



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Centro de Estudios de Postgrado

Trabajo Fin de Máster

DIDÁCTICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS PARA DISCENTES DE 2º DE LA E.S.O.

Alumna: Rubio Moral, Diana

Tutor: D. Julio Guerrero García
Co-Tutora: D^a. Ana Huertas Armesto.

Dpto. de MATEMÁTICAS

Octubre, 2019

Resumen y palabras clave

En este Trabajo Fin de Master se desarrolla una unidad didáctica (UD) de matemáticas del área de Geometría para discentes de 2º ESO. Concretamente, la Teoría de Triángulos y el Teorema de Pitágoras. El enfoque didáctico propuesto está centrado en el cumplimiento de los objetivos y la integración de las Competencias Clave del currículo vigente en Andalucía. La metodología pedagógica incide en el proceso de aprendizaje-enseñanza a través de la resolución de problemas y la resolución de problemas no rutinarios. Así mismo, se contempla la adaptación de la UD al rendimiento escolar del alumnado, tanto de seguimiento general, como el de PMAR (Programa de Mejora del aprendizaje y Rendimiento).

PALABRAS CLAVE: TEOREMA DE PITÁGORAS, ESO, UNIDAD DIDÁCTICA, RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Abstract and key words

In this Master's Final Project, I developed a didactic unit of mathematics in the area of Geometry for students in second year of secondary school. Specifically, the Theory of Triangles and the Pythagorean Theorem. The proposed didactic approach is focused on the fulfillment of the objectives and the integration of the Key Competencies of the curriculum in Andalusia. The pedagogical methodology affects the learning-teaching process through the resolution of problems and the resolution of non-routine problems. Likewise, the adaptation of the didactic unit (in Spanish UD) to the student's school performance is contemplated, both in general monitoring, as well as in the Program for Improving Learning and Performance (in Spanish PMAR).

KEY WORDS: PYTHAGORAS THEOREM, SECONDARY EDUCATION, DIDACTIC UNIT, SOLVING PROBLEMS.

Códigos UNESCO

5802.3 – Desarrollo de asignaturas (Educational planning and financing)

5802.08 – Enseñanza programada (Programmed instruction)

Índice

PORTADA.....	0
ÍNDICE	1
ÍNDICE DE IMÁGENES E ILUSTRACIONES	3
ÍNDICE DE TABLAS	4
ÍNDICE DE SIGLAS	4
ÍNDICE DE ABREVIATURAS	5
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. OBJETIVOS.	2
3. FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA	3
3.1. ESTADO DE LA CUESTIÓN	3
3.2. PEDAGOGÍA EN LA ETAPA DE LA ADOLESCENCIA MEDIA (13-14 AÑOS)	4
4. FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA.	9
5. FUNDAMENTACIÓN CURRICULAR.	24
5.1. JUSTIFICACIÓN DE LA ELECCIÓN DE LOS LIBROS DE TEXTO.	25
5.2. IDENTIFICACIÓN OFICIAL DE LOS DOS LIBROS DE TEXTO A COMPARAR.	25
5.3. INFORMACIÓN SOBRE LA ESTRUCTURA DE LAS UNIDADES DEL LIBRO.	25
5.3.1. LM1, “Conoce tu libro”	26
5.3.2. LM2, “Así es tu libro”	27
5.4. ESTRUCTURA DE LOS CONTENIDOS EN RELACIÓN AL DESARROLLO DEL CURRÍCULO.	27
5.4.1. El desarrollo de contenidos de 2º ESO por la legislación educativa vigente.	27
Los contenidos del Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	28
Los contenidos del Bloque 2. Números y álgebra	28
Los contenidos del Bloque 3. Geometría	28
El contenido del Bloque 4. Funciones	28
El contenido del Bloque 5. Estadística y probabilidad	28
5.4.2. Estructura y orden de las diferentes unidades que abarcan el currículo.	30
5.4.3. Estudio comparativo del contenido de cada unidad en LM1 y LM2	31
Bloque 2. Números y álgebra	31
Bloque 3. Geometría	35
Bloque 4. Funciones	36
Bloque 5. Estadística y Probabilidad	37
5.5. COMPARACIÓN DEL ÍNDICE CONTENIDO DE LA Ud. 9 DE LM1 Y LM2.	37
5.6. ANÁLISIS DE LAS PÁGINAS INTRODUCTORIAS DE PRESENTACIÓN DE LA UNIDAD.	38
5.7. ANÁLISIS DEL DESARROLLO TEÓRICO/PRÁCTICO DE LA Ud. 9 DE LM1 Y LM2.	39
5.8. ANÁLISIS DE LOS APARTADOS DE ACTIVIDADES	40
5.9. OTRAS SECCIONES PARA ENTRENAR COMPETENCIAS TRANSVERSALES	41
6. PROYECCIÓN DIDÁCTICA: EL TEOREMA DE PITÁGORAS.	42
6.1. TÍTULO	42
6.2. JUSTIFICACIÓN	42
6.2.1. La legislación educativa como referencia del proyecto didáctico	43
6.2.2. Utilidad práctica del tema	46
6.3.1. El centro y su entorno	46
6.3.2. Aspectos socioeconómicos del municipio	48
6.3.3. Características del centro como Instituto de Educación Secundaria	48

6.3.4.	Instalaciones y materiales que equipan el centro	49
6.3.5.	Equipo de recursos humanos y organigrama el centro	50
6.4.	DESCRIPCIÓN DEL ALUMNADO	51
6.4.1.	Entorno social del alumnado del centro	51
6.4.2.	Perfil del alumnado 2º de ESO	51
	Composición de los grupos de 2º	51
	Perfil del alumnado de 2º ESO	52
6.5.	OBJETIVOS	53
6.5.1.	Objetivos generales de etapa	53
6.5.2.	Objetivos del área de Matemáticas	54
6.5.3.	Objetivos específicos de la UD 3.1. Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras	55
6.6.	COMPETENCIAS CLAVE	56
	Descripción general de las Competencias Clave.	56
	Integración de las Competencias Clave con los Objetivos, los Criterios de Evaluación y los Estándares de Aprendizaje.	58
6.7.	CONTENIDOS	62
6.7.1.	Los contenidos de Matemáticas de 2º de ESO según la Orden (Estatal) ECD/1361/2015 y la Orden (Andaluz) de 14 de Julio de 2016.	62
6.3.1.	La estructura en Uds. de los libros de texto de referencia en relación con el currículo	66
6.3.2.	Estructuración del Bloque 3. Geometría en Unidades Didácticas	66
6.3.3.	Desarrollo de los contenidos teóricos de la UD 3.1. Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras	70
	Contenidos de la UD	70
	Desarrollo teórico de los contenidos UD 3.1 para 2ºESO	70
6.4.	METODOLOGÍA	77
6.5.	ACTIVIDADES Y RECURSOS	80
6.5.1.	Sesiones de Inicio: Horas lectivas 1, 2 y 3.	80
	Hora lectiva 1 [W1-S1]. Actividades de Inicio –Repaso–	80
	Hora lectiva 2 [W1-S2] y 3 [W1-S3]. Actividades de Inicio –Explicación de contenidos y Ejercicios–	81
6.5.2.	Sesiones de Desarrollo: Horas lectivas 4, 5 y 6.	82
	Hora lectiva 4 [W2-S1] y 5 [W2-S2] Actividades de Desarrollo –Introducción en la RP–	82
	Hora lectiva 6 [W2-S3] Actividades de Desarrollo –Introducción en la RP–	84
6.5.3.	Sesiones de Conclusión: Horas lectivas 7, 8 y 9.	85
	Hora lectiva 7 [W3-S1] Actividades de Conclusión –Competencia digital–	85
	Hora lectiva 8 [W3-S2] y 9 [W3-S3] Actividades de Conclusión –ABP–	86
6.6.	ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD	86
	Adaptaciones de los contenidos de matemáticas a ‘Lectura Fácil’	89
6.7.	TEMPORALIZACIÓN	90
6.8.	EVALUACIÓN	90
6.8.1.	Evaluación mediante examen.	92
6.8.2.	Evaluación mediante rúbrica de los problemas y ejercicios individuales	93
6.8.3.	Evaluación mediante rúbrica de los problemas y ejercicios individuales	94
7.	CONCLUSIONES	96
8.	BIBLIOGRAFÍA	97

ANEXO I. RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL AULA

ANEXO II. COMPARACIÓN DEL DESARROLLO DE CONTENIDOS CURRICULARES DE MATEMÁTICAS DE 2º ESO EN LA ORDEN ECD/1361/2015, DE ÁMBITO ESTATAL, Y LA ORDEN 14 DE JULIO DE 2016 DE ÁMBITO AUTONÓMICO PARA ANDALUCÍA.

Índice de Imágenes e ilustraciones

FIG. 1. DESIGNACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO.....	11
FIG. 2. ÁNGULO DEL TRIÁNGULO Y ÁNGULO EXTERNO.....	11
FIG. 3. CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS	12
FIG. 4. DEMOSTRACIÓN GRÁFICA TEOREMA 2.1.	13
FIG. 5. DEMOSTRACIÓN GRÁFICA TEOREMA 2.2.	13
FIG. 6. ALTURAS. ORTOCENTRO (OO)	14
FIG. 7. MEDIANAS, BARICENTRO.....	14
FIG. 8. BISECTRICES. INCENTRO (OI). EXICENTRO (OE). CIRCUNFERENCIA INSCRITA (CI). CIRCUNFERENCIA EXINSCRITA (CE).....	14
FIG. 9. MEDIATRIZ. CIRCUNCENTRO (OC)	15
FIG. 10. PARALELAS MEDIAS. TRIÁNGULO MEDIANO. TRIÁNGULO ASOCIADO.....	15
FIG. 11. PARALELAS MEDIAS	16
FIG. 12. MEDIANAS. BARICENTRO.....	16
FIG. 13. PROPOSICIÓN MEDIATRIZ, BISECTRIZ, CC.....	17
FIG. 14. TRIÁNGULO ÓRTICO.....	17
FIG. 15. RECTA DE EULER	18
FIG. 16. ELEMENTOS DEL TRIÁNGULO RECTÁNGULO	19
FIG. 17. TRIÁNGULO RECTÁNGULO.....	19
FIG. 17. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	20
FIG. 18. TRIÁNGULO RECTÁNGULO MODELO	21
FIG. 19. TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS MODELO	22
FIG. 20. TRIÁNGULO MODELO	22
FIG. 21. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	23
FIG. 22. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	24
FOTO 1. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL MUNICIPIO.....	47
FOTO 2. FACHADA DEL ACCESO PRINCIPAL AL CENTRO.....	47
FOTO 3. UBICACIÓN GEOGRÁFICA DEL CENTRO EN EL MUNICIPIO.....	47
FIG. 23. DESIGNACIÓN DE LOS ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO.....	73
FUENTE: ELABORACIÓN PROPIA.....	74
FIG. 24. DEMOSTRACIÓN GRÁFICA A DEL TEOREMA DE PITÁGORAS.....	74
FIG. 25. DEMOSTRACIÓN GRÁFICA B DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	74
FIG. 26. UN TRIÁNGULO ES RECTÁNGULO SI $A^2=B^2+C^2$	75
FIG. 27. UN TRIÁNGULO ES OBTUSÁNGULO SI $A^2>B^2+C^2$	75

FIG. 28. UN TRIÁNGULO ES ACUTÁNGULO SI $A^2 < B^2 + C^2$	75
FIG. 29. UN TRIÁNGULO ES RECTÁNGULO SI $A^2 = B^2 + C^2$	77
ILUSTRACIÓN 1. CROQUIS DE LA SITUACIÓN EXPUESTA POR EL PROBLEMA.....	83
ILUSTRACIÓN 2. ANÁLISIS DE LOS DATOS.....	83

Índice de Tablas

TABLA 1. COMPARACIÓN DE LA ESTRUCTURA DE LOS CONTENIDOS DE LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE 2ºESO (ED. SM Y ANAYA).....	30
TABLA 2. COMPETENCIAS CLAVE SEGÚN EL MARCO DE REFERENCIA Y SEGÚN LA LOMCE.	44
TABLA 3. UNIDADES DOCENTES DEL CENTRO DURANTE EL CURSO 2018/19.....	48
TABLA 4 ORGANIZACIÓN DE LAS ÁREAS CURRICULARES.....	50
TABLA 5. ORGANIZACIÓN DE LAS ÁREAS CURRICULARES.....	50
TABLA 6. GRUPOS DE ALUMNOS Y Nº DE SESIONES POR SEMANA.....	51
TABLA 7. VALORACIÓN COMPARATIVA DE LAS CUALIDADES DEL ALUMNADO DE 2º. FUENTE: PROPIA.	52
TABLA 8. COMPETENCIA BÁSICA EN EL ÁMBITO MATEMÁTICO Y ESTÁNDARES EVALUABLES.	59
TABLA 9. OBJETIVOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN, ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y COMP. CL. INTERVINIENTES EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.	60
TABLA 10. OBJETIVOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN, ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE Y COMP. CL. INTERVINIENTES EN DIFERENTES ASPECTOS DE LA VIDA COTIDIANA DONDE LAS MATEMÁTICAS TIENEN PRESENCIA.	61
TABLA 11. CONTENIDOS CURRICULARES PARA 1º Y 2º ESO SEGÚN EL REAL DECRETO 1105/2014, DE 26 DE DICIEMBRE <i>POR EL QUE SE ESTABLECE EL CURRÍCULO BÁSICO DE LA EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA Y DEL BACHILLERATO</i>	63
TABLA 12. INTEGRACIÓN DEL DESARROLLO DEL CONTENIDO DEL BLOQUE 3. GEOMETRÍA CON LAS UDS. DE LM1 Y LM2	66
TABLA 13. FORMAS DE REPRESENTACIÓN DEL <i>TEOREMA DE PITÁGORAS</i> USANDO LENGUAJE MATEMÁTICO HABITUAL Y TRANSFORMADO EN 'LECTURA FÁCIL'.	89
TABLA 14. TEMPORALIZACIÓN DE LAS SESIONES EN LAS QUE SE DESARROLLARÁ LA UNIDAD DIDÁCTICA.	90
TABLA 15. MODELO POSIBLE DE RÚBRICA PARA QUE EL ALUMNADO CONOZCA LOS CRITERIOS DE EVALUACIÓN.....	94
TABLA 16. EJEMPLO DE RÚBRICA PARA EVALUAR LA <i>COMPETENCIA MATEMÁTICA</i>	95

Índice de Siglas

ABP	Aprendizaje Basado en Proyectos
BOE	Boletín Oficial del Estado
BOJA	Boletín Oficial de la Junta de Andalucía
DAFO	Debilidades, Amenazas, Fortalezas y Oportunidades
I.E.S.	Instituto de Educación Secundaria
INE	Instituto Nacional de Estadística.
LEA	<i>Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía</i>
LOE	<i>Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación</i>

LOMCE	Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa
E.S.O. y/o ESO	Educación Secundaria Obligatoria
TFM	Trabajo Fin de Máster
O.M.S.	Organización Mundial de la Salud.
PMAR	Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento
TIC	Tecnologías de la Información y la Comunicación
ZPD	Zona de Desarrollo próximo

Competencias Clave según la LOMCE: [Com.CI]

CCL	Comunicación Lingüística
CMCT	Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología
CD	Competencia digital
CAA	Aprender a aprender
CSC	Competencias sociales y cívicas
SIEP	Sentido de la iniciativa y espíritu de emprendedor
CEC	Conciencia y expresiones culturales

Índice de Abreviaturas

Apdo.	Apartado
App / app	Aplicación
Art.	Artículo
CA	Comunidad Autónoma
CrA	Currículo de Andalucía recogido en la Orden 14 de Julio de 2016)
CrE	Currículo Estatal recogido en la Orden ECD/1361/2015
Crt. Eval.	Criterio de evaluación
D.	Decreto

Referido a la dificultad de las actividades en los libros de texto:

Db	Dificultad baja
Dm	Dificultad media
Da	Dificultad alta
LM1	Libro Muestra 1, de la editorial SM
LM2	Libro Muestra 2, de la editorial Anaya.
Núm.	Número
p.	página
Pto.	Punto
PM	Problema matemático
PMNR	Problema matemático no rutinario
RD	Real Decreto
T.P.	Teorema de Pitágoras
UD	Unidad Didáctica
Ud.	Unidad

1. Introducción.

El presente Trabajo Final de Máster –en adelante TFM– es el trabajo final al Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas en la Especialidad de Matemáticas en el año académico 2018/2019 en la Universidad de Jaén.

El TFM lleva tiene por título: “Didáctica del Teorema de Pitágoras para discentes de 2º ESO”.

El *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato* [BOE Núm.3 de 3 de Enero de 2015]–en adelante RD 1105/2014– aborda dentro del *currículo*¹ el Contenido del Teorema de Pitágoras, así como los *criterios de evaluación*² y los *Estándares de Aprendizaje Evaluables*³ para el Nivel Educativo de 2º ESO en el *Bloque 3. Geometría* dentro de la asignatura troncal de ‘*Matemáticas. 1º y 2º ESO*’ –Anexo I. Materias del Bloque de asignaturas troncales, punto 29. *Matemáticas*– siendo común dicho contenido para el primer ciclo de la ESO (Cursos 1º y 2º) aunque adaptado a la madurez del alumnado. Dicho contenido incluye el estudio de: “Triángulos rectángulos. El Teorema de Pitágoras. Justificación” (RD 1105/2014, p.244).

Así mismo, el *Teorema de Pitágoras* es retomado por el alumnado que elige el bloque de asignaturas orientadas a la Formación Profesional en 4º ESO donde cursan Matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas –con el contenido del *Bloque 3. Geometría*– en el mismo bloque de contenidos que el Teorema de Tales para el estudio de la semejanza.

La experiencia vivida durante las prácticas ha sido el gran aliciente para desarrollar los contenidos mencionados para discentes de 2ºESO. Durante esas prácticas, tuve la oportunidad de impartir estos contenidos al alumnado de 2º de la ESO del IES Sierra de la Grana. Tuve que adaptar los contenidos y las actividades al tiempo disponible y a explicarlos de diferentes formas para adaptarme a las condiciones de cada grupo, entre ellos el grupo de PMAR.

¹ **Currículo:** A efectos del RD 1105/2014 es la regulación de los elementos que determinan los procesos de enseñanza y aprendizaje para cada una de las enseñanzas y etapas educativas.

² **Criterios de Evaluación:** El Art. 2 f) del RD 1105/2014 los define como: “son el referente específico para evaluar el aprendizaje del alumnado. Describen aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden a lo que se pretende conseguir en cada asignatura.” En este caso, Matemáticas de 2º ESO.

³ **Estándares de Aprendizaje Evaluables.** El Art. 2 e) del RD 1105/2014 los define como: las “especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el estudiante debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura; deben ser observables, medibles y evaluables y permitir graduar el rendimiento o logro alcanzado. Su diseño debe contribuir y facilitar el diseño de pruebas estandarizadas y comparables”.

El trabajo está estructurado en epígrafes que por afinidad podemos agrupar en dos partes:

La **primera parte**, tras describir los objetivos generales del TFM se pasa a hacer:

- La *Fundamentación Didáctica*, en el Apdo. 3
- La *Fundamentación Epistemológica*, en el Apdo. 4
- La *Fundamentación curricular*, en el Apdo. 5.

En la **segunda parte**, se desarrollará el Proyecto Didáctico (en el Apdo. 6) de una parte del *Bloque 3. Geometría* para discentes de 2º de la ESO. En concreto nos centraremos en la UD en la que se estudia la teoría de triángulos y el Teorema de Pitágoras. Se trabajarán los siguientes puntos:

- Justificación del tema seleccionado.
- Contextualización del centro y del aula
- Objetivos que se pretenden con la UD
- Competencias clave según la legislación vigente en materia educativa.
- Contenidos
- Metodología didáctica
- Actividades que como parte del desarrollo del tema den como resultado la adquisición de objetivos y competencias clave por parte del alumnado.
- Temporalización.
- Metodología con la que evaluaremos las competencias clave adquiridas por las/los alumnas/os.

2. Objetivos.

Apoyándome en el desarrollo de una UD del *Bloque 3. Geometría*, concretamente el que versa sobre la teoría de triángulos y el *Teorema de Pitágoras* para el nivel de 2º de la ESO, se pretenden los siguientes objetivos desde el punto de vista de mi labor como docente que impartiría esos contenidos:

- Adquirir la capacidad de analizar las características del alumnado dentro de su diversidad y contextualizarlo en su entorno familiar, social, económico y cultural
- Comprender y describir la influencia del entorno en el contexto educativo del/la estudiante.
- Transmitir la importancia del aprendizaje de las matemáticas y más concretamente de la geometría en el desarrollo del/la adolescente.
- Proponer una planificación curricular en el área de matemáticas de 2ºESO integrando el contenido exigible desde la normativa vigente en materia educativa con las particularidades del entorno socio-económico del centro y especialmente atendiendo a la diversidad del alumnado presente en el aula.

- Establecer el proceso de enseñanza en el alumnado concreto del que este trabajo es objeto, y fundamentándome concretamente en el desarrollo de una UD.
- Analizar los libros de texto de manera crítica y objetiva bajo los principios de cumplimiento de la legislación educativa vigente y la adecuación al perfil de alumnado que se va a educar que a aprender con ellos.

3. Fundamentación didáctica

3.1. Estado de la cuestión

Como introducción a esta fundamentación didáctica he decidido incluir un reciente artículo de prensa publicado el 28 de Septiembre de 2019 del periódico “La Voz de Galicia” que quizás puede constituir un buen “estado de la cuestión” para este TFM. El titular del artículo es: **“A tres de cada cuatro alumnos de ESO les cuesta entender las matemáticas. Los profesores reconocen que en Magisterio no aprendieron a enseñar la materia”**. La autora del artículo es Sara Carreira y expresa la siguiente información:

«A los alumnos de secundaria **les cuesta entender las matemáticas y carecen de información suficiente sobre las ingenierías y sus salidas**. Estas son las dos grandes conclusiones de **El desafío de las vocaciones STEM**, un informe realizado por DigitalES (empresas del sector tecnológico) y que **presentó la ministra de Educación en funciones, Isabel Celaá**. Este trabajo –realizado a partir de unas **2.200 respuestas** dadas por alumnos de secundaria y universidad y profesores de todas las etapas-, pretende **dar respuesta a por qué las vocaciones STEM (ciencias, matemáticas, tecnología e ingeniería) tienen tanto rechazo entre los universitarios españoles**. Y las causas de la poca respuesta se pueden dividir en dos bloques: la dificultad académica (40%) y la falta de orientación y conocimiento (65%), en la que se incluyen los que no tiene claras las salidas profesionales de las ingenierías, aquellos que no saben qué elegir y los que no conocen a ningún ingeniero.

Como es obvio, **no entender las matemáticas (le ocurre al 73% de los estudiantes)** es una de las causas principales, que arrastran incluso hasta el bachillerato, y los profesores de primaria podrían explicarlo: **el 60% de los maestros cree que los conocimientos obtenidos en la carrera de Magisterio no son suficientes** y el **72% cree que no aprendió a enseñar la materia**. Y si la parte matemática es un fracaso, no está mejor la situación con la tecnología: **el 88% de los maestros reconoce que no aprendió a integrar la tecnología en sus asignaturas**. De hecho, **uno de cada tres alumnos de ESO no ha cursado ninguna asignatura tecnológica**.

Pensar en el futuro

En paralelo, **falta de orientación vocacional**. **Menos del 40% de los alumnos de ESO, bachillerato y FP tiene claro lo que quieren estudiar** y no cambian de itinerario y **uno de cada cuatro alumnos no escogería ni arquitectura ni ingeniería porque desconoce las oportunidades laborales** que le ofrece. Este desconocimiento no se suele paliar en el centro educativo: uno de cada tres estudiantes pide más charlas con profesionales y otro tanto, visitas a empresas.

Las chicas, más lejos

Si la situación general es mala, cuando se **incorpora el factor de género, los porcentajes se disparan**. Así, **hay un 30% más de chicas que chicos las que reconocen tener dificultades**

para entender las matemáticas, y si dos de cada tres varones adolescentes dice que domina bastante o mucho la tecnología, en el caso de ellas solo una de cada dos cree tener esa habilidad. Y dándole la vuelta a la tortilla, para casi la mitad de los jóvenes es importante hacer una carrera que le permita estar en contacto con la gente, mientras que solo es destacable para un tercio de sus compañeros chicos.

Para comprobar que las opiniones tienen mucho que ver con los estereotipos, la investigación incluyó una variante: **alumnas que hayan tenido modelos femeninos en el campo científico-tecnológico**. Si se dio esta circunstancia, **aumenta en un cincuenta por ciento a, el número de mujeres interesadas en el STEM** (del 26% al 41%). »

Con sus aciertos y sus errores, el artículo reproducido sobre estas líneas muestra unas pinceladas del panorama actual en nuestros centros. La dificultad de las/los adolescentes para comprender las matemáticas siguen siendo el “caballo de batalla” de la educación en España.

3.2. Pedagogía en la etapa de la adolescencia media (13-14 años)

Por otra parte, el carácter integral de la educación secundaria obligatoria en España nos insta a todos los agentes del proceso educador a contemplar desde la programación de cada unidad didáctica y de cada materia a ser inclusivos, es decir, todos los alumnos y alumnas deben tener acceso a titularse en Secundaria con las adaptaciones curriculares adecuadas a la capacidad de las/los discentes, por lo que surge la cuestión de qué se está haciendo mal.

Todos los agentes intervinientes en el desarrollo de las unidades didácticas de cada una de las materias a impartir según el currículo deben ser conocedores de las características psicológicas y pedagógicas que, aun estando íntimamente relacionadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, alberga matices en cada individuo que estamos obligados/os a conocer para adecuar nuestras programaciones a las aptitudes de cada uno de los miembros de nuestro alumnado.

Este proyecto va destinado a discentes de 2º de ESO, es decir, generalmente se tratará de adolescentes de 13 a 14 años.

Según la Organización Mundial de la Salud –reconocida por sus siglas O.M.S.– el alumnado en el Segundo curso de la E.S.O. tiene 13-14 años, es decir son personas en la etapa de crecimiento conocida como adolescencia media.

Según la O.M.S. la adolescencia es el período comprendido entre los 10 y 19 años y es parte del período de la juventud (desde los 10 a los 24 años). El perfil de desarrollo conocido como pubertad o adolescencia inicial comienza normalmente a los 10 años en las niñas y a los 11 en los niños y llega hasta los 14-15 años. Así mismo, la adolescencia media y tardía se extienden, hasta los 19 años. A la adolescencia le sigue la juventud plena, desde los 20 hasta los 24 años (Organización Mundial de la Salud, 1986). Es decir, el desarrollo del alumnado destinatario de este proyecto se halla inmerso en una importante etapa de desarrollo físico y neuronal donde los cambios

hormonales dirigentes hacia su desarrollo adulto están en plena ebullición. Esta situación conlleva que dejan de sentirse niñas/os y aunque se empiezan a sentir como adultos, tampoco lo son. Sus comportamientos, sus intereses, sus motivaciones son variadas y tienden a la dispersión y a la apatía.

Es difícil generalizar respecto de esta etapa porque en cada individuo los cambios citados tienen sus especificidades por lo que son numerosas las investigaciones que han abordado y publicado sobre este tema desde sus respectivos puntos de vista: Hall en 1904, Tanner en 1962, Piaget en 1970 o Kohlberg en 1981,... por citar algunos. Se ofrecen de forma sintética las características psicopedagógicas de las personas en la etapa de la adolescencia media. Uno de ellos fue Piaget, quien elaboró toda una teoría de los procesos cognitivos en el desarrollo del ser humano e hizo hincapié en cómo en la adolescencia cada individuo construye activamente su mundo y no se limita únicamente a acumular información del entorno. La organización de ideas y experiencias se formula desde las menos importantes a las más.

Piaget continúa la elaboración de su teoría afirmando que para construir la comprensión, en esta etapa, utilizan *esquemas*. De manera que entre los 11 y los 15 años se desarrolla el pensamiento operacional formal. Esta forma de pensamiento es más abstracta que en etapas anteriores de manera que alcanzan la capacidad de “hacer conjeturas sobre situaciones imaginarias –acontecimientos que son posibilidades puramente hipotéticas o proposiciones estrictamente abstractas– y razonar lógicamente sobre ellas (Santrock, 2012).

En el estadio previo, conocido como de operaciones concretas, el niño tiene la necesidad de “ver los elementos concretos A, B y C para poder hacer la inferencia lógica de que si $A=B$ y $B=C$, entonces $A=C$, en el estado de las operaciones formales el adolescente puede solucionar el problema utilizando exclusivamente representaciones verbales” (Santrock, 2012). Conocer esta cualidad en el desarrollo cognitivo del/la adolescente es importante porque el aprendizaje de las matemáticas es una herramienta para entrenar esa capacidad de *inferencia lógica*⁴.

La inferencia lógica está incluida dentro del currículo de matemáticas, aunque no con este término, sino a través de los dos primeros estándares de aprendizaje evaluable para Matemáticas de 1º y 2º ESO, en el currículo (RD 1105/2014) y que forma parte del *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas*, que se imparte de manera transversal en el desarrollo de los otros cuatro bloques curriculares. Cabe destacar los siguientes estándares de aprendizaje:

⁴ **Inferencia lógica.** Es el proceso intelectual por el cual una persona en base a una serie de proposiciones, que pueden estar contextualizadas en un ámbito de la vida cotidiana, es capaz de separar la información relevante de la no relevante para extraer unas conclusiones lógicas de las premisas iniciales.

«1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.

2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).»

Estos estándares se pueden evaluar a través del proceso de resolución de problemas que consiste en lo siguiente: Se plantea una situación (problema) de la que se espera obtener un resultado resolutorio, el/la discente hace una lectura comprensiva del mismo, extrae de él los datos que son relevantes para llegar a una conclusión, emplea sus conocimientos matemáticos de manera lógica en el proceso de resolución para finalmente dar una respuesta concluyente a las premisas marcadas desde el principio.

El/la docente valorará el desarrollo de la competencia matemática (CMCT) y además la competencia lingüística (CCL). Esto significa que tendremos que evaluar a través de las matemáticas la capacidad de inferencia en la resolución de problemas por parte del alumnado, sin descuidar la diversidad en el aula.

Se da la situación que un/a discente de esta edad, por su desarrollo psicopedagógico tenderá a simplificar y a instrumentalizar la actividad matemática mediante patrones para la resolución de problemas. Porque si bien su desarrollo cognitivo lo capacita para hacer inferencia lógica esta debe ser entrenada. Vygotsky introdujo dentro de su teoría⁵ el concepto *zona de desarrollo próximo (ZPD)* que hace referencia a cómo un/a adolescente puede acabar realizando determinadas tareas que pueden resultar difíciles si cuenta con la instrucción y la ayuda de un adulto o de un compañero más capacitado.

La metodología del *andamiaje*, es junto al *aprendizaje cooperativo* o la *tutorización entre iguales*, compatibles con la Teoría de Vygotsky.

Una de las herramientas con la que cuenta las matemáticas en cualquiera de sus ramas para entrenar la inferencia lógica es la resolución de problemas matemáticos (PM) y especialmente los Problemas Matemáticos no rutinarios (en adelante, PMNR) que son aquellos “en los que el resolutor no conoce a priori cómo llegar a la solución” (García-Alonso, García-Díaz, & Camacho-Machín, 2019).

En el proyecto de la UD que se trabaja en este TFM se proponen dos enfoques para que el alumno trabaje los contenidos teóricos de la parte de la geometría de 2º ESO relacionado con la teoría de triángulos y el Teorema de Pitágoras.

Fase 1. En el que se trabajará la resolución de problemas usando la metodología del *andamiaje*, según la cual el/la docente modifica el nivel de apoyo a lo largo de las diferentes sesiones de aprendizaje para adaptarse al nivel del rendimiento del/la discente con objeto que el alumno alcance las competencias CCL, CMCT y CD.

⁵ Teoría de Vygotsky: “el conocimiento se produce en contexto e implica colaboración (Greeno, Collins y Resnick, 1996; Rogff, 1998)” –cita incluida por Jonh W. Santrock en su libro “*Psicología del desarrollo en la adolescencia*”.

La metodología del andamiaje es quizás la más flexible para el/la docente para entrenar las competencias antes mencionadas. En la adolescencia media, la dificultad del alumnado para resolver problemas y/o entrenar la *inferencia lógica* de la que venimos hablando, es una evidencia y se necesita de una herramienta que permita al/la docente graduar el nivel de dificultad teniendo como base las Competencias Clave que siempre deberán quedar cubiertas.

En el artículo de García-Alonso, García-Díaz y Camacho Machín con motivo del Congreso en *Investigación en educación Matemática –SEIEM XXIII–*, celebrado en Valladolid en 2019, citando a otros autores, como “López, Guerrero, Carrillo y Contreras (2015)”, mencionan “una amplia clasificación de los problemas matemáticos a partir de diferentes criterios”: “según el conjunto de soluciones, el contexto, la forma de presentarse al resolutor,... y se distingue *ejercicio* de *problema* antes de introducir lo que vienen a llamar como *problemas matemáticos no rutinarios* (PMNR). Es una jerarquía de menos a más de las tareas desde el punto de vista tanto del planteamiento como del esfuerzo intelectual necesario para resolverlo. Así pues:

- El **ejercicio**, sería el nivel más bajo dentro del andamiaje e implica una acción inmediata, de aplicación inmediata de fórmulas o patrones aprendidos.
- La **RP**, o resolución de problemas sería un nivel intermedio e “implican que los problemas son instrumentos de comprobación de la adquisición por parte del alumnado de una definición, procedimiento o fórmula, sea o no extraída de una situación real. Si un estudiante adquiere más conceptos podrá resolver más rápidamente los problemas propuestos, de forma que el papel del profesor es potenciar en sus estudiantes el contenido matemático y el cálculo.” (García-Alonso, García-Díaz, & Camacho-Machín, 2019). Estos a su vez pueden ser más o menos complejos, de hecho los libros de texto marcan el grado de dificultad de los mismos. Sobre este tipo de problemas se suele valorar de manera equiparable el proceso por el cual se llega al resultado final como que se llegue a la respuesta correcta.
- La **RPMNR**, o **Resolución de problemas no rutinarios**, son problemas de una complejidad superior que por lo general los/las docentes no suelen llevar al aula. Este tipo de problemas son los que suelen plantearse en Olimpiadas Matemáticas. En el aula, a la hora de evaluar es más relevante la inferencia lógica y el proceso de deducción que obtener un resultado.

Fase 2. En este caso se empleará la metodología del *aprendizaje cooperativo*, es decir, el alumnado trabajará en grupos reducidos y cada discente aprende del que trabaja junto a él/ella. Anita Woolfolk en su libro “Psicología de la Educación” incluye la siguiente cita: «El interés aumenta cuando los estudiantes se sienten competentes, de manera que incluso si ellos inicialmente no tienen interés en un tema o actividad, podrían desarrollar el interés conforme experimentan el éxito (Stipek, 2002)».

En este punto adquiere relevancia la contextualización del teorema de Pitágoras con su origen histórico. Se abordará desde la relevancia que tuvo para civilizaciones antiguas y cómo lo hemos arrastrado hasta nuestros días como paradigma de la belleza que pueden albergar las matemáticas. Podemos demostrar al alumnado, mediante metodologías de aprendizaje activas, que las matemáticas contienen algo más que la frivolidad de su abstracción o su inclusión como materia curricular obligatoria en un plan educativo que tiene obligación de aprobar para titularse, lo que parece no ser motivación suficiente. Cuando Walter Vispoel y James Austin (1995) encuestaron a más de 200 estudiantes de secundaria, la falta de interés en el tema recibió la mayor puntuación como una de las causas de los fracasos académicos. El interés fue el segundo lugar como explicación para el éxito, sólo por debajo del esfuerzo (Woolfolk, 2006).

En este caso el objeto es que el alumno desarrolle las otras cuatro competencias clave: CAA, CSC, SIEP y CEC.

4. Fundamentación epistemológica.

Como base de conocimiento riguroso del contenido a desarrollar en la proyección didáctica se desarrolla el “Tema 39. Geometría del Triángulo” del temario oficial de la fase de oposición para el acceso al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria en la especialidad de Matemáticas según el Anexo III de la *Orden de 9 de septiembre de 1993 por la que se aprueban los temarios que han de regir en los procedimientos de ingreso, adquisición de nuevas especialidades y movilidad para determinadas especialidades de los cuerpos de Maestros, Profesores de Enseñanza Secundaria (...)*.

Con solo este título se desarrollará el tema con el siguiente contenido:

1. DEFINICIONES Y CLASIFICACIÓN.....	10
1.1. DEFINICIONES GENERALES	10
1.2. DEFINICIONES DE TRIÁNGULO	10
1.3. ELEMENTOS DE UN TRIÁNGULO	10
1.4. CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS	11
2. PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS.....	12
3. RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DE UN TRIÁNGULO	13
3.1. DEFINICIÓN DE RECTAS Y PUNTOS NOTABLES	13
3.2. OTRAS PROPIEDADES RELACIONADOS CON LAS RECTAS Y PUNTOS NOTABLES	15
3.3. TRIÁNGULO ÓRTICO. TEOREMA	17
3.4. CIRCUNFERENCIA DE FEUERBACH O DE LOS NUEVE PUNTOS.	18
3.5. RECTA DE EULER	18
4. IGUALDAD DE TRIÁNGULOS.....	18
4.1. CRITERIOS GENERALES.	18
4.2. RELACIONES ENTRE LOS LADOS Y LOS ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO.	18
5. PROPIEDADES MÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO.	19
5.1. TEOREMA DE PITÁGORAS.	19
5.2. INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS.	20
5.3. CONSECUENCIAS DEL TEOREMA DE PITÁGORAS.	21
5.3.1. TEOREMA DEL CATETO.	21
5.3.2. TEOREMA DE LA ALTURA.	21
5.3.3. TEOREMA DEL PRODUCTO DE LOS CATETOS.	21
6. RELACIONES MÉTRICAS EN UN TRIÁNGULO CUALQUIERA	22
7. SUPERFICIE DEL TRIÁNGULO	24

Nota: Todas las imágenes incluidas en el Apdo. 4 de *fundamentación epistemológica* son de elaboración propia.

Fuente. “Curso de Geometría métrica. Vol. 1” . Puig Adam

“Matemáticas. Temario del cuerpo de profesores. Vol. 3”. Jorge Navarro Camacho

1. Definiciones y clasificación

1.1. Definiciones generales

Axioma. Proposición o enunciado tan evidente que se considera que no requiere demostración.

Proposición. Enunciado de una verdad demostrada o que es demostrable.

Teorema. Es una proposición matemática demostrable a partir de axiomas o proposiciones ya demostradas.

Corolario. “Afirmación o conocimiento que es consecuencia clara e inmediata de algo demostrado o sentado antes” (Molinera, 2008).

1.2. Definiciones de triángulo

Son varias las definiciones válidas que se pueden hacer de *triángulo*. Algunas pueden ser:

- Es un polígono convexo caracterizado por tener tres lados y tres ángulos.
- Es la porción del plano delimitada por tres rectas secantes —es decir, que se cortan— dos a dos.

De esta definición puede hacerse una variante, toda vez que un fragmento de recta de la que conocemos un punto de inicio y otro de final se define como segmento. Así se puede decir que:

- «Un triángulo es la porción del plano delimitada por tres segmentos rectilíneos que tienen dos a dos un extremo común»
- Es la porción del plano común a tres ángulos que tienen dos a dos un lado común.

1.3. Elementos de un triángulo

En todo triángulo se distinguen 6 elementos principales: Tres lados y tres ángulos.

La construcción de un triángulo consiste en la definición de tres puntos del plano no colineales, *A*, *B* y *C* que definirán los *vértices* del triángulo.

La unión entre sí y dos a dos de los puntos citados determinarán los segmentos *AB*, *BC* y *CA*. Los segmentos se denominan *lados* y suelen designarse con letras minúsculas *a*, *b* y *c* correspondientes al nombre del vértice opuesto a él.

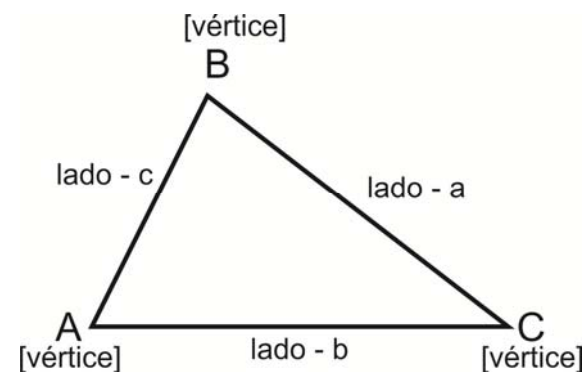


Fig. 1. Designación de los elementos de un triángulo.

El triángulo ABC se designa en lenguaje matemático como: ΔABC o $\triangle_{ABC}$ o $\widehat{ABC}$.

Se llama *lado adyacente a un vértice*, al vértice extremo de ese lado. De igual manera, se llama *vértice adyacente* a cada uno de los extremos que define a un lado.

Por ejemplo: El vértice A tiene como lados adyacentes los b y c . Así mismo, los vértices A y C son los *vértices/ángulos adyacentes* al lado b .

Otras definiciones que hay que conocer:

Perímetro, es la suma de las longitudes de los tres lados del triángulo.

Ángulos del triángulo, son los ángulos convexos formados por cada dos lados del triángulo, se pueden designar con letras griegas (α, β, γ) o así: $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$, según convenga en cada caso. Por su parte, los ángulos adyacentes a los mencionados se denominan **ángulos externos del triángulo** (lo forma un lado y la prolongación del adyacente).

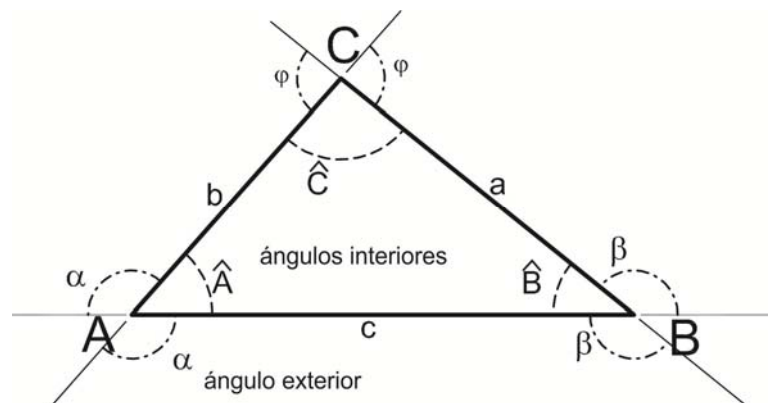


Fig. 2. Ángulo del triángulo y ángulo externo.

1.4. Clasificación de Triángulos

Los triángulos se clasifican atendiendo a la dimensión de sus lados en:

- **Equiláteros**, cuando los tres lados miden lo mismo. Cuentan con 3 ejes de simetría.
- **Isósceles**, cuando la longitud de dos de sus lados son iguales y el otro tiene una dimensión distinta. Cuenta con 1 eje de simetría.
- **Escaleno**, cuando ninguno de los tres lados coinciden en longitud. No tienen ningún eje de simetría.

Atendiendo a la apertura de sus ángulos se clasifican en:

- **Rectángulo**, cuando uno de sus ángulos es recto, es decir, tiene 90° . Puede ser isósceles o escaleno pero nunca equilátero.
- **Obtusángulo**, cuando uno de sus ángulos es obtuso, es decir, tiene una amplitud superior a 90° . Igual que el anterior, puede ser isósceles o escaleno, pero nunca equilátero.
- **Acutángulo**, cuando los tres ángulos son agudos, es decir, la amplitud de los tres es inferior a 90° . En este caso, sí puede ser equilátero, isósceles o escaleno.

		Clasificación según SUS LADOS		
		ISÓSCELES	ESCALENO	EQUILÁTERO
Clasificación según SUS ÁNGULOS	ACUTÁNGULO			
	RECTÁNGULO			NO se puede construir
	OBTUSÁNGULO			NO se puede construir

Fig. 3. Clasificación de triángulos

2. Propiedades de los triángulos.

Teorema 2.1. *En todo triángulo la suma de los ángulos interiores es igual a dos rectos*

O lo que es lo mismo, la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180° .

Observa la Fig. 4. $\alpha + \hat{B} + \gamma = 180^\circ$ Al ser ángulos alternos internos

$\alpha = \hat{A}$ y $\beta = \hat{B}$ por lo que por sustitución obtenemos que: $\hat{A} + \hat{C} + \hat{B} = 180^\circ$

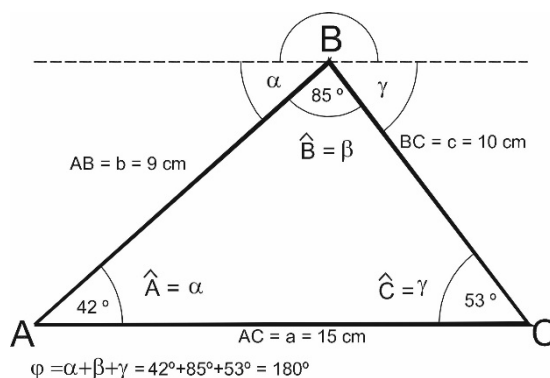


Fig. 4. Demostración gráfica Teorema 2.1.

Como consecuencia de este teorema:

- En un triángulo no puede haber 2 ángulos rectos ya que la suma de los tres sería mayor de 180° .
- Tampoco puede haber dos ángulos obtusos.
- Tampoco puede haber un ángulo recto y uno obtuso.

Teorema 2.2. En todo $\triangle ABC$ un ángulo externo es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes.

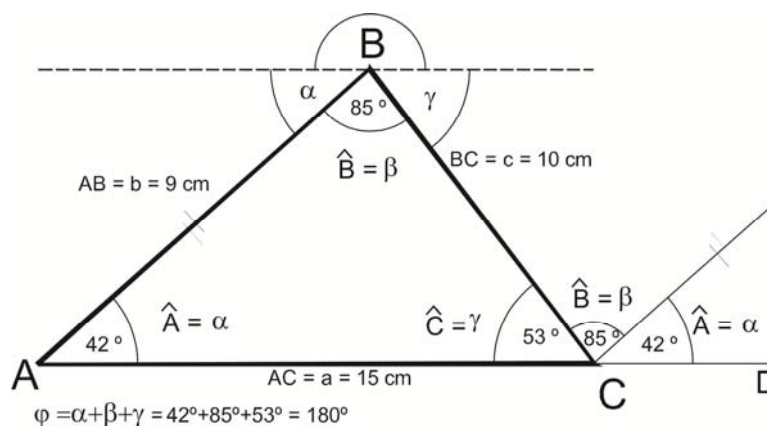


Fig. 5. Demostración gráfica Teorema 2.2.

$\alpha + \hat{C} + \beta = 180^\circ$ Al ser ángulos alternos internos.

$\alpha = \hat{A}$ y $\beta = \hat{B}$ por lo que por sustitución obtenemos que: $\hat{A} + \hat{C} + \hat{B} = 180^\circ$

3. Rectas y puntos notables de un triángulo

3.1. Definición de rectas y puntos notables

En un triángulo cualquiera $\triangle ABC$ se define:

- **Base**, es uno cualquiera de sus lados. Como es evidente, son 3, una por lado.
- **Bisectriz exterior**, es la bisectriz de un ángulo exterior. Son 3 en cada triángulo.
- **Altura**, son 3 en cada triángulo.

Es el segmento perpendicular trazado desde el vértice opuesto a la base o a la prolongación de ésta.

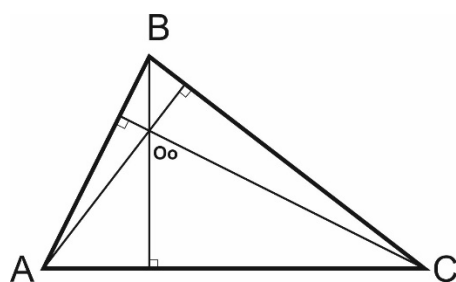


Fig. 6. Alturas. Ortocentro (O_o)

Ortocentro (O_o)

Punto donde convergen las alturas.

Mediana, son 3 en cada triángulo.

Segmento que une un vértice con el punto medio del lado opuesto.

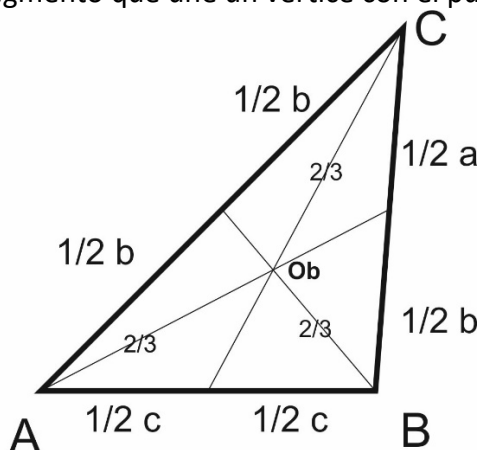


Fig. 7. Medianas, baricentro

Baricentro (G, O_b)

Punto donde convergen las medianas.

Equidista de cada vértice $2/3$ de la mediana correspondiente.

(Ver proposición 3.2.2)

Bisectriz interior, son 3 en cada triángulo.

Es la recta que divide cada uno de los ángulos interiores del triángulo en dos ángulos iguales y queda limitada por el lado opuesto.

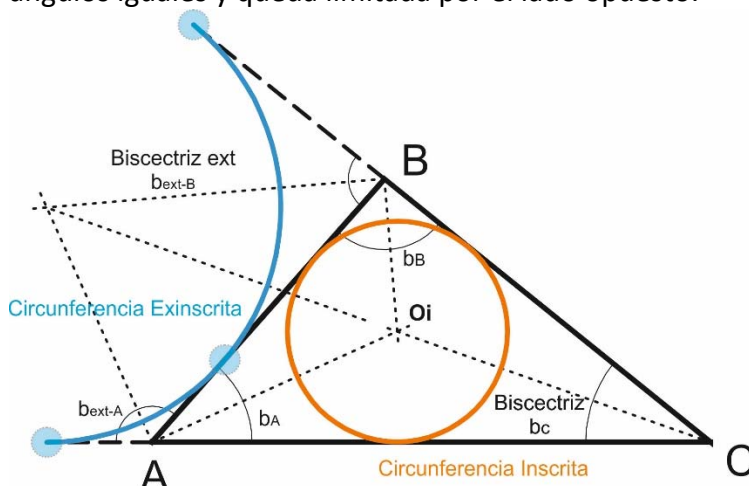


Fig. 8. Bisectrices. Incentro (O_i). Exicentro (O_e). Circunferencia Inscrita (CI). Circunferencia exinscrita (CE)

Incentro (O_i)

Punto donde convergen las bisectrices interiores.

Equidista de los tres lados del triángulo por lo que determina la única

circunferencia inscrita (CI)

Si trazamos las bisectrices de los ángulos formados por un lado y la prolongación de los otros dos, ambas bisectrices se cortan en un punto llamado **Exicentro (O_e)**, por el que también pasa la bisectriz del ángulo interno, opuesto al lado elegido. El exicentro (O_e) es el centro de la circunferencia tangente exterior al triángulo. Según la pareja de

lados del triángulo que se prolonguen, podremos obtener hasta tres exicentros (Oe_A , Oe_B , Oe_C). Determinan las **circunferencias exinscritas (CE)**

- **Mediatriz**, son 3 en cada triángulo.

Recta perpendicular a un lado cualquiera en su punto medio

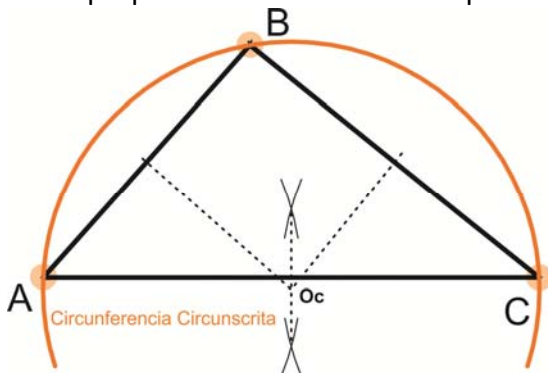


Fig. 9. Mediatriz. Circuncentro (O_c)

Circuncentro (O_c).

Punto donde concurren las tres mediatrices.

Este punto equidista (es lugar geométrico) de los vértices del triángulo por lo que es centro de la **circunferencia circunscrita (CC)**

- **Paralelas medias**, son 3 en cada triángulo.

Son las rectas que se obtienen uniendo los puntos medios de los lados.

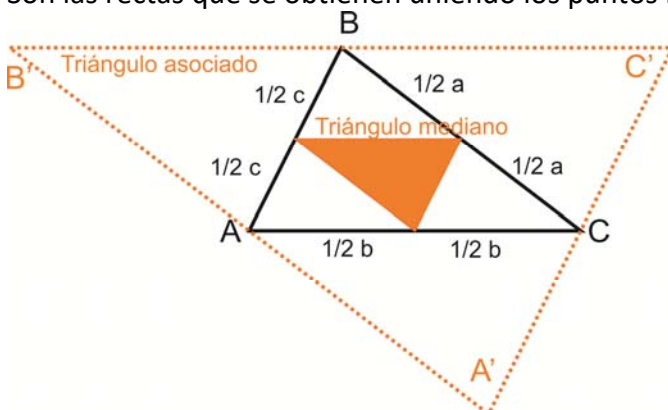


Fig. 10. Paralelas medias. Triángulo mediano. Triángulo asociado.

Triángulo mediano

El que se forma a consecuencia de trazar las tres paralelas medias de un triángulo.

Este triángulo tiene los lados paralelos a los del triángulo $\triangle ABC$ y su longitud son $\frac{1}{2}$ de los de éste.

Ver Proposición 3.2.2.

Triángulo asociado. El que se obtiene trazando por cada vértice del triángulo una paralela al lado opuesto.

3.2. Otras propiedades relacionados con las rectas y puntos notables

Proposición 3.2.1. *El segmento que une los puntos medios de dos lados (**paralelas medias**) de un triángulo es paralelo al tercer lado y tiene de longitud la mitad de éste.*

En efecto, dado $\triangle ABC$, sean D y E los puntos medios de los lados AB y BC . Tracemos por D la recta r_D paralela al lado AC , que cortará al lado BC en el punto E' . Aplicando el **Teorema Fundamental de la semejanza** a los triángulos $\triangle ABC$ y $\triangle BDE'$

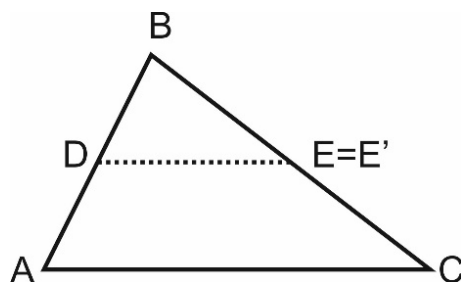


Fig. 11. Paralelas medias

$\frac{DB}{AB} = \frac{BE'}{BC} = \frac{DE'}{AC}$ y de aquí $\frac{BE'}{BC} = \frac{DB}{AB}$. Y teniendo en cuenta que D es el punto medio de AB , tendremos que: $\frac{DB}{AB} = \frac{BE'}{BC} = \frac{1}{2}$, lo que nos dice que E' es el punto medio del lado BC , por lo que coincide con E .

Proposición 3.2.2. Las medianas de un triángulo se cortan en un punto Baricentro (G , Ob), que dista de cada vértice los $2/3$ de la mediana correspondiente.

Dado $\widehat{ABC}$ y consideremos las medianas: AF , trazada desde el vértice A . BD , desde el vértice B . Al estar ambos segmentos en diferente semiplano se cortan en un punto, el Baricentro (G , Ob).

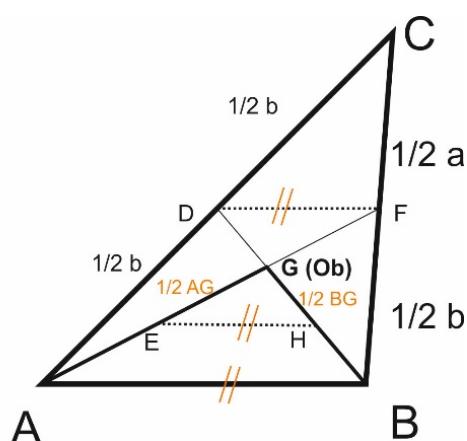


Fig. 12. Medianas. Baricentro

Por lo tanto:

$$\overline{GF} = \overline{GE} = \frac{\overline{GA}}{2} \rightarrow \overline{GA} = \frac{2}{3} \overline{AF}$$

$$\overline{GD} = \overline{GH} = \frac{\overline{GB}}{2} \rightarrow \overline{GB} = \frac{2}{3} \overline{BD}$$

Y en la tercera mediana se cumpliría lo mismo por razones análogas.

Proposición 3.2.3. La circunferencia circunscrita a un triángulo $\widehat{ABC}$ contiene los puntos de intersección de la mediatriz de cada lado con las bisectrices que pasan por el vértice opuesto.

Se verifica en el punto que:

- En G_c' convergen la mediatriz del lado AB y la bisectriz del ángulo $\hat{C}$.
- G_c' y G_c son el punto medio de sendos arcos entre los puntos A y B de la circunferencia circunscrita.

- En G_c convergen la mediatriz del lado AB con la bisectriz del ángulo exterior C respecto del lado BC.

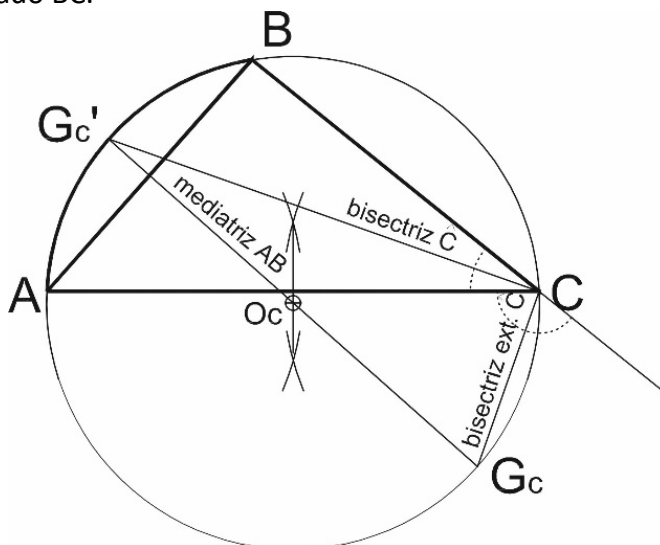


Fig. 13. Proposición mediatriz, bisectriz, CC

3.3. Triángulo Órtico. Teorema

Definición de Triángulo Órtico.

Dado un triángulo actuángulo $\widehat{ABC}$, es el triángulo que tiene como vértices los pies de las tres alturas del mismo.

Proposición 3.3.1. Las alturas de todo triángulo acutángulo $\widehat{ABC}$ son las bisectrices interiores de su triángulo órtico.

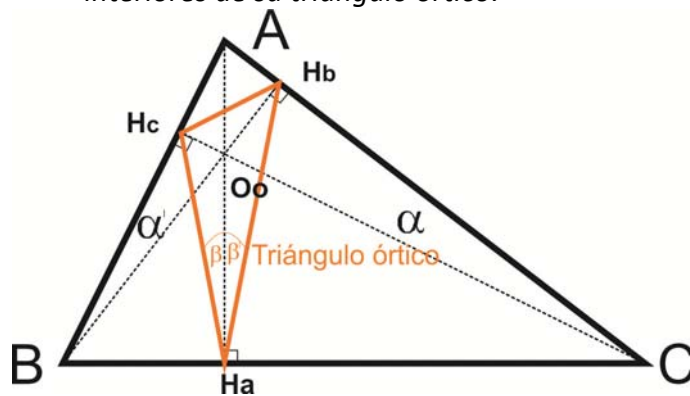


Fig. 14. Triángulo órtico

Con ayuda de la figura demostraremos que $\beta = \beta'$. Es decir, comprobemos que $\widehat{H_c H_a A} = \widehat{H_b H_a A}$. Con esto demostramos que la recta AH_a es la bisectriz del vértice H_a .

Los triángulos $\widehat{BCH_c}$ y $\widehat{BCH_b}$ son rectángulos, por lo que los cuatro puntos están en una misma circunferencia, siendo iguales a los ángulos inscritos en ella: $\alpha = \alpha'$.

De forma análoga, el triángulo $\widehat{CHH_b}$ y $\widehat{CHH_a}$ son rectángulos, luego los cuatro puntos están en una misma circunferencia, siendo iguales a los ángulos inscritos en ella: $\beta = \alpha$.

El punto O_o es la intersección de las tres alturas.

Repitiendo el proceso demostramos que $\beta' = \alpha'$. Por tanto llegamos a probar que $\beta = \beta'$.

De ello se deduce que los lados de un triángulo acutángulo son las bisectrices exteriores de su triángulo órtico y que los vértices de un triángulo son los excentros de su triángulo órtico.

3.4. Circunferencia de Feuerbach o de los nueve puntos.

Es la circunferencia que pasa por los puntos medios de los lados de un triángulo, pasando a su vez por el pie de cada altura del triángulo y por los puntos medios de los segmentos que unen el ortocentro con cada uno de los vértices.

El centro de la Circunferencia de Feuerbach es el punto medio del segmento que une el ortocentro con el circuncentro.

3.5. Recta de Euler

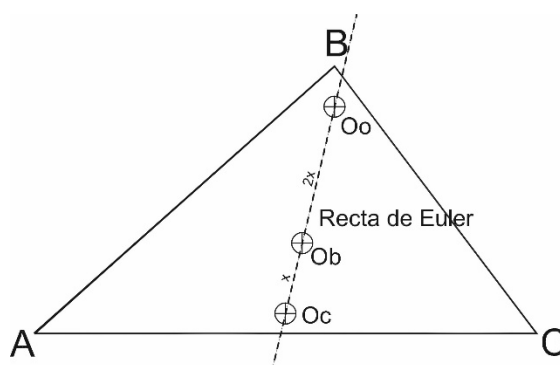


Fig. 15. Recta de Euler

El baricentro, el ortocentro y el circuncentro de un triángulo están alineados. El baricentro, está a doble distancia del ortocentro que del circuncentro. La recta que une a estos tres puntos es la que se conoce como *Recta de Euler*.

4. Igualdad de triángulos

4.1. Criterios generales.

Dos triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son iguales o congruentes si existe un movimiento que transforma uno en el otro, es decir, si se superponen lados y ángulos coinciden.

Otros criterios para afirmar que dos triángulos $\widehat{ABC}$ y $\widehat{A'B'C'}$ son iguales son:

1. Si tienen iguales un lado y los dos ángulos adyacentes.
2. Si tienen iguales dos lados y el ángulo interior entre estos dos lados.
3. Si tienen iguales sus tres lados.
4. Si tienen iguales dos lados y el ángulo opuesto al mayor de ellos.

4.2. Relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo.

Las relaciones más importantes son:

Teorema 4.2.1. En todo triángulo un lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.

Teorema 4.2.2. En un triángulo isósceles, los ángulos opuestos son también iguales.

Teorema 4.2.3. En todo triángulo, a mayor lado se opone mayor ángulo y viceversa.

Teorema 4.2.4. Si dos triángulos tienen dos pares de lados respectivamente iguales y el ángulo comprendido distinto, los lados opuestos a estos ángulos están en la misma relación de desigualdad.

Teorema 4.2.5. Si dos triángulos tienen dos pares de lados respectivamente iguales y el tercer lado distinto, los ángulos opuestos a estos lados están en la misma relación de desigualdad.

5. Propiedades métricas en el triángulo rectángulo.

5.1. Teorema de Pitágoras.

Teorema 5.1. En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa coincide con la suma de los cuadrados de los catetos, es decir, $a^2 = b^2 + c^2$

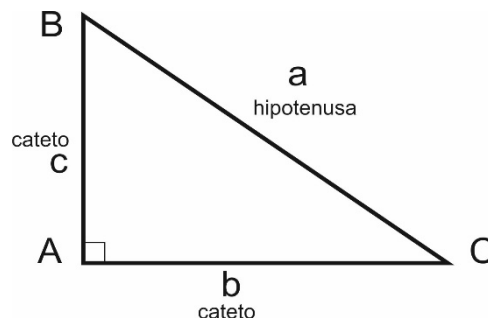


Fig. 16. Elementos del triángulo rectángulo

Son muchas las demostraciones que pueden efectuarse del Teorema de Pitágoras. Se expone una de ellas.

Sea el triángulo $\widehat{ABC}$ rectángulo en $\widehat{B}$. Se traza la altura desde el vértice B al lado AC (b) cortándolo en D.

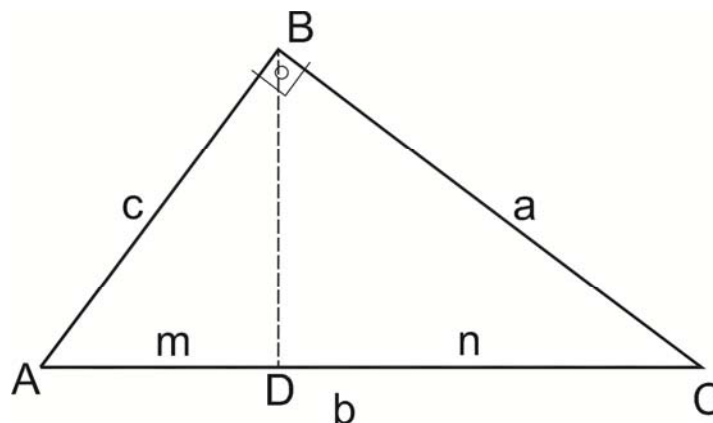


Fig. 17. Triángulo rectángulo

Los triángulos $\widehat{ADB}$ y $\widehat{CDB}$ son rectángulos por construcción en D y además semejantes al $\widehat{ABC}$ ya que tienen con él un lado y un ángulo en común además del recto. Por semejanza.

$$\begin{array}{l} \widehat{ADB} \sim \widehat{ABC} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{c}{m} \Rightarrow c^2 = b \cdot m \\ \widehat{CDB} \sim \widehat{ABC} \Rightarrow \frac{b}{c} = \frac{a}{n} \Rightarrow a^2 = b \cdot n \end{array} \quad \Rightarrow a^2 + c^2 = b \cdot (m + n) \rightarrow b^2 = a^2 + c^2$$

5.2. Interpretación geométrica del teorema de Pitágoras.

El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es equivalente a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

Construimos los cuadrados sobre sendos catetos, P y Q, y la hipotenusa, M, de un triángulo rectángulo $\widehat{ABC}$.

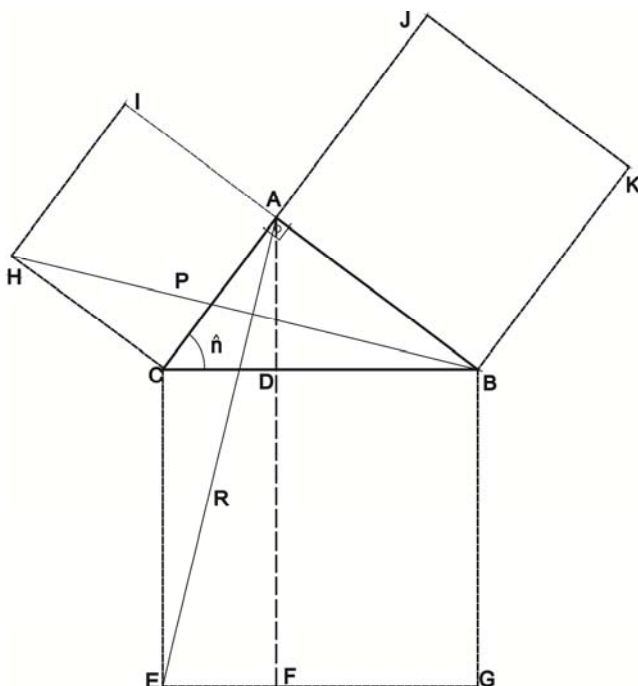


Fig. 18. Interpretación geométrica del Teorema de Pitágoras

$\widehat{ACE} = \widehat{HCB}$ porque $\overline{CA} = \overline{CH}$ y $\overline{CE} = \overline{CB}$. El triángulo comprendido $\hat{C} = 90 + \hat{n}$.

Por otro parte, la superficie de $\widehat{ACE} = \frac{1}{2}R$, pues ambos tienen la misma base, $\overline{CE}$ y la misma altura, $\overline{CD}$.

Si observamos igualmente el triángulo $\widehat{HCB}$ podemos ver que la superficie de $\widehat{HCB} = \frac{1}{2}P$, pues ambos tienen la misma base, $\overline{CH}$ y la misma altura, $\overline{AC}$.

Por lo tanto, el rectángulo R y el cuadrado P tienen la misma superficie, pues $\widehat{ACE} = \widehat{HCB}$. De forma análoga, se comprueba que las superficies de los rectángulos S y Q son iguales. Así:

$$\text{área } (R + S) = \text{área } M = \text{área } P + \text{área } Q$$

5.3. Consecuencias del Teorema de Pitágoras.

5.3.1. Teorema del Cateto.

En todo triángulo rectángulo, un cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre ella.

En la demostración primera del Teorema de Pitágoras (4.1), aplicado a un $\widehat{ABC}$ rectángulo en $\hat{B}$, se obtuvo:

$$\left. \begin{array}{l} c^2 = b \cdot m \\ a^2 = b \cdot n \end{array} \right| \text{ De donde se deduce } \left| \begin{array}{l} c = \sqrt{b \cdot m} \\ a = \sqrt{b \cdot n} \end{array} \right.$$

Quedando demostrado el teorema.

5.3.2. Teorema de la altura.

En todo triángulo rectángulo la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los dos segmentos en que divide a ésta.

En el $\widehat{ABC}$ se traza la altura relativa al vértice B y se forman los $\widehat{ABD}$ y $\widehat{CBD}$ que son semejantes por tener los mismos ángulos, uno recto y los otros dos formados por lados perpendiculares.

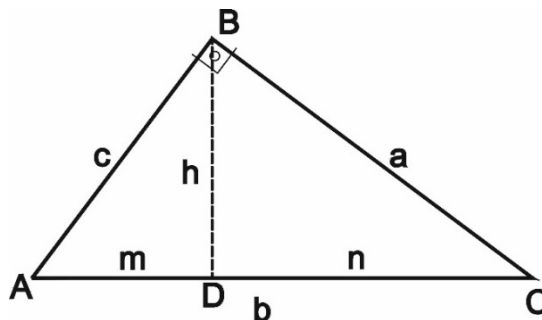


Fig. 19. Triángulo rectángulo modelo

Por lo tanto sus lados son proporcionales, con lo que:

$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n} \Rightarrow h^2 = m \cdot n \Rightarrow h = \sqrt{m \cdot n}$$

5.3.3. Teorema del producto de los catetos.

En todo triángulo rectángulo el producto de los catetos es igual al producto de la hipotenusa por su altura.

Es decir, dado un $\widehat{ABC}$ rectángulo en $\hat{B}$ (Ver imagen del Apdo. 4.3.2. sobre estas líneas), puesto que los $\widehat{ABC}$ y $\widehat{CBD}$ son semejantes (demostración del Teorema de Pitágoras en 4.1.), entonces sus lados son proporcionales. De esa forma:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \overline{AB} \cdot \overline{BC} = \overline{AC} \cdot \overline{BD} \Leftrightarrow c \cdot a = b \cdot h$$

6. Relaciones métricas en un triángulo cualquiera

Teorema 6.1. En todo triángulo el cuadrado del lado opuesto a un ángulo agudo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados, menos el doble de uno de ellos por la proyección del otro sobre él.

Es decir, (ver fig. a continuación) podemos afirmar para el $\widehat{BDC}$ que:

$a^2 = m^2 + h^2$, que es la aplicación del Teorema de Pitágoras, es lo mismo que:

$$a^2 = (b - n)^2 + h^2.$$

En el $\widehat{BDA}$ también se verifica: $h^2 = c^2 - n^2$. Sustituyendo y operando concluimos que: $a^2 = (b - n)^2 + c^2 - n^2 = b^2 + c^2 - 2bn$

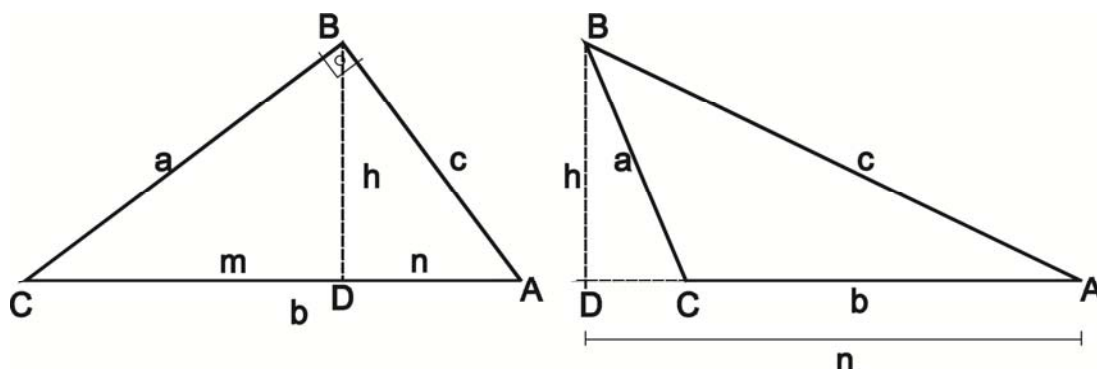


Fig. 20. Triángulos rectángulos modelo

Teorema 6.2. En todo triángulo obtusángulo el cuadrado del lado opuesto al ángulo obtuso es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados más el doble de uno de ellos por la proyección del otro sobre él.

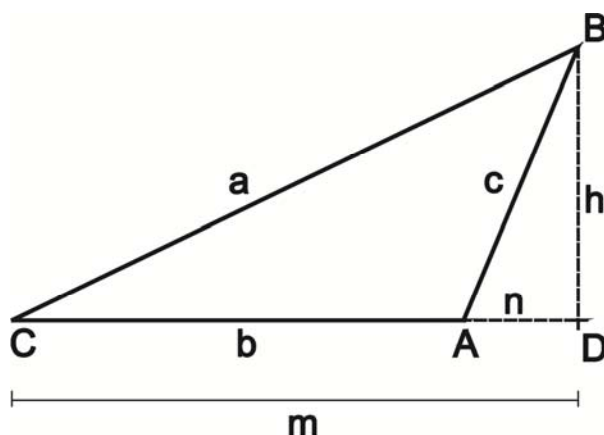


Fig. 21. Triángulo modelo

Es decir sobre un $\widehat{ABC}$ obtuso en $\hat{A}$, trazando la altura y designando como en la Fig. 21, se verifica:

$$a^2 = m^2 + h^2$$

$$m = b + n \Rightarrow m^2 = (b + n)^2 \\ = b^2 + n^2 + 2bn$$

$$h^2 = c^2 - n^2$$

Sustituyendo y operando se obtiene:

$$a^2 = b^2 + n^2 + 2bn + c^2 - n^2 = b^2 + c^2 + 2bn$$

Con los dos teoremas anteriores, podemos definir el siguiente corolario:

Aplicado $a^2 = b^2 + c^2 \pm 2bn$, resulta que si el resultado es positivo (+) $\hat{A} > 90^\circ$, si es negativo (-) $\hat{A} < 90^\circ$ y si $n=0$, entonces $\hat{A} = 90^\circ$, o lo que es lo mismo:

Si aplicamos el Teorema de Pitágoras a un triángulo de lados conocidos podremos clasificarlo por sus ángulos:

$$a^2 < b^2 + c^2, \text{ el triángulo es acutángulo}$$

$a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es **obtusángulo**

$a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es **rectángulo**

Teorema 6.3.

- a. La suma de los cuadrados de dos lados es igual al doble de la suma de los cuadrados de la mitad del tercer lado y de la mediana correspondiente.*
b. La diferencia de los cuadrados de dos lados es igual al doble del producto del tercer lado por la distancia de su punto medio al pie de la altura correspondiente.

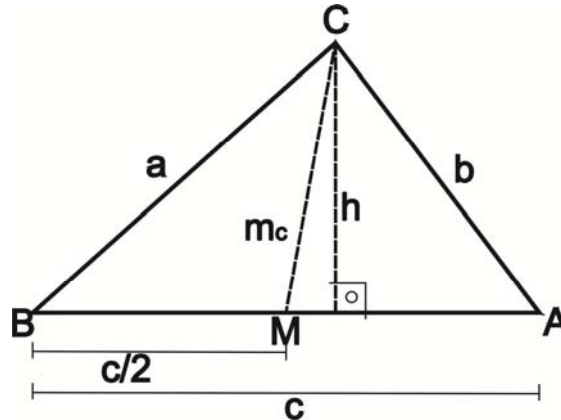


Fig. 22. Interpretación geométrica del Teorema de Pitágoras

Para demostrarlo aplicamos el teorema anterior a los triángulos $\widehat{BMC}$ y $\widehat{MCA}$ de la figura.

$$\begin{array}{l} \text{En } \widehat{BMC} \Rightarrow a^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + m_c^2 + 2\frac{c}{2}n\overline{MH} \\ \text{En } \widehat{MCA} \Rightarrow b^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + m_c^2 - 2\frac{c}{2}n\overline{MH} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} a^2 + b^2 = \left(\frac{c}{2}\right)^2 + 2m_c^2 \\ a^2 - b^2 = 2c\overline{MH} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(a.)} \\ \text{(b.)} \end{array}$$

El teorema (a.) nos permite calcular las longitudes de las tres medianas si conocemos las longitudes de los lados del triángulo.

Con (a.) y (b.) podemos calcular las longitudes de las alturas a partir de las longitudes de los lados aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo de la figura al conocer m_c y $\overline{MH}$

Teorema 6.4. Teorema de Stewart.

Se puede hacer una generalización del teorema anterior aplicando los mismos cálculos a una oblicua cualquiera al lado c que llamaremos n, es decir, $\overline{CN} \equiv n$.

Y llamamos $c_1 \equiv BN$ y $c_2 \equiv NA$, entonces:

$$\begin{array}{l} a^2 = c_1^2 + n^2 + 2c_1\overline{NH} \\ b^2 = c_2^2 + n^2 - 2c_2\overline{NH} \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} c_2a^2 = c_2c_1^2 + c_2n^2 + 2c_1c_2\overline{NH} \\ c_1b^2 = c_1c_2^2 + c_1n^2 - 2c_1c_2\overline{NH} \end{array} \right| \quad \text{Y sumando:}$$

$$c_1b^2c_2a^2 = (c_1c_2 + n^2)c$$

Si atribuimos signos a los segmentos sobre la recta AB y designamos por $\overline{AB}$ la medida del lado AB con signo, la igualdad se convierte en:

$$\overline{BN} \cdot \overline{CA}^2 + \overline{NA} \cdot \overline{CB}^2 + \overline{AB} \cdot \overline{CN}^2 + \overline{BN} \cdot \overline{NA} \cdot \overline{AB} = 0$$

7. Superficie del triángulo

Teorema 7.1. *La superficie de cada triángulo equivale a la de un paralelogramo de igual base y la mitad de altura.*

Sea $\widehat{ABC}$ un triángulo cualquiera. Sean M y N los puntos medios de los lados AB y AC respectivamente. El $\widehat{MAN}$ es congruente con $\widehat{M'NC}$, y por suma de áreas, el triángulo $\widehat{ABC}$ será equivalente al paralelogramo $BMM'C$ de igual base y mitad de altura.

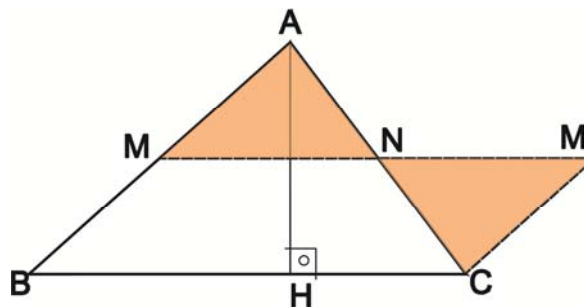


Fig. 23. Interpretación geométrica del Teorema de Pitágoras

Como el área del paralelogramo es:

$$A_{\text{paralelogramo}} = B \cdot h \Rightarrow A_{\text{paralelogramo}} = \overline{BC} \cdot \overline{AH}$$

Entonces obtenemos que el área del triángulo es: $A_T = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AH}}{2}$

5. Fundamentación curricular.

En España, los tres grandes grupos editoriales para libros de texto en la Educación Obligatoria son:

- Hanchette, propietaria de Anaya, Bruño y Salvat,
- Ediciones SM
- Santillana.

No obstante, en el registro de Libros de la Junta de Andalucía –que se puede consultar a través de la *Secretaría Virtual de los Centros Educativos*–, hay muchas más editoriales entre las cuales los centros educativos pueden seleccionar otros como los más adecuados para el desarrollo del currículo.

En este trabajo, no se van a incluir fotos escaneadas de ninguno de los dos libros por tratarse este TFM de un documento oficial y tener las editoriales de los libros objeto de análisis “reservados todos los derechos”.

5.1. Justificación de la elección de los libros de texto.

Durante el *Practicum* tuve la oportunidad de consultar los libros de las editoriales citadas en el apartado anterior para preparar las clases. Observé diferencias entre ellas y me decanté por trabajar con dos de ellas:

- **Anaya.** “Matemáticas 2º Educación Secundaria. Adaptado al currículo de Andalucía”. (J. Colera, I. Gaztelu) porque es muy didáctica y visual y recurre a ejemplos muy enfocados a la vida cotidiana.
- **Ediciones SM.** “Matemáticas 2º ESO”. Proyecto Savia. (M. Nieto, Antonio Pérez, Fernando Alcaide). Este es quizás, a nivel de contenidos el más completo. Desde el punto de vista del contenido se extralimita del contenido curricular por lo que permite una mayor flexibilidad a los/as docentes de cara a la programación. Es más técnico, y menos visual desde el punto de vista del diseño gráfico.

5.2. Identificación oficial de los dos libros de texto a comparar.

El libro de la editorial SM que se identifica a continuación será en este TFM el “Libro Muestra 1”(LM1):

Título: 2 ESO. Matemáticas
Adaptación curricular: Andalucía
Proyecto: Savia
Autoras/es: Miguel Nieto, Antonio Pérez, Fernando Alcaide, Divermates (Mates+magia)
Editorial: Ediciones SM
Coordinación editorial: Jesús Macías
Año de edición: 2016
ISBN: 978-84-675-8678-7 **Depósito Legal:** M-03203-2016
ISBN Andalucía: 978-84-675-8493-6

Así mismo, el libro de la editorial Anaya que se identifica a continuación será en este TFM el “Libro Muestra 2” (LM2):

Título: ESO 2. Matemáticas
Adaptación curricular: Andalucía
Proyecto: “Aprender es crecer en conexión”
Autoras/es: José Colera Jiménez, Ignacio Gaztelu Albero, Ramón Colera Cañas.
Editorial: Grupo Anaya S.A.
Coordinación editorial: Mercedes García-Prieto
Año de edición: 2016
ISBN: 978-84-698-1645-5 **Depósito Legal:** M-11599-2016

5.3. Información sobre la estructura de las unidades del libro.

En esta sección, ambos documentos son muy correctos y muy parecidos. Si queremos ver una comparación de cómo estructura las Uds. cada editorial lo mejor es hacerlo a

través del análisis comparativo que se hará de la Ud. 9 de LM1 y la Ud. 9 de LM2 relativas en ambos casos al Teorema de Pitágoras —Ver Apdo. 5.5.—

5.3.1. LM1, “Conoce tu libro”

En **LM1**, tras la página de presentación y antes del índice incluye a doble página extendida una sección en la que se explica cómo están estructuradas las unidades. Esta sección se llama: “Conoce tu libro” y consta de 6 partes:

1º Presentación de la Unidad, a doble página extendida es la portada de cada unidad.

En ella se incluye un fragmento literario, una “ruta de aprendizaje” diseñada como una línea temporal y otros elementos para trabajar algunas competencias del Bloque 1 del currículo. Se explicará en el Apdo. 5.5 sobre la Ud. 9.

2º Epígrafes. Donde se explica cómo se estructuran las páginas donde se desarrolla el contenido curricular.

3º Ejercicios propuestos al final de la unidad. Se explica que en cada unidad hay hasta cinco páginas con actividades y problemas organizados por grupos de contenidos y nivel de dificultad. Así mismo, hace una clasificación:

- Ejercicios
- Ejercicios de síntesis
- Problemas
- Emprende
- Actividades para pensar más.

4º Ponte a prueba. Se explica que en esta sección de cada unidad encontrará dos apartados:

- Problemas y actividades PISA
- Autoevaluación

5º Mates + Magia. Es una sección donde se explican trucos de “magia” donde las matemáticas trabajadas en el contenido de la unidad están presentes.

6º Conoce SaviaDigital – www.smSaviadigital.com. Esta es la sección donde remite al uso de las TIC. A través del enlace y registrando el libro, en la web se encuentran alojadas 4 secciones:

- Practica
- Mat-tic con geogebra
- Calcula
- Valora lo aprendido

Se indica así mismo que en las páginas donde se desarrolla el contenido (Epígrafes) encontrará un tipo de llamada de atención que remiten a este contenido digital.

5.3.2. LM2, “Así es tu libro”

En LM2, la explicación de cómo se estructuran las Unidades se llama: “Así es tu libro”. Está ubicada después del índice. Con un diseño gráfico mucho más cuidado y vistoso presenta mediante el uso de un diagrama de flujo las 6 secciones de las que consta cada unidad:

- 1º La apertura de la unidad.** a doble página extendida es la portada de cada unidad. En la página de la izquierda se incluye una introducción histórica del contenido de la unidad. En la página de la derecha se proponen una serie de actividades para poner en práctica conocimientos y competencias del Bloque 1 del currículo. Igual que se ha dicho con LM1, se explicará en el Apdo. 5.5 sobre la Ud. 9.
- 2º El desarrollo de los contenidos.** Se explica cómo se estructuran las páginas de desarrollo del contenido.
- 3º Los ejercicios de la unidad.** Se explica que son ejercicios clasificados relacionados con el contenido de la unidad trabajada y que al final se incluyen ejercicios y problemas resueltos que “servirán como modelo para resolver los ejercicios que se proponen a continuación”.
- 4º Aprende a resolver problemas.** Se explica que aparte de problemas sobre el contenido de la unidad se intercalan “estrategias, sugerencias, pistas y formas de pensar”.
- 5º Taller de matemáticas.** Se expone que en esas páginas se proponen otras actividades que invitan al emprendimiento y al autoaprendizaje.
- 6º Autoevaluación.** Se explica que son ejercicios para evaluar lo aprendido y remite a la web para encontrar otras evaluaciones resueltas.

Y aparte del diagrama se hace una mención a la web de la editorial: www.anayaeducación.es donde alumnado y familia puede encontrar recursos digitales. Se sabe que hay recursos digitales alternativos a los ofrecidos por el libro cuando se encuentre a lo largo de cada unidad un icono que representa el ratón de un ordenador.

5.4. Estructura de los contenidos en relación al desarrollo del currículo.

5.4.1. El desarrollo de contenidos de 2º ESO por la legislación educativa vigente.

A continuación y para comprender por qué las editoriales de libros de texto adaptan sus libros específicamente para cada comunidad autónoma, incluyo unas tablas comparando la asignación de contenidos de Matemáticas entre los dos cursos del primer ciclo de la ESO, es decir, 1º y 2º.

Veamos cómo desarrollan la Orden ECD/1361/2015, a nivel estatal y la Orden 14 de Julio de 2016, para la CA de Andalucía, el currículo de la asignatura troncal de Matemáticas en el 2º curso de la ESO.

Los contenidos del *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*

Los contenidos del Bloque 1 son idénticos en sendas Órdenes. Y aunque no se desarrollan específicamente en este documento, los criterios de evaluación y los estándares de aprendizaje también son los mismos. –Ver los contenidos detallados en el *Anexo II*, Tabla 1–

Los contenidos del *Bloque 2. Números y álgebra*

En bloque de álgebra si hay pequeñas variaciones. Son las siguientes:

- “Números decimales, representación, ordenación y operaciones” forma parte del contenido de 2º ESO en Andalucía. El currículo estatal lo desarrolla en 1º ESO.
- “Iniciación al lenguaje algebraico, traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa” es un contenido de 1º ESO en Andalucía por lo que se omite del 2º curso.
- “Operaciones con expresiones algebraicas sencillas” también es un contenido propio de 1º ESO por lo que se evaluará en ese nivel.

El contenido del *Bloque 3. Geometría*

–Ver los contenidos detallados en el *Anexo II*, Tabla 2–

Los contenidos del *Bloque 3. Geometría*

Igual que ocurría en el Bloque 1, son idénticos. –Ver los contenidos detallados en el *Anexo II*, Tabla 3–

El contenido del *Bloque 4. Funciones*

En este bloque también hay ligeras variaciones entre uno y otro documento legislativo. En este caso, sólo tiene que ver con “Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados”. El currículo Andaluz lo incluye en los contenidos de 1º ESO, y será en ese nivel donde se evalúe. –Ver los contenidos detallados en el *Anexo II*, Tabla 4–

El contenido del *Bloque 5. Estadística y probabilidad*

Este es el bloque que más diferencias sufre en el desarrollo de una y otra orden.

- “Variables estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas” así como “Medidas de tendencia central. Medidas de dispersión”, son los únicos contenidos que el

currículo andaluz establece para este bloque en 2º ESO mientras que la Orden estatal lo establece como los únicos contenidos del bloque en 1º ESO.

- Para el resto de contenidos, divididos en seis epígrafes, el currículo andaluz (Ver **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** en p. **¡Error! Marcador no definido.**) establece que se impartan en 1º ESO en vez de en 2º, el nivel donde los establece la Orden estatal.

El desarrollo de este bloque en el currículo andaluz tiene más lógica que la establecida por la orden estatal porque:

- 1º En 1º ESO se imparten 4 horas/semana de matemáticas frente a 3 horas/semana de 2º ESO. Es normal que si van a contar con 1h/semana más tengan asignados más contenidos.
- 2º Aligerar de contenidos 2º ESO ya que la materia empieza a ser más compleja y debe trabajarse más concienzudamente. Esta materia constituirá una base importante para el siguiente Nivel de la ESO no solo en matemáticas sino en materias como Física, Química o Tecnología.
- 3º Asignar más contenidos a 1º ESO da como ventaja que si algún contenido quedase pendiente este podría impartirse en 2º ESO. El Dpto. de Matemáticas del centro contaría con un curso para reestructurar su programación incluyendo ese contenido pendiente.

–Ver los contenidos detallados en el *Anexo II*, Tabla 5–

5.4.2. Estructura y orden de las diferentes unidades que abarcan el currículo.

Tabla 1. Comparación de la estructura de los contenidos de los libros de texto de Matemáticas de 2ºESO (Ed. SM y Anaya)

	SM (Andalucía)	Anaya (Andalucía)	
Muestra:	LM1	LM2	
Nº de Uds.:	13 UD	14 UD	
Orden de las Uds.: El orden de las unidades son las siguientes:			
Bq. 2. Números y Álgebra	Ud.1 Divisibilidad. Números enteros	Ud.1 Los números naturales	Bq. 2. Números y Álgebra
	Ud.2 Fracciones y decimales	Ud.2 Los números enteros.	
	Ud.3 Potencias y raíces	Ud.3 Los números decimales y las fracciones	
	Ud.4 Proporcionalidad	Ud.4 Operaciones con fracciones	
	Ud.5 Expresiones algebraicas	Ud.5 Proporcionalidad y porcentajes	
Bq.4. Funciones	Ud.6 Ecuaciones	Ud.6 Álgebra	Bq.3 Geometría
	Ud.7 Sistemas de ecuaciones	Ud.7 Ecuaciones	
Bq.3 Geometría	Ud.8 Funciones	Ud.8 Sistemas de ecuaciones	Bq.4. Funciones
	Ud.9 Medidas. Teorema de Pitágoras	Ud.9 Teorema de Pitágoras	
Bq.5. Estadística y probabilidad	Ud.10 Semejanza	Ud.10 Semejanza	Bq.5. Estadística y probabilidad
	Ud.11 Cuerpos geométricos	Ud.11 Cuerpos geométricos	
	Ud.12 Estadística	Ud.12 Medida del volumen	
Bq.5. Estadística y probabilidad	Ud.13 Probabilidad	Ud.13 Funciones	Bq.4. Funciones
		Ud.14 Estadística	

Ambas muestras, en principio y sólo viendo las unidades contenidas en el índice, abarcan el currículo completo. Puede observarse que:

- En el caso de LM1 se altera el orden por la coherencia temática entre los contenidos de los bloques 2 y 4, mientras que LM2 las ordena tal y como lo establece el la *Orden 14 de Julio de 2016* del currículo en Andalucía —y por extensión de la *Orden ECD/1361/2015*—.
- En el índice de LM1, las unidades están agrupadas por bloques de forma que el alumno/a sabe en todo momento qué bloque está trabajando. En LM2, las diferentes

unidades se numeran de forma correlativa sin informar al alumno/a en qué momento está cambiando de bloque.

- La estructura del *Bloque 2. Números y álgebra* son 7 Uds. en LM1 frente a las 8 Uds. de LM2.
- La estructura del *Bloque 3. Geometría* son 3 Uds. en LM1 frente a las 4 Uds de LM2.
- La estructura del *Bloque 4. Funciones* es similar limitándose a 1 Ud. tanto en LM1 como en LM2
- Por último, la estructura del *Bloque 5. Estadística y probabilidad* son 2 Uds. en LM1 frente a 1Ud. en LM2.

El *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas* se imparte de forma transversal en el contenido de sendas editoriales, pero se verá cómo se integran las competencias de este bloque a través del estudio de una de las unidades didácticas del bloque de geometría.

5.4.3. Estudio comparativo del contenido de cada unidad en LM1 y LM2

Previo a realizar una comparación es preciso hacer una puntualización respecto del currículo. El RD 1105/2014 donde se desarrolla el currículo estatal establece cuáles son los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje para la materia de Matemáticas para los dos cursos del primer ciclo de la ESO, es decir, 1º y 2º conjuntamente. Y la *Orden ECD/1361/2015*, posterior a la anterior, los desarrolla de forma específica para cada curso.

La Orden 14 de Julio de 2016 donde se desarrolla el currículo para Andalucía, es coetánea a la *Orden ECD/1361/2015* y también desglosa qué contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje de los marcados por el texto legislativo estatal deben impartirse en 1º y cuáles en 2º de la ESO habiendo ligeras variaciones con respecto a la ordenación estatal.

La puntualización efectuada viene a dilación de los contenidos que se encontrarán en los libros de texto que pueden aparecer en una editorial pero no en otra.

Bloque 2. Números y álgebra

Un ejemplo de lo citado en el apartado anterior es el estudio de los Números Naturales. El currículo en Andalucía establece como contenidos de Matemáticas de 1º de ESO “Los números Naturales”. Como podemos observar, LM2 incluye estos contenidos en la *Ud.1. Los números naturales*. Sin embargo, en LM1 se prescinde de ellos y se profundiza más en los contenidos de la *Ud. 1. Divisibilidad. Números Enteros*.

LM1

Ud. 1. Divisibilidad. Números

Enteros

- 1 Reglas de divisibilidad
- 2 Descomposición factorial
- 3 Máximo común divisor
- 4 Mínimo común múltiplo
- 5 Los números enteros
- 6 Sumas y restas de números enteros
- 7 Multiplicación y división de números enteros
- 8 Operaciones combinadas con números enteros

LM2

Ud. 2. Los números enteros

- 1 Números positivos y negativos
- 2 El conjunto $\mathbb{Z}$ de los números enteros
- 3 Operaciones con números enteros
- 4 Potencias de números enteros
- 5 Raíces de números enteros

Ud. 1. Los números naturales

- 1 El conjunto de los números naturales
- 2 Operaciones con números naturales
- 3 La relación de divisibilidad
- 4 Números primos y compuestos
- 5 Mínimo común múltiplo de dos o más números.
- 6 Máximo común divisor de dos o más números.

En el caso de los contenidos que se exponen continuación, en LM1 parecen ser menos completos que en LM2. En este caso, es LM1 quien reparte los contenidos igual que hace el currículo de Andalucía. En cambio, LM2 parece hacer un reparto más próximo al currículo estatal.

LM1

Ud. 2. Fracciones y decimales

- 1 Fracciones. Comparación y ordenación
- 2 Operaciones con fracciones
- 3 Operaciones combinadas con fracciones
- 4 Expresión decimal y fraccionaria de un número
- 5 Aproximaciones de números decimales

LM2

Ud. 3. Los números decimales y las fracciones

- 1 Los números decimales
- 2 Representación y ordenación de números decimales
- 3 Operaciones con números decimales
- 4 Raíz cuadrada de un número decimal
- 5 Las fracciones

Ud. 4. Operaciones con fracciones

- 1 Suma y resta de fracciones
- 2 Multiplicación y división de fracciones
- 3 Problemas con fracciones
- 4 (... coincidencia con Ud 3 de LM1)

En el caso de los contenidos comparados a continuación, ocurre como en el primer caso. LM1 se centra muy específicamente en el currículo de Andalucía y expresa los

contenidos hasta un nivel de exigencia superior a este. Los epígrafes, incluso, coinciden en gran medida con los contenidos desarrollados en el CrA.

LM2 dispersa los contenidos y no incluye la impartición de algunos de ellos. Sin embargo, tanto el CrE como el CrA los incluyen en este nivel. Es posible que los que faltan formen parte del Libro de Texto del nivel anterior, pero no tengo acceso a ese documento para asegurarlo.

LM1

Ud. 3. Potencias y raíces

- 1 Potencias de base entera y exponente natural
- 2 Operaciones con potencias de la misma base
- 3 Operaciones con potencias del mismo exponente
- 4 Potencias de exponente entero
- 5 Notación científica
- 6 Raíces cuadradas y cuadrados perfectos
- 7 Raíz entera
- 8 Potencias y raíces de fracciones
- 9 Jerarquía de las operaciones

LM2

Ud. 4. Operaciones con fracciones

- (...)
- 4 Potencias y fracciones

En las Uds. a continuación, a pesar de hacer un mayor desglose en LM2 sí se cumple con el contenido establecido por el currículo.

LM1

Ud. 4. Proporcionalidad

- 1 Razón y proporción
- 2 Magnitudes directamente proporcionales. Repartos
- 3 Porcentajes. Aplicaciones
- 4 Magnitudes inversamente proporcionales. Repartos
- 5 Proporcionalidad compuesta

LM2

Ud. 5. Proporcionalidad y porcentajes

- 1 Razones y proporciones
- 2 Magnitudes directamente proporcionales
- 3 Magnitudes inversamente proporcionales
- 4 Problemas de proporcionalidad compuesta
- 5 Problemas de repartos proporcionales
- 6 Porcentajes
- 7 Problemas con porcentajes
- 8 Interés bancario

La parte dedicada a Álgebra y Ecuaciones, quizás por la especial importancia que tiene dentro del estudio de las matemáticas y de otras asignaturas de ciencias, también es cubierta de forma muy extensa y concienzuda por parte de LM1 y LM2. No obstante, se observa más profundización en el caso de LM1 respecto de LM2 sobre todo en el planteamiento de ejercicios y problemas.

LM1

Ud. 5. Expresiones algebraicas

- 1 Expresiones algebraicas. Valor numérico
- 2 Monomios. Operaciones
- 3 Polinomios. Sumas y restas
- 4 Producto, división y potencia de polinomios
- 5 Identidades notables
- 6 Números poligonales

LM2

Ud. 6. Álgebra

- 1 El álgebra: ¿para qué sirve?
- 2 Expresiones algebraicas
- 3 Polinomios
- 4 Productos notables

LM1

Ud. 6. Ecuaciones

- 1 Igualdad: identidades y ecuaciones
- 2 Ecuaciones equivalentes
- 3 Ecuaciones de primer grado
- 4 Problemas con ecuaciones de primer grado
- 5 Ecuaciones de segundo grado
- 6 Problemas con ecuaciones de segundo grado

LM2

Ud. 7. Ecuaciones

- 1 Ecuaciones: significado y utilidad
- 2 Ecuaciones: elementos y nomenclatura
- 3 Trasposición de términos
- 4 Resolución de ecuaciones sencillas
- 5 Ecuaciones con denominadores
- 6 Procedimiento general para la resolución de ecuaciones de primer grado
- 7 Resolución de problemas con ecuaciones
- 8 Ecuaciones de segundo grado
- 9 Resolución de ecuaciones de segundo grado

LM1

Ud. 7. Sistemas de ecuaciones

- 1 Ecuaciones lineales con dos incógnitas
- 2 Sistemas de ecuaciones lineales
- 3 Sistemas de ecuaciones equivalentes
- 4 Solución gráfica de un sistema
- 5 Resolución de sistemas por sustitución
- 6 Resolución de sistemas por igualación
- 7 Resolución de sistemas por reducción
- 8 Problemas con sistemas de ecuaciones

LM2

Ud. 8. Sistemas de ecuaciones

- 1 Ecuación de primer grado con dos incógnitas
- 2 Sistemas de ecuaciones lineales
- 3 Métodos para la resolución de sistemas lineales
- 4 Resolución de problemas con ayuda de los sistemas de ecuaciones

Bloque 3. Geometría

En el caso de este bloque, los dos libros coinciden en número y en contenidos. En esta ocasión, LM1 ha incluido un contenido que no es propio de 2º sino de 1º de la ESO. El contenido de los Puntos 1 y 2 de LM1, en Andalucía está incluido en el currículo de 1º de ESO. Sin embargo, es posible que se haya incluido este contenido como repaso del curso anterior, en el libro de texto de esta editorial correspondiente 1º también está incluido el mismo. Profesores de secundaria a los que he preguntado su opinión al respecto intuyen que este contenido se repita en este nivel porque el Bloque 3 y el Bloque 5 del currículo suelen impartirse en el último tramo del curso y a veces no da tiempo a darlo completo. Al estar incluido en el libro de texto de 2ºESO el Dto. de Matemáticas del centro puede decidir:

1. No impartirlo en 1º para abordarlo en 2º.
2. No impartirlo en 2º si ya fue abordado en 1º.
3. Si tienen tiempo, pueden hacer un repaso de estos contenidos.

Da igual la situación, al final lo importante es que acabado el ciclo el/la discente haya completado todos los contenidos y haya adquirido las competencias clave.

LM1

Ud. 9. Medidas. Teorema de Pitágoras

- 1 Medidas y estimaciones
- 2 Sistema sexagesimal. Medida del tiempo y de los ángulos
- 3 Teorema de Pitágoras
- 4 Aplicaciones del Teorema de Pitágoras

En este caso, el cumplimiento del currículo de 2º de la ESO de Andalucía es correcto tanto en LM1 como en LM2.

LM1

Ud. 10. Semejanza

- 1 Figuras semejantes
- 2 Teorema de Tales
- 3 Triángulos en posición de Tales. Criterios de semejanza
- 4 Relaciones en triángulos rectángulos. Teoremas del cateto y de la altura.
- 5 Aplicaciones del Teorema de Tales
- 6 Razones de perímetros, áreas y volúmenes
- 7 Mapas, planos y maquetas. Escalas

LM2

Ud. 9. Teorema de Pitágoras

- 1 Teorema de Pitágoras
- 2 Cálculo de un lado conociendo los otros dos
- 3 Aplicaciones del teorema de Pitágoras

LM2

Ud. 10. Semejanza

- 1 Figuras semejantes
- 2 Planos, mapas y maquetas
- 3 Cómo construir figuras semejantes
- 4 Teorema de Tales
- 5 Semejanza entre triángulos rectángulos
- 6 Aplicaciones de la semejanza de triángulos

LM1, a pesar de hacer un desglose más corto de los contenidos que LM2 (dedica 2 unidades), ambos abordan los mismos contenidos. Estos contenidos suelen repetirse respecto del curso anterior como repaso o introducción.

LM1

Ud. 11. Cuerpos geométricos

- 1 Elementos de la geometría del espacio
- 2 Poliedros
- 3 Prismas
- 4 Pirámides
- 5 Cuerpos redondos. Cilindros
- 6 Conos
- 7 Esferas

LM2

Ud. 11. Cuerpos geométricos

- 1 Prismas
- 2 Pirámides
- 3 Troncos de pirámide
- 4 Poliedros regulares
- 5 Secciones planas de poliedros
- 6 Cilindros
- 7 Conos
- 8 Troncos de cono
- 9 Esferas
- 10 Secciones de esferas, cilindros y conos

Ud. 12. Medida del volumen

- 1 Unidades de volumen
- 2 Principio de Cavalieri
- 3 Volumen del prisma y del cilindro
- 4 Volumen de la pirámide y del tronco de pirámide
- 5 Volumen del cono y del tronco de cono
- 6 Volumen de la esfera

Bloque 4. Funciones

Este bloque, a pesar de ser el 4º, en la práctica docente suele impartirse a continuación del bloque 2 por coherencia temática entre ellos. Los autores de LM1, que saben que esto es muy común, en la planificación de aula de cada profesor/a, directamente lo incluyen a continuación del bloque 2. El LM2 lo incluyen siguiendo las pautas del currículo.

En este caso, ocurre como en el *Bloque 2. Álgebra*, ambos libros de texto cumplen rigurosamente con los contenidos del currículo. Sin embargo, LM1 incluye el epígrafe “Coordenadas cartesianas”, se entiende que a modo de repaso, porque es un contenido que el CrA marca para 1º de la ESO. Se ha comprobado que este epígrafe está en el libro de texto del curso 1º de esta editorial.

LM1

Ud. 13. Funciones

- 1 Coordenadas cartesianas
- 2 Correspondencia de funciones
- 3 Fórmulas, tablas y gráficas
- 4 Dominio y recorrido

LM2

Ud. 13. Funciones

- 1 Concepto de función
- 2 Crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos
- 3 Funciones dadas por tablas de valores
- 4 Funciones dadas por su ecuación

5 Estudio gráfico de funciones	5 Funciones de proporcionalidad: $y=mx$
6 Funciones lineales. Pendiente y ordenada en el origen	6 Pendiente de una recta
7 Ecuación de la recta. Rectas paralelas y secantes	7 Funciones lineales: $y=mx+n$
8 Otros tipos de funciones	8 Funciones constantes: $y=k$
9 Situaciones reales y gráficas	

Bloque 5. Estadística y Probabilidad

Reconocido por muchos docentes, si hay que repartir el contenido curricular de un bloque porque por numerosos imprevistos no se llegan a dar todos los contenidos, es el bloque 5 el que más cambios experimenta en el reparto entre los niveles 1º y 2º ESO. Por ello, que mientras LM1 dedica 2 Uds., LM2 dedica solo 1Ud.

El bloque de estadística en LM1 abarca todo el contenido del currículo para 1º y 2º. LM2, sólo el contenido de 2º. Sin embargo, el CrA establece que algunos de estos contenidos ya sean introducidos en 1º por lo que también se pueden encontrar en el libro de texto de esta misma editorial del curso 1º.

LM1

Ud.12. Estadística

- 1 Términos estadísticos
- 2 Tablas de frecuencias
- 3 Gráficos estadísticos
- 4 Tablas de frecuencias de datos agrupados
- 5 Histograma
- 6 Parámetros de posición
- 7 Parámetros de dispersión

Ud. 13. Probabilidad

- 1 Azar y determinismo
- 2 Sucesos
- 3 Operaciones con sucesos
- 4 Probabilidad de un suceso. Regla de Laplace

LM2

Ud. 14. Estadística

- 1 Confección de una tabla y su gráfica
- 2 Parámetros de centralización
- 3 Parámetros de dispersión
- 4 Parámetros de posición
- 5 Tablas de doble entrada

5.5. Comparación del índice contenido de la Ud. 9 de LM1 y LM2.

El Teorema de Pitágoras del que será objeto la Proyección Didáctica que se desarrollará en el Apdo. 6, se incluye en la Ud. 9 tanto en LM1 como en LM2.

El primer acercamiento a estas unidades es a través del desglose de contenidos de la unidad en el índice que ya se ha incluido en el apartado anterior pero que vuelvo a reproducir aquí:

LM1

Ud. 9. Medidas. Teorema de Pitágoras

- 1 Medidas y estimaciones
- 2 Sistema sexagesimal. Medida del tiempo y de los ángulos
- 3 Teorema de Pitágoras
- 4 Aplicaciones del Teorema de Pitágoras

LM2

Ud. 9. Teorema de Pitágoras

- 1 Teorema de Pitágoras
- 2 Cálculo de un lado conociendo los otros dos
- 3 Aplicaciones del teorema de Pitágoras

Como ya se ha comentado previamente, por alguna razón sobre la que sólo podemos conjeturar, en LM1 la Ud. 9 consta de 4 puntos de los que los dos primeros están fuera de lugar. Esos dos epígrafes forman parte de esta unidad como podrían formar parte de otra unidad del bloque de geometría o constituir en sí misma como unidad. Si cumplimos rigurosamente el currículo de Andalucía deberían formar parte de los contenidos de 1º ESO, por lo que no deberían incluirse aquí. Y esto es lo que se hace en LM2, donde la Ud. 9 se dedica exclusivamente al Teorema de Pitágoras.

5.6. Análisis de las páginas introductorias de presentación de la unidad.

El contenido introductorio de las unidades se centra en temas diferentes en una y otra edición:

LM1 hace una introducción a doble página con una imagen fotográfica de fondo. Tiene un diseño gráfico más contemporáneo. Se observa que desde la introducción se busca el desarrollo de las competencias que deben evaluarse en el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes matemáticas*.

En la primera página plantea preguntas sobre ámbitos de la vida cotidiana donde el/la alumno/a podrá aplicar lo que va a aprender a lo largo del estudio de la unidad como una forma de promover la curiosidad —es decir, desarrollo de CAA—. Por ejemplo:

Al abarcarse medidas y Teorema de Pitágoras plantea cuestiones como: «Al utilizar el metro, ¿siempre se obtienen medidas exactas?» o «¿Qué ventaja obtuvo un corredor que llegó a la meta en 24 min 35 s si el otro tardó 37 min 21 s».

En la segunda página plantea mediante diagramas en círculo una serie de cuestiones encabezadas con los ítems:

O «**Analiza y calcula**» (CAA) En este apartado, y en este caso concreto, invita al alumnado a observar el entorno de una cocina “buscando matemáticas” en ella. Se desarrolla la

O «**Lee y comprende**» (CCL) Consiste en una lectura comprensiva. En el caso de esta unidad se trata de un texto del libro *Mateschef: un sofrito de números y formas para chefs y gourmets*, escrito por Cristina Macia Claudi Alsina. Empieza con una

pregunta «¿Por qué las ollas son redondas?» y hace asociaciones geométricas y explica qué ocurrirá si una olla fuese un prisma de base cuadrada.

O «Investiga y analiza datos» (SIEP) En esta sección se plantea un tema para que el/la alumno/a indague y luego ponga en común con su clase los resultados de su trabajo.

LM2 también hace una presentación introductoria a doble página. Su diseño gráfico es más visual pero más infantil ya que no hace uso de fotografía sino de dibujos a color. En el texto introductorio hace una reseña histórica, en este caso sobre el Teorema de Pitágoras y del tratado “Los Elementos” de Euclides donde demuestra el Teorema de Pitágoras. El texto podría tener como objetivo el desarrollo de la CEC, CCL.

Así mismo se incluye un ejercicio de geometría con el que estaríamos abordando la CMCT.

El planteamiento de LM1 es más didáctico en tanto que introduce los textos con expresiones que incitan a la acción del/la discente para la adquisición de competencias. LM2 por su parte es más visual pero más estática.

5.7. Análisis del desarrollo teórico/práctico de la Ud. 9 de LM1 y LM2.

En el primer epígrafe sendos libros definen primero los conceptos de cateto e hipotenusa en un triángulo rectángulo para pasar a formular el Teorema de Pitágoras. Introducen la fórmula algebraica $a^2=b^2+c^2$ junto al diagrama característico del triángulo rectángulo donde se construye un cuadrado sobre cada lado del mismo y denominan: a-hipotenusa, b-cateto vertical y c-el cateto horizontal.

La definición que LM1 y LM2 hacen del teorema es diferente. Veámoslas:

- LM1 define el teorema describiendo la fórmula algebraica: “Teorema de Pitágoras: En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa, a , es igual a la suma de los cuadrados de los dos catetos, b y c .”
- LM2 por su parte lo define a través de una explicación didáctica de la representación geométrica que acompaña a la fórmula, es decir: “El Teorema de Pitágoras afirma lo siguiente: $a^2=b^2+c^2$ ”

Esto quiere decir que el área de un cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos. Esta relación es cierta, solamente si el triángulo es rectángulo.”

Lo que LM2 considera una definición es en realidad la demostración, y así es como lo expresa LM1. En definitiva, LM1 es más riguroso a la hora de definir y explicar el teorema.

En ambos textos se continúa con un ejemplo. En el caso de LM1 se trata de una aplicación práctica a la vida real, en el caso LM2 es un ejercicio resuelto de carácter abstracto.

LM2 incluye ejercicios para practicar la aplicación del Teorema al final de cada página. LM1 los incluye al final del contenido teórico.

En los siguientes apartados, tanto LM1 como LM2, en diferente orden, explican las ternas pitagóricas así como la aplicación del Teorema de Pitágoras para determinar si un triángulo es rectángulo, acutángulo u obtusángulo. En este caso la explicación es muy similar siendo destacable la explicación gráfica que hace LM2 construyendo los cuadrados en cada lado del triángulo para demostrar que:

- Si $a^2=b^2+c^2$, el triángulo es rectángulo.
- Si $a^2>b^2+c^2$, el triángulo es obtusángulo.
- Si $a^2<b^2+c^2$, el triángulo es acutángulo

En lo que respecta a las actividades o ejercicios LM1 presenta 8 ejercicios de los cuales uno está resuelto a modo de ejemplo frente a 4 ejercicios presentados por LM2 de los cuales 1 está resuelto. Es destacable además que LM1 en cada ejercicio o problema de la unidad usa un diagrama circular dividido en 3 porciones que significa que: El ejercicio es de dificultad baja si sólo una porción está sombreada, de dificultad media si son dos las porciones sombreadas y de dificultad alta si las tres porciones están sombreadas.

A partir de este punto ambos libros cambian. La sección bajo el epígrafe “Aplicaciones del Teorema de Pitágoras” son las dos últimas páginas del texto LM1. Por su parte, en LM2, existe un epígrafe previo. El contenido pedagógico de este apartado consiste en hallar dimensiones en una figura geométrica regular mediante la descomposición de la figura. La solución implicará siempre la aplicación del Teorema de Pitágoras.

El epígrafe previo en LM2 que se comenta es titulado: “Cálculo de un lado conociendo los otros dos. Es un epígrafe muy didáctico dado la edad del alumnado al que nos dirigimos ya que encuadra las casuísticas de aplicación del teorema, es decir:

- Cálculo de la hipotenusa conociendo los dos catetos.
- Cálculo de un cateto conociendo el otro y la hipotenusa.

Planteo este caso porque pueden surgir discrepancias respecto de su idoneidad.

- Introducir este apartado contribuye a la creación de un patrón para resolver estos problemas aprendiendo de memoria una serie de *fórmulas*.
- No introducirlo obligará al/la discente a pensar. Hay que tener en cuenta que a estas alturas ya ha superado el contenido de ecuaciones y con sólo aprender la expresión algebraica que define el teorema las demás surgen fruto del análisis, la deducción y de despejar una incógnita en una sencilla ecuación.

5.8. Análisis de los apartados de actividades

Al final de la unidad ambos documentos incluyen un importante número de actividades para practicar el contenido de matemáticas trabajado.

En **LM1** la sección “actividades” se organizan por grupos de contenidos y nivel de dificultad marcados mediante un diagrama circular con tres sectores. Distingue entre:

- **Ejercicios.** Son actividades para aplicar la teoría. Se trabaja la CMCT.
- **Ejercicios de síntesis.** Consiste en actividades cuestiones y problemas que relacionan diferentes contenidos de la unidad. Se trabajan la CMCT.
- **Problemas.** Se aplica la teoría estudiada a situaciones contextualizadas. Se trabajan la CMCT y CCL
- **Emprende.** Son actividades que pretenden trabajar habilidad de convertir ideas en actos y fomentar el compromiso social. Se trabaja la CMCT, SIEP y CSC
- **Actividades para pensar más.** Son ejercicios de ampliación que invitan a la reflexión. Se trabaja CMCT y CAA.

En **LM2**, se incluye una sección “Ejercicios y problemas” donde esta vez sí, junto al número de ejercicio o problema aparece un diagrama de 3 barras verticales de geometría trapezoidal. Si la primera barra de la izquierda, la más corta, está sombreada significa que el ejercicio es de dificultad baja. Si son dos las barras verticales sombreadas, se trata de un ejercicio de dificultad media. Y si las tres barras están sombreadas implica dificultad alta. A través de ellos se trabajan la CMCT, a través de los ejercicios y la CCL junto a la CMCT cuando resuelven problemas.

En este último texto se separan los ejercicios de los problemas con una sección denominada “Aprende a resolver problemas” donde se plantean preguntas y respuestas que ayudarán al/la discente a crear un patrón de análisis para resolver los problemas. Sin duda se está entrenando el desarrollo de la competencia CCL

En resumen, LM1 es más completo por cantidad y por jerarquización de la sección de actividades. Sin embargo, LM2 incluye la sección de “Aprende a resolver problemas” que es un valor añadido.

5.9. Otras secciones para entrenar competencias transversales

En LM1 se incluyen dos secciones:

- “Ponte a Prueba”, es una sección de evaluación donde se incluyen problemas y actividades PISA —son problemas presentados desde un contexto, extraídos de las pruebas PISA o inspirados en ellas—. Se trabaja especialmente la CMCT y la CCL. Y una sección de autoevaluación con preguntas para evaluar la adquisición de la CMCT. Las soluciones se hallan en las últimas páginas del libro.
- La sección Mates-Magia no se incluye en la Ud. 9. Por lo que no será valorada.

En LM2 se incluyen también dos secciones más:

- “Taller de Matemáticas” donde se trabaja la adquisición de CCL y CSC a través de un nuevo texto histórico bajo el epígrafe “Lee y reflexiona”. La competencia SIEP, más las anteriores CCL y CSC, se trabaja a través del epígrafe “emprender” donde

en este caso invita al alumnado a construir un triángulo pitagórico con la ayuda de una cuerda dividida en 12 tramos iguales con el que se debe construir el triángulo pitagórico 3,4,5. Era este el método usado por constructores de la antigüedad para replantar los edificios. En una última sección se plantean nuevos problemas para entrenar la CMCT y la SIEP.

- Bajo el epígrafe “autoevaluación” se incluyen nuevos ejercicios en la línea de los hechos en la sección de “ejercicios y problemas” y un ítem en el que te avisan que la solución de la autoevaluación está en la Web.

En estas secciones LM2 es más tradicional mientras que LM1 incluye problemas y ejercicios más novedosos como son los PISA. En realidad son secciones extras que pueden trabajarse o no porque no aportan nada nuevo respecto de lo ya trabajado durante la unidad.

No se ha podido hacer una comparación y valoración de los contenidos digitales relacionado con la CD. No tengo acceso a los espacios restringidos donde se alojan las actividades. Ambos textos, tanto LM1 como LM2 usan Geogebra para realizar determinadas actividades haciendo una llamada desde los márgenes de las secciones donde se desarrollan los contenidos curriculares en los libros.

6. Proyección didáctica: El Teorema de Pitágoras.

6.1. Título

El título de la Unidad Didáctica a desarrollar es:

UD 3.1. Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras

En el Apdo. 6.6.3 de este TFM propongo una reestructuración, justificando los motivos de las UD del *Bloque 3. Geometría*.

6.2. Justificación

Desde el punto de vista personal, he decidido desarrollar esta unidad porque durante el *Practicum* tuve la oportunidad de trabajar dos grupos de 2º de la ESO del currículo normalizado y un grupo de PMAR el área de la geometría plana relacionada con el Teorema de Pitágoras. La experiencia fue muy enriquecedora desde el punto de preparar las clases hasta el de impartirlas. Uno de los grandes hándicaps que encontré fue precisamente cómo estaba organizado el contenido de esta unidad en el libro de texto y cómo tuve que adaptarme a las especificaciones del Dpto. de Matemáticas del centro.

El alumnado completaba el currículo a través del libro de texto de ediciones SM del programa Savia (Andalucía), –que se ha trabajado en este TFM como LM1–, aunque no lo seguían de forma literal ya que el profesorado del centro tenía su propia programación más personalizada, tanto en contenido como en planificación, a las

características del alumnado. Según manifestaba el profesorado había contenidos que se repetían respecto del curso anterior y que ese alumnado tenía perfectamente superado. Así mismo, había contenidos relacionados con la “Teoría de Triángulos” que era preciso repasar antes de abordar las Uds. del Teorema de Pitágoras y de Semejanza. En definitiva hubo que reajustar los contenidos. Sin embargo el documento marco sobre el que se elabora toda programación es el currículo oficial.

Por último, es importante tener en cuenta que los contenidos de repaso, si bien ocupan un espacio temporal en la planificación de aula, no pueden evaluarse a nivel oficial por no formar parte del currículo de este curso.

6.2.1. La legislación educativa como referencia del proyecto didáctico

En el documento de 2006/962/CE. Recomendación del parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006 sobre las competencias⁶ para el aprendizaje permanente recomienda a los Estados Miembros la transformación de sus sistemas educativos mediante la utilización de las «Competencias Clave⁷ para el aprendizaje permanente en el marco de referencia europeo» –denominado en el documento de forma abreviada como «Marco de Referencia»–.

La importancia del *Marco de Referencia* radica en que la educación está basada en las ocho Competencias Clave que contribuyen al éxito de la sociedad del conocimiento. Así mismo, hay temas que a lo largo del *Marco de Referencia* aparecen de forma transversal como son: El pensamiento crítico, la creatividad, la capacidad de iniciativa, la resolución de problemas, la evaluación de riesgo, la toma de decisiones y la gestión constructiva de los sentimientos (Comisión Europea., 2007).

La *Ley 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa* –conocida como LOMCE– introdujo el concepto de *Competencia Clave* para objetivar la educación en España. Así, las ocho *competencias básicas* de la LOE pasaron a ser siete y a denominarse *Competencias Clave*. (Ver Tabla 2 en p.44)

En España las competencias legislativas en materia de educación están repartidas entre el gobierno central y los gobiernos autonómicos. El Gobierno central se reserva la regulación para todo el territorio nacional de:

- Contenidos
- Estándares de aprendizaje evaluables
- Horario lectivo mínimo del bloque de asignaturas troncales

⁶ **Competencias:** En el marco de recomendación europea del 2006/962/CE, se definen como una combinación de conocimientos, capacidades y actitudes adecuadas al contexto.

⁷ **Competencias Clave:** En el marco de Recomendación Europea del 2006/962/CE, son todas aquellas competencias que las personas precisan para su realización y desarrollo personales, así como para ciudadanía activa, la inclusión social y el empleo.

- Estándares de aprendizaje evaluables relativos a los contenidos del bloque de asignaturas específicas.

- Determinar los criterios de evaluación del logro de los objetivos de las enseñanzas y etapas educativas y del grado de adquisición de las competencias correspondientes.

Así mismo, deja a las Administraciones Educativas (autonómicas) la regulación de las siguientes materias:

- Complementar los contenidos del bloque de asignaturas troncales.
- Establecer los contenidos de los bloques de asignaturas específicas y de libre configuración autonómica.
- Realizar recomendaciones de metodología didáctica para los centros docentes de su competencia.
- Fijar el horario lectivo máximo correspondiente a los contenidos de las asignaturas del bloque de asignaturas troncales.
- Fijar el horario correspondiente a los contenidos de las asignaturas de los bloques de asignaturas específicas y de libre configuración autonómica.
- Establecer los estándares de aprendizaje evaluables relativos a los contenidos del bloque de asignaturas de libre configuración autonómica.
- Complementar los criterios de evaluación relativos a los bloques de asignaturas troncales y específicas.
- Establecer los criterios de evaluación del bloque de asignaturas de libre configuración autonómica.

Tabla 2. Competencias Clave según el Marco de Referencia y según la LOMCE.

Competencias Clave en el Marco de Referencia	Competencias Clave según la LOMCE
1 Comunicación en la lengua materna	1 CCL - Comunicación Lingüística
2 Comunicación en lenguas extranjeras	
3 Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología	2 CMCT - Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología
4 Competencia digital	3 CD - Competencia digital
5 Aprender a aprender	4 CAA - Aprender a aprender
6 Competencias sociales y cívicas	5 CSC - Competencias sociales y cívicas
7 Sentido de la iniciativa y espíritu de empresa	6 SIEP - Sentido de la iniciativa y espíritu de emprendedor
8 Conciencia y expresión culturales	7 CEC - Conciencia y expresiones culturales

De la LOMCE emanaron una serie de textos legislativos para regular y desarrollar determinados elementos recogidos en dicho texto marco legislativo a nivel nacional. Algunos de ellos son los siguientes:

- **Real Decreto 1105/2014**, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- **Orden ECD/65/2015**, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato.
- **Orden ECD/1361/2015**, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas.

[BOE 21/07/2015] Corrección de errores de la Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas.

En el ámbito territorial de Andalucía, la LOE fue la antesala al texto legislativo propio de la Comunidad Autónoma con la **Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía (LEA)**.

Con motivo de la reforma educativa introducida por la LOMCE el gobierno de la Junta de Andalucía aprobó el **Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía**. Este Decreto “integra las normas de competencia autonómica con las de competencia estatal, a fin de proporcionar una expresión sistemática del régimen jurídico aplicable.” (Junta de Andalucía, 2016). Si el Decreto citado anteriormente venía a ordenar el currículo andaluz, la **Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado**, venía a desarrollarlo.

Por último, en lo relativo a la **Atención a la Diversidad** compete a la Autoridad Educativa autonómica “la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado, que será continua, formativa, integradora y diferenciada según las distintas materias.” (Artículo 14.1 D. 111/2016) por ordenamiento de la legislación de rango superior.

Así pues, la **Orden de 14 de julio de 2016**, citada *ut supra* será, junto al **Decreto 147/2001, de 14 de mayo, por el que se establece la ordenación de la atención educativa a los alumnos y alumnas con necesidades educativas especiales asociadas a sus capacidades personales**, que serían los textos legislativos de referencia en esta materia.

6.2.2. Utilidad práctica del tema

La formación en matemáticas de los miembros de una sociedad garantiza una sociedad capacitada para afrontar y resolver problemas en diferentes contextos de la vida cotidiana que requieren de destrezas como la lógica. Cuando se forma a un/a discente en matemáticas, no solo aprende números y operaciones, sino que aprende a relacionar conocimientos conceptuales con procedimientos a la hora de afrontar problemas del ámbito personal, laboral, social, etc.

Así mismo, las personas con formación matemática adquieren valores basados en “el rigor, el respeto a los datos y la veracidad” (Orden ECD/65/2015, p. 8).

Dentro de las matemáticas la geometría es posiblemente, la más interesante de las áreas de las matemáticas. El entorno cotidiano en el que nos desenvolvemos es casi todo él artificial. Está ocupado y equipado por utensilios fabricados por el ser humano en los que los conocimientos de geometría han sido fundamentales para hacerlos posible. La geometría confiere a las cosas cualidad a través de la forma y cuantía a través de las dimensiones. Sin duda también tiene gran relevancia la materia que las define aunque no entra en el ámbito matemático que nos ocupa. Son muchas las profesiones en las que los conocimientos en matemáticas y dentro de ellas la geometría son fundamentales: arquitectura, ingeniería, carpintería, alfarero, moda, etc.

Las personas, desde que nacemos, nos vemos inmersas en un entorno físico que vamos conociendo a través de la experiencia cognitiva durante nuestro desarrollo madurativo cognitivo. Sin embargo, sólo a través de la educación completamos esa experiencia dotando a los elementos de comprensión y de lógica: las formas dejan de ser solo una forma para tener el nombre de un polígono, un poliedro; ser regular, irregular, estar fabricado con $x \text{ m}^2$ de superficie de material, con una capacidad determinada... etc. O podemos comprender conceptos como la perspectiva, etc.

Si nos centramos en la geometría, los triángulos y Teoremas como el de Pitágoras o el de Tales son de gran importancia en todo lo relacionado con los cálculos en los que haya necesidad de obtener ángulos o distancias mediante triangulación.

Contextualización del centro

6.3.1. El centro y su entorno

El centro que se describe a continuación es el tipo de centro en el que he tenido la oportunidad de hacer las prácticas de este máster, el I.E.S Sierra de la Grana. Tiene las siguientes características:

- Es un centro educativo en la C.A. de Andalucía.
- Es un centro público de gestión pública.
- Es el único centro de ESO en el municipio.

Este centro está ubicado en el municipio jiennense de Jamilena. El centro fue inaugurado en 2006 y comenzó su labor docente en el curso 2006/07. Esta localidad cuenta con el término municipal más pequeño de la provincia de Jaén con 9 Km² y se sitúa en el extremo suroeste de la Comarca Metropolitana de Jaén al pie de la Sierra de la Grana. Aproximadamente el 50% del territorio del término municipal es sierra dedicada a pastos y el otro 50% se destina al cultivo del olivar, es decir, se trata de un centro en un entorno rural a 16 Km de Jaén capital en un municipio con una población de 3.327 habitantes (INE, 2018).



FOTO 1. Ubicación geográfica del municipio

Fuente: <http://www.jamilena.es/el-municipio/localizacion.html>

Este instituto fue inaugurado en 2006 y comenzó a funcionar en el curso 2006/07. Se ubica en la C/ Molino Cañada, s/n, en un área de nueva urbanización en la zona perimetral del municipio.



FOTO 2. Fachada del acceso principal al centro.

FOTO 3. Ubicación geográfica del centro en el municipio.

Fuente: Propia // <https://www.google.com/maps/@37.7471884,-3.9142331,1042m/data=!3m1!1e3?hl=es>

6.3.2. Aspectos socioeconómicos del municipio

Desde el punto de vista socioeconómico, el olivar es la actividad económica principal ya que a pesar de no poseer grandes explotaciones los municipios limítrofes son grandes productores y Jamilena se nutre de ellos. Igualmente ocurre con la industria del ajo. Jamilena no es un municipio dedicado al cultivo y cosechado del ajo pero sí lo procesa (conservación, manipulación, envasado, etc) para poder llevarlo al mercado alimenticio.

La renta per cápita del municipio es de 14.162 € frente a los 23.999 € de Jaén (año 2016), por lo que podría hablarse de un municipio con una población de clase media y media-baja.

Los servicios educativos obligatorios públicos, al tratarse de un municipio tan pequeño, se limitan a un C.E.I.P. (Centro de Educación Infantil y Primaria) y con un solo centro de Educación Secundaria Obligatoria, el Instituto de E.S.O. “Sierra de la Grana”. No existe formación de bachillerato ni formación profesional. El IES en la actualidad cuenta con las siguientes unidades:

6.3.3. Características del centro como Instituto de Educación Secundaria

En el centro **únicamente se imparte Educación Secundaria Obligatoria** habiendo una media de 20 alumnos por clase.

Tabla 3. Unidades docentes del centro durante el curso 2018/19

1º ESO	2 unidades	17 y 18 discentes (35 discentes)
2º ESO	2 unidades.	19 y 20 discentes (39 discentes)
3º ESO	1 unidad	29 discentes
4º ESO	1 unidad	29 discentes

En definitiva, estamos hablando de un centro de Educación Secundaria Obligatoria exclusivamente con las siguientes características:

1. Es un centro Público de titularidad y gestión pública dependiente de la Administración Educativa de la Junta de Andalucía.
2. El centro modelo debe ser único y específico para Educación Secundaria Obligatoria en el ámbito territorial del municipio de carácter rural con menos de 5.000 habitantes.
3. Las instalaciones cumplen *Orden 24 de Enero de 2003 de la Consejería de Educación y Ciencia por la que se aprueban las Normas de Diseño y Constructivas para los Edificios de uso Docente* elaborado en virtud del *Real Decreto 835/2002, de 2 de agosto, por el que se modifican los Reales Decretos 986/1991, de 14 de junio por el que se aprueba el calendario de aplicación de la nueva ordenación del sistema educativo y 1004/1991, de 14 de junio, por el que se establecen los requisitos mínimos de los centros que impartan enseñanza de régimen general no universitarias*, en concordancia en lo que pudiera entrar en controversia con la regulación de mayor rango del *Real Decreto 132/2010, de 12 de febrero, por el que*

se establecen los requisitos mínimos de los centros que impartan las enseñanzas del segundo ciclo de la educación infantil, la educación primaria y la educación secundaria.

4. En él se completa el último nivel educativo obligatorio y el número de unidades escolares o grupos en cada nivel dependerá de la aplicación del *Decreto 9/2017, de 31 de enero, por el que se modifica el Decreto 40/2011, de 22 de febrero, por el que se regulan los criterios y el procedimiento de admisión del alumnado en los centros docentes públicos y privados concertados para cursar las enseñanzas de segundo ciclo de educación infantil, educación primaria, educación especial, educación secundaria obligatoria y bachillerato*, que en el Artículo 5. B) fija en 30 el número máximo de discentes por *unidad escolar*. Esto implica que a partir de 31 discentes se crean dos *unidades escolares* de 15 y 16.
5. En el centro se imparten los cuatro cursos de los que consta la educación secundaria obligatoria habiendo al menos *1 unidad*⁸ por cada curso –Artículo 13 (Real Decreto 132/2010)–.

6.3.4. Instalaciones y materiales que equipan el centro

El centro cuenta con el edificio principal y el pabellón deportivo.

A. Edificio Principal. Cuenta con 2 plantas de manera que en planta baja alberga:

- Cafetería (usada como estudio de radio).
- Secretaría / Conserjería.
- Aula TIC
- Aula de Tecnología.
- Despachos de Dirección y Orientación.
- Sala de Profesores.

En la planta superior están las aulas distribuidas como sigue:

- Departamentos
- Biblioteca
- 1 Aula libre.
- 2 Aulas de PMAR, para 2º y 3º.
- 2 aulas para 1º ESO.
- 2 aulas para 2º ESO.
- 1 aula para 3º ESO.
- 1 aula para 4º ESO.

B. Edificio secundario. Es el pabellón deportivo.

⁸ **Unidad.** Hace referencia al número de grupos en cada nivel de enseñanza.

- C. Instalaciones abiertas.** Pistas deportivas y áreas de juego y descanso equipadas con porterías, canastas y mesas de pimpón.

En cuanto a los **materiales**, cabe destacar que todas las aulas, aparte del mobiliario básico (pupitres y sillas individuales, tablón de corcho, pizarra de tiza, etc.) están equipadas con una pizarra digital y un ordenador de sobremesa en el sitio del/a docente. Existe conexión Wi-fi gratuita en todo el centro.

6.3.5. Equipo de recursos humanos y organigrama el centro

La estructura organizativa del centro es la siguiente:

- 1. Equipo Directivo** constituido por la Directora, la Jefa de Estudios y el Secretario.
- 2. Claustro**, lo conforman el profesorado del centro, en total 20 docentes organizados como sigue:

Tabla 4 Organización de las áreas curriculares.

Área Socio-Lingüística	Dpto. de Francés
	Dpto. de Geografía e Historia
	Dpto. de Inglés
	Dpto. de Lengua
Área Científico-Tecnológica	Dpto. de Ciencias de la Naturaleza
	Dpto. de Matemáticas
	Dpto. de Tecnología
Área Cultural Artística	Dpto. de Educación Física
	Dpto. de Música
	Dpto. de Plástica
Departamento de Orientación	
Departamento de Religión	
Departamento de Formación, Evaluación e Innovación	
Departamento de Actividades Complementarias	
Biblioteca	

Tabla 5. Organización de las áreas curriculares.

Fuente: Web <https://iessierragrana.com/areas-y-departamentos/>

- 3. Consejo Escolar** constituido por:
 - a. Equipo Directivo** del Centro (Directora, Jefa de Estudios y Secretario).
 - b. Representación del profesorado** del Claustro
 - c. Representación de madres, padres y tutores/as legales** en nombre de la A.M.P.A «GEMINELLA» y de la Junta de madres/padres delegados.
 - d. Representación del alumnado** como portavoces de la Junta de alumnos/as delegados.
 - e. Representación del P.A.S.** (Profesionales de Administración y servicios).
 - f. Representación del Ayuntamiento.**
- 4. E.T.C.P.** (Equipo Técnico de Coordinación Pedagógica)

6.4. Descripción del alumnado

6.4.1. Entorno social del alumnado del centro

El alumnado del centro, salvo excepciones de alumnas/os procedentes de otros municipios, proceden del único centro escolar de Infantil y Primaria del municipio, el Colegio Público de Infantil y Primaria “Padre Rejas”. Esto supone que el alumnado que llega a nuestro centro cada año ya se conoce y tiene la misma base pedagógica, incluso esa relación se hace extensible a las familias. Hablamos entonces de un alumnado muy homogéneo dentro de la diversidad. A esto contribuye:

- El tratarse de un municipio pequeño con muy poca diversidad de ocupación profesional.
- La actividad agrícola, la más extendida, contribuye a la relación entre los/las habitantes del municipio a través de las cooperativas agrícolas.
- La merma poblacional debido al período de crisis en el que el municipio aún se halla inmerso.

6.4.2. Perfil del alumnado 2º de ESO

Composición de los grupos de 2º

Este centro, cuenta con 2 unidades escolares en el nivel de 2º de ESO con un total de 40 discentes distribuidos como sigue:

Tabla 6. Grupos de alumnos y nº de sesiones por semana.

CURSO	GRUPO	Nº de alumnos	ASIGNATURA	Nº HORAS LECTIVAS por semana
2º ESO	A	18	MATEMÁTICAS	3h
	B	14		3h
2º P.M.A.R.	A y B (conjunto)	7	MATEMÁTICAS	4h

- **Grupo A:** El grupo contaría con los siguientes perfiles entre su alumnado:
 - o 1 discente en el programa de Diversificación PMAR (Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento)
 - o 18 discentes en programación curricular general con un rendimiento académico bueno/medio
- **Grupo B:** El grupo contaría con los siguientes perfiles entre su alumnado:
 - o 6 discentes en el programa de Diversificación PMAR.
 - o 14 discentes en programación curricular general con un rendimiento académico medio/bajo.

Fundamentando en los principios marcados por la Ley 17/2007 de Educación en Andalucía en el Art. 113.5 de “normalización, inclusión escolar y social, flexibilización, personalización de la enseñanza y coordinación administrativa. Con objeto de proporcionar la respuesta educativa adecuada (...)” al alumnado que se integre en el Programa de Mejora del aprendizaje y Rendimiento (PMAR) se adecuará la metodología a las características específicas del mismo con objeto de que alcance las competencias establecidas por el currículo.

En el ámbito de las ciencias aplicadas, en el que se incluyen las matemáticas, el alumnado en este programa cursa en un grupo aparte del grupo general, situación que hay que tener en cuenta a la hora de programar las actividades.

Los grupos de PMAR suelen ser grupos pequeños por lo que la atención que recibe cada discente por parte del profesorado suele ser muy personalizada y adecuada según la evolución del mismo. El alumnado con Diversidad Funcional de carácter intelectual suele ser un perfil común en estos programas, aunque no son los únicos. Mientras, el alumnado con Diversidad Funcional de carácter cognitivo o físico suele seguir el currículo general sin problemas o con ligeras adaptaciones.

Perfil del alumnado de 2º ESO

En líneas generales se observa que las características físicas y psicológicas del alumnado corresponden a las propias de su desarrollo y edad, sin embargo se observan claras diferencias en cuanto a rendimiento académico entre los integrantes de sendos grupos:

(Donde 1 es muy bajo y 10 muy elevado)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Integrantes conflictivos que alteran el orden en el aula.	A		x							
	B		x							
Alumnado de bajo rendimiento en PMAR	A	x								
	B		x							
Alumnado de bajo rendimiento académico	A			x						
	B						x			
Nivel de motivación	A					x				
	B			x						
Alumnado de alto rendimiento académico	A					x				
	B	x								

Tabla 7. Valoración comparativa de las cualidades del alumnado de 2º. Fuente: Propia.

En líneas generales, en las clases de matemáticas, el alumnado tiende a la dispersión. Durante las explicaciones no permanece en silencio ni concentrado en la materia que se les está explicando y constantemente hacen comentarios impertinentes y fuera de lugar. Las/los docente se ven obligadas/os a proyectar mucho la voz porque el alumnado habla a gritos y continuamente hay murmullo y se están levantando de sus asientos.

Aun así, se observa que el alumnado del grupo A tiene mejor rendimiento académico que el alumnado del grupo B. El del grupo A es un alumnado más eficiente a la hora de asimilar los contenidos de la materia de matemáticas por lo que las clases son más fluidas. El alumnado del grupo B permanece distraído hasta el extremo de ni siquiera tomar apuntes o hacer las correcciones de las actividades que se hacen en clase.

Discentes de sendos grupos reciben la asignatura del área de matemáticas a través del Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento (PMAR). Del alumnado de PMAR (5 Alumnos y 2 Alumnas) 4 alumnos si están en el programa por sus dificultades de aprendizaje por lo que la adaptación que ofrece el programa, perseverando en el contenido curricular para 1ºESO e incluyendo los contenidos conducentes a las competencias clave al nivel más básico de 2ºESO, les resulta algo más favorable. Los otros 3 alumnos que forman parte del programa podrían seguir el programa general pero por circunstancias personales y/o familiares se niegan o no tienen la suficiente motivación como para esforzarse y conseguir titularse con éxito.

Sorprende observar cómo a pesar del esfuerzo hecho por la profesora de matemáticas explicando repetidamente e incidiendo en las partes de la materia de mayor dificultad, a veces incluso bajando el nivel... el alumnado no es capaz de llegar al rendimiento académico óptimo y es que ellos mismos reconocen que “no estudian matemáticas”, si acaso lo hacen “la tarde anterior al examen”.

6.5. Objetivos

6.5.1. Objetivos generales de etapa

El currículo básico en la ESO se desarrolla partiendo de unos objetivos que se esperan conseguir en cada etapa. En base a ellos el alumnado desarrollará las competencias a través de los contenidos. Para hacer un seguimiento del aprendizaje, se marcan unos criterios de evaluación y unos estándares de aprendizaje evaluables en todas las asignaturas.

En Real Decreto 1105/2014 se definen los objetivos como “referentes relativos a los logros que el estudiante debe alcanzar al finalizar cada etapa, como resultado de las experiencias de enseñanza-aprendizaje intencionalmente planificadas a tal fin.

Así mismo establece los objetivos generales de esta etapa educativa que debe contribuir al desarrollo de capacidades y valores que contribuyan a una convivencia en armonía y de respeto que sin duda se van absorbiendo con la convivencia diaria en el aula. Entre otros, los objetivos generales de la etapa son:

« (...)

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

h) Comprender y expresar con corrección, oralmente y por escrito, (...) textos y mensajes complejos, e iniciarse en el conocimiento, (...).

j) Conocer, valorar y respetar los aspectos básicos de la cultura y la historia propias y de los demás, así como el patrimonio artístico y cultural. » (RD 1105/2014, Art. 11)

«a) Conocer y apreciar las peculiaridades de la modalidad lingüística andaluza en todas sus variedades.

b) Conocer y apreciar los elementos específicos de la historia y la cultura andaluza, así como su medio físico y natural y otros hechos diferenciadores de nuestra Comunidad, para que sea valorada y respetada como patrimonio propio y en el marco de la cultura española y universal.» (Decreto 111/2016, Art. 3.2)

6.5.2. Objetivos del área de Matemáticas

La enseñanza de las Matemáticas en la ESO contribuirá a que el alumnado desarrolle principalmente capacidades como:

«1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.

2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos (...)» (Orden 14 de Julio de 2016, BOJA Un. 144 de 28/07/2016, p. 204)

Y concretamente el Bloque de Geometría contribuirá en objetivos como:

«3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor; utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.

5. Identificar las formas y relaciones espaciales que encontramos en nuestro entorno; analizar las propiedades y relaciones geométricas implicadas y ser sensible a la belleza que generan, al tiempo que estimulan la creatividad y la imaginación.

6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.), tanto para realizar cálculos como para buscar, tratar y representar información de índole diversa y también como ayuda en el aprendizaje.

(...)

8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.

(...)

11. Valorar las matemáticas como parte integrante de la cultura andaluza, tanto desde un punto de vista histórico como desde la perspectiva de su papel en la sociedad actual. Aplicar las competencias matemáticas adquiridas para analizar y valorar fenómenos sociales como la diversidad cultural, el cuidado de los seres vivos y el medio ambiente, la salud, el consumo, el reconocimiento de la contribución de ambos sexos al desarrollo de nuestra sociedad y al conocimiento matemático acumulado por la humanidad, la aportación al crecimiento económico desde principios y modelos de desarrollo sostenible y utilidad social o convivencia pacífica.» (Orden 14 de Julio de 2016, BOJA Un. 144 de 28/07/2016, p. 204)

6.5.3. Objetivos específicos de la UD 3.1. Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras

Con la UD. 3.1. *Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras* se pretenden conseguir dos clases de objetivos. Los primeros desde el punto de vista del conocimiento matemático. El primero de ellos, está relacionado con los contenidos de repaso de *Teoría de Triángulos* y no se puede evaluar en este nivel curricular:

1. Reconocer, describir y clasificar tipologías de triángulos.
2. Reconocer el significado aritmético y geométrico del *Teorema de Pitágoras*

Y por otro lado, están los objetivos conducentes a desarrollar las competencias del bloque 1 a través de esta UD. (La numeración corresponde con los criterios de valoración del RD 1105/2014):

En lo relaciona a la resolución de problemas:

1. Expresar verbalmente y de forma razonada el proceso seguido en la resolución de problemas.

2. Saber utilizar procesos de razonamiento y estrategias para resolver problemas, haciendo los cálculos y comprobaciones oportunos.
7. Saber establecer modelos matemáticos como un recurso para resolver problemas de la vida cotidiana.
9. Superar los bloqueos y la inseguridad ante la resolución de situaciones nuevas o desconocidas.
11. Emplear con soltura herramientas tecnológicas modelizando los problemas matemáticos analizando con sentido crítico situaciones que le lleven a la comprensión de los conceptos trabajados.

Otros objetivos conducentes a desarrollar las competencias son:

4. Encontrar y analizar en situaciones diferentes patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos geométricos.
5. Aprender a profundizar en problemas resueltos para plantear variaciones en sus datos, preguntas, contextos, etc.
6. Elaborar y presentar informes con el proceso, resultado y conclusiones del proceso de investigación.
7. Identificar en la vida cotidiana situaciones en las que vea aplicabilidad de la geometría.
8. Positivar la actitud del/la discente frente al quehacer matemático.
10. Reflexionar y aprender tanto de los errores cometidos como de los aciertos de cara a situaciones futuras.
11. Emplear con soltura herramientas tecnológicas con autonomía y sentido crítico.
12. Manejar las TIC para documentarse a través de Internet analizando las fuentes con sentido crítico para cribar las que ciertamente suponen un valor al desarrollo de una investigación.

6.6. Competencias Clave

Descripción general de las Competencias Clave.

En el Apdo. 6.2.1 se listaron las Competencias Clave del sistema educativo español traído a nuestra legislación con la LOMCE desde el *Marco de Referencia* europeo.

La *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la (...) educación secundaria* describe ampliamente cada una de esas competencias en su Anexo I. A continuación se explican brevemente cada una de ellas. De las siete **competencias clave** la que incumbe directamente a las matemáticas es:

La competencia matemática es la tercera *Competencia Clave* reconocida en *marco de referencia*, junto a las *competencias básicas en ciencia y tecnología*. La CMCT se define: «(...) la habilidad para desarrollar y aplicar el razonamiento matemático con el fin de

resolver diversos problemas en situaciones cotidianas.» (Parlamento Europeo y del Consejo, 2006/962/CE) y para ello es necesario el aprendizaje del cálculo y los conocimientos necesarios para adquirirlo. Reviste igual importancia la metodología matemática de pensamiento lógico y espacial así como la interpretación de datos para su representación en gráficos, diagramas, etc. España se hace eco de esas recomendaciones en materia de competencias clave a través de la *Orden ECD/65/2015, de 21 de enero, por la que se describen las relaciones entre las competencias, los contenidos y los criterios de evaluación de la educación primaria, la educación secundaria obligatoria y el bachillerato*.

Para la adquisición de estas habilidades se considera imprescindible el desarrollo cognitivo e intelectual de los ciudadanos y ciudadanas. La competencia matemática es esencial para comprender, interpretar e intervenir en la transformación de la realidad copada por la innovación y la tecnología.

Adquirir la competencia matemática (CMCT) implica el aprendizaje en resolución de problemas y la capacitación en memoria lógica. Si, además, la adquisición de la competencia se hace a través de proyectos de investigación, se contribuye al desarrollo transversal de las demás competencias clave citadas. Que los integrantes de la sociedad adquieran estas competencias depende del desarrollo de una buena regulación legislativa del sistema educativo.

CMCT – Competencia matemática y competencia básica en ciencia y tecnología. Esta competencia es de gran relevancia entre todas las competencias por la repercusión que las matemáticas, la ciencia y la tecnología tienen en el mundo actual. La adquisición de estas competencias está relacionada con la capacidad para el razonamiento, la lógica, la toma de decisiones y la capacidad crítica de los individuos. No se trata de memorizar conceptos llenos de abstracción sino de comprenderlos y adquirir la habilidad aplicarlos a lo largo de nuestra vida. Para el adecuado desarrollo de la competencia matemática hay que abordar cuatro áreas relativas a: Los números, el álgebra, la geometría y la estadística.

Interrelacionadas en nuestro ámbito social y cultural a través de la cantidad o la cuantificación, el espacio y la forma, los cambios en el medio y las relaciones, la incertidumbre y los datos.

Y el resto de competencias que de una u otra forma se desarrollan de forma transversal en el proceso de enseñanza-aprendizaje son:

CAA – Aprender a aprender. Esta competencia hace referencia a la habilidad para aprender a lo largo de la vida, la organización y gestión del aprendizaje, la perseverancia necesaria para no dejar nunca de aprender.

Implica que el alumno desarrolle esa capacidad de iniciar el aprendizaje y persistir en él, organizar sus tareas y tiempo, y trabajar de manera individual o colaborativa para conseguir un objetivo.

CEC – Conciencia y expresiones culturales. Implica tener una actitud abierta y de respeto hacia todas las formas culturales posibles. Enriquecer un espíritu crítico desde el conocimiento, la comprensión y el respeto de esas manifestaciones culturales.

Las ya citadas, CAA y CEC, junto a las competencias que se describen a continuación quedan integradas a través del *Bloque1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas*, de carácter transversal y conducente al desarrollo de todas las Competencias clave. Las demás competencias que nos quedaban por citar son:

CCL – Competencia en Comunicación Lingüística, ya que se obliga al alumnado a hacer lectura comprensiva de los enunciados y comunicar el resultado obtenido con su trabajo.

SIEP – Sentido de la Iniciativa y el Emprendimiento, al obligar al alumnado a establecer una planificación de su trabajo en continua revisión y modificación según las necesidades y el desarrollo de la actividad. Implica la habilidad necesaria para convertir las ideas en actos, como la creatividad o las capacidades para asumir riesgos y planificar y gestionar proyectos.

CD – Competencia Digital, al incentivar al alumnado al uso de la tecnología de forma creativa, segura, responsable y crítica. Es importante que aprendan a cribar las fuentes de información que pueden encontrar en la red para hacer de la suya una investigación seria y veraz digna del esfuerzo que hacen.

CSC – Competencia Social y Cívica, es la competencia que cada discente debe adquirir para interactuar en la sociedad como ciudadana/o dando respuesta a las situaciones sociales que afectan al conjunto de la sociedad. Se trata del aprendizaje de valores cívicos y democráticos que contribuyan a garantizar el bienestar de todas/os. En el contexto que nos ocupa implica una actitud abierta a múltiples y variadas soluciones a una misma cuestión.

Fuente: descripción de competencias (aulaPlaneta, 2015)

Integración de las Competencias Clave con los Objetivos, los Criterios de Evaluación y los Estándares de Aprendizaje.

Las competencias y los objetivos están estrechamente relacionadas. Son las que marcan las estrategias evaluadoras o lo que en la legislación educativa se conoce como criterios de evaluación y por extensión los estándares de aprendizaje evaluables.

En todas las materias, las competencias se adquieren a través del desarrollo de los contenidos del currículo. El RD 1105/2014 establece concretamente cuáles son los

estándares de aprendizaje evaluables que un/a discente debe cumplir para poder superar conseguir los objetivos de la etapa, así se presenta:

Tabla 8. Competencia básica en el ámbito matemático y estándares evaluables.

COMPETENCIA CLAVE	Objetivo	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje	
CMCT Competencia matemática (*)	Reconocer, describir y clasificar las tipologías de triángulos	1	1.2.	1 Define los elementos característicos de los triángulos.
				2 Sabe trazar los triángulos y conoce la propiedad común a cada uno de ellos
				3 Clasifica los triángulos por sus lados y por sus ángulos
	Reconocer el significado aritmético y geométrico del <i>Teorema de Pitágoras</i>	3	3.1.	1 Comprende el significado aritmético y geométrico del <i>Teorema de Pitágoras</i> .
				2 Usa el T.P. para calcular ternas pitagóricas
				3 Comprueba y demuestra el T.P.
			3.2.	1 Aplica el T.P. para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos, áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.

(*)Real Decreto 1105/2014 [BOE Núm. 3 de 3 de enero de 2015, Sec. I. Pág. 412]

En los estándares de aprendizaje que se desarrollan de forma transversal a través del bloque 1, la competencia CMCT siempre está presente ya que ella se convierte en el medio para adquirir las demás. Los demás estándares de aprendizaje que se evaluarán se agrupan en dos: los primeros, los conducentes a conseguir objetivos relacionados con la solución de problemas de diferente índole. Los otros son de carácter general conducentes a desenvolverse en aspectos de la vida cotidiana donde las matemáticas tienen presencia.

Tabla 9. Objetivos, Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Comp. CI. intervinientes en la resolución de problemas.

Objetivo	Crt. Eval.	Estándares de aprendizaje	Com. CI
Expresar verbalmente y de forma razonada el proceso seguido en la resolución de problemas.	1	1 Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada.	CCL
Saber utilizar procesos de razonamiento y estrategias para resolver problemas, haciendo los cálculos y comprobaciones oportunos.	2	1 Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema).	SIEP
		2 Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema.	SIEP
		3 Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su utilidad y eficacia.	SIEP
		4 Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas.	SIEP
Elaborar modelos matemáticos sencillos que le permiten resolver problemas	6	3 Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas.	SIEP
		4 Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad.	CAA
Identificar en la vida cotidiana situaciones en las que vea aplicabilidad de la geometría.	7	1 Reflexiona sobre el proceso y obtiene conclusiones sobre él y sus resultados.	CAA
Desarrollar y cultivar la actitud del/la discente frente al quehacer matemático.	8	1 Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.	CSC
		2 Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.	SIEP
		3 Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso.	CAA

Superar los bloqueos y la inseguridad ante la resolución de situaciones nuevas o desconocidas.	9	Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.	CAA SIEP
Emplear con soltura herramientas tecnológicas modelizando los problemas matemáticos analizando con sentido crítico situaciones que le lleven a la comprensión de los conceptos trabajados.	11	3 Diseña representaciones gráficas para explicar el proceso seguido en la solución de problemas, mediante la utilización de medios tecnológicos.	CAA

Tabla 10. Objetivos, Criterios de Evaluación, Estándares de Aprendizaje y Comp. Cl. intervinientes en diferentes aspectos de la vida cotidiana donde las matemáticas tienen presencia.

Objetivo	Ct.	Estándares de aprendizaje	Com.Cl
Encontrar y analizar en situaciones diferentes patrones, regularidades y leyes matemáticas en contextos geométricos.	4	1 Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución.	CAA
		2 Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones entre el problema y la realidad.	CAA
Aprender a profundizar en problemas resueltos para plantear variaciones en sus datos, preguntas, contextos, etc.	5	1 Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico y estadístico-probabilístico	CCL CAA SIEP
Elaborar y presentar informes con el proceso, resultado y conclusiones del proceso de investigación.	6	1 6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés.	SIEP
		2 Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.	SIEP
Desarrollar y cultivar la actitud del/la discente frente al quehacer matemático.	8	4 Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas.	CEC

Reflexionar y aprender tanto de los errores cometidos como de los aciertos de cara a situaciones futuras.	10	1 Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones futuras similares.	CAA CSC CEC
Emplear con soltura herramientas tecnológicas con autonomía y sentido crítico.	11	4 Recrea entornos y objetos geométricos con herramientas tecnológicas interactivas para mostrar, analizar y comprender propiedades geométricas.	CD
Manejar las TIC para documentarse a través de Internet analizando las fuentes con sentido crítico para cribar las que ciertamente suponen un valor al desarrollo de una investigación.	12	1 Elabora documentos digitales propios (texto, presentación, imagen, video, sonido,...), como resultado del proceso de búsqueda, análisis y selección de información relevante, con la herramienta tecnológica adecuada y los comparte para su discusión o difusión	CD
		2 Utiliza los recursos creados para apoyar la exposición oral de los contenidos trabajados en el aula.	SIEP
		3 Usa adecuadamente los medios tecnológicos para estructurar y mejorar su proceso de aprendizaje recogiendo la información de las actividades, analizando puntos fuertes y débiles de su proceso académico y estableciendo pautas de mejora.	CD

6.7. Contenidos

6.7.1. Los contenidos de Matemáticas de 2º de ESO según la Orden (Estatal) ECD/1361/2015 y la Orden (Andaluza) de 14 de Julio de 2016.

En el apartado 6.2.1 se citaron dos textos legislativos de ámbito estatal que desarrollan el currículo de la ESO y que están vigentes. Esos textos son:

- **Real Decreto 1105/2014**, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.
- **Orden ECD/1361/2015**, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas.

[BOE 21/07/2015] Corrección de errores de la Orden ECD/1361/2015, de 3 de julio, por la que se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula

su implantación, así como la evaluación continua y determinados aspectos organizativos de las etapas.

Así mismo, el texto legislativo autonómico que desarrolla el currículo en Andalucía es: ***la Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado.***

De todos los citados, el primer documento legislativo que desarrolló el currículo fue el RD 1105/2014 para todo el territorio nacional. En él, el contenido junto a sus criterios de evaluación y sus estándares de aprendizaje para la asignatura de Matemáticas en primer ciclo de la ESO no diferenciaba entre 1º y 2º.

En la p. 409 y 410 del BOE nº3 del Sábado 3 de Enero de 2015 se halla publicado el RD 1105/2014. En estas dos páginas y mediante un cuadro se describen los contenidos de la asignatura de matemáticas para 1º y 2º de ESO. En este texto, no se desglosa qué contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje son específicos para el primer curso y cuáles lo son para el segundo. A continuación se reproducen la sección de contenidos de todo el ciclo por bloques:

Tabla 11. Contenidos curriculares para 1º y 2º ESO según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre *por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*

Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas

Planificación del proceso de resolución de problemas.

Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.

Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.

Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.

Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.

Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:

- a) la recogida ordenada y la organización de datos;
- b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
- c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
- d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;

- e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;
- f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Bloque 2. Números y álgebra

Divisibilidad de los números naturales. Criterios de divisibilidad. Números primos y compuestos. Descomposición de un número en factores primos. Múltiplos y divisores comunes a varios números. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales. Números negativos. Significado y utilización en contextos reales. Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones. Operaciones con calculadora. Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones. Números decimales. Representación, ordenación y operaciones. Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones. Significados y propiedades de los números en contextos diferentes al del cálculo: números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc. Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural. Operaciones. Potencias de base 10. Utilización de la notación científica para representar números grandes. Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas. Estimación y obtención de raíces aproximadas. Jerarquía de las operaciones. Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales. Razón y proporción. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad. Resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales. Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos. Iniciación al lenguaje algebraico. Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa. El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica. Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos. Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas. Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.

Bloque 3 geometría

Elementos básicos de la geometría del plano. Relaciones y propiedades de figuras en el plano: Paralelismo y perpendicularidad. Ángulos y sus relaciones. Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades. Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones. Medida y cálculo de ángulos de figuras planas. Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de áreas por descomposición en figuras simples. Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares. Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.

Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. Razón de semejanza y escala. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes. Poliedros y cuerpos de revolución. Elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes. Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros. Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico. Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Bloque 4. Funciones

Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados. El concepto de función: Variable dependiente e independiente. Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). Crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos relativos. Análisis y comparación de gráficas. Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta. Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.

Bloque 5. Estadística y probabilidad

Población e individuo. Muestra. Variables estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas. Frecuencias absolutas y relativas. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Diagramas de barras, y de sectores. Polígonos de frecuencias. Medidas de tendencia central. Medidas de dispersión. Fenómenos deterministas y aleatorios. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación. Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación. Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables. Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.

Posteriormente, en la **Orden ECD/1361/2015**, de ámbito estatal, sí se hizo una regulación explícita de contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables para sendos cursos. Esto se recoge en el BOE nº 173 del martes 21 de Julio de 2015, en la Sec. I, página 60900 a 6098 (los de 1º de ESO) y de la 60908 a 60917 (los de 2º de ESO). Aproximadamente, un año después mediante la **Orden de 14 de julio de 2016** entró en vigor el currículo de Andalucía que también desglosa los contenidos fundamentándose en la Orden ECD/1361/2015 para uno y otro nivel aunque con algunos matices.

En el Apdo. 5.4.1 de este TFM, se vio un estudio comparativo sobre los contenidos de los textos legislativos que desarrollan el currículo, tanto la Orden ECD/1361/2015 de ámbito estatal como la Orden de 14 de Julio de 2016, de ámbito autonómico para Andalucía. Ambas establecían los mismos contenidos para 2ºESO en el *Bloque 3*.

Geometría. De este bloque es del que se va a desarrollar la UD y se tendrá en cuenta en todo el momento el contenido del bloque transversal, el Bloque 1.

6.3.1. La estructura en Uds. de los libros de texto de referencia en relación con el currículo

Tabla 12. Integración del desarrollo del contenido del Bloque 3. Geometría con las Uds. de LM1 y LM2

LM1		Bloque 3. Geometría	LM2	
Ud	Pto.		Pto.	Ud
10	4	Triángulos rectángulos.	5	10
9	3	El teorema de Pitágoras	1	9
	4	Justificación geométrica y aplicaciones	1,2,3	
10	1	Semejanza: figuras semejantes.	1	10
		Criterios de semejanza.		
	2,3,5	(Teorema de Tales. Triángulos semejantes)	4, 5, 6	
	1, 7	Razón de semejanza y escala.	2, 3	
	6	Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	1	
11		Poliedros y cuerpos de revolución.		11
		Elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes.		
	2 a 7	Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.	1 a 10	
	2 a 7	Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico	1 a 6	12
Actividades Geogebra		Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	Actividades web	

En el el Apdo. 5.5. y 5.7 comparamos tanto los contenidos como el desarrollo de los mismos, respectivamente, pero se dejó para este apartado la integración de los contenidos curriculares respecto de los contenidos en los libros de texto LM1 y LM2.

En la tabla se muestra la relación de contenidos del bloque de geometría de 2º ESO en el currículo y dónde se localizan en los libros LM1 y LM2.

6.3.2. Estructuración del Bloque 3. Geometría en Unidades Didácticas

Desde el punto de vista pedagógico, propongo en este TFM, que el *Bloque 3. Geometría*, se estructure en las Unidades Didácticas que describo en este apartado, después de estas líneas.

Desde mi punto de vista, las Uds. 9 y 10 de sendos libros de texto de referencia, las programaría en 3 UD ya que considero que la parte curricular de “Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas” no queda integrada convenientemente dentro del desarrollo teórico-práctico de los libro de texto.

Teniendo en cuenta que hablamos de discentes de 2º ESO, considero así mismo, que el desglose, en un solo nivel de epígrafe, efectuado por los libros de texto se abstrae con

términos matemáticos y no dan información suficiente al/la discente como para hacerse una idea sobre qué se va a trabajar en la unidad.

No obstante, y puesto que el alumnado tiene que contar con un libro de texto, me decanto por la utilización del libro de referencia LM1 –ver identificación en Apdo. 5.2– por las razones expuestas en el Apdo. 5.1 de este TFM.

Así pues, propongo la siguiente estructura en 7 UD numeradas de 3.1 a 3.7 donde “3” es el número de bloque según el currículo oficial:

UD 3.1 Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras	
3.1.1	Repasamos teoría de triángulos
	1. Definición de triángulo.
	2. Elementos de un triángulo
	3. Algunas consideraciones acerca de los triángulos
	4. Rectas y puntos notables de un triángulo
	5. Clasificación de triángulos
3.1.2	Triángulos rectángulos I.
	1. Definición y elementos
	2. Teorema de Pitágoras. Justificación geométrica.
	3. El tipo de triángulo aplicando el Teorema de Pitágoras.
	4. ¿Qué es una terna pitagórica?
	5. Aplicaciones del Teorema de Pitágoras
3.1.3	Uso de aplicaciones TIC para comprender los triángulos y sus teoremas
	1. Comprobemos la teoría de triángulos con la práctica en Geogebra.
	2. Demostración del Teorema de Pitágoras con Geogebra
UD 3.2 Semejanza de figuras	
3.2.1	Definiciones relacionas con el concepto de semejanza
	1. Definición de semejanza.
	2. Definición de razón de semejanza
	3. Definición de polígonos semejantes
3.2.2	Teorema de Tales
	1. Definición
	2. Aplicaciones del Teorema de Tales
3.2.3	Triángulos semejantes
	1. Triángulos en posición Tales
	2. Semejanza de triángulos
	3. Semejanza en triángulos rectángulos
3.2.4	Triángulos rectángulos II.
	1. Relación de semejanza en triángulos rectángulos
	2. Teorema del cateto
	3. Teorema de la altura

UD 3.3. Razón de semejanza, construcción de figuras semejantes

3.3.1 Definición de:

1. Razón de semejanza y escala
2. Razón de longitudes entre dos figuras semejantes
3. Razón de áreas entre dos figuras semejantes
4. Razón de volúmenes entre dos figuras semejantes.

3.3.2 Construcción de figuras semejantes

1. Aplicando el teorema de Tales
2. Aplicando el método de la cuadrícula
3. Aplicando el método de la proyección.
4. Mapas, planos y maquetas

3.3.3 Herramientas TIC para:

1. Trabajar la escala en mapas, planos y maquetas.
2. La construcción de figuras semejantes.

UD 3.4. Cuerpos geométricos I

3.4.1 Elementos de la geometría del espacio

1. Punto, recta plano.
2. Posición relativa de las rectas y los planos
3. Ángulos diedros

3.4.2 Poliedros

1. Definición y elementos.
2. Poliedro cóncavo y convexo.
3. Teorema de Euler que relaciona número de caras y vértices de un poliedro.
4. Poliedro regular o platónico
5. Poliedro irregular o aquimediano
6. Secciones planas de los poliedros
- 7.

3.4.3 Medida de área y volumen

[repaso]

1. Magnitudes de superficie
2. Magnitudes de volumen
3. Principio de Cavalieri

UD 3.5. Cuerpos geométricos II

3.5.1 Prismas

1. Definición y tipos
2. Área y volumen

3.5.2 Pirámides

1. Definición y tipos
2. Área y volumen

3.5.3 Tronco de Pirámide

1. Definición y tipos
2. Área y volumen

3.5.4 Cuerpos de redondos o de revolución

1. Definición
2. Tipos

3.5.5 Cilindro

1. Definición y desarrollo
2. Área y volumen
3. Secciones del cilindro

3.5.6 Cono

1. Definición y desarrollo
2. Área y volumen
3. Secciones del cono

3.5.7 Tronco de cono

1. Definición y desarrollo
2. Área y volumen
3. Secciones del tronco de cono

3.4.8 Esfera

1. Definición y desarrollo
2. Área
3. Secciones de la esfera
4. Volumen de la esfera y justificación de su fórmula.
5. Relación entre el volumen del cono, la semiesfera y el cilindro

UD 3.6. Cuerpos geométricos II

3.4.3 Prismas

1. Definición y tipos
2. Área y volumen

3.4.4 Pirámides

1. Definición y tipos
2. Área y volumen

3.4.5 Tronco de Pirámide

1. Definición y tipos
2. Área y volumen

3.4.6 Cuerpos de redondos o de revolución

1. Definición
2. Tipos

3.4.7 Cilindro

1. Definición y desarrollo
2. Área y volumen
3. Secciones del cilindro

3.4.8 Cono

1. Definición y desarrollo
2. Área y volumen
3. Secciones del cono

3.4.9 Tronco de cono

1. Definición y desarrollo
 2. Área y volumen
 3. Secciones del tronco de cono
-

3.4.10 Esfera

1. Definición y desarrollo
2. Área
3. Secciones de la esfera
4. Volumen de la esfera y justificación de su fórmula.
5. Relación entre el volumen del cono, la semiesfera y el cilindro

UD 3.7. Longitudes, superficies y volúmenes en el mundo físico

- 3.7.1 Toma de datos en nuestro entorno. Herramientas y técnicas
- 3.7.2 Construcción de modelos de cuerpos geométricos de nuestro entorno
 1. Modelos a escala. Maqueta
 2. Modelos informáticos virtuales 3D. Aplicación Sketchup

6.3.3. Desarrollo de los contenidos teóricos de la UD 3.1. Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras

Contenidos de la UD

Independientemente del índice general que pueda contener cualquier libro o programación didáctica, el encabezado de cada unidad didáctica debe contar con su propio índice. La UD 3.1. contará con los siguientes contenidos:

UD 3.1 Teoría de Triángulos y Teorema de Pitágoras

- 3.1.1 Repasamos teoría de triángulos
 1. Definición de triángulo.
 2. Elementos de un triángulo
 3. Algunas consideraciones acerca de los triángulos
 4. Rectas y puntos notables de un triángulo
 5. Clasificación de triángulos
- 3.1.2 Triángulos rectángulos I.
 1. Definición y elementos
 2. Teorema de Pitágoras. Justificación geométrica.
 3. Averiguamos qué tipo de triángulo es aplicando el Teorema de Pitágoras.
 4. ¿Qué es una terna pitagórica?
 5. Aplicaciones del Teorema de Pitágoras
- 3.1.3 Uso de aplicaciones TIC para comprender los triángulos y sus teoremas
 1. Comprobemos la teoría de triángulos con la práctica en Geogebra.
 2. Demostración del Teorema de Pitágoras con Geogebra

Desarrollo teórico de los contenidos UD 3.1 para 2ºESO

3.1.1 Repasamos teoría de triángulos

Objetivos: Reconocer, describir y clasificar las tipologías de triángulos

Com.Cl. CMCT

Criterios de evaluación: —

La *Orden 14 de Julio de 2016* del CrA establece este contenido en 1ºESO. Sin embargo, por motivos pedagógicos es necesario repasarlo para mejorar la comprensión del resto de la UD. Estos contenidos, por tanto, no pueden ser objeto de evaluación en

este nivel. Sin embargo, es necesario tenerlo en cuenta en el contenido de la UD de cara a la temporalización de las sesiones.

Observaciones:

En toda sesión de aula en la que el/la docente explique los conceptos teóricos propios de la UD, deben acompañarse de su correspondiente representación gráfica. Pueden presentarse en el aula mediante diapositivas, gráficos buscados en internet, o hacerlos durante el trascurso de la explicación usando programas informáticos como Geogebra o las aplicaciones propias de la Pizarra digital.

1. Definición de Triángulo: porción del plano limitada por tres rectas que se cortan dos a dos.

2. Elementos del Triángulo:

a. Vértice. Son los puntos donde se intersectan las rectas que configuran el triángulo.

Se designan con letras mayúsculas, A , B , C

b. Lado. Es cada segmento de recta que define al polígono. Se designan con letras minúsculas similar a la del vértice opuesto a él, a , b , c

c. Ángulo (interior). Es la región del plano delimitada por dos segmentos adyacentes.

Se designan como el vértice con un 'ángulo' encima, $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$, o con las letras griegas, (α, β, γ) , según nos convenga en cada situación.

d. Ángulo exterior. Es el ángulo que forman un lado del triángulo con la prolongación del otro.

3. Algunas consideraciones acerca de los triángulos:

Teorema 1. *La suma de los tres ángulos interiores de un triángulo cualquiera es 180°*

Ejercicio. Demostración de este teorema lámina incluida en el Anexo I. Material Didáctico

Teorema 2. Los ángulos, interior y exterior de un triángulo son suplementarios, es decir, suman 180° .

Teorema 3. Un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos interiores no adyacente.

4. Rectas y puntos notables de un triángulo, hay tres rectas notables de cada tipo en un triángulo.

Base, puede ser cualquiera de los lados del triángulo.

Altura, es el segmento perpendicular a un lado o su prolongación que pasa por el vértice opuesto a éste. Las tres alturas se cortan en un punto llamado **ortocentro**.

Mediana, es el segmento de la recta que pasa por el punto medio de un lado con el vértice opuesto. Las tres medianas se cortan en un punto llamado **baricentro**.

Bisectriz Interior, es la recta que divide el ángulo interior del triángulo en dos ángulos iguales. Las tres bisectrices interiores de un triángulo se cortan en un punto llamado **incentro**.

Bisectriz exterior, es la bisectriz de un ángulo exterior.

Mediatriz, es la recta perpendicular a un lado cualquiera en su punto medio. Las tres mediatrices de un triángulo se cortan en un punto llamado **circuncentro**.

Paralelas medias, son las rectas que se obtienen uniendo los puntos medios de los lados.

5. Clasificación de triángulos

A. atendiendo a las dimensiones de sus lados.

Atendiendo a sus lados los triángulos pueden ser:

Equiláteros, cuando los tres lados tiene la misma longitud.

Isósceles, cuando dos lados tiene la misma longitud y el otro es distinto.

Escaleno, cuando cada lado tiene una dimensión diferente.

B. Tipos de triángulos atendiendo a la amplitud de sus ángulos.

Si nos centramos en la amplitud de los ángulos interiores del triángulo, estos pueden ser:

Rectángulo, uno de los ángulos tiene 90° , es decir, es recto. En este caso, los lados tienen nombre de forma que:

Se le llama **cateto** a cada uno de los lados que conforman el ángulo de 90° . Se llama **hipotenusa** al lado opuesto a dicho ángulo recto, además es el más largo de los tres lados.

Acutángulo, cuando los tres ángulos son inferiores a 90° , es decir, son agudos

Obtusángulo, cuando uno de los tres ángulos es mayor a 90° , es decir, es obtuso.

3.1.2 Triángulos rectángulos I.

Objetivos: Reconocer el significado aritmético y geométrico del *Teorema de Pitágoras*

Com.Cl. CMCT, CAA, SIEP, CEG

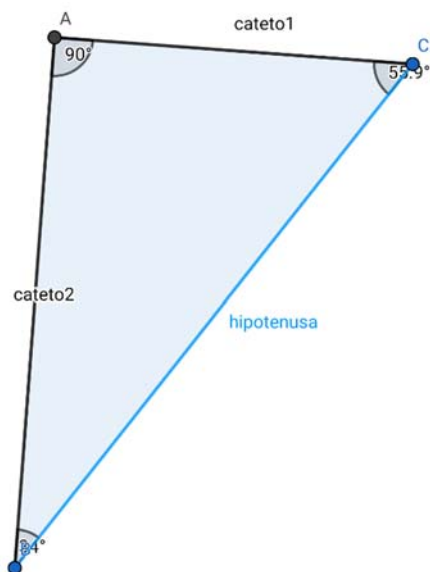
Criterios de evaluación: 3

1. Definición y elementos del triángulo rectángulo. El triángulo rectángulo, como ya se explicó en el apartado anterior, es aquel que tiene un ángulo interior de 90° de amplitud.

Hipotenusa. Es el lado opuesto al ángulo recto (90°), del triángulo. Lo designaremos 'Hip.'

La hipotenusa siempre es más larga que cualquiera de los catetos.

Cateto. Es cada uno de los lados del triángulo que forman el ángulo recto, en la Fig. 24 los hemos llamado cateto1 (y lo designaremos, c_1) y cateto2 (y lo designaremos, c_2).



Nota: No designes a la hipotenusa h , porque en triángulos la usábamos para designar la altura de un triángulo (procedente del inglés, *height*).

Fuente: Elaboración propia.

Fig. 24. Designación de los elementos de un triángulo rectángulo

2. Teorema de Pitágoras. Justificación geométrica.

Teorema de Pitágoras: En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Es decir, $Hip.^2 = c1^2 + c2^2$

Observaciones:

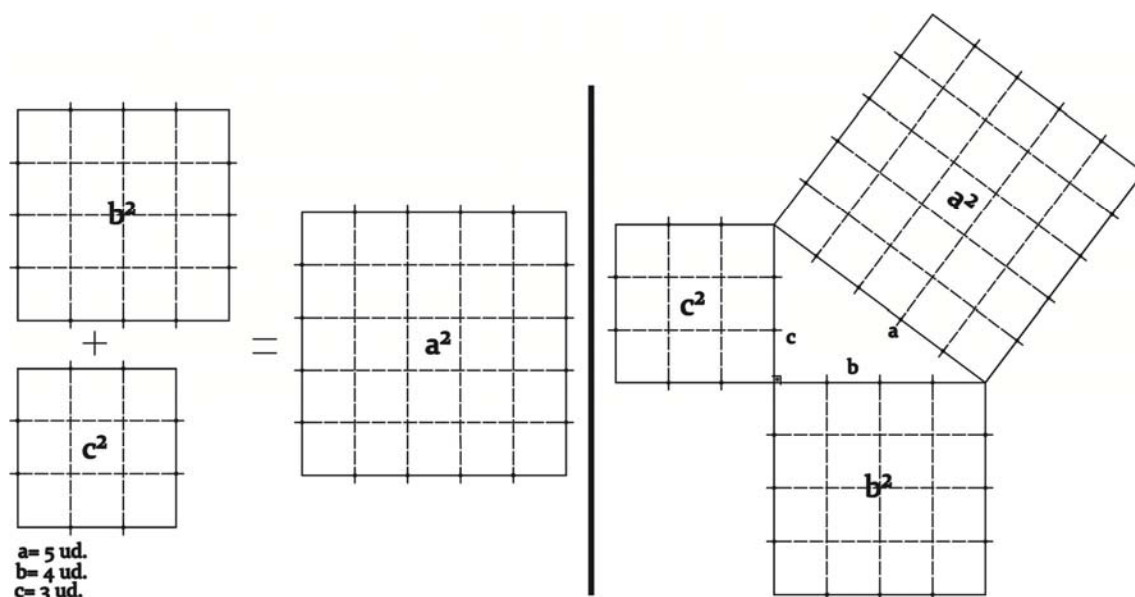
En LM1 se define el Teorema de Pitágoras como: “En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa, a , es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, b y c . $a^2 = b^2 + c^2$.”

El mismo se acompaña del gráfico de un triángulo rectángulo donde a – hipotenusa y b, c – son los catetos.

Sin embargo, hay que incidirle al alumnado en que no deben aprender esta fórmula de memoria porque podría ocurrir que se designen a los lados del triángulo rectángulo de otra manera para lo cual la aplicación de la misma no sería correcta.

Justificación geométrica. Son muchas las demostraciones geométricas que pueden hacerse del teorema de Pitágoras. Algunas de ellas, las más conocidas, se muestran en la página siguiente.

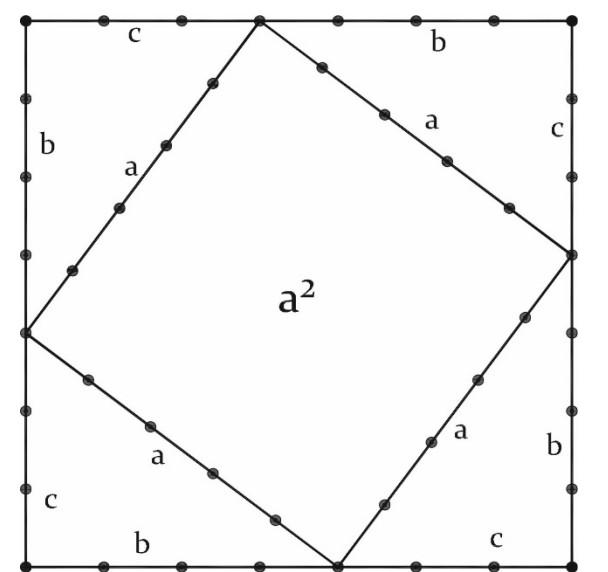
a) Construcción de los tres cuadrados sobre los lados de un triángulo rectángulo.



Fuente: Elaboración propia.

Fig. 25. Demostración gráfica a del Teorema de Pitágoras

b) Construyendo un cuadrado de lado $b + c$



Fuente: Elaboración propia.

Fig. 26. Demostración gráfica b del Teorema de Pitágoras

Veamos además la comprobación algebraica:

(1) El área del cuadrado grande es:

$$A_g = (b + c) \cdot (b + c) = b^2 + 2bc + c^2$$

El área del cuadrado pequeño es:

$$A_p = (a \cdot a) = a^2$$

(2) Hay 4 triángulos iguales, el área de todos ellos es:

$$4 \cdot A_t = 4 \cdot \frac{b \cdot c}{2} = 2 \cdot b \cdot c$$

El área del cuadrado grande (A_g) es igual, además, a la suma de los 4 triángulos y del cuadrado pequeño:

$$A_g = a^2 + 2bc$$

Igualando entonces (1) y (2):

$$b^2 + 2bc + c^2 = a^2 + 2bc$$

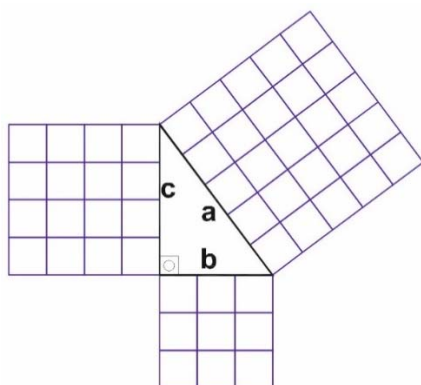
$$b^2 + 2bc + c^2 - 2bc = a^2$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

3. El tipo de triángulo aplicando el Teorema de Pitágoras.

Podemos usar el Teorema de Pitágoras para determinar si un triángulo es rectángulo, acutángulo u obtusángulo. Para ello hay que preguntarse:

¿Es a^2 igual [=] que $b^2 + c^2$?



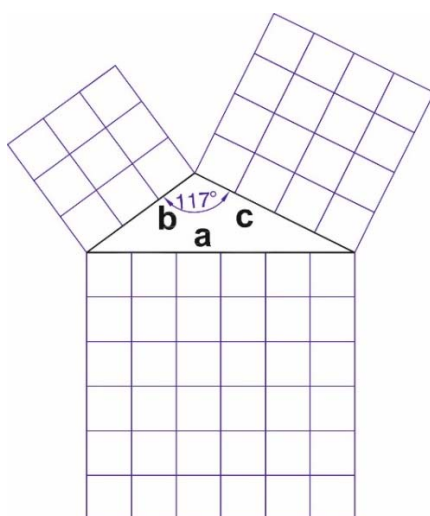
Si $a^2 = b^2 + c^2$, el triángulo es **rectángulo**

Cuenta el número de cuadraditos en los que se divide cada cuadrado construido sobre cada lado y comprueba cómo la suma de cuadraditos de la hipotenusa es igual a todos los cuadraditos que hay entre los dos catetos.

$$5^2 = 3^2 + 4^2 \rightarrow 25 = 25$$

Fuente: Elaboración propia.

< Fig. 27. Un triángulo es rectángulo si $a^2 = b^2 + c^2$



Si $a^2 > b^2 + c^2$, el triángulo es **obtusángulo**

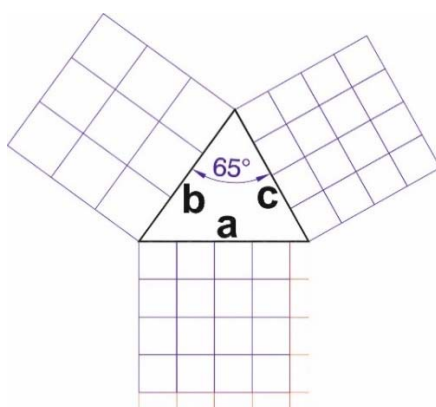
Cuenta el número de cuadraditos en los que se divide cada cuadrado construido sobre cada lado y comprueba cómo la suma de cuadraditos de en la supuesta hipotenusa es mayor a todos los cuadraditos que hay entre los dos catetos.

Observa ahora el supuesto ángulo recto y observa que es mayor de 90°. Recuerda que cuando un triángulo tenía un ángulo obtuso se clasificaba por sus ángulos como obtusángulo.

$$6^2 > 3^2 + 4^2 \rightarrow 36 > 25$$

Fuente: Elaboración propia.

< Fig. 28. Un triángulo es obtusángulo si $a^2 > b^2 + c^2$



Si $a^2 < b^2 + c^2$, el triángulo es **acutángulo**

Cuenta el número de cuadraditos en los que se divide cada cuadrado construido sobre cada lado y comprueba cómo la suma de cuadraditos en la supuesta hipotenusa es menor a todos los cuadraditos que hay entre los dos catetos.

Observa ahora el supuesto ángulo recto y observa que es menor de 90°. Los tres ángulos son entonces agudos, es un triángulo acutángulo.

$$4,5^2 < 3^2 + 4^2 \rightarrow 20,25 < 25$$

Fuente: Elaboración propia.

Fig. 29. Un triángulo es acutángulo si $a^2 < b^2 + c^2$

Observa el triángulo sobre el que te preguntan. Averiguar cuál de los tres lados es el más largo, consideraremos que este es la Hipotenusa, puedes llamarla a o Hip . Esta vez la llamaremos a . Hecho esto, los otros lados son los supuestos catetos, los designaremos indistintamente b y c .

4. ¿Qué es una terna pitagórica? Si tres números naturales: a , b , c cumplen el teorema de Pitágoras: $a^2 = b^2 + c^2$ se dice que forman un *terna pitagórica*. En realidad, estamos diciendo que las tres longitudes que constituyen el triángulo rectángulo son medidas exactas, no tienen decimales. Algunas de esas ternas son:

¡Recuerda! a (*hipotenusa*) es el mayor de los tres lados del triángulo rectángulo

03,4,5. Comprobemos: $3^2+4^2=5^2$; $9+16=25$.

06,8,10. Comprobemos: $6^2+8^2=10^2$; $36+64=100$

Otras ternas son por ejemplo:

5,12,13	8,15,17	12,35,27
7,24,25	9,40,41	11,60,61

¡Muy importante! Si tres números a , b , c constituyen una terna pitagórica, también lo serán ka , kb , kc donde k es otro número natural. Observa:

3,4,5 es una terna pitagórica, si tomamos un valor de $k=3$ se convertiría en **(3·3),(3·4),(3·5) → 9,12,15**. Comprobemos si se sigue corroborando el teorema: $9^2+12^2=15^2 \rightarrow 81+144=225$

5. Aplicaciones del Teorema de Pitágoras.

A. Cálculo de un lado del triángulo rectángulo teniendo los otros dos.

Situación 1. Si de un triángulo rectángulo, conocemos la longitud de los dos catetos podemos hallar la longitud de la hipotenusa como sigue:

$$Hip.^2 = c_1^2 + c_2^2 \rightarrow Hip. = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$$

Situación 2. Si en un triángulo rectángulo, conocemos la hipotenusa y un cateto, por ejemplo c_1 , podemos hallar la longitud del otro cateto despejando de la ecuación del teorema como sigue:

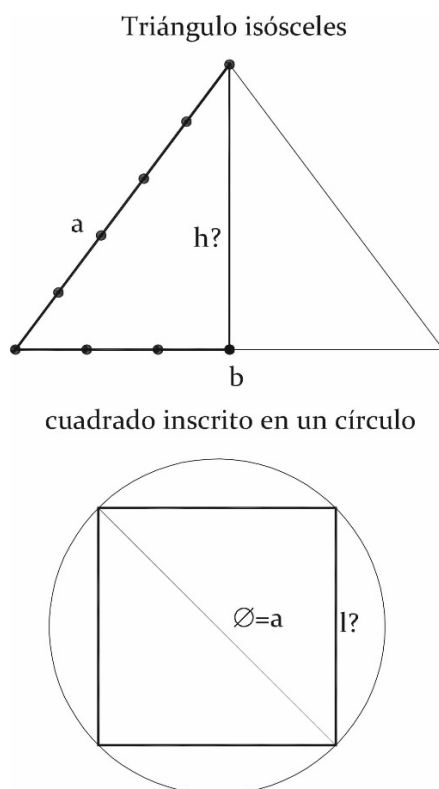
$$Hip.^2 = c_1^2 + c_2^2 \rightarrow Hip.^2 - c_2^2 = c_1^2, \text{ que es lo mismo que decir:}$$

$$c_1^2 = Hip.^2 - c_2^2 \rightarrow c_1 = \sqrt{Hip.^2 - c_2^2}$$

Ejemplos: Ejercicios (Db – Dificultad baja) en LM1, pag. 191 → 15, 16.

B. Cálculo de longitudes –lado, diagonal, apotema,...– de figuras geométricas que se pueden descomponer en triángulos rectángulos.

Ejemplos: Ejercicios Db en LM1, pag. 193 → 22 a 28.



Sabido que el de la figura es un triángulo isósceles, hallar la dimensión de la altura.

O dado un cuadrado inscrito en una circunferencia de diámetro conocido, halla el lado del cuadrado.

Sol. La diagonal del cuadrado coincide con el diámetro de la circunferencia y forma un triángulo rectángulo. En un cuadrado todos los lados miden lo mismo, entonces:

$$\emptyset = Hip. = a$$

$$a^2 = l^2 + l^2 \rightarrow a^2 = 2l^2 \rightarrow l^2 = \frac{a^2}{2}$$

$$l = \sqrt{\frac{a^2}{2}}$$

Fuente: Elaboración propia.

Fig. 30. Un triángulo es rectángulo si $a^2=b^2+c^2$

3.1.3 Uso de aplicaciones TIC para comprender los triángulos y sus teoremas

1. Comprobemos la teoría de triángulos con la práctica en Geogebra.
2. Demostración del Teorema de Pitágoras con Geogebra

Objetivos: Emplear herramientas tecnológicas adecuadamente, de forma autónoma aplicada a triángulos.
 Buscar información en internet para conocer otras demostraciones del Teorema de Pitágoras.

Com.Cl. CMCT, CD, SIEP

Criterios de evaluación: [Bloque 1] 11, 12.
 [Bloque 3] 3

Se desarrollará en el aula TIC. Y serán eminentemente práctica. El/la docente, en este caso marcará directrices y explicaciones relacionadas con el uso de la aplicación informática.

1. Cada discente, construirá haciendo uso de Geogebra un triángulo cualquiera y determinará sus rectas y puntos notables.
2. El alumnado hará una búsqueda en la web de otras demostraciones gráficas del Teorema de Pitágoras y la construirán y comprobarán con el uso de Geogebra

6.4. Metodología

La legislación educativa recomiendan metodologías educativas en el que “el proceso de enseñanza-aprendizaje competencial debe caracterizarse por su transversalidad, su dinamismo y su carácter integral” (D 111/2016, Art. 7) donde el/la docente sea un/a

orientador/a que encamina el desarrollo a su alumnado y se ajusta al nivel competencial de partida de sus discentes sin perder de vista la atención a la diversidad.

Así mismo, en la medida de lo posible, se emplearán metodologías activas por parte del alumnado para favorecer “la implicación del alumnado en su propio aprendizaje, estimular la superación individual, el desarrollo de todas sus potencialidades, fomentar su auto concepto y su autoconfianza, y los procesos de aprendizaje autónomo, y promover hábitos de colaboración y de trabajo en equipo.

Esta Unidad Didáctica que se plantea está dirigida al alumnado de 2º curso de la Educación Secundaria Obligatoria del centro descrito y contemplará las adecuaciones curriculares necesarias para los tres tipos de alumnado que se encuentra en este nivel:

1. Alumnado en línea curricular general.
2. Alumnado del *Programa de Mejora del Aprendizaje y Rendimiento*.

La proyección didáctica del tema contemplará metodologías diferentes adaptadas a las necesidades educativas para cada tipo de alumnado pero convergerán dado que los objetivos son los mismos.

Las actividades conducentes a los objetivos de esta UD se llevarán a término en un total de 9 sesiones de clase lo que implica 3 semanas completas puesto que en 2º de ESO el alumnado tiene una carga lectiva de 3 horas semanales para la materia de Matemáticas.

En el Apdo. 6.7. se incluye un cuadro resumen de la planificación de las sesiones de aula.

En las sesiones de aula se impartirán los contenidos y las actividades en 3 tipos de sesiones:

Sesiones de Introducción. Serán 3 sesiones en las que se impartirá el contenido teórico de la unidad didáctica desarrollado en el Apdo. 6.3.3. Los objetivos de estas sesiones están relacionados directamente con el desarrollo de CMCT, es decir, que el alumnado reconozca, describa y clasifique los triángulos y que reconozca los significados aritmético y geométrico del TP.

Se usarán metodologías como la gamificación para el repaso de contenidos y las sesiones tradicionales en las que el/la docente explica el contenido teórico y plantea ejercicios para su comprensión y asimilación.

Sesiones de desarrollo. Serán también 3 sesiones. En estas sesiones iremos introduciendo al alumnado en la resolución de problemas.

Usaremos la *metodología del andamiaje*. Iremos introduciendo al alumnado, durante dos sesiones, en la resolución de problemas (RP) de dificultad baja, media o alta a resolver individualmente en función del rendimiento académico de respuesta en cada grupo, que como se dijo, es diferente incluso entre los dos grupos de *seguimiento general del*

currículo. Estas sesiones servirán para entrenar la *inferencia lógica* y será más importante el proceso que el resultado.

Los objetivos de estas sesiones están relacionados con las CLL, SIEP y CAA –Ver Tabla 9 en p. 60–.

En la última sesión de esta etapa el alumnado trabajará en grupo porque buscamos el *aprendizaje cooperativo*. Será el/la docente quien forme los grupos para asegurar que en cada grupo hay alumnos de mejor rendimiento académico con alguno de un rendimiento inferior. Se busca que aquellas/os discentes a los que les cuesta más la RP aprenda de *sus iguales*. Esta metodología influye en los objetivos relacionados en Tabla 10 en p. 61 que también contribuyen al desarrollo de CAA, CCL y SIEP.

En este caso, se hará trabajar a los grupos en la resolución de un problema no rutinario (RPNR). Será un único problema para todos los grupos y se espera una respuesta de cada grupo. Esta vez, lo de menos es la CMCT, esta vez lo importante es la capacidad de trabajar en grupo, el diálogo, el consenso, el ambiente de trabajo en equipo, cómo se toman las decisiones, etc. es decir, el desarrollo CSC, SIEP o CAA. El principal objetivo de esta actividad es la reflexión.

Sesiones para conclusiones. También serán 3 sesiones. La primera sesión se dedicará desarrollar el contenido del punto 3.1.3 de los contenidos de la UD 3.1. y que recordemos era:

1. Comprobemos la teoría de triángulos con la práctica en Geogebra.
2. Demostración del Teorema de Pitágoras con Geogebra

En este caso los objetivos que se relacionan con la CD son la clave en esta sesión y la metodología será mediante el seguimiento del alumnado al/la docente.

Las dos clases restantes se desarrollarán igualmente en el aula TIC. Los objetivos y competencias, en este caso, estarán íntimamente relacionados con los de las sesiones de desarrollo pero esta vez recurrimos a un **método basado en proyecto** (CAA, SIEP, CEC) haciendo uso de herramientas tecnológicas (CD).

El proyecto consistirá en construir ellos un PNR (problema no rutinario), pero deben darle un contexto que obligue a la inferencia: Se puede recurrir a la Historia del Teorema de Pitágoras, su uso en ingeniería, en el arte, en la literatura, la fotografía...

El objetivo de estos proyectos está más relacionado con los objetivos generales del área de matemáticas de mejorar el pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.

Es decir, una vez más competencias como SIEP, CEC y por supuesto, CMCT que siempre va implícita en cualquiera actividad del área.

6.5. Actividades y recursos

6.5.1. Sesiones de Inicio: Horas lectivas 1, 2 y 3.

Hola lectiva 1 [W1-S1]. Actividades de Inicio –Repaso–

El alumnado de 2º de ESO ya ha estudiado en el curso anterior la clasificación de triángulos y conoce conceptos como ángulo, lado, área, etc. La sesión 1, estará dedicada íntegramente a recuperar esa materia siendo **los objetivos de esta sesión**:

Objetivo 1. Repasar conceptos aprendidos en el curso anterior sobre “teoría de triángulos”.

Objetivo 2. En caso que el/la docente sea la primera vez que imparte clase al grupo de discentes, pueda evaluar el nivel que tienen para poder programar de la forma más óptima las sesiones siguientes.

Contenidos de la UD 3.1. a desarrollar:

3.1.1 Repasamos teoría de triángulos

1. Definición de triángulo.
2. Elementos de un triángulo
3. Algunas consideraciones acerca de los triángulos
4. Rectas y puntos notables de un triángulo
5. Clasificación de triángulos

Tiempo: 1 sesión (55 a 60')

En principio no se hará una sesión de tipo transmisivo ya que queremos comprobar qué recuerda el alumnado respecto del contenido de este apartado. Así que se harán una serie de actividades.

Se realizarán un total de 3 **actividades**:

Actividad 1. Quiz de Triángulos (15')

Actividad 2. Puzzle de clasificación de triángulos (25')

Actividad 3. Demostremos que 3 ángulos de un triángulo suman 180° (15')

Estas actividades serán dirigidas completamente por el/la docente puesto que al ser un contenido conocido no interesa que se dilate demasiado.

Observaciones:

Si tras llevar a cabo las actividades 1 y 2 el/la docente observa que el alumnado no recuerda los contenidos con cierta fluidez suspenderá la actividad 3 para hacer un repaso de los contenidos (15 a 20') del apartado 3.1.1. de la UD. 3.1 (Incluidos en el Apdo. 6.3.3. de este TFM)

Hora lectiva 2 [W1-S2] y 3 [W1-S3]. Actividades de Inicio –Explicación de contenidos y Ejercicios–

En esta sesión y en la siguiente se explicarán los contenidos desde un punto de vista teórico/práctico por parte del/la docente.

Los objetivos en este caso son muy concreto:

Objetivo 1. Reconocer el significado aritmético y geométrico del *Teorema de Pitágoras*.

Objetivo 2. Reconocer la aplicación del Teorema de Pitágoras a través de ejercicios

Contenidos de la UD 3.1. a desarrollar:

3.1.2 Triángulos rectángulos I.

1. Definición y elementos
2. Teorema de Pitágoras. Justificación geométrica.
3. Averiguamos qué tipo de triángulo es aplicando el Teorema de Pitágoras.
4. ¿Qué es una terna pitagórica?
5. Aplicaciones del Teorema de Pitágoras

Los contenidos deberán quedar explicados entre las sesiones 2 y 3. Una buena planificación de estas dos sesiones podría ser: Puntos 1, 2 en la Sesión 2 y Puntos 4 y 5. El Punto 3 se explicará en la sesión 2 o 3 en función de la respuesta académica del grupo.

Tiempo: 1 sesión (55 a 60')

Actividades: Resolución de problemas (Ver Anexo I)

La **metodología global a seguir** en estas sesiones se llama **andamiaje**. Se explica a continuación la planificación a seguir:

Parte 1. [30']. Metodología pasiva de tipo transmisivo por parte del /la docente que explicará los conceptos teóricos correspondientes.

Será una sesión de aula de tipo transmisivo en el que los conceptos serán explicados y llevados a la práctica a través de ejercicios de ejemplo. La transmisión de conocimientos puede usarse la pizarra de pared, la pizarra digital, la proyección de diapositivas, etc.

Parte 2. [20']. Resolución de ejercicios individualmente. Se plantearán un mínimo de tres ejercicios de dificultad baja y 3 de dificultad media sobre cada contenido tratado en la sesión de teoría. Los ejercicios se trabajarán en clase de forma individual por parte de cada discente. –Incluidos en el Anexo I–. Se pedirá al alumnado que resuelvan el primero de cada tipo de ejercicio pues serán los que se corrijan en los últimos 15' de la clase. Los ejercicios que no se acaben en clase quedarán pendientes como tarea para casa. Durante ese período el/la docente se convierte en un/a orientador/a que irá resolviendo las dudas de forma individual y/o colectivo, según el caso.

Corrección mediante flipped classroom. [10'] se pedirá a varios discentes que expliquen el procedimiento que han seguido para resolver alguno de los ejercicios planteados. El resto de discentes corregirán su trabajo y plantearán sus dudas.

Observaciones:

En el *Anexo I. Recursos didácticos para el aula* se incluyen algunos tipos de ejercicios que podrían desarrollarse en clase procedentes de libros de texto LM1, LM2 y modificaciones sobre esos.

6.5.2. Sesiones de Desarrollo: Horas lectivas 4, 5 y 6.

**Hora lectiva 4 [W2-S1] y 5 [W2-S2] Actividades de Desarrollo –
Introducción en la RP–**

En esta sesión se introducirá al alumnado en la resolución de problemas de nivel medio y alto. Los objetivos principales marcados son:

Objetivo 1. Mejorar la capacidad de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático.

Objetivo 2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos.

Objetivo 3. Reflexionar y aprender tanto de los errores cometidos como de los aciertos de cara a situaciones futuras.

Objetivo 4. Expresar verbalmente y de forma razonada el proceso seguido en la resolución de problemas.

Aunque no perdemos de vista los demás objetivos marcados a lo largo del Apdo. 6.5

Tiempo: 2 sesiones de 55 a 60' cada una.

La **metodología a seguir** en estas sesiones se estructurará entonces como sigue:

Parte 1. [20']. Metodología pasiva de tipo transmisivo. En la que se hará una instrucción al alumnado para marcarle directrices que les enseñe a pensar cómo plantear los problemas. Será una explicación de aula por parte del/la docente donde podrá emplear la pizarra, la pizarra digital, proyección de diapositivas, etc. pero se hará planteando preguntas al alumnado de forma generalizada. Podría incluso plantearse un *quiz* como el de la Sesión 1 porque daría cuenta al/la docente del grado de comprensión del alumnado. Esta vez cabrían preguntas como:

Comprueba que has entendido el enunciado del Teorema de Pitágoras:

Si tienes un triángulo, claramente rectángulo, del que conoces dos de sus lados ¿qué tienes que hacer para hallar el tercero?.

Y si te dan un triángulo con la dimensión de sus tres lados y crees que podría ser rectángulo ¿Cómo lo comprobarías?.

Así mismo, se le pueden marcar estrategias para hacer inferencia en los enunciados de los problemas. Y se puede hacer a través de ejemplo. Expongamos uno:

Un equipo de espeleólogos necesita cruzar el cauce de un río para seguir con su expedición. Deciden montar una tirolina porque hay árboles a ambos lados del río. En la orilla en la que se encuentra hay un árbol de 50 m de altura. El ancho del cauce del río es de 24 m y en el otro cauce del río al que se dirigen consiguen enganchar la cuerda a 40 m. ¿Cuántos metros tiene el recorrido de la tirolina?

Bien, el proceso a seguir podría ser el siguiente.

- 1º. Visualiza la situación y dibuja.
- 2º. Plasmar sobre ella los datos que nos dan
- 3º. **Analiza** qué te preguntan.
- 4º. **Simplifica** y estudia los datos objetivos y que te dan y 'borra' lo demás.
- 5º. ¿tienes aún más claro que te piden?... Sí, se ha formado un triángulo rectángulo.
- 6º. ... **¿a qué se resume la situación?** A un triángulo rectángulo del que conocemos los dos catetos y nos piden la hipotenusa.
- 7º. **Entonces...** Aplicamos el Teorema de Pitágoras.

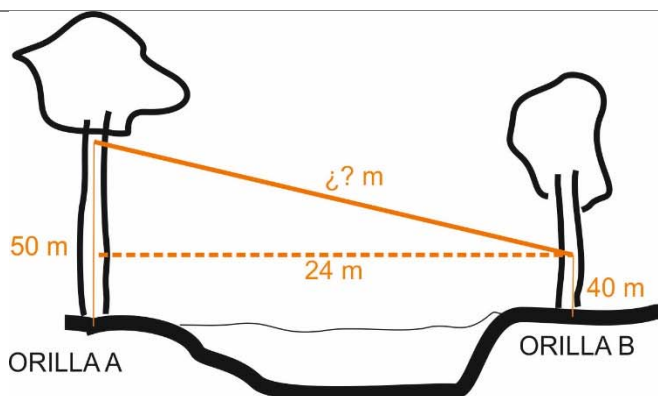


Ilustración 1. Croquis de la situación expuesta por el problema

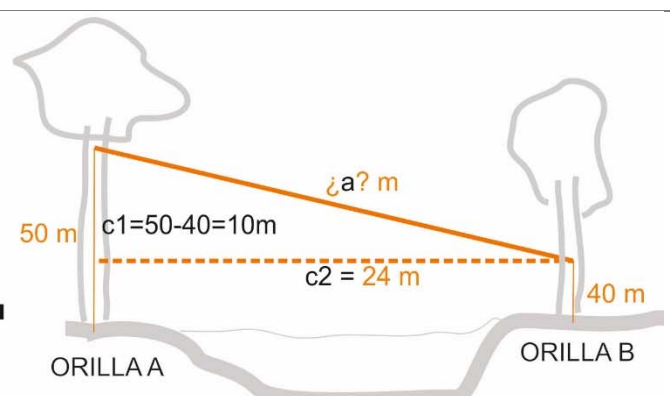


Ilustración 2. Análisis de los datos.

Según la situación expuesta, en A el extremo de la cuerda está a 50m y a 40 m en B. Esto implica que la cuerda va de un punto a otro salvando $(50-40)= 10$ m. Viendo el croquis estamos ante un triángulo rectángulo de $c_1=10$ m y $c_2=24$ m. La Hip. Que coincide con la longitud de la cuerda es entonces: $a^2=10^2+24^2$; $a^2=100+576=676$; $a = \sqrt{676} = 26$.

Parte 2. [35' a 40']. Resolución de Problemas (RP) individualmente. Cada discente trabajará desde su pupitre de forma individual en la RP (se incluyen algunos tipos en el Anexo I) de dificultad media y alta.

Corresponde al/la docente determinar el grado de dificultad del mismo y si planteará uno o varios problemas de una vez en función del rendimiento general del grupo, del

grado de dificultad de los problemas, etc. Y si permite que el alumnado trabaje por parejas.

En este caso, el/la docente se convierte en orientador/ra. y pasará por los pupitres observando y explicando según las necesidades del alumnado.

Pasados los primeros 10' se irá pidiendo a uno/a o varios discentes que expliquen el procedimiento que han seguido para resolver, en este caso, alguno de los problemas planteados. El resto de discentes corregirán su trabajo y plantearán sus dudas.

Se valorará, por encima de la obtención correcta del resultado, el proceso de inferencia efectuado por el/la discente hasta llegar a él y cómo lo explica a sus compañeros/as en una **clase invertida o flipped classroom**.

La sesión 5 se dedicará íntegramente a la RP. Se corregirán los problemas cuya resolución planteen más dudas. En la medida de lo posible con la metodología *aula invertida* y siempre con la asistencia del/la docente. Si es necesario se plantearán nuevos problemas para resolver. Esta sesión es una continuación de la anterior y el/la docente puede decidir hacer modificaciones respecto de la sesión anterior, por ejemplo, que en esta sesión trabajen por parejas.

Hora lectiva 6 [W2-S3] Actividades de Desarrollo –Introducción en la RP–

Es la última sesión del *andamiaje*. En este caso, el nivel de dificultad de los problemas habrá aumentado. En esta sesión trabajarán por grupos y se plantearán 2 problemas a resolver durante la hora.

Los objetivos en este caso, se centran más en el trabajo en equipo y colaborativo. En este caso los contenidos son una herramienta para llegar a otros objetivos. A esta altura la competencia matemática estará más que asentada:

Objetivo 1. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.

Objetivo 2. Superar los bloqueos y la inseguridad ante la resolución de situaciones nuevas o desconocidas.

Tiempo: 1 sesión (55 a 60')

La **metodología a seguir** en esta sesión será la siguiente:

El/la docente llegará a clase con una relación de grupos de 3-4 discentes. Los grupos deben estar constituidos por alumnos/as diversos, es decir, que integren a discentes de mejor rendimiento con otros/as de peor rendimiento.

Será un trabajo de clase y se deberá configurar el aula para trabajar cómodamente en grupo.

En este trabajo se pretende un aprendizaje cooperativo y de aprendizaje 'entre iguales'. Se pretende que aquellos/as alumnos/as que aún tienen conceptos no aprendidos lo hagan desde la experiencia de sus compañeros/as.

No se trata de una competición, ni entre grupos ni entre integrantes de los mismos, se trata de un trabajo en equipo que incluso puede abrirse a la colaboración entre equipos. Al final de la sesión deberán presentar el trabajo realizado en clase, un documento por grupo donde se valorará especialmente la actitud en clase, el ambiente de trabajo, las formas de consensuar las soluciones, etc.

El trabajo constará del planteamiento de dos problemas diferentes a los hechos hasta hora. Una mezcla de problema y juego, es la RPNR.

En el Anexo I se incluye el material didáctico relativo a esos PNR.

6.5.3. Sesiones de Conclusión: Horas lectivas 7, 8 y 9.

En las sesiones de conclusión, trabajaremos sobre todo la competencia digital, por eso, las tres últimas sesiones las haremos en el aula TIC.

Hora lectiva 7 [W3-S1] Actividades de Conclusión –Competencia digital–

En esta primera sesión TIC usaremos la app Geogebra para trabajar el contenido del punto 3.1.3.

Los objetivos más destacables en estas sesiones son:

Objetivo 1. Emplear con soltura herramientas tecnológicas con autonomía y sentido crítico.

Objetivo 2. Superar los bloqueos y la inseguridad ante la resolución de situaciones nuevas o desconocidas.

Contenidos que se trabajarán.

3.1.3 Uso de aplicaciones TIC para comprender los triángulos y sus teoremas

1. Comprobemos la teoría de triángulos con la práctica en Geogebra.
2. Demostración del Teorema de Pitágoras con Geogebra

Tiempo: 1 sesión (55') por el traslado de aula que debe hacer el alumnado.

La **metodología a seguir** es semejante a la de una sesión de aula donde el/la docente, marcará las directrices en la clase. El alumnado seguirá las instrucciones y explicaciones de lo que debe graficar con la app.

Los contenidos de geometría se comprenden mejor cuando se usan este tipo de herramientas. Se trabajará siguiendo el contenido de la UD, tanto en teoría de triángulos como en lo que respecta al Teorema de Pitágoras. El/la docente decidirá en función del tiempo y del rendimiento del alumnado qué omite y qué no.

Hora lectiva 8 [W3-S2] y 9 [W3-S3] Actividades de Conclusión –ABP–

En las dos últimas sesiones, el alumnado será el responsable de su aprendizaje. Los grupos de trabajo creado en las sesiones anteriores volverá a trabajar en equipo nuevamente, para hacer un pequeño proyecto.

Esta vez, sin embargo, los objetivos serán los siguientes:

Objetivo 1. Aprender a profundizar en problemas resueltos para plantear variaciones en sus datos, preguntas, contextos, etc.

Objetivo 2. Elaborar y presentar informes con el proceso, resultado y conclusiones del proceso de investigación.

Objetivo 3. Emplear con soltura herramientas tecnológicas con autonomía y sentido crítico.

Objetivo 4. Manejar las TIC para documentarse a través de Internet analizando las fuentes con sentido crítico para cribar las que ciertamente suponen un valor al desarrollo de una investigación.

Tiempo: 2 sesiones de (55')

La **metodología a seguir** es la que más esfuerzo supone al/la discente ya que son responsables de todo el proceso, el ABP (Aprendizaje basado en proyectos). Después de todo lo visto y trabajado en las 7 sesiones anteriores ahora les toca a ellas y ellos hacer el “Proyecto de Pitágoras”.

El proyecto consistirá en construir un PNR (problema no rutinario) dentro de un contexto que obligue a la inferencia. Se puede recurrir a la Historia del TP, al uso que en la actualidad se hace de en ingeniería, arte, literatura, ciencia, ... –puede servir de guía el Apdo. 6.2.2. de este TFM–, o pueden buscar otro contexto.

6.6. Atención a la diversidad

El D. 111/2016 donde se regula el currículo para Andalucía regula igualmente la atención a la diversidad del alumnado y establece así desde su parte introductoria:

«El carácter obligatorio de la ESO determina su organización y desarrollo y conlleva también la exigencia de una atención a la diversidad de la población escolarizada en ella. La atención a la diversidad supone el respeto a las diferencias y la compensación de las posibles desigualdades sociales, económicas, culturales y personales. De este modo, Andalucía construye un modelo educativo inclusivo basado en los principios de la equidad, la igualdad y la convivencia democrática, orientado hacia la formación integral del alumnado en sus dimensiones individual y social, que posibilite el ejercicio de la ciudadanía, la comprensión del mundo y de la cultura y la participación en la construcción de la sociedad del conocimiento, y que facilite el máximo desarrollo de sus capacidades y competencias para integrarse activamente en una sociedad diversa y en continuo proceso de cambio y desarrollo.»

Como ya se mencionó en el Apdo. 6.4.2., los grupos que se forma en PMAR suelen ser grupos pequeños –máximo 20 personas, aunque en un centro con las características descritas en este TFM no suelen llegar a 10 discentes–. Cada discente recibe una atención muy personalizada y por tanto las metodologías varían en función de las necesidades que el profesor detecta en cada quien. El alumnado con Diversidad Funcional de carácter intelectual suele ser un perfil común en estos programas, así como discentes procedentes de situaciones familiares y personales más o menos complejas que afectan a su rendimiento propio. Por lo general, este alumnado podría seguir el currículo general porque tienen capacidad intelectual para ello, pero sus circunstancias los convierten en discentes apáticos que se niegan a seguir el ritmo de aprendizaje marcado.

El alumnado del 1º Curso de PMAR –que coincide con 2º ESO– ha tenido que satisfacer los siguientes requisitos para haber abandonado el currículo general:

1. Según la legislación es el alumnado que tiene dificultad para el aprendizaje no debida a la falta de trabajo y tiene posibilidades de obtener el Título de ESO. Sin embargo, la realidad es que también se incluye el perfil del alumnado cuya dificultad de aprendizaje nace en la apatía y el desinterés, como se apuntado *ut supra*, ya que suelen contribuir a que baje el rendimiento del grupo del que forman parte.
2. Cuando habiendo cursado 1º ESO no está en condiciones de promocionar y ya ha repetido una vez en cualquier etapa previa.

Formar parte de este programa requiere del siguiente procedimiento:

1. Que lo proponga el tutor y el equipo docente.
2. Que tanto el/la alumno/a y sus progenitores o tutores consientan.
3. Que la persona responsable de Orientación en el centro haga un informe favorable a que el discente sea parte del programa.
4. Que el Director/a autoricen.
5. La supervisión permanente de la Inspección Educativa.

El alumnado del grupo de PMAR, desarrollan su actividad en aula separadas del grupo general porque como ya se dicho en el desarrollo de este trabajo, es un perfil de alumnado que requiere de lo que se conoce como ADAPTACIONES CURRICULARES SIGNIFICATIVAS.

Mientras, el alumnado con Diversidad Funcional de carácter cognitivo o físico suele seguir el currículo general sin problemas o con ADAPTACIONES CURRICULARES que puede ser de dos tipos:

- **Adaptaciones curriculares significativas.** Se centran en cumplir de forma estricta los mínimos del currículo para que el alumnado titule. Suele usarse metodologías muy *bis a bis* discente a docente y actividades dirigidas ya que las dificultades de

aprendizaje incluye la incapacidad para el aprendizaje mediante la investigación autónoma.

Dentro de este tipo es necesario incluir las adaptaciones propias del alumnado con altas capacidades al que hay que reforzar tanto en contenido como en metodología para evitar que el aburrimiento les lleve a la pérdida de interés.

- **Adaptaciones curriculares no significativas.** Aplicable a discentes con cualquier tipo de discapacidad que le dificulte el proceso de aprendizaje por las barreras físicas que puede encontrar pero que una vez solventadas siguen el currículo general. Incluye por ejemplo la utilización de equipos de ayuda para poder seguir el trascurso de las actividades como podría ser por ejemplo:
 - **Instalación de bucle magnético** en caso de discentes con discapacidad auditiva.
 - **Utilización de PC con software específico** para alumnado con discapacidad en las manos que les impida escribir.
 - **Adecuación del material didáctico –Apuntes de clase, presentaciones powerpoint, etc.** – siguiendo las directrices de LECTURA FÁCIL, esta adecuación sí implica al equipo docente.
- **Actividades de ampliación.** Se profundizará en aquellos contenidos o tareas en las que el alumnado muestre un mayor interés o destreza.

Cada una de las adaptaciones será realizada y supervisada por el Departamento de *Matemáticas* y concretamente por el docente titular de la asignatura en el grupo donde se halle el discente objetivo.

La atención a la diversidad será una constante durante el trascurso regular de las sesiones de clase, debiendo facilitarse en todo momento los recursos necesarios para favorecer la integración de los alumnos/as y la convivencia en el aula. Algunos de los recursos serán:

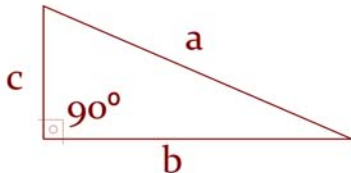
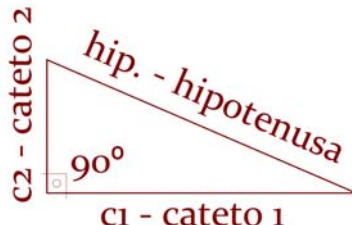
- Realizar una prueba inicial para tomar contacto, evaluar conocimientos previos y detectar los primeros síntomas de posibles problemas. En esta propuesta educativa será el formulario elaborado durante la primera sesión.
- Reincidir de forma repetitiva sobre los contenidos a cada oportunidad que sea posible durante las sesiones de desarrollo.
- Preguntar sobre el trascurso de los trabajos y de los contenidos que se dan por “superados” y su comprensión.
- Revisar periódicamente los trabajos y hacerles anotaciones a los posibles fallos y carencias.
- Incitar a la profundización del contenido a aquel alumnado que asimile con más facilidad los contenidos ofreciéndoles fuentes extras.
- Facilitar actividades de refuerzo a discentes cuyo aprendizaje sea más lento.
- Fomentar la participación en clase.

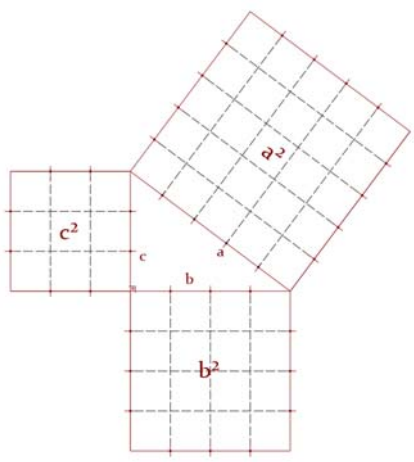
Normalmente, será el Departamento de Formación y Orientación del centro quien conociendo las características psicosociales de cada discente quien recomiende qué recursos son más adecuados en cada situación. No obstante, cada docente igualmente puede decidir qué metodología o qué recursos pueden ser los más óptimos en cada caso.

Adaptaciones de los contenidos de matemáticas a 'Lectura Fácil'

Al alumnado de PMAR debido a sus dificultades de aprendizaje y por el hecho de impartir clases en grupo separado del grupo general, también será el/la docente quien siguiendo la metodología tradicional explicará qué es el *Teorema de Pitágoras*. Sin embargo, en este caso deberá ser aún más didáctico/a si cabe. Para facilitar la comprensión deberá usar un lenguaje más sencillo y menos científico-técnico y elaborar un material de estudio en 'Lectura Fácil'. A continuación se muestra un ejemplo:

Tabla 13. Formas de representación del *Teorema de Pitágoras* usando lenguaje matemático habitual y transformado en 'Lectura Fácil'.

	Lectura habitual	Lectura fácil
Forma Teórica	En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa, a , es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, b y c	En todo triángulo rectángulo (uno de sus ángulos tiene 90°), el valor de la hipotenusa (hip) multiplicada por sí misma ^(*) da el mismo resultado que si multiplicas el cateto 1 (c_1) por sí mismo, multiplicas el cateto 2 (c_2) por sí mismo y después los sumas.
Forma algebraica	$a^2=b^2+c^2$	(*) Recuerda que un número multiplicado por sí mismo se dice que está elevado al cuadrado. $(\text{hip} \cdot \text{hip}) = (c_1 \cdot c_1) + (c_2 \cdot c_2)$ $\text{hipotenusa}^2 = \text{cateto}1^2 + \text{cateto}2^2$ $\text{hip}^2 = c_1^2 + c_2^2$
Forma gráfica		

	Lectura habitual	Lectura fácil
Demostración		En función de la valoración que el profesorado haga podría omitirse esta parte por su complejidad.
Terna pitagóricas	“Si tres números naturales cumplen el Teorema de Pitágoras se les llama Terna Pitagórica ” (AA.VV, 2017)	Si las longitudes de los tres lados del triángulo rectángulo son números naturales, es decir, no tienen decimales se dice que forman una Terna Pitagórica

6.7. Temporalización

Se propone el siguiente cuadro de planificación de la UD:

		Hora lectiva	SESIÓN 1	Hora lectiva	SESIÓN 2	Hora lectiva	SESIÓN 3
			S1		S2		S3
SEMANA 1	W1	1	S. de Inicio Repaso	2	S. de Inicio –Teoría y ejercicios–	3	S. de Inicio –Teoría y ejercicios–
SEMANA 2	W2	4	S. de Desarrollo RP	5	S. de Desarrollo RP	6	S. de Desarrollo RP NR
SEMANA 3	W3	7	S. de Conclusión Geogebra	8	S. de Conclusión ABP	9	S. de Conclusión ABP / Examen

Tabla 14. Temporalización de las sesiones en las que se desarrollará la Unidad Didáctica.

6.8. Evaluación

La evaluación de las competencias adquiridas y los objetivos del alumnado de ESO, regulados en el D 111/2016 en el Art. 14, establece que la evaluación debe ser: continua –porque tiene en cuenta la evolución del/la discente–, formativa –porque tenderá a la mejora del proceso de enseñanza/aprendizaje–, integradora –porque aglutina todas las

competencias del currículo– y diferenciada –por competencias y estándares para cada materia.–

La Orden 14 de Julio regula en el Art. 15 los procedimientos, técnicas e instrumentos para evaluar y marca una preferencia por la observación continuada por parte del profesorado. Es por ello, que la evaluación por rúbrica está tan extendida actualmente en el ámbito educativo. Y esta será la metodología de evaluación preferente durante el desarrollo de las sesiones de esta UD.

Para poder efectuar una correcta evaluación de las competencias adquiridas a través de las actividades a desarrollar por el alumnado se tiene que establecer la interrelación entre las competencias y los objetivos, el Art. 4. De la Orden ECD/65/2015 lo establece. Así mismo, los objetivos serán determinantes a la hora de fijar tanto los *criterios de evaluación* como los *estándares de aprendizaje evaluables*. Como el RD 1105/2014 establece concretamente cuáles son los *estándares de aprendizaje evaluables* para los contenidos de la competencia Matemática que un/a discente debe cumplir para poder superar el nivel, se integran como sigue:

(idem Tabla 8)

COMPETENCIA CLAVE	Objetivo	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables	
CMCT Competencia matemática (*)	Reconocer, describir y clasificar las tipologías de triángulos	1.	1	Define los elementos característicos de los triángulos.
				Sabe trazar los triángulos y conoce la propiedad común a cada uno de ellos
				Clasifica los triángulos por sus lados y por sus ángulos
	Reconocer el significado aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras	1.	1	1 Comprende el significado aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras.
				2 Lo utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas
				3 Lo utiliza para la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo.
				2 Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos
				Lo aplica en el cálculo de áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.
			2	1 Aplica el T.P. para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos, áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.

(*)Real Decreto 1105/2014 [BOE Núm. 3 de 3 de enero de 2015, Sec. I. Pág. 412]

En el Apdo. 6.6, se establecieron estas mismas correlaciones respecto de las demás competencias y estándares de aprendizaje a evaluar marcados por el RD.

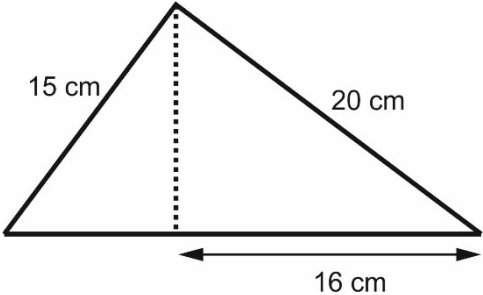
Ahora bien, como el tipo de actividades planteadas y los objetivos a conseguir son muy diversos, se plantean diferentes métodos en la evaluación.

6.8.1. Evaluación mediante examen.

Los contenidos se calificarán mediante un examen. Este tendrá un peso del 60% sobre la calificación final. Se plantearán un total de 4 actividades de examen del tipo que se han planteado en el desarrollo de la UD. Sin embargo, quedará a decisión del/la docente si esta UD se examina junto a otra del bloque de geometría o independientemente.

En el caso de decidir que se haga un examen de esta UD, la planificación se ajustará de manera que la sesión 9 se empleará para hacer el examen.

A continuación se incluye un modelo de examen:

- 1 Pto. **1.** ¿Sobre qué tipos de triángulos se verifica siempre el Teorema de Pitágoras?
- 1 Pto. **2.** En un triángulo rectángulo de lados 16, 30 y 34 m
- 1 Pto. **a.** Verifica que es rectángulo.
- 1 Pto. **b.** Dibuja un croquis e identifica cada lado con su nombre.
- 1 Pto. **c.** Sobre el triángulo que has dibujado antes, di qué longitud de las dadas correspondería a cada lado.
- 3.** Sobre el triángulo dibujado a continuación responde a las siguientes cuestiones:
- 2 Ptos. **a.** ¿Qué tipo de triángulo es?
 Razona tu respuesta.
- 1 Pto. **b.** ¿Cuánto mide la base?
- 1 Pto. **c.** ¿cuál es el área de este triángulo?
- 
- 2 Ptos. **4.** ¿Cuál es la longitud máxima que puedes nadar en una piscina que mide 17 m de largo y 10 m de ancho, si solo puedes hacerlo en línea recta?.

Criterios de puntuación.

1. Solo cabe una respuesta correcta: rectángulo. Por lo que esta pregunta solo puntuará: 1 si es acertada, 0 si no lo es.
2. La puntuación será:

En a.

1: Aplica TP y calcula bien

0,5: Aplica TP, error cálculo

0,0: No aplica bien el TP

En b.

- | | |
|---|--|
| 1: Identifica correctamente todos los elementos. | 0,50: Faltan dos elementos o están equivocados, demás correctos. |
| 0,75: Falta un elemento o está equivocado, demás correctos. | 0,25: Faltan 3 elementos o están equivocados, el otro es correcto. |
| | 0,00: No identifica nada. |

En c.

- | | |
|--|--|
| 1: Identifica cada lado con su longitud. | 0,25: Identifica 1 lado con su longitud. |
| 0,50: Identifica dos lados con su longitud | 0,00: No identifica nada. |

3. La puntuación será

En a.

- | | |
|--|---|
| 2: Correcto el tipo de triángulo y los cálculos necesarios para averiguarlo. | 1,00 Se equivoca al plantear RP pero acierto el tipo. |
| | 0,50: Dice el tipo pero no plantea TP |
| 1,75 Plantea TP bien pero se equivoca en el tipo. | 0,00 : Todo erróneo |
| 1,50: Plantea TP pero se equivoca en el cálculo y se equivoca en el tipo. | |

En b y c.

- | | |
|--|---|
| 1: Cálculo y valor correcto. | 0,00 : No plantea ni halla el valor de la base. |
| 0,5: Plantea bien pero error en cálculo. | |
| En 4 la puntuación será: | |

- | | |
|---|---|
| 2: Planteamiento y cálculo correcto | 1,00: Planteamiento correcto, error en cálculo. |
| 1,50: Planteamiento correcto, error en datos. Cálculo correcto. | 0,50: Error en el planteamiento pero aplica correctamente TP. |

6.8.2. Evaluación mediante rúbrica de los problemas y ejercicios individuales

La evaluación de las sesiones diarias tendrá un carácter continuado. Se evaluará mediante rúbricas y se hará de dos formas diferentes.

Por un lado, acabada la UD, el/la docente revisará el cuaderno de trabajo de cada discente. Al tratarse de grupos pequeños la supervisión del cuaderno de trabajo es una buena forma de hacer una evaluación continuada. Los cuadernos de trabajo se valorarán mediante rúbrica y separando los contenidos de otros aspectos formales como limpieza, orden, ortografía, expresión, etc. Esta evaluación será calificada y tendrá un peso de un 20% sobre la calificación final de la UD.

6.8.3. Evaluación mediante rúbrica de los problemas y ejercicios individuales

Todo el trabajo en equipo, tanto la sesión de RPNR como el Proyecto se evaluarán de forma continua. Para ello, también, se diseñará una rúbrica –con un peso del 20% sobre la calificación final de la UD–. La rúbrica del trabajo en equipo se centrará más en las competencias relacionadas con el trabajo grupal, la actitud en clase, y aspectos más subjetivos relacionados con la CSC, especialmente. El alumnado será conocedor de cómo se le va a evaluar porque se les hará entrega de una rúbrica diseñada por el profesorado para que sepan el peso específico sobre su calificación de cada parte de su trabajo, por ejemplo:

Tabla 15. Modelo posible de rúbrica para que el alumnado conozca los criterios de evaluación.

Criterio de evaluación de las Actividades de Desarrollo		% sobre la calif.
Regularidad en el trabajo:	El trabajo se desarrolla de forma progresiva (cantidad de registros de acceso al documento), de forma reflexiva, aportando constructivamente información y no como un ‘mero trámite para aprobar’	20%
Esfuerzo y objetividad:	Se valora el esfuerzo en buscar fuentes documentales fiables, leerlas, la reflexión que se hace y las conclusiones. No se limita a la copia literal.	30%
Metacognición:	Reflexión sobre las sesiones de trabajo, los acontecimientos ocurrido en la interacción con el grupo y con el/la docente. Comprensión y organización de las ideas...	30%
Diseño del documento:	El documento es ordenado, fácil de seguir y leer (índice, márgenes, tipos de letra,...)	10%
Redacción:	Correcto sintaxis, ortografía y gramática correctas.	10%

Tal y como se ha comentado, las rúbricas se basan en información como las tablas del Apdo. 6.6. En ellas se integran coherentemente Objetivos/Competencias/Estándares de aprendizaje evaluables. Otro ejemplo de rúbrica la incluye a continuación, esta vez para evaluar la COMPETENCIA MATEMÁTICA (fundamentada en el la Tabla 8).

Tabla 16. Ejemplo de rúbrica para evaluar la Competencia Matemática

RÚBRICA 1					CMCT – Competencia matemática				
Objetivo	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables			S O B R E S A L I E N T E	N O T A B L E	B I E N	S U F I C I E N T E	D E F I C I E N T E
					S B	N T	B	S F	D F
Reconocer, describir y clasificar las tipologías de triángulos	1	1.2.	1	Define los elementos característicos de los triángulos.					
				Comprobar que los ángulos de un triángulo suman 180°.					
				Comprobar que la suma de dos lados de un triángulo es siempre mayor que el tercer lado.					
				Saber que en un triángulo el lado mayor se opone al ángulo mayor.					
		2		Sabe trazar los triángulos y conoce la propiedad común a cada uno de ellos					
			3	Clasifica los triángulos por sus lados y por sus ángulos					
Reconocer el significado aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras	3	3.1.	1	Comprende el significado aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras.					
			2	Usa el T.P. para calcular ternas pitagóricas					
			3	Comprueba y demuestra el T.P.					
		3.2.	1	Aplica el T.P. para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos, áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales.					

7. Conclusiones

Hacer este TFM me ha brindado la oportunidad de hacer un ejercicio de síntesis entre los contenidos trabajados en el trascurso del master y las posteriores prácticas como docente en un IES con alumnos/as reales con sus particularidades, también reales.

Posiblemente el mayor reto al que se enfrenta un/a docente en el aula tiene que ver con su liderazgo frente a su aula. Con este TFM he aprendido cómo el diseño y y la planificación de las UD, atendiendo a las particularidades, necesidades e inquietudes concretas del alumnado, contribuyen a fortalecer ese liderazgo.

Los conocimientos trabajados durante el máster sobre el desarrollo psico-social de los/las adolescentes, vistos como teoría durante las primeras sesiones de clase parecía hasta fuera de lugar en algunos momentos. Sin embargo, cuando te ves al frente de un grupo de adolescentes, cada uno con sus particularidades empiezas a comprender por qué tienes que saber hacerles una clase de estudio DAFO dentro de su contexto educativo y social. Solo así se puede programar y desarrollar la UD de manera que las matemáticas no sean otra 'D' de debilidad en sus vidas. Me inspira pensar en que el esfuerzo de proponer ciertas actividades se puedan convertir en una 'O' de oportunidad para ellos y para ellas.

El mayor de los retos que me ha planteado este trabajo ha sido la integración del currículo, contenidos y objetivos dentro de una UD con actividades que puedan resultar atractivas para el alumnado.

Así mismo, ha resultado muy enriquecedor el poder comparar dos libros de texto publicados para un alumnado de un nivel educativo concreto, de una misma región y de un mismo desarrollo psico-pedagógico para luego comprobar que cada editorial tiene un espíritu diferente. Una más rigurosa, la otra más didáctica. Y comprendo la responsabilidad que supone, como docente, de hacer la mejor elección para contribuir de la forma más beneficiosa a la formación de nuestros adolescentes.

8 Bibliografía

- AA.VV. (2017). *Matemáticas 2º ESO SAVIA 17 (Andalucía)*. Ediciones SM.
- Adam, P. (1972). *Curso de Geometría Métrica*. Barcelona.
- aulaPlaneta. (04 de 06 de 2015). *Las siete competencias clave de la LOMCE explicadas en siete infografías*. Obtenido de aulaPlaneta. Innovamos para una educación mejor. : <https://www.aulaplaneta.com/2015/06/04/recursos-tic/las-siete-competencias-clave-de-la-lomce-explicadas-en-siete-infografias/>
- Barbera, E. e. (2006). Portafolio electrónico: desarrollo de competencias profesionales en la Red. *Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento. RUSC*. 3 (2).
- Bell, E. T. (1949). *Historia de las Matemáticas* (Electrónica, 2016 ed.). (R. Ortiz, Trad.) Mexico: Fondo de cultura económica.
- Bell, E. T. (1985). *Historia de las Matemáticas*. Mexico: Fondo de cultura económica.
- Carreira , S. (28 de 09 de 2019). A tres de cada cuatro alumnos de ESO les cuesta entender las matemáticas. *La Voz del Galicia*, pág. Educación. Edición digital. Recuperado el 29 de 09 de 2019, de <https://www.lavozdegalia.es/noticia/educacion/2019/09/24/tres-cuatro-alumnos-cuesta-entender-matematicas/00031569335012420748177.htm>
- Comisión Europea. (2007). *Competencias Clave para el aprendizaje permanente. Un Marco de Referencia Europeo*. Luxemburgo: Oficina de Publicaciones Oficiales de las Comunidades Europeas.
- García-Alonso, I., García-Díaz, A., & Camacho-Machín, M. (2019). La Resolución de problemas no rutinarios en el aula de primaria y secundaria. Un estudio con profesores. *SEIEM XXIII*, (págs. 311-320). Valladolid.
- Gómez Pin, V. (2015). *Pitágoras y el pensamiento presocrático*. España: Batiscafo, S.L.
- González, C. S. (2014). Estrategias para trabajar la creatividad en la Educación: pensamiento de diseño, aprendizaje basado en . *Revista de Educación a Distancia, R.E.D.* 40.
- Ibáñez , R. (06 de 02 de 2019). *El teorema de Pitágoras en el arte*. (U. d. Unibertsitatea, Editor) Obtenido de Cuaderno de Cultura científica: <https://culturacientifica.com/2019/02/06/el-teorema-de-pitagoras-en-el-arte/>
- Ibáñez, R. (22 de 05 de 2013). *Cultura Pitagórica: Arte*. (U. d. Unibertsitatea, Editor) Obtenido de Cuaderno de Cultura científica: <https://culturacientifica.com/2013/05/22/cultura-pitagorica-arte/>
- Jaén Sánchez, M. (2012). *Pitágoras, un secreto encerrado en tres paredes*. Vaillatuerta (Navarra): R.B.A. Contenidos Editoriales y Audiovisuales. S.A.U.

- Junta de Andalucía, C. d. (14 de 06 de 2016). Decreto 111/2016, de 14 de junio, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía. *BOJA num. 122 de 28 de Junio de 2016*.
- Molinera, M. (2008). *Diccionario de uso del español*. Madrid: Gredos.
- Montenegro Concha, M. (Diciembre de 2015). El teorema de Pitágoras y sus extensiones. *TRILOGÍA. Ciencia Tecnología Sociedad*, 8.
- Navarro Camacho, J. (2017). *Matemáticas. Temario del cupero de profesores Vol. 3*. Sevilla: 7Editores.
- Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo . (28 de julio de 2016). *BOJA Num. 144*.
- Orden de 23 de Enero. (BOJA Num. 43 de 5 de Marzo de 2003). De la Consejería de Educación y Ciencia por la que se aprueban las "Normas de diseño y constructivas para los edificios de uso docente". Consejería de Educación y Ciencia. Dirección General de Construcciones y Equipamiento Escolar de la Junta de Andalucía.
- Orden ECD/1361/2015, de 3 de Julio. (B.O.E. Num.163 de 9 de Julio de 2015). por la que se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato para el ámbito de gestión del Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, y se regula su implantación, así como la evaluación continua (...). España.
- Organización de las Naciones Unidas. (2006). Convención internacional de Naciones Unidas sobre los derechos de las personas con discapacidad.
- Organización Mundial de la Salud. (1986). *La salud de los jóvenes: un desafío para la sociedad*. Ginebra: O.M.S., Serie de Informes técnicos, nº 731.
- Parlamento Europeo y del Consejo. (2006/962/CE). Recomendación de 18 de Diciembre de 2006 sobre Competencias clave para el Aprendizaje Permanente. Bruselas: Diario Oficial de la Unión Europea.
- Pérez, A., & Casanueva, P. (2008). Capacidades del alumnado del Bachillerato para una Educación Física integral en la LOE: características psicopedagógicas. *Revista Digital: www.efdeportes.com*. Año 13. N° 120.
- Real Decreto 1105/2014 de 26 de diciembre. (B.O.E. Núm. 3 de 3/01/2015). Por el que se establece el Currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. España.
- Real Decreto 132/2010. (s.f.). de 12 de febrero, por el que se establecen los requisitos mínimos de los centros que impartan las enseñanzas del segundo ciclo de la educación infantil, la educación primaria y la educación secundaria. España.
- Real Decreto 835/2002, de 2 de agosto, por el que se modifican los Reales Decretos 986/1991, de 14 de junio por el que se aprueba el calendario de aplicación de la

nueva ordenación del sistema educativa y 1004/1991, de 14 de junio, por el que se (...). (3 de Agosto de 2002 de B.O.E. Núm. 185). España.

Russell, B. (1946). *Historia de la filosofía occidental*. (J. Gómez de la Serna,, & A. Dorta, Trads.) Austral.

Santrock, J. (2012). *Psicología del desarrollo en la Adolescencia*. . Madrid: McGraw-Hill.

Strathern, P. (1999). *Pitágoras y su teorema en 90 minutos*. (M. Fontes, Trad.) Madrid: Siglo XXI de España Editores, S.A. .

Woolfolk, A. (2006). *Psicología Educativa*. Mexico: Pearson.



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Centro de Estudios de Postgrado

Trabajo Fin de Máster

DIDÁCTICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS PARA DISCENTES DE 2º DE LA E.S.O.

ANEXO I

Recursos didácticos para el aula

HORA LECTIVA 1 [W1-S1]. ACTIVIDADES DE INICIO –REPASO–

Hora lectiva 2 [W1-S2]. Actividades de Inicio –Conceptos–

HORA LECTIVA 2 [W1-S2] Y 3 [W2-S3]. ACTIVIDADES DE INICIO –EXPLICACIÓN DE CONTENIDOS Y EJERCICIOS I–

EJERCICIOS SOBRE LOS CONTENIDOS

Dificultad Baja

Dificultad Media

Dificultad Alta

HORA LECTIVA 4 [W2-S1] Y 5 [W2-S2]. ACTIVIDADES DE DESARROLLO –INTRODUCCIÓN A LA RP–

PROBLEMAS

Dificultad Media

Dificultad Alta

HORA LECTIVA 6 [W2-S3]. ACTIVIDADES DE DESARROLLO –RPNR–

PROBLEMAS NO RUTINARIOS.

HORA LECTIVA 7 [W3-S1]. ACTIVIDADES DE CONCLUSIÓN –COMPETENCIA DIGITAL–

HORA LECTIVA 8 [W3-S2] Y 9 [W3-S3] ACTIVIDADES DE CONCLUSIÓN –ABP–

Hora lectiva 1 [W1-S1]. Actividades de Inicio –Repaso–

Actividad:	1 Quiz de Triángulos	Tiempo:	15'
Metodología:	Juego 'gamificación'		
Perfil del Alumnado:	General, PMAR		
Bloque Currículo:	3	Contenido General:	Geometría
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras
Tipo de Actividad:	Inicio Repaso	Sesión:	1 [W1-S1]
		Tiempo:	60'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:			NO PRECISA

El alumnado de PMAR puede hacer esta actividad sin adaptaciones de ningún tipo.

Objetivos de la actividad:

1. Reconocer, describir y clasificar los triángulos.
2. Definir elementos característicos de los triángulos.

Estándares de aprendizaje (no evaluables):

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje
CMCT		
CD		
CSC		

Descripción:

Consiste en plantear una batería de preguntas sobre la teoría de triángulos (Punto 3.1.1 de la UD 3.1) que el/la docente irá pasando una a una dando un tiempo limitado para contestar. Las preguntas serán tipo test con 3 respuestas por pregunta siendo sólo 1 la correcta.

La actividad se puede plantear de las siguientes formas:

1. Se monta una diapositiva por pregunta con PowerPoint, Prezi, Knovio, Emaze, Visme etc. El alumnado responderá a las preguntas en una plantilla de respuestas.

Ventajas:

- o Según el tipo de software o app que se utilice no necesitas conexión a internet.

- o El alumnado no necesita disponer de una Tablet o un Smartphone para responder.

Desventajas:

- o Podría resultar menos atractivo para el alumnado por ser una metodología más tradicional.
- o No fomenta la competitividad como el uso de otras herramientas.
- o La corrección y evaluación por parte del o la docente de forma tradicional, lo que le llevaría más tiempo.

2. Uso de herramientas tipo Kahoot o Quizziz, son herramientas muy similares para plantear cuestionarios tipo test. El/la docente pone en funcionamiento el cuestionario previamente creado accediendo a una *website* con usuario y contraseña, éste quedará proyectado en clase mediante proyector o pizarra digital. Al acceder se genera un código que el alumnado desde un dispositivo tipo Smartphone o Tablet introduce junto a una identificación para participar.

Ventajas:

- o El uso de dispositivos electrónicos fomenta la participación activa del alumnado.
- o Fomenta la competitiva.
- o Se obtienen los resultados de acierto y errores de forma automática al finalizar el cuestionario por lo que se dispone de información sobre el nivel del alumnado, cuáles son los errores más repetidos,... lo que permite redirigir la clase sobre la marcha e incidir en los conceptos peor asimilados.

Desventajas:

- o Se necesita conexión a internet.
- o Requiere que cada discente disponga de un dispositivo Smartphone o Tablet y hay centros que los tienen prohibido.

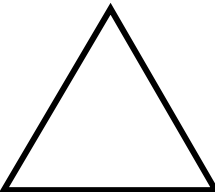
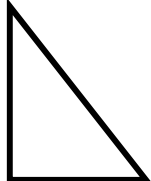
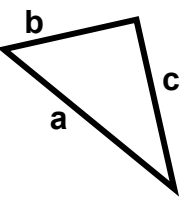
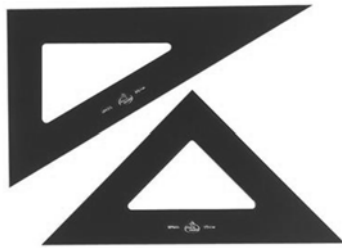
3. Usando la app Plickers. Se emplea exactamente igual que la anterior con las mismas ventajas y desventajas pero hay que añadir alguna ventaja más:

- o El alumnado no necesita disponer de dispositivos Smartphone o Tablet, porque emplea una tecnología de realidad aumentada. Cada discente dispondrá de una “tarjeta” personalizada que se crea automáticamente cuando el/la docente registra a cada uno de sus discentes. Alzándola en una u otra posición cada alumno/a emite su respuesta que el profesor “escanea” haciendo un barrido con la cámara de su Smartphone.
- o Queda registrada automáticamente las respuestas de cada discente en la app de forma que el docente tendrá una evaluación personalizada de cada uno/a

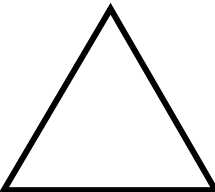
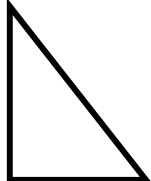
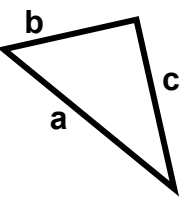
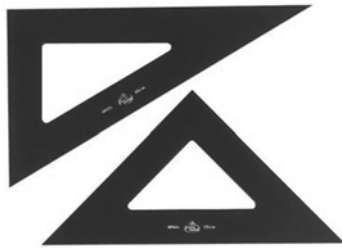
Material didáctico:

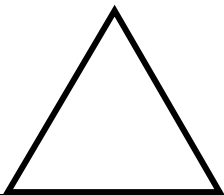
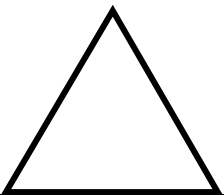
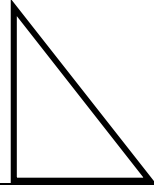
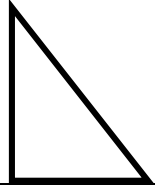
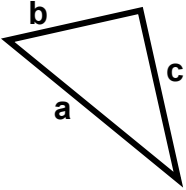
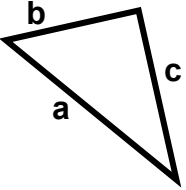
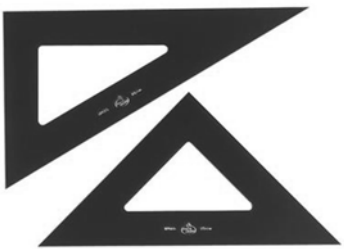
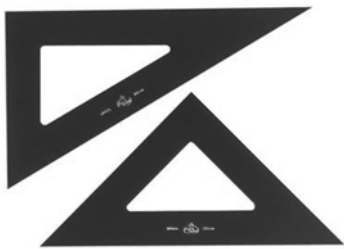
- Material de trabajo diseñado por el profesorado (pp. siguientes)
- (Si se usan app) Ordenador con conexión a internet con proyección mediante proyector y/o pizarra digital. Smartphone o Tablet para el alumnado con conexión a internet. Si no se usa app sino la presentación de diapositivas basta con un ordenador conectado a un proyector y/o pizarra digital.
- Folios o cartulinas A4
- Tijeras
- Regla
- Lápiz, rotulador o bolígrafo

QUIZ sobre TRIÁNGULOS

	Tu respuesta	... la correcta	QUESTION	ANSWER
1			¿Cómo se define el triángulo?	Porción de plano limitada por tres rectas que se cortan dos a dos.
2			Un triángulo tiene 3 vértices pero ¿qué son los vértices?	Los puntos de intersección de las rectas que configuran el triángulo.
3			¿Cómo se define el LADO?	Es cada segmento de recta que define al polígono.
4			¿Cómo se define el ÁNGULO?	La región del plano delimitada por dos segmentos.
5			La suma de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera es:	180°
6			El triángulo formado por tres lados iguales de longitud a...	 ...se podría clasificar por sus lados como TRIÁNGULO EQUILÁTERO ... se podría clasificar por sus ángulos como TRIÁNGULO ACUTÁNGULO
7			¿Qué diferencia un TRIÁNGULO RECTÁNGULO de otro tipo de triángulos...?	 Dos de sus lados forman una escuadra, que es lo mismo que decir que uno de sus ángulos tiene 90°
8			En el triángulo rectángulo representado...	 Los CATETOS son los lados b y c, siendo a la hipotenusa
9			Estas herramientas de dibujo, ¿sabes diferenciarlas?	 CARTABÓN ESCUADRA
10			Se llama CATETO...	... a cada uno de los lados del triángulo rectángulo que forma 90° junto con otro lado adyacente.
11			Un cartabón es un TRIÁNGULO RECTÁNGULO – ESCALENO...	Sus ángulos miden 90°, 60° y 30°
12			Una escuadra es un TRIÁNGULO RECTÁNGULO, donde los otros dos ángulos miden 45° cada uno y...	... Es la mitad de un cuadrado dividido en 2 por su diagonal ... Es un triángulo RECTÁNGULO ISÓSCELES

QUIZ sobre TRIÁNGULOS

	Tu respuesta	... la correcta	QUESTION	ANSWER
1			¿Cómo se define el triángulo?	
2			Un triángulo tiene 3 vértices pero ¿qué son los vértices?	
3			¿Cómo se define el LADO?	
4			¿Cómo se define el ÁNGULO?	
5			La suma de los ángulos interiores de un triángulo cualquiera es:	
6			El triángulo formado por tres lados iguales de longitud a...	
7			¿Qué diferencia un TRIÁNGULO RECTÁNGULO de otro tipo de triángulos...?	
8			En el triángulo rectángulo representado...	
9			Estas herramientas de dibujo, ¿sabes diferenciarlas?	
10			Se llama CATETO...	
11			Un cartabón es un TRIÁNGULO RECTÁNGULO – ESCALENO...	
12			Una escuadra es un TRIÁNGULO RECTÁNGULO, donde los otros dos ángulos miden 45° cada uno y...	

ANSWER	ANSWER
Porción de plano limitada por tres rectas que se cortan dos a dos.	Porción de plano limitada por tres rectas que se cortan dos a dos.
Los puntos de intersección de las rectas que configuran el triángulo.	Los puntos de intersección de las rectas que configuran el triángulo.
Es cada segmento de recta que define al polígono.	Es cada segmento de recta que define al polígono.
La región del plano delimitada por dos segmentos.	La región del plano delimitada por dos segmentos.
180°	180°
 ...se podría clasificar por sus lados como TRIÁNGULO EQUILÁTERO ... se podría clasificar por sus ángulos como TRIÁNGULO ACUTÁNGULO	 ...se podría clasificar por sus lados como TRIÁNGULO EQUILÁTERO ... se podría clasificar por sus ángulos como TRIÁNGULO ACUTÁNGULO
 Dos de sus lados forman una escuadra, que es lo mismo que decir que uno de sus ángulos tiene 90°	 Dos de sus lados forman una escuadra, que es lo mismo que decir que uno de sus ángulos tiene 90°
 Los CATETOS son los lados b y c, siendo a la hipotenusa	 Los CATETOS son los lados b y c, siendo a la hipotenusa
 CARTABÓN ESCUADRA	 CARTABÓN ESCUADRA
... a cada uno de los lados del triángulo rectángulo que forma 90° junto con otro lado adyacente.	... a cada uno de los lados del triángulo rectángulo que forma 90° junto con otro lado adyacente.
Sus ángulos miden 90°, 60° y 30°	Sus ángulos miden 90°, 60° y 30°
... Es la mitad de un cuadrado dividido en 2 por su diagonal ... Es un triángulo RECTÁNGULO ISÓSCELES	... Es la mitad de un cuadrado dividido en 2 por su diagonal ... Es un triángulo RECTÁNGULO ISÓSCELES

Actividad:	2	Clasificación de Triángulos	Tiempo:	25'
Metodología:	Juego 'gamificación'			
Perfil del Alumnado:	General, PMAR			
Bloque Currículo:	3	Contenido General:	Geometría	
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras	
Tipo de Actividad:	Inicio Repaso	Sesión:	1 [W1-S1]	Tiempo: 60'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:			NO PRECISA	

El alumnado de PMAR puede hacer esta actividad sin adaptaciones de ningún tipo.

Objetivos de la actividad:

1. Reforzar los contenidos relacionados con la clasificación de triángulos para su posterior utilización sin dudar.
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias para resolver problemas, en este caso un puzzle de geometría.

Estándares de aprendizaje (no evaluables):

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables Qué se evalúa
CMCT		
SIEP		

Descripción:

Se hará entrega a cada discente por un lado de la base del puzzle y por otro, las piezas. Una vez montado, si es correcto tendrán una clasificación de los triángulos según sus lados y según ángulos.

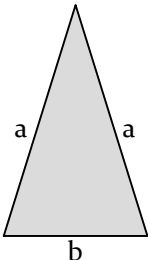
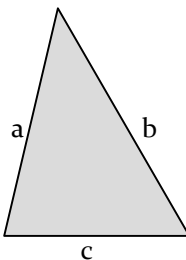
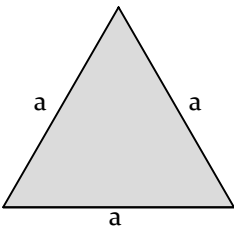
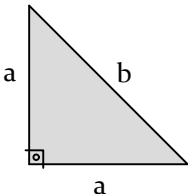
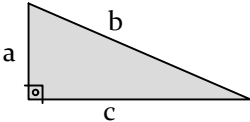
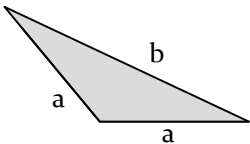
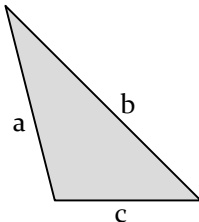
Material didáctico:

- Material de trabajo diseñado por el profesorado incluido en las páginas siguientes
- Pegamento
- Tijeras
- Regla

CLASIFICACIÓN TRIÁNGULOS

FICHA PROFESOR (SOLUCIÓN 1)

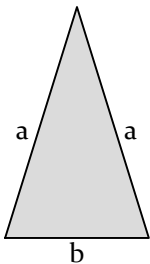
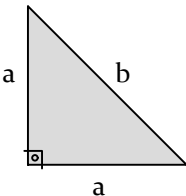
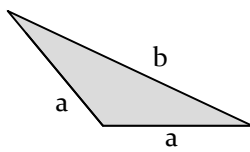
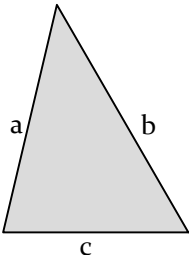
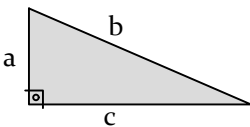
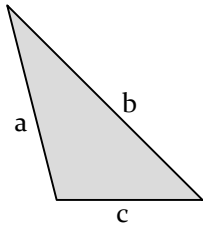
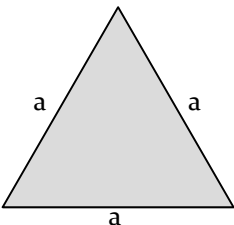
Material inédito para TFM MAES de Prof. Diana Rubio Moral.

		Clasificación según SUS LADOS		
		ISÓSCELES	ESCALENO	EQUILÁTERO
Clasificación según SUS ÁNGULOS	ACUTÁNGULO			
	RECTÁNGULO			NO se puede construir
	OBTUSÁNGULO			NO se puede construir

CLASIFICACIÓN TRIÁNGULOS

FICHA PROFESOR (SOLUCIÓN 2)

Material inédito para TFM MAES de Prof. Diana Rubio Moral.

		Clasificación según SUS ÁNGULOS		
		ACUTÁNGULO	RECTÁNGULO	OBTUSÁNGULO
Clasificación según SUS LADOS	ISÓSCELES			
	ESCALENO			
	EQUILÁTERO		NO se puede construir	NO se puede construir

CLASIFICACIÓN TRIÁNGULOS

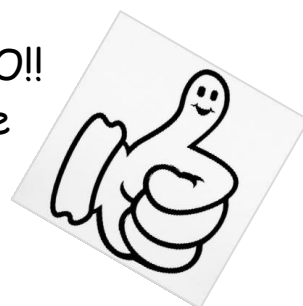
Recorta las piezas del puzzle de la página siguiente y montalo a continuación. Cuando lo tengas acabado tendrás un magnífico cuadro resumen donde encontrarás la **clasificación de los triángulos por sus lados y sus ángulos**.

Material inédito para TFM MAES de Prof. Diana Rubio Moral.

		A		
		A1	A2	A3
B	B1	A1 B1	A2 B1	A3 B1
	B2	A1 B2	A2 B2	A3 B2
	B3	A1 B3	A2 B3	A3 B3

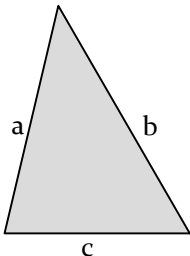
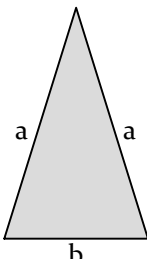
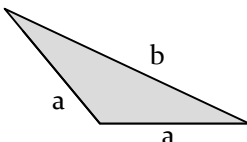
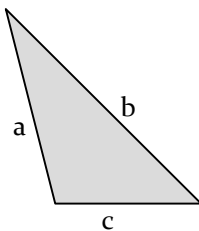
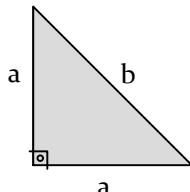
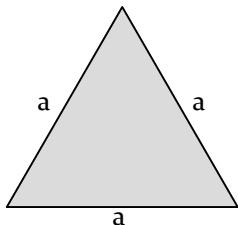
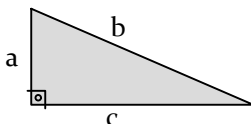
¡¡VAMOS QUE PUEDES CONSEGUIRLO!!

Después lo incluirás en tu cuaderno de clase y sentirás un gran orgullo por haberlo hecho tan genial.



Estas son las piezas del puzzle que debes recortar



ACUTÁNGULO		ISÓSCELES	Clasificación según SUS LADOS
	RECTÁNGULO		
OBTUSÁNGULO		ESCALENO	
NO se puede construir	EQUILÁTERO		
	NO se puede construir		
Clasificación según SUS ÁNGULOS			

Actividad:	3	Demostración suma ángulos de un triángulo es 180	Tiempo:	15'
Metodología:	Juego 'gamificación'			
Perfil del Alumnado:	General, PMAR			
Bloque Currículo:	3	Contenido General:	Geometría	
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras	
Tipo de Actividad:	Inicio Repaso	Sesión:	1 [W1-S1]	Tiempo: 60'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:			NO PRECISA	

El alumnado de PMAR puede hacer esta actividad sin adaptaciones de ningún tipo.

Objetivos de la actividad:

1. Reforzar los teorema más importantes de los triángulos
2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias para resolver problemas, en este caso mediante la manipulación.

Estándares de aprendizaje (no evaluables):

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
CMCT		

Descripción:

Para esta actividad puede usarse una plantilla como la incluida en el Anexo I o bien puede directamente pedirse al alumnado que corten un trozo de papel con forma de triángulo. Elegirán uno de los lados como 'base' y trazarán una recta perpendicular a este lado que pase por el punto medio de los otros dos lados.

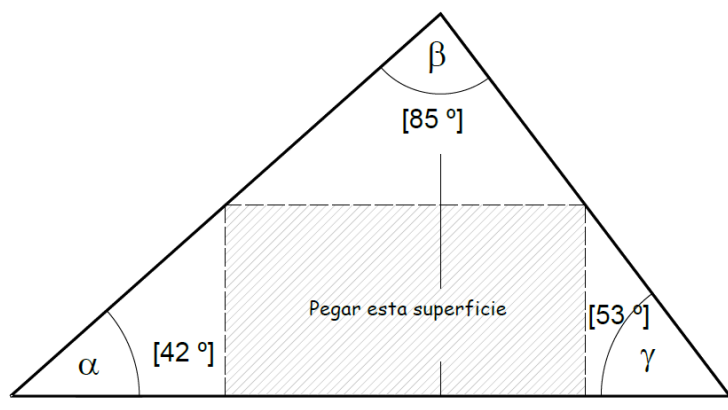


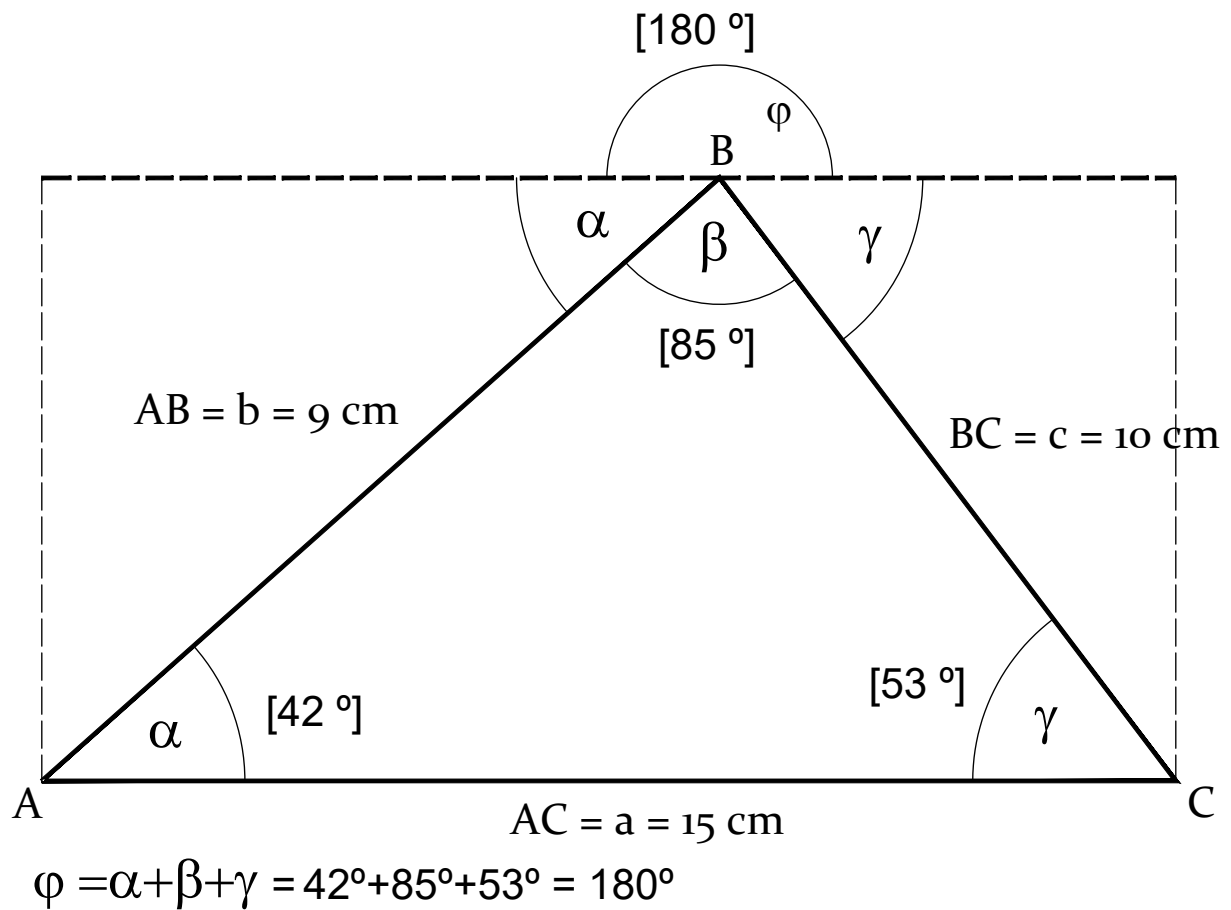
Foto 1. Plantilla para demostrar que la suma de los 3 ángulos de un triángulo siempre es 180° [Diseño propio, incluido en Anexo I]

Se trazará una paralela al lado 'base' que una los puntos medios de los otros dos lados. Por esas rectas plegaremos como si hiciéramos un sobre. Comprobamos así que hemos convertido el triángulo en un ángulo llano (180°).

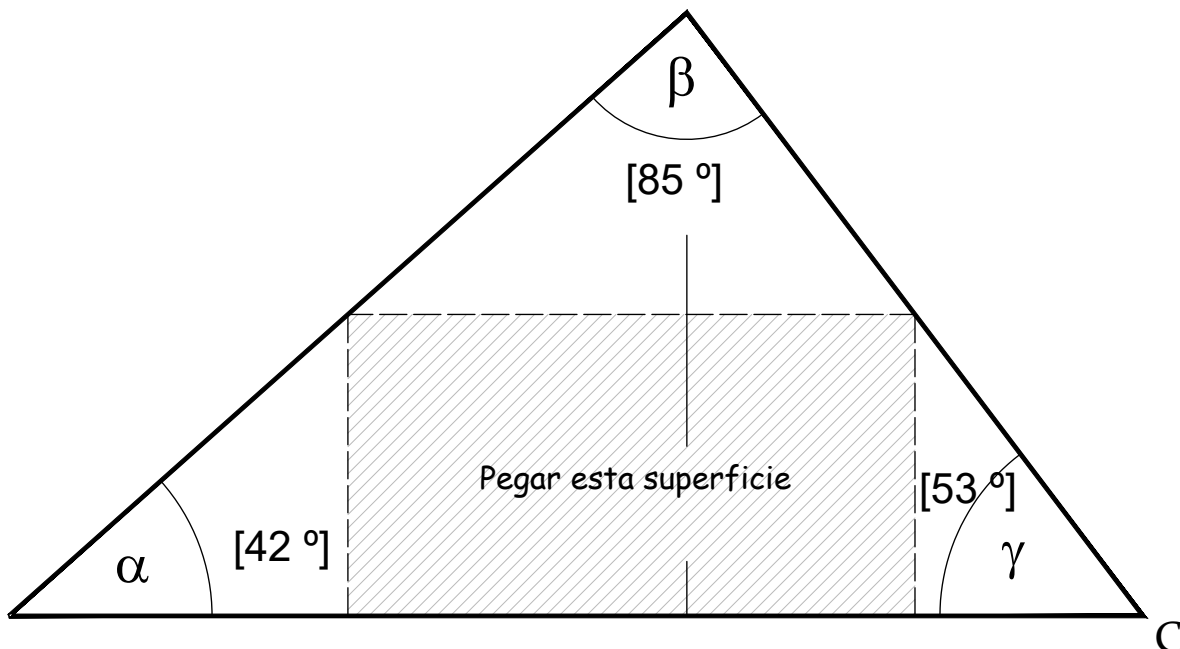
Material didáctico:

- Material de trabajo diseñado por el profesorado (Ver Anexo I. Material Didáctico)
- Folios o cartulinas A4
- Tijeras
- Regla

Demostrando que la suma de los 3 ángulos de un triángulo es 180°



¿Aún no lo ves? ¡Compruébalo tú mismo!...
 Recorta este triángulo y dobla por las líneas de
 puntos hacia afuera. Verás que los tres ángulos
 consecutivos suman 180°
 ¡¡PÉGALO EN TU CUADERNO!



Hora lectiva 2 [W1-S2]. Actividades de Inicio –Conceptos–

Esta sesión se va a estructurar en dos partes:

Parte 1. [30’]. Metodología pasiva de tipo transmisivo por parte del /la docente que explicará los conceptos teóricos de los puntos *1. Definición y elementos de un triángulo rectángulo. Y 2. Teorema de Pitágoras. Justificación geométrica.*

Será una sesión de aula de tipo transmisivo en el que los conceptos serán explicados y llevados a la práctica a través de ejercicios de ejemplo. La transmisión de conocimientos puede usarse la pizarra de pared, la pizarra digital, la proyección de diapositivas, etc.

Parte 2. [15’]. Resolución de ejercicios individualmente. Se plantearán tres ejercicios de dificultad baja y 2 de dificultad media sobre cada contenido tratado en la sesión de teoría. Los ejercicios se trabajarán en clase de forma individual por parte de cada discente. –Incluido en el Anexo II–. Se pedirá al alumnado que resuelvan el primero de cada tipo de ejercicio pues serán los que se corrijan en los últimos 15’ de la clase. Los ejercicios que no se acaben en clase quedarán pendientes como tarea para casa. Durante ese período el/la docente se convierte en un/a orientador/a que irá resolviendo las dudas de forma individual y/o colectivo, según el caso.

Corrección mediante flipped classroom. [15’] se pedirá a tres discentes que no sean los mismo que respondieron el día anterior, expliquen el procedimiento que han seguido para resolver la primera actividad de cada una

Hora lectiva 2 [W1-S2] y 3 [W2-S3]. Actividades de Inicio –Explicación de contenidos y ejercicios I–

Actividad:	4 Ejercicios	Tiempo:	20'
Metodología:	Trabajo individual		
Perfil del Alumnado:	General, PMAR		
Bloque Currículo:	3	Contenido General:	Geometría
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras
Tipo de Actividad:	Inicio Contenidos	Sesión:	2 [W1-S2] 3 [W1-S3]
		Tiempo:	60'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:			SÍ PRECISA

Al alumnado de PMAR se le planteará ejercicios adaptados a su rendimiento.

Objetivos de la actividad:

1. Reconocer el significado aritmético y geométrico del *Teorema de Pitágoras*.
2. Reconocer la aplicación del Teorema de Pitágoras a través de ejercicios

Estándares de aprendizaje:

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje
CMCT	1	1 / 2

Descripción:

Se plantearán ejercicios en clase para asimilar los conceptos teóricos de los contenidos.

Material didáctico:

Ejercicios sobre los contenidos

3.1.2 Triángulos rectángulos I.

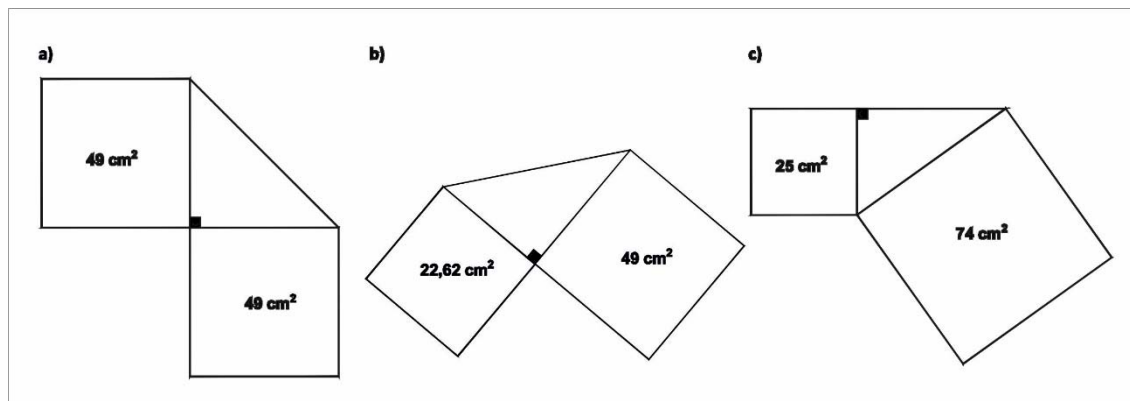
1. Definición y elementos
2. Teorema de Pitágoras. Justificación geométrica.
3. Averiguamos qué tipo de triángulo es aplicando el Teorema de Pitágoras.
4. ¿Qué es una terna pitagórica?
5. Aplicaciones del Teorema de Pitágoras

Dificultad Baja

1. La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 20 cm y uno de sus catetos 16 cm. ¿Cuánto mide el otro cateto? [Pto. 2]

Sol. $20^2 - 16^2 = 256 \rightarrow c = 16$.

2. El cateto de un triángulo rectángulo mide 16 mm y la hipotenusa 65 mm. Calcula el otro cateto. **Sol.** 63 mm
3. Los catetos de un triángulo rectángulo son 15 y 20 cm. Calcula la hipotenusa. **Sol.** 25 cm [Pto. 2]
4. Dibuja en tu cuaderno las figuras. Complétalas construyendo el cuadrado que falta en cada una, calcula la superficie que tendría, identifica los lados y averigua su longitud. [Pto. 2]



Sol. a) 98 cm² (9,9 / 7 / 7) b) 80,94 cm² (9 / 5,65 / 7) c) 49 cm² (8,60 / 5 / 7)

5. Comprueba si las siguientes secuencias de tres números correspondientes a la longitud de triángulos: [Pto. 2, 3, 4]

a) 3, 4, 5

b) 8, 15, 9

c) 13, 84, 75

d) 8, 15, 17

- a) Corresponde a triángulos rectángulos.
 b) Si constituyen una terna pitagórica.
 c) Si no es rectángulo, ¿de qué tipo es según sus ángulos?.

Sol. a) Terna b) acutángulo c) obtusángulo d) terna

6. Clasifica según sus ángulos estos triángulos: [Pto. 3]

- a) Longitud de lados: 17m, 60 cm y 14 m.
- b) Longitud de lados: 4,5m, 28 dm y 5,3 m
- c) Longitud de lados: 64 cm, 84, cm y 57 cm.
- d) Longitud de lados: 5 mm, 5 mm, 8 mm.

Sol. a) Obtusángulo, b) Rectángulo, c) Acutángulo; d) obtusángulo

e) $a=11$, $b=60$, $c=61$

f) $a=8$, $b=4$, $c=8$

g) $a=15$, $b=18$, $c=8$

Sol. e) Obtusángulo, f) Acutángulo, g) Obtusángulo.

Dificultad Media

7. Calcula la altura de un triángulo equilátero de lado 7 cm. [Pto. 5]

$$\text{Sol. } h = \sqrt{7^2 - \left(\frac{7}{2}\right)^2} = 6,06 \text{ cm}$$

8. Determina el área de los siguientes polígonos: [Pto. 5]

a) Rectángulo cuya altura mide 5,4 cm y su base 9 cm.

b) Cuadrado de lado 6 dm

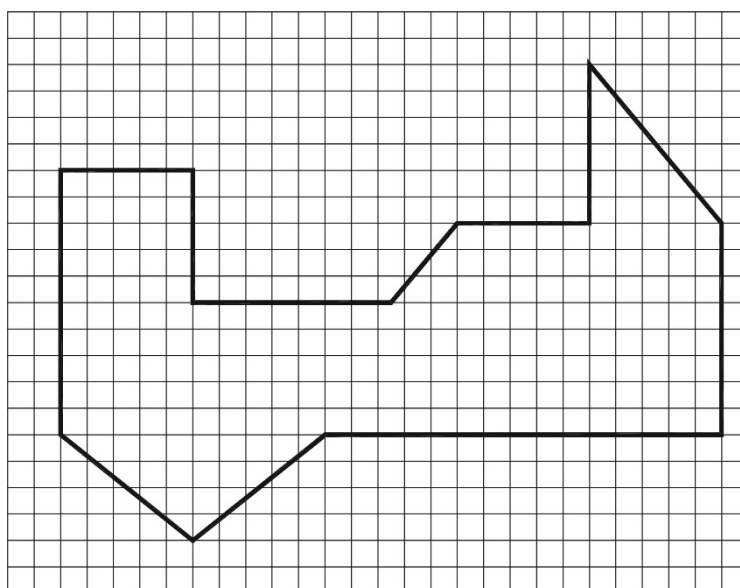
c) Romboide cuya base mide 150 mm y su altura 65 mm.

Sol. a) $48,6 \text{ cm}^2$ b) 36 dm^2 c) 9750 mm^2

Dificultad Alta

9. Halla la apotema de un eneágono regular inscrito en un círculo de radio 35 cm. [Pto. 5]

$$\text{Sol. } a = \sqrt{17,5^2 - 6^2} = 16,46 \text{ cm}$$



10. Calcula el área y el perímetro de la siguiente figura teniendo en cuenta que la cuadrícula es de 1x1 m. [Pto. 5] **Sol.** $A=218,75\text{m}^2$; Perímetro 86,02 m.

Hora lectiva 4 [W2-S1] y 5 [W2-S2]. Actividades de Desarrollo – Introducción a la RP–

Actividad:	5	Resolución de problemas	Tiempo:	40'
Metodología:	Trabajo individual o por parejas			55'
Perfil del Alumnado:	General, PMAR			
Bloque Currículo:	3	Contenido General:	Geometría	
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras	
Tipo de Actividad:	Desarrollo	Sesión:	4 [W2-S1] 5 [W2-S2]	Tiempo: 60' 60'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:			SÍ PRECISA	

Al alumnado de PMAR se le planteará ejercicios adaptados a su rendimiento.

Objetivos de la actividad:

1. Reconocer el significado aritmético y geométrico del *Teorema de Pitágoras*.
2. Reconocer la aplicación del Teorema de Pitágoras a través de ejercicios
3. Reflexionar y aprender tanto de los errores cometidos como de los aciertos de cara a situaciones futuras.
4. Expresar verbalmente y de forma razonada el proceso seguido en la resolución de problemas.

Estándares de aprendizaje:

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje
CMCT	1	1 / 2
SIEP	2 6	1 / 2 / 3 / 4 3 / 4
CCL	1	1

Descripción:

Se plantearán ejercicios en clase para asimilar los conceptos teóricos de los contenidos.

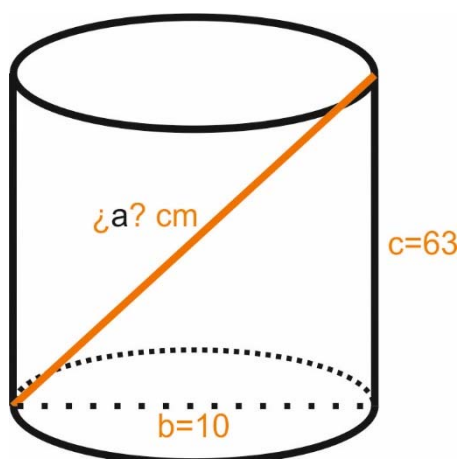
En la sesión 5 se corregirán los problemas cuya resolución planteen más dudas. En la medida de lo posible con la metodología *aula invertida* y siempre con la asistencia del/la docente.

Material didáctico:**Problemas**

Problemas relacionados con todo el contenido teórico de la UD.

Dificultad Media

1. ¿Cabrá una varilla de 65 cm de longitud en una caja tubular de 63 cm de altura y 10 cm de diámetro?.



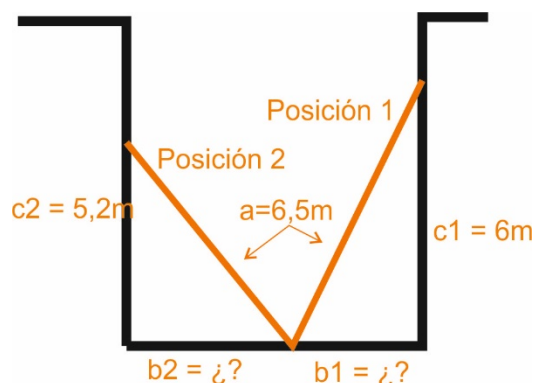
Sol.

$$a^2 = b^2 + c^2 = 10^2 + 63^2 = 4069$$

$$a = \sqrt{4069} = 63,79 \text{ cm}$$

La mayor longitud de varilla que cabría sería una de 63,79 cm. Como la varilla que queremos introducir mide 65 cm la respuesta es que no cabría en esta caja.

2. Un operario de la compañía eléctrica apoya su escalera de 6,5 m de largo en una pared a una altura de 6m. Después de arreglar la avería, sin mover la base de la escalera, apoya en la pared de enfrente a una altura de 5,2 m. ¿a qué distancia se encuentran las dos paredes?.



Sol.

$a^2 = b^2 + c^2$ en posición 1:

$$6,5^2 = 6^2 + b_1^2 \rightarrow b_1^2 = 6,5^2 - 6^2$$

$$b_1^2 = 42,25^2 - 36^2 = 6,25 \rightarrow b_1 = 2,5 \text{ m}$$

Haciendo la misma operación para Posición 2, obtenemos que

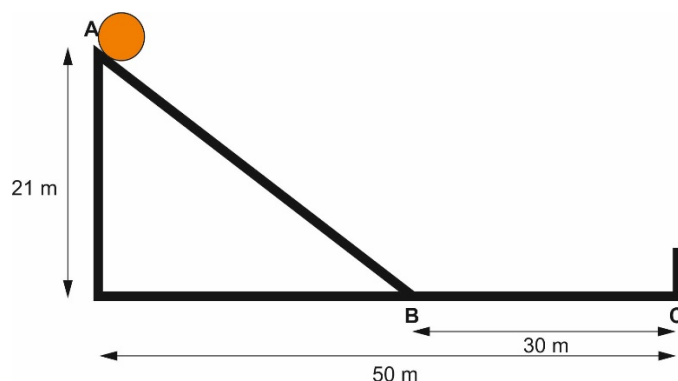
$$b_2 = 3,9 \text{ m}$$

de manera que la distancia entre las dos paredes es:

$$b_1 + b_2 = 2,5 + 3,9 = 6,40 \text{ m}$$

Dificultad Alta

3. La bola de la figura cae desde el punto A, pasa por B y llega a C, donde rebota para recorrer aún la mitad del trayecto que ya ha efectuado. Halla la distancia total que recorre.

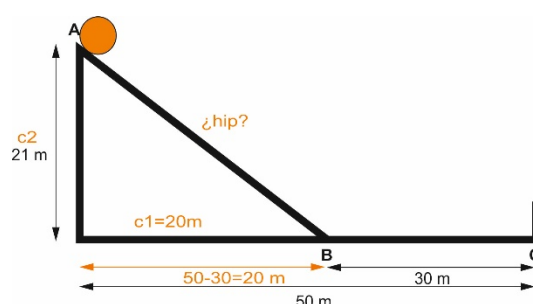


Sol.

$$\text{hip.}^2 = c_1^2 + c_2^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841 \rightarrow AB = \text{hip.} = \sqrt{841} = 29 \text{ m}$$

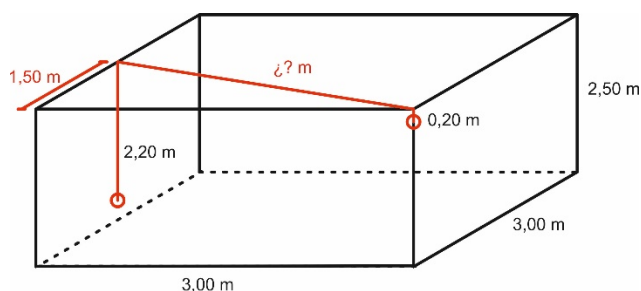
El recorrido AC total es $29 + 30 = 59 \text{ m}$.

Si recorre en el rebote la mitad del recorrido, en el rebote recorre $59/2 = 29,5 \text{ m}$. Por tanto, el recorrido total de la bola es: $59 + 29,5 \text{ m} = 88,5 \text{ m}$.



4. Estamos en una habitación 6 m. de largo, 3'00 de ancho y 2'5 de alto. Una mosca se encuentra justo en el medio de una de las paredes cortas (la de 3'00x2'5) a 2,20 m del techo. En el rincón superior de la pared opuesta, a 20 cm del techo, se encuentra una araña que ha decidido cazar a la mosca. La araña se desplaza haciendo el camino más corto posible, mientras, la mosca se ha quedado

paralizada por el pánico... ¿Cuál es esa distancia más corta que debe recorrer la araña hasta llegar a la mosca?



Sol.

$$\text{hip.}^2 = c_1^2 + c_2^2 = 1,5^2 + 3^2 = 2,25 + 9,00 = 11,25 \rightarrow \text{hip.} = \sqrt{11,25} = 3,35\text{ m}$$

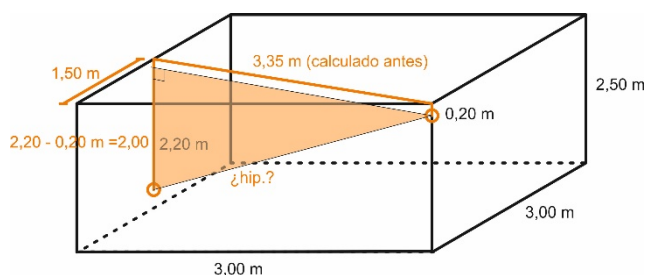
El recorrido total es:

$$0,20 + 3,35 + 2,20 = 5,75\text{ m}$$

Observaciones:

En este caso el/la docente decide si le hace un croquis del problema o permite que las/los discentes lo planteen completamente. También puede proponer otras variantes como por ejemplo:

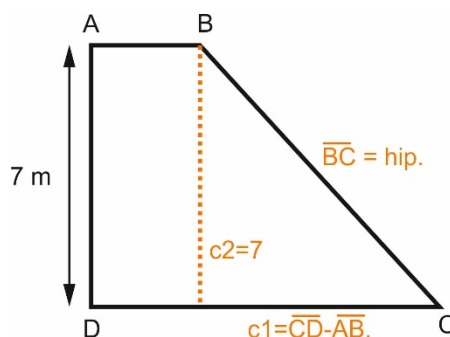
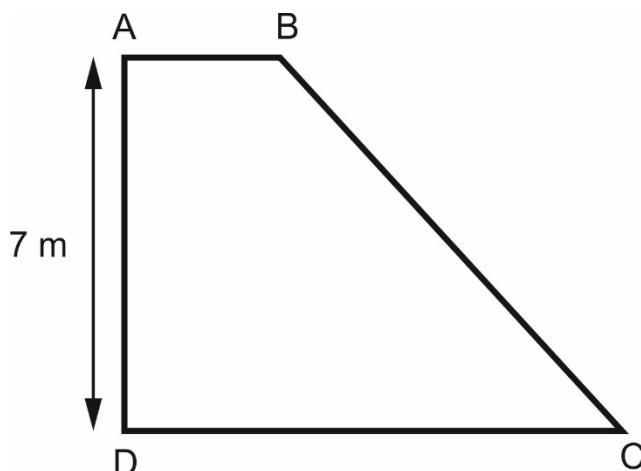
Si la araña pudiera impulsarse directamente desde su posición hasta la mosca lanzando una tela de araña, ¿qué longitud tendría la tela de araña?



Sol.

$$\text{hip.}^2 = c_1^2 + c_2^2 = 2,00^2 + 3,35^2 = 4,00 + 11,22 = 15,22 \rightarrow \text{hip.} = \sqrt{15,22} = 3,90\text{ m}$$

5. En el trapecio rectángulo de la figura resulta que $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC}$ ¿Cuál es el valor de $\overline{AB} \cdot \overline{CD}$? ¿Cuál es el perímetro y el área de la figura?



Sol.

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC}$$

$$\overline{BC}^2 = c_1^2 - c_2^2 \rightarrow (\overline{AB} + \overline{CD})^2 = (\overline{CD} - \overline{AB})^2 + 49 \rightarrow$$

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 + 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CD} = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CD} + 49$, resolviendo la igualdad:

$$4 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{CD} = 49 \rightarrow \overline{AB} \cdot \overline{CD} = \frac{49}{4} = 12,25$$

Observaciones:

Este problema es susceptible de plantear nuevas cuestiones como hallar el área o el perímetro de la figura, sin embargo, es necesario aportar más datos.

Hora lectiva 6 [W2-S3]. Actividades de Desarrollo –RPNR–

Actividad:	6	Resolución de problemas no rutinario	Tiempo:	60'
Metodología:	Trabajo cooperativo (grupos de 3-4)			
Perfil del Alumnado:	General, PMAR			
Bloque Currículo:	3	Contenido General:	Geometría	
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras	
Tipo de Actividad:	Desarrollo	RPNR	Sesión:	6 [W2-S3]
			Tiempo:	60'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:			SÍ PRECISA	

Al alumnado de PMAR se le planteará ejercicios adaptados a su rendimiento.

Objetivos de la actividad:

1. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito
2. Superar los bloqueos y la inseguridad ante la resolución de situaciones nuevas o desconocidas.

Estándares de aprendizaje:

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje
CMCT	1	1 / 2
SIEP	2	1 / 2 / 3 / 4
	6	3 / 4

Descripción:

Trabajarán en clase, por grupos. Será el/la docente quien configure los grupos. En los grupos deben estar constituidos por alumnos/as diversos, es decir, que integren a discentes de mejor rendimiento con otros/as de peor rendimiento. Al final de la sesión deberán presentar el trabajo realizado en clase, un documento por grupo.

Material didáctico:**Problemas no rutinarios.**

Se proponen los que podrían ser algunos PNR (problemas no rutinarios)

Problema no rutinario 1. En las fichas que se entregan hay un conjunto de triángulos apilados. ¿Podrías resolver los retos que se os plantean?.

Los retos de Pitágoras

30% RETO 1. ¿Podrías calcular el área del Octógono?

40% RETO 2. Observa el triángulo blanco en el interior del octógono, ¿Sabes qué tipo de triángulo es (según sus lados y según sus ángulos)? Averigua el área del octógono.

10% RETO 3. De todos los "Triángulos Pitagóricos" que hay en esta pila de triángulos hay un tipo que por las características de la terna era considerado Sagrado ya que:

1. Es el único cuyos lados se hallan en progresión geométrica.
2. Y es el único cuya área es igual a la mitad de su perímetro

Este triángulo lo usaron babilónicos, egipcios, masones, etc. porque podía configurarse con una cuerda con 12 nudos equidistantes. ¿sabrías averiguar cuál es?

15% RETO 4. Igualmente hay otras dos ternas pitagóricas en esta pila de triángulos que son los únicos cuya área es igual a sus perímetros. ¿podrías averiguar cuál son?.

5% RETO 5. ¿Qué triángulo tiene la geometría de una escuadra?

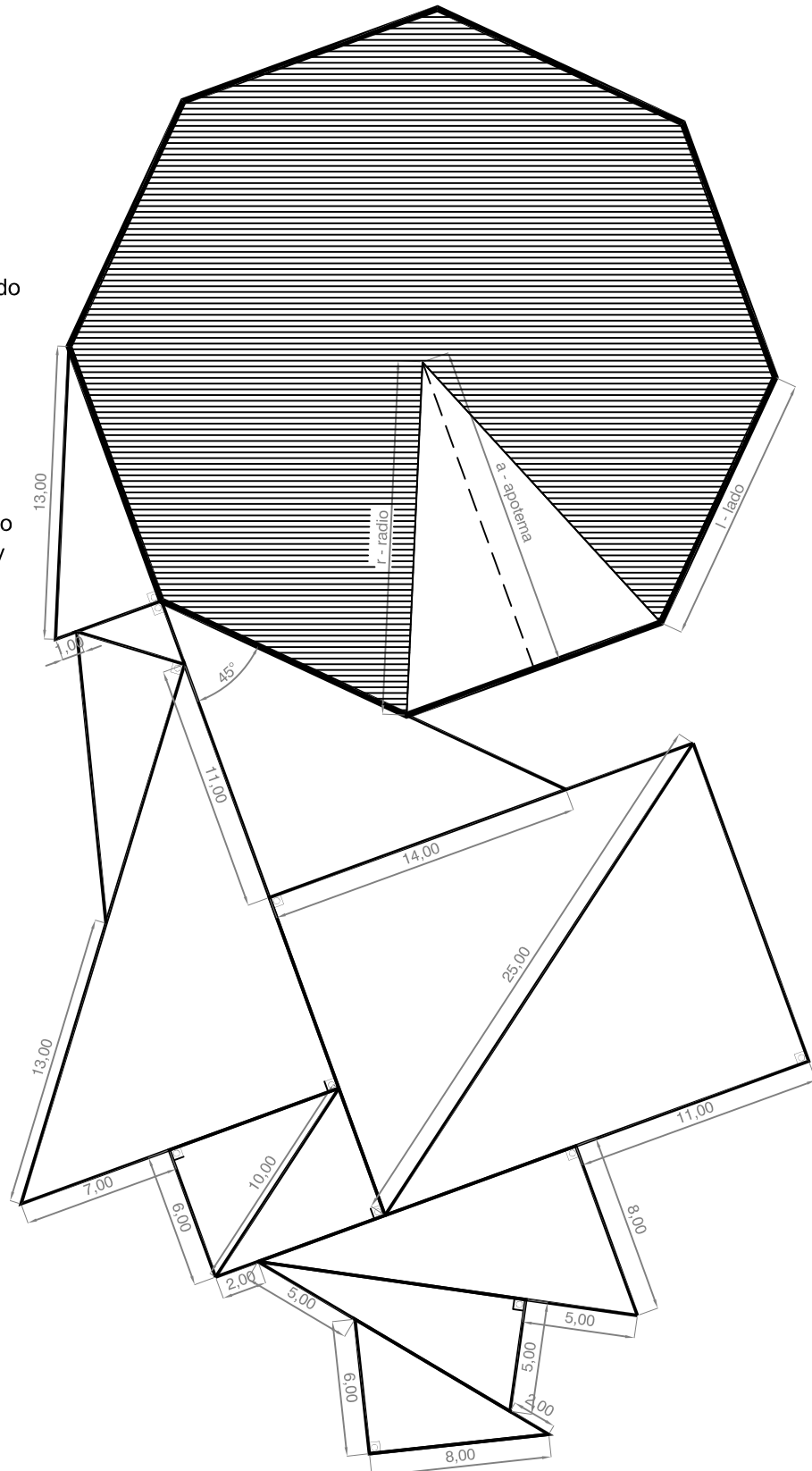
!! RECUERDA !!

$$P = l \cdot (n^{\circ} \text{ lados})$$

Perímetro = longitud de un lado
por el número de lados del
polígono

$$A = \frac{P \cdot a}{2}$$

Area = Perímetro del polígono
por longitud de su apotema y
dividido entre dos



Los retos de Pitágoras (SOLUCIÓN)

30% RETO 1. ¿Podrías calcular el área del Octógono?

$A = 695,2935$

40% RETO 2. Observa el triángulo blanco en el interior del octógono, ¿Sabes qué tipo de triángulo es?. Averigua el área del octógono.

es un triángulo isósceles acutángulo. Su $A = 86,91$ y la del octógono es $8 \cdot 86,91 = 695,28$

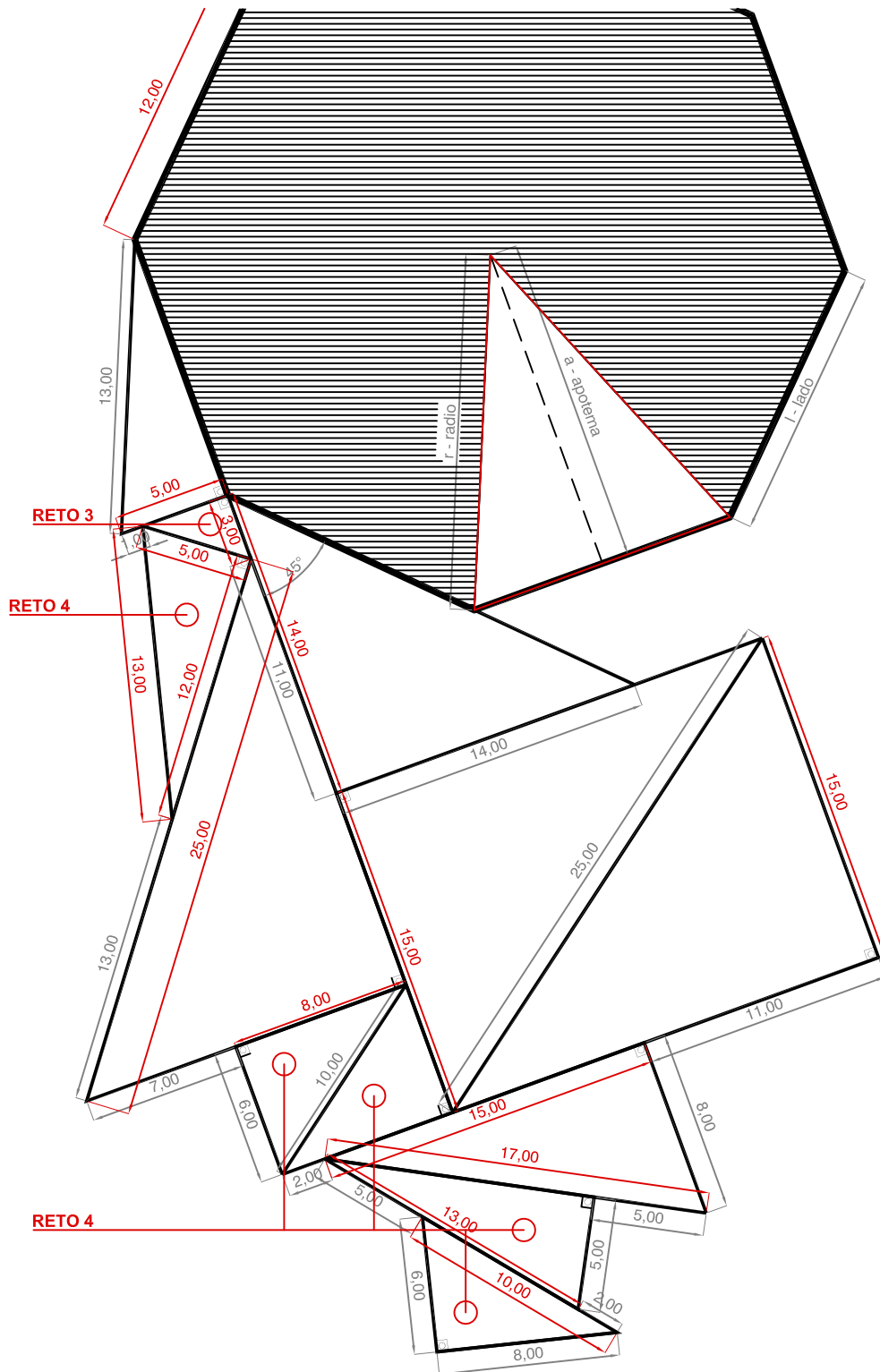
10% RETO 3. De todos los "Triángulos Pitagóricos" que hay en esta pila de triángulos hay un tipo que por las características de la terna era considerado Sagrado ya que:

1. Es el único cuyos lados se hallan en progresión geométrica.
2. Y es el único cuya área es igual a la mitad de su perímetro

Este triángulo lo usaron babilónicos, egipcios, masones, etc. porque podía configurarse con una cuerda con 12 nudos equidistantes. ¿sabrías averiguar cuál es? **El triángulo 3,4,5**

15% RETO 4. Igualmente hay otras dos ternas pitagóricas en esta pila de triángulos que son los únicos cuya área es igual a sus perímetros. ¿podrías averiguar cuál son?. **Los triángulos 5,12,13 y 6,8,10**

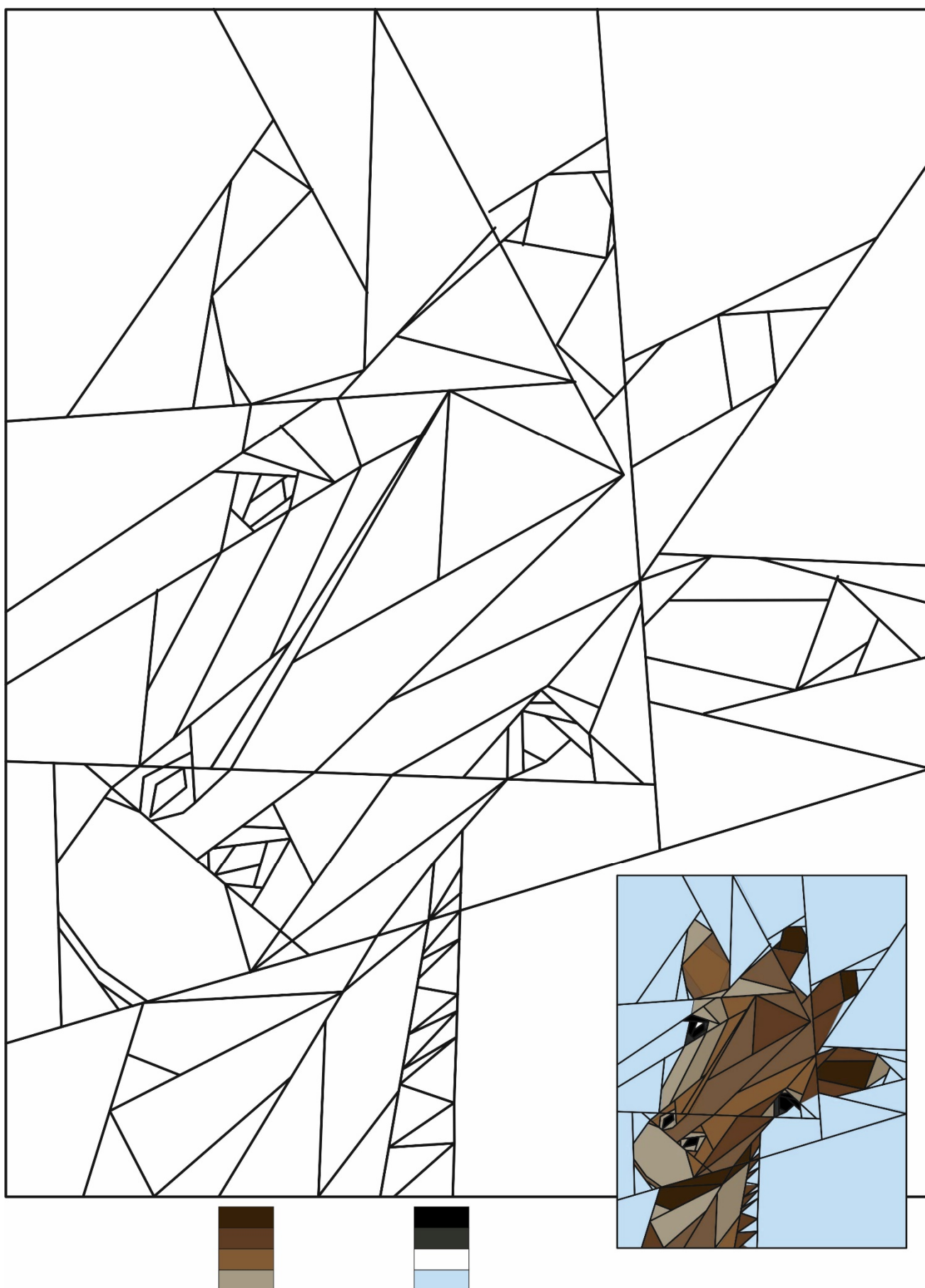
5% RETO 5. ¿Qué triángulo tiene la geometría de una escuadra? **El que tiene 2 lados y ángulos iguales.**



Problema no rutinario 2. Un grafitero ha sido contratado para hacer el grafiti de la imagen que se muestra a continuación (el alumnado la recibiría en A3 a color) en una pared que mide 3,6x3,8 m, en vuestro dibujo mide 36x38 cm. ¿Podríamos ayudar al grafitero a calcular el material que necesita?. Sabiendo que en cada m^2 de superficie gastará 0,5 l. de pintura, necesita saber cuánta superficie hay de cada color. Así ayúdale en lo que puedas pero empieza por decirle:

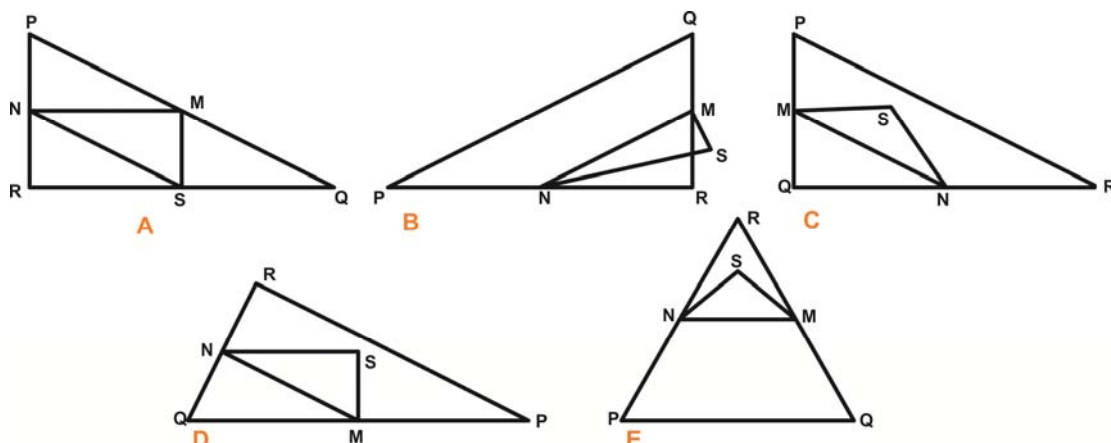
1. Qué superficie ocupa y cuánta pintura necesitará, para el color azul.
2. Qué superficie ocupará la imagen central.
3. Averigua cuánta superficie hay de los demás colores.

(Ver la imagen en A4 en la página siguiente)



Problema no rutinario 3. (Problema PISA) Rodea con un círculo la figura que se ajusta a la siguiente descripción:

El triángulo PQR es un triángulo rectángulo con el ángulo recto en R. El lado RQ es menor que el lado PR. M es el punto medio del lado PQ y N es el punto medio del lado QR. S es un punto del interior del triángulo. El segmento MN es mayor que el segmento MS.



Sol. D

[**Criterio de corrección PISA:** Máx. puntuación. Código: 1: Respuesta D. Sin puntuación: Código 0 otras respuestas. Código 9 sin respuestas. **Intención:** Comparar la descripción verbal de las figuras geométricas con la representación gráfica de las mismas. **Idea principal:** Espacio y forma. **Competencia matemática:** Nivel 1 (reproducción, definiciones y cálculos). **Contexto:** científico. **Tipo de respuesta:** Elección múltiple.]

Problema no rutinario 4. (Problema PISA) "Barcos de Vela

(ver páginas siguientes)

Hora lectiva 7 [W3-S1]. Actividades de Conclusión –Competencia Digital–

Actividad:	7 Ejercicios con geogebra	Tiempo:	55'
Metodología:	Tradicional. Aula TIC 1 discente/puesto		
Perfil del Alumnado:	General, PMAR		
Bloque Currículo:	3	Contenido General:	Geometría
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras
Tipo de Actividad:	Conclusión TIC	Sesión:	7 [W3-S1]
		Tiempo:	55'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:		No precisa	

Al alumnado de PMAR puede hacer esta actividad sin adaptaciones

Objetivos de la actividad:

1. Emplear con soltura herramientas tecnológicas con autonomía y sentido crítico.
2. Superar los bloqueos y la inseguridad ante la resolución de situaciones nuevas o desconocidas.

Estándares de aprendizaje:

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje
CMCT	1	1 / 2
CD	11	4

Descripción:

Esta sesión se desarrollará en el aula TIC. Usaremos la app Geogebra para trabajar el contenido del punto 3.1.3. de los contenidos de la UD. 3.1.:

1. Comprobemos la teoría de triángulos con la práctica en Geogebra.
2. Demostración del Teorema de Pitágoras con Geogebra

El/la docente, marcará las directrices en la clase. Se dibujará con el programa para su comprensión gráfica la teoría de triángulos vista en los contenidos (puntos y rectas notables), tipos de triángulos y construiremos demostraciones gráficas del Teorema de Pitágoras.

Esta sesión tiene una duración de 55' por el tiempo que necesita el alumnado para pasar de su aula general al aula TIC.

Material didáctico:

Ordenadores con conexión a internet y acceso a la aplicación Geogebra.

Hora lectiva 8 [W3-S2] y 9 [W3-S3] Actividades de Conclusión –ABP–

Actividad:	8	El proyecto de Pitágoras	Tiempo:	55'
Metodología:	ABP – Aprendizaje basado en proyectos			55'
Perfil del Alumnado:	General, PMAR			
Bloque	3	Contenido General:	Geometría	
Currículo:				
Curso:	2º ESO	Unidad Didáctica:	Triángulos Teorema de Pitágoras	
Tipo de Actividad:	Conclusión	TIC Investí.	Sesión:	Tiempo:
			8 [W3-S2] 9 [W3-S3]	55' 55'
Adaptaciones curriculares de atención a la diversidad:			No precisa	

Al alumnado de PMAR puede hacer esta actividad sin adaptaciones

Objetivos de la actividad:

1. Aprender a profundizar en problemas resueltos para plantear variaciones en sus datos, preguntas, contextos, etc.
2. Elaborar y presentar informes con el proceso, resultado y conclusiones del proceso de investigación.
3. Emplear con soltura herramientas tecnológicas con autonomía y sentido crítico.
4. Manejar las TIC para documentarse a través de Internet analizando las fuentes con sentido crítico para cibar las que ciertamente suponen un valor al desarrollo de una investigación.

Estándares de aprendizaje:

Competencia	Criterio de evaluación	Estándares de aprendizaje
CMCT	1	1 / 2
CD	11	4
CCL CAA SIEP	5 6	1 1 / 2

Descripción:

El proyecto consistirá en construir ellos un PNR (problema no rutinario), pero deben darle un contexto que obligue a la inferencia: Se puede recurrir a la Historia del Teorema de Pitágoras, su uso en ingeniería, en el arte, en la literatura, fotografía,...

Material didáctico:

Ordenadores con conexión a internet aplicaciones de ofimática.



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Centro de Estudios de Postgrado

Trabajo Fin de Máster

DIDÁCTICA DEL TEOREMA DE PITÁGORAS PARA DISCENTES DE 2º DE LA E.S.O.

ANEXO II

Comparación del desarrollo de contenidos curriculares de Matemáticas de 2º ESO en la Orden ECD/1361/2015, de ámbito estatal, y la Orden 14 de Julio de 2016 de ámbito autonómico para Andalucía.

Comparación del desarrollo de contenidos curriculares entre la *Orden ECD/1361/2015*, de ámbito estatal y la *Orden 14 de Julio de 2016*, donde se desarrolla el currículo para Andalucía.

Tabla 1. Comparación del desarrollo de contenidos para el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes matemáticas* para Matemáticas de 2º ESO.

Orden ECD/1361/2015 ESTATAL	Orden 14 de Julio de 2016 CA Andalucía
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas	
Planificación del proceso de resolución de problemas.	Planificación del proceso de resolución de problemas.
Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.	Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc.
Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.	Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.
Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.	Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.
Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.	Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos.
Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.	Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.

Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:	Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:
a) la recogida ordenada y la organización de datos;	a) la recogida ordenada y la organización de datos;
b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;	b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos;
c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;	c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico;
d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;	d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas;
e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;	e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos;
f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.	f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.

Tabla 2. Comparación del desarrollo de contenidos para el **Bloque 2. Números y álgebra** para Matemáticas de 2º ESO.

Orden ECD/1361/2015 ESTATAL	Orden 14 de Julio CA Andalucía
Bloque 2. Números y álgebra	
Significados y propiedades de los números en contextos diferentes al del cálculo: números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc.	Significados y propiedades de los números en contextos diferentes al del cálculo: números triangulares, cuadrados, pentagonales, etc.
Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural. Operaciones.	Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural. Operaciones.
Potencias de base 10. Utilización de la notación científica para representar números grandes.	Potencias de base 10. Utilización de la notación científica para representar números grandes.
Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas. Estimación y obtención de raíces aproximadas.	Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas. Estimación y obtención de raíces aproximadas.
[Se establece en el BLOQUE 2. Números y Álgebra de 1º ESO]	Números decimales. Representación, ordenación y operaciones.
[Se establece en el BLOQUE 2. Números y Álgebra de 1º ESO]	Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones.
Jerarquía de las operaciones.	Jerarquía de las operaciones.
Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales.	Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales.
Razón y proporción. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad.	Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad.
Resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales.	Resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales.
Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.	Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.
Iniciación al lenguaje algebraico	[Este contenido forma parte del currículo de 1º de ESO en Andalucía]
Traducción de expresiones del lenguaje cotidiano, que representen situaciones reales, al algebraico y viceversa.	

El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.	El lenguaje algebraico para generalizar propiedades y simbolizar relaciones. Obtención de fórmulas y términos generales basada en la observación de pautas y regularidades. Valor numérico de una expresión algebraica.
Operaciones con expresiones algebraicas sencillas.	[Este contenido forma parte del currículo de 1º de ESO en Andalucía]
Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.	Transformación y equivalencias. Identidades. Operaciones con polinomios en casos sencillos.
Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas.	Ecuaciones de primer grado con una incógnita (métodos algebraico y gráfico) y de segundo grado con una incógnita (método algebraico). Resolución. Interpretación de las soluciones. Ecuaciones sin solución. Resolución de problemas
Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.	Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Métodos algebraicos de resolución y método gráfico. Resolución de problemas.

Tabla 3. Comparación del desarrollo de contenidos para el **Bloque 3. Geometría** para Matemáticas de 2º ESO.

Orden ECD/1361/2015 ESTATAL	Orden 14 de Julio CA Andalucía
Bloque 3 Geometría	
Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.	Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras. Justificación geométrica y aplicaciones.
Semejanza: figuras semejante. Criterios de semejanza. Razón de semejanza y escala.	.Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. Razón de semejanza y escala.
Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.	Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.
Poliedros y cuerpos de revolución. Elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes. Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.	Poliedros y cuerpos de revolución. Elementos característicos, clasificación. Áreas y volúmenes. Propiedades, regularidades y relaciones de los poliedros.
Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico.	Cálculo de longitudes, superficies y volúmenes del mundo físico
Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	Uso de herramientas informáticas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Tabla 4. Comparación del desarrollo de contenidos para el **Bloque 4. Funciones** para Matemáticas de 2º ESO.

Orden ECD/1361/2015 ESTATAL	Orden 14 de Julio CA Andalucía
Bloque 4. Funciones	
Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados.	[Este contenido forma parte del currículo de 1º de ESO en Andalucía]¹
El concepto de función: Variable dependiente e independiente. Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). Crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos relativos. Análisis y comparación de gráficas.	El concepto de función: variable dependiente e independiente. Formas de presentación (lenguaje habitual, tabla, gráfica, fórmula). Crecimiento y decrecimiento. Continuidad y discontinuidad. Cortes con los ejes. Máximos y mínimos relativos. Análisis y comparación de gráficas.
Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta.	Funciones lineales. Cálculo, interpretación e identificación de la pendiente de la recta. Representaciones de la recta a partir de la ecuación y obtención de la ecuación a partir de una recta.
Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.	Utilización de calculadoras gráficas y programas de ordenador para la construcción e interpretación de gráficas.

¹ **Contenido del Bloque 4. Funciones del currículo de Andalucía de 1º ESO según la Orden 14 de Julio de 2016:** “Coordenadas cartesianas: representación e identificación de puntos en un sistema de ejes coordenados. (...)”.

Tabla 5. Comparación del desarrollo de contenidos para el **Bloque 5. Estadística y probabilidad** para Matemáticas de 2º ESO.

Orden ECD/1361/2015 ESTATAL	Orden 14 de Julio CA Andalucía
Bloque 5. Estadística y probabilidad	
<i>[Se establece en el BLOQUE 4. Estadística y Probabilidad de 1º ESO]</i>	Variables estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas
	Medidas de tendencia central. Medidas de dispersión.
Fenómenos deterministas y aleatorios.	<i>[Este contenido forma parte del currículo de 1º de ESO en Andalucía]²</i>
Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.	
Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación. Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.	
Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos.	
Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.	

² **Contenido del Bloque 5. Estadística y Probabilidad del currículo de Andalucía de 1º ESO según la Orden 14 de Julio de 2016:**

“(…) Fenómenos deterministas y aleatorios.

Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación.

Frecuencia relativa de un suceso y su aproximación a la probabilidad mediante la simulación o experimentación. Sucesos elementales equiprobables y no equiprobables.

Espacio muestral en experimentos sencillos. Tablas y diagramas de árbol sencillos. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.”