



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Trabajo Fin de Grado

Cálculo mental en Educación Primaria

Alumno/a: Ernesto Jiménez García

Tutor/a: Prof. D. Manuel García Armenteros
Dpto.: Didáctica de las Matemáticas

Junio, 2017

Índice

Resumen y palabras clave	3
Abstract y keywords	4
Introducción	5
Capítulo 1 - Marco teórico	6
Contexto histórico.....	6
Cálculo mental	7
Inteligencias múltiples y áreas cerebrales.....	7
Competencia clave matemática	9
Capítulo 2 - Justificación.....	10
Necesidad de trabajar el cálculo mental en Educación Primaria	10
Ventajas del cálculo mental en Educación Primaria	11
Objetivos.....	13
Capítulo 3 - Marco legislativo	13
Matemáticas y cálculo mental en la LOMCE.....	13
Capítulo 4 -Análisis del manual	15
Capítulo 5 - Propuesta didáctica.....	16
Estrategias.....	16
Método ABN	20
Atención a la diversidad y el método ABN.....	23
Orientaciones didácticas	24
Instrumentos	25
Propuesta de actividades para el trabajo del cálculo mental.....	28
Conclusión	31
Referencias bibliográficas	32

Resumen

La educación se encuentra en una situación que no es la más idónea, y por tanto es deber de todos y cada uno de los miembros de la comunidad educativa encontrar una solución. Concretamente, dentro del campo de las matemáticas, puede observarse una situación académica poco favorable, y es por ello que se considera necesario que desde los niveles más bajos se trabaje dicha materia con un enfoque más práctico, orientado a la vida cotidiana y que no resulte aburrido para el alumnado. Es ahí donde el cálculo mental juega un papel fundamental, puesto que permite que la construcción de conocimiento de las diferentes áreas vaya siendo progresiva a través de material manipulativo. En este trabajo se va a explicar la importancia de esta herramienta de aprendizaje, y se van a ofrecer propuestas concretas que la trabajen de forma transversal de manera que se oriente la acción educativa hacia la excelencia de cada uno de los alumnos, favoreciendo su autonomía en el futuro laboral y social que les espera el día de mañana.

Palabras clave

Cálculo mental, ABN, matemáticas, diversidad, Educación Primaria.

Abstract

The situation of education nowadays is not optimal, and that is why it is the duty of each and everyone in the educative community to find an answer for this. Particularly, within the Mathematics field, it can be observed that the academic situation is not favorable, and this is the reason why it is necessary to work this subject from a more practical approach, starting from the lowest levels, focused on daily life needs and that does not prove boring to the students. Within this idea, mental calculation plays a fundamental role, since it allows the knowledge building from different areas to be progressive through manipulative material. In this essay, the importance of this learning tool will be explained; and also specific proposals will be shown, ones that work transversely, in a way that the educative action is oriented towards the excellence of each and every pupil, supporting their autonomy in their social and labor future, that awaits for them later in life.

Keywords

Mental calculation, open calculation based on numbers (ABN), Mathematics, diversity, Primary Education.

Introducción

Nuestro mundo diverso está en constante cambio, por lo que la educación no puede nunca mantenerse igual y debe saber adaptarse a la realidad que se está viviendo. Es por ello que un mundo donde lo práctico y tangible está a la orden del día, es necesario educar a las personas en aspectos que les permitan desenvolverse con facilidad en la sociedad. Una de las herramientas facilitadoras de dicha labor es el cálculo mental, una evolución de otros conceptos matemáticos que busca que el alumnado pueda trabajar sin necesidad de material adicional de forma constante, aunque pueda usarlo como apoyo.

La propia definición de cálculo mental y su relación con las inteligencias múltiples nos permitirá darnos cuenta de la necesidad de trabajar esta herramienta en Educación Primaria, así como las distintas ventajas que aporta al desarrollo integral del alumnado.

Consideramos importante conocer la legislación vigente en lo relativo a las matemáticas, así como la situación actual de los libros de texto, de forma que podamos ofrecer una propuesta didáctica basada en un método innovador como el ABN a través de una batería de actividades prácticas de interés general. Es necesario además recalcar la belleza de la universalidad de las matemáticas y la integración que el cálculo mental permite alcanzar gracias a su alto grado de transversalidad.

Con todo lo ofrecido nuestro objetivo es ofrecer una propuesta de trabajo del cálculo mental de forma transversal para que los alumnos se desarrollen integralmente como miembros de la sociedad según la normativa actual.

Finalmente, tras todo el recorrido a lo largo de los capítulos que componen este trabajo, se expondrán las conclusiones extraídas de la realización del mismo, ofreciendo así no solo una perspectiva de lo que se pretende conseguir en el aula, sino también de todo lo aprendido para evolucionar como docente.

Marco teórico

Contexto histórico

Como en cualquier ámbito de las matemáticas, es difícil no empezar hablando de ellas comenzando por la antigua Grecia. Fueron muchos los filósofos y matemáticos que, gracias a su trabajo, formularon teorías que en la actualidad seguimos utilizando. Otras teorías más complejas incluso se siguen estudiando e incluso ampliando en la actualidad.

Las matemáticas, evidentemente no comienzan con los griegos sobre el año 1.200 a. C. ya que existen evidencias de matemáticas muy avanzadas en civilizaciones anteriores, como por ejemplo la egipcia. Sin ir más lejos, las construcciones de las legendarias pirámides egipcias están plagadas de matemáticas muy avanzadas. La utilización de palancas y poleas para transportar las piedras de gran tonelaje que forman las pirámides requerían de un vasto conocimiento matemático.

Tras este inciso, es importante destacar que es en la antigua Grecia cuando las matemáticas alcanzan la madurez como ciencia. En civilizaciones anteriores a la griega, la preocupación por las matemáticas era meramente práctica, dado el uso que se le daba (como medir y construir). Es en la antigua Grecia donde se elevan las matemáticas a un estado trascendental, donde meditaban sobre el origen de los números.

Fue Tales de Mileto, entorno al 600 a. C. pionero en desarrollar los primeros teoremas dentro de la Geometría, utilizando el razonamiento lógico. Pitágoras, más tarde fundó la escuela pitagórica, a quienes se les atribuye otros conocidos teoremas, como el Teorema de Pitágoras, que establece la relación entre la hipotenusa y los catetos en los triángulos rectángulos.

Cabe mencionar para finalizar esta etapa a Arquímedes de Siracusa (287-212 a. C.), considerado el mayor matemático de la Edad Antigua, que desarrolló el cálculo del número π (pi) por aproximaciones sucesivas y sentó muchas bases del cálculo diferencial e integral. También fueron importantes los avances que realizó en el campo de la ciencia mecánica, descubriendo grandes inventos como la polea o la rueda dentada. Para Arquímedes, el cálculo “consiste en un algoritmo que permite anticipar el resultado que precederá de ciertos daños que se conocen con anticipación”.

Dejando atrás la Edad Antigua, llegamos al siglo XVII con Isaac Newton. Newton fue pionero en desarrollar métodos relacionados con el cálculo diferencial, llegando incluso a explicar con ellos la traslación de los planetas del Sistema Solar. Un contemporáneo de Newton que también merece mención es Gottfried W. Leibniz Berkeley, que trabajó en la misma línea y al que debemos las actuales operaciones de cálculo diferencial y derivadas.

En la actualidad, para hablar de cálculo podemos escoger como punto de partida la definición de la Real Academia Española (RAE): “Cómputo, cuenta o investigación que se hace de algo por medio de operaciones matemáticas”. Para comprender mejor la totalidad de la palabra, es preciso conocer su etimología. El origen de cálculo se remonta al latín *calculus*, que significa “piedra pequeña” en referencia a las bolas que componen los ábacos.

De toda esta información, podemos extraer que el cálculo surge como necesidad no sólo de contar sino como una investigación que nos lleve a anticipar resultados basándonos en unos datos previos; de ahí que podamos utilizar la expresión “calcular un riesgo”.

Cálculo mental

Pese a que el origen de la palabra cálculo alude a los ábacos, pasamos ahora a centrarnos en el cálculo mental.

De las investigaciones de Baroody (2006), podemos extraer que el cálculo mental puede definirse como la invención y aplicación de estrategias basadas en las características del sistema numérico y de las operaciones aritméticas.

Jiménez (2012) lo define como aquello consistente “en realizar cálculos matemáticos utilizando solo el cerebro, sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel”.

Un año más tarde, Ortiz (2013) lo concreta como “un cálculo sin ninguna ayuda exterior, basado en la exploración y la reflexión, práctico, motivador, relajado, respetando el protagonismo y la autonomía de cada individuo, con flexibilidad de acción, diálogo y en donde no debe primar la velocidad de respuesta”.

Como decíamos al inicio del apartado, el cálculo mental difiere del cálculo tradicional en cuanto a que sólo se usa el cerebro y su capacidad de reflexión para generar estrategias aritméticas donde se prioriza la autonomía del individuo por encima de la velocidad del cálculo (en cuyo caso utilizaríamos herramientas que aceleraran el proceso).

Inteligencias múltiples y áreas cerebrales

Dentro de la educación hay que tener en cuenta que, para que el alumnado evolucione, se requiere del desarrollo de varios tipos de inteligencia. Esta afirmación se basa en la Teoría de las Inteligencias Múltiples, de Howard Gardner, donde se habla de que no existe un único tipo de inteligencia, sino ocho. A pesar de que todas ellas son igual de importantes y que cada individuo puede desarrollar más unas que otras, vamos a centrarnos en la inteligencia lógico-

matemática, al ser la que está íntimamente relacionada con el concepto de cálculo, objeto de este trabajo.

Gardner (1993) define la inteligencia lógico-matemática como la habilidad para pensar de forma racional, utilizando los números de forma efectiva, propia de profesionales de disciplinas como la ciencia, la medicina o la ingeniería.

La inteligencia lógico-matemática, según Torres (s.f), ha sido considerada “durante mucho tiempo la forma de expresión más clara de nuestra propia inteligencia”. Sin embargo, tras la aparición de la Teoría de Gardner, este tipo de inteligencia puede definirse como “nuestra capacidad de razonamiento formal para resolver problemas relacionados con los números y las relaciones que se pueden establecer entre ellos, así como para pensar siguiendo las reglas de la lógica”.

Por lo tanto, pese a que en el desarrollo del individuo siempre está presente el componente genético, la inteligencia lógico-matemática es una destreza del pensamiento racional que puede mejorarse tanto de forma individual como en conjunto, con el resto de inteligencias.

Dado que conforman una inteligencia en sí misma, las capacidades matemáticas provocan reacciones en ciertas áreas cerebrales. Investigaciones de los últimos años, como la de Alonso y Fuentes (2001), indican que los circuitos neuronales asociados a las matemáticas se localizan principalmente en el lóbulo parietal. Concretamente, dentro de éste, se destacan dos áreas. La primera de ellas es el surco intraparietal, que se activa cuando los sujetos se representan, relacionan cantidades y ejecutan cálculos sin intervención lingüística, por ejemplo, al entender un número como la composición de cierta cantidad de unidades y decenas o al realizar aproximaciones al resultado final. La segunda de ellas, el giro angular, se relaciona con cálculos con intervención lingüística y la obtención de resultados exactos, como, por ejemplo, el aprendizaje memorístico de las tablas de multiplicar. Son tan vitales estas zonas para el aprendizaje matemático que, de hecho, las personas con lesiones en las mismas pueden presentar el Síndrome de Gerstman, que incluye trastornos como agrafía, acalculia, agnosia digital o la imposibilidad de distinguir entre derecha e izquierda.

Hemos hablado de evolución del alumnado, por lo que se hace necesario mencionar los estadios del psicólogo Jean Piaget, puesto que nos permite ver el aprendizaje de las matemáticas a lo largo del desarrollo madurativo del individuo. Dichos estadios comienzan cuando el individuo adquiere la conciencia de que existe un mundo más allá del suyo propio y terminan cuando se adquiere el pensamiento lógico.

Estadios del desarrollo según Piaget

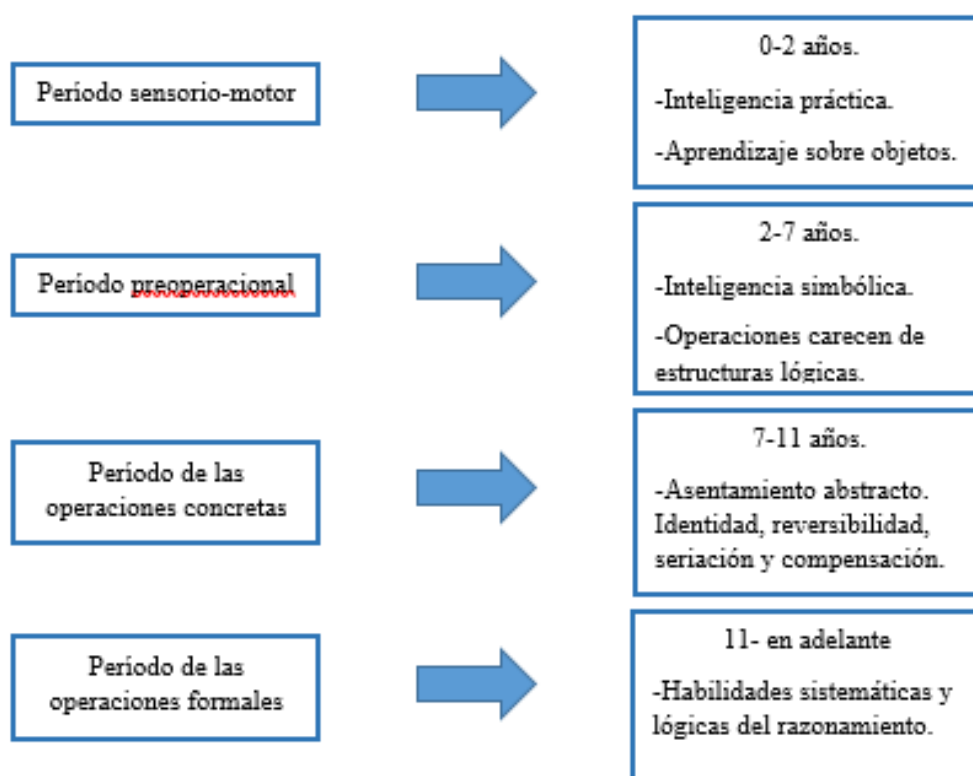


Figura 1. Estadios del desarrollo según Piaget (Elaboración propia).

De las teorías de Piaget, Kamii (1981) extrae que hay tres tipos de conocimiento: el físico, el social y el lógico-matemático. El último, que es el que nos interesa, se construye por abstracción reflexiva, y tiene entre sus características que no es directamente enseñable y que nunca se olvida. Además, todos los tipos de conocimiento están íntimamente relacionados, por lo que no se pueden trabajar las matemáticas fuera de un marco de relaciones y de una mejora física, hablando así de un desarrollo integral del individuo.

Competencia clave matemática

Como el sistema educativo español se enmarca dentro de las orientaciones de la Unión Europea, se hace necesaria la adquisición de competencias clave durante el período educativo obligatorio para que el alumnado alcance un pleno desarrollo personal, social y profesional, que se ajuste a la realidad social actual. En concreto, la competencia matemática (incluida dentro de la competencia clave matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología) implica, según el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013) en la Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre) “la capacidad de aplicar el

razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto”.

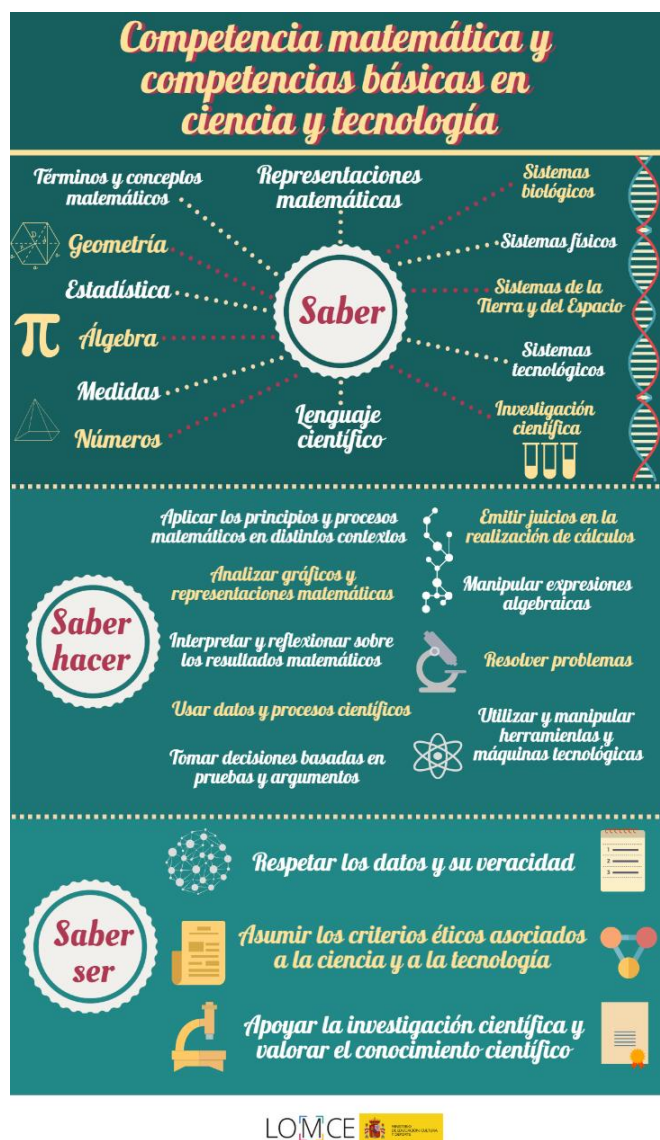


Figura 2. Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (Ministerio de Educación, Cultura y Deporte, 2013).

Justificación

Necesidad de trabajar el cálculo mental en Educación Primaria

Tras esta introducción teórica, procedemos a analizar la realidad escolar actual en torno a las matemáticas, de forma que podamos plantear los objetivos a tratar en este trabajo.

Nos encontramos en un momento en el cual la educación en España se encuentra en una situación problemática, con elevadas tasas de abandono y fracaso escolar y unas valoraciones no muy favorables en los diferentes estudios realizados sobre el rendimiento académico del

alumnado, como el llevado a cabo por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). En los últimos años se ha observado una ligera mejora, principalmente causada por la necesidad de los estudiantes de permanecer más tiempo en el sistema educativo con el fin de obtener una mejor cualificación de cara a un futuro laboral incierto y complicado.

En concreto, hay más de 95.000 estudiantes de 15 años que tuvieron un rendimiento bajo en matemáticas en España, entendiéndose por ello que no alcanzan el nivel considerado como básico para participar de forma activa en la sociedad al no poder resolver problemas de razonamiento complejo.

Pese a que estos números no nos muestran un panorama muy favorable en la educación de nuestro país, no debemos olvidar que PISA y otros informes han creado una “cultura de la calificación” que no valora la enorme diversidad del alumnado presente en las aulas (diversidad étnica, Necesidades Específicas de Apoyo Educativo “NEAE” u origen social).

Es complicado encontrar un único motivo por el cual la situación en matemáticas no es la más idónea. Sin embargo, diversos expertos educadores como el catedrático D. Juan Aranda Doncel creen que existe una gran relación entre los resultados y el carácter interpersonal del profesor.

La enseñanza del área se sigue impartiendo de forma tradicional, siguiendo un método deductivo basado en la lección magistral sin participación del alumno en su proceso de adquisición de los contenidos; el libro de texto y los cuadernos de actividades son el único recurso didáctico para la enseñanza; las actividades de lápiz y papel y la memorización de los conceptos sin comprensión de los mismos son el fundamento del aprendizaje del alumno; cuando las tendencias actuales en la didáctica del área optan por el método inductivo, dialógico, manipulativo y activo, a través del cual el alumno adquiere los conceptos matemáticos por medio de la manipulación del material didáctico, la representación gráfica del concepto adquirido; la simbolización una vez asimilado y vivenciado el concepto; la aplicación a situaciones de la vida real o a nuevas situaciones de aprendizaje; además de la verbalización y el diálogo continuo durante todo el proceso de aprendizaje (Aranda, 2004).

Ventajas del cálculo mental en Educación Primaria

En primer lugar, la mejora del cálculo mental favorece el desarrollo cognitivo en tanto en cuanto ayuda a mejorar capacidades como la memoria, la atención o la concentración. Tal y como afirma Sadurní (2003), el desarrollo de la memoria está relacionado con los procesos para

almacenar y recuperar información, además del desarrollo de métodos y estrategias que favorecen la adquisición de nuevos aprendizajes.

Aunque se tiende a pensar que en el cálculo mental interviene únicamente la memoria, esto no es así, aunque sí es cierto que ayuda a trabajarla. También tiene efectos positivos sobre la atención y la agilidad mental. No solo las matemáticas se beneficiarán de estas mejoras a nivel cognitivo, sino que será beneficioso para las demás áreas del currículum. Esta agilidad está relacionada directamente con el desarrollo del pensamiento divergente, y por tanto del aumento de la capacidad del alumnado de ofrecer múltiples soluciones a un problema concreto.

En segundo lugar, el trabajar el cálculo mental en Educación Primaria también tiene efectos positivos sobre la autoestima del alumnado. Una vez que el alumnado empiece a obtener resultados positivos, éstos actuarán como reforzador positivo, incrementando las conductas deseadas que estamos trabajando. Debemos trabajar el cálculo mental volcando en ellos una actitud positiva y expectativas de superación, con el fin de conseguir el denominado “Efecto Pigmalión” positivo. El Efecto Pigmalión se puede describir como la imagen que generamos de nosotros mismos tomando como base la opinión de otras personas influyentes para nosotros de forma que orientamos nuestras acciones hacia lo esperado por dicha influencia.

Esta relación entre el cálculo mental y la autoestima puede sustraerse de teorías psicológicas como las de Maslow (Teoría de Jerarquía de Necesidades) o Skinner (Teoría del Reforzamiento). Un correcto trabajo del cálculo mental, puede convertir la motivación extrínseca del alumno en motivación intrínseca.

Otra de las ventajas de trabajar el cálculo mental, sobre todo en primer ciclo, es que esta agilidad mental y aumento de las habilidades mencionadas anteriormente, permitirán al alumnado afianzar el concepto de número, que sentará unas bases sólidas sobre las que ir construyendo el aprendizaje venidero. El trabajo adecuado de esta habilidad numérica permitirá que en cursos superiores la adquisición de nuevos algoritmos sea mucho más sistemática, que pueden ir desde una simple suma hasta algo más complejo como una raíz cuadrada.

En definitiva, el conocimiento matemático adquirido en la escuela nos permite desenvolvernó en nuestro día a día, por lo que un buen manejo del cálculo mental contribuirá a la formación de ciudadanos competentes. Actividades como la compra de productos alimenticios, el correcto seguimiento de una receta de cocina o la ingesta de la dosis adecuada de un medicamento requieren un mínimo de conocimientos y destrezas matemáticos para poder llevarse a cabo.

Objetivos

Tras analizar la situación actual y las ventajas, hemos comprobado que se hace necesario el correcto aprendizaje del cálculo mental de forma transversal. Primero, es necesario conocer cómo se presenta el cálculo, y a su vez el cálculo mental, dentro del área de matemáticas en el marco legislativo vigente. Partiendo de esta información, procederemos a formular una serie de estrategias para el trabajo del cálculo mental en Educación Primaria, apoyándonos en métodos e instrumentos de reconocida eficacia y finalizando con una batería de orientaciones metodológicas.

Marco legislativo

Matemáticas y cálculo mental en la LOMCE

En el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria, en el área de matemáticas se afirma que:

En la Educación Primaria se busca alcanzar una eficaz alfabetización numérica, entendida como la capacidad para enfrentarse con éxito a situaciones en las que intervengan los números y sus relaciones, permitiendo obtener información efectiva, directamente o a través de la comparación, la estimación y el cálculo mental o escrito. Para lograr una verdadera alfabetización numérica no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito, es necesario actuar con seguridad ante los números y las cantidades, utilizarlos siempre que sea necesario e identificar las relaciones básicas que se dan entre ellos. El trabajo en esta área en la Educación Primaria estará basado en la experiencia; los contenidos de aprendizaje parten de lo cercano, y se deberán abordar en contextos de identificación y resolución de problemas. Las matemáticas se aprenden utilizándolas en contextos funcionales relacionados con situaciones de la vida diaria, para ir adquiriendo progresivamente conocimientos más complejos a partir de las experiencias y los conocimientos previos (Real Decreto 126/2014).

Tal y como esta ley establece, y anteriormente se ha mencionado en este trabajo, es necesario que el alumnado adquiera un manejo fluido de la numeración y encuentre el carácter práctico de lo aprendido.

La LOMCE organiza los contenidos dentro del área de matemáticas en cinco grandes bloques, los cuales son:

- Procesos, métodos y actitudes en matemáticas.
- Numeración.
- Medida.

- Geometría.
- Estadística y probabilidad.

Es en el bloque “Numeración” en el que se hace referencia al cálculo mental propiamente dicho. Este Real Decreto establece como único contenido que menciona al cálculo mental la “elaboración y uso de estrategias de cálculo mental” (Real Decreto 126/2014), y como criterios de evaluación:

1. Realizar operaciones y cálculos numéricos mediante diferentes procedimientos, incluido el cálculo mental [...] 2. Utilizar las propiedades de las operaciones, estrategias personales y los diferentes procedimientos [...] 6. Operar con los números teniendo en cuenta [...] estrategias personales y diferentes procedimientos que se utilizan según la naturaleza del cálculo que se ha de realizar (algoritmos escritos, cálculo mental, tanteo [...]) (Real Decreto 126/2014).

Aunque como contenido como tal solo aparezca en uno de todos los que enumera este Real Decreto, la importancia del cálculo mental se extiende a muchos de los demás contenidos establecidos, como pueden ser las fracciones equivalentes, el redondeo, relaciones entre fracción y número entero, divisibilidad o la estimación de resultados, por citar algunos ejemplos.

A continuación, nos vamos a centrar en la legislación vigente en nuestra Comunidad Autónoma. La Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía se encarga de ello. En ésta, se hace especial hincapié en que la adquisición de la competencia matemática debe permitir al alumnado desenvolverse en su vida diaria siendo competente y capaz en esta área, descartando el mero aprendizaje teórico de conocimientos. Además, apuesta por introducción y utilización de las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación) ya que, según afirma, “los medios tecnológicos son hoy día herramientas esenciales para enseñar, aprender y, en definitiva, para hacer matemáticas” (Orden de 17 de marzo de 2015, p.220).

La división de los contenidos en bloques se realiza de la misma forma que en la LOMCE. En el bloque 2, en lo que a la numeración se refiere, se afirma que “es importante resaltar que para lograr esta competencia no basta con dominar los algoritmos de cálculo escrito; se precisa también desarrollar estrategias de cálculo mental y aproximativo, y actuar con confianza ante los números y las cantidades” (Orden de 17 de marzo de 2015, p.222). Los contenidos se asemejan a los marcados por la LOMCE, únicamente en esta Orden se concretan todas las relaciones entre contenidos, objetivos de evaluación de ciclo y etapa, estándares de aprendizaje, competencias clave e indicadores.

Análisis del manual

El manual analizado en relación al cálculo mental, habilidad matemática motivadora de este trabajo, ha sido el que se utilizaba en los centros donde realicé ambas prácticas curriculares, Superpíxepolis, Propuesta didáctica Matemáticas, de la editorial Edelvives, correspondiente a segundo curso de Educación Primaria.

En lo que al cálculo mental se refiere, en la metodología utilizada por el autor se considera “el cálculo mental una parte fundamental de la matemática aplicada a la vida cotidiana” (Román, 2015). A nuestro parecer, esta afirmación no se cumple del todo ya que, tras analizar el manual y observar el esquema de las unidades que lo componen, observamos que introducen el cálculo mental a modo de dos únicas actividades por unidad, sin explicación alguna.

Dada la importancia que hemos observado que tiene el desarrollo del cálculo mental en la escuela, y en el aprendizaje en sí de los algoritmos de las operaciones básicas, consideramos que se debería incluir en la propuesta didáctica un apartado desarrollado en cada unidad en el que trabajar el cálculo mental, en lugar de actividades aisladas.

Debemos tener en cuenta un aspecto muy importante, y es que el libro de texto debe ser un instrumento más para el profesorado, por lo que, desde esta perspectiva, el planteamiento de la propuesta didáctica de Edelvives tiene su sentido. Consideramos que debe ser el maestro, como profesional y responsable del proceso enseñanza-aprendizaje, el que debe aprovechar el libro de texto al máximo, como cualquier otro recurso a su disposición. Parcerisa (2007) precisa que “los materiales para el aprendizaje cumplen una función mediadora entre la intencionalidad educativa y el proceso de aprendizaje, entre el educador y el educando”.

En la propuesta didáctica de Edelvives, como comentábamos, se presenta una actividad de cálculo mental por contenido, sin ningún tipo de explicación. Por motivos de derechos de autor, no podemos incluir un ejemplo de actividad de este libro escaneado, pero realizaremos un ejemplo similar para hacernos una idea, el cual, corresponde a la unidad 1, sumas sin llevadas y términos.

1. Cálculo mental. Observa y completa

$80 + 10 = 90$	$20 + 10 = \underline{\quad}$	$30 + 10 = \underline{\quad}$
	$50 + 10 = \underline{\quad}$	$70 + 10 = \underline{\quad}$

Figura 3. Actividad tipo de cálculo mental (Elaboración propia, basado Román [2015]).

Propuesta didáctica

Todo lo expuesto hasta ahora en este trabajo nos lleva a la conclusión de que el cálculo mental es una aplicación transversal, por lo que tendrá usos en todas las materias del currículo de primaria y, dentro del área de matemáticas debe ser un apoyo de los distintos temas que se trabajan más que el material para una única Unidad Didáctica (UD).

Tras conocer en el apartado anterior todo lo referente al cálculo mental en cuanto a legislación se refiere, en este capítulo se hará mención a una serie de estrategias, métodos e instrumentos que consideramos adecuados para trabajar el cálculo mental en Educación Primaria. Según Gómez (1995), estrategia, método y procedimiento se utilizan con frecuencia en el cálculo como sinónimos, en función del autor, pero siguiendo la tendencia del currículo oficial y razones de organización, establece que son términos diferentes. El autor define estrategia como “principios directores generales de resolución” y métodos como “formas en que se concretan las estrategias”.

Estrategias

Uno de los autores que más recientemente ha realizado trabajos sobre estrategias de cálculo mental es Jesús Javier Jiménez Ibáñez, profesor de matemáticas en el Instituto de Enseñanza Secundaria Alhama de Corella, en Navarra y presidente en la Sociedad de Profesores de Matemáticas de Navarra. Para Jiménez (2012), a quién anteriormente hemos citado en este trabajo. Jiménez propone distintas estrategias de cálculo mental distinguiéndolas según la operación aritmética relacionada:

Estrategias de cálculo mental (Jiménez 2012)			
Suma o adición	Resta o sustracción	Multiplicación	División
Propiedad conmutativa	Conteo (Prueba de la resta)	Propiedad conmutativa	Dividir entre 2 y 3
Conteo	Descomposición	Reducción a la suma	Dividir entre 10 y potencias de 10
Doblar		Descomponer (propiedad distributiva)	Dividir entre 5 y 25
Descomposición		Factorización	Descomposición del divisor en factores
		Multiplicar doblando y dividiendo por dos	El dividendo el múltiplo de 10
		Cálculo aproximado	Dividir entre un n^o [0,1]
		Multiplicaciones básicas	
		Curiosidades sobre algunas multiplicaciones	

Figura 4. Estrategias de cálculo mental (Elaboración propia basado en Jiménez [2012])

Estrategias para la suma.

1. Propiedad conmutativa.

Para efectuar sumas de forma más fluida, suele resultar más sencillo sumar el menor sumando al mayor. Por ejemplo, si tenemos la suma " $6+54 = 60$ " es lo mismo que " $54+6 = 60$ ", y resultará más fácil de resolver.

También es conveniente para tres o más sumandos, reagrupando las cantidades para manejarlas mejor. Por ejemplo, si tenemos la suma " $20+14+10 = 44$ ", podemos reagruparla como " $(20+10)+14 = 44$ ".

2. Recuentos o conteos.

Una de las primeras técnicas adquiridas, con ayuda de nuestros dedos. Por ejemplo, para calcular " $3+4 = 7$ ", se irán contando 4 unidades a partir del 3 (o viceversa si aplicamos la propiedad conmutativa, a su vez). La suma se realizaría así: " $3+4 = 3+1+1+1+1 = 7$ ".

Para mejorar el conteo, es conveniente - algo que de hecho pude observar que se trabaja bastante en Primer Ciclo al cursar el Prácticum - trabajar con series, ascendentes y descendentes. Además, descomponer los números de un dígito también suele resultar positivo.

3. Doblar.

Otra estrategia a tener en cuenta es la suma de un número consigo mismo. El cálculo de dobles (y más delante de triples) conviene trabajarlos ya que resultan frecuentes. En sumas de dos números con una unidad de diferencia, para calcular el resultado podemos doblar el menor de los dos sumandos y añadir una unidad más (o bien sumar el mayor y restar una unidad).

Cuando nos encontramos ante sumas de dos números con dos unidades de diferencia, una estrategia para resolverla sería hallar el doble del número entre ambos sumandos, por ejemplo " $3+5 = 4+4 = 8$ ".

4. Descomposición.

De este modo resolveremos sumas descomponiendo uno o ambos sumandos en sumas o restas. Por ejemplo, " $14 = 10+4$ ó $14 = 20-6$ ". Se puede jugar con la descomposición según nuestras necesidades.

Además, se podrá descomponer uno de los sumandos para completar al otro a la próxima decena o redondeando a la decena inferior o posterior, compensando en la operación las unidades que hemos redondeado.

Estrategias para la resta.

1. Recuentos o conteos (prueba de la resta).

En ciertas operaciones de restar, es más fácil contar desde el sustraendo hasta el minuendo para obtener la diferencia que realizar la resta en sí. De este modo, planteamos la resta como una suma. Por ejemplo, para calcular " $8-6 = 2$ ", en lugar de restarle seis a ocho, es más fácil y rápido averiguar el salto a dar desde seis hasta llegar a ocho " $6+2 = 8$ ".

2. Descomposición.

Se puede aplicar el mismo razonamiento de descomposición expuesto anteriormente en la suma en el caso de las restas, además de la descomposición redondeando y compensando.

Estrategias para la multiplicación.

1. Propiedad conmutativa.

De nuevo, al igual que en la suma se puede aplicar dicha propiedad en la multiplicación. Aun conociendo que " $2 \cdot 6 = 12$ ", hay quien prefiere, o le resulta más cómodo resolver " $6 \cdot 2 = 12$ ". En operaciones con tres o más factores esta propiedad puede resultarnos de utilidad para operar de forma más sencilla. Por ejemplo " $5 \cdot 63 \cdot 2 = 5 \cdot 2 \cdot 63 = 10 \cdot 63 = 630$ ".

2. Reducción a la suma.

En determinadas ocasiones es útil recordar que una multiplicación es una suma de factores iguales, por lo que, por ejemplo, " $325 \cdot 2 = 325+325 = 650$ ". Como se puede observar, se trata de un doble.

3. Descomponer y aplicar propiedad distributiva.

Se descompone un factor en sumas o restas aplicando el redondeo y aplicamos la propiedad distributiva. Por ejemplo, " $23 \cdot 3 = (20+3) \cdot 3 = 60+9 = 69$ ".

4. Factorización.

Consiste en descomponer los factores de una multiplicación en otros más simples. Por ejemplo, " $14 \cdot 15 = 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 5 = 10 \cdot 21 = 210$ ".

5. Multiplicar doblando y dividiendo por dos.

En ciertas multiplicaciones en las que uno de los factores es par, se puede dividir entre dos uno de ellos y doblar el otro. Esta operación se puede ir realizando hasta llegar a una operación más sencilla. Por ejemplo, " $22 \cdot 24 = 44 \cdot 12 = 88 \cdot 6 = 176 \cdot 3 = 528$ ".

6. Multiplicaciones básicas

Se trata de distintas estrategias concretas, como, por ejemplo, multiplicar por diez o múltiplos de diez, multiplicar por dos o potencias de dos, multiplicar por tres (triples), multiplicar por cinco o por veinticinco.

Estrategias para la división

Del mismo modo en que podíamos transformar una resta en una suma, es posible transformar una división en una multiplicación aplicando la prueba de la división. De este modo, por ejemplo, para calcular " $24:6 = 4$ " podemos pensar en " $6 \cdot 4 = 24$ ".

1. Dividir entre dos y tres.

Es lo mismo que calcular la mitad o la tercera parte de un número.

2. Dividir entre diez o potencias de diez.

Por cada potencia de diez, quitaremos un cero al dividendo (o desplazaremos la coma hacia la izquierda, si no hay ceros).

3. Dividir entre cinco o veinticinco.

Como " $5 = 10/2$ ", para dividir cualquier número entre cinco, lo multiplicaremos por dos y luego lo dividimos entre diez. Por ejemplo, " $220:5 = (220 \cdot 2):10 = 440:10 = 44$ ".

En el caso de la división entre veinticinco, se aplicaría la misma regla, solo que teniendo en cuenta que " $25 = 100/4$ ".

4. Dividir por descomposición del divisor en factores.

De este modo, se transforma una división en una sucesión de divisiones más sencillas. Por ejemplo, " $18:6 = (18:2):3 = 3$ ".

5. Dividendo múltiplo de 10.

Para dividir un número acabado en cero o varios ceros, se divide el número sin los ceros y se añaden los ceros al cociente. Por ejemplo. " $140:2 = (14:2) \cdot 10 = 70$ ".

6. División de un número entre cero y uno.

Dividir un número entre 0,1; 0,01; 0,001 es igual que multiplicarlo por 10, 100 o 1.000 respectivamente.

Dividir un número entre 0,5 equivale a multiplicarlo por 2 o calcular el doble.

Dividir entre 0,25 equivale a multiplicar por 4.

Dividir entre 0,2 equivale a multiplicar por 5.

Aproximación, estimación y cálculo mental

Jiménez (2012) considera el cálculo aproximado de forma individual en cada una de las operaciones y estrategias propuestas. La aproximación nos ayuda a estimar un resultado, lo que es un proceso muy interesante, ya que el desarrollar plenamente esta habilidad nos llevará a ser capaces de valorar resultados posibles en una operación, con soluciones realistas y poco margen de error, algo que en la vida real resulta de gran utilidad. Además, en la LOMCE aparecen estándares de aprendizaje evaluables que precisamente versan sobre este tema. Para que el

alumno sea competente en el ámbito matemático debe ser capaz de estimar resultados, tanto en problemáticas de numeración como de cálculo de medidas. Batanero, Cid y Godino (2004) consideran que “es importante que los alumnos tengan dominio funcional de estrategias básicas de cómputo, cálculo mental, de estimaciones de resultados y medidas”.

Nos parece interesante, por tanto, definir el cálculo aproximado. Desde una perspectiva general, la RAE, en su vigesimotercera edición, define aproximación como “resultado inexacto, pero próximo al exacto, que se obtiene de una medición o en un cálculo cuando no se puede precisar absolutamente”. Ortega y Ortiz (2002) clasifican al cálculo aproximado dentro del cálculo mental, y lo define como “un cálculo muy útil, puesto que normalmente en la vida diaria [...] muchas veces es suficiente con saber una respuesta aproximada. [...] cuyo objetivo es facilitar el cálculo a costa de perder precisión”.

Por otro lado, Batanero, Godino y Roa (2002), definen la estimación como “el proceso de obtener una medida sin la ayuda de instrumentos, es decir, consiste en realizar juicios subjetivos sobre la medida de los objetos”. Además, indican que “los procesos de estimación son muy frecuentes y útiles en las actividades que realizamos habitualmente”.

Ortega y Ortiz (2002) aportan diversas estrategias para trabajar el cálculo mental, como la reformulación (donde incluyen el redondeo, el truncamiento y la sustitución), procesos de traslación y procesos de compensación.

Método ABN

Antes de empezar a hablar del método de cálculo Abierto Basado en Números, o cálculo ABN, es necesario conocer parte del desarrollo histórico de los métodos de la enseñanza del cálculo, que han proporcionado una base sobre la que se asientan todas las propuestas actuales. El primero de ellos es el método árabe de reglas, que busca optimizar de la mejor manera posible, reduciendo los errores y la complejidad de la tarea, la resolución de operaciones aritméticas. Podríamos decir que las calculadoras de la actualidad se nutren de este método. Por lo tanto, los sistemas de numeración con la inclusión del cero y todas sus propiedades, provienen de los árabes. Con él aparecen una serie de propiedades de suma y multiplicación, presentes a día de hoy.

Otro método a destacar muy relacionado con la autonomía que pretendemos que el alumnado adquiera es el método intuitivo de Comas de 1925. Su método propone alejarse de lo abstracto, y buscar un fin significativo aplicado al día a día de las matemáticas. Es decir, aprender con lo que se vaya a usar. En centros marginales o de bajo nivel social o académico

suele ser el ideal puesto que permite que se vea la utilidad inmediata a las matemáticas, aprendiendo con ejemplos reales de situaciones de compra-venta u otras similares.

Una vez realizada esta breve introducción histórica, procedemos a centrarnos en el método ABN. El impulsor del mismo es Jaime Martínez Montero, inspector de educación. Martínez (2011) indica que hace más de una década que realizó su primera propuesta sobre un formato alternativo frente al tradicional en la realización de las operaciones básicas.

Entre sus objetivos Martínez encuentra el de “erradicar los viejos formatos de las operaciones básicas”, además de otros objetivos que derivan de éste, como “la mejora del cálculo mental y la estimación, la mejora de la capacidad de resolución de problemas y la creación de una actitud favorable hacia el aprendizaje matemático”. Martínez (2011) enmarca este método dentro de la enseñanza matemática realista, que se alimenta de la experiencia personal de cada alumno. Como ya vimos anteriormente en el apartado marco legislativo, esta concepción de matemáticas útiles y basadas en la experiencia del alumnado en la que Martínez delimita el método ABN encajan a la perfección en las directrices que marca la actual ley educativa.

El trabajo de Martínez tiene unos principios sólidos en los que basa su método, partiendo del enfoque de las matemáticas realistas, de los cuales son de especial relevancia “el principio de igualdad [...] el principio de la experiencia [...] el principio del empleo de números completos [...] el principio de adaptación al ritmo individual de aprendizaje”.

El cálculo ABN permite al alumnado jugar con los números, ya que, para llegar a la solución, pueden componer y descomponer números a su antojo, utilizando cada alumno individualmente las estrategias que les parezcan más fáciles. Con el método tradicional a la hora de resolver operaciones básicas, se trabaja con cada cifra de forma aislada mientras que con el cálculo ABN se trabaja con unidades, decenas, centenas y descomponiendo cada número libremente. Esto permite que el alumnado adquiriera la conciencia de cantidad, más que ver simplemente un número plasmado en el papel como sucede con el método tradicional.

Para realizar una operación con el método ABN con papel y lápiz, no tenemos más que trazar una tabla de doble entrada para empezar a resolver. A continuación, mostraremos un ejemplo de resolución de una suma y una resta aplicando este método:

625 + 342			859 - 239		
300	925	42	9	850	230
40	965	2	30	820	200
2	<u>967</u>	0	200	<u>620</u>	0

Figura 5. Ejemplo de suma y resta con ABN (Elaboración propia).

Como se explicaba anteriormente, la operación se realiza descomponiendo de la forma que se crea más conveniente. En el caso de la suma, el proceso que se sigue es descomponer uno de los sumandos en unidades, decenas y centenas. La columna con los números en color rojo es la descomposición elegida, en la segunda columna, la suma del primer sumando más la descomposición elegida del segundo sumando, y en la tercera columna, lo que queda del segundo sumando tras descomponer.

En el caso de la resta, sucede lo mismo, únicamente cambiando el algoritmo a una sustracción.

Si nos fijamos bien, en ambas operaciones se utiliza tanto la suma como la resta, al ir componiendo y descomponiendo números. Esto permite que el alumnado trabaje la numeración y adquiera un manejo natural.

A continuación, mostraremos dos ejemplos de multiplicación, una de ellas por una cifra y otra por dos cifras:

145 x 5							
145	x 5	Producto acumulado	742	x20	x5	Producto parcial	Producto acumulado
100	500		700	14.000	3.500	17.500	
40	200	700	40	800	200	1.000	18.500
5	25	<u>725</u>	2	40	10	50	<u>18.550</u>

Figura 6. Ejemplo de multiplicación con ABN (Elaboración propia).

Podemos observar que el procedimiento es similar. Se descompone uno de los factores (normalmente el mayor) y se va multiplicando la descomposición por el segundo factor. En el caso de la multiplicación por dos cifras, al descomponer también el segundo factor, es necesario añadir una columna adicional para productos parciales.

Para finalizar, realizaremos un ejemplo de división utilizando el método ABN. El proceso consiste en ir repartiendo el máximo posible sin superar el número que hay que repartir. En este algoritmo se hace uso también de la multiplicación, por lo que el manejo de las tablas debe ser fluido.

76 : 5		
Tengo que repartir	Ya he repartido	Divisor
76	50	10
26	25	5
1		15
<u>R = 1</u>		<u>C = 15</u>

Figura 7. Ejemplo de división con ABN (Elaboración propia).

Al ser un método abierto como anteriormente se ha mencionado, el modo del que hemos resuelto las operaciones anteriores es solo una de las muchas formas posibles de resolverlas. Es importante destacar también la compatibilidad de este método con la gran variedad de material manipulativo existente, para transformar la operación en una experiencia aún más realista. En concreto, el material multibase es un aliado perfecto para el desarrollo de este método.

Atención a la diversidad y el método ABN

Dadas las virtudes del método ABN, también resulta idóneo para utilizar con alumnos con Necesidades Específicas de Apoyo Educativo (NEAE). Al tratarse de un método abierto en cuanto a estrategias se refiere, se adapta a cualquier individuo. Además, al tratar los números como cantidades en lugar de cifras que componen un número, el alumnado comprende mejor el concepto con el que están trabajando.

Es importante destacar que, como anteriormente hemos resaltado, se trata de un método que se apoya en material manipulativo, por lo que es perfecto para trabajar con alumnos NEAE.

Al trabajar con referentes físicos, el nivel de abstracción es menor, por lo que facilitará el desarrollo del razonamiento matemático en alumnos con dificultades en el área de matemáticas. Además, recordemos que con el método ABN, en los algoritmos de suma y multiplicación desaparecen las llevadas. Al rebajar el nivel de abstracción y, por ende, de dificultad, disminuirán los errores en las operaciones en comparación con los cálculos realizados de modo tradicional, por lo que mejoraremos la autoestima y autoconcepto del alumnado NEAE.

Además, al trabajar con este método, el alumnado mejorará sus habilidades de cálculo mental, con los consiguientes beneficios en el resto de áreas del currículo, como ya se comentó anteriormente.

En relación a este tema, en el Prácticum II desarrollado en el aula de apoyo a la integración del C.E.I.P. Antonio Prieto, la profesora especialista en pedagogía terapéutica Ana Fuentes Pereira fue la que me inició en este método, que ella misma utilizaba con su alumnado, con resultados muy positivos.

Orientaciones didácticas

Como orientaciones didácticas generales para el trabajo del cálculo mental en Educación Primaria, Ortega y Ortiz (2002) en su estudio sobre Cálculo Mental en Primer Ciclo consideran que:

- Es necesario que las estrategias que se propongan los descubran los alumnos.
- La progresión de los ejercicios de cálculo mental debe estar relacionada con los niveles de conocimiento del alumno. Se puede entender el cálculo mental como aplicación - revisión de conocimientos adquiridos, lo que no significa que el alumno no pueda innovar "su manera de resolver", algo que el profesor debe potenciar.
- Se puede presentar los ejercicios de una forma "deportiva", ya sea en equipos o individualmente, puesto que de esta manera se estimula a los alumnos a superarse. Se debe huir de una metodología machacona y aburrida, no se trata de hacer miles de operaciones, sino diversificar los ejercicios, inventar juegos apropiados, recurrir a la competitividad entre grupos, etc.
- Este tipo de cálculo se debe presentar bajo dos aspectos: visual y oral, puesto que ambos aportan facetas formativas diferentes y ambos contribuyen a la familiarización con nuestro sistema de numeración y con las operaciones.
- Es conveniente que los alumnos razonen los resultados delante del grupo o aula, lo cual enriquecerá el aprendizaje, puesto que implica un intercambio de ideas y estrategias, así como la detección de los errores y sus causas.

- Es mejor enseñar el CM en un periodo extendido de tiempo y con una variedad de contextos y aplicaciones en lugar de enseñarlo aisladamente.
- No hay que primar el éxito en la rapidez de la contestación, puesto que ha supuesto a los estudiantes más lentos o los que cometen más errores, desánimo y por tanto pérdida de interés.
- Como se requiere gran concentración y tensión, cansa rápidamente a los alumnos, de forma que si se trabaja mucho tiempo, la atención disminuye y los resultados empeoran. Por tanto las sesiones de cálculo mental deben ser breves, variadas y alrededor de diez minutos al día, todos los días de la semana. (Ortega y Ortiz, 2002)

Instrumentos

En este apartado, y como colofón final ante las diferentes estrategias, métodos para trabajar el cálculo mental y orientaciones didácticas, vamos a hablar sobre distintos instrumentos que nos ayuden en el trabajo con el cálculo mental. Son materiales manipulativos, que, de un modo u otro, nos ayudarán como maestros a desarrollar algunos contenidos, y a los alumnos a comprenderlos mejor.

Manos

El primer instrumento que los alumnos utilizan como ayuda para trabajar el cálculo son sus propias manos. Las manos, son las herramientas más cercanas para el alumnado y constituyen su primer instrumento de base diez que emplean como ayuda cuando realizan actividades de conteo.



Figura 8. Contar con manos (Depositphotos [2009]).

Al realizar dicho conteo con las manos, los alumnos sienten seguridad, sintiendo las matemáticas como algo vivo.

Regletas de Cuisenaire

Estas regletas deben su nombre a Georges Cuisenaire, profesor de Educación Primaria de origen belga que las presentó en 1945. Las regletas de Cuisenaire son otro material

manipulativo muy interesante y llamativo a la hora de trabajar el cálculo. En su versión comercial, son regletas de madera de distintos colores y tamaños, que forman una escala desde el número uno hasta el diez.

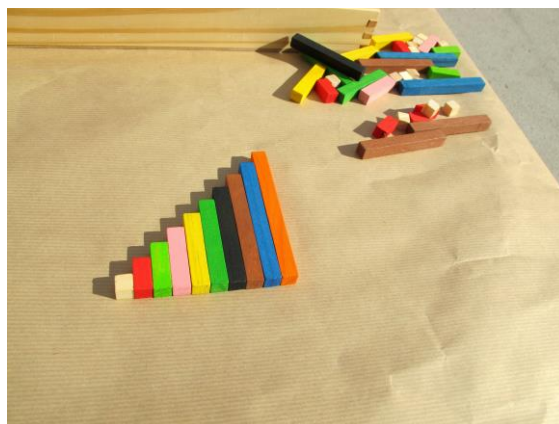


Figura 9. Regletas de Cuisenaire (Tocamates, matemáticas y creatividad [2014]).

Las medidas van desde un centímetro (barrita blanca en la imagen) hasta los 10 centímetros (barrita naranja en la imagen). En caso de centros en los que no se disponga de presupuesto, se pueden fabricar imprimiéndolas a color y plastificándolas.

Se pueden utilizar desde Educación Infantil, y son una forma muy llamativa para ayudar al alumnado a descubrir el valor real de un número y contribuir a la formación del concepto de número.

También es muy interesante el uso de las regletas de Cuisenaire para adentrarnos en el cálculo mental. Estas regletas son muy adecuadas para descomponer y componer números, advirtiendo automáticamente las equivalencias entre las primeras operaciones complementarias. A modo de ejemplo, en la siguiente imagen podemos ver distintas formas de sumar siete.

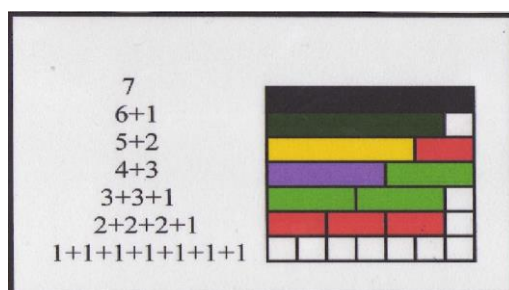


Figura 10. Suma con regletas (Empezamos 1º [2014]).

Bloques multibase

Es otro tipo de material manipulativo que resulta útil como apoyo a la hora de trabajar el cálculo. Este material está compuesto de cubos de 1 centímetro de lado, los cuales también se presentan en grupos de decenas (barras), centenas (placas) y unidades de millar (bloques).

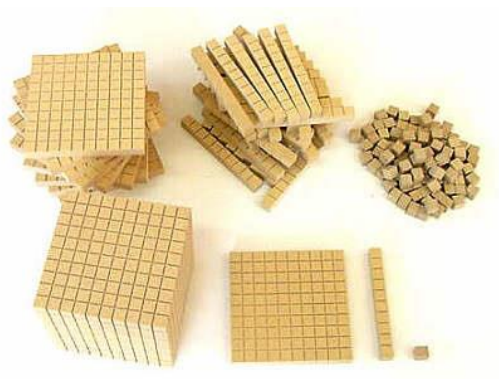


Figura 11. Bloques multibase (Motivación y estimulación temprana [2007]).

Es importante destacar que estas agrupaciones tienen señalizadas las unidades de las cuales están compuestas, lo que permite que el alumnado tenga presente en todo momento el concepto de cantidad con el que está trabajando. Debido a esto, este material es muy recomendable como complemento del método ABN.

Nuevas tecnologías: Moodle y Realidad Aumentada (RA)

Debido a la creciente inclusión de los recursos multimedia en el entorno educativo, consideramos que se debe destacar un instrumento que puede ser uno de los habituales en los próximos años. Hablamos de Moodle, un entorno de aprendizaje virtual en el que el profesor puede gestionar cursos y los alumnos pueden crear contenido (como wikis) colaborando entre ellos.

Aplicado a nuestro objetivo del trabajo, apreciamos que es un buen lugar para introducir actividades que utilicen la RA. La principal ventaja de esta tecnología es que permite llevar el mundo virtual a la realidad del alumnado, de forma que manipulen elementos no tangibles sin alejarse de la realidad escolar (a diferencia de lo que persigue la Realidad Virtual), por lo que ayuda contextualizar mejor las actividades manteniendo una metodología lúdica.

Con todo esto se permite trabajar de forma directa la competencia digital de la actual legislación, ofreciendo un enfoque didáctico de nueva era. Consideramos de vital importancia que los educandos sepan apreciar que las nuevas tecnologías les permiten aprender de forma

práctica mientras se divierten, siendo conscientes de que hay uso de las mismas más allá de las redes sociales.

Propuesta de actividades para el trabajo del cálculo mental

Como anteriormente en el capítulo IV hemos resaltado, es el maestro el que debe utilizar el libro como un instrumento más, con el fin de desarrollar su programación de aula de la forma más eficiente posible. En lo que se refiere al cálculo mental, hemos observado que la propuesta didáctica (en este caso de la editorial Edelvives) únicamente ofrece un par de actividades sin explicación alguna, por lo que consideramos que el maestro debería ampliar y trabajar más a fondo el cálculo mental, con actividades más desarrolladas.

Existe infinidad de bibliografía específica centradas en la mejora del cálculo (como, por ejemplo, los conocidos cuadernillos Rubio) y otras incluso especializadas en el desarrollo de estrategias de cálculo y cálculo mental. En concreto, en las prácticas curriculares hemos trabajado el cálculo mental con los alumnos con las siguientes series de libros.

- Programas para la estimulación de las habilidades de la inteligencia PROGRESINT, de la editorial CEPE.
- Cuadernos de cálculo mental, de la editorial Salvatella.
- Dale al coco, cálculo rápido, de la editorial La Galera.

A continuación, se incluyen algunos ejemplos de actividades que consideramos que siguen las pautas propuestas anteriormente.

1. Dominó de números. Descomposición de los números 2-3-4-5-6-7-8-9.

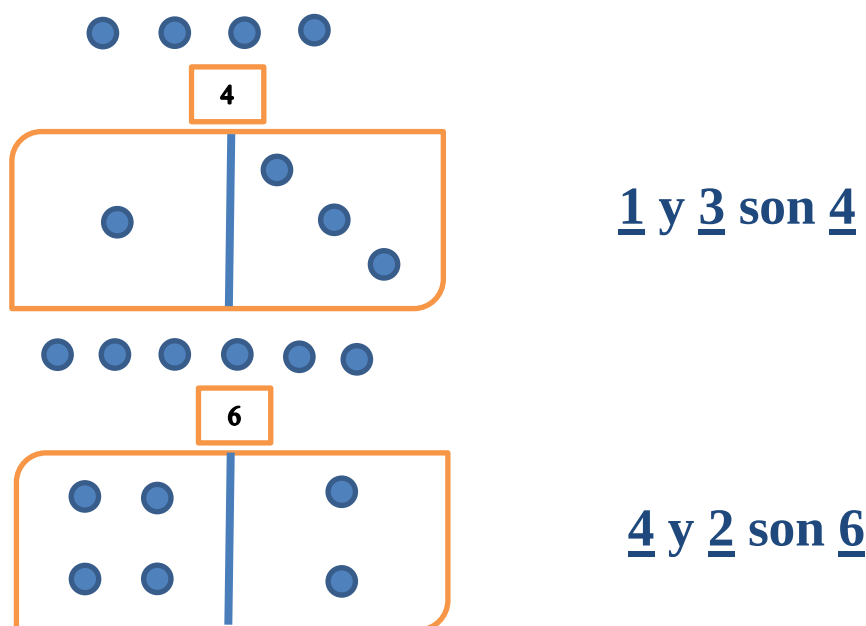


Figura 12. Dominó de números (Elaboración propia, basado en Escoda y Prat [2006]).

Esta actividad permite la utilización de material manipulativo para hacer la experiencia lo más real posible. Además, observamos que es multirespuesta, por lo que tras trabajarla los alumnos por su cuenta, se puede comentar en asamblea, explicando cada uno cómo ha llegado a la solución.

2. Descomposición de números. Problema.

María y Marta dicen que entre las dos han hecho 7 tartas.

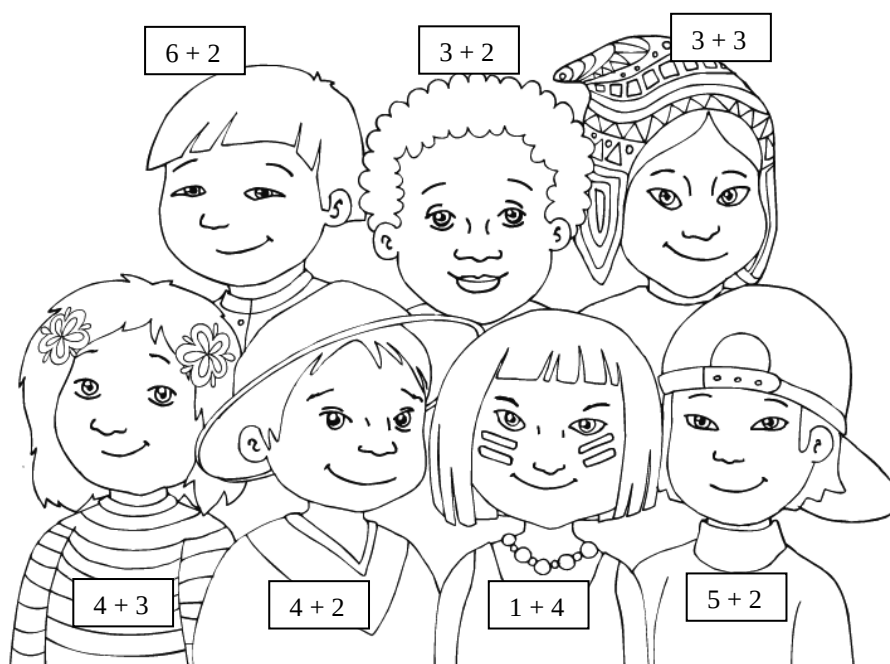
¿Cuántas ha podido hacer cada una?

Solución: María ha hecho ____ y Marta ____ .

Figura 13. Ejemplo de problema contextualizado (Elaboración propia).

El planteamiento de problemas sencillos es también una muy buena herramienta para desarrollar el cálculo mental. Se trata de ejercicios contextualizados y que permiten la utilización de material manipulativo. Al igual que el ejercicio anterior, lo interesante de la actividad es debatirla una vez sea resuelta por el alumnado, para exponer cada uno su resultado y explicación de por qué lo ha realizado de esa forma.

3. Descomposición de números. Suma mentalmente y colorea.



Derechos reservados Colegio Italiano Antonio Raimondi, Lima - Perú

Figura 14. Cálculo mental con dibujos (Elaboración propia, basado en Imagui [2015])

Colorea las caras de los niños según el siguiente código de colores:

- Los que sumen 5 de color marrón.
- Los que sumen 6 de color naranja.
- Los que sumen 7 de color rosa.
- Los que sumen 8 de color amarillo

El resto del dibujo puedes colorearlo del color que más te guste.

Figura 15. Desarrollo de la actividad 3 (Elaboración propia).

Lo interesante de combinar el cálculo con el dibujo o el coloreo es la gran aceptación que tendrá la actividad por parte del alumnado. Además de ser una forma diferente de trabajar el cálculo mental, permite trabajar a su vez otros contenidos transversales. En este caso ha sido la igualdad.

4. Series rápidas.

Se pueden realizar series numéricas hablando, sin utilizar lápiz y papel, comenzando por series sencillas e ir complicándolas progresivamente. Por ejemplo, una serie ascendente comenzando desde cero y sumando dos. Primero se puede seguir el orden en el cual los alumnos están sentados y luego ir preguntando de forma aleatoria. El alumnado lo tomará como un juego y participará de una forma muy activa.

Conclusión

La realización de este trabajo me ha permitido conocer más acerca de la herramienta matemática que es el cálculo mental, y como puede ser de utilidad para ayudar a la actual situación estudiantil, con grandes índices de fracaso escolar. En el cálculo mental he hallado una manera de trabajar de forma más práctica y realista con los alumnos, algo que les aleje de la supuesta abstracción de las matemáticas y les suponga un elemento motivador al darse cuenta de la utilidad que va a tener en su día a día. Pero, además, el hecho de descubrir más sobre el método ABN me ha permitido ver posibles formas en las que puedo mejorar como maestro aplicándolo no solo al alumnado con un ritmo de trabajo promedio, sino también a aquellos con dificultades y NEAE. En este aspecto, en el Prácticum II pude observar en alumnos de sexto de Educación Primaria que acudían al aula de apoyo a la integración como el trabajo del cálculo mental les era de gran ayuda a la hora de realizar cualquier tipo de actividad matemática. De esta forma he podido enlazar el trabajo de las matemáticas con la mención de Educación Especial que he cursado en el Grado, buscando disminuir la desigualdad entre los distintos educandos. Pese a que las matemáticas tienen asociado un carácter obligatorio y por tanto su imposición conduce a un aburrimiento en los alumnos que se termina traduciendo en un desprecio y rechazo a la materia, si los maestros trabajásemos de una manera más práctica, lúdica y usando nuevas tecnologías en el futuro, podríamos transmitir una idea distinta de la misma, y con ello conseguir no solo que mejore su visión sobre las matemáticas, sino que además el hecho de trabajar cálculo mental les permita perfeccionar su rendimiento en el resto de asignaturas y aspectos de la vida al ganar en autonomía.

Referencias bibliográficas

Alonso y Fuentes (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de neurología*, vol. 33, pp. 568-76.

Aranda, J. (2004). *Fracaso escolar en las matemáticas*. *Diario de Córdoba*. Recuperado de: http://www.diariocordoba.com/noticias/educacion/fracaso-escolar-matematicas_101376.html

Barnés, H. G. (2016). *Por qué fracasan los estudiantes en España, según el último informe PISA*. *El Confidencial*. Recuperado de: http://www.elconfidencial.com/alma-corazon-vida/2016-02-10/informe-pisa-ocde-estudiantes-bajo-rendimiento-fracasan-en-espana_1149453/

Baroody, A. (2006). Why children have difficulties mastering the basic number facts and how to help them. *Teaching Children Mathematics*, vol. 13, pp. 22–31.

Batanero, C., Godino, J. D., Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Granada: Servicio de publicaciones de la Universidad de Granada.

Castro, E., Castro, E., Del Olmo, M. A. (2002). *Desarrollo del pensamiento matemático infantil*. Granada: Servicio de publicaciones de la Universidad de Granada.

Dávila, G., Flores, R., García, M. G., Valencia, M. A. (2008). *Fundamentos del Cálculo*. Sonora: Garabatos.

Depositphotos (2009). *Contar con manos*. [Imagen] recuperada de: http://st.depositphotos.com/2243081/3627/i/950/depositphotos_36274765-stock-photo-kids-hand-counting.jpg

Empezamos 1º (2014). *Suma con Regletas*. [Imagen] recuperada de: <http://1.bp.blogspot.com/-sIzP0mc76CY/T1H3vsPf3SI/AAAAAAAAA24/-z0zsmdGzwE/s1600/pasaporte+david008.jpg>

Escoda, J., Prat, T. (2006). *Cuadernos de cálculo mental (Educación Primaria – Ciclo Inicial)*. Barcelona: Salvatella.

Escoda, J., Prat, T. (2006). *Cuadernos de cálculo mental (Educación Primaria – Ciclo Medio)*. Barcelona: Salvatella.

Gardner, H. (1993). *Multiple Intelligences: The theory and Practice*. New York: Basic Books.

Godino, J. D. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros: Manual para el estudiante, en Carmen Batanero, Eva Cid y Juan D. Godino (ed.) *Sistemas numéricos* (pp. 155-271). Granada: Servicio de publicaciones de la Universidad de Granada.

Gómez, B. (1995). *Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de aritmética*. Universidad de Valencia. Recuperado de: <http://www.uv.es/gomezb/8Losmetodosdecm.pdf>

Gómez, B. (1999). *Desarrollo histórico de la enseñanza de la Aritmética: el caso de los algoritmos de cálculo*. Universidad de Valencia. Recuperado de: <http://www.uv.es/gomezb/12Desarrollohistoricode.pdf>

Imagui (2015). *Cálculo mental con dibujos*. [Imagen] recuperada de: http://museoraimondi.org.pe/svn/museoraimondi/flash/profesores/10_caras.gif

Jiménez, J. J. (2012). *Estrategias del cálculo mental*. Docentes de Navarra. Recuperado de: <http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/downloads/estrategiascmental.pdf>

Kamii, C. (1981). *La teoría de Piaget y la educación preescolar*. Madrid: Visor.

Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón, revista de pedagogía*, vol. 63, nº4, pp. 95-110.

Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2013). *Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología*. Recuperado de: <http://www.mecd.gob.es/mecd/educacion-mecd/mc/lomce/el-curriculo/curriculo-primaria-eso-bachillerato/competencias-clave/competencias-clave.html>

Motivación y estimulación temprana (2007). *Bloques multibase*. [Imagen] recuperada de: <http://4.bp.blogspot.com/--hhGa04DDM/Tt8gXW1lovI/AAAAAAAAAP4c/rTaHBZEFRGo/s1600/BLOQUES%2B10.png>

Ortega, T., Ortiz, M. (2002). *Cálculo mental – 1º Ciclo de Educación Primaria*. Valladolid: Servicio de publicaciones de la Universidad de Valladolid.

Ortiz, M. (2013). *Cálculo mental en el aula en el tercer ciclo de educación primaria*. Alcalá: CCS.

Parcerisa, A. (2007). Materiales para el aprendizaje, más allá del libro de texto... y de la escuela. *Aula de Innovación Educativa*, vol. 165.

Román, J. A. (2015). *Matemáticas 2º Primaria - Propuesta didáctica (Superpixépolis)*. Zaragoza: Edelvives

Sadurní, M. (2003). *El desarrollo de los niños paso a paso*. Barcelona: UOC.

Torres, A. (s. f). *Inteligencia lógico-matemática: ¿qué es y cómo la podemos mejorar?* *Psicologiymente.net*. Recuperado de: <https://psicologiymente.net/inteligencia/inteligencia-logico-matematica-mejorar>

Tocamates: matemáticas y creatividad (2014). *Regletas de Cuisenaire*. [Imagen] recuperada de: <http://www.tocamates.com/wp-content/uploads/escalera.jpg>

Villalba, M. C. (2002). El nacimiento del cálculo. *Apuntes de historia de las matemáticas*, vol. 1, núm. 1.

Viñal, M., Velasco, E. (s. f). *Matemáticos en la antigüedad*. *Educalab*. Recuperado de: <http://enebro.pntic.mec.es/~jhep0004/Paginas/ElenManu/MATE.htm>

Referencias Legislativas:

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación.

Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa.

Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía.

Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.