general and also related to the didactics of mathematics. The different methodologies and concepts related to both initial training and further training are studied. In the same way, the importance of this training for the improvement of teaching is investigated.

In short, the didactics of mathematics must be considered as a scientific discipline and the connection it has with teacher training, since correct training in this area is necessary in order to ensure that the subject is valued and, in turn, to achieve effective teaching.

Key words: didactics, mathematics, training and teacher.

1. Introducción

El comienzo parte de la importancia del tema elegido para este trabajo, dicho tema ha sido, sigue y seguirá siendo muy importante a lo largo del tiempo. Debido a su importancia nace la curiosidad para llevar a cabo esta propuesta de trabajo fin de grado. Se puede decir que es un título que deja mucho de qué hablar, se encuentran diferentes puntos de vista y muchos autores que han tratado y estudiado diferentes temas de la Didáctica de las matemáticas como disciplina científica.

La finalidad es la investigación del mundo de la didáctica para llegar a comprender y reflexionar un poco más a fondo la función y utilización que tiene en la vida del ser humano. La “Teoría de la Educación Matemática” se ocupa de la situación actual y de las perspectivas para el desarrollo futuro de la Educación Matemática como un campo académico y como un dominio de interacción entre la investigación, el desarrollo y la práctica. (Steiner et al., 1984)

En este trabajo fin de grado, basado en la Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica, hay que destacar que lleva una línea de investigación, en la que se va a trabajar el estado actual de la Didáctica de las matemáticas como disciplina científica y a su vez la importancia de la formación del profesorado en el área de matemáticas. Dentro de la formación del profesorado se centrará en la formación base que los profesores reciben y en los diferentes modelos de enseñanza en los que se basa esa formación.

De este trabajo, se definen y se aclaran dos conceptos que son claves. La diferenciación entre Educación matemática y Didáctica de la matemática. Ambos conceptos producen muchos errores a lo largo de la formación y educación de esta área instrumental. Según Rico, et al. (2000; p.352) definen Educación matemática como “todo el sistema de conocimientos, instituciones, planes de formación y finalidades formativas” y la Didáctica de la matemática la definen como “la disciplina científica que estudia e investiga los problemas que surgen en educación matemática”.

Una vez definida la didáctica de las matemáticas anteriormente, se continúa hablando de la didáctica y surge la siguiente pregunta: ¿Qué es la didáctica?, Joan Mallart (2001, p.30) la define como “la ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando”.

La formación del profesorado es un tema fundamental en la educación, ya que de ello depende la calidad del aprendizaje que recibirán los estudiantes. Por lo tanto, es importante que los docentes cuenten con las habilidades y conocimientos necesarios para poder impartir una educación de calidad y para adaptarse a las necesidades y demandas de la sociedad actual. Según Nieto (2022) los profesores son profesionales racionales y reflexivos, no son técnicos que aplican recetas didácticas aprendidas. Se debería por tanto, tras esta reflexión, cambiar la formación del profesorado hacia un proceso continuo y permanente.

En la actualidad, la formación del profesorado es un tema de gran importancia debido a los cambios que se están produciendo continuamente en el ámbito educativo. Las nuevas metodologías de aprendizaje están transformando la forma en que la educación se imparte, esto significa que los profesores deben estar preparados para adaptarse a estos cambios de manera efectiva. Por eso, es tan esencial que los programas de formación de los profesores estén actualizados y sean rigurosos, para adquirir las habilidades y conocimientos necesarios para cumplir correctamente la labor de enseñanza.

Dentro del trabajo se encuentran cuatro puntos muy importantes. El primero trata sobre el marco teórico donde se tratarán las diferentes teorías y definiciones sobre la didáctica de las matemáticas, así como el análisis de diferentes teorías existentes y estudiadas para la formación del profesorado. El segundo punto trata el marco metodológico en el que aparecerán los diferentes estudios y problemas bajo las teorías investigadas en el punto anterior. El tercero presenta los resultados de los diferentes estudios tratados. Y finalmente, se presentan las discusiones y las diferentes conclusiones.

2. Marco teórico

Como idea primordial, antes de comenzar hemos de indicar que la prioridad en el proceso de enseñanza-aprendizaje, siempre debe ser el alumnado. De ahí que surja una continua búsqueda por parte del profesorado de “satisfacer” las diferentes necesidades de un alumnado que no es el mismo que hace 10 años y que está en constante innovación. Es por ello que la ciencia de la educación y concretamente, el área de matemáticas y todo lo que gira en torno a ella, no puede quedar ajena como un simple espectador. Siendo todo ello, un desafío para el mismo.

También es importante tener en cuenta que los estudiantes pueden tener diferentes estilos de aprendizaje y niveles de habilidad en esta disciplina. Los profesores tienen la responsabilidad de encontrar diferentes formas para adaptar su enseñanza y así satisfacer las necesidades de cada estudiante y hacer que las matemáticas sean accesibles y comprensibles para todos.

En este punto se va a fijar la atención en diferentes estudios que tratan sobre la formación del profesorado, pero no hay que olvidar que entre los problemas y dificultades a los que se enfrentan. Uno muy común y que está presente constantemente son los cambios curriculares tan seguidos que sufre la ley, estos provocan que no se afiancen rutinas y aspectos propios del método, ya que supone un ciclo que no acaba, tanto en lo burocrático como en la propia enseñanza.

Se prosigue teniendo muy presente y sin perder de vista el problema de esta investigación: Enseñanza matemática y formación del profesorado. Se trata de manera general sobre la Perspectiva de la Didáctica de las Matemáticas como disciplina científica y en estudiar más a fondo diferentes investigaciones, teorías y autores que ayuden a interpretar, describir y comprender el tema en el que se basa el problema que se ha planteado en dicho trabajo.

Con respecto a la Perspectiva de las matemáticas como disciplina científica se puede decir que toda investigación, teorías y estudios científicos no están realizados por una única persona, sino que se realizan entre varios componentes que forman un grupo de investigación, en donde discuten los diferentes problemas, se llegan a acuerdos y finalmente poder construir ideas y conceptos nuevos para el problema inicial de las investigaciones. Se debe reflexionar de lo necesario que es construir un área de conocimiento que sea la base para la comunicación y el entendimiento de todos los contenidos matemáticos.

Dentro de las disciplinas científicas se encuentran dos tipos de didácticas: generales y específicas. Ambos tipos están conectados entre sí y se puede explicar esa relación mediante la teoría de Bunge (1985, p. 181) este autor lo explica de la siguiente manera. Una teoría general, como indica su nombre, concierne a todo un género de objetos, en tanto que una teoría específica se refiere a una de las especies de tal género. Por cada teoría general (G), hay

entonces toda una clase de teorías especiales (E_i , donde i es un número natural). Cada una de estas teorías especiales (E_i) contiene la teoría general (G) y, además, ciertas hipótesis subsidiarias (S_{ij}) que describen las peculiaridades de la especie (i) de objetos a que se refiere. Simbólicamente se puede representar:

$$E_i = G \cup \{S_{i1}, S_{i2}, \dots, S_{in}\}$$

Donde n es el número de hipótesis subsidiarias que caracterizan a la teoría específica (E_i) con respecto a la general (G).

Para concluir se debe seguir investigando sobre la didáctica de las matemáticas ya que todo avanza y así tener una mejor base en el conocimiento matemático hacia la formación del profesorado.

La formación del profesorado tiene su importancia pero tampoco se puede dejar atrás que todo profesor se va a encontrar con diferentes dificultades a lo largo de su vida laboral como por ejemplo los siguientes problemas:

- Problemas con las ideologías
- Epistemología
- Procedimientos
- Conceptos
- Diferentes modelos de enseñanza
- Currículo y leyes

Para hacer frente a ellos, los profesores deben de tener siempre una actitud positiva y de superación en el día a día. Por otra parte deben de conocer y desarrollar correctamente el currículo para así poder llevarlo a la práctica. Por último, deben saber qué y cómo enseñar siempre, ser dominadores absolutos del desarrollo de la materia antes de cada clase para finalizar con una evaluación del proceso enseñanza-aprendizaje que esté adaptado a las necesidades educativas del aula y de respuesta tangible a las competencias, así como emitir un correcto Feedback al estudiante que le permita mejorar.

2.1 Planteamiento del problema de investigación

Este apartado se centra en analizar el problema de la investigación, buscando diferentes estudios sobre la enseñanza matemática y la formación del profesorado. Marcelo considera la formación del profesorado como una línea de investigación. Progresivamente dicha formación se va presentando como "una matriz disciplinar potente, en la que su propia proyección pone de manifiesto tanto su consolidación científica, como el esfuerzo de afianzamiento epistemológico permanente, tanto por la rigurosidad de sus paradigmas, como por el empleo y producción de modelos y métodos de investigación propios" (Marcelo, 1999, p. 11).

A continuación se muestran diferentes estudios relacionados con la enseñanza matemática y la formación del profesorado, para ello basándose en Godino, J. (2003) se presentan aspectos de la educación matemática que se considera como un sistema social, heterogéneo y complejo en el que hay que diferenciar tres campos:

- 1) Acción reflexiva y práctica sobre los procesos de enseñanza- aprendizaje de las matemáticas.
- 2) Tecnología didáctica, desarrollar diferentes recursos y materiales usando los conocimientos científicos disponibles.
- 3) Investigación científica, es la que se encarga de comprender el funcionamiento de la enseñanza de las matemáticas y de los sistemas didácticos específicos que rodean a esa disciplina.

Estos tres campos tienen un mismo objetivo: *mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Todo esto se hace referencia a la parte teórica sin apartar la parte práctica, en la que el principal protagonista es el profesor con su alumnado, el cual tiene en su mano la responsabilidad y el cargo de enseñar a sus alumnos y alumnas.

Seguidamente se presentan la base de la investigación sobre los diferentes estudios e investigaciones rescatadas para su análisis en este apartado. Se exponen tres estudios de investigación diferentes donde se detallan y posteriormente se concluye con una reflexión personal. Estos estudios son los siguientes:

- a) La modelización de Brousseau sobre el sistema de enseñanza.
- b) Formación inicial en educación matemática del profesorado de primaria.
- c) Conocimientos matemáticos y modelos de formación.

A) La modelización de Brousseau sobre el sistema de enseñanza

Brousseau es un matemático, ha ejercido la profesión de profesor y a la vez también es investigador, es de origen francés. Vamos a centrarnos en la modelización que desarrolló sobre el sistema de enseñanza, dentro de esta modelización este autor enuncia una teoría: “Teoría de Situaciones Didácticas”, dicha teoría está sobre todo centrada y orientada hacia la didáctica de las matemáticas.

Se continúa con el desarrollo de dicha teoría, la base teórica está compuesta por las relaciones entre el sistema educativo, alumno y aprendizaje o saber. La base en la se apoya la teoría se representa de la siguiente manera:



(Brousseau, 2000)

Este esquema está formado por tres pilares fundamentales en el ámbito de la educación, a su vez se puede observar como las flechas son bidireccionales y por eso todos los círculos o pilares fundamentales están relacionados entre sí. Comenzamos este esquema

por el sistema educativo y la relación con el saber escolar o aprendizaje, ambos están unidos por la transposición didáctica, esto significa transformar el saber en enseñanza y es aquí donde aparece la figura del profesor ya que es el encargado de realizar esta función. Posteriormente continuamos con la unión del saber escolar y el alumno, estos dos círculos están unidos mediante el aprendizaje que se basa en transmitir el saber escolar al alumnado y por último se observa la unión entre el alumno y el sistema educativo que se basa en la comunicación, es necesario que el alumno esté al tanto de ciertas decisiones al igual que el sistema educativo debe tener conciencia de la situación personal del alumno.

Con esta teoría se puede observar una evolución de la enseñanza, antes en épocas anteriores se sabe que los profesores se preparaban las clases con mucho esfuerzo al igual que hoy en día, pero la diferencia es que antes los profesores no disponían de las herramientas actuales como las nuevas tecnologías y tampoco se disponía de la misma riqueza en concepciones didácticas como de las que se disponen actualmente. La teoría de Brousseau defiende que las matemáticas no se pueden enseñar de manera separada y fuera de contexto de una determinada situación, esto quiere decir que debemos adentrarnos en el entorno del estudiante para proporcionar iniciativa, ganas de aprender a los alumnos y obtener lo mejor de ellos. El papel que desempeña el profesor dentro de esta teoría es de guía, nunca va a dar las respuestas a los alumnos de manera directa, sino que los irá guiando de manera indirecta hacia las respuestas y soluciones correctas para que descubran los conocimientos por sí solos.

B) Formación inicial en educación matemática del profesorado de primaria.

Se presenta el segundo tema de investigación, como bien se puede apreciar en el título trata sobre la formación de los maestros de primaria en educación matemática. Este es un tema que desde siempre ha estado rondando en el ámbito de la educación año tras año, como bien se sabe las matemáticas es una asignatura que se le puede nombrar como “asignatura pendiente” debido a su dificultad para comprenderla, no es solo una asignatura pendiente para los alumnos si no para los propios profesores también por eso se va a hablar sobre la importancia de la formación de los maestros.

Se debe conocer las características de las matemáticas para así poder comprender esta disciplina mejor y poder trabajar en la mejora de la formación inicial del profesorado. Dichas características son las siguientes: son una ciencia pura, un arte, un instrumento, una disciplina

presente en las artes, un elemento constituyente de nuestra cultura, una herramienta de uso cotidiano y material escolar. (Martín, 2001, p.6). Las características citadas anteriormente son aplicables a cualquier otra disciplina pero lo importante es saber y conocer que las matemáticas las tiene todas por ello son una disciplina tan compleja y se debe prestar especial atención a su forma de enseñarlas y transmitir las.

Como bien se sabe y se observa año tras año la educación matemática es siempre cuestionada por los resultados, vamos a centrarnos y a profundizar un poco en la prueba PISA, estas siglas hacen referencia al Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos. Este programa fue diseñado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) con la finalidad de estudiar y evaluar a nivel internacional el aprendizaje de los alumnos al llegar a 4º E.S.O (entre 15-16 años). Gracias a la prueba PISA los diferentes países pueden observar los niveles educativos que tienen y los de los demás países, para así poder ver y mejorar si es necesaria la calidad educativa que están ofreciendo.

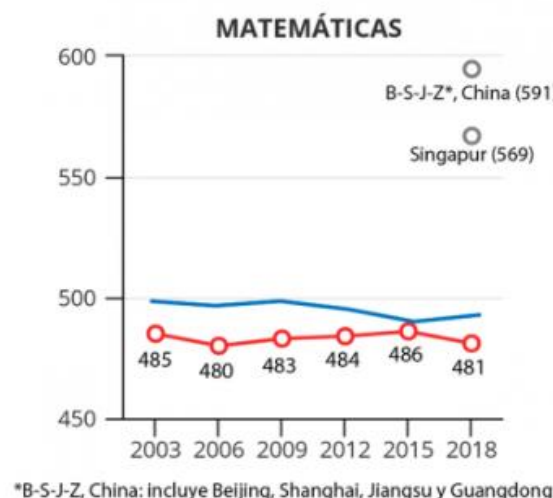
Estas pruebas han sido creadas con el fin de evaluar diferentes competencias, antes de nombrarlas debemos conocer bien la definición de competencia, según Perrenoud (2001) define competencia como la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizando a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa múltiples recursos cognitivos: saberes, capacidades, microcompetencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y de razonamiento. Una vez definida competencia ya se puede pasar a nombrar las diferentes competencias que se evalúan en los estudios PISA:

- Competencia lectora
- Competencia matemática
- Competencia científica

Dentro de estas tres grandes competencias las que son de interés para analizar y ver qué resultados se obtienen es la matemática porque es la que se está estudiando más a fondo. Los resultados publicados de las últimas pruebas PISA fueron en el año 2018 y España consiguió en matemática una puntuación de 481 puntos. (*Educación - Resultado Informe PISA 2018*, s. f.)

España en el informe PISA

Puntos de España | Media de la OCDE



Fuente: OCDE

Como bien se puede observar en este gráfico España ha tenido un pequeño bajón en la puntuación dentro de la competencia matemática y se encuentra por debajo de la media de la OCDE que son 489 puntos, además China y Singapur son las dos puntuaciones más altas en el último estudio.

Los resultados del estudio PISA han revelado que, en muchos casos, el rendimiento académico de los estudiantes de diferentes países no cumple con las expectativas. Como resultado, se ha generado una preocupación significativa en el sistema educativo y, en particular, en el equipo docente. Esto se debe a que los profesores son la fuerza impulsora detrás del proceso de enseñanza y aprendizaje, y su capacidad para impartir conocimientos de manera efectiva puede marcar una gran diferencia en el rendimiento de los estudiantes. Dado que los resultados de PISA muestran una brecha significativa en el rendimiento académico, es importante que los docentes reciban apoyo y recursos adicionales para ayudar a mejorar la calidad de la educación que imparten. Esto podría incluir una mayor formación y desarrollo profesional, así como una mayor inversión en recursos educativos y tecnología.

Una vez profundizado un poco en las pruebas y estudios PISA es el momento de adentrarse en el lugar que ocupan las matemáticas dentro de la formación inicial del profesorado, en la carrera de Educación Primaria. Las matemáticas ocupan un lugar importante en la carrera de Educación Primaria. Los futuros docentes deben tener un

conocimiento sólido de las matemáticas para poder enseñar de manera efectiva a los estudiantes.

En la carrera de Educación Primaria, los estudiantes tienen cursos de matemáticas que abordan temas como aritmética, geometría, estadística y álgebra básica. Estos cursos les proporcionan las habilidades y el conocimiento necesarios para enseñar matemáticas de manera efectiva a los estudiantes de educación primaria.

Otro punto del que se debe hablar es centrar la atención en la formación del profesorado, dicha atención es importante para mejorar la calidad de la educación, pero es necesario tener en cuenta que los futuros docentes y sus oportunidades de aprendizaje también son fundamentales. En este sentido, es importante evaluar la formación que reciben los futuros profesores y asegurarse de que estén perfectamente preparados para impartir una educación de calidad. Es importante que la formación sea rigurosa y actualizada, y que se incluya tanto el conocimiento pedagógico como el contenido específico de las áreas que imparten. Además, es necesario que los futuros docentes tengan la oportunidad de adquirir experiencias prácticas en entornos de enseñanza reales como son los centros educativos, lo que les permitirá aplicar lo que han aprendido en el aula.

En cuanto a las oportunidades de aprendizaje, es importante que los profesores tengan acceso a recursos y programas que les permitan mantenerse actualizados constantemente y así poder mejorar ininterrumpidamente sus habilidades de enseñanza. Esto podría incluir programas de crecimiento profesional, talleres, conferencias y oportunidades de colaboración con diferentes docentes.

C) Conocimientos matemáticos y modelos de formación

Antes de comenzar cabe destacar que se va a dividir este punto en dos apartados: 1) Conocimientos matemáticos y 2) Modelos de formación para el profesorado. Se ha decidido separarlos para un mayor entendimiento, aunque ambos puntos están relacionados puesto que los modelos de formación son necesarios para enseñar los conocimientos.

Se comienza este tema de investigación destacando que en la actualidad, no existe un convenio acerca de cuáles son los contenidos, competencias y conocimientos que todo

profesor de matemáticas debe poseer para impartir clases de manera efectiva y lograr que los estudiantes aprendan de una forma significativa. Esta falta de acuerdo genera una diversidad de enfoques y estrategias pedagógicas, que puede afectar de forma significativa la calidad del aprendizaje.

El hecho de que no exista un consenso sobre los conocimientos y competencias necesarios para los profesores implica que cada país, región o institución educativa establezca sus propias normas y criterios para formar a sus docentes. Esta situación genera una gran brecha en la variabilidad de calidad y efectividad de la educación en matemáticas, lo que puede afectar al aprendizaje y desarrollo de las habilidades matemáticas. Por lo tanto, es primordial fomentar la discusión y el diálogo para establecer unos criterios que sean comunes a todos y así poder mejorar la formación del profesorado de matemáticas.

1) Conocimientos matemáticos

Desde hace ya muchos años existe la preocupación de la investigación sobre la formación que reciben los profesores de matemáticas y qué conocimiento deben adquirir para su futura labor como docentes, en diferentes estudios vistos anteriormente se observa cómo preocupa la situación en la que los profesores son formados desde sus inicios, para mejorar esa situación se requiere una formación adecuada y continua, que incluya tanto aspectos teóricos como prácticos. Todo docente debe estar actualizado sobre las últimas tendencias en la enseñanza de las matemáticas, así como en el uso de tecnologías y herramientas educativas que les permitan mejorar su práctica.

Se puede decir de manera general y resumida que la formación de los profesores de matemáticas es un aspecto clave, ya que de ella depende en gran medida el éxito en el aprendizaje de los estudiantes en esta área. Es necesario que se siga investigando y mejorando la formación de los docentes para garantizar una educación de calidad en matemáticas.

En este tema hay un autor llamado Shulman que sus ideas fueron pioneras y que han sido usadas de referencias para estudios posteriores. Shulman (1986) propone tres categorías del conocimiento del contenido: conocimiento de la materia, conocimiento curricular y conocimiento didáctico del contenido. Con esta teoría podemos organizar lo que nos quiere transmitir este autor y explicar que el conocimiento del contenido recoge que por una parte el

docente organice el conocimiento de la materia, para poder organizar ese conocimiento el profesor deberá conocer y manejar a la perfección el currículo para realizar los materiales necesarios y ajustados para la enseñanza, para finalizar la última parte que recoge esta teoría es “la forma particular del conocimiento del contenido que incorpora el aspecto del contenido que guarda más relación con la enseñanza” (Shulman, 1986, p.9).

El conocimiento didáctico de las matemáticas consta de diferentes conocimientos que son cruciales y la unión de todos ellos conlleva el logro de una enseñanza efectiva que es lo que todo docente quiere conseguir, tal y como dice Rico (2015, p.35) “el conocimiento didáctico de las matemáticas escolares sobre un contenido consta del conocimiento sobre su contenido, del conocimiento sobre su aprendizaje, del conocimiento sobre su enseñanza y del conocimiento sobre su evaluación”.

2) Modelos de formación para el profesorado

Todo profesor lo primero que tiene que hacer es integrarse en el sistema educativo correctamente, una vez dado este paso de integración y manejen de forma hábil las competencias necesarias para el crecimiento en su labor, se puede continuar con una formación más profunda. Todo profesor es enseñado con un modelo de formación y posteriormente ellos enseñan a sus alumnos con diferentes modelos, ya que cada profesor es un mundo y debe elegir qué modelo se ajusta más a su estilo de enseñanza.

Dentro de la educación a lo largo del tiempo se observan dos grandes modelos de formación, por un lado está el modelo tradicional y por otro lado el modelo actual. Hay que resaltar que el modelo actual es un modelo totalmente innovador. La educación tiene un gran cambio a partir del siglo XX, antes se hacía uso de una educación totalmente tradicional en la que los alumnos hacían lo que el maestro ordenaba, esto no quiere decir que hoy en día se haya perdido la autoridad del profesor, la educación tradicional se basaba en el método de aprendizaje por imitación en el que el profesor explicaba los contenidos y el alumno a base de imitar y repetir al profesor aprendían los conceptos, este método según Zabalza (2007) se caracteriza por tener un currículo inflexible y centrado en el aula. Toda esa educación se puede decir que se está quedando obsoleta y se está cambiando con la intención de conseguir un punto medio en el que haya modelo tradicional a la vez que necesidad de buscar y conseguir innovar, porque el modelo actual es algo que hace bien ya que como dicen Glaser,

et al. (2007) hay que considerar la educación ya no como un aprendizaje limitado en el tiempo, sino como un proceso que continúa durante toda la vida.

No se debe perder de vista como ya se ha tratado en puntos anteriores la importancia que tiene la formación del docente. La formación docente debe incluir el conocimiento del contenido y el conocimiento didáctico del contenido, ya que las investigaciones han demostrado que hay una correlación positiva (Keick-mann, et al., 2013). Es por lo tanto indispensable la composición de teoría y práctica a la vez que se reflexiona sobre la formación para así observar que se está haciendo de forma adecuada.

Existe un aspecto único y muy importante que no se debe olvidar, los profesores no sólo se dedican a adquirir y transmitir conocimientos, también son ciudadanos y personas, por lo tanto a parte de la importancia que tiene la formación profesional también hay que darle visibilidad y prestar atención a la parte socioemocional. Toda persona necesita formación a nivel personal para aprender a autorregularse y estar bien consigo mismo para afrontar las distintas situaciones complejas a las que se enfrentarán.

2.2 Interpretación de los estudios bajo la teoría

La interpretación de los estudios es algo necesario para asegurar que se ha entendido correctamente todos los estudios tratados en el punto anterior y poder pasar a la parte metodológica de la investigación.

Como bien se sabe los tres estudios explicados anteriormente disponen de diferentes temáticas pero a su vez se complementan. Primero se tiene la modelización de Brousseau sobre el sistema de enseñanza, lo que se quiere conseguir con esta modelización es la interpretación y entendimiento de cómo se organiza el sistema de enseñanza y la relación necesaria que debe haber entre el sistema educativo, saber escolar y el alumno. Dentro de este esquema lo que nunca se debe perder de vista es que el alumno es lo más importante dentro de esa relación, además esa relación se observa que las flechas son bidireccionales lo que significa que todo está relacionado entre sí y no sólo hay una dirección, por lo tanto todo profesor debe saber manejarse y desenvolverse adecuadamente ante la ley, el proceso enseñanza-aprendizaje y el alumno para así conseguir siempre esa relación y poder culminar adecuadamente su labor.

Interpretando este estudio dentro del tema de la investigación, se sabe que las matemáticas es una asignatura que consta con una dificultad que se observa en su contenido, por lo tanto adquiere mala fama e imagen y por error se culpa al alumno por la dificultad que presenta a la hora del aprendizaje y al docente por no transmitirla de la mejor manera posible debido a la falta de formación, todo esto es un grave error que se comete porque no siempre la culpa es de la comprensión del alumno ni de la forma de transmitir del profesor, la dificultad de la enseñanza de las matemáticas y su didáctica deriva en la parte de la didáctica que a veces no es empleada correctamente. La didáctica como ya se conoce es un campo muy amplio y abarca muchos conceptos de la educación como el proceso de enseñanza, tareas, formas o métodos de enseñanza...

Por lo tanto la modelización de Brousseau quiere transmitir que cuando se hace referencia a que la dificultad de la enseñanza matemática proviene de su didáctica nos estamos refiriendo a cualquiera de estos contenidos que la conforman.

Con respecto al segundo estudio que trata sobre la formación inicial en educación matemática de maestros de primaria tiene una interpretación de falta de formación, se ha profundizado un poco en las pruebas PISA y observado los resultados de nuestro país, con estas pruebas se puede ver cómo los alumnos obtienen unos resultados bajos y esto significa que hay que dar un giro a nuestro sistema de formación. Haciendo hincapié en la atención al profesorado ya que es de gran importancia para mejorar la calidad de la educación, pero también es importante enfocarse en la formación y las oportunidades de aprendizaje que se le dan a los futuros docentes. Al garantizar que los futuros profesores estén bien preparados y tengan acceso a oportunidades de desarrollo profesional y recursos educativos adecuados, se puede mejorar significativamente la calidad de la educación y, en última instancia, el rendimiento académico de los estudiantes.

El último estudio trata sobre conocimientos matemáticos y modelos de formación, la interpretación que se puede realizar es por una parte el conocimiento matemático no es un único conocimiento sino que consta de diferentes conocimientos, esto es algo de vital importancia saber ya que en muchas ocasiones se aísla el conocimiento matemático del resto de conocimientos y esto conlleva un problema a la hora de aprenderlo. Por otro lado los modelos de formación es algo que como ya se ha visto anteriormente en el marco teórico, han

evolucionado y por lo tanto la enseñanza debe evolucionar también para que sea eficiente y así conseguir un mayor rendimiento académico tanto en la formación del profesorado como la del alumno.

3. Marco metodológico

Este trabajo de investigación abarca estudios sobre modelización del sistema de enseñanza, formación inicial del profesorado en matemáticas y por último conocimientos matemáticos y modelos de formación, todos estos estudios se investigan y se llevan a cabo desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. Este marco metodológico está delimitado por el marco teórico que se ha trabajado e investigado anteriormente. Se va a tratar dos metodologías diferentes en las que se dividirán los tres estudios tratados en el marco teórico: 3.1. Metodología de la Didáctica de las Matemáticas, en este apartado se desarrolla la modelización de Brousseau sobre el sistema de enseñanza y 3.2. Metodología de la formación del profesorado, en el que se trabajan los otros dos estudios restantes que son: formación inicial en educación matemática de maestros de primaria y conocimientos matemáticos y modelos de formación.

Ambas metodologías en las que se centra este marco son complementarias pero para conseguir un mayor entendimiento de la investigación se van a estudiar sus metodologías por separado. Para que se pueda continuar con este punto se debe hacer hincapié y definir el significado de metodología dentro de un estudio, cuando se usa ese término se está haciendo referencia a la investigación de estudios, se trata de profundizar en la base de las teorías para así poder comprender su evolución y contenido.

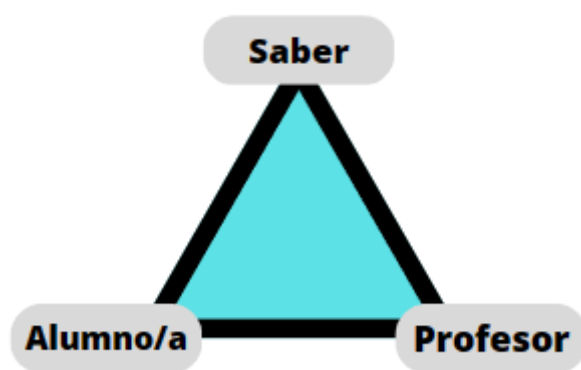
3.1 Metodología de la Didáctica de las Matemáticas

La metodología de la didáctica de las matemáticas ya se ha mencionado anteriormente en el marco teórico, pero ahora se va a tratar desde la perspectiva metodológica y qué procesos son utilizados a la hora de llevarla a cabo, pero sin perder de vista los trabajado en lo teórico.

Dentro de este ámbito se tiene al matemático francés Brousseau que ya se ha nombrado en el marco teórico siendo el primer estudio que se investiga, este profesor e

investigador desarrolló en los años 70 una modelización del sistema de enseñanza que se basaba en la relación entre el sistema educativo, saber escolar y el alumno, a su vez no se puede perder de vista que se centra en la didáctica de las matemáticas.

El estudio metodológico que se va a llevar a cabo sobre la didáctica de las matemáticas es la Teoría de Situaciones Didácticas, que a su vez se va a relacionar con la teoría de Brousseau. Situación didáctica se entiende como una situación elaborada por el docente con el propósito de conseguir que los alumnos conquisten unos saberes determinados en dicha situación. A lo largo del desarrollo de toda situación didáctica se debe tener en cuenta el triángulo didáctico:



Fuente: Elaboración propia

Se conoce que la metodología que lleva la modelización de Brousseau es la de este triángulo didáctico en el que los tres vértices están relacionados entre sí. Dentro de las situaciones didácticas se provocan unas situaciones no didácticas que según Vidal (2009) son: “situaciones que se caracterizan por el trabajo que realiza el alumno interactuando con el problema propuesto o bien discutiendo con sus compañeros acerca de éste”. Brousseau (1998) con respecto a la situaciones no didácticas dice: El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego.

Este modelo se basa en la metodología de situaciones de aprendizaje en las que el profesor actúa de guía y los alumnos en ocasiones deben resolver los problemas mediante el descubrimiento y así conseguir un aprendizaje significativo.

3.2 Metodología de la formación del profesorado

Como ya se ha mencionado con anterioridad, bien se sabe que los centros educativos de hoy en día no tienen nada que ver con los de hace unos bastantes años, una de las cosas que se ha visto evolucionar ha sido la preparación de los docentes y en concreto la forma de impartir esa preparación, como dice Kennedy (2016) “cuando la formación docente se desarrolla en las universidades, el conocimiento aparece fragmentado en tramos que suelen impartirse durante un curso semestral y un reducido número de créditos”. Por otra parte refiriéndose al sistema tradicional según Darling-Hammond (2017) “El formato tradicional de preparación del profesorado registra serios signos de agotamiento ante los retos planeados por las primeras décadas del siglo XXI”, esto hace reflexionar y preguntarse sobre la educación que hay actualmente en nuestro país.

A continuación se presenta un estudio que es de gran ayuda a la hora del análisis sobre el entorno del docente, este estudio es el Estudio TALIS (Teaching and Learning International Survey) y se dedica al estudio y análisis del ambiente del docente y en las condiciones de trabajo que tienen. El informe TALIS que salió en 2018 según la OCDE (2019) informaba que el 76% de los profesores ha realizado al menos un curso o taller en el último año y un 40% de docentes han intervenido en alguna red de profesores vinculadas con el desarrollo docente. Con esto se observa que es de vital importancia el desarrollo y la formación continua del profesorado ya que la educación avanza y cambia constantemente, pero cuando se habla de formación del profesorado no solo es la académica si no que se debe tener muy presente también la formación aislada y propia de cada persona.

Ante el avance de la educación se debe tener en cuenta la evolución de la metodología utilizada en la enseñanza de la formación docente, es un mecanismo conjunto que todo avanza por conseguir la mejor formación tanto para el profesorado como para los alumnos como futuros ciudadanos. El avance de la metodología y su forma de ser utilizada es todo un desafío porque la sociedad evoluciona muy rápidamente y de forma constante, actualmente se encuentra una metodología innovadora pero a su vez también una tradicional. La metodología

innovadora es aquella que se centra en lo que se tiene hoy en día como las nuevas tecnologías, formación a través de las redes sociales, aprendizaje a distancia... Mientras que la tradicional es la de siempre, enseñar la base a los futuros docentes que deben acudir a clases, estudiarse el temario y posteriormente examinarse para ver si se ha adquirido los contenidos.

Dentro de la metodología no se puede omitir el aprendizaje autónomo, lo que el propio docente aprende por su parte en los ambientes sociales, experiencias vividas, emociones... El aprendizaje autónomo es algo que no se puede controlar porque las personas están aprendiendo constantemente a lo largo de la vida y lo que cada uno aprende es algo propio y personal que a cada persona le puede afectar de una forma u otra.

Lo que se debe procurar es siempre el avance de la educación a la par que avanza la sociedad pero siempre que esos cambios sean coherentes y beneficien tanto al docente como a los alumnos, por otra parte no se debe de perder nunca la esencia de lo tradicional ya que aporta un toque de seriedad y disciplina. Algo muy importante dentro de la educación y de lo hablado anteriormente es que debe ser indiferente la metodología utilizada con respecto a la base de la educación, dicha base es el sistema del triángulo didáctico que ya se ha analizado anteriormente, este sistema nunca puede perderse porque deja clara la relación entre los componentes clave de toda enseñanza y se debe respetar.

4. Resultados

Se pasa al análisis de los resultados de las metodologías investigadas en el punto anterior. Ambas se relacionan entre sí de manera muy estrecha ya que dependen la una de la otra para poder completar el círculo de la educación.

La primera metodología que se investiga es la relacionada con la didáctica de las matemáticas, en esta se ha estudiado la Teoría de Situaciones Didácticas relacionada con la modelización de Brousseau sobre el sistema de enseñanza. Se presta especial atención al modelo creado por Brousseau, es decir, el triángulo didáctico formado por las relaciones bidireccionales entre el saber matemático, alumno y profesor. Este modelo es utilizado como base para la teoría de situaciones didácticas, con el fin de poder diseñar situaciones de aprendizaje. Las situaciones de aprendizaje se pueden definir como: situaciones que los docentes plantean en las aulas con la finalidad de hacer de guía al alumno para que descubran

por sí solos el producto final, es decir, que sean capaces de descubrir y resolver problemas mediante la indagación para así conseguir un aprendizaje profundo.

A modo resumen sobre esta primera metodología, se puede concluir con que la base de la teoría de situaciones didácticas son las situaciones de aprendizaje que se utilizan a modo de herramienta para desarrollar un aprendizaje significativo en matemáticas, estableciendo siempre la relación primordial entre el saber, el alumno y el profesor.

La segunda metodología se trata de la forma en la que se prepara al profesorado para afrontar la enseñanza. Antes de continuar con los resultados de esta metodología se debe resaltar la gran evolución que han tenido las aulas y centros educativos en cuestión de unos 10 años, estos cambios afectan también a la preparación de los profesores. Los resultados que se adquieren del estudio TALIS son los siguientes:

- 76% de profesores han realizado al menos un curso en el último año.
- 40% de profesores han intervenido en alguna red de profesores vinculadas con el desarrollo docente.

Se observa como los docentes se forman en cursos de forma general, pero hay un bajo porcentaje de formación en cursos específicos con el desarrollo docente. Es evidente que la formación del profesorado sufre una baja preparación y dispone también de poca dedicación de tiempo.

En este caso se encuentra una metodología cambiante e innovadora que debe avanzar a la misma vez que la sociedad, no se debe perder de vista la metodología tradicional aunque el cambio se observa de forma muy rápida. Se debe procurar cambiar esos porcentajes tan desequilibrados que se identifican en el estudio TALIS, que revela porcentajes que son contraproducentes en la formación docente. La formación debe considerarse una prioridad para así conseguir un nivel adecuado del docente para que se pueda estar a la altura de lo que la sociedad exige. Esta preparación implica ofrecer oportunidades constantemente, pero que se actualicen y avancen a la demanda de la sociedad.

Debe ser imprescindible el avance hacia una metodología innovadora y flexible, sin que se pierda de vista el poder adaptarlo todo a la sociedad. A su vez no se debe perder la enseñanza tradicional puesto que es la base de la enseñanza, pero es de vital importancia

buscar el equilibrio entre lo tradicional e innovador y de esta forma garantizar una buena formación docente y una posterior enseñanza de calidad.

5. Discusión y conclusiones

Dentro de la discusión de este trabajo se han examinado diferentes aspectos clave dentro de la enseñanza de las matemáticas. A lo largo del trabajo se han investigado diferentes perspectivas pedagógicas y metodologías de la educación y enseñanza.

Se ha realizado investigaciones sobre la formación del profesorado para que se estudie la solidez de dicha formación en didáctica de las matemáticas, con el fin de que se garantice una enseñanza de calidad. El profesorado debe realizar una buena adquisición sobre conocimientos y habilidades para poder educar de una manera asequible y significativa. La formación del profesorado debe proporcionar facilidades al alcance de todos los docentes y enfocarse en los nuevos avances de la sociedad para no quedarse atrás, por lo tanto, se debe facilitar todo tipo de formación y mejora a los docentes para que así se adquieran conocimientos de cómo abordar las diferentes dificultades que se les presentan dentro del aprendizaje de las matemáticas y crear un aprendizaje activo y significativo.

Para concluir, la didáctica de las matemáticas y la formación del profesorado poseen un papel fundamental en la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje de esta área. Es vital que los programas de formación dispongan de una buena base en didáctica de las matemáticas al igual que en todas las áreas. Además, la continua formación del profesorado es crucial para estar siempre “actualizados” sobre las nuevas investigaciones y enfoques en la enseñanza.

Es importante seguir investigando y estudiando en este ámbito para que se contribuya en la mejora de la formación del profesorado y, en última instancia, asegurar la didáctica matemática a favor de los estudiantes.

6. Bibliografía

Brousseau G. (1998): *Théorie des Situations Didactiques*, La Pensée Sauvage, Grenoble, Francia.

Bunge, M. (1985). Epistemología. Barcelona: Ariel.

Darling-Hammond, L. (2017). Teacher education around the world: What can we learn from international practice? *European Journal of Teacher Education*, 40(3), 291-309. <https://doi.org/10.1080/02619768.2017.1315399>

Educación – Resultado Informe PISA 2018. CSIF. [Educación - Resultado Informe PISA 2018 | CSIF](#)

Glaser, R.; Lieberman, A. y Anderson, R. (2007). “El aspecto de la visión”: la investigación pedagógica y la AERA en el siglo XXI. Tercera parte: Perspectivas de la relación entre investigación y práctica. *Educational researcher* (Washington, DC), vol. 26, nº 7, págs. 24-25

Godino, J. (2003). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Documento de trabajo del curso de doctorado «Teoría de la educación Matemática»*. Recuperado, 6.

Kennedy, M. (2016). Parsing the practice of teaching. *Journal of Teacher Education*, 67(1), 6-17. <https://doi.org/10.1177/002248711561461>

Kleickmann, T., Richter, D., Kunter, M., Elsner, J., Besser, M., Krauss, S., & Baumert, J. (2013). Teachers’ content knowledge and pedagogical content knowledge: The role of structural differences in teacher education. *Journal of teacher education*, 64(1), 90-106.

Mallart, J. (2001). Didáctica: concepto, objeto y finalidades. En F. Sepúlveda y N. Rajadell (coords.), *Didáctica general para psicopedagogos* (pp.23-57). Madrid: UNED.

Marcelo, C. (1994). Formación del profesorado para el cambio educativo. Barcelona: PPU.

Martinón, A. (2001). La ecuación didáctica del profesor de matemáticas. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 45, 3-19.

Nieto, B. L. J. (2022, 7 octubre). Aprender a enseñar matemáticas: la formación del profesorado en España. *El País*. [Aprender a enseñar matemáticas: la formación del profesorado en España | Educación | EL PAÍS \(elpais.com\)](#)

OCDE. (2019). TALIS 2018 Results. Teachers and school leaders as lifelong learners. OCDE.

Perrenoud, P. (2001). La formación de los docentes en el siglo XXI. *Revista de Tecnología Educativa*, XIV (3), 503-523.

Rico, L. (2015). Matemáticas escolares y conocimiento didáctico.

Rico, L. Sierra, M. y Castro, E. (2000). Didáctica de la matemática. En, L. Rico y D. Madrid (Eds), *Las Disciplinas Didácticas entre las Ciencias de la Educación y las Áreas Curriculares. Madrid: Síntesis*.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4 - 14.

Steiner, H.G. (1984); Balacheff, N. y otros. (Eds.) *Theory of mathematics education (TME)*. ICME 5. Occasional paper 54. Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.

Vidal, R. (2009). *La Didáctica de las Matemáticas y la Teoría de Situaciones*.

Zabalza, M. (1997). *Diseño y desarrollo curricular (7º ed.)* [Curriculum design and development]. Madrid: Ediciones Narcea, S.A.