



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

Escuela Politécnica Superior de Linares

**HERRAMIENTA DIDÁCTICA
PARA EL ESTUDIO DE LAS LÍNEAS
DE TRANSMISIÓN EN ALTA
FRECUENCIA.**

Alumno: ÁNGELA CÁMARA ZAFORA

Tutor1: JOSÉ FERNANDO RIVAS PEÑA

Tutor2: JUAN PEDRO ROA GÓMEZ

Depto.: Ingeniería de Telecomunicación.

Junio, 2021



UNIVERSIDAD DE JAÉN
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR DE LINARES
Grado en Ingeniería de Tecnologías de Telecomunicación

Trabajo Fin de Grado

**HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL ESTUDIO DE LAS
LÍNEAS DE TRANSMISIÓN EN ALTA FRECUENCIA.**

Índice de contenido

1. Introducción.....	7
1.1. Resumen.....	7
1.2. Objetivos y motivación.	8
1.3. Introducción a la alta frecuencia.	8
1.4. Introducción a las microondas.....	9
1.4. Introducción a las líneas de transmisión.	11
1.5. Historia de las comunicaciones eléctricas.....	12
2. Antecedentes.....	14
2.1. Tx-line.....	14
2.2. Librería smithplot de MATLAB.....	15
2.3. Librería pySmithPlot de Python.....	16
2.4. EasyCalculation.com.....	17
3. Teoría de las líneas de transmisión.....	18
3.1. Líneas de transmisión.....	18
3.2. Distinción entre líneas de transmisión balanceadas y no balanceadas.....	19
3.3. Líneas de transmisión más comunes.	20
3.3.1. Línea Bifilar o par de hilos.	20
3.3.2. Cable coaxial.....	21
3.3.3. Línea Microstrip.....	22
3.4. Medios de transmisión.	22
3.4.1. Dieléctrico sin pérdidas.	22
3.4.2. Buen dieléctrico.....	23
3.5. Modos de propagación.....	25
3.5.1. El modo TEM.	25
3.6. Ecuaciones de Maxwell.....	28
3.7. Línea de transmisión terminada.....	34
3.7.1. Ondas de tensión y corriente y condiciones de frontera.	34
3.8. Propagación en las líneas de transmisión	38

3.9. Modelo circuital de la línea de transmisión.	39
3.10. Ecuaciones de la línea de transmisión.	41
3.11. Estudio de las líneas de transmisión más comunes.	47
3.11.1. Cable coaxial.	47
3.11.1.1. Parámetros primarios en bajas frecuencias.	48
3.11.1.2. Parámetros primarios en altas frecuencias.	48
3.11.1.3. Frecuencia de corte del primer modo superior.	48
3.11.2. Línea de placas paralelas o Biplaca.	49
3.11.2.1. Parámetros primarios en altas frecuencias.	49
3.11.2.2. Frecuencia de corte del primer modo superior.	50
3.11.3. Línea Bifilar.	50
3.11.3.1. Parámetros primarios en bajas frecuencias.	50
3.11.3.2. Parámetros primarios en altas frecuencias.	51
3.11.4. Stripline.	51
3.11.4.1 Análisis stripline aproximado.	52
3.11.4.2. Frecuencia de corte del modo superior en Stripline.	53
3.11.5. Microstrip.	53
3.11.5.1. Diseño de una línea microstrip.	55
4. Carta de Smith.	56
5. Elección de lenguaje de programación.	62
5.1. Lenguaje de programación a utilizar.	62
5.2. Matlab.	62
5.2.1. Historia de Matlab.	63
5.2.2. Características generales necesarias para comenzar a crear una interfaz gráfica en Matlab.	63
5.3. Python.	66
5.3.1 ¿Por qué usar python?	66
5.3.2. Interfaz gráfica de Python.	66
5.3.2.1. Métodos de tkinter usados.	67
5.3.3. Librería Numpy.	68
5.3.4 Librería matplotlib.	68
5.3.4. Librería math.	69
6. Elaboración de la Herramienta.	69

6.1. Resumen sobre los módulos que contendrá la Herramienta.	69
6.2. Módulo de la carta de Smith.	70
6.2.1. Objetivo.	70
6.2.2. Definición de funciones de lines.py.	70
6.2.3. Funciones del script principal para la representación con carta de Smith.	71
6.2.3.1. Representacion_max_min ().	71
6.2.3.2. Cálculo_ROE.	72
6.2.3.3 Representación_ZL.	72
6.2.3.4. Representación_Zd ().	73
6.2.4. Ejemplo del funcionamiento y uso.	74
6.3. Funciones para la calculadora de líneas de transmisión.	77
6.3.1. Cable coaxial.	77
6.3.1.1. Parámetros de entrada.	78
6.3.1.2. Parámetros primarios.	79
6.3.1.3. Parámetros secundarios.	79
6.3.2. Línea Bifilar.	80
6.3.4.1. Parámetros de entrada.	82
6.3.4.2. Parámetros de salida.	82
6.4. Ejemplos de uso de la calculadora de línea.	82
6.4.1. Línea Bifilar.	82
6.4.2. Cable coaxial.	85
6.4.3. Placas paralelas.	87
6.4.4. Línea Microstrip.	89
6.4.5. Parámetros secundarios.	90
Bibliografía.	92

SIGLAS

LOS	Line Of Sight, Visibilidad directa.
MIC	Microwave Integrated Circuit.
HMIC	Hybrid MIC.
MMIC	Monolythic MIC.
PCB	Placa de circuito impreso.

1. Introducción.

En este trabajo se va a realizar una herramienta de software para líneas de transmisión con el objetivo de que pueda utilizarse en algunas de las asignaturas estudiadas en la carrera de ingeniería de telecomunicaciones, como por ejemplo medios de transmisión o microondas. La herramienta en cuestión constará de una parte de calculadora de las líneas de transmisión más comunes y otra parte de representación en carta de Smith de impedancias y coeficientes de reflexión.

1.1. Resumen.

El estudio de las líneas de transmisión es de vital importancia debido a que el contenido de éstas está presente en los estudios de las telecomunicaciones. Por esto me parecía interesante desarrollar una herramienta didáctica que nos ayude a aprender sobre el análisis y diseño de las líneas de transmisión con el fin de facilitar a los alumnos de Telecomunicaciones su aprendizaje y práctica. Además, se realiza esta herramienta con el objetivo de poder usarla en alguna de las asignaturas de la carrera.

Se ha implementado una herramienta que nos ayudará, por un lado, en el cálculo de los parámetros primarios y secundarios de las líneas de transmisión más comunes, y por otro, a representar impedancias y coeficientes de reflexión en la carta de Smith.

1.2. Objetivos y motivación.

El análisis y estudio de las líneas de transmisión depende de las características geométricas y eléctricas de la línea. Pienso que sería de gran utilidad para el estudiante de la Escuela politécnica superior de Linares el disponer de una herramienta de software capaz de analizar y diseñar líneas de transmisión, así como determinar los parámetros primarios y secundarios de estas líneas. Por lo que me pareció muy útil realizar una herramienta de software capaz de realizar el cálculo de los parámetros primarios y secundarios de las líneas de transmisión más usadas.

Cuando la línea de transmisión es utilizada, es común determinar impedancias y coeficiente de reflexión y para ello, el estudiante se enfrenta al uso de la carta de Smith. Por esta razón la herramienta de software permite utilizar la carta de Smith es de gran interés y utilidad para el alumnado.

Los objetivos de este trabajo son:

- Estudio bibliográfico de líneas de transmisión.
- Estudio de las herramientas usadas hasta ahora en este ámbito.
- Estudio de la carta de Smith.
- Programación y elaboración de la herramienta.
- Pruebas con la herramienta para comprobar su funcionamiento con ejercicios teóricos.

1.3. Introducción a la alta frecuencia.

El valor de la longitud de onda de la línea denominada λ es inversamente proporcional a la frecuencia por lo que cuando subimos en frecuencia la longitud de onda de la línea disminuye.

$$\lambda = \frac{c}{f} \text{ (m)} \quad (1.1)$$

Podemos definir una línea de transmisión de alta frecuencia a aquellas cuya frecuencia de trabajo es lo suficientemente alta como para que la longitud de onda de la línea es del orden de la longitud física de la misma.

1.4. Introducción a las microondas.

Las microondas son ondas electromagnéticas que se producen en frecuencias desde 300 MHz a 300 GHz. Dentro de este rango de frecuencias se distinguen 3 subintervalos:

- Radiofrecuencia: Ondas electromagnéticas que se transmiten desde los 300 MHz a los 3 GHz.
- Microondas: Ondas electromagnéticas que se transmiten desde los 3 GHz a los 30 GHz.
- Milimétricas: Ondas electromagnéticas que se transmiten desde los 30 GHz a los 300 GHz.

El uso de estas frecuencias tan elevadas presenta grandes ventajas:

- Anchos de banda elevados: A mayor frecuencia se puede conseguir un ancho de banda mayor, cada vez son más los servicios que necesitan un gran ancho de banda.
- Saturación del espectro: El uso masivo de los sistemas de transmisión hace que en muchos de ellos ya estén ocupadas la mayoría de las frecuencias usadas por lo que es necesario disponer de más frecuencias.
- LOS: Las microondas ofrecen la posibilidad de realizar radioenlaces punto a punto.
- Focalización de energía: El uso de frecuencias elevadas hace que se puedan fabricar antenas más pequeñas.
- Fenómenos útiles: A 60GHz hay un pico de absorción en la atmósfera que podemos usar para servicios de transmisión a distancias muy cortas. Esta transmisión es muy segura, pero se usa con muy poca asiduidad debido a la frecuencia tan elevada en la que se produce.

Debido a estos motivos es muy importante poder usar la transmisión en microondas teniendo en cuenta que no podemos utilizar la teoría convencional de análisis de circuitos debido a:

- Efectos de radiación.
- Efectos parásitos provocados por componentes no ideales.
- Efectos de propagación. Al subir en frecuencia la longitud de onda va a disminuir ya que ésta es inversamente proporcional a la frecuencia. Esto va a provocar que la longitud de onda sea comparable al tamaño de los componentes y va a provocar que haya propagación en la línea.
- Efecto pelicular: La corriente circula por la superficie de los conductores y esto hace que aumente su resistividad.

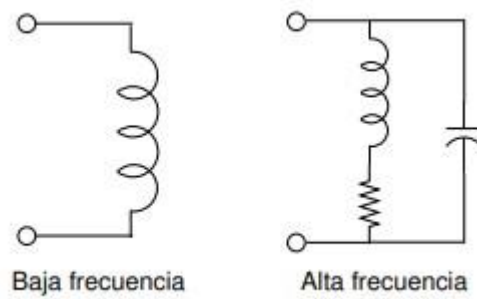


Figura 1.1.- Inductor ideal y modelo para altas frecuencias.

Dentro de los componentes utilizados en las microondas podemos distinguir entre:

- Componentes pasivos: Se pueden realizar con elementos distribuidos que tienen dimensiones comparables a la longitud de onda o con elementos concentrados, cuyas dimensiones son mucho menores que la longitud de onda.
- Componentes activos: Se realizan con dispositivos semiconductores, tales como transistores.

Además, estos componentes se suelen interconectar utilizando circuitos integrados de microondas MIC. De los que hay dos tipos:

- HMIC: Estos dispositivos están fabricados con un sustrato dieléctrico y los elementos del circuito son unidos a este a través de soldadura.
- MMIC: Estos dispositivos están fabricados por un sustrato semiconductor sobre el que se depositan materiales para formar el circuito.

1.4. Introducción a las líneas de transmisión.

Los sistemas de comunicaciones permiten transmitir y recibir información. Esta información puede tratarse de televisión, telefonía, música, internet, etc. y puede ser transmitida con diferentes características, con diferentes coberturas y con distinto grado de inmunidad a interrupciones o interferencias.

Para transmitir cualquier tipo de información es necesario una fuente que la genere, un transmisor, un canal por el que se transmita, un receptor y por último un destino. El medio de transmisión puede ser inalámbrico o guiado y siempre va a haber una distancia de longitud entre el transmisor y el receptor

Dentro de los medios de transmisión guiados podemos usar líneas de transmisión, guías de ondas, o fibra óptica, entre otros. Mientras que en los inalámbricos se trata del aire, el contenido se puede transmitir usando una gran diversidad de antenas.

En las transmisiones guiadas para transmitir desde un punto hasta otro es necesario un canal guiado que una cada punto, sin embargo, en el método de transmisión inalámbrico se puede comunicar un punto emisor con varios receptores sin necesitar este canal guiado. Esta ventaja puede desembocar en pérdida de calidad en la transmisión provocada por una distorsión en la señal a transmitir.

Un punto muy útil de la transmisión inalámbrica es la posibilidad de comunicar con dispositivos móviles. En un principio el uso de este método era más reducido ya que se usaba para la transmisión con barcos y aviones. Hoy en día, en cambio, se usa a diario gracias a los teléfonos móviles que están en uso por prácticamente todo el mundo. Sea cual sea el método de transmisión utilizado la señal transmitida se irá atenuando conforme vaya recorriendo la distancia de transmisión.

En los canales guiados las pérdidas serán provocadas por la dispersión de calor de los conductores que transmiten la información junto con los dieléctricos que los conforman la línea de transmisión, mientras que en los inalámbricos estas pérdidas son originadas

debido a las propiedades atmosféricas del medio. Por este motivo, los transmisores suelen modelar la señal con el fin de que sea transmitida con mayor facilidad y menos pérdidas. Además, también se implementan en los receptores propiedades o elementos restauradores para la señal recibida como por ejemplo amplificadores, decodificadores o separadores de canales para la transmisión de señales simultánea, entre otros.

Las líneas de transmisión se definen como cualquier sistema de más de un conductor, semiconductor o la combinación de ambos que se utiliza para transmitir información en forma de energía eléctrica o electromagnética. Los conductores confinan la energía electromagnética a una región de espacio que se limita al espacio físico que constituye la línea.

En el mundo de las telecomunicaciones las líneas de transmisión tienen diversas aplicaciones, entre ellas, circuitos resonantes, acopladores de impedancia, filtros. Además de su uso principal que es como transportadoras de señal entre una fuente y una carga.

Las condiciones físicas de la línea de transmisión condicionan sus parámetros físicos, y estos a su vez su comportamiento para transmitir señales. Estos parámetros son los parámetros primarios: Resistencia, inductancia, capacidad y conductancia, y se encuentran distribuidos uniformemente a lo largo de toda la línea como veremos con posterioridad.

1.5. Historia de las comunicaciones eléctricas.

Durante muchos años el hombre sólo pudo transmitir poca cantidad de información a una distancia muy corta y con una velocidad muy escasa. Un ejemplo de este tipo de transmisión era el sonido que se transmitía solo a la gente que estuviera en un lugar cercano a la fuente de emisión.

Fue en 1838 con la invención del telégrafo, cuya primera transmisión se llevó a cabo en 1844, esta transmisión se realizó en código morse y fue la primera transmisión a través de un medio guiado. La comunicación fue entre Baltimore y Washington usando un solo hilo como línea de transmisión ya que se usaba la tierra de retorno.

Unos años más tarde en 1876 con la aparición del teléfono fue cuando el método de transmitir información cambió de forma radical e inimaginable para aquella época, ya que se pudo transmitir la voz a través de una línea de transmisión bifilar.

Se construyeron miles de kilómetros de líneas sobre postes entre las ciudades más importantes del mundo. Inicialmente se hicieron para la transmisión de mensajes importantes codificados y después fueron capaces de procesar voz. Permitiendo así conversaciones telefónicas.

El primer canal que se utilizó para transmitir esta información sonora constaba de un solo conductor, el hierro sostenido por postes y se usaba como material de retorno el suelo natural. Este medio de transmisión era el más económico pues se ahorra la mitad del hierro, pero esto provocaba muchas pérdidas por fugas de corriente. El hierro fue sustituido más tarde por el cobre debido a las propiedades eléctricas de este y también se introdujo en estos sistemas un segundo conductor. Debido a que el uso del suelo como conductor provocaba muchas interferencias.

El siguiente problema con el que se encontraron al querer transmitir información de un lugar a otro. Era el transmitirla desde ciudades o países que estaba separados por mares o ríos. De aquí surgieron los cables submarinos.

Unos años más tarde Marconi realizó la primera transmisión de radio de la historia. Y consiguió construir un emisor según el modelo creado por Hertz.

Debido a la segunda guerra mundial en 1939 aumentaron las investigaciones acerca de la transmisión de microondas. Uno de los descubrimientos de estos momentos fue el radar, junto con las comunicaciones inalámbricas por microondas terrestres y las guías de ondas.

Una vez que ya se empleaban en todo el mundo la transmisión guiada empezaron a evolucionar estos métodos de transmisión. Para esto aparecieron las técnicas de multiplexaje, aislamiento y modulación de la transmisión para asegurar que se entregase la señal emitida, y que además de esto la transmisión fuera más rápida y segura.

Durante los primeros años del siglo XX las transmisiones se realizaban utilizando solamente la parte baja del espectro electromagnético, sólo se usaban líneas de transmisión con propagación T que explicaremos más tarde.

2. Antecedentes.

En el presente proyecto se va a realizar una herramienta de software que contendrá una parte de calculadora de líneas y otra de representación en carta de Smith. Para realizar este trabajo me he basado en algunas herramientas que existen en la actualidad y que hemos usado en algunas de las asignaturas de la carrera.

2.1. Tx-line.

TX-LINE es un software gratuito e interactivo que se usa para el análisis y síntesis de estructuras de líneas de transmisión. Además, se puede utilizar en Microwave Office para circuitos de adaptación y otros diseños en alta frecuencia.

Esta herramienta es capaz de analizar y diseñar líneas de transmisión basadas en las propiedades físicas del material usado y las características eléctricas de este. También se puede usar para analizar líneas ya diseñadas y calcular sus parámetros de transmisión.

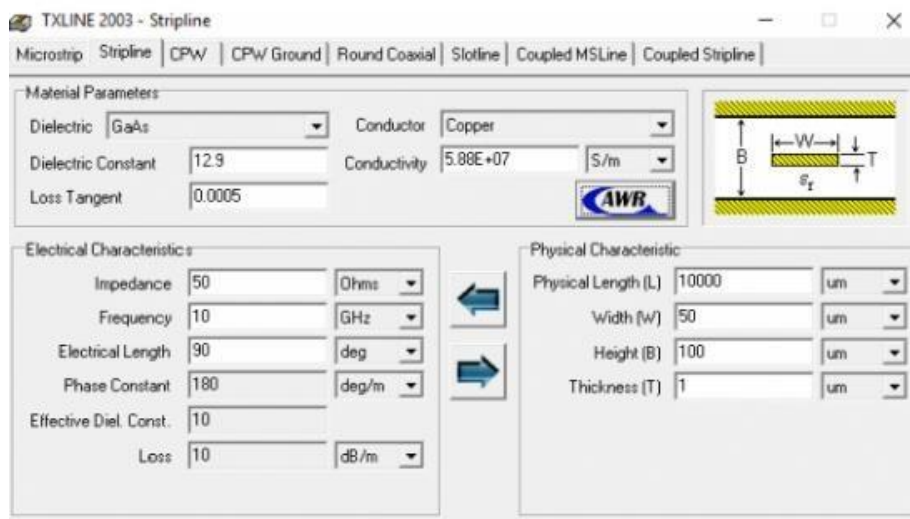


Figura 2.1. Imagen de la interfaz gráfica de la herramienta TX-LINE.

2.2. Librería smithplot de MATLAB.

Matlab contiene una librería que es capaz de representar datos en un gráfico de Smith según unos valores de entrada. Esto nos puede ser muy útil para la representación y el cálculo de impedancias y coeficientes de reflexión en una línea.

Esta función puede ser llamada con distintos parámetros de entrada:

- `Smithplot(frequency,data)`: crea un gráfico de Smith basado en valores de frecuencia y datos.
- `Smithplot(ax,___)`: crea un gráfico de Smith con un controlador de ejes definido por el usuario “ax” .
- `Smithplot(hnet)`: representa los parámetros de red.

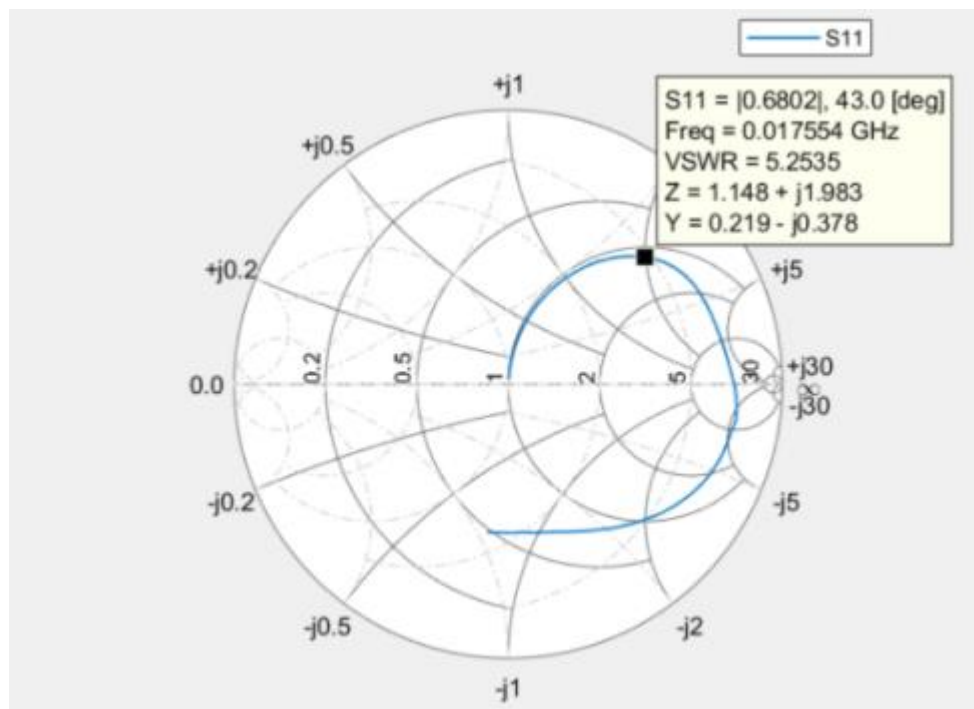


Figura 2.2. Ejemplo de uso de la librería smithplot en Matlab.

2.3. Librería *pySmithPlot* de Python.

Se trata de una extensión de la librería *matplotlib*, esta librería es capaz de crear gráficos de Smith en este lenguaje de programación. Esta librería permite la posibilidad de representar gráficos de Smith en función de diversos parámetros por lo que puede ser bastante útil para el aprendizaje de líneas de transmisión. Esta representación puede hacerse a través de un fichero *.csv* que incluya valores de los números complejos que se quieran representar en el gráfico. O bien, representar impedancias o admitancias, entre otros usos.

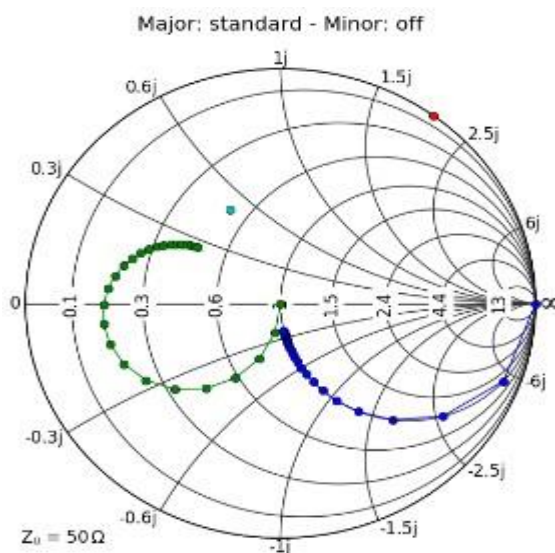


Figura 2.3. Ejemplo de uso de librería *pySmithPlot* en Python.

2.4. EasyCalculation.com

Se trata de una página web que incluye calculadoras para numerosas operaciones, de lo más variadas y dentro de las cuales he encontrado algunas de líneas de transmisión como podemos ver en la figura 2.3.

The image shows a web calculator interface for microstrip transmission lines. At the top, the title is "Calculador de Impedancia de Línea de Transmisión Microstrip" with a language selector set to "Español". Below the title, a description states: "Encuentra la impedancia (z_0) de cualquier línea de transmisión microstrip de los valores de la constante dieléctrica, la altura y la anchura utilizando esta calculadora eléctrica." The main calculation area is titled "Cálculo de Líneas de Transmisión Z0" and contains three input fields: "Constante Dieléctrica ϵ_r ", "Altura Dieléctrica (h)", and "Anchura (W)". Each input field is preceded by an equals sign (=). Below these fields are two buttons: a large red "Calculate" button and a smaller black "Reset" button. At the bottom, there is an output field labeled "Impedancia Z_0 " preceded by an equals sign (=).

Figura 2.3. Ejemplo calculadora web línea microstrip.

3. Teoría de las líneas de transmisión.

3.1. Líneas de transmisión.

Las características de una línea de transmisión vienen determinadas por la geometría de la línea y por sus propiedades eléctricas. Los mensajes que éstas emiten son transmitidos mediante canales por los que viaja la información, y pueden ser analizadas matemáticamente resolviendo las famosas ecuaciones de Maxwell una vez que sean verificadas las condiciones de contorno, ya que el campo electromagnético en el interior de la línea es solución de estas ecuaciones.

A continuación, podemos ver lo tipos de líneas de transmisión en la figura 3.1 donde, además, podemos apreciar el corte transversal de distintos tipos de líneas de transmisión:

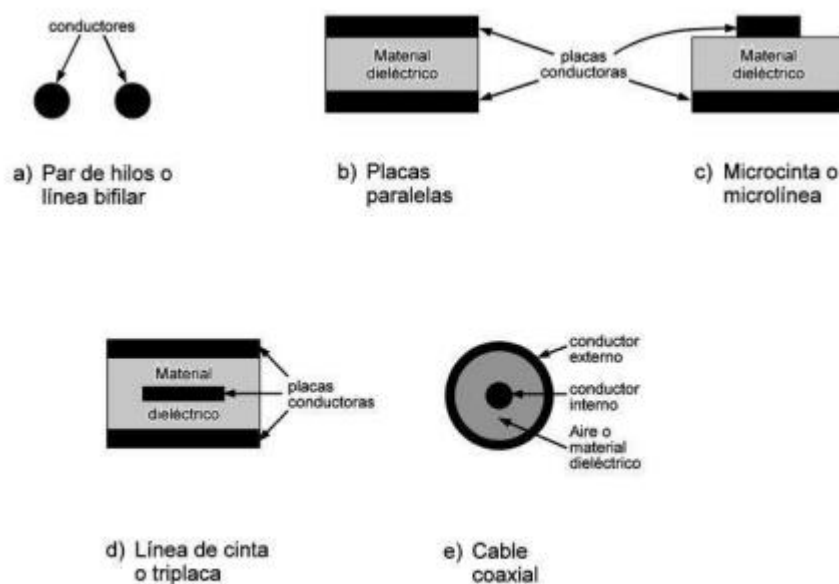


Figura 3.1. Corte transversal de distintos tipos de líneas de transmisión.

Fuente:

“Líneas de transmisión” de Rodolfo Neri Vela.

3.2. Distinción entre líneas de transmisión balanceadas y no balanceadas.

- Líneas de transmisión balanceadas:

Se trata de dos alambres conductores que llevan corriente. La señal se transmite en sentido inverso por uno de los dos alambres ya que se trata de la señal de regreso. Este tipo de corriente se denomina corriente de circuito metálico. La señal que se propaga por el alambre se calcula como diferencia de potencial entre los dos alambres. La ventaja de este tipo de transmisión es que el ruido se induce por igual en ambos conductores, y producen corrientes longitudinales, este tipo de corrientes son las que tienen la misma dirección, y estas se anulan. Se conoce como rechazo de modo común CMR.

- Líneas de transmisión desbalanceada:

Se trata de un conductor conectado a tierra. Este conductor puede utilizarse como nivel de referencia para otros conductores. Este tipo de transmisión puede generar pérdidas debido a que puede haber diferencias de potencial provocadas por inductancias y capacitancias que se generan al unir los conductores.

3.3. Líneas de transmisión más comunes.

Se van a presentar, a continuación, las líneas de transmisión que se van a diseñar y analizar con la herramienta software que se ha desarrollado en el presente Proyecto.

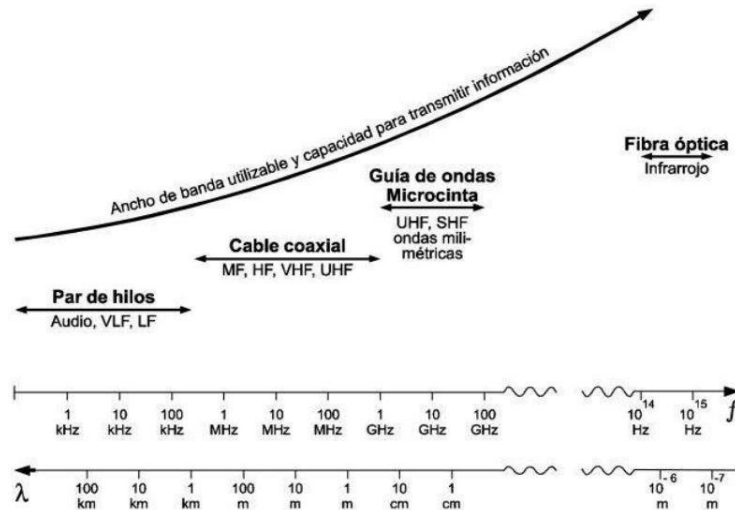


Figura 3.2. Por rango de frecuencias el uso de los distintos sistemas de transmisión

3.3.1. Línea Bifilar o par de hilos.

Se trata de una línea de dos conductores que van paralelamente unidos y cuya distancia de separación es constante gracias a un material dieléctrico que los separa, tal y como se indica en la figura 3.3. Los cables bifilares perfectos son aquellos que no irradian, debido a que los campos magnéticos de los conductores son de sentido opuesto. La principal ventaja de esta línea de transmisión es que tiene pérdidas más pequeñas que otro tipo de líneas.

Cómo se puede apreciar en la figura 3.2 los pares de hilos son los que menos ancho de banda poseen, son utilizados para la telefonía local, o cualquier tipo de transmisión de datos a una velocidad reducida.

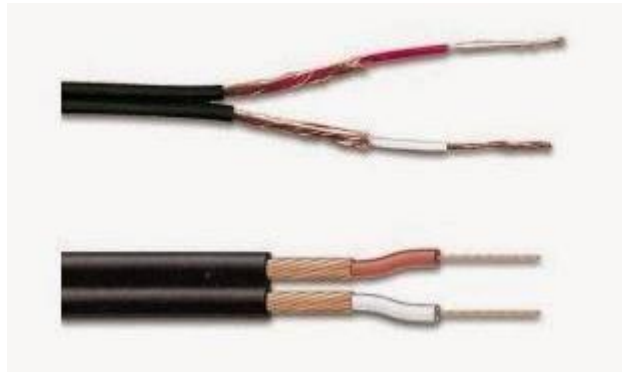


Figura 3.3. Ejemplo de cable bifilar

3.3.2. Cable coaxial.

Los cables coaxiales están compuestos por dos conductores concéntricos separados por un dieléctrico, éstos pueden transmitir información a frecuencias más altas. Esto permite que se puedan usar para la distribución de televisión, en telefonía multicanal, alimentación de antenas de VHF, entre otras de sus muchas aplicaciones.



Figura 3.4. Ejemplo de cable coaxial

3.3.3. Línea Microstrip.

Se trata de un tipo de línea de transmisión eléctrica que es fabricada a través de un PCB. Está compuesta por un conductor y un sustrato dieléctrico. Se suelen utilizar para interconectar circuitos de alta velocidad y también se incluyen en el diseño de antenas microstrip.

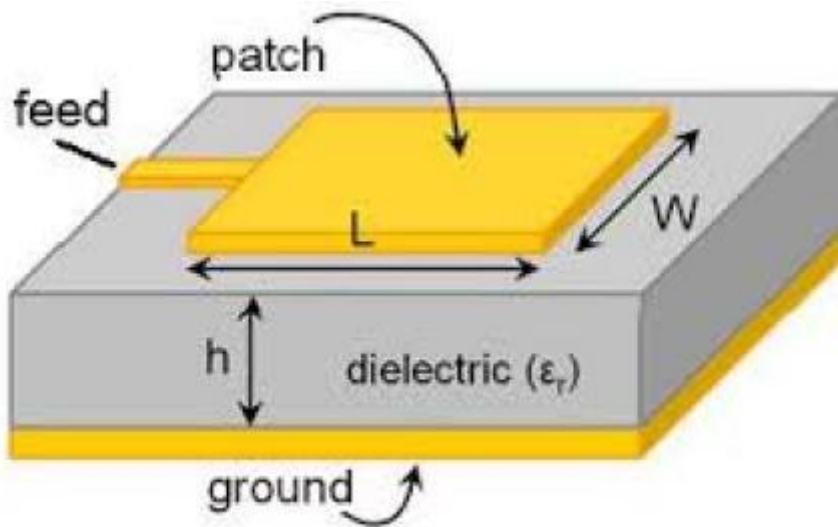


Figura 3.5. Antena microstrip.

3.4. Medios de transmisión.

La señal se propaga por el dieléctrico que conforma la línea. Las propiedades de dieléctrico vienen dadas por el valor de la permitividad eléctrica del material también conocida por la constante dieléctrica, esta se denota como ϵ .

3.4.1. Dieléctrico sin pérdidas.

En un dieléctrico sin pérdidas ϵ y μ son números reales, lo que implica que la constante de propagación de la línea viene definida por:

$$\gamma_o = j\omega\sqrt{\epsilon\mu} = j\beta \quad (3.1)$$

Donde:

- β es la constante de fase.
- ϵ es la constante dieléctrica.
- μ es la permeabilidad magnética, en los dieléctricos el valor de la permeabilidad magnética es constante y tiene valor: $\mu = 4\pi 10^{-7}$.

Además, podemos definir la impedancia intrínseca de la línea de la siguiente manera:

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (3.2)$$



Figura 3.6. Diagrama de dispersión de un dieléctrico sin pérdidas.

3.4.2. Buen dieléctrico.

En este tipo de transmisión hay pocas pérdidas, para que un material sea un buen dieléctrico debe cumplir que su tangente de pérdidas sea muy pequeña:

$$\text{tg}\delta \ll 1 \quad (3.3)$$

Además, considerando la propagación de ondas monocromáticas, para una frecuencia dada la constante dieléctrica se define por:

$$\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon'' \quad (3.4)$$

Y la tangente de pérdidas para un medio con conductividad σ a una frecuencia dada se define como:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon'' + \frac{\sigma}{\omega}}{\varepsilon'} \quad (3.5)$$

En este caso la constante de propagación será imaginaria. La parte real α se conoce como constante de atenuación, y la parte imaginaria β como constante de fase:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

Teniendo además la impedancia intrínseca una parte real y otra imaginaria:

$$\eta_r \approx \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon'}} \quad y \quad \eta_i \approx \eta_r \frac{\operatorname{tg} \delta}{2} \quad (3.6)$$

Si el dieléctrico es real la parte imaginaria de la impedancia intrínseca será despreciable.

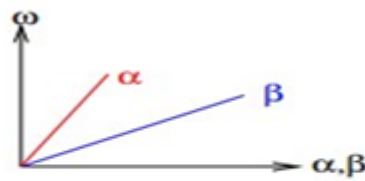


Figura 3.7. Diagrama de dispersión de un buen dieléctrico.

3.5. Modos de propagación.

Un modo de propagación es una solución de las ecuaciones de Maxwell. Cuando se considera una línea de transmisión el modo fundamental que se propaga, siempre que los conductores que conforman la línea son perfectos, es un modo TEM

3.5.1. El modo TEM.

El modo de transmisión TEM viene de la abreviación del modo de propagación transversal electromagnético. La transmisión por la línea se realiza de forma en que la señal electromagnética se transmite con una dirección de propagación transversal al campo magnético y eléctrico de la línea para que esto sea así es necesario que las líneas estén formadas por conductores perfectos.

Para el modo fundamental que se propaga en una línea, el modo TEM E y H siempre son perpendiculares a la dirección de propagación. Las líneas son capaces de transmitir información a otras frecuencias que impliquen que existan otros modos de transmisión.

Sin embargo, suelen usarse bajo la frecuencia de corte del primer modo superior, que es un modo TEM.

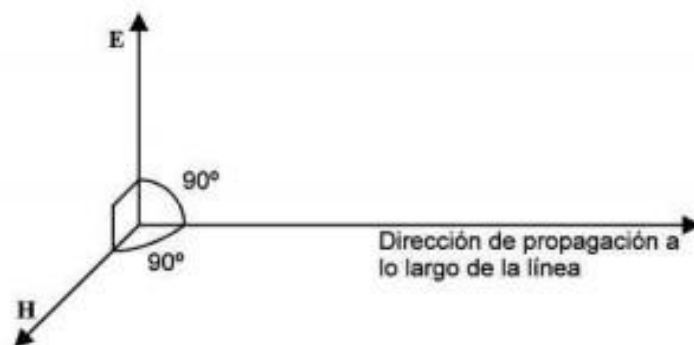


Figura 3.8. Modo de propagación TEM. Fuente: “Líneas de transmisión” de Rodolfo Neri Vela.

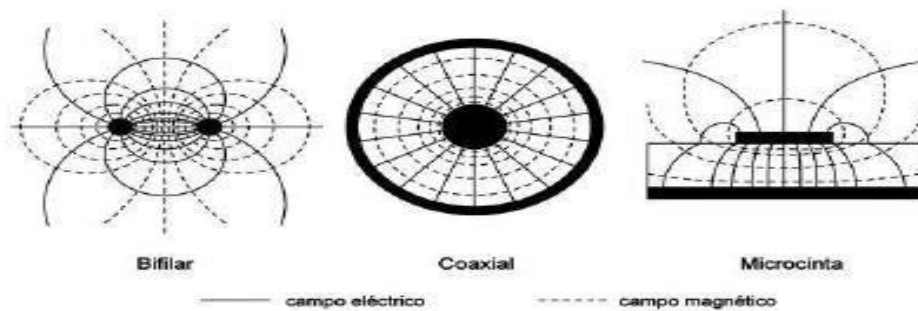


Figura 3.9. H y E en el modo de propagación TEM. Fuente: Modo de propagación TEM. Fuente: “Líneas de transmisión” de Rodolfo Neri Vela.

En la figura 3.9., podemos observar cómo los campos H y E siempre son perpendiculares entre sí y también son perpendiculares a la dirección de propagación.

También se puede transmitir mediante el modo de propagación cuasi-TEM, este modo se produce cuando los conductores que conforman la línea no son perfectos y no es posible cumplir con las condiciones de frontera en la interfaz entre el dieléctrico y el aire.

Al tratarse de una distribución en el modo TEM se pueden calcular los parámetros circuitales de la línea de forma sencilla sin necesidad de usar las ecuaciones de Maxwell. Este tipo de líneas podrá calcularse haciendo uso de las siguientes ecuaciones que relacionan la tensión y la corriente. Estas ecuaciones se conocen como las ecuaciones del telegrafista y R, L, F y C son los parámetros primarios de la línea:

$$\frac{dV}{dz} = -(R + j\omega L)I \quad (3.7)$$

$$\frac{dI}{dz} = -(G + j\omega C)V \quad (3.8)$$

En un punto posterior de la memoria se deducirán este par de ecuaciones donde I es el fasor de la corriente y V es el fasor de la diferencia de voltaje entre ambos conductores. Solamente usando estas dos ecuaciones seremos capaces de obtener los parámetros primarios de la línea: R (resistencia), C (capacitancia), L (inductancia) y G (Conductancia).

En el resto de las líneas de transmisión también existen los modos superiores de propagación, pero no se pueden utilizar ya que estas líneas se usan a frecuencias más bajas y suelen transmitir en el modo TEM por lo que los modos superiores no suelen utilizarse para la transmisión.

En las líneas de transmisión existe una frecuencia a partir de la cual no se puede utilizar este modo de propagación. A esta frecuencia aparecen modos en la línea diferentes al modo TEM, que son modos TE y TM.

- TE: Modo transversal eléctrico, la transmisión se hace perpendicularmente al campo eléctrico.
- TM: Modo transversal magnético, la transmisión se hace perpendicularmente al campo magnético.

Podemos encontrar la solución del modo de propagación de cualquier guía de onda usando las famosas ecuaciones de Maxwell.

3.6. Ecuaciones de Maxwell.

Para entender las líneas de transmisión desde un punto de vista electromagnético es necesario estudiar las ecuaciones de Maxwell en medios de transmisión uniformes.

Todos los tipos posibles de propagación en las fibras ópticas y en las guías de ondas se pueden encontrar resolviendo las famosas ecuaciones de Maxwell siempre y cuando se cumplan las condiciones de frontera. Las ecuaciones en el dominio del tiempo son las siguientes:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.9)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (3.10)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (3.11)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.12)$$

La ecuación (3.9) es también conocida por “ley de Faraday”, la ecuación (3.10) se conoce en el ámbito del electromagnetismo como “Ley generalizada de Ampere”, mientras que la ecuación (3.11) es reconocida por el famoso nombre de “ley de Gauss.

Definición de las variables de las ecuaciones de Maxwell pasamos a mostrarlas en la siguiente tabla, donde distinguiremos entre variable, la definición y la unidad de medida que se emplean en dichas ecuaciones:

VARIABLE	DEFINICIÓN	UNIDAD DE MEDIDA
$\vec{H}$	Vector de intensidad del campo magnético.	A/m
$\vec{E}$	Vector de intensidad del campo eléctrico	V/m
$\vec{D}$	Vector de desplazamiento eléctrico	C/m ²
$\vec{B}$	Vector de densidad de flujo magnético	T o W/m ²
$\vec{J}$	Vector de densidad de corriente	A/m ²
ρ	Densidad volumétrica de carga	C/m ³

Tabla 3.1. Variables de las ecuaciones de Maxwell.

Si pasamos estas ecuaciones al dominio de la frecuencia ($\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$) obtenemos:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (3.13)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega \vec{D} \quad (3.14)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3.15)$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (3.16)$$

Las ecuaciones 3.15 y 3.16 caracterizan el material del que está hecho el medio de propagación. Siempre que se trate de un medio lineal isotrópico homogéneo y sin pérdidas se cumple que:

Si además el medio de transmisión es conductor podemos asumir que:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.17)$$

Donde:

- μ es la permeabilidad magnética del material y se mide en henrio por metro (H/m).
- ϵ es la constante dieléctrica o permitividad del material y se mide en faradio por metro (F/m).
- $\vec{J}$ es el vector de densidad de corriente de conducción y se mide en amperios por metro al cuadrado (A/m^2).
- σ es la conductividad del medio y se mide en siemens por metro (S/m).

Desarrollando estas ecuaciones podemos obtener la ecuación de conservación de la carga:

$$\nabla \cdot \vec{J} = -j\omega\rho \quad (3.18)$$

Cómo hemos visto antes, varias de las ecuaciones descritas anteriormente fueron descubrimientos de otros científicos anteriores a Maxwell, éste estudió durante años dichas ecuaciones y consiguió integrar y relacionar estos resultados matemáticos para conseguir el estudio de la propagación de las ondas electromagnéticas.

Las ecuaciones de Maxwell son ecuaciones diferenciales válidas en todos los puntos del espacio. Para explicar fenómenos electromagnéticos en un entorno físico debemos trabajar con objetos finitos de formas y contornos determinados.

Por lo que debemos convertir estas formas diferenciales a sus equivalentes integrales. Realizando la integral de superficie a ambos lados de la ecuación con una superficie abierta denominada S y un contorno llamado C aplicando el teorema de Stokes para obtener:

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_S -j\omega \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (3.19)$$

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = - \int_S (\vec{J} + j\omega \vec{D}) \cdot d\vec{s} \quad (3.20)$$

El teorema de Stokes es la versión tridimensional del teorema de Green, el cual relaciona la integral de superficie del rotacional de un campo vectorial con una integral de línea alrededor de la frontera de esa superficie.

Al tomar la integral de volumen a ambos lados de las ecuaciones de divergencia sobre un volumen V con una superficie cerrada S y usar el teorema de divergencia obtenemos:

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_V p_v dv \quad (3.21)$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3.22)$$

El teorema de la divergencia, también denominado teorema de Gauss relaciona el flujo de un campo vectorial a través de una superficie cerrada con la integral de su divergencia en función del volumen recogido por esa superficie.

FORMA DIFERENCIAL	FORMA INTEGRAL	IDENTIFICACION
$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\vec{B}$	$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int_s -j\omega\vec{B} \cdot d\vec{s}$	Ley de Faraday
$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + j\omega\vec{D}$	$\oint_c \vec{H} \cdot d\vec{l} = - \int_s (\vec{J} + j\omega\vec{D}) \cdot d\vec{s}$	Ley circuital De Ampere
$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$	$\oint_c \vec{D} \cdot d\vec{s} = \int_v \rho dv$	Ley de Gauss
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$	Ley de la continuidad de la carga

Tabla 3.2: Forma diferencial e integral de las leyes físicas utilizadas.

3.7. Línea de transmisión terminada.

A lo largo de este análisis vamos a suponer que estamos trabajando en régimen permanente sinusoidal.

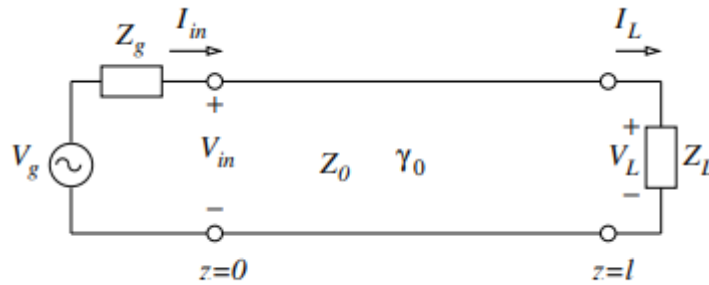


Figura 3.10. Línea de transmisión terminada en Z_L

3.7.1. Ondas de tensión y corriente y condiciones de frontera.

Las ondas de tensión y corriente vienen definidas de la siguiente manera:

$$V(z) = V_0^+ e^{-\gamma_0 z} + V_0^- e^{\gamma_0 z} \quad (3.23)$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0} (V_0^+ e^{-\gamma_0 z} - V_0^- e^{\gamma_0 z}) \quad (3.24)$$

Las condiciones de contorno en la carga y en la línea son las siguientes:

$$\begin{aligned} V_L &= Z_L I_L \\ V_{in} &= V(z=0) \text{ y } I_{in} = I(z=0) \\ V_L &= V(z=l) \text{ y } I_L = I(z=l) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Si aplicamos la condición de contorno en la carga en las ecuaciones de onda de tensión y corriente y simplificamos obtenemos:

$$\begin{aligned} Z_L I_L &= V_0^+ e^{-\gamma_0 l} + V_0^- e^{\gamma_0 l} \\ Z_L I_L &= \frac{1}{Z_0} (V_0^+ e^{-\gamma_0 l} - V_0^- e^{\gamma_0 l}) \end{aligned}$$

$$V_0^- e^{\gamma_0 z} \left(1 + \frac{Z_L}{Z_0}\right) = V_0^+ e^{-\gamma_0 z} \left(\frac{Z_L}{Z_0} - 1\right)$$

De donde podemos sacar una relación entre V_0^+ y V_0^- :

$$V_0^- = V_0^+ e^{-2\gamma_0 z} \left(\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}\right) \quad (3.26)$$

De la expresión anterior se puede deducir que si $Z_L = Z_0$ la onda regresiva de voltaje será nula $V_0^- = 0$, en este caso no hay onda reflejada y el valor de $Z_{in} = Z_0$.

Si ahora hacemos uso de la condición de contorno en el generador para obtener el valor de V_0^+ en función de V_g .

$$\begin{aligned} V_g &= Z_g I_{in} + V_{in} \\ V_g &= Z_g \frac{1}{Z_0} (V_0^+ - V_0^-) + V_0^+ + V_0^- \\ V_g &= V_0^+ \left(\frac{Z_g}{Z_0} + 1\right) + V_0^- \left(1 - \frac{Z_g}{Z_0}\right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

Si sustituimos el valor de V_0^- de la expresión 3.26 obtenemos:

$$V_g = V_0^+ \left(1 + \frac{Z_g}{Z_0} + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2\gamma_0 z} \left(1 - \frac{Z_g}{Z_0}\right)\right) \quad (3.28)$$

Operando tenemos el valor de V_0^+ en función de V_g :

$$V_0^+ = V_g \frac{Z_0(Z_L + Z_0)}{(Z_g + Z_0)(Z_L + Z_0) + e^{-2\gamma_0 z}(Z_0 - Z_g)(Z_L - Z_0)} \quad (3.29)$$

Observando la ecuación 3.29 podemos deducir:

- Si $Z_g = Z_0$, entonces $V_0^+ = \frac{V_g}{2}$.
- Si $Z_L = Z_0$, entonces $V_0^+ = \frac{V_g Z_0}{Z_g + Z_0}$

3.7.2. Coeficiente de reflexión.

El coeficiente de reflexión es la relación entre la onda incidente y la onda reflejada en cualquier punto de la línea de transmisión. Viene definido por la siguiente expresión:

$$\Gamma(z) = \frac{V_0^-}{V_0^+} e^{2\gamma_0 z} \quad (3.30)$$

En la carga el valor de z es igual a la longitud de la línea por lo que el valor del coeficiente en la carga será:

$$\Gamma_L = \frac{V_0^-}{V_0^+} e^{2\gamma_0 l} \quad (3.31)$$

Si usamos la expresión 3.26 podemos definir el coeficiente de reflexión en la carga en función de impedancias.

$$V_0^- = V_0^+ \Gamma_L e^{-2\gamma_0 l}$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad (3.32)$$

Además, podemos calcular el coeficiente de reflexión a lo largo de la línea en función del coeficiente de reflexión en la carga de forma que:

$$\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-2\gamma_0 d} \quad (3.33)$$

De donde podemos deducir que el coeficiente a la entrada de la línea será:

$$\Gamma_{in} = \Gamma_L e^{-2\gamma_0 l} \quad (3.34)$$

Siendo l la longitud de la línea.

3.7.1. Impedancia a lo largo de la línea.

La impedancia a lo largo de la línea se define como:

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} \quad (3.35)$$

Usando las expresiones de ondas de tensión y corriente definidas anteriormente 3.23 y 3.24 tenemos:

$$Z(z) = \frac{V_0^+ e^{-\gamma_0 z} + V_0^- e^{\gamma_0 z}}{\frac{1}{Z_0} (V_0^+ e^{-\gamma_0 z} - V_0^- e^{\gamma_0 z})} \quad (3.36)$$

Si simplificamos y utilizamos las expresiones de senos y cosenos hiperbólicos obtenemos:

$$Z(z) = Z_0 \frac{V_0^+(e^{-\gamma_0 z} + \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{\gamma_0 z} e^{-2\gamma_0 l})}{V_0^+(e^{-\gamma_0 z} - \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{\gamma_0 z} e^{2\gamma_0 l})}$$

$$Z(z) = Z_0 \frac{Z_L(e^{-\gamma_0(z-l)} + e^{\gamma_0(z-l)}) + Z_0(e^{-\gamma_0(z-l)} - e^{\gamma_0(z-l)})}{Z_L(e^{-\gamma_0(z-l)} - e^{\gamma_0(z-l)}) + Z_0(e^{-\gamma_0(z-l)} + e^{\gamma_0(z-l)})}$$

$$Z(z) = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma_0(z-l) - Z_0 \sinh \gamma_0(z-l)}{Z_0 \cosh \gamma_0(z-l) - Z_L \sinh \gamma_0(z-l)} \quad (3.37)$$

De esta última expresión podemos deducir que la impedancia a lo largo de la línea depende de:

- La longitud de la línea.
- En qué posición de la línea te sitúes.
- La impedancia de carga en la que termina la línea.

Si ponemos la expresión 3.37 en función de la distancia recorrida de la línea tenemos:

$$Z(z) = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma_0 d - Z_0 \sinh \gamma_0 d}{Z_0 \cosh \gamma_0 d - Z_L \sinh \gamma_0 d} \quad (3.38)$$

Y también podemos obtener la ecuación para la impedancia a la entrada de la línea

$$Z_{in} = Z_0 \frac{Z_L \cosh \gamma_0 d - Z_0 \sinh \gamma_0 d}{Z_0 \cosh \gamma_0 d - Z_L \sinh \gamma_0 d} \quad (3.39)$$

3.8. Propagación en las líneas de transmisión

Consideremos una línea de transmisión que no tenga pérdidas, en la cual toda la potencia enviada a través de la línea será recibida en la carga de salida

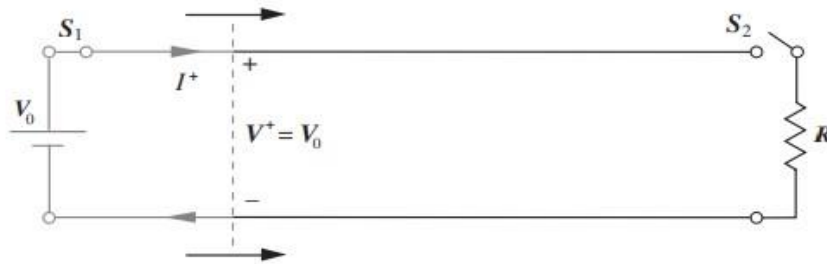


Figura 3.11. Circuito básico de una línea de transmisión sin pérdidas

En la figura 3.10 vemos como una línea cargada con un voltaje aplicado V_0 conectada a través de un interruptor S_1 en el tiempo $t=0$, cuando el interruptor se cierra el voltaje transmitido es igual al voltaje inicial $V^+ = V_0$, este voltaje viajará a través de la línea hasta la carga R . El frente de onda representado en la figura x como una línea continua representa el límite entre la parte de la línea donde ya ha llegado el voltaje y la parte que aún está por cargar. El frente de onda se mueve a través de la línea con una velocidad v . Esta transmisión será así siempre que el interruptor S_2 se encuentre cerrado, si este se encontrara abierto habría pérdidas en la línea y habría que tener en cuenta las ondas regresivas de tensión y corriente.

La línea de transmisión estará compuesta físicamente por capacitancias e inductancias cuyo valor estará representado en orden de longitud. Si se conocen las características físicas de la línea es posible establecer un modelo de línea de transmisión utilizando estos elementos.

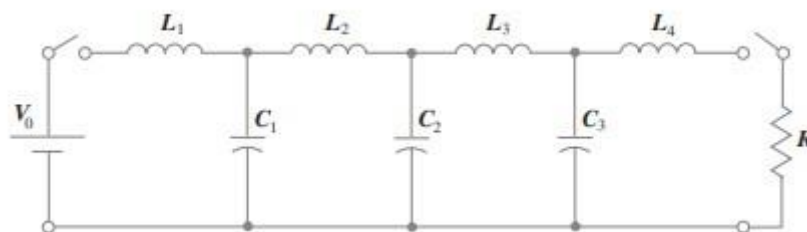


Figura 3.12. Modelo de inductancias y capacitancias para una línea de transmisión.

En este circuito, una vez que el interruptor se cierra la corriente empieza a circular en L_2 por lo que C_2 se carga, una vez que C_1 se ha cargado la corriente empieza a pasar por L_2 y C_2 comienza a cargarse. Se trataría de un proceso de carga continua y como hemos visto antes el frente de onda se movería a través de la línea de forma más veloz si los capacitores e inductores son de valor más bajo. La velocidad de una línea sin pérdidas es inversamente proporcional al valor de L y C de la siguiente manera:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.40)$$

En la línea habrá también presencia de campos magnéticos y eléctricos esto es debido a que ésta está formada por conductores a través de los cuales viajan tensiones y corrientes, el valor del campo magnético y eléctrico estará asociado al valor de la tensión y la corriente respectivamente. Esto nos deja dos formas de resolver la línea de transmisión. Una que ya habíamos visto hasta ahora y es a través de las ecuaciones de Maxwell y otra que sería aplicando el modelo de circuitos según las características físicas de la línea.

3.9. Modelo circuital de la línea de transmisión.

El comportamiento de una línea de transmisión circuitalmente hablando depende de las características geométricas y eléctricas de ésta y del material o materiales dieléctricos que conforman la línea. También depende de su longitud eléctrica, esta longitud eléctrica es la relación entre la longitud física de la línea y la longitud de onda de la señal que se propaga en la línea.

Si $l \ll \lambda$ se puede aproximar que:

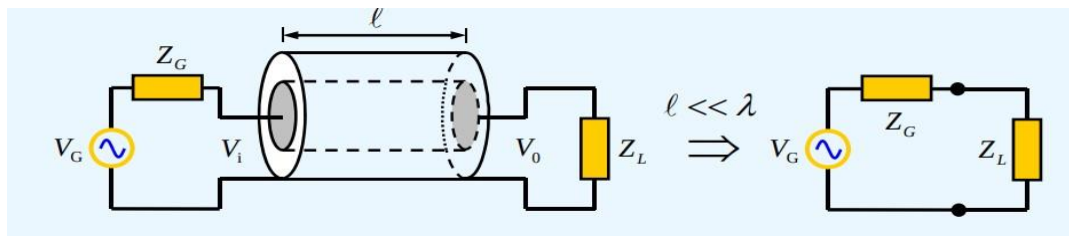


Figura 3.13. Modelo circuital de la línea de transmisión cuando $l \ll \lambda$.

En este caso la tensión a la entrada de la línea tiene aproximadamente el mismo valor que a la salida.

Esta aproximación se puede usar en circuitos de baja frecuencia.

Si la longitud de onda es comparable o incluso menor que la longitud física de la línea entonces se ha de considerar un modelo circuital conformado por parámetros concentrados. En ausencia de pérdidas y considerando que la longitud física de la línea es igual o menor de una décima parte de la longitud de onda de la señal que se propaga en la línea, el modelo se reduce a una bobina y un condensador:

- C: La presencia de un parámetro capacitivo es debida a que la línea de transmisión está compuesta por dos conductores [F/m].
- L: Autoinducción en serie que depende linealmente de la longitud de la línea [H/m].

En un tramo de línea de transmisión con buenos conductores y dieléctrico y cuya longitud es menor a la longitud de onda de la línea $\Delta z \ll \lambda$ se puede modelar como un bipuerto en T. Al tratarse de una línea con pérdidas aparecen los parámetros distribuidos R y G.

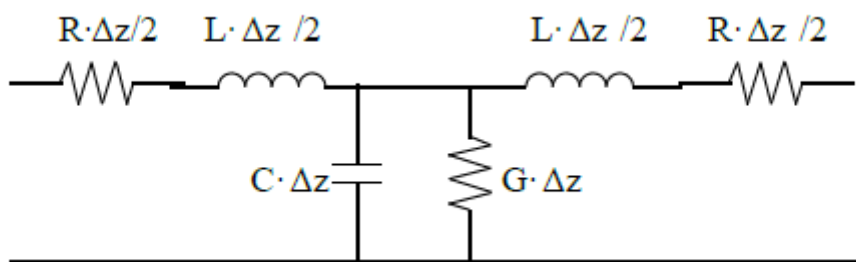


Figura 3.14. Esquema del modelo circuital de una línea con pérdidas.

- R que se trata de una resistencia por unidad de longitud provocada por las pérdidas en los conductores [Ohm/m].
- G que se trata de una conductancia por unidad de longitud que es provocada por las pérdidas en el dieléctrico [S/m]-

3.10. Ecuaciones de la línea de transmisión.

La finalidad de este apartado es obtener las ecuaciones de onda que deben de cumplir la tensión y la corriente en una línea de transmisión uniforme. Tenemos que analizar el modelo de circuito que compone la línea de transmisión y que dependerá de los factores primarios de la línea ('R', 'L', 'C' y 'G').

Estos parámetros dependen a su vez de los valores de las siguientes variables:

- σ_d : La conductividad en el dieléctrico, la cual depende del valor de la constante dieléctrica y cuyo valor influirá directamente en la conductancia de desviación G.
- ϵ : Constante dieléctrica que afectará al valor de la capacitancia C.
- σ_c : Conductividad finita en los conductores, de la cual dependerá la resistencia en serie R.

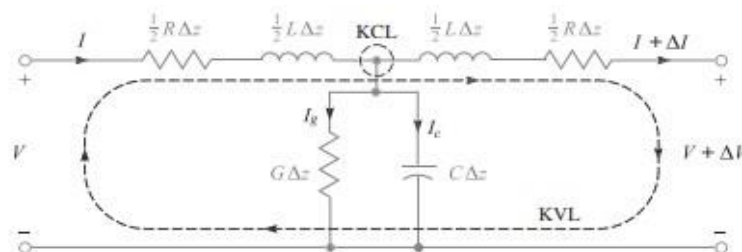


Figura 3.15.: Modelo de elementos concentrados en una sección corta de una línea con pérdidas y longitud Δz .

Para obtener las ecuaciones del telegrafista de la línea, que presentamos anteriormente, vamos a analizar el siguiente circuito, para ello vamos a usar las leyes de Kirchoff (KVL):

$$V = \frac{1}{2}RI \Delta z + \frac{1}{2}L \frac{\partial I}{\partial t} \Delta z + \frac{1}{2}L \left(\frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\partial \Delta I}{\partial t} \right) \Delta z + \frac{1}{2} R(I + \Delta I)\Delta z + (V + \Delta V) \quad (3.41)$$

Podemos simplificar la ecuación y despejarla en función del incremento de tensión de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta V}{\Delta z} = -(RI + L \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{1}{2}L \frac{\partial \Delta I}{\partial t} + \frac{1}{2}R\Delta I) \quad (3.42)$$

Si seguimos simplificando obtenemos:

$$\Delta I = \frac{\partial I}{\partial z} \Delta z \quad y \quad \Delta V = \frac{\partial V}{\partial z} \Delta z \quad (3.43)$$

Si sustituimos las ecuaciones 3.43 en la 3.42 obtenemos:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = - \left(1 + \frac{\Delta z}{2} \frac{\partial I}{\partial z} \right) \left(RI + L \frac{\partial I}{\partial t} \right) \quad (3.44)$$

De la ecuación 3.44 podemos deducir que si asumimos que Δz tiende a 0 tendríamos:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = - \left(RI + L \frac{\partial I}{\partial t} \right) \quad (3.45)$$

La ecuación 3.45 sería la primera ecuación de la línea, para hallar la segunda será necesario volver a usar las KLV de nuevo, para ello debemos apreciar que el voltaje en el nodo secundario será $V + \frac{\Delta V}{2}$:

$$I = I_g + I_c + (I + \Delta I)$$

$$I = G\Delta z \left(V + \frac{\Delta V}{2} \right) + C\Delta z \frac{\partial I}{\partial t} \left(V + \frac{\Delta V}{2} \right) + (I + \Delta I) \quad (3.46)$$

Simplificamos la ecuación 3.46 de la siguiente manera:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = - \left(1 + \frac{\Delta z}{2} \frac{\partial I}{\partial z} \right) \left(GV + C \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (3.47)$$

Si volvemos a asumir que ΔZ tiende a 0 tenemos:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = - \left(GV + C \frac{\partial V}{\partial t} \right) \quad (3.48)$$

En las ecuaciones anteriormente definidas 3.45 y 3.48 tenemos la progresión de la tensión y la corriente en cualquier línea de transmisión, ahora debemos obtener la ecuación de onda para la línea de transmisión a partir de estas ecuaciones.

Empezaremos derivando las ecuaciones respecto a z y t de la siguiente manera:

- Derivamos la ecuación 3.45 respecto al tiempo z :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = - \left(R \frac{\partial I}{\partial z} + L \frac{\partial^2 I}{\partial t \partial z} \right) \quad (3.49)$$

- Derivamos la ecuación 3.48 respecto al tiempo t:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial t \partial z} = - \left(G \frac{\partial V}{\partial t} + C \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \right) \quad (3.50)$$

Sustituimos ahora las ecuaciones 3.48 y 3.50 en la 3.49 y simplificamos obteniendo el siguiente resultado:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial V}{\partial t} + RGV \quad (3.51)$$

Podemos realizar el mismo proceso, pero intercambiando la forma de derivar, es decir si derivamos la ecuación 3.26 respecto a t y la 3.29 respecto a z y simplificamos de la misma forma que lo hemos hecho ahora obtenemos la ecuación dependiendo de la corriente:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + (LG + RC) \frac{\partial I}{\partial t} + RGI \quad (3.52)$$

Estas serían las ecuaciones de onda generales de una línea de transmisión.

Se puede llegar de manera fácil a soluciones a las ecuaciones generales de la línea de transmisión si se considera que las variaciones de voltaje y la corriente con relación al tiempo son senoidales, ya que podemos hacer uso de fasores.

$$\frac{dV}{dz} = -(R + j\omega L)I \quad (3.53)$$

$$\frac{dI}{dz} = -(G + j\omega C)V \quad (3.54)$$

Si derivamos y sustituimos en la expresión (3.54) obtendremos la ecuación diferencial de segundo grado en forma fasorial.

$$\frac{d^2V}{dz} = (R + j\omega L)(G + j\omega C) \quad (3.55)$$

Una solución posible es:

$$V(z) = Ae^{-\gamma z} + Be^{+\gamma z} \quad (3.56)$$

Siendo A y B constantes, podemos decir que el valor de la constante de propagación vendrá definido por:

$$\gamma = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} \quad (3.57)$$

Como se puede apreciar en la imagen anterior el valor de la constante anterior depende de los parámetros primarios de la línea y de la frecuencia por lo que esta variará para cada línea según las características geométricas que posea y la frecuencia a la que esté expuesta.

Esta constante de propagación también se puede expresar como:

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (3.58)$$

Donde α es la constante de atenuación y se mide en Np/m o dB/m el resultado de esta ecuación viene dado en Np/m por lo que para pasarlo a dB/m es necesario conocer que:

$$1\text{Np}=8.686\text{dB}$$

El valor de la constante de atenuación, como su nombre indica, corresponde con la atenuación que sufre la señal a lo largo de la línea. En cambio, β es el valor de la constante de fase de la línea, ésta indica lo rápido que la fase cambia conforme la onda se propaga.

Para obtener la impedancia característica de la línea Z_0 tenemos que volver a la ecuación (3.35) y derivar:

$$I(z) = -\frac{1}{(R + j\omega L)} \frac{dV}{dz}$$

$$I(z) = -\frac{\gamma}{(R + j\omega L)} [-Ae^{-\gamma z} + Be^{+\gamma z}]$$

Si sustituimos el valor de la constante de propagación en la expresión anterior obtenemos:

$$I(z) = \frac{1}{\sqrt{\frac{(R+j\omega L)}{(G+j\omega C)}}} [-Ae^{-\gamma z} + Be^{+\gamma z}] \quad (3.59)$$

Si identificamos el voltaje en la ecuación anterior podemos detectar que el valor de la impedancia será el siguiente:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{(R+j\omega L)}{(G+j\omega C)}} \Omega \quad (3.60)$$

Cómo podemos apreciar en la formula anterior la impedancia característica de la línea también dependerá de las características geométricas y la frecuencia.

El siguiente parámetro necesario para definir una línea de transmisión es el de la velocidad de fase, este viene expresado de la siguiente manera.

$$V_p = \frac{\omega}{\beta} \quad m/seg \quad (3.61)$$

Si el dieléctrico que hay entre los conductores es aire se puede asumir que la velocidad de onda es la misma que la del espacio $v=c=3 \times 10^8$ m/seg. En cambio, si el dieléctrico no es el aire y su constante dieléctrica es mayor a uno esto implicará que la velocidad de propagación se vea reducida de la siguiente manera:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad m/seg \quad (3.62)$$

Donde ϵ_r es la constante dieléctrica relativa del dieléctrico.

Por último, vamos a definir la longitud de onda de la línea que viene descrita por:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \text{ m} \quad (3.63)$$

3.11. Estudio de las líneas de transmisión más comunes.

Vamos a realizar un estudio de las líneas de transmisión más comunes que se han considerado en el proyecto, y cuyo cálculo de parámetros primarios y secundarios se va a incluir en el desarrollo de la herramienta en cuestión.

3.11.1. Cable coaxial.

Recuérdense que una línea de transmisión de tipo coaxial está compuesta por una estructura en forma de círculo compuesta por un conductor perfecto que evita la radiación hacia el exterior. Esta estructura encierra a un dieléctrico.

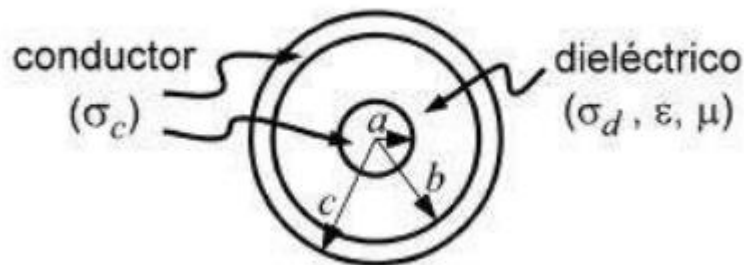


Figura 3.16. Geometría de un cable coaxial.

Las ecuaciones que cumplen este tipo de líneas son diferentes si se encuentran expuestas a altas o bajas frecuencias:

3.11.1.1. Parámetros primarios en bajas frecuencias.

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \left\{ \ln \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4(c^2 - b^2)} \left[b^2 - 3c^2 + \frac{4c^4}{(c^2 - b^2)} \ln (c/b) \right] \right\} [H/m] \quad (3.64)$$

$$R = \frac{1}{\sigma_c \pi} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{c^2 - b^2} \right) [\Omega/m] \quad (3.65)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln (b/a)} [F/m] \quad (3.66)$$

$$G = \frac{2\pi\sigma_d}{\ln (b/a)} [S/m] \quad (3.67)$$

3.11.1.2. Parámetros primarios en altas frecuencias.

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \ln (b/a) [H/m] \quad (3.68)$$

$$R = \frac{1}{\sigma_c \pi 2l} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) [\Omega/m] \quad (3.69)$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\ln (b/a)} [F/m] \quad (3.70)$$

$$G = \frac{2\pi\sigma_d}{\ln (b/a)} [S/m] \quad (3.71)$$

3.11.1.3. Frecuencia de corte del primer modo superior.

Para poder subir la frecuencia de corte es necesario reducir la sección del cable, y esto a la vez implica que éste pueda soportar una frecuencia menor. Por lo que hay que encontrar un término medio entre frecuencia y potencia según el uso que se le vaya a dar al cable. En la práctica se suele trabajar con frecuencias más bajas que la frecuencia de corte.

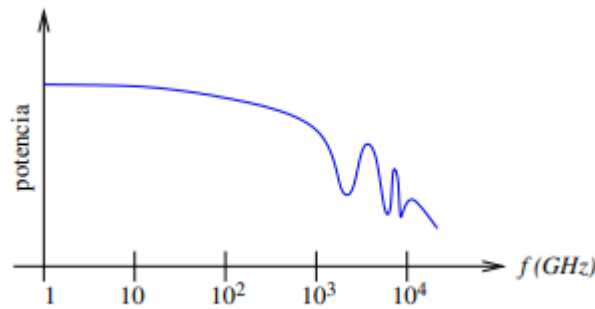


Figura 3.17: Comportamiento de la potencia en relación con la frecuencia.

3.11.2. Línea de placas paralelas o Biplaca.

Esta línea de transmisión, aunque no se use nos ayuda a entender mejor el comportamiento de las líneas microstrip y stripline.

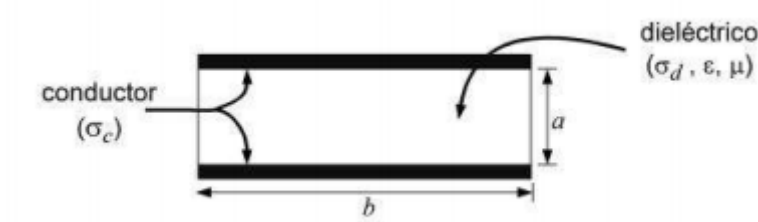


Figura 3.18: Geometría de una línea Biplaca.

3.11.2.1. Parámetros primarios en altas frecuencias.

Como podemos apreciar en la geometría se trata de dos placas paralelas separadas por un dieléctrico, la distancia entre placas es constante durante toda la línea. Estas líneas solo se usan en frecuencias altas por lo que solo se analizarán en esas condiciones:

$$L = \frac{\mu a}{b} \quad [H/m] \quad (3.72)$$

$$C = \frac{\epsilon b}{a} \quad [F/m] \quad (3.73)$$

$$R = \frac{2}{\sigma_c l b} \quad [\Omega/m] \quad (3.74)$$

$$G = \frac{\sigma_d b}{a} \quad [S/m] \quad (3.75)$$

3.11.2.2. Frecuencia de corte del primer modo superior.

$$f_c = \frac{c}{2b\sqrt{\mu_r\epsilon_r}} \quad (3.76)$$

Cómo podemos apreciar, si disminuye la altura, b , entonces la frecuencia de corte del primer modo superior aumenta.

3.11.3. Línea Bifiliar.

Recuérdense que una línea de transmisión de tipo coaxial está compuesta por una estructura en forma de círculo compuesta por un conductor perfecto que evita la radiación hacia el exterior. Esta estructura encierra a un dieléctrico.

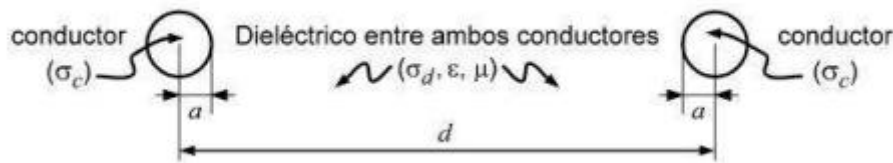


Figura 3.19. Geometría de una línea bifiliar.

Las ecuaciones que cumplen este tipo de líneas son diferentes si se encuentran expuestas a altas o bajas frecuencias:

3.11.3.1. Parámetros primarios en bajas frecuencias.

$$L = \frac{\mu}{\pi} \left[\frac{1}{4} + \text{COSH}^{-1}(d/2a) \right] \quad [H/m] \quad (3.77)$$

$$R = \frac{2}{\sigma_c \pi a^2} \quad [\Omega/m] \quad (3.78)$$

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\text{COSH}^{-1}(d/2a)} \quad [F/m] \quad (3.79)$$

$$G = \frac{\pi \sigma_d}{\text{COSH}^{-1}(d/2a)} \quad [S/m] \quad (3.80)$$

3.11.3.2. Parámetros primarios en altas frecuencias.

$$L = \frac{\mu}{\pi} \text{COSH}^{-1}(d/2a) \text{ [Hz/m]} \quad (3.81)$$

$$R = \frac{1}{\sigma_c l \pi a} \text{ [\Omega/m]} \quad (3.82)$$

$$C = \frac{\pi \epsilon}{\text{COSH}^{-1}(d/2a)} \text{ [F/m]} \quad (3.83)$$

$$G = \frac{\pi \sigma_d}{\text{COSH}^{-1}(d/2a)} \text{ [S/m]} \quad (3.84)$$

3.11.4. Stripline.

Este tipo de línea es usada en circuitos integrados de microondas gracias a la posibilidad de fabricarla con litografía

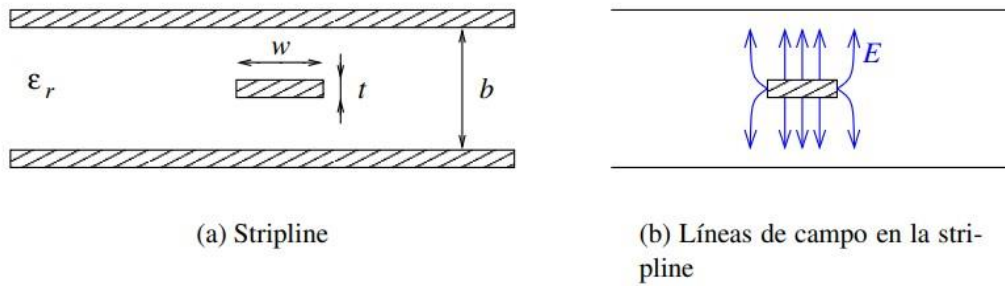


Figura 3.20. a) Geometría de stripline, b) líneas de campo en la stripline.

Si analizamos la figura anterior podemos apreciar que este tipo de línea está formada por dos placas paralelas que se encuentran al mismo potencial y son denominadas plano de tierra, y por una tercera placa más pequeña que se encuentra en su interior. Además, en este tipo de líneas se colocan tornillos entre las placas paralelas para evitar los modos de propagación TE y TM. Éstos tienen que ser colocados de forma que no modifiquen la configuración del campo alrededor de la tira. Así mismo, la distancia entre tornillos adecuada para que suceda esto es de $\lambda/8$.

Otra forma de reducir los modos de transmisión TE y TM es diseñar la línea de manera que la separación entre las placas paralelas sea menor de $\lambda/4$.

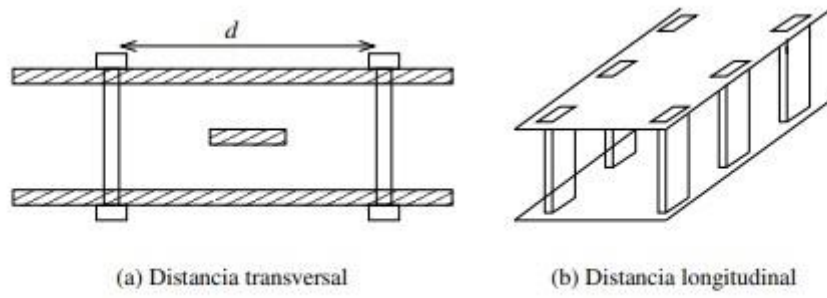


Figura 3.20: Posición de tornillos para anular los modos superiores, Mostrando la distancia a) transversal y b) longitudinal.

Este tipo de línea tiene una solución analítica muy complicada por lo que se suele hacer a través de expresiones aproximadas o de forma gráfica.

3.11.4.1 Análisis stripline aproximado.

El modo de propagación que se quiere conseguir será TEM por lo que sabemos que en los modos TEM:

Si consideramos que $w \gg b$ y que por tanto la separación entre placas es mucho menor que la anchura del dieléctrico. En ese caso se puede asumir que la stripline es una conexión en paralelo dos líneas biplaca y de esta aproximación podemos resolver el valor de la capacitancia en este tipo de líneas de la siguiente manera:

$$C_{biplaca} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{2\omega}{b-t} \quad [F/m] \quad (3.85)$$

Al tratarse de dos capacitancias en paralelo la capacitancia resultante sería:

$$C = 2C_{biplaca} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{4\omega}{b-t} \quad [F/m] \quad (3.86)$$

De donde obtenemos el valor de la constante geométrica y como consecuencia el valor de la impedancia característica:

$$k = \frac{b-t}{4\omega} \quad (3.87)$$

$$Z_0 = \eta \frac{1-\frac{t}{b}}{\frac{4w}{b}} \quad [\Omega] \quad (3.88)$$

3.11.4.2. Frecuencia de corte del modo superior en Stripline.

$$f_{c1} \simeq \frac{c}{4b\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.89)$$

$$f_{c2} \simeq \frac{c}{2d\sqrt{\epsilon_r}} \quad (3.90)$$

Por este motivo, como ya explicamos con anterioridad para poder usar una frecuencia más elevada hay que reducir el tamaño de d y b.

3.11.5. Microstrip

Esta línea está compuesta por dos conductores separados por un dieléctrico de bajas pérdidas tal y como podemos ver en la figura 3.21a).

En este tipo de líneas hay dos dieléctricos a tener en cuenta, el dieléctrico que separa los conductores y el aire que rodea la línea. Esto implica que no haya una solución TEM debido a que la propagación se realiza en modos híbridos. Esto hace que esta línea sea muy complicada de analizar y que no haya una solución analítica aplicable a ella.

El modo de propagación en la línea es un modo quasi-TEM. Este modo de propagación es aplicable cuando la línea microstript está compuesta por un dieléctrico eléctricamente pequeño: $h \ll \lambda$. En estos casos podemos hacer una aproximación de los parámetros de la línea.

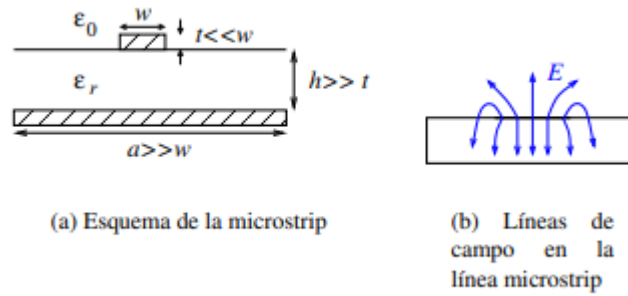


Figura 3.21. a) Esquema de la línea microstrip, b) Líneas de campo eléctrico.

La configuración de los campos depende de la constante dieléctrica y de la frecuencia tal y como podemos apreciar en la siguiente imagen:

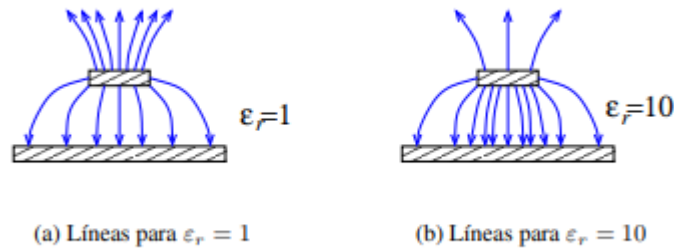


Figura 3.22. Líneas de campo a distintos valores de constante dieléctrica.

Podemos observar que conforme aumenta el valor de la constante más encerradas quedan las líneas de campo.

Se puede dar una aproximación del valor de ϵ_{reff} siempre que se cumplan lo siguiente:

- Condiciones:
 - $\omega \ll \lambda$
 - $h \ll \lambda$
- Aproximación:

$$\epsilon_{reff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{h}{\omega}}} \quad (3.91)$$

Además, la frecuencia máxima de uso vendría aproximada con la siguiente expresión:

$$f_d = \sqrt{\frac{Z_0}{h\sqrt{\epsilon_r-1}}} \quad [GHz] \quad (3.92)$$

3.11.5.1. Diseño de una línea microstrip.

Conociendo que el valor de la longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{c/f}{\sqrt{\epsilon_{reff}(f)}} \quad [m] \quad (3.93)$$

Y sabiendo que:

$$k_0 = \frac{2\pi f}{c}$$

Tenemos la constante de fase con valor:

$$\beta = k_0 \sqrt{\epsilon_{reff}}$$

Podemos aproximar la impedancia característica de la línea de la siguiente manera:

$$Z_0 = \begin{cases} \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{reff}}} \ln \left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h} \right) & \frac{w}{h} \leq 1 \\ \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{reff}} \left(\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln \left(\frac{w}{h} + 1.444 \right) \right)} & \frac{w}{h} \geq 1 \end{cases} \quad (3.94)$$

Para calcular la constante de atenuación es importante distinguir y calcular por separado la constante de atenuación debida a las pérdidas en el dieléctrico y la debida a las pérdidas en el conductor:

$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_{reff}-1) \tan \delta}{2\sqrt{\epsilon_{reff}} (\epsilon_r-1)} \quad [Np/m] \quad (3.95)$$

$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 w} \quad [Np/m] \quad (3.96)$$

Siendo la resistencia superficial del conductor $R_s = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu_0}{2\sigma}}$.

En la mayor parte de este tipo de líneas la mayor parte de las pérdidas se producen por el conductor.

4. Carta de Smith.

Otro de los módulos desarrollados en el presente proyecto es el concerniente al uso de la carta de Smith.

La Carta de Smith es una representación gráfica de la admitancia o impedancia normalizada de una línea de transmisión, esta representación se hace en el plano definido por el coeficiente de reflexión.

Fue diseñada por el ingeniero eléctrico Phillip Hagar Smith en el año 1939. Este ingeniero desarrolló la carta para encontrar un método gráfico con el que fuera un poco más sencillo resolver problemas de líneas de transmisión

La mayoría de los ejercicios que surgen en las líneas de transmisión y cuyo objetivo es encontrar impedancias de entrada o salida de una línea, coeficientes de reflexión, admitancias, etc. Son bastante complicados de resolver matemáticamente ya que conllevan el uso de numerosos elementos matemáticos, además de que es necesario resolver numerosas operaciones con números complejos. Esto, a día de hoy no puede parecer muy tedioso ya que con el uso de las calculadoras científicas estas operaciones se pueden llevar a cabo de forma sencilla, pero hace unos sesenta años se buscaron otros métodos gráficos para intentar resolver este tipo de cuestiones ya que matemáticamente eran muy lentos de resolver.

Dentro de los métodos gráficos usados antiguamente el más popular fue la carta de Smith, este método utiliza el plano complejo del coeficiente de reflexión para ubicar resistencias y reactancias normalizadas, de manera que podemos representar impedancias.

Para entender cómo pueden deducirse las curvas de la carta de Smith es necesario recordar las fórmulas de la impedancia vista a lo largo de una línea sin pérdidas:

$$Z(z) = \frac{V(z)}{I(z)} = \frac{V_i(z) + V_r(z)}{I_i(z) - I_r(z)} = Z_0 \frac{V_i(z) + V_r(z)}{V_i(z) - V_r(z)} \quad (4.1)$$

Si dividimos esta impedancia por la impedancia característica de la línea obtenemos el valor de la impedancia normalizada:

$$Z' = \frac{Z(z)}{Z_0} = \frac{V_i(z) + V_r(z)}{V_i(z) - V_r(z)} \quad (4.2)$$

Si simplificamos dividiendo entre $V_i(z)$ obtenemos:

$$Z' = \frac{1 + V_r(z)/V_i(z)}{1 - V_r(z)/V_i(z)} = \frac{1 + P_v(z)}{1 - P_v(z)} \quad (4.3)$$

Identificado como: $P_v(z)$

$$P_v(z) = P_L e^{j2\beta z} \quad (4.4)$$

Además, sabemos que z es un número complejo por lo que lo podemos representar de la siguiente manera:

$$z'(z) = r + xj \quad (4.5)$$

Siendo r una resistencia normalizada y x una reactancia normalizada.

También podemos representar el coeficiente de reflexión de voltajes de la siguiente manera:

$$P_v(z) = u + jv \quad (4.6)$$

Por lo que si sustituimos tenemos:

$$\frac{1+u+jv}{1-u-jv} = r + jx \quad (4.7)$$

Si aplicamos en esta parte álgebra podemos demostrar que la ecuación anterior representa a dos familias de círculos que podemos representar en plano complejo $u - jv$.

$$r + jx = \frac{(1+u+jv)(1-u+jv)}{(1-u-jv)(1-u+jv)} = \frac{[(1+jv)+u][(1+jv)-u]}{(1-u)^2+v^2} \quad (4.8)$$

Si separamos las partes imaginarias de las reales de la ecuación anterior obtenemos:

$$r = \frac{1-u^2-v^2}{(1-u)^2+v^2} \quad (4.9)$$

$$x = \frac{2v}{(1-u)^2+v^2} \quad (4.10)$$

Reescribiendo estas ecuaciones tenemos:

$$\left(u - \frac{r}{1+r}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(1+r)^2} \quad (4.11)$$

$$(u - 1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2} \quad (4.12)$$

La primera ecuación representa un grupo de círculos de r constante sobre el plano complejo $u-jv$. El centro de los círculos está representado en $[r/(1+r), 0]$ y su radio es $[1/(1+r)]$.

Mientras que en la segunda ecuación tenemos otro grupo de círculos en el mismo plano complejo, con la diferencia de que éstos son de x constante, el radio de estos círculos es de $[1/x]$ y tienen su centro en el valor $[1, 1/x]$.

r	Centro		Radio
	u	v	
0	0	0	1
0.4	0.2857	0	0.714
1	0.5	0	0.5
3	0.75	0	0.25

Tabla 4.1. Ejemplo de valores del círculo r .

En esta tabla podemos ver un ejemplo de los círculos pertenecientes a distintos valores de r , en ella podemos apreciar como varía el valor del centro y el radio del círculo en función de r .

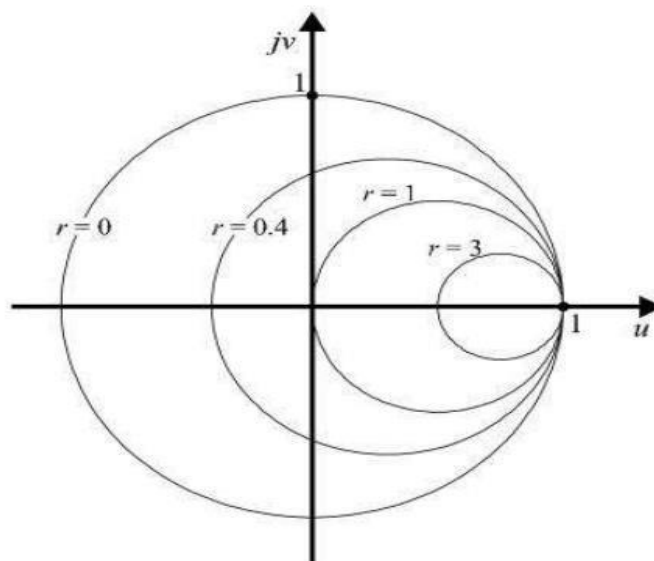


Figura 4.1: Representación de círculos de resistencia normalizada r sobre el plano complejo del coeficiente de reflexión $u - jv$.

X	CENTRO		RADIO
	u	v	
0	1	∞	∞
0.3	1	3.33	3.33
1	1	1	1
2	1	0.5	0.5
-0.3	1	-3.33	-3.33
-1	1	-1	-1
-2	1	-0.5	0.5

Tabla 4.2. Ejemplo de valores del círculo x.

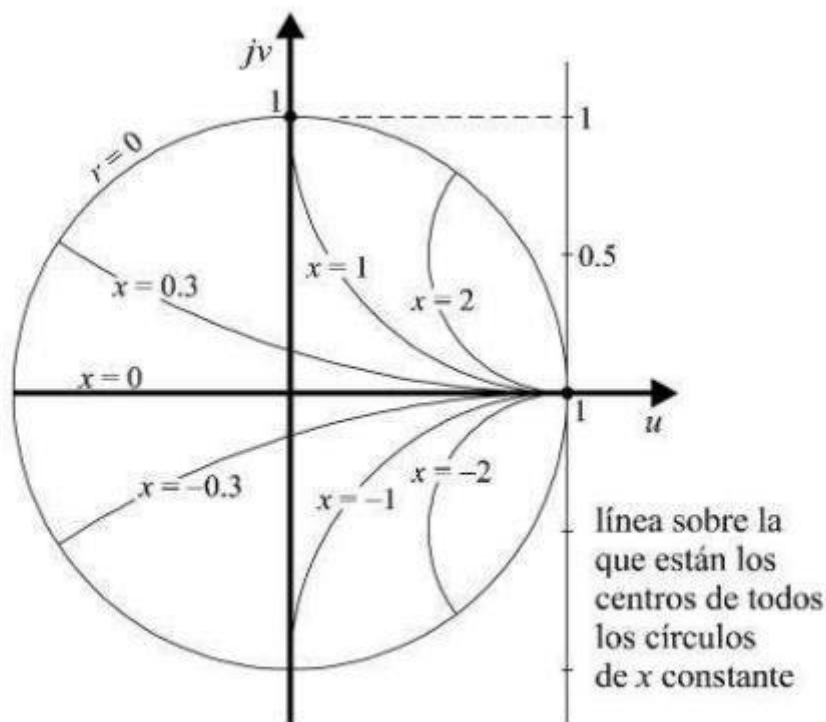


Figura 4.2: Representación de círculos de reactancia normalizada x sobre el plano complejo del coeficiente de reflexión $u - jv$.

Podemos apreciar en la figura anterior que todos los valores de x entran dentro del círculo unitario para el valor $r=1$, esto es debido a que el coeficiente de reflexión es 1 como máximo, por lo que no nos interesan los círculos que queden fuera de $r=1$.

Así mismo, también podemos analizar que si el valor de reactancia es positivo este círculo queda en la parte superior del eje x , mientras que si es negativo quedará en la parte inferior. Un punto a destacar es que si la impedancia normalizada es real y por tanto la reactancia normalizada es 0 el radio del círculo de esta tiende a ∞ .

Si queremos utilizar la representación de estos círculos para el cálculo de reactancias y resistencias es necesario representar un gran número de círculos de x y r constantes.

Una gran ventaja que cabe destacar del uso de esta herramienta en la resolución de problemas de líneas de transmisión es que al ser tan visual podemos ver con facilidad las distintas resoluciones de estos.

5. Elección de lenguaje de programación.

En este apartado vamos a hacer un estudio de los lenguajes de programación Matlab y Python para decidir cuál de ellos es el más adecuado para la realización de esta herramienta.

5.1. Lenguaje de programación a utilizar.

¿Qué lenguaje utilizar?

Llegados a este punto del proyecto realicé un análisis sobre cuál sería el lenguaje de programación óptimo para realizar esta aplicación. Las dos opciones en las que consideré posible el desarrollo de esta aplicación son Python y Matlab.

Actualmente en mi trabajo uso python por lo que pensé que podría resultarme más fácil realizarlo en este lenguaje y por otra parte durante la carrera habíamos trabajado con Matlab y podía resultar más sencillo ya que conocía métodos de representación que no sabía si iban a ser posibles de realizar con python por lo que comencé el análisis de ambos lenguajes para tomar la mejor elección.

5.2. Matlab.

Matlab (MATrix LABORATORY) Se trata de un software matemático que posee un lenguaje de programación propio y además un entorno de desarrollo integrado. El lenguaje de programación de Matlab es un lenguaje que se basa en matrices tal y como su nombre describe. Se trata de un lenguaje sencillo y a la vez potente y rápido.

Matlab contiene la versatilidad de poder realizar tareas de computación, programación y visualización, las cuales están integradas en un mismo entorno lo que aporta inductividad y facilidad a la hora de desarrollar cualquier aplicación.

Proporciona la capacidad de resolver problemas técnicos y matemáticos con formulaciones matriciales y vectoriales en un tiempo reducido.

Además, contiene numerosas funciones matemáticas y físicas predefinidas y agrupadas en librerías que pueden ser usadas y modificadas por el usuario para su uso.

Presenta una gran capacidad para reproducir gráficos en distintas dimensiones e incorporar efectos y animaciones y permite el desarrollo de aplicaciones con una interfaz

gráfica, capaz de relacionar las distintas funcionalidades del script con ventanas, menús y controles de utilidad. Esta interfaz gráfica se denomina GUI

5.2.1. Historia de Matlab.

Matlab fue creado por Cleve Moler, un estadounidense matemático y programador que se especializó en el análisis numérico. Esta creación fue llevada a cabo en la década del 1970. Este programa fue creado a través de la derivación de las subrutinas LINPACK, EISPACK Y FORTRAN.

La utilidad hacia la que estaba orientada este programa era ser un sistema de interacción con las subrutinas nombradas anteriormente.

Interfaz gráfica de Matlab:

Gracias a las interfaces gráficas de usuario podemos utilizar una aplicación de software sin necesidad de aprender un lenguaje de programación o escribir comandos para ejecutar un script.

La interfaz gráfica puede ser creada de forma interactiva a través del panel de creación de Matlab editando un fichero. fig o creando código programando en un fichero.m. Para mí la forma óptima de crear una GUIDE es combinando ambos métodos.

5.2.2. Características generales necesarias para comenzar a crear una interfaz gráfica en Matlab.

- Manejo de variables locales y globales
- Concepto de objetos y estructuras
- Funciones especiales de MATLAB
- Estructuración del pensamiento y programación

Componentes de una GUIDE:

- Handles: Se trata de la estructura general de una GUI.
- Callback: Es la subrutina que se ejecuta debido a un evento.
- Evento: Interacción con el usuario o programa que sea de interés y que provoque una acción.

- Variables locales y variables globales.

Inicio de una GUIDE Matlab:

- Para iniciar una interfaz gráfica lo único que necesitamos es ejecutar el comando `guide` en la ventana de comandos de Matlab.

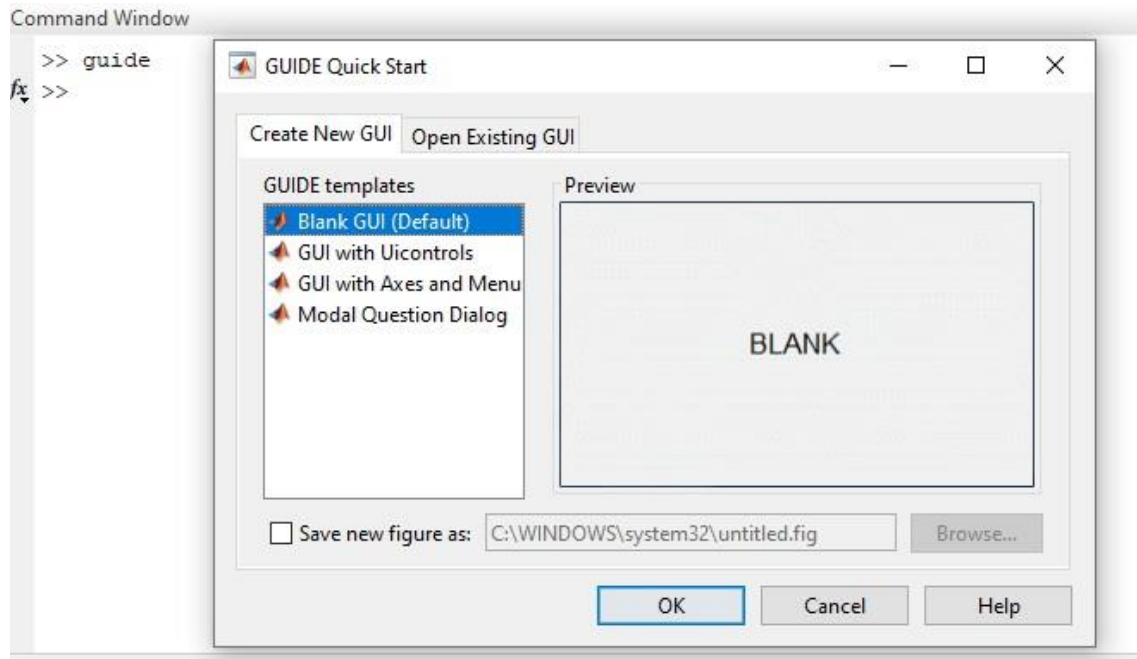


Figura 5.1: Ejemplo de creación de una interfaz gráfica en Matlab.

En ese momento podremos elegir entre crear una nueva GUI o abrir una ya existente. Si creamos una nueva interfaz podemos elegir entre varios modelos de interfaces que nos propone Matlab. En mi caso elegí Blank GUI que era la que venía por defecto.

Una vez que la interfaz es creada se originan dos ficheros:

- Un fichero “. fig” donde podemos ver gráficamente los elementos y añadirlos

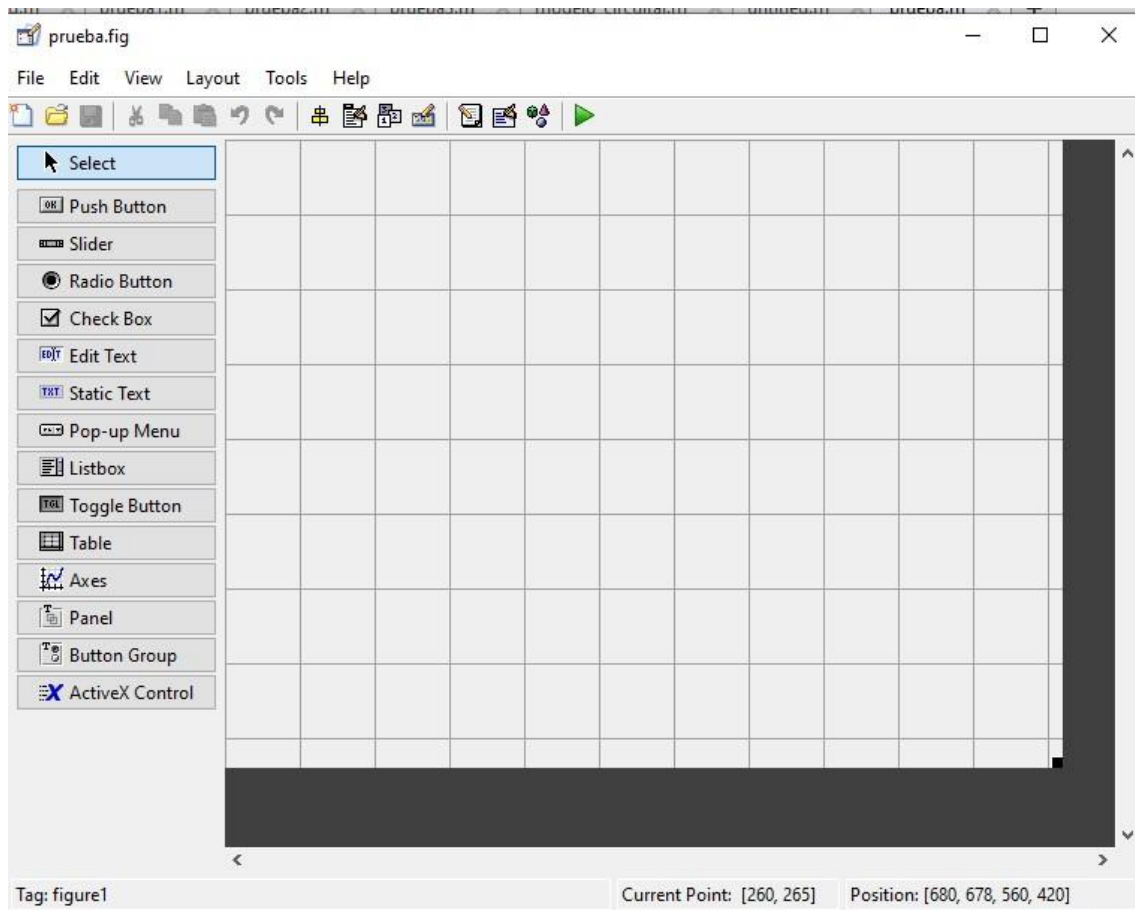


Figura 5.2: Ejemplo de la interfaz de creación de una Guide en Matlab.

- Y un fichero .m con el código por defecto de la interfaz gráfica. Donde también podemos añadir elementos y relacionar funciones y variables a través de código. En mi caso para la realización de esta aplicación he ido alternando el uso de las dos ya que para añadir elementos es más intuitivo usar el fichero .fig pero sin embargo a través del fichero .m podemos darle funcionalidades a esta interfaz.

Tras unos días desarrollando parte de los script en Matlab y con la herramienta visual Guide para la realización de la herramienta, consideré que esta herramienta no poseía muchas facilidades a la hora de modificar esta interfaz gráfica y que con los conocimientos que poseía y que había adquirido en internet no iba a ser capaz de lograr la implementación de esta herramienta en Matlab por lo que decidí realizarlo en python cuya interfaz gráfica es más moldeable y de la cual hay mucha más información para avanzar en su desarrollo.

5.3. Python.

Python es un lenguaje de programación interpretado de tipado dinámico cuya filosofía hace hincapié en una sintaxis que ayude a que el código sea legible y que sea fácil de interpretar por el ser humano.

Que sea de tipado dinámico significa que en este lenguaje una misma variable puede tomar valores de distinto tipo. Esto facilita mucho la programación ya que es mucho más legible para el ser humano.

Este lenguaje fue creado a principios de los noventa por Guido van Rossum y toma características de lenguajes predecesores, compatibilizando varios de ellos.

5.3.1 ¿Por qué usar python?

- Es libre y de código abierto.
- Se trata de una gran mutiplataforma, al tratarse de un lenguaje interpretado funciona en cualquier sistema que contenga su interpretador.
- Gran calidad en su sintaxis, ya que es obligatorio realizar indexaciones de bloque en el haciendo que este lenguaje sea más legible y ordenado, además evita el uso de caracteres como disminuyendo la posibilidad de cometer errores a la hora de desarrollar código.
- Se puede realizar programación orientada a objetos, ya que nos proporciona la capacidad de desarrollar todo en función a clases y objetos, pudiendo hacer uso de conceptos de cohesión, poliformismo, herencia, etc...
- Ofrece un tipado dinámico fuerte, dándonos la posibilidad de crear variables con cualquier tipo de valor en cualquier parte del código.

5.3.2. Interfaz gráfica de Python.

En este caso decidí usar tkinter ya que es la interfaz de python más usada y de la cual podemos obtener más información. Tkinter es un binding de la biblioteca gráfica TCL/TK de python, es la biblioteca estándar usada como GUI para python.

Tkinter proporciona numerosas herramientas con las cuales poder crear ventanas para dar un aspecto visual a nuestro programa.

Librerías de python usadas.

Librería tkinter:

5.3.2.1. Métodos de tkinter usados.

Label: Es una etiqueta usada para mostrar textos estáticos.

Place: Es usado para posicionar cualquier componente gráfico de nuestro programa. Desde este método es posible caracterizar nuestro componente de las siguientes maneras:

- **anchor:** Describe el lugar exacto de posicionamiento pudiendo elegir las distintas direcciones de la brújula para identificarlo: N, E, S, W, NE, NW, SE o SW.
- **bordermode:** Indica si el texto va a tener un borde diferenciativo dentro de la interfaz.
- **height, width:** El ancho y alto en píxeles.
- **relheight, relwidth:** El ancho y alto en un valor flotante entre 0 y 1.
- **relx, rely:** Desplazamiento horizontal y vertical como un flotante entre 0 y 1.
- **x, y:** Desplazamiento horizontal y vertical en píxeles.

Entry: Se trata de una caja de texto que permite ingresar cualquier tipo de texto en una línea. Esta entrada además se puede almacenar como una variable.

Combobox: Se trata de una combinación entre una lista y una caja de texto. Se utiliza como una lista desplegable con varias opciones de las cuales el usuario puede elegir y registrar en una variable.

StringVar: Se trata de una variable de control, es un objeto que se asocia a uno de los widgets para almacenar valores y facilitar las operaciones con estas variables. Para operar con estas variables se utilizan los siguientes métodos:

- Método set: Se utiliza para modificar el valor de la variable.
- Método get: Se utiliza para acceder al valor de la variable.
- Método trace: Se utiliza para detectar cuando una variable es leída, borrada o ha cambiado de valor.

Button: Usado para añadir botones a la aplicación. Estos botones pueden mostrar texto o imágenes. Además este botón se puede relacionar con una función para que cuando se pulse se ejecute.

5.3.3. Librería Numpy.

Es una librería especializada en cálculos numéricos y análisis de datos. Su uso hace que se puedan desarrollar en python muchas funciones que desarrollaríamos en matlab. Incorpora la clase de objetos llamados arrays que permiten representar colecciones de datos del mismo tipo en varias dimensiones.

5.3.4 Librería matplotlib.

Es una librería para generar gráficas a partir de datos contenidos en listas o vectores. Para generar estas listas es necesario el uso de la librería Numpy.

Diferentes formas de representar gráficas con matplotlib:

Figure (num,figsize,dpi,facecolor,edgecolor,frameon):

- **num:** Número que identifica la figura ya que normalmente suele haber más de una.
- **figsize=w,h:** Tamaño de la figura en ancho y alto. o **facecolor:** Color del rectángulo que contiene la figura.
- **edgecolor:** Color del borde de la figura.
- **frameon:** Siendo un booleano que identifica si la figura va a tener borde o no.

Subplot(numRows, numCols, plotNum): Es usado para representar más de una figura en una misma ventana.

- **numCols:** Número de columnas.
- **plotNum:** Número de gráfica.
- **numRows:** Número de filas.

Plot(x,y,linestyle,linewidth,marker): Es utilizado para representar más de una gráfica en una misma figura.

- **x:** Eje de abscisas. o **y:** Eje de ordenadas. o **linestyle:** Estilo de la representación, color y tipo de línea. o **linewidth:** Ancho de la línea.
- **marker:** Marcador.

5.3.4. Librería *math*.

Se trata de un módulo que proporciona acceso a las funciones matemáticas definidas en el estándar de C. Esta librería solo se puede utilizar con números reales y forma parte de la “librería estándar de python”

6. Elaboración de la Herramienta.

6.1. Resumen sobre los módulos que contendrá la Herramienta.

La herramienta estará compuesta por 6 ventanas:

- Calculadora de Líneas de transmisión de tipo Bifilar.
- Calculadora de Líneas de transmisión de tipo Coaxial.
- Calculadora de Líneas de transmisión de tipo placas paralelas.
- Calculadora de líneas Microstrip.
- Carta de Smith.

6.2. Módulo de la carta de Smith.

6.2.1. Objetivo.

El objetivo es utilizar representaciones en la carta de Smith para poder calcular impedancias a lo largo de la línea y obtener otros parámetros que nos puedan ayudar en la resolución de ejercicios de líneas de transmisión

Se ha realizado un script con funciones definidas que usaremos para la representación de la carta de Smith. Este script se ha denominado `lines.py` y se ha importado en el script principal para poder hacer uso de todas esas funciones:

6.2.2. Definición de funciones de `lines.py`.

- **C2p(x):** Función cuya entrada es un número complejo y lo devuelve en coordenadas polares, es decir ángulo y fase en radianes.
- **C2pD(x):** Función cuya entrada es un número complejo y lo devuelve en coordenadas polares, es decir ángulo y fase en grados.
- **P2c(r,th):** Función cuya entrada es un número en coordenadas polares de módulo y fase en radianes y cuya salida es un número complejo en cartesianas.
- **P2cD(r,th):** Función cuya entrada es un número en coordenadas polares de módulo y fase en grados y cuya salida es un número complejo en cartesianas.
- **Gr(zln):** Función cuya entrada es la impedancia de carga normalizada y cuya salida es el coeficiente de reflexión en la carga.
- **Zwn(zpn,zln):** Función cuya entrada es la impedancia de carga y el desplazamiento a una distancia de la línea y devuelve la impedancia en ese punto de la línea.
- **Point():** Función que representa un punto en las coordenadas cartesianas, se usará para la representación en la carta de Smith.
- **Arc(r,thi,thf):** Función que representa un arco de radio r desde el ángulo en radianes thi al ángulo en radianes thf .
- **Circle(r):** Función que representa un círculo donde está contenido el valor r . Se utiliza para la representación del coeficiente de reflexión.

- **Line (px1, py1, px2, py2):** Función que traza una línea de un punto a otro en coordenadas cartesianas.
- **Line_r(r):** Función que representa las líneas de la parte real de la carta de Smith.
- **Line_x(x):** Función que representa las líneas de la parte imaginaria de la carta de Smith.
- **Cir_r(r):** Función que representa los círculos reales de la carta de Smith. Utiliza la función Line_r.
- **Cir_x(x):** Función que representa los círculos imaginarios de la carta de Smith.
- Utiliza la función Line_x.
- **Skele():** Una vez representadas las gráficas necesarias para interpretar la carta de smith esta función se encarga de juntarlas en una misma figura.

6.2.3. Funciones del script principal para la representación con carta de Smith.

6.2.3.1. Representacion_max_min ().

A través de esta función introduciremos una impedancia de carga y una impedancia característica de la línea y obtendremos un gráfico donde podremos ver la distancia desde la carga al primer máximo y mínimo de tensión.

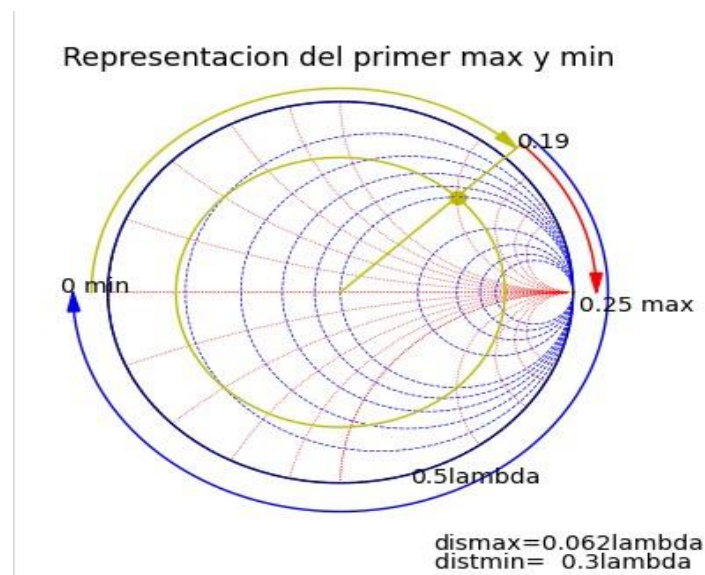


Figura 6.1. Ejemplo utilización de la función representar_max_min para una línea de 50 y una impedancia de carga de 50+100j

6.2.3.2. Cálculo_ROE.

Función que representa el círculo que contiene la ROE a partir de la impedancia de la línea y la impedancia de carga.

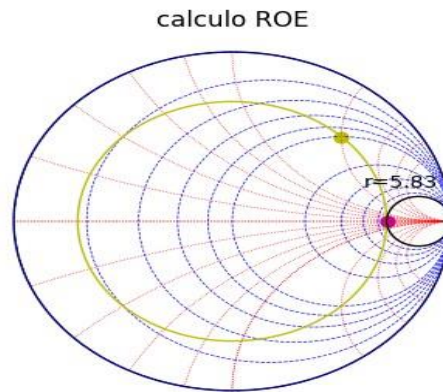


Figura 6.2: Ejemplo utilización de cálculo de la ROE para una línea de 50 y una impedancia de carga de $50+100j$.

6.2.3.3Representación_ZL.

Función que representa Z_L , Y_L y el coeficiente de reflexión de la línea. Para la realización de esta función se ha usado la librería pysmitplot de python lo que nos da la posibilidad de poder movernos a través de la carta de smith obteniendo los valores de x y y a través del cursor. Para esta representación es necesario introducir la impedancia de carga de la línea y la impedancia característica.

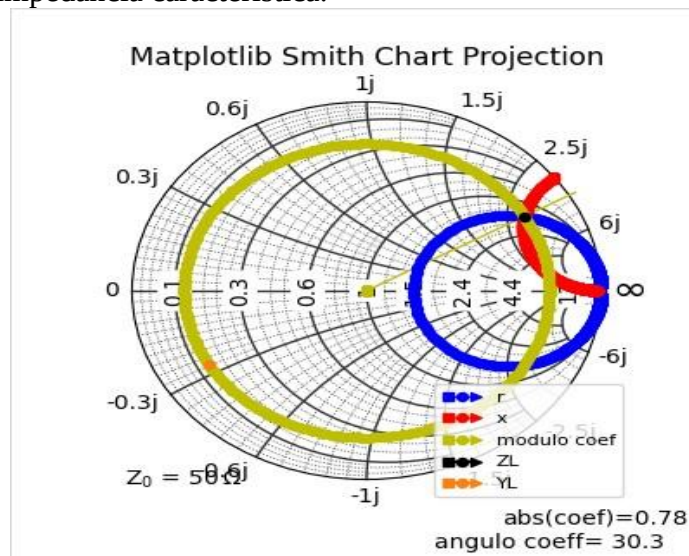


Figura 6.3. Ejemplo utilización de la función representar_max_min para una línea de 50 y una impedancia de carga de $75+150j$

6.2.3.4. Representación_Zd ().

Esta función representa tiene los siguientes parámetros de entrada:

- La impedancia característica de la línea Z_0 .
- La impedancia de carga de la línea Z_L .
- La distancia a la que se encuentra la impedancia que se quiere calcular y representar, esta distancia la podemos ingresar de dos maneras distintas:
 - Desplazamiento en longitudes de onda.
 - Desplazamiento en unidades métricas, para poder introducir la distancia en metros es necesario conocer también la frecuencia a la que trabaja la línea y la permitividad relativa de esta.

Esta función nos devuelve una gráfica de Smith con la representación y los cálculos de los siguientes parámetros:

- Representación de Z_L .
- Representación y cálculo del módulo y la fase del coeficiente de reflexión.
- Representación del desplazamiento a lo largo de la carta desde la impedancia de carga hacia el generador hasta llegar a la distancia de entrada.
- Cálculo del desplazamiento en longitudes de onda.
- Cálculo del desplazamiento en grados.
- Representación y cálculo de Z_d .
- Representación y cálculo del coeficiente de reflexión a esa distancia de la línea.

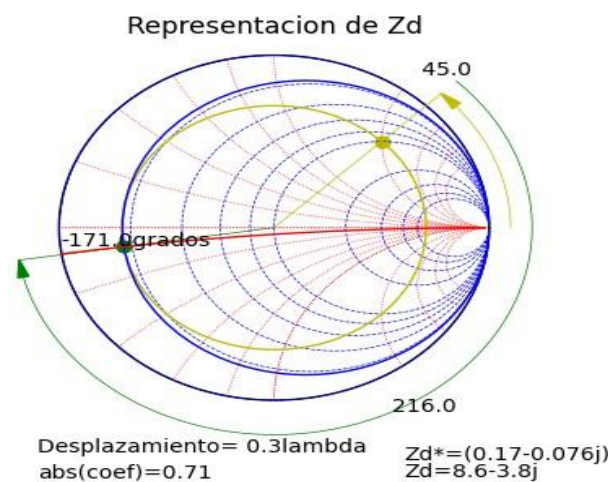


Figura 6.4. Ejemplo utilización de la función Representación_Zd para una línea de 50 y una impedancia de carga de $50+100j$ a una distancia de 0.3λ .

6.2.4. Ejemplo del funcionamiento y uso.

Vamos a ver la resolución de un ejercicio utilizando la herramienta de líneas de transmisión y a comparar los resultados que vienen en el libro del que se ha obtenido el ejercicio de ejemplo.

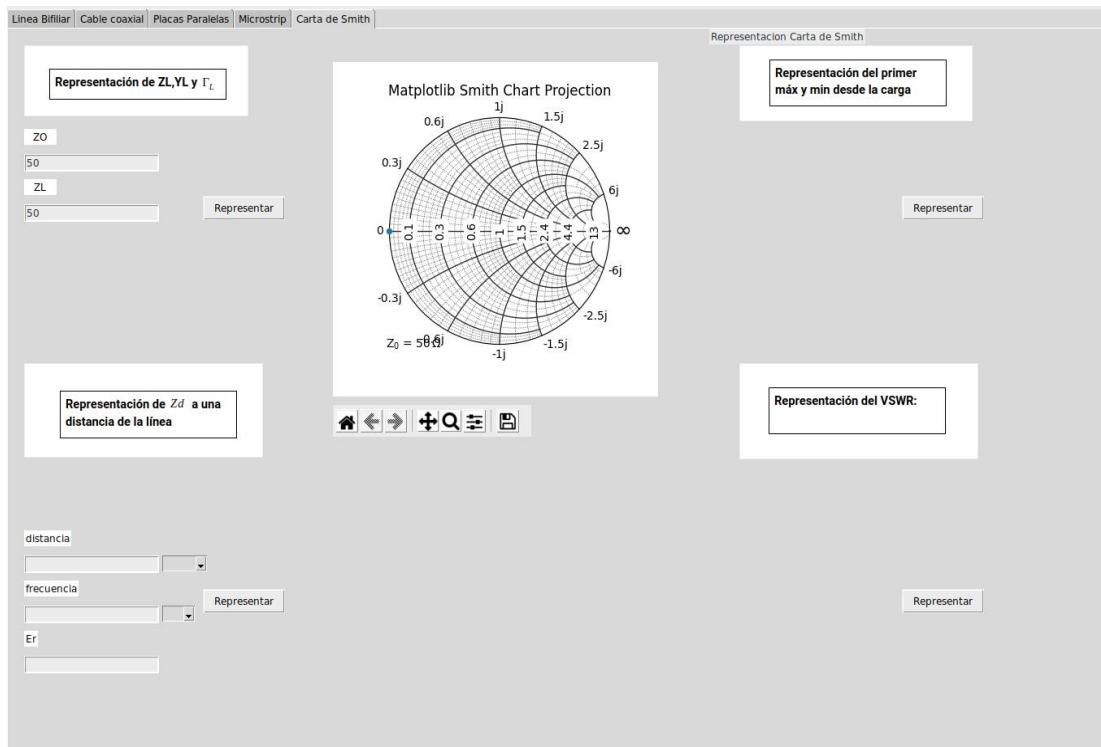


Figura 6.5. Visibilidad del módulo de la carta de Smith de la Herramienta diseñada.

Ejemplo 6.1. Fuente: “Líneas de transmisión” de Rodolfo Neri Vela.

“Una línea sin pérdidas con impedancia característica $Z_0 = 75 \, \Omega$ mide 2.2 longitudes de onda a cierta frecuencia de trabajo. Al final está conectada una carga $Z_L = 100 + j50 \, \Omega$. Use la carta de Smith para encontrar:”

- la impedancia de entrada de la línea:
- el coeficiente de reflexión de voltajes (magnitud y fase) en la carga:

Estos dos apartados anteriores se podrían calcular con una sola de las funciones de nuestra herramienta de la siguiente manera:

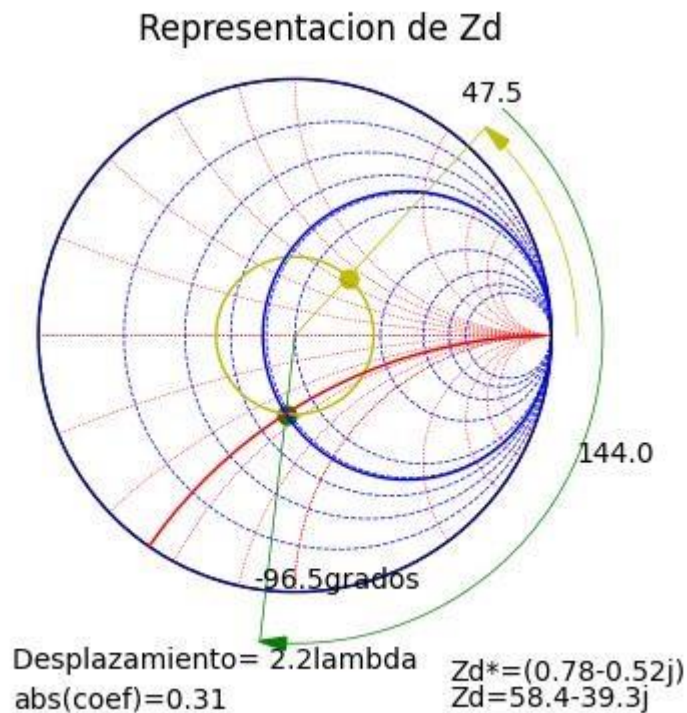


Figura 6.6. Uso de la herramienta para los cálculos del apartado a) y b).

Podemos ver que la impedancia de entrada de la línea la obtendremos si nos movemos desde la carga hacia el generador la longitud completa de la línea que es 2.2λ lo que equivale a un desplazamiento de 4 vueltas y 0.2λ .

Obtenemos de esa manera el resultado del apartado a) $Z_d = 58.4 - 39.3j$

También tenemos el módulo del coeficiente de reflexión que es el valor del radio del círculo que contiene la impedancia de carga de la línea y el valor del ángulo que es donde corta la carta de Smith por lo que tenemos el resultado del apartado b) el módulo del coeficiente de reflexión es 0.31 y la fase 47.5 grados.

c) la impedancia vista en el centro de la línea.

d) el coeficiente de reflexión de voltajes (magnitud y fase) en el mismo centro de la línea”.

Los dos últimos apartados los podemos resolver haciendo uso de la misma herramienta anterior, con el único cambio de que la distancia a recorrer será de la mitad:

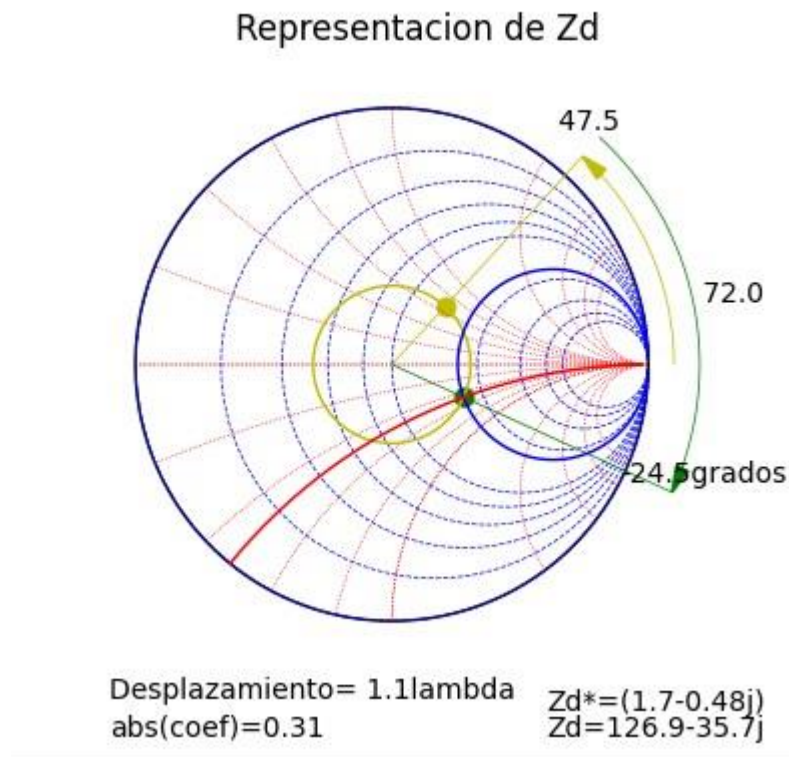


Figura 6.7. Ejemplo de cálculo de los apartados c) y d) con la herramienta.

Obtenemos de igual manera el resultado del apartado c) $Z_d = 126.9 - 35.7j$

Y el módulo del coeficiente de reflexión no varía a través de la línea por lo que lo que variará será la fase con un desplazamiento de 72 grados por lo que ya tendríamos también el resultado del apartado d).

6.3. Funciones para la calculadora de líneas de transmisión.

6.3.1. Cable coaxial.

El resto de módulos que componen esta herramienta, tienen un funcionamiento similar por lo que los vamos a explicar en el mismo punto.

Este módulo es capaz de realizar el cálculo de los parámetros primarios y secundarios de un cable coaxial.

The screenshot displays the 'Cable Coaxial' software interface. At the top center, there is a diagram of a coaxial cable cross-section with labels: 'conductor (σ_c)' and 'dieléctrico (σ_d, ϵ, μ)'. Below the diagram, the interface is divided into three main sections: 'Parámetros de entrada:', 'Parámetros primarios:', and 'Parámetros secundarios:'.

Parámetros de entrada:

- a:** Input field with unit 'mm'.
- b:** Input field.
- c:** Input field.
- Frecuencia:** Input field.
- Conductividad:** Input field with multiplier 'x10⁻⁷'.
- Text: 'Si no conoces la conductividad selecciona el conductor'.
- Permitividad relativa del dieléctrico:** Input field.
- Tangente de pérdidas del dieléctrico:** Input field with multiplier 'x10⁻³'.
- Text: 'Si no conoces los parámetros del dieléctrico selecciona el dieléctrico'.

Parámetros primarios:

- R:** Input field with unit 'mΩ/m'.
- C:** Input field.
- L:** Input field.
- G:** Input field.

Parámetros secundarios:

- Z0:** Input field.
- γ:** Cte de propagación.
- α:** Cte de atenuación.
- β:** Cte de fase.
- Vp:** Velocidad de fase.
- λ:** Longitud de onda.

Buttons and messages:

- 'Calcula los parámetros primarios' button.
- 'Calcula los parámetros secundarios' button.
- Red text message: 'Es necesario rellenar la frecuencia'.

Figura 6.8. Aspecto de la interfaz gráfica al abrir el programa.

Cable Coaxial

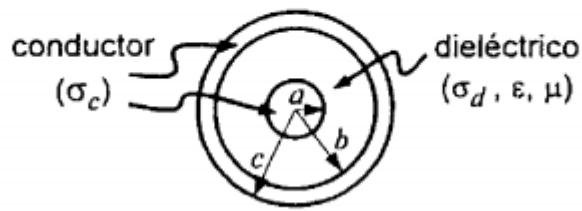


Figura 6.9. Geometría del cable coaxial.

6.3.1.1. Parámetros de entrada.

- a: radio del conductor, este debe introducirse en unidades métricas seleccionando en el desplegable de al lado la unidad de medida en la que se está introduciendo este valor. Estos valores serán: “m”, “dm”, “cm”, “mm” y serán comunes en todas las entradas geométricas de la aplicación.
- b: radio del dieléctrico.
- c: radio del conductor exterior en caso de que exista, si no existiera se puede dejar vacío y la aplicación hará el cálculo sin tener en cuenta este valor.
- Frecuencia: Habrá que introducir la frecuencia en unidades de hercios y elegir la unidad de medida en el desplegable de la derecha de este campo. Pudiendo escoger entre: “Hz”, “kHz”, “MHz” y “GHz”. Si estos desplegables se dejaran vacíos se cogería la unidad de medida de Hz. Esta forma de uso se va a dar en todas las entradas de frecuencia que tiene la aplicación.
- Características del conductor, estos campos podremos rellenarlos de dos maneras:
 - *Rellenando la conductividad de este.*
 - *Elegiendo el conductor.*
- Características del dieléctrico, al igual que con las del conductor tenemos dos opciones:
 - *Introducir la permitividad relativa y la tangente de pérdidas de este.*
 - *Elegir el dieléctrico a usar.*

6.3.1.2. *Parámetros primarios.*

Una vez introducidos estos parámetros podremos pulsar el botón de “Calcula los parámetros primarios”. Las unidades de medida de estos parámetros podrán ser elegidas por el usuario o dejarlas sin rellenar y la herramienta elegirá según el valor de éstos la unidad de medida óptima para su expresión. Al ejecutar esto obtendremos los siguientes parámetros:

- *Resistencia: Esta vendrá dada en unidades de ohmios/m.*
- *Capacitancia: Esta vendrá dada en unidades de faradios/m.*
- *Inductancia: Esta vendrá dada en unidades de henrios/m.*
- *Conductancia: Esta vendrá dada en unidades de siemens/m.*

6.3.1.3. *Parámetros secundarios.*

Una vez que estén rellenos los parámetros secundarios, bien habiéndolos calculado a través de la herramienta o habiéndolos introducido a mano podemos pulsar el botón “Calcula los parámetros secundarios”. Es importante que si introducimos los parámetros secundarios a mano introduzcamos también el valor de la frecuencia, ya que esta es necesaria para el cálculo de los parámetros secundarios de la línea. Además de igual manera que con los parámetros primarios podemos elegir las unidades de medida con las que queremos que nos devuelva el resultado o dejarlas vacías y será la herramienta la que decida.

Una vez que ejecutemos el botón mencionado obtendremos el resultado de los siguientes parámetros:

- Z_0 : Impedancia característica de la línea, dada en valores de ohmios.
- Constante de propagación de la línea, dada en valores de m^{-1} .
- Constante de atenuación: Esta puede ser calculada en dB/m o Np/m.
- Constante de fase: Esta viene dada en radianes/m.
- Velocidad de propagación: Calculada en m/s.
- Longitud de onda: Expresada en unidades métricas.

El módulo de esta herramienta será similar al de cable coaxial en la línea bifilar y en las placas paralelas, lo único que variará será la entrada de las condiciones geométricas de la línea.

6.3.2. Línea Bifilar.

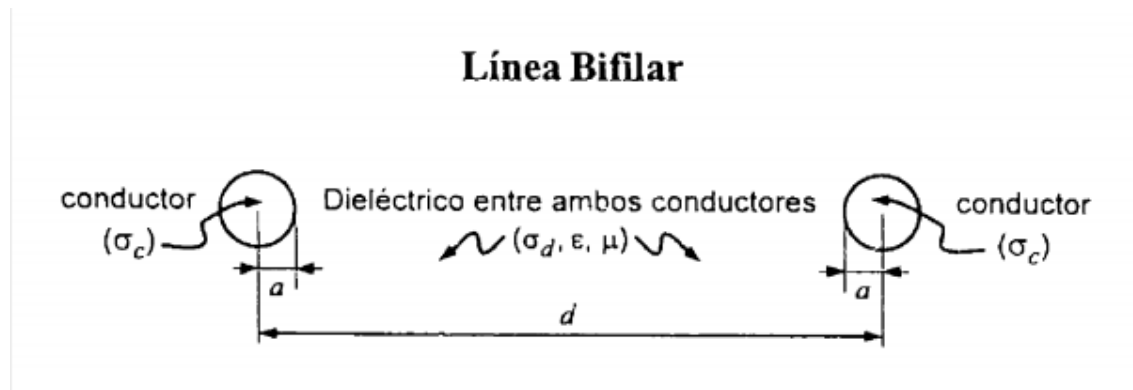


Figura 6.10. Geometría de la línea Bifilar.

La única diferencia con el módulo del cable coaxial son las características geométricas de entrada:

- a: Radio del conductor expresado en unidades métricas.
- d: Distancia entre conductores expresada en unidades métricas.

6.3.3. Placas paralelas.

Línea de placas paralelas (dos conductores planos)

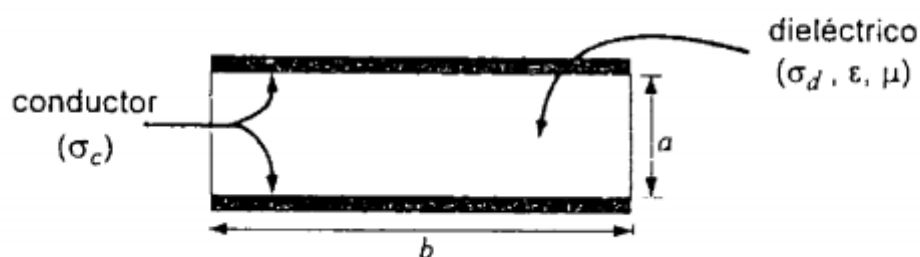


Figura 6.11. Geometría de la línea de placas paralelas.

La única diferencia con el módulo del cable coaxial son las características geométricas de entrada:

- b: Longitud del conductor expresada en unidades métricas.
- a: Distancia entre conductores expresada en unidades métricas.

6.3.4. Línea Microstrip.

Al tratarse de una línea planar los parámetros de salida de la aplicación varían con los del resto de módulos por lo que vamos a definirlos.

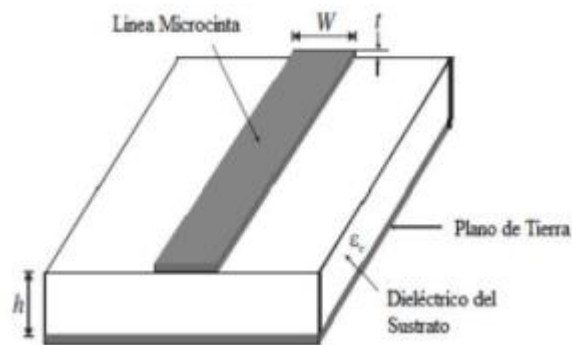


Figura 6.11. Geometría de la línea Microstrip.

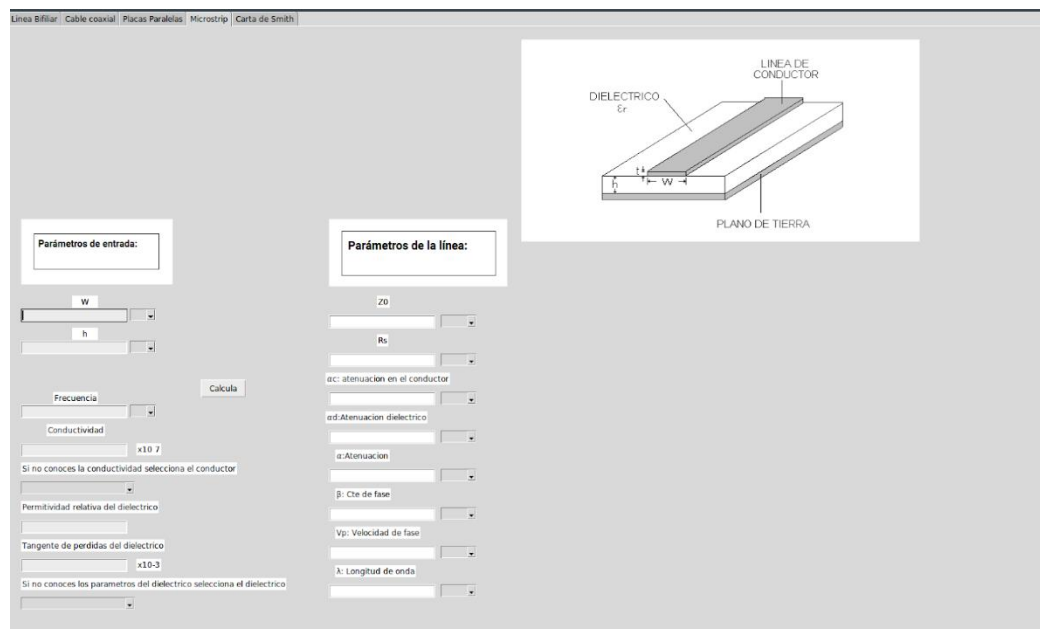


Figura 6.12: Aspecto de la interfaz gráfica del módulo Microstrip.

6.3.4.1. *Parámetros de entrada.*

La única diferencia con el módulo del cable coaxial son las características geométricas de entrada:

- w : Anchura del dieléctrico.
- h : Distancia entre placas de conductores.

6.3.4.2. *Parámetros de salida.*

- Z_0 : Impedancia característica de la línea, dada en valores de ohmios.
- R_s : Resistencia superficial del conductor, dada en valores de ohmios
- α_c , atenuación en el conductor: Esta puede ser calculada en dB/m o Np/m.
- α_d , atenuación en el dieléctrico: Esta puede ser calculada en dB/m o Np/m.
- α , atenuación: Esta puede ser calculada en dB/m o Np/m.
- Constante de fase: Esta viene dada en radianes/m.
- Velocidad de propagación: Calculada en m/s.
- Longitud de onda: Expresada en unidades métricas.

6.4. *Ejemplos de uso de la calculadora de línea.*

6.4.1. *Línea Bifilar.*

Ejemplo 6.2. Fuente: “Líneas de transmisión” de Rodolfo Neri Vela.

“Una línea bifilar tiene conductores de cobre con radio igual a 2 mm. La separación entre centros es de 2 cm y el material aislante es polietileno. Supóngase que la tangente de pérdidas es constante con la frecuencia y encuentre los parámetros L , C , R y G por unidad de longitud, a frecuencias de operación de 1 kHz, 10 kHz y 1 MHz.”:

f	L	C	R	G
1 kHz	1.02 $\mu\text{H/m}$	27.33 pF/m	2.74 m Ω/m	34.35 p Ω/m
10 kHz	0.92 $\mu\text{H/m}$	27.33 pF/m	4.16 m Ω/m	343.5 p Ω/m
1 MHz	0.92 $\mu\text{H/m}$	27.33 pF/m	41.6 m Ω/m	34.35 n Ω/m

Figura 6.13: Resultados del ejemplo 6.2. obtenidos del libro.

Parámetros de entrada:

a

2

mm

d

2

cm

Frecuencia

1

KHz

Conductividad

x10⁷

Si no conoces la conductividad selecciona el conductor

cobre

Permitividad relativa del dielectrico

Tangente de perdidas del dielectrico

x10⁻³

Si no conoces los parametros del dielectrico selecciona el dielectrico

polietileno

Calcula

Parámetros primarios:

R

2.744

m Ω/m

C

27.385

pF/m

L

1.017

$\mu\text{H/m}$

G

34.413

pH/m

Figura 6.14: Resultados del ejemplo 6.2. obtenidos de la calculadora de líneas a 1KHz.

Parámetros de entrada:

a

2

mm

d

2

cm

Frecuencia

10

KHz

Conductividad

$\times 10^7$

Si no conoces la conductividad selecciona el conductor

cobre

Permitividad relativa del dielectrico

Tangente de perdidas del dielectrico

$\times 10^{-3}$

Si no conoces los parametros del dielectrico selecciona el dielectrico

polietileno

Calcula

Parámetros primarios:

R

4.152

mΩ/m

C

27.385

pF/m

L

0.917

μH/m

G

344.128

pS/m

Figura 6.15: Resultados del ejemplo 6.2. obtenidos de la calculadora de líneas a 10KHz.

Parámetros de entrada:

a

2

mm

d

2

cm

Frecuencia

1

MHz

Conductividad

x10 7

Si no conoces la conductividad selecciona el conductor

cobre

Permitividad relativa del dielectrico

Tangente de perdidas del dielectrico

x10-3

Si no conoces los parametros del dielectrico selecciona el dielectrico

polietileno

Calcula

Parámetros primarios:

R

41.523

mΩ/m

C

27.385

pF/m

L

0.917

μH/m

G

34.413

nS/m

Figura 6.16: Resultados del ejemplo 6.2. obtenidos de la calculadora de líneas a 1MHz.

6.4.2. Cable coaxial.

Ejemplo 6.3. Fuente: “Líneas de transmisión” de Rodolfo Neri Vela.

“Se tiene un cable coaxial diseñado para funcionar a muy altas temperaturas, por ejemplo, en cohetes, misiles y satélites. Las dimensiones de su corte transversal se muestran en la figura. El dieléctrico entre ambos conductores de cobre es teflón y las paredes que hacen contacto con dicho dieléctrico están recubiertas de plata. Por simplicidad, considere que el teflón está distribuido uniformemente y que la corriente pelicular sólo fluye por las cubiertas de plata.”

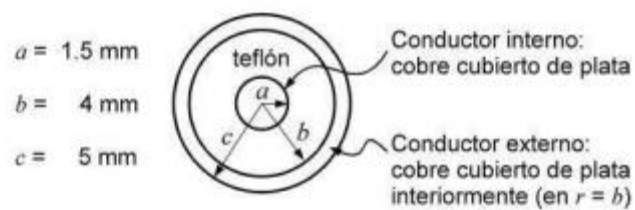


Figura 6.17: Geometría del cable coaxial del ejemplo 6.3.

f	L	C	R	G
100 MHz	0.196 $\mu\text{H/m}$	119 pF/m	0.37 Ω/m	22.4 $\mu\text{S/m}$
1 GHz	0.196 $\mu\text{H/m}$	119 pF/m	1.18 Ω/m	224 $\mu\text{S/m}$

Figura 6.18: Resultados del ejemplo 6.3. obtenidos del libro.

Parámetros de entrada:

Parámetros primarios:

a

1.5 mm

b

4 mm

c

5 mm

Frecuencia

100 MHz

Conductividad

x10 7

Si no conoces la conductividad selecciona el conductor

plata

Permitividad relativa del dielectrico

Tangente de perdidas del dielectrico

x10-3

Si no conoces los parametros del dielectrico selecciona el dielectrico

teflon

Calcula los parametros primarios

R

0.369 Ω/m

C

118.947 pF/m

L

0.196 $\mu\text{H/m}$

G

22.421 $\mu\text{S/m}$

Figura 6.19: Resultados del ejemplo 6.3. obtenidos de la calculadora de líneas a 100MHz.

Parámetros de entrada:

a

1.5

mm

b

4

mm

c

5

mm

Frecuencia

1

GHz

Conductividad

x10⁷

Si no conoces la conductividad selecciona el conductor

plata

Permitividad relativa del dielectrico

Tangente de perdidas del dielectrico

x10⁻³

Si no conoces los parametros del dielectrico selecciona el dielectrico

teflon

Calcula los parametros primarios

Parámetros primarios:

R

1.167

Ω/m

C

118.947

pF/m

L

0.196

μH/m

G

0.224

mS/m

Figura 6.20: Resultados del ejemplo 6.3. obtenidos de la calculadora de líneas a 1GHz.

6.4.3. Placas paralelas.

Ejemplo 6.4. Fuente: pdf encontrado en internet.

“Una línea de transmisión de placas plano-paralelas está formada por placas de anchura 1.2 cm separadas una distancia de 0.15 cm. Las placas son de cobre y el dieléctrico utilizado es poliestireno. Calcular los parámetros primarios de la línea a 1 GHz”

Parámetros de entrada:

a

0.15

cm

b

1.2

cm

Frecuencia

1

GHz

Conductividad

x10⁷

Si no conoces la conductividad selecciona el conductor

cobre

Permitividad relativa del dielectrico

Tangente de perdidas del dielectrico

x10⁻³

Si no conoces los parametros del dielectrico selecciona el dielectrico

polietireno

Calcula

Parámetros primarios:

R

1.375

Ω/m

C

181.083

pF/m

L

0.157

μH/m

G

56.889

μS/m

Figura 6.21: Resultados del ejemplo 6.4. obtenidos de la calculadora de líneas.

Se comprueba que los resultados coinciden con la información extraída del ejemplo.

6.4.4. Línea Microstrip.

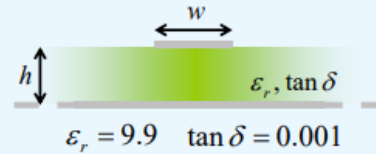
Ejemplo 6.5. Fuente: pdf encontrado en internet.

- **Ejemplo 6:** Calcular la cte de atenuación total a 10 GHz en una línea microstrip de impedancia 50 Ohm, realizada en sustrato de alúmina de $\epsilon_r = 9.9$, $\tan \delta = 0.001$ y $h = 0.5$ mm. La metalización es de cobre de conductividad $\sigma_C = 5.88 \times 10^{+7}$ S/m y la anchura de la microtira vale $w = 0.483$ mm.

Pozar 4ª Ed., Ej. 3-7

Solución:

- Según hemos visto $\alpha = \alpha_d + \alpha_c$



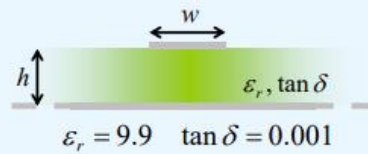
$$\alpha_d = \frac{k_0 \epsilon_r (\epsilon_{\text{eff}} - 1) \tan \delta}{2 \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} (\epsilon_r - 1)} = 0.255 \text{ Np/m} = 0.022 \text{ dB/cm}$$

$$k_0 = 2\pi f / c = 209.44 \text{ rad/m}$$

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12h/w}} = 6.665$$

68

Figura 6.22: Ejemplo 6.5. parte 1.



$$\alpha_c = \frac{R_s}{Z_0 w} = 1.08 \text{ Np/m} = 0.094 \text{ dB/cm}$$

$$\sigma_C = 5.88 \times 10^{+7} \text{ S/m}$$

$$f = 10 \text{ GHz}$$

$$R_s = \sqrt{\omega \mu_0 / 2 \sigma_C} = 0.026 \text{ } \Omega$$

$$\alpha = \alpha_d + \alpha_c = 0.022 \text{ dB/cm} + 0.094 \text{ dB/cm} = 0.116 \text{ dB/cm}$$

69

Figura 6.23: Ejemplo 6.5. parte 2.

Parámetros de entrada:

W

mm

0.843

h

mm

0.5

Frecuencia

GHz

10

Conductividad

x10 7

5.88

Permitividad relativa del dielectrico

9.9

Tangente de perdidas del dielectrico

x10-3

1

Parámetros de la línea:

Z0

Ω

38.02

Rs

Ω

0.026

αc: atenuacion en el conductor

np/m

1.08

αd:Atenuacion dielectrico

np/m

0.255

α:Atenuacion

np/m

1.305

β: Cte de fase

rad/m

540.70

Vp: Velocidad de fase

m/s

116.2

λ: Longitud de onda

mm

11.62

Calcula

Figura 6.24: Resolución ejemplo 6.5. con la calculadora de líneas.

6.4.5. Parámetros secundarios.

El cálculo de los parámetros secundarios está presente para los módulos:” Línea bifilar”,”Cable coaxial” y “Placas paralelas”, el ejemplo es válido para la aplicación en cualquiera de esos módulos.

Ejemplo 6.6. Fuente: pdf encontrado en internet.

- Ejemplo 5: Los parámetros de una línea de transmisión sin pérdidas son $L = 0.25 \mu\text{H/m}$ y $C = 100 \text{ pF/m}$. Calcular la impedancia característica, cte de fase, longitud de onda y velocidad de fase para una onda sinusoidal de frecuencia 600 MHz.

Hayt 7ª 11-2

Solución:

- Aplicamos las fórmulas vista anteriormente

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0.25 \times 10^{-6}}{100 \times 10^{-12}}} = 50 \Omega$$

$$v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0.25 \times 10^{-6} \times 100 \times 10^{-12}}} = 2 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\beta = \frac{\omega}{v_p} = \frac{2\pi \times 600 \times 10^6}{2 \times 10^8} = 6\pi \approx 18.85 \text{ rad/m}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{2\pi}{6\pi} \approx 33.3 \text{ cm}$$

40

Figura 6.25: Ejemplo 6.6.

Parámetros primarios:

R

C

100

pF/m

L

0.25

μH/m

G

Calcula los parametros secundarios

Es necesario rellenar la frecuencia

Parámetros secundarios:

Z0

(50+0j)

Ω

γ: Cte de propagacion

18.85j

m-1

α: Cte de atenuacion

0.0

Np/m

β: Cte de fase

18.85

rad/m

Vp: Velocidad de fase

200000000.0

m/s

λ: Longitud de onda

0.333

m

Figura 6.26: Resolución ejemplo 6.6 con la calculadora de líneas.

Bibliografía.

[1] Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería. Cheng, David K. (David Keun) 1917-; Morales Peake, Ernesto; Sebastián Franco, José Luis col.

[2] Peter A. Rizzi, Microwave Engineering. Passive Circuits, 1988. Prentice-Hall Inc

[3] D.K. Cheng, Fundamentos de electromagnetismo para ingeniería, 1993. Addison Wesley Iberoamericana.

[4] D. M. Pozar, “Microwave Engineering”, 3ª Ed, Wiley, 2005.

[5] Rodolfo Nery Vela, “Líneas de transmisión”, “Nueva edición complementada con presentaciones electrónicas y laboratorios virtuales interactivos realizados por Luis H. Porrogas Beltrán.”

[6] Documentación Python. Disponible en <https://docs.python.org/3/>.

[7] Documentación Matlab. Disponible en <https://es.mathworks.com/help/matlab/>.