



Universidad de Jaén

Facultad de Ciencias Sociales  
y Jurídicas

Trabajo Fin de Grado

# **ÁLGEBRA MATRICIAL Y SUS APLICACIONES A LA ECONOMÍA: LA MATRIZ DE LEONTIEF**

**Alumno: Laura López Rojas**

**Mayo, 2020**

## **RESUMEN**

Wassily Wassilyovich Leontief fue un economista que desarrolló el procedimiento input-output de análisis económico.

Las tablas input-output se utilizan para dividir los distintos sectores de producción y consumo de la economía. Están formadas por una serie de filas y columnas con diferentes sectores en los que se representa la producción y la demanda, respectivamente, y muestran cuántos productos de un sector son necesarios para producir en otros.

Por consiguiente, realizando diferentes cálculos, se consigue la matriz de Leontief de la que se obtiene su inversa, que es útil para saber si matriz tecnológica es productiva, aunque existen otros dos métodos que nos ayudan a saberlo, la condición de Hawkins-Simon o el teorema de Brauer-Solow.

Por último, la Junta de Andalucía realiza el Marco Input-Output que se compone de tres tablas: la tabla de origen, la tabla de destino y la tabla input-output simétrica. Esta última es una fusión de las dos primeras.

## **ABSTRACT**

Wassily Wassilyovich Leontief was an economist who developed the input-output method of economic analysis.

The input-output tables are used to divide the different production and consumption sectors of the economy. They are formed by a series of rows and columns with different sectors in which production and demand are represented, respectively, and they show us how many products from one sector are necessary to produce in other sectors.

Therefore, doing different calculations, the Leontief matrix is obtained and the inverse matrix of Leontief, which is useful to know if the technology matrix is productive, although there are two other methods that help us to know it, the Hawkins-Simon condition or the Brauer-Solow theorem.

Finally, in the Junta de Andalucía, the Marco Input-Output is made up of three tables: the source table, the target table and the symmetric input-output table. The latter is a fusion of the first two.

## INDICE

|                                                                  |    |
|------------------------------------------------------------------|----|
| 1. INTRODUCCIÓN .....                                            | 6  |
| 2. MODELO DE TABLAS INPUT-OUTPUT.....                            | 6  |
| 2.1. DEFINICION DE TABLAS INPUT-OUTPUT.....                      | 7  |
| 2.2. ESTRUCTURA DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT.....                  | 8  |
| 2.3. USO DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT .....                        | 11 |
| 3. MATRIZ INVERSA .....                                          | 11 |
| 4. VALOR AGREGADO NETO.....                                      | 14 |
| 5. EJEMPLOS.....                                                 | 15 |
| 5.1. EJEMPLO 1.....                                              | 15 |
| 5.2. EJEMPLO 2.....                                              | 19 |
| 6. USOS DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT EN LA JUNTA DE ANDALUCÍA..... | 24 |
| 6.1. TABLA DE ORIGEN DEL MIOAN-2016.....                         | 31 |
| 6.2. TABLA DE DESTINO DEL MIOAN-2016.....                        | 32 |
| 6.3. LA TABLA INPUT-OUTPUT SIMÉTRICA DE ANDALUCÍA .....          | 34 |
| 6.4. EJEMPLO SOBRE ALIMENTACIÓN DEL MIOAN-16 .....               | 36 |
| 7. CONCLUSIÓN.....                                               | 41 |
| 8. BIBLIOGRAFÍA .....                                            | 42 |
| 9. ANEXOS .....                                                  | 44 |

## INDICE DE GRÁFICOS

|                                                                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Gráfico 1. Cantidad que recibe cada sector por €/facturado (ejemplo 1).....                                         | 16 |
| Gráfico 2. Comparación entre producción y demanda final (ejemplo 1).....                                            | 18 |
| Gráfico 3. Interpretación gráfica de la matriz tecnológica A (ejemplo 2). ....                                      | 20 |
| Gráfico 4. Comparación entre la demanda y el consumo intermedio (ejemplo 2).....                                    | 22 |
| Gráfico 5. Comparación entre la producción y la demanda final (ejemplo 2). ....                                     | 23 |
| Gráfico 6. Cantidad consumida del producto 2 por los diferentes sectores en términos porcentuales (ejemplo 2). .... | 24 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|                                                                                                                |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1. Estructura de las tablas input-output .....                                                           | 8  |
| Tabla 2. Tabla de origen para Andalucía, a precios básicos, incluida una modificación a precios de compra..... | 32 |
| Tabla 3. Tabla de destino para Andalucía .....                                                                 | 33 |
| Tabla 4. Tabla input-output simétrica para Andalucía .....                                                     | 35 |
| Tabla 5. Tabla Input-Output simétrica total a precios básicos Andalucía 2016 (Miles de euros) .....            | 44 |
| Tabla 6. Matriz Tecnológica de Andalucía 2016 .....                                                            | 47 |
| Tabla 7. Matriz de Leontief de Andalucía 2016.....                                                             | 49 |
| Tabla 8. Matriz Inversa de Leontief de Andalucía 2016.....                                                     | 50 |

## **1. INTRODUCCIÓN**

El Trabajo de Fin de Grado que se desarrolla en el presente documento se denomina “Álgebra matricial y sus aplicaciones a la economía: La matriz de Leontief”.

En primer lugar, se explica la historia de la creación de las tablas input-output por Wassily Leontief, su definición y la estructura de estas tablas, poniendo un ejemplo para que se entienda fácilmente como se llega a la obtención de la matriz de Leontief.

En segundo lugar, siguiendo con el ejemplo se desarrolla de qué se trata la matriz inversa de Leontief, la información que esta nos proporciona. Exponiendo también los tipos de proceso a seguir para saber si una matriz tecnológica es productiva o no y si es productiva que ocurre con su matriz traspuesta.

Posteriormente, hay un epígrafe con ejemplos realizados en Excel con los que se utilizan fórmulas de este programa distintas a las expuestas en presente trabajo. Ya que estos ejemplos no son reales, a continuación, se explica como en la Junta de Andalucía se realiza un Marco Input-Output de Andalucía tomando como referencia el de 2016 porque no existe ninguno más actualizado a nuestro alcance. El MIOAN-2016 se compone de tres tablas que se explicarán más adelante y estas son la tabla de origen, la tabla de destino y, por último, la tabla input-output simétrica, que es una fusión de las dos primeras. No obstante, en el archivo Excel también se incluye como se realizarían algunos cálculos con la tabla input-output simétrica total del MIOAN-2016.

Finalmente, se expone una breve conclusión a la que los epígrafes desarrollados con durante todo el trabajo nos han ayudado a llegar.

## **2. MODELO DE TABLAS INPUT-OUTPUT**

Wassily Wassilyovich Leontief (San Petersburgo, 1906 - Nueva York, 1999) fue un economista distinguido por sus estudios teóricos y desarrolló el procedimiento input-output de análisis económico, por lo que fue premiado con el Nobel de Economía en 1973.

Se formó en filosofía, sociología y economía en la Universidad de San Petersburgo (Leningrado). Leontief emigró a Alemania y se doctoró en la Universidad de Berlín en 1928. Con anterioridad, había entrado en el Instituto de Economía Mundial de la Universidad de Kiel.

Viajó a Nueva York y formó parte del profesorado de la Universidad de Harvard, en 1939 creó el Economic Research Project. Mediante las tablas input-output, Leontief consiguió un progreso en la organización de la economía norteamericana, ya que esta se basaba en teorías más abstractas como la teoría de Walras.

Obtuvo el Premio Nobel de Ciencias Económicas en 1973. En este evento, sintetizó su teoría manteniendo que *"la economía mundial, como la de un país, puede visualizarse como un sistema de procesos interdependientes. Cada proceso, ya sea la manufactura del acero, la educación de la juventud o la gestión de la economía familiar, genera ciertos outputs (productos) y absorbe una combinación específica de inputs. La interdependencia directa entre dos procesos se manifiesta cuando el output de una es el input de la otra: el carbón es el output de una industria minera y el input del sector de producción de energía eléctrica. La industria química usa el carbón directamente, como materia prima, pero también indirectamente como electricidad. Una red de relaciones de este tipo constituye un sistema de elementos que dependen unos de otros, directa o indirectamente"*. Este método en un principio era estático y estaba fundamentado por el planteamiento de circulación de François Quesnay, por lo que su margen de error era más elevado, pero Leontief consiguió una mayor eficacia y la oportunidad de aplicarle el sistema de programación lineal.

Realizó varias publicaciones en las que cabe destacar Estudios sobre la estructura de la economía estadounidense (1953), Análisis económico input-output (1966) y Ensayos sobre economía (1966), este último tuvo una segunda parte en el año 1978.

En su obra *"Estudios sobre la estructura de la economía estadounidense"* estudió la elasticidad de la oferta y la demanda con observaciones prácticas gracias a su capacidad matemática. Su finalidad era explicar cuanto se tiene que incrementar la producción de cada sector para satisfacer a los compradores, si la demanda ha aumentado. Este método se ha empleado sobre todo para el cálculo de previsiones y planificación a corto y largo plazo en entidades públicas y privadas.

## **2.1.DEFINICION DE TABLAS INPUT-OUTPUT**

Las tablas input-output se utilizan para dividir los distintos sectores de producción y consumo de la economía nacional. Los outputs son el resultado del proceso de producción (producto final) y los inputs son utilizados para, tras el proceso productivo, conseguir el producto o servicio (materias primas).

Las tablas input-output están formadas por una serie de filas y columnas con diferentes sectores en los que se representa la producción y la demanda, respectivamente. Estas tablas nos dan a conocer cuántos productos de un sector son necesarios para producir en otro sector que esté relacionado, así con diferentes sectores relacionados entre sí.

## 2.2. ESTRUCTURA DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT

En primer lugar, en las filas, encontramos la demanda de los  $n$  diferentes sectores, la demanda intermedia, la demanda final y la demanda o producción total.

- La producción total ( $x_i$ ) del sector  $i$  es la cantidad de un bien que se produce. Es la suma de la demanda intermedia y de la final.
- La demanda intermedia ( $x_{ij}$ ) del sector  $i$  es la cantidad de un bien que los diferentes sectores productivos necesitan para conseguir el producto final.
- La demanda final ( $d_i$ ) del sector  $i$  es la cantidad de un bien que los consumidores tienen intención de adquirir.

En segundo lugar, en las columnas, está representada la producción de  $n$  sectores, el consumo intermedio, consumo primario y consumo total.

- El consumo intermedio ( $x_{ij}$ ) del sector  $j$  es la cantidad de bienes que este necesita comprar para poder producir.
- El consumo primario o valor agregado bruto ( $v_j$ ) del sector  $j$  se refiere a los ingresos y gastos excluidos en los intercambios de estos sectores. Por ejemplo: el beneficio, los salarios, consumo de capital fijo y los impuestos.
- El consumo total ( $F_j$ ) del sector  $j$  es la cantidad de un bien que se consume. Es la suma del consumo intermedio y del primario.

*Tabla 1. Estructura de las tablas input-output*

| Producción/Demanda | Sector 1 | ...      | Sector $n$ | Demanda Intermedia    | Demanda Final | Total    |
|--------------------|----------|----------|------------|-----------------------|---------------|----------|
| Sector 1           | $x_{11}$ | ...      | $x_{1n}$   | $\sum_{j=1}^n x_{1j}$ | $d_1$         | $x_1$    |
| $\vdots$           | $\vdots$ | $\ddots$ | $\vdots$   | $\vdots$              | $\vdots$      | $\vdots$ |

| Sector n           | $x_{n1}$              | $\dots$ | $x_{nn}$              | $\sum_{j=1}^n x_{nj}$ | $d_n$ | $x_n$ |
|--------------------|-----------------------|---------|-----------------------|-----------------------|-------|-------|
| Consumo intermedio | $\sum_{i=1}^n x_{i1}$ | $\dots$ | $\sum_{i=1}^n x_{in}$ |                       |       |       |
| Consumo primario   | $v_1$                 | $\dots$ | $v_n$                 |                       |       |       |
| Consumo total      | $F_1$                 | $\dots$ | $F_n$                 |                       |       |       |

*Fuente: Matemáticas para el éxito empresarial (2010) p. 156*

La producción total y el consumo total son de igual cantidad.

$$x_j = F_j$$

En la ecuación  $X = AX + D$ , X es el vector de producción total y D el vector de demanda final.

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}$$

Siendo  $x_1, x_2, \dots, x_n$  la cantidad de output realizados en n sectores y  $d_1, d_2, \dots, d_n$  la cantidad de input consumidos en n sectores de la economía.

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} + d_1 = x_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} + d_2 = x_2 \\ \vdots \\ x_{n1} + x_{n2} + \dots + x_{nn} + d_n = x_n \end{cases}$$

Si despejáramos de la ecuación matricial el vector de la demanda final, esta quedaría tal que  $D = (I - A)X$ . De esta forma se consigue la llamada matriz de Leontief,  $(I - A)$ .

La matriz tecnológica (A) recoge el procedimiento que sigue la empresa para producir sus productos.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$$

### Ejemplo:

La tabla input-output de la economía de España según los sectores productivos se resume:

| Sectores    | Agricultura | Industria | Servicios | Demanda Final |
|-------------|-------------|-----------|-----------|---------------|
| Agricultura | 88,7        | 117,6     | 2,7       | 450           |
| Industria   | 45,3        | 298,5     | 39,9      | 563           |
| Servicios   | 16,8        | 73,4      | 80,2      | 268           |

Con los datos anteriores podemos calcular la tabla input-output o tabla de transacciones intersectoriales. En principio, necesitamos calcular la demanda intermedia que se consigue sumando las cantidades monetarias que se invierten de los diferentes sectores para producir en uno. Por ejemplo, la agricultura invierte 88,7 millones de €, la ganadería invierte 117,6 millones de € y los servicios invierten 2,7 millones de € en agricultura. La suma de estas cantidades es 209 millones de €. Lo siguiente a calcular es la producción total, que como anteriormente se ha definido, es la suma de la demanda final y la intermedia que en este caso de la agricultura sería 659 millones de €. Esto se hace con los distintos sectores.

Por otro lado, pasamos a calcular el consumo intermedio que se trata de la cantidad en millones de € que ha invertido la agricultura en los sectores productivos en este caso es 150,6 millones de €. Ha gastado 88,7 millones de € en agricultura; 45,3 millones de € en industria y 16,6 en servicios. Por último, el consumo total es la suma del consumo intermedio, citado con anterioridad, y el consumo primario, se trata del beneficio y los impuestos.

| Sectores           | Agricultura | Industria | Servicios | Demanda Intermedia | Demanda Final | Producción Total |
|--------------------|-------------|-----------|-----------|--------------------|---------------|------------------|
| Agricultura        | 88,7        | 117,6     | 2,7       | 209                | 450           | 659              |
| Industria          | 45,3        | 298,2     | 39,5      | 383                | 563           | 946              |
| Servicios          | 16,6        | 73,2      | 80,2      | 170                | 268           | 438              |
| Consumo intermedio | 150,6       | 489       | 122,4     |                    |               |                  |
| Consumo primario   | 508,4       | 489       | 315,6     |                    |               |                  |
| Consumo total      | 659         | 946       | 438       |                    |               |                  |

La matriz tecnológica A se calcula dividiendo cada sector entre su respectiva producción total:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{88,7}{659} & \frac{117,6}{946} & \frac{2,7}{438} \\ \frac{45,3}{659} & \frac{298,2}{946} & \frac{39,5}{438} \\ \frac{16,6}{659} & \frac{73,2}{946} & \frac{80,2}{438} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,13 & 0,12 & 0,01 \\ 0,07 & 0,32 & 0,09 \\ 0,03 & 0,08 & 0,18 \end{pmatrix}$$

Para conseguir la matriz de Leontief:

$$I - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,13 & 0,12 & 0,01 \\ 0,07 & 0,32 & 0,09 \\ 0,03 & 0,08 & 0,18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,87 & -0,12 & -0,01 \\ -0,07 & 0,68 & -0,09 \\ -0,03 & -0,08 & 0,82 \end{pmatrix}$$

### 2.3.USO DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT

Las tablas input-output se emplean para analizar el sistema productivo de la economía y su variación en el paso del tiempo. También se pueden realizar estimaciones sobre el valor agregado de la producción, cambios que pueden ocasionar dichas variaciones, etc.

Se utiliza para conocer la relación que existe entre los sectores y así hacer diferentes estrategias.

Se puede realizar por sector, por comunidad o, incluso, a nivel estatal.

### 3. MATRIZ INVERSA

La función de producción en el modelo de Leontief son las isocuantas, representan distintas composiciones de las que se obtiene la misma producción, afectan a líneas rectas, ya que proporcionan una evolución lineal.

Despejando X de la formula,  $X = AX + D$ , obtendríamos:

$$X = (I - A)^{-1} \cdot D$$

Por lo que, la matriz  $(I - A)^{-1}$  sería la matriz inversa de Leontief. Esta sólo se puede conseguir en el caso de que la matriz  $(I - A)$  sea regular.

Siguiendo con el ejemplo anterior:

$$\begin{pmatrix} 0,87 & -0,12 & -0,01 & | & 1 & 0 & 0 \\ -0,07 & 0,68 & -0,09 & | & 0 & 1 & 0 \\ -0,03 & -0,08 & 0,82 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & -0,01 & | & 1,15 & 0 & 0 \\ -0,07 & 0,68 & -0,09 & | & 0 & 1 & 0 \\ -0,03 & -0,08 & 0,82 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & -0,01 & | & 1,15 & 0 & 0 \\ 0 & 0,67 & -0,09 & | & 0,08 & 1 & 0 \\ -0,03 & -0,08 & 0,82 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & -0,01 & | & 1,15 & 0 & 0 \\ 0 & 0,67 & -0,09 & | & 0,08 & 1 & 0 \\ 0 & -0,08 & 0,82 & | & 0,03 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & -0,01 & | & 1,15 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,14 & | & 0,12 & 1,49 & 0 \\ 0 & -0,08 & 0,82 & | & 0,03 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & -0,01 & | & 1,15 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,14 & | & 0,12 & 1,49 & 0 \\ 0 & 0 & 0,81 & | & 0,04 & 0,13 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & -0,01 & | & 1,15 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -0,14 & | & 0,12 & 1,49 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0,06 & 0,16 & 1,24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & -0,01 & | & 1,15 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0,13 & 1,51 & 0,17 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0,06 & 0,16 & 1,24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,14 & 0 & | & 1,15 & 0 & 0,01 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0,13 & 1,51 & 0,17 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0,06 & 0,16 & 1,24 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1,17 & 0,21 & 0,04 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0,13 & 1,51 & 0,17 \\ 0 & 0 & 1 & | & 0,06 & 0,16 & 1,24 \end{pmatrix}$$

La matriz inversa sería:

$$(I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,17 & 0,21 & 0,04 \\ 0,13 & 1,51 & 0,17 \\ 0,06 & 0,16 & 1,24 \end{pmatrix}$$

El vector de producción final, X, se calcula:

$$X = (I - A)^{-1} \cdot D = \begin{pmatrix} 1,17 & 0,21 & 0,04 \\ 0,13 & 1,51 & 0,17 \\ 0,06 & 0,16 & 1,24 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 450 \\ 563 \\ 268 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 655,45 \\ 954,19 \\ 449,40 \end{pmatrix}$$

En conclusión, las producciones de estos sectores son 655,45 para agricultura, 954,19 para industria y 449,40 para servicios. Esto se ha podido conseguir porque la matriz tecnológica A es productiva.

### **Matriz productiva**

La matriz productiva es el modo de regular la producción de productos o servicios en un periodo de tiempo determinado y a un precio determinado. Esta matriz debe fundamentarse en el proceso de transformación que siguen los productos con el objetivo de incorporar el valor agregado.

Existen tres métodos para conocer si una matriz tecnológica A es productiva o no.

- a) El primero de ellos es el método de la definición de matriz productiva, se obtiene calculando la matriz  $(I - A)^{-1}$  y que todos sus términos sean mayor o igual que cero.

Como podemos observar en el ejemplo anterior, todos los términos obtenidos son positivos. Por ello, podemos decir que la matriz A es productiva.

- b) El segundo es utilizando la condición de Hawkins-Simon (David Hawkins y Herbert A. Simon). Según Yukihiro Fujita, en “A Reconsideration of a Correct Economic Interpretation of the Hawkins-Simon Condition”, la interpretación económica de los menores principales es compleja, ya que es habitual tener como referencia matrices con tamaño considerado. En ocasiones, se utiliza como menor principal solamente la matriz de Leontief, si se trata de un número cercano a cero, aunque este sea superior, estaremos ante una matriz que no es productiva porque el aumento en la demanda final causaría un gran impacto sobre la producción y ninguna economía podría responsabilizarse sobre ello. Los términos de la inversa se ven afectados, en este caso, ya que aumentarían demasiado pese a que son mayores que cero, positivos, y esto mismo les pasaría a los multiplicadores. Existen diferencias entre la interpretación matemática y la económica sobre la productividad, por lo que, se intenta conciliar la elasticidad de la condición de Hawkins-Simon y la limitada firmeza del teorema de Brauer-Solow, ya que esta última en el ámbito económico tiene una interpretación más evidente.

Se calculan los menores principales de la matriz (I-A):

$$\Delta_1 = 0,87 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,87 & -0,12 \\ -0,07 & 0,68 \end{vmatrix} = 0,583 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,87 & -0,12 & -0,01 \\ -0,07 & 0,68 & -0,09 \\ -0,03 & -0,08 & 0,82 \end{vmatrix} = 0,471 > 0$$

La matriz de Leontief  $I - A$  cumple la condición de Hawkins-Simon, lo que es lo mismo, la matriz tecnológica (A) es productiva.

- c) El tercero es aplicando el teorema de Brauer-Solow. Como ya se ha mencionado en el apartado anterior, este teorema es más objetivo que la condición de Hawkins-Simon. Si la matriz cumple este requisito es suficiente para saber que es productiva, pero no es imprescindible. Puesto que, si la matriz tecnológica A no satisface este requisito, ni en la suma de filas, ni en la de columnas, la conclusión sería nula sobre la productividad de la matriz.

Si la matriz tecnológica A es productiva podremos observar que, siendo un vector de demanda final  $D \geq 0$ , habrá un vector de producción total  $X \geq 0$  que posibilite la liquidación de dicha demanda. Siguiendo el procedimiento matemático, conociendo un vector de demanda final  $D \geq 0$  la fórmula  $D = (I - A)X$  tendría una solución X únicamente y esta es no negativa.

Se suman las filas de la matriz tecnológica A que viene dada en el ejemplo anterior:

$$r_1 = 0,13 + 0,12 + 0,01 = 0,26 < 1$$

$$r_2 = 0,07 + 0,32 + 0,09 = 0,48 < 1$$

$$r_3 = 0,03 + 0,08 + 0,18 = 0,29 < 1$$

#### 4. VALOR AGREGADO NETO

Existen dos elementos que no habíamos visto anteriormente, estos son:

- El precio unitario ( $p_i$ ) de un producto i que se trata del precio que pagamos por una unidad de este producto.
- El valor agregado neto ( $v_i$ ) de un producto i se refiere a la cantidad de unidades monetarias excluidas en los intercambios de estos sectores considerando una unidad de producto.

Según la explicación del precio unitario, la cuantía de unidades monetarias que gasta el sector i en el consumo de productos de otros sectores y de él mismo para elaborar su propio producto es:

$$p_1 \cdot a_{1i} + p_2 \cdot a_{2i} + \cdots + p_n \cdot a_{ni},$$

siendo  $a_{ij}$  coeficientes técnicos de la economía.

Para conseguir la valoración íntegra del precio unitario ( $p_i$ ), hay que añadir al importe anterior las unidades monetarias excluidas en los intercambios entre sectores, el valor agregado neto ( $v_i$ ).

$$p_i = p_1 \cdot a_{1i} + p_2 \cdot a_{2i} + \cdots + p_n \cdot a_{ni} + v_i$$

Si despejamos de la fórmula anterior el valor agregado neto, obtenemos:

$$(I - A^t) \cdot P = V,$$

En la ecuación anterior, P es el vector de precios y V el vector de valores agregados netos.

$$P = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_n \end{pmatrix}; V = \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix}$$

Si la matriz tecnológica A es productiva, su matriz traspuesta  $A^t$  también lo será.

El modo de conseguir el vector de precios P, conociendo el vector de valores agregados netos V, es resolviendo la ecuación siguiente:

$$P = (I - A^t)^{-1} \cdot V$$

## 5. EJEMPLOS

### 5.1.EJEMPLO 1

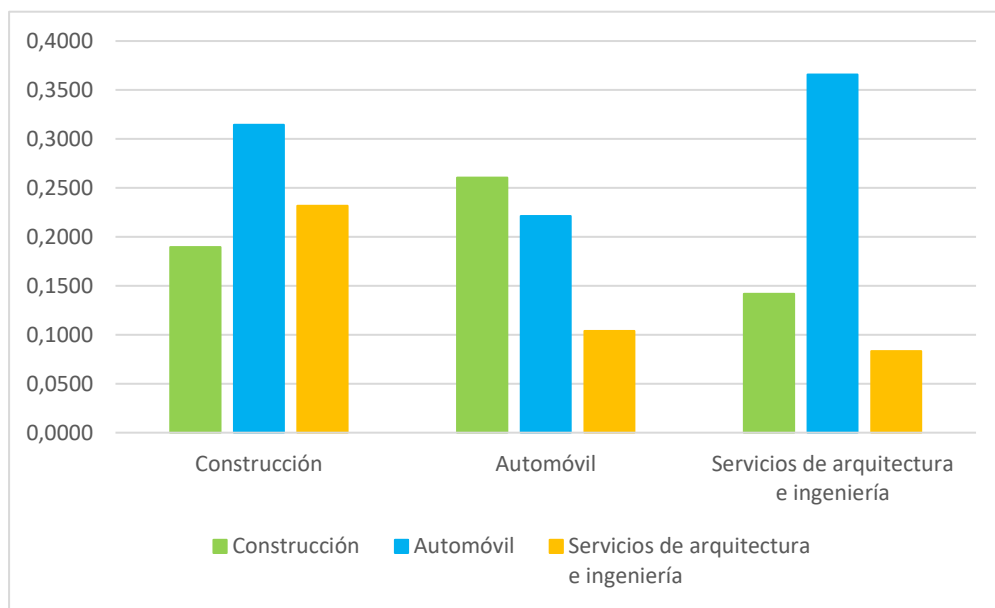
En el sector de la construcción, para fabricar edificios se necesitan vehículos que transporten materiales. Se encuentran relacionados ya que el sector del automóvil realiza inversiones para edificar las instalaciones donde venden los vehículos, a su vez, el sector de la construcción como ya antes se ha mencionado hace uso de vehículos para llevar lo que necesiten de un lugar a otro. Por otro lado, ambos sectores están relacionados con la arquitectura e ingeniería porque se necesita la supervisión de profesionales tanto para construir como para producir automóviles. Esto se puede ver de manera más clara y cómoda como es en la siguiente tabla:

|                                        | Construcción   | Automóvil      | Servicios de arquitectura e ingeniería | Demanda intermedia | Demanda final | Demanda total  |
|----------------------------------------|----------------|----------------|----------------------------------------|--------------------|---------------|----------------|
| Construcción                           | 153.620        | 203.694        | 126.984                                | 484.298            | 325.463       | <b>809.761</b> |
| Automóvil                              | 210.895        | 143.210        | 56.987                                 | 411.092            | 236.545       | <b>647.637</b> |
| Servicios de arquitectura e ingeniería | 114.782        | 236.897        | 45.678                                 | 397.357            | 150.691       | <b>548.048</b> |
| Consumo intermedio                     | 479.297        | 583.801        | 229.649                                |                    |               |                |
| Consumo primario                       | 330.464        | 63.836         | 318.399                                |                    |               |                |
| Consumo total                          | <b>809.761</b> | <b>647.637</b> | <b>548.048</b>                         |                    |               |                |

La matriz tecnológica A se calcula dividiendo cada sector entre su respectiva producción total:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{153.620}{809.761} & \frac{203.694}{647.637} & \frac{126.984}{548.048} \\ \frac{210.895}{809.761} & \frac{143.210}{647.637} & \frac{56.987}{548.048} \\ \frac{114.782}{809.761} & \frac{236.897}{647.637} & \frac{45.678}{548.048} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1897 & 0,3145 & 0,2317 \\ 0,2604 & 0,2211 & 0,1040 \\ 0,1417 & 0,3658 & 0,0833 \end{pmatrix}$$

Gráfico 1. Cantidad que recibe cada sector por €/facturado (ejemplo 1).



La matriz tecnológica (A) representa la cantidad que un sector paga a otro por cada euro facturado, por ejemplo, el sector del automóvil paga al de construcción 31 céntimos por cada euro que factura, 22 céntimos al del automóvil y 37 al sector de servicios de arquitectura e ingeniería, lo que suma 90 céntimos, el importe sobrante, 10 céntimos, ira destinado al pago de impuestos y otros gastos pertinentes y el resto será beneficio en el caso de que siga sobrando. En este caso el resultado está dentro de la normalidad porque no son cantidades muy elevadas, ya que de esa manera nos haría saber que a algún sector no le va demasiado bien.

Para conseguir la matriz de Leontief:

$$I - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,1897 & 0,3145 & 0,2317 \\ 0,2604 & 0,2211 & 0,1040 \\ 0,1417 & 0,3658 & 0,0833 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,8103 & -0,3145 & -0,2317 \\ -0,2604 & 0,7789 & -0,1040 \\ -0,1417 & -0,3658 & 0,9167 \end{pmatrix}$$

Lo siguiente a calcular sería la matriz inversa de la matriz de Leontief,

$$(I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1,6081 & 0,8876 & 0,5072 \\ 0,6031 & 1,6890 & 0,3440 \\ 0,4893 & 0,8112 & 1,3066 \end{pmatrix}$$

En este caso, se ha calculado mediante el programa de Microsoft office (Excel) con la fórmula MINVERSA.

Al existir la matriz inversa de la matriz de Leontief y no tener ninguno de sus términos en negativo, podemos decir que la matriz A es productiva. No solo se puede saber que la matriz A es productiva por este método.

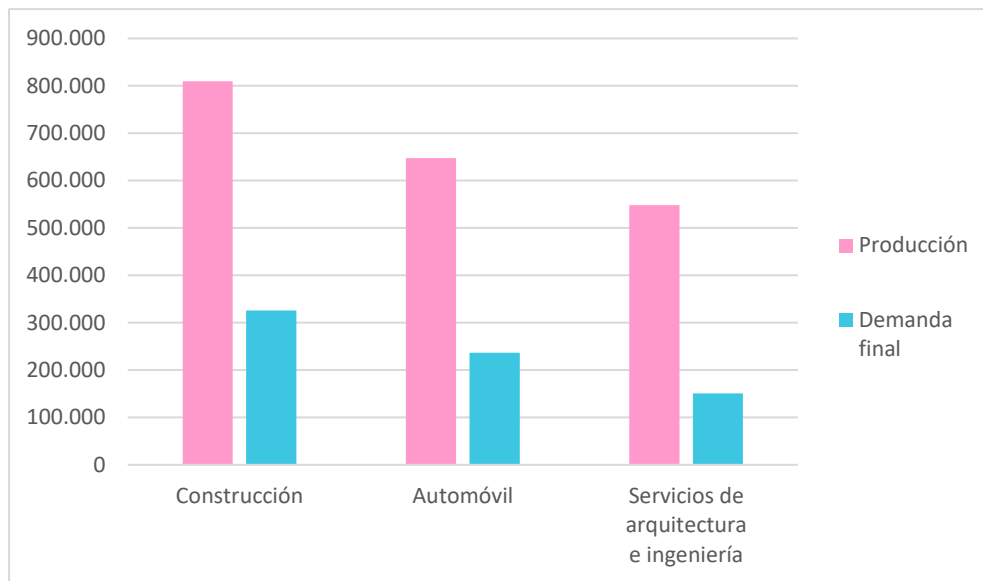
Despejando X de la fórmula,  $X = AX + D$ , obtendríamos:

$$X = (I - A)^{-1} \cdot D$$

Con esta fórmula calculamos el vector de producción final, X:

$$X = (I - A)^{-1} \cdot D = \begin{pmatrix} 1,6081 & 0,8876 & 0,5072 \\ 0,6031 & 1,6890 & 0,3440 \\ 0,4893 & 0,8112 & 1,3066 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 325.463 \\ 236.545 \\ 150.691 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 809.761 \\ 647.637 \\ 548.048 \end{pmatrix}$$

Gráfico 2. Comparación entre producción y demanda final (ejemplo 1).



El vector de demanda final,  $D$ , viene dado en el ejemplo y con el hemos conseguido calcular el vector de producción final,  $X$ . En el gráfico 2, podemos observar que la demanda final está muy por debajo de la producción final, es decir, se produce más de lo que realmente están demandando los consumidores. Pero en la primera tabla de datos de este ejemplo, se puede ver que la diferencia entre la producción y la demanda final se está elaborando para la demanda intermedia, para poder producir en cada sector.

Existe una fórmula de Excel que facilita la multiplicación de matrices, MMULT.

También podemos saber si la matriz  $A$  es productiva al obtener el vector de producción final ( $X$ ) del vector de demanda final ( $D$ ).

Por lo que la producción de estos tres sectores es 809.761 para el sector de la construcción, 647.637 para el sector del automóvil y 548.048 para servicios de arquitectura e ingeniería.

Tal y como se ha explicado anteriormente, hay tres métodos para saber si una matriz es o no productiva:

- El primero de ellos es el método de la definición de matriz productiva, se obtiene calculando la matriz  $(I - A)^{-1}$  y que todos sus términos sean mayor o igual que cero. Como podemos observar, todos los términos obtenidos son positivos. Por ello, podemos decir que la matriz  $A$  es productiva.

- b) El segundo es utilizando la condición de Hawkins-Simon (David Hawkins y Herbert A. Simon). Se calculan los menores principales de la matriz  $(I - A)$ :

$$\Delta_1 = 0,8103 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,8103 & -0,3145 \\ -0,2604 & 0,7789 \end{vmatrix} = 0,5492 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,8103 & -0,3145 & -0,2317 \\ -0,2604 & 0,7789 & -0,1040 \\ -0,1417 & -0,3658 & 0,9167 \end{vmatrix} = 0,4203 > 0$$

La matriz de Leontief  $I - A$  cumple la condición de Hawkins-Simon, lo que es lo mismo, la matriz tecnológica (A) es productiva.

- c) El tercero es aplicando el teorema de Brauer-Solow. Si la matriz tecnológica A es productiva podremos observar que, siendo un vector de demanda final  $D \geq 0$ , habrá un vector de producción total  $X \geq 0$  que posibilite la liquidación de dicha demanda. Siguiendo el procedimiento matemático, conociendo un vector de demanda final  $D \geq 0$  la formula  $D = (I - A)X$  tendría una solución X únicamente y esta es no negativa.

Se suman las filas de la matriz tecnológica A que viene dada en el ejemplo anterior:

$$r_1 = 0,1897 + 0,3145 + 0,2317 = 0,7359 < 1$$

$$r_2 = 0,2604 + 0,2211 + 0,1040 = 0,5855 < 1$$

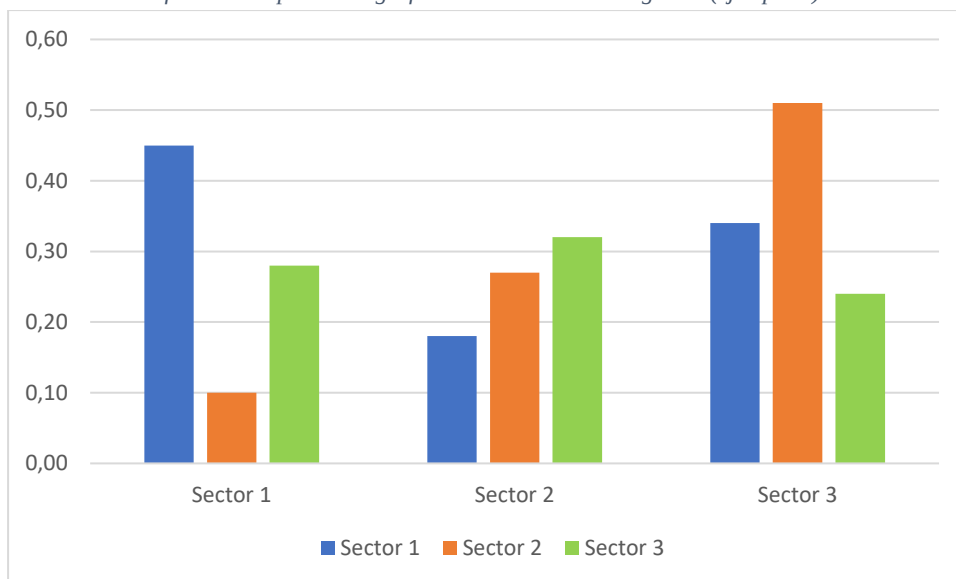
$$r_3 = 0,1417 + 0,3658 + 0,0833 = 0,5909 < 1$$

## 5.2.EJEMPLO 2

Dada la matriz tecnológica A, calcular:

$$A = \begin{pmatrix} 0,45 & 0,18 & 0,34 \\ 0,10 & 0,27 & 0,51 \\ 0,28 & 0,32 & 0,24 \end{pmatrix}$$

Gráfico 3. Interpretación gráfica de la matriz tecnológica A (ejemplo 2).



Gráficamente, la matriz tecnológica A nos ayuda a saber por cada unidad monetaria vendida que cantidad debe pagar a otros sectores. Tratándose de este ejemplo, por cada unidad monetaria vendida del producto 1 tendrá que pagar 0,45 al sector 1; 0,10 al sector 2 y 0,28 al sector 3. La diferencia entre la unidad monetaria vendida y lo que paga a los diferentes sectores será el valor agregado unitario, en este caso es de 0,17 que se utiliza para pagar otros gastos e impuestos, y el sobrante será el beneficio. Pero como se puede observar con el producto 3 por cada unidad monetaria vendida tendrá que pagar 0,34 al sector 1; 0,51 al sector 2 y 0,24 al sector 3, lo que nos hace saber que no hay beneficio porque esto suma 1,09.

#### 1) ¿Es una matriz productiva?

Utilizando los tres métodos para saber si una matriz es o no productiva:

- El primero de ellos es el método de la definición de matriz productiva, se obtiene calculando la matriz  $(I - A)^{-1}$  y que todos sus términos sean mayor o igual que cero.

Calculamos la matriz de Leontief:

$$I - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0,45 & 0,18 & 0,34 \\ 0,10 & 0,27 & 0,51 \\ 0,28 & 0,32 & 0,24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,55 & -0,18 & -0,34 \\ -0,10 & 0,73 & -0,51 \\ -0,28 & -0,32 & 0,76 \end{pmatrix}$$

Por último, hay que calcular la matriz inversa de la matriz de Leontief:

$$(I - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 4,10 & 2,57 & 3,56 \\ 2,29 & 3,38 & 3,29 \\ 2,47 & 2,37 & 4,01 \end{pmatrix}$$

En este primer método se trataba de calcular la matriz inversa de la matriz tecnológica (A) y que esta tuviera todos sus términos igual o mayor que 0, es decir, una matriz no negativa. Por lo tanto, estamos ante una matriz productiva, puesto que, todos sus términos son positivos.

- b) El segundo es utilizando la condición de Hawkins-Simon (David Hawkins y Herbert A. Simon). Se calculan los menores principales de la matriz  $(I - A)$ :

$$\Delta_1 = 0,55 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,55 & -0,18 \\ -0,10 & 0,73 \end{vmatrix} = 0,38 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,55 & -0,18 & -0,34 \\ -0,10 & 0,73 & -0,51 \\ -0,28 & -0,32 & 0,76 \end{vmatrix} = 0,10 > 0$$

Puesto que todos los menores principales son mayores que cero podemos afirmar que la matriz A es productiva, debido a que se cumple la condición de Hawkins-Simon.

- c) El tercero es aplicando el teorema de Brauer-Solow. Se suman las filas de la matriz tecnológica A que viene dada en el ejemplo anterior:

$$r_1 = 0,45 + 0,18 + 0,34 = 0,97 < 1$$

$$r_2 = 0,10 + 0,27 + 0,51 = 0,88 < 1$$

$$r_3 = 0,28 + 0,32 + 0,24 = 0,84 < 1$$

La matriz de Leontief  $(I - A)$  cumple la condición de Hawkins-Simon, lo que es equivalente a que la matriz tecnológica A es productiva. Ya que es productiva, podremos observar que, siendo un vector de demanda final  $D \geq 0$ , habrá un vector de producción total  $X \geq 0$  que posibilite la liquidación de dicha demanda. Siguiendo el procedimiento matemático, conociendo un vector de demanda final  $D \geq 0$  la fórmula  $D = (I - A)X$  tendría una solución X únicamente y esta es no negativa.

- 2) La demanda intermedia y el consumo intermedio de cada sector para producir una unidad.

La demanda intermedia (xij) es la cantidad de un bien que los diferentes sectores productivos necesitan para conseguir el producto final. Se calcula como la suma de los

productos o servicios necesarios para cada sector, esto coincide con la suma de los elementos de la fila de la matriz tecnológica A.

$$\text{Sector 1} = 0,45 + 0,18 + 0,34 = 0,97 \text{ unidades}$$

$$\text{Sector 2} = 0,10 + 0,27 + 0,51 = 0,88 \text{ unidades}$$

$$\text{Sector 3} = 0,28 + 0,32 + 0,24 = 0,84 \text{ unidades}$$

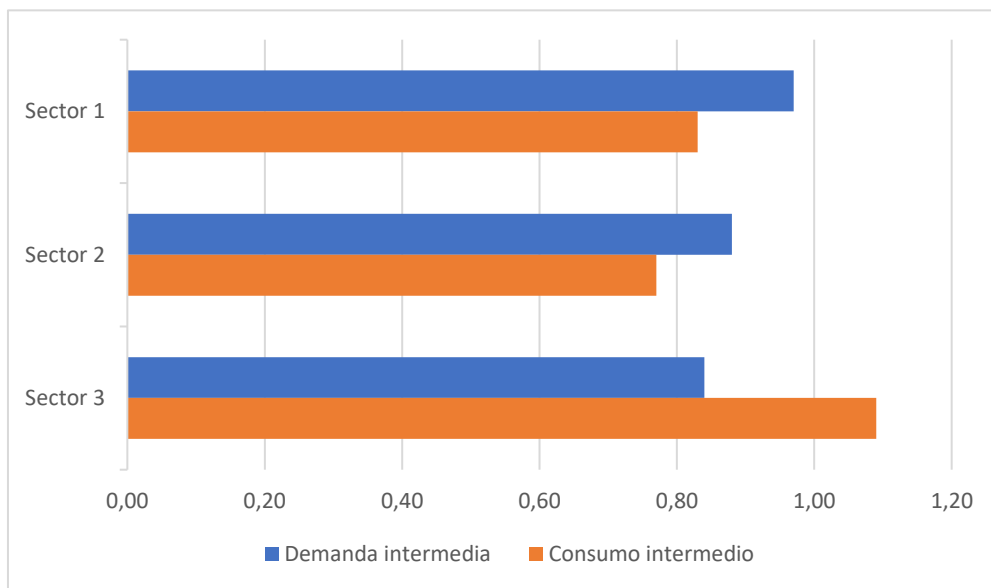
El consumo intermedio (xij) es la cantidad de bienes que este necesita comprar para poder producir. Es la suma de los elementos de la columna de la matriz tecnológica A.

$$\text{Sector 1} = 0,45 + 0,10 + 0,28 = 0,83 \text{ unidades}$$

$$\text{Sector 2} = 0,18 + 0,27 + 0,32 = 0,77 \text{ unidades}$$

$$\text{Sector 3} = 0,34 + 0,51 + 0,24 = 1,09 \text{ unidades}$$

Gráfico 4. Comparación entre la demanda y el consumo intermedio (ejemplo 2).



De manera gráfica, podemos ver la diferencia entre ambas. Por ejemplo, el sector 1 necesita comprar 0,83 para producir un bien, mientras que los diferentes sectores necesitan que este sector les venda 0,97.

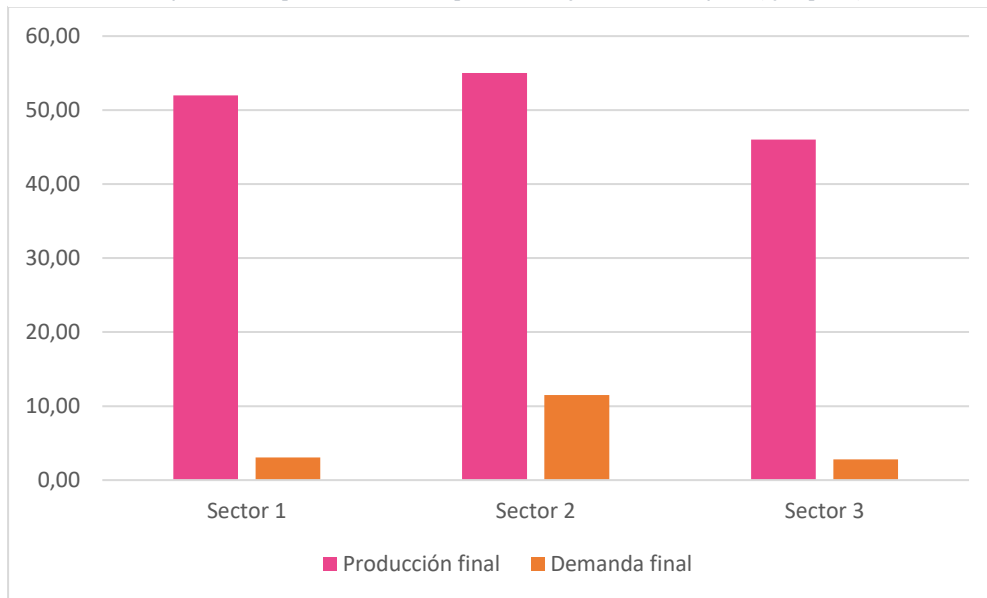
- 3) La demanda final que se puede satisfacer con una producción de 52, 55 y 46 unidades, respectivamente. También calcula la cantidad del producto 2 que utiliza cada sector.

$$X = \begin{pmatrix} 52 \\ 55 \\ 46 \end{pmatrix}$$

Utilizando la fórmula  $D = (I - A)X$  calculamos el vector de demanda final D:

$$D = (I - A)X = \begin{pmatrix} 0,55 & -0,18 & -0,34 \\ -0,10 & 0,73 & -0,51 \\ -0,28 & -0,32 & 0,76 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 52 \\ 55 \\ 46 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,06 \\ 11,49 \\ 2,80 \end{pmatrix}$$

Gráfico 5. Comparación entre la producción y la demanda final (ejemplo 2).



En este caso, a diferencia del ejemplo anterior, en el enunciado se facilita el vector de producción final,  $X$ , mientras que es necesario calcular el vector de demanda final,  $D$ . En el gráfico 5, podemos observar que la demanda final está muy por debajo de la producción final, es decir, se produce más de lo que realmente están demandando los consumidores. Puede ser que la diferencia entre la producción y la demanda final se esté elaborando para la demanda intermedia, para poder producir en cada sector.

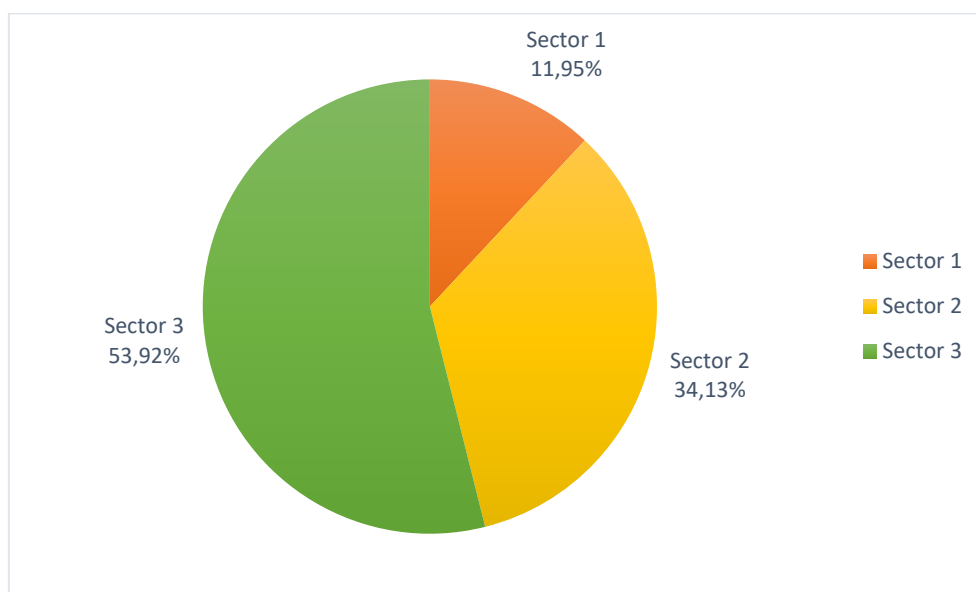
La demanda final se puede satisfacer con 3,06 unidades del producto 1; 11,49 unidades del producto 2 y 2,80 unidades del producto 3.

$$b_{21} = 52 \cdot 0,10 = 5,20$$

$$b_{22} = 55 \cdot 0,27 = 14,85$$

$$b_{23} = 46 \cdot 0,32 = 23,46$$

Gráfico 6. Cantidad consumida del producto 2 por los diferentes sectores en términos porcentuales (ejemplo 2).



La cantidad del producto 2 que consume el sector 1, 2 y 3 para conseguir la producción de 52, 55 y 46, respectivamente, es de 5,20 para el sector 1; 14,85 para el sector 2; y, por último, 23,46 para el sector 3. En términos porcentuales, consumen 11,95%; 34,13%; y 53,92% del producto 2, el sector 1, 2 y 3, respectivamente.

## 6. USOS DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT EN LA JUNTA DE ANDALUCÍA

El Sistema de Cuentas Económicas de Andalucía (SCEA) constituye todos aquellos procedimientos estadísticos cuyo objetivo es el entendimiento de las magnitudes económicas más importantes que se utilizan con las distintas ramas de actividad y que esto ayude a comparar con otras regiones los resultados obtenidos.

El Marco Input-Output de Andalucía (MIOAN) es una herramienta que relaciona las distintas ramas de actividad con los productos, ya sea su compra o venta. Se usa para conocer los diferentes ámbitos de producción y distribución de la economía durante un periodo de tiempo, ya que es muy importante en el Sistema de Cuentas Económicas de Andalucía (SCEA).

Para realizar el marco input-output en Andalucía, esta diferencia 84 sectores de actividad y 87 productos, estos son:

- Sectores de actividad:
  - Cultivos de hortalizas y frutas, flores.
  - Cultivos de vid y olivo.

- Otros cultivos y servicios agrarios.
- Producción ganadera y caza.
- Silvicultura y explotación forestal.
- Pesca y acuicultura; Industrias extractivas.
- Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos.
- Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos.
- Preparación y conservación de frutas y hortalizas.
- Fabricación de grasas y aceites.
- Fabricación de productos lácteos.
- Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias.
- Otras industrias alimenticias. Tabaco.
- Fabricación de bebidas.
- Industria textil, confección de prendas de vestir, industria del cuero y del calzado.
- Industria de la madera y del corcho.
- Industria del papel.
- Artes gráficas y reproducción de soportes grabados.
- Coquerías y refino de petróleo. Fabricación de productos químicos.
- Fabricación de pinturas, artículos de limpieza, perfumes, cosméticos y otros productos químicos.
- Fabricación de productos farmacéuticos.
- Fabricación de productos de caucho y plástico.
- Fabricación de cemento, cal, yeso y sus derivados.
- Fabricación de productos cerámicos, azulejos, ladrillos y otras tierras cocidas para la construcción.
- Industrias del vidrio y de la piedra.
- Metalurgia. Fabricación de productos de hierro, acero y ferroaleaciones.
- Fabricación de productos metálicos, excepto maquinaria y equipo.
- Fabricación de productos informáticos, electrónicos y ópticos.
- Fabricación de material y equipo eléctrico.
- Fabricación de maquinaria y equipo.
- Fabricación de vehículos de motor, remolques y semirremolques.

- Construcción naval.
- Fabricación de otro material de transporte, excepto construcción naval.
- Fabricación de muebles.
- Otras industrias manufactureras.
- Reparación e instalación de maquinaria y equipo.
- Producción, transporte y distribución de energía eléctrica.
- Suministro de gas, vapor y aire acondicionado.
- Captación, depuración y distribución de agua.
- Recogida y tratamiento de aguas residuales; recogida, tratamiento y eliminación de residuos; valorización; actividades de descontaminación y otros servicios de gestión de residuos.
- Construcción.
- Venta y reparación de vehículos de motor y motocicletas.
- Comercio al por mayor e intermediarios del comercio, excepto de vehículos de motor y motocicletas.
- Comercio al por menor, excepto de vehículos de motor y motocicletas.
- Transporte terrestre y por tuberías.
- Transporte marítimo y por vías navegables interiores. Transporte aéreo.
- Almacenamiento y actividades anexas al transporte.
- Actividades postales y de correos.
- Servicios de alojamiento.
- Servicios de comidas y bebidas.
- Edición.
- Actividades cinematográficas, de vídeo y de programas de televisión, grabación de sonido y edición musical; actividades de programación y emisión de radio y televisión
- Telecomunicaciones.
- Programación, consultoría y otras actividades relacionadas con la informática; servicios de información.
- Servicios financieros, excepto seguros y fondos de pensiones.
- Seguros, reaseguros y fondos de pensiones, excepto Seguridad Social obligatoria.
- Actividades auxiliares a los servicios financieros y a los seguros.

- Actividades inmobiliarias.
- Actividades jurídicas y de contabilidad; actividades de las sedes centrales; actividades de consultoría de gestión empresarial.
- Servicios técnicos de arquitectura e ingeniería; ensayos y análisis técnicos.
- Investigación y desarrollo.
- Publicidad y estudios de mercado.
- Otras actividades profesionales, científicas y técnicas.
- Actividades veterinarias.
- Actividades de alquiler.
- Actividades relacionadas con el empleo.
- Actividades de agencias de viajes, operadores turísticos, servicios de reservas y actividades relacionadas con los mismos.
- Actividades de seguridad e investigación.
- Servicios a edificios y actividades de jardinería.
- Actividades administrativas de oficina y otras actividades auxiliares a las empresas.
- Administración pública y defensa; seguridad social obligatoria. Organismos extraterritoriales.
- Educación mercado.
- Educación no mercado.
- Actividades sanitarias mercado.
- Actividades sanitarias no mercado.
- Actividades de servicios sociales mercado.
- Actividades de servicios sociales no mercado.
- Actividades de creación, artísticas y espectáculos; actividades de bibliotecas, archivos, museos y otras actividades culturales; actividades de juegos de azar y apuestas.
- Actividades deportivas, recreativas y de entretenimiento.
- Actividades asociativas.
- Reparación de ordenadores, efectos personales y artículos de uso doméstico.
- Otros servicios personales.
- Actividades de los hogares como empleadores de personal doméstico o como productores de bienes y servicios para uso propio.

- Productos:

- Hortalizas, frutas y flores.
- Productos de la viña y del olivar.
- Otros productos de cultivo y servicios agrarios.
- Productos de la ganadería y de la caza.
- Silvicultura y explotación forestal.
- Productos de la pesca y acuicultura.
- Productos energéticos.
- Minerales metálicos.
- Minerales no metálicos ni energéticos.
- Actividades de apoyo a las industrias extractivas.
- Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos.
- Procesado y conservación de productos de pescados, crustáceos y moluscos.
- Preparación y conservación de frutas y hortalizas.
- Grasas y aceites.
- Productos lácteos.
- Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias.
- Otros productos alimenticios. Tabaco.
- Bebidas.
- Productos de la industria textil, confección de prendas de vestir, industria del cuero y del calzado.
- Productos de la madera y del corcho.
- Papel y productos de papel.
- Artes gráficas y reproducción de soportes grabados.
- Coquerías y productos del refino de petróleo. Productos químicos.
- Pinturas, artículos de limpieza, perfumes y cosméticos y otros productos químicos.
- Productos farmacéuticos.
- Productos de caucho y plástico.
- Cemento, cal, yeso y sus derivados.
- Productos cerámicos, azulejos, ladrillos y otras tierras cocidas para la construcción.

- Vidrio y piedra.
- Hierro, acero y ferroaleaciones.
- Productos metálicos, excepto maquinaria y equipo.
- Productos informáticos, electrónicos y ópticos.
- Material y equipo eléctrico.
- Maquinaria y equipo.
- Vehículos de motor, remolques y semirremolques.
- Construcción naval.
- Otro material de transporte, excepto construcción naval.
- Muebles.
- Otras industrias manufactureras.
- Reparación e instalación de maquinaria y equipo.
- Producción, transporte y distribución de energía eléctrica.
- Gas, vapor y aire acondicionado.
- Captación, depuración y distribución de agua.
- Aguas residuales; recogidas, tratamiento y eliminación de residuos; valorización.
- Construcciones y trabajos de construcción.
- Venta y reparación de vehículos de motor y motocicletas.
- Servicios de comercio al por mayor e intermediarios del comercio, excepto de vehículos de motor y motocicletas.
- Servicios de comercio al por menor, excepto de vehículos de motor y motocicletas.
- Servicio de transporte terrestre y por tuberías.
- Servicio de transporte marítimo y por vías navegables interiores. Transporte aéreo.
- Almacenamiento y actividades anexas al transporte.
- Actividades postales y de correos.
- Servicios de alojamiento.
- Servicios de comidas y bebidas.
- Productos de la edición.

- Productos de las actividades cinematográficas, de vídeo y de programas de televisión, grabación de sonido y edición musical; actividades de programación y emisión de radio y televisión.
- Servicios de Telecomunicaciones.
- Programación, consultoría y otras actividades relacionadas con la informática; servicios de información.
- Servicios financieros, excepto seguros y fondos de pensiones.
- Seguros, reaseguros y fondos de pensiones, excepto Seguridad Social obligatoria.
- Actividades auxiliares a los servicios financieros y productos de los seguros.
- Servicios inmobiliarios.
- Servicios jurídicos y de contabilidad y de gestión empresarial.
- Servicios técnicos de arquitectura e ingeniería; ensayos y análisis técnicos.
- Servicios de investigación y desarrollo.
- Servicios de publicidad y estudios de mercado.
- Otros servicios profesionales, científicas y técnicas.
- Servicios veterinarios.
- Servicios de alquiler.
- Servicios relacionados con el empleo.
- Servicios de agencias de viajes, operadores turísticos, reservas y actividades relacionadas con los mismos.
- Servicios de seguridad e investigación.
- Servicios a edificios y actividades de jardinería.
- Servicios administrativos de oficina y otras actividades auxiliares a las empresas.
- Servicios de la administración pública y defensa; seguridad social obligatoria.
- Organismos extraterritoriales.
- Servicios de educación de mercado.
- Servicios de educación de no mercado.
- Servicios sanitarios de mercado.
- Servicios sanitarios de no mercado.
- Servicios sociales de mercado.

- Servicios sociales de no mercado.
- Servicios de creación, artísticas y espectáculos; actividades de bibliotecas, archivos, museos y otras actividades culturales; actividades de juegos de azar y apuestas.
- Servicios deportivos, recreativos y de entretenimiento.
- Servicios asociativos.
- Servicios de reparación de ordenadores, efectos personales y artículos de uso doméstico.
- Otros servicios personales.
- Servicios de los hogares como empleadores; bienes y servicios no diferenciados producidos por hogares privados para uso propio.

## 6.1.TABLA DE ORIGEN DEL MIOAN-2016

*“En la tabla de origen se muestra la oferta de bienes y servicios por producto y tipo de proveedor, distinguiendo entre la producción interior y las importaciones”<sup>1</sup>.*

La tabla de origen se caracteriza por diferenciar las importaciones con el resto de España (a precios básicos) de las importaciones con el resto del mundo (CIF<sup>2</sup>).

Esta tabla está compuesta también por la oferta a precios de compra, esto hace que se tenga que incluir diferentes aclaraciones sobre los márgenes de comercio y transporte, e impuestos netos sobre los productos. Por otro lado, esta tabla debe contener el consumo que hacen los residentes en Andalucía en el exterior y, según el sector de actividad, es necesario discernir entre producción de mercado, producción para uso propio y otra producción distinta de mercado.

La producción total por sector de actividad es igual al consumo total por sector de actividad, es decir, la producción de cada sector tiene que ser idéntica a la suma de consumo intermedio y valor añadido.

---

<sup>1</sup> Marco Input-Output de Andalucía 2016, página 2.

<sup>2</sup> Cost, insurance and freight es el significado de CIF en inglés, o lo que es lo mismo coste, seguro y flete. El vendedor asume los costes y el flete que se necesitan para que la mercancía llegue al puerto de destino, también se incluye un seguro que proteja a este en caso de que debido al transporte haya pérdidas y/o la mercancía no llegue en perfecto estado.

Tabla 2. Tabla de origen para Andalucía, a precios básicos, incluida una modificación a precios de compra

|                                      |                  | Sectores de actividad                                                      | Total sectores de actividad | Importaciones CIF (RE y RM) | Oferta total a precios básicos | Márgenes comercio y transporte | Impuestos netos sobre los productos | Oferta total a precios de compra |
|--------------------------------------|------------------|----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
|                                      |                  | 1 2 ... m                                                                  |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |
| Productos                            | 1<br>2<br>:<br>n | Producción a precios básicos por n productos y por m sectores de actividad |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |
| Producción interior Pb               |                  | Producción interior por sector de actividad, a precios básicos             |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |
| Consumo en el exterior de residentes |                  |                                                                            |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |
| Producción regional Pb               |                  | Producción regional por sector de actividad, a precios básicos             |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |
| De mercado                           |                  |                                                                            |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |
| Para uso final propio                |                  |                                                                            |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |
| Otra no de mercado                   |                  |                                                                            |                             |                             |                                |                                |                                     |                                  |

Fuente: Marco input-output de Andalucía 2016, página 12

## 6.2. TABLA DE DESTINO DEL MIOAN-2016

En la tabla de destino se puede observar la información referente al empleo necesario, para cada producto y tipo de empleo. En primer lugar, encontramos, como en cualquier tabla input-output de este tipo, el consumo intermedio que sumado a la demanda final nos ayuda a conocer el empleo total. También, en esta tabla, hay información sobre el valor añadido bruto (la remuneración de asalariados, los otros impuestos netos sobre la producción y el excedente bruto de explotación). La suma de la producción y las importaciones tiene que ser idéntica a la suma de consumo intermedio, gasto en consumo final, formación bruta de capital y exportaciones para cada producto.

La demanda final de la tabla de destino está dividida en gasto en consumo individual de los hogares, en consumo individual de las Administraciones Públicas (AAPP) e Instituciones Sin Fines de Lucro al Servicio de los Hogares (ISFLSH), en consumo colectivo, Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF), variación de existencias y exportaciones.

En la siguiente tabla, podremos ver la disposición general que presentan este tipo de tablas en Andalucía:

Tabla 3. Tabla de destino para Andalucía

|                                                           |                  | Sectores de actividad                                                               | Total consumos intermedios | Gasto en consumo final                                                                                                                                                   | BFBC | Exportación (fob) | Demanda final | Empleos totales                                  |
|-----------------------------------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|-------------------|---------------|--------------------------------------------------|
|                                                           |                  | 1 2 ... m                                                                           |                            |                                                                                                                                                                          |      |                   |               |                                                  |
| Productos                                                 | 1<br>2<br>:<br>n | Consumos intermedios a precios básicos, por n productos y por m sector de actividad |                            | a) consumo individual de los hogares<br>b) consumo individual de las AAPP e ISFLSH<br>c) consumo colectivo<br>d) FBCF<br>e) variación de existencias<br>f) exportaciones |      |                   |               |                                                  |
| Total interior Pb                                         |                  | Consumos intermedios totales a precios básicos, por sector de actividad             |                            | Empleos finales interiores a precios básicos, por tipos de empleo                                                                                                        |      |                   |               | Empleos totales interiores a precios básicos     |
| Impuestos netos sobre los productos                       |                  | Impuestos netos sobre los productos, de los empleos intermedios, por sectores       |                            | Impuestos netos sobre los productos, de los empleos finales.                                                                                                             |      |                   |               | Impuestos netos sobre los productos totales      |
| Total interior a precios de compra                        |                  | Consumos intermedios totales a precios de adquisición, por sector de actividad      |                            | Empleos finales interiores a precios de adquisición, por tipos de empleo                                                                                                 |      |                   |               | Empleos totales interiores a precios adquisición |
| Consumo en el exterior de residentes                      |                  |                                                                                     |                            | Consumo en el exterior de residentes                                                                                                                                     |      |                   |               |                                                  |
| Consumo en el interior de no residentes                   |                  |                                                                                     |                            | Consumo en el interior de no residentes                                                                                                                                  |      |                   |               |                                                  |
| Total regional a precios de adquisición                   |                  | Consumos intermedios totales a precios de adquisición, por sector de actividad      |                            | Empleos finales regionales a precios de adquisición, por tipos de empleo                                                                                                 |      |                   |               | Empleos totales regionales                       |
| Sueldos y salarios. Cotizaciones sociales                 |                  | Componentes del valor añadido por rama de actividad                                 |                            |                                                                                                                                                                          |      |                   |               |                                                  |
| Otros impuestos netos sobre la producción                 |                  |                                                                                     |                            |                                                                                                                                                                          |      |                   |               |                                                  |
| Excedente Bruto de Explotación/ Rentas mixtas             |                  |                                                                                     |                            |                                                                                                                                                                          |      |                   |               |                                                  |
| VAB a Pb                                                  |                  | Valor añadido por rama de actividad                                                 |                            |                                                                                                                                                                          |      |                   |               |                                                  |
| Producción total a Pb                                     |                  | Producción a precios básicos por rama de actividad                                  |                            |                                                                                                                                                                          |      |                   |               |                                                  |
| Puestos de trabajo, empleo equivalente y horas trabajadas |                  | Asalariados y no asalariados                                                        |                            |                                                                                                                                                                          |      |                   |               |                                                  |

Fuente: Marco input-output de Andalucía 2016, página 13

Para calcular el total regional a precios de compra, hay que sumar al total interior a precios de compra, el consumo exterior de residentes y restar el consumo en el interior de no residentes.

$$Total\ regional = Total\ interior + consumo\ exterior\ residentes + consumo\ interior\ no\ residentes$$

El consumo exterior de residentes y el consumo interior de no residentes se incluyen para ajustar la valoración inicial de las importaciones y exportaciones.

En ambas tablas, la producción se calcula a precios básicos, pero el IVA deducible no se incluye ya que este se calcula a precios de compra.

### **6.3.LA TABLA INPUT-OUTPUT SIMÉTRICA DE ANDALUCÍA**

Para realizar la tabla input-output simétrica se utilizan las tablas de origen y destino ya anteriormente explicadas. Es un modelo de la matriz de Leontief que se usa en Andalucía para explicar los procesos de producción de bienes y servicios.

El Sistema Europeo de Cuentas Nacionales y Regionales (SEC o SEC 2010) es el referente para la Unión Europea (UE) y sus estados miembros sobre estadísticas económicas y sociales, por lo que la tabla input-output se realiza siguiendo las sugerencias de este sistema y las del manual de tablas de EUROSTAT.

A diferencia de las tablas de origen y destino, las tablas input-output simétricas utilizan ramas homogéneas en lugar de productos y ramas de actividad, estas no son tan específicas como las ramas de actividad, por lo que engloba en algún caso varias ramas de actividad en una homogénea. Son las mismas ramas que las de actividad, pero crea la rama agricultura, ganadería y caza (cultivos de hortalizas y frutas, flores, cultivos de vid y olivo, otros cultivos y servicios agrarios, y producción ganadera y caza).

Tabla 4. Tabla input-output simétrica para Andalucía

|                                                           |                  | Ramas homogéneas                                                              |         | Total consumos intermedios | Gasto en consumo final                                                                                                                                                   | FBC | Exportación (fob) | Demanda final | Empleos totales                             |
|-----------------------------------------------------------|------------------|-------------------------------------------------------------------------------|---------|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------------------|---------------|---------------------------------------------|
|                                                           |                  | 1                                                                             | 2 ... m |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |
| Ramas homogéneas                                          | 1<br>2<br>:<br>m | Consumos intermedios a precios básicos, por ramas homogéneas procedentes de   |         |                            | a) consumo individual de los hogares<br>b) consumo individual de las AAPP e ISFLSH<br>c) consumo colectivo<br>d) FBCF<br>e) variación de existencias<br>f) exportaciones |     |                   |               |                                             |
| Total interior Pb                                         |                  | Consumos intermedios totales, a precios básicos, por ramas homogéneas         |         |                            | Empleos finales interiores, a precios básicos, por tipos de empleo.                                                                                                      |     |                   |               | Empleos interiores a precios básicos        |
| Impuestos netos sobre los productos                       |                  | Impuestos netos sobre los productos, de los empleos intermedios, por ramas.   |         |                            | Impuestos netos sobre los productos, de los empleos finales.                                                                                                             |     |                   |               | Impuestos netos sobre los productos totales |
| Total interior a precios de compra                        |                  | Consumos intermedios totales, a precios de adquisición, por ramas homogéneas  |         |                            | Empleos finales interiores, a precios de adquisición, por tipos de empleo.                                                                                               |     |                   |               | Empleos interiores a precios de adquisición |
| Consumo en el exterior de residentes                      |                  |                                                                               |         |                            | Consumo en el exterior de residentes.                                                                                                                                    |     |                   |               |                                             |
| Consumo en el interior de no residentes                   |                  |                                                                               |         |                            | Consumo en el interior de no residentes.                                                                                                                                 |     |                   |               |                                             |
| Total regional a precios de adquisición                   |                  | Consumos intermedios totales, a precios de adquisición, por ramas homogéneas. |         |                            | Empleos finales regionales, a precios de adquisición, por tipos de empleo.                                                                                               |     |                   |               | Empleos regionales a precios de adquisición |
| Sueldos y salarios                                        |                  | Componentes del valor añadido por ramas homogéneas.                           |         |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |
| Cotizaciones sociales                                     |                  |                                                                               |         |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |
| Otros impuestos netos sobre la producción                 |                  |                                                                               |         |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |
| Excedente Bruto de Explotación/ Rentas mixtas             |                  |                                                                               |         |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |
| VAB a Pb                                                  |                  | Valor añadido por ramas homogéneas                                            |         |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |
| Producción total a Pb                                     |                  | Producción a precios básicos por ramas homogéneas                             |         |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |
| Puestos de trabajo, empleo equivalente y horas trabajadas |                  | Asalariados y no asalariados                                                  |         |                            |                                                                                                                                                                          |     |                   |               |                                             |

Fuente: Marco input-output de Andalucía 2016, página 18

De la misma manera que mencionábamos en la tabla de destino, la demanda final está dividida en gasto en consumo individual de los hogares, en consumo individual de las Administraciones Públicas (AAPP) e Instituciones Sin Fines de Lucro al Servicio de los Hogares (ISFLSH), en consumo colectivo, Formación Bruta de Capital Fijo (FBCF), variación de existencias y exportaciones.

Los consumos primarios en este caso se dividen en sueldos y salarios, cotizaciones sociales, otros impuestos netos sobre la producción, y excedente bruto de explotación y renta mixta, lo que forma una submatriz. También encontramos la información necesaria sobre los puestos de trabajo, empleo equivalente y horas trabajadas.

#### **6.4.EJEMPLO SOBRE ALIMENTACIÓN DEL MIOAN-16**

En este apartado se explica un ejemplo de cómo realiza la Junta de Andalucía las tablas simétricas y, por consiguiente, obtiene la matriz de Leontief, realizando las diferentes tablas necesarias.

En la tabla x nos encontramos ante una “Tabla Input-Output simétrica a precios básicos Andalucía 2016 en miles de euros”, en este caso se trata de solo una muestra de la tabla input-output simétrica total, ya que solo tratamos las ramas homogéneas que tienen cierta relación con la alimentación. En ella podemos observar, además de las diferentes ramas homogéneas elegidas para este ejemplo, diversos cálculos necesarios.

Los cálculos realizados en las columnas de esta tabla son:

- Total consumos intermedios
- Gasto en consumo individual de los hogares (Residentes + No residentes)
- Total gasto en consumo final (Gasto en consumo individual de los hogares + Gasto en consumo individual de las administraciones públicas e instituciones sin fines de lucro al servicio de los hogares + Gasto en consumo colectivo)
- Formación Bruta de Capital (Formación Bruta de Capital Fijo + Variación de existencias)
- Total exportaciones (Exportaciones al resto de España + Exportaciones al resto del mundo)
- Demanda Final (Total gasto consumo final + Formación Bruta de Capital + Total exportaciones)
- Total empleos (Total consumos intermedios + Demanda final)

Los cálculos realizados en las columnas de esta tabla son:

- Total interior a precios básicos
- Total interior a precios de adquisición (Total interior a precios básicos + Impuestos netos sobre los productos)

- Total regional a precios de adquisición (Total interior a precios de adquisición + Consumo en el exterior de residentes – Consumo en el interior de no residentes)
- Remuneración de asalariados (Sueldos y salarios + Cotizaciones sociales)
- VAB a precios básicos (Remuneración de asalariados + Otros impuestos netos sobre la producción + Excedente Bruto de Explotación/Rentas mixtas)
- Producción a precios básicos (Total regional a precios de adquisición + VAB a precios básicos)
- Puestos de trabajo (Asalariados + No asalariados)
- Puestos de trabajo equivalentes (personas) (Asalariados + No asalariados)
- Horas (miles) (Asalariados + No asalariados)

A continuación, en la tabla x se muestra la matriz tecnológica (A). Esta se consigue dividiendo cada rama homogénea entre su respectiva producción como ya se ha visto en otros apartados. El siguiente paso es restar a la matriz I que tenemos en la tabla x, esta matriz tecnológica y como resultado obtenemos la Matriz de Leontief que se encuentra en la tabla x.

Por último, calculamos la matriz inversa de Leontief, esto se puede hacer de manera tradicional como en el apartado 3 o con la función de Excel MINVERSA, esta última sobre todo para casos más extensos es muy útil, ya que facilita el cálculo de la inversa y se realiza en un tiempo muy reducido.

La matriz productiva, como se ha mencionado con anterioridad, es el modo de regular la producción de productos o servicios en un periodo de tiempo determinado y a un precio determinado. Esta matriz debe fundamentarse en el proceso de transformación que siguen los productos con el objetivo de incorporar el valor agregado.

Existen tres métodos para conocer si A es productiva o no:

- 1) El método de la definición de matriz productiva, se obtiene calculando la matriz  $(I - A)^{-1}$  y que todos sus términos sean mayor o igual que cero. En este ejemplo, todos los términos obtenidos son positivos. Por ello, podemos decir que la matriz tecnológica A es productiva.
- 2) La condición de Hawkins-Simon. Se calculan los menores principales de la matriz (I-A):

$$\Delta_1 = 0,9593 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 \\ 0 & 0,7279 \end{vmatrix} = 0,6983 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 \\ 0 & 0,7279 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9679 \end{vmatrix} = 0,6759 > 0$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 \\ 0 & 0,7279 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9679 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 \end{vmatrix} = 0,5588 > 0$$

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 & 0 \\ 0 & 0,7279 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9679 & 0 & -0,1853 \\ 0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0455 & 0 & 0,5080 \end{vmatrix} = 0,2790 > 0$$

$$\Delta_6 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 & 0 & -0,6173 \\ 0 & 0,7279 & 0 & 0 & 0 & -0,0007 \\ 0 & 0 & 0,9679 & 0 & -0,1853 & -0,0015 \\ 0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 & 0 & -0,0027 \\ 0 & 0 & -0,0455 & 0 & 0,5080 & -0,0028 \\ 0 & 0 & -0,0014 & 0 & -0,0219 & 0,9276 \end{vmatrix} = 0,2588 > 0$$

$$\Delta_7 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 & 0 & -0,6173 & -0,4848 \\ 0 & 0,7279 & 0 & 0 & 0 & -0,0007 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9679 & 0 & -0,1853 & -0,0015 & -0,0002 \\ 0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 & 0 & -0,0027 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0455 & 0 & 0,5080 & -0,0028 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0014 & 0 & -0,0219 & 0,9276 & -0,0054 \\ 0 & -0,0012 & 0 & -0,0004 & -0,0318 & -0,0214 & 0,5530 \end{vmatrix} = 0,1431 > 0$$

$$\Delta_8 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 & 0 & -0,6173 & -0,4848 & -0,5545 \\ 0 & 0,7279 & 0 & 0 & 0 & -0,0007 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9679 & 0 & -0,1853 & -0,0015 & -0,0002 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 & 0 & -0,0027 & 0 & -0,0019 \\ 0 & 0 & -0,0455 & 0 & 0,5080 & -0,0028 & 0 & -0,0026 \\ 0 & 0 & -0,0014 & 0 & -0,0219 & 0,9276 & -0,0054 & 0 \\ 0 & -0,0012 & 0 & -0,0004 & -0,0318 & -0,0214 & 0,5530 & -0,0075 \\ 0 & 0 & -0,0006 & 0 & -0,0004 & -0,0040 & 0 & 0,8149 \end{vmatrix} = 0,1166 > 0$$

$$\Delta_9 = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 & 0 & -0,6173 & -0,4848 & -0,5545 & -0,3406 \\ 0 & 0,7279 & 0 & 0 & 0 & -0,0007 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9679 & 0 & -0,1853 & -0,0015 & -0,0002 & 0 & -0,0012 \\ 0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 & 0 & -0,0027 & 0 & -0,0019 & -0,0063 \\ 0 & 0 & -0,0455 & 0 & 0,5080 & -0,0028 & 0 & -0,0026 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0014 & 0 & -0,0219 & 0,9276 & -0,0054 & 0 & -0,0029 \\ 0 & -0,0012 & 0 & -0,0004 & -0,0318 & -0,0214 & 0,5530 & -0,0075 & -0,0089 \\ 0 & 0 & -0,0006 & 0 & -0,0004 & -0,0040 & 0 & 0,8149 & -0,0267 \\ 0 & 0 & -0,0033 & -0,0438 & 0 & -0,0020 & 0 & -0,0013 & 0,7872 \end{vmatrix} = 0,0917 > 0$$

$$\Delta_{10} = \begin{vmatrix} 0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 & 0 & -0,6173 & -0,4848 & -0,5545 & -0,3406 & -0,0893 \\ 0 & 0,7279 & 0 & 0 & 0 & -0,0007 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,9679 & 0 & -0,1853 & -0,0015 & -0,0002 & 0 & -0,0012 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 & 0 & -0,0027 & 0 & -0,0019 & -0,0063 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0455 & 0 & 0,5080 & -0,0028 & 0 & -0,0026 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0,0014 & 0 & -0,0219 & 0,9276 & -0,0054 & 0 & -0,0029 & -0,1426 \\ 0 & -0,0012 & 0 & -0,0004 & -0,0318 & -0,0214 & 0,5530 & -0,0075 & -0,0089 & -0,0002 \\ 0 & 0 & -0,0006 & 0 & -0,0004 & -0,0040 & 0 & 0,8149 & -0,0267 & -0,0062 \\ 0 & 0 & -0,0033 & -0,0438 & 0 & -0,0020 & 0 & -0,0013 & 0,7872 & -0,0200 \\ 0 & 0 & -0,0017 & 0 & 0 & -0,0011 & 0 & 0 & -0,0003 & 0,7825 \end{vmatrix} = 0,0718 > 0$$

$$\begin{aligned}
& \Delta_{11} = \\
& \begin{vmatrix}
0,9593 & -0,0292 & -0,0003 & -0,5368 & 0 & -0,6173 & -0,4848 & -0,5545 & -0,3406 & -0,0893 & -0,0167 \\
0 & 0,7279 & 0 & 0 & 0 & -0,0007 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0,9679 & 0 & -0,1853 & -0,0015 & -0,0002 & 0 & -0,0012 & 0 & -0,0158 \\
0 & 0 & -0,0013 & 0,8268 & 0 & -0,0027 & 0 & -0,0019 & -0,0063 & 0 & -0,0690 \\
0 & 0 & -0,0455 & 0 & 0,5080 & -0,0028 & 0 & -0,0026 & 0 & 0 & -0,0195 \\
0 & 0 & -0,0014 & 0 & -0,0219 & 0,9276 & -0,0054 & 0 & -0,0029 & -0,1426 & -0,0089 \\
0 & -0,0012 & 0 & -0,0004 & -0,0318 & -0,0214 & 0,5530 & -0,0075 & -0,0089 & -0,0002 & -0,0121 \\
0 & 0 & -0,0006 & 0 & -0,0004 & -0,0040 & 0 & 0,8149 & -0,0267 & -0,0062 & -0,0127 \\
0 & 0 & -0,0033 & -0,0438 & 0 & -0,0020 & 0 & -0,0013 & 0,7872 & -0,0200 & -0,0194 \\
0 & 0 & -0,0017 & 0 & 0 & -0,0011 & 0 & 0 & -0,0003 & 0,7825 & -0,1358 \\
-0,0001 & -0,0007 & 0 & 0 & -0,0003 & -0,0006 & 0 & 0 & -0,0007 & 0 & 0,9973
\end{vmatrix} \\
& = 0,0716 > 0
\end{aligned}$$

La matriz de Leontief  $I - A$  cumple la condición de Hawkins-Simon, lo que es lo mismo, la matriz tecnológica (A) es productiva.

3) El teorema de Brauer-Solow. Se suman las filas de la matriz tecnológica A:

$$\begin{aligned}
r_1 &= 0,0407 + 0,0292 + 0,0003 + 0,5368 + 0 + 0,6173 + 0,4848 + 0,5545 \\
&+ 0,3406 + 0,0893 + 0,0167 = 2,7101 > 1
\end{aligned}$$

$$r_2 = 0 + 0,2721 + 0 + 0 + 0 + 0,0007 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 = 0,2728 < 1$$

$$\begin{aligned}
r_3 &= 0 + 0 + 0,0321 + 0 + 0,1853 + 0,0015 + 0,0002 + 0 + 0,0012 + 0 \\
&+ 0,0158 = 0,2362 < 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_4 &= 0 + 0 + 0,0013 + 0,1732 + 0 + 0,0027 + 0 + 0,0019 + 0,0063 + 0 \\
&+ 0,0690 = 0,2544 < 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_5 &= 0 + 0 + 0,0455 + 0 + 0,4920 + 0,0028 + 0 + 0,0026 + 0 + 0 + 0,0195 \\
&= 0,5624 < 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_6 &= 0 + 0 + 0,0014 + 0 + 0,0219 + 0,0724 + 0,0054 + 0 + 0,0029 + 0,1426 \\
&+ 0,0089 = 0,2554 < 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_7 &= 0 + 0,0012 + 0 + 0,0004 + 0,0318 + 0,0214 + 0,4470 + 0,0075 \\
&+ 0,0089 + 0,0002 + 0,0121 = 0,5306 < 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_8 &= 0 + 0 + 0,0006 + 0 + 0,0004 + 0,0040 + 0 + 0,1851 + 0,0267 + 0,0062 \\
&+ 0,0127 = 0,2358 < 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_9 &= 0 + 0 + 0,0033 + 0,0438 + 0 + 0,0020 + 0 + 0,0013 + 0,2128 + 0,0200 \\
&+ 0,0194 = 0,3026 < 1
\end{aligned}$$

$$r_{10} = 0 + 0 + 0,0017 + 0 + 0 + 0,0011 + 0 + 0 + 0,0003 + 0,2175 + 0,1358 \\ = 0,3564 < 1$$

$$r_{11} = 0,0001 + 0,0007 + 0 + 0 + 0,0003 + 0,0006 + 0 + 0 + 0,0007 + 0 \\ + 0,0027 = 0,0051 < 1$$

Puesto que no todas las filas cumplen este teorema, haremos lo mismo con las columnas, ya que este teorema indica que tiene que cumplirse en filas y/o columnas. Se suman las columnas de la matriz tecnológica A:

$$r_1 = 0,0407 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0,0001 = 0,0408 > 1$$

$$r_2 = 0,0292 + 0,2721 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0,0012 + 0 + 0 + 0 + 0,0007 \\ = 0,3032 < 1$$

$$r_3 = 0,0003 + 0 + 0,0321 + 0,0013 + 0,0455 + 0,0014 + 0 + 0,0006 \\ + 0,0033 + 0,0017 + 0 = 0,0862 < 1$$

$$r_4 = 0,5368 + 0 + 0 + 0,1732 + 0 + 0 + 0,0004 + 0 + 0,0438 + 0 + 0 \\ = 0,7542 < 1$$

$$r_5 = 0 + 0 + 0,1853 + 0 + 0,920 + 0,0219 + 0,0318 + 0,0004 + 0 + 0 \\ + 0,0003 = 0,7316 < 1$$

$$r_6 = 0,6173 + 0,0007 + 0,0015 + 0,0027 + 0,0028 + 0,0724 + 0,0214 \\ + 0,0040 + 0,0020 + 0,0011 + 0,0006 = 0,7265 < 1$$

$$r_7 = 0,4848 + 0 + 0,0002 + 0 + 0 + 0,0054 + 0,4470 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ = 0,9375 < 1$$

$$r_8 = 0,5545 + 0 + 0 + 0,0019 + 0,0026 + 0 + 0,0075 + 0,1851 + 0,0013 + 0 \\ + 0 = 0,7528 < 1$$

$$r_9 = 0,3406 + 0 + 0,0012 + 0,0063 + 0 + 0,0029 + 0,0089 + 0,0267 \\ + 0,2128 + 0,0003 + 0,0007 = 0,6004 < 1$$

$$r_{10} = 0,0893 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0,1426 + 0,0002 + 0,0062 + 0,0200 \\ + 0,2175 + 0 = 0,4759 < 1$$

$$r_{11} = 0,0167 + 0 + 0,0158 + 0,0690 + 0,0195 + 0,0089 + 0,0121 + 0,0127 \\ + 0,0194 + 0,1358 + 0,0027 = 0,3126 < 1$$

Como se puede ver si cumple el teorema de Brauer-Solow, ya que las sumas de las columnas nos dan un resultado menor que 1. Esto prueba, como en los dos casos anteriores, que si es una matriz productiva la matriz tecnológica  $A$ .

Puesto que la matriz tecnológica  $A$  es productiva se puede afirmar que la matriz traspuesta  $A^t$  también lo es.

## 7. CONCLUSIÓN

En este último apartado, se van a desarrollar las conclusiones a las que se ha llegado a través del estudio realizado sobre la matriz de Leontief. Este estudio ha sido realizado desde un punto de vista económico relacionado con este modelo matemático.

Puesto que el objetivo de este trabajo, desde un principio, ha sido explicar desde el ámbito económico-matemático como se llega hasta la matriz de Leontief o su inversa, también que formulas son necesarias saber para realizar diferentes cálculos que nos ayuden a entender con facilidad la relación entre diferentes sectores, productos y/o servicios. Ya que esto es lo que representan las tablas input-output, que son la fase principal porque se trata del proceso de recopilación de datos sobre el consumo y producción de bienes o servicios de la economía. Como hemos visto con anterioridad, normalmente se relacionan entre si diferentes sectores de actividad, pero también se pueden utilizar estas tablas para relacionar varios productos o servicios, ya que el fin es obtener información que sea útil, ya sea para empresas públicas o privadas. Por ejemplo, en Andalucía se utiliza el MIOAN que relaciona las distintas ramas de actividad con los productos, ya sea su compra o venta y nos ayuda a conocer los diferentes ámbitos de producción y distribución de la economía durante un periodo de tiempo, ya que es muy importante en el SCEA.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

- Anaya Tejero, Julio Juan (2009). “Capítulo 4. Transporte marítimo y aéreo”. *El transporte de mercancías (Enfoque logístico de la distribución)* (1ª edición). Pozuelo de Alarcón (Madrid, España): ESIC Editorial. pp. 56-61.
- Cañada Martínez, A. “Una nota sobre coeficientes y modelos multiplicadores a partir del nuevo sistema input/output del SEC-95” (2002) Instituto Nacional de Estadística <https://www.ine.es/daco/daco42/daco4214/cbtc26.pdf>
- Fedriani Martel, Eugenio M., Melgar Hiraldo, Mª del Carmen (2010) “Análisis input-output”. *Matemáticas para el éxito empresarial*, Ediciones Pirámide, Madrid (España), pp. 145-180.
- Leontief, Wassily W. (1986), *Input-Output Economics*. 2nd ed., New York: Oxford University Press.
- Márquez González, Waldo, “La Matriz de Leontief, El problema económico de las relaciones interindustriales”. <http://www.ehu.eus/Jarriola/Docencia/EcoEsp/matriz-de-leontief.pdf>
- Mestre Vidal, M. (2016). “El Sistema Europeo de Cuentas 2010 (SEC 2010)”. Auditoría & Co, el portal de la auditoría <https://auditoria-audidores.com/articulos/articulo-auditoria-el-sistema-europeo-de-cuentas-2010-sec-2010-/>
- Navas, J. “Capítulo 3 El modelo económico de Leontief” [http://matema.ujaen.es/jnavas/web\\_modelos\\_empresa/archivos/archivos%20pdf/problemas/problemas%20discreto/pdiscretos3.pdf](http://matema.ujaen.es/jnavas/web_modelos_empresa/archivos/archivos%20pdf/problemas/problemas%20discreto/pdiscretos3.pdf)
- Palmés Combalia, Remigi (enero de 2006). “Capítulo 6. Cómo utilizar los incoterms”. *Cómo usar bien los incoterms (Segunda edición)*. Barcelona (España): ICG Marge, SL. pp. 85-163.
- Ramírez, P. (1992). “El sistema de Leontief y su solución matemática (Nota didáctica)”. Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Antioquia.

- Robles Teigeiro, L. “Rasgos estructurales de la economía andaluza. Informe realizado a partir de las Tablas Input-Output simétricas comparables (SEC-2010), años 1995 a 2010”.  
[https://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/doctrabajo/Marco\\_Input\\_Output/Tablas/Informe\\_Rasgos\\_Estructurales.pdf](https://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/doctrabajo/Marco_Input_Output/Tablas/Informe_Rasgos_Estructurales.pdf)
  
- Roldán, Paula N. “Matriz insumo-producto”, Economipedia  
<https://economipedia.com/definiciones/matriz-insumo-producto.html>
  
- Roldán, Paula N. “Tabla input-output”, Economipedia  
<https://economipedia.com/definiciones/tabla-input-output.html>
  
- Valdez Caro, Aurelio (2006). “Introducción a las cuentas nacionales, conceptos y aplicaciones”. Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
  
- EUROSTAT (1979) *European System of Integrated Economic Accounts*, Office of the Official of the European Communities.
  
- Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía, Consejería de Economía, conocimiento, Empresas y Universidad. “Marco Input-Output de Andalucía 2016”  
<http://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/mioan/metodologia/mioan16met.pdf>
  
- Instituto de Estadística y Cartografía de Andalucía, Consejería de Economía, conocimiento, Empresas y Universidad. “Tabla Input-Output Simétrica 2016”  
<https://www.juntadeandalucia.es/institutodeestadisticaycartografia/mioan/mioan2016/index.htm>
  
- Cámara de Comercio Internacional. Comité español (1999). *Incoterms 2000. Reglas oficiales de la CCI para la interpretación de términos comerciales*.
  
- “XXII. La teoría del valor de Marx y el modelo de Leontief”  
<http://ebour.com.ar/advmicro/XXII-LA%20TEORIA%20DEL%20VALOR%20DE%20MARX%20Y%20EL%20MODELO%20DE%20LEONTIEF.pdf>

## 9. ANEXOS

Tabla 5. Tabla Input-Output simétrica total a precios básicos Andalucía 2016 (Miles de euros)

| Tabla Input-Output simétrica total a precios básicos Andalucía 2016 (Miles de euros) | Agricultura, ganadería y caza | Silvicultura y explotación forestal | Pesca y acuicultura | Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos | Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos | Preparación y conservación de frutas y hortalizas | Fabricación de grasas y aceites | Fabricación de productos lácteos | Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias | Fabricación de bebidas | Servicios de comidas y bebidas | Total consumos intermedios |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------------------|----------------------------|
| Agricultura, ganadería y caza                                                        | 387.380                       | 5.274                               | 53                  | 1.020.222                                                             | 0                                                           | 893.367                                           | 2.792.132                       | 261.201                          | 413.109                                                                      | 115.271                | 171.581                        | 6.059.590                  |
| Silvicultura y explotación forestal                                                  | 440                           | 49.165                              | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 956                                               | 0                               | 1                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              | 50.562                     |
| Pesca y acuicultura                                                                  | 0                             | 0                                   | 5.045               | 0                                                                     | 39.756                                                      | 2.223                                             | 1.426                           | 0                                | 1.403                                                                        | 0                      | 162.851                        | 212.704                    |
| Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos                | 1                             | 0                                   | 197                 | 329.230                                                               | 0                                                           | 3.957                                             | 0                               | 873                              | 7.661                                                                        | 0                      | 709.717                        | 1.051.636                  |
| Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos                          | 2                             | 0                                   | 7.140               | 0                                                                     | 105.587                                                     | 4.107                                             | 4                               | 1.216                            | 0                                                                            | 0                      | 200.894                        | 318.950                    |
| Preparación y conservación de frutas y hortalizas                                    | 1                             | 0                                   | 214                 | 0                                                                     | 4.690                                                       | 104.731                                           | 31.192                          | 0                                | 3.487                                                                        | 184.083                | 91.938                         | 420.336                    |
| Fabricación de grasas y aceites                                                      | 0                             | 224                                 | 0                   | 688                                                                   | 6.831                                                       | 30.965                                            | 2.574.393                       | 3.526                            | 10.808                                                                       | 307                    | 124.530                        | 2.752.272                  |
| Fabricación de productos lácteos                                                     | 1                             | 0                                   | 100                 | 28                                                                    | 80                                                          | 5.752                                             | 0                               | 87.202                           | 32.392                                                                       | 8.061                  | 131.057                        | 264.673                    |
| Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias         | 0                             | 0                                   | 515                 | 83.290                                                                | 0                                                           | 2.964                                             | 0                               | 592                              | 258.150                                                                      | 25.867                 | 199.220                        | 570.598                    |
| Fabricación de bebidas                                                               | 4                             | 0                                   | 260                 | 0                                                                     | 0                                                           | 1.520                                             | 102                             | 0                                | 389                                                                          | 280.817                | 1.397.765                      | 1.680.857                  |
| Servicios de comidas y bebidas                                                       | 920                           | 132                                 | 0                   | 0                                                                     | 62                                                          | 912                                               | 0                               | 0                                | 851                                                                          | 0                      | 27.299                         | 30.176                     |
| <b>Total interior a precios básicos</b>                                              | <b>388.749</b>                | <b>54.795</b>                       | <b>13.524</b>       | <b>1.433.458</b>                                                      | <b>157.006</b>                                              | <b>1.051.454</b>                                  | <b>5.399.249</b>                | <b>354.611</b>                   | <b>728.250</b>                                                               | <b>614.406</b>         | <b>3.216.852</b>               | <b>13.412.354</b>          |
| Impuestos Netos sobre Productos                                                      | 73.284                        | 3.522                               | 13.270              | 3.303                                                                 | 1.606                                                       | 6.509                                             | 7.917                           | 571                              | -10.847                                                                      | 6.413                  | 29.524                         | 4.087.687                  |
| <b>Total interior a precios de adquisición</b>                                       | <b>462.033</b>                | <b>58.317</b>                       | <b>26.794</b>       | <b>1.436.761</b>                                                      | <b>158.612</b>                                              | <b>1.057.963</b>                                  | <b>5.407.166</b>                | <b>355.182</b>                   | <b>717.403</b>                                                               | <b>620.819</b>         | <b>3.246.376</b>               | <b>17.500.041</b>          |
| Consumo en el exterior de residentes                                                 | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              | 0                          |
| Consumo en el interior de no residentes                                              | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              | 0                          |
| <b>Total regional a precios de adquisición</b>                                       | <b>462.033</b>                | <b>58.317</b>                       | <b>26.794</b>       | <b>1.436.761</b>                                                      | <b>158.612</b>                                              | <b>1.057.963</b>                                  | <b>5.407.166</b>                | <b>355.182</b>                   | <b>717.403</b>                                                               | <b>620.819</b>         | <b>3.246.376</b>               | <b>17.500.041</b>          |

| Continuación de la tabla anterior a la derecha                               | Gasto en consumo individual de los hogares residentes | Gasto en consumo individual de los hogares no residentes | Gasto en consumo individual de los hogares | Gasto en consumo individual de las administraciones públicas e instituciones sin fines de lucro al servicio de los hogares | Gasto en consumo colectivo | Total gasto en consumo final | Formación bruta de capital fijo | Variación de existencias | Formación bruta de capital | Exportaciones al resto de España | Exportaciones al resto del mundo | Total exportaciones | Demanda final | Total empleos |
|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|------------------------------|---------------------------------|--------------------------|----------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------|---------------|---------------|
| Agricultura, ganadería y caza                                                | 927.512                                               | 79.483                                                   | 1.006.995                                  | 0                                                                                                                          | 1.176                      | 1.008.171                    | 459.411                         | 10.726                   | 470.137                    | 1.947.000                        | 5.154.805                        | 7.101.805           | 8.580.113     | 14.639.703    |
| Silvicultura y explotación forestal                                          | 23.635                                                | 0                                                        | 23.635                                     | 0                                                                                                                          | 26.043                     | 49.678                       | 0                               | 1.243                    | 1.243                      | 66.839                           | 30.986                           | 97.825              | 148.746       | 199.308       |
| Pesca y acuicultura                                                          | 376.447                                               | 55.348                                                   | 431.795                                    | 0                                                                                                                          | 0                          | 431.795                      | 0                               | 375                      | 375                        | 65.561                           | 71.517                           | 137.078             | 569.248       | 781.952       |
| Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos        | 1.701.640                                             | 153.245                                                  | 1.854.885                                  | 0                                                                                                                          | 0                          | 1.854.885                    | 0                               | 11.508                   | 11.508                     | 327.602                          | 384.581                          | 712.183             | 2.578.576     | 3.630.212     |
| Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos                  | 569.289                                               | 52.625                                                   | 621.914                                    | 0                                                                                                                          | 0                          | 621.914                      | 0                               | 1.095                    | 1.095                      | 37.170                           | 158.549                          | 195.719             | 818.728       | 1.137.678     |
| Preparación y conservación de frutas y hortalizas                            | 656.439                                               | 37.388                                                   | 693.827                                    | 0                                                                                                                          | 0                          | 693.827                      | 0                               | 5.616                    | 5.616                      | 518.792                          | 706.634                          | 1.225.426           | 1.924.869     | 2.345.205     |
| Fabricación de grasas y aceites                                              | 301.203                                               | 17.746                                                   | 318.949                                    | 0                                                                                                                          | 0                          | 318.949                      | 0                               | -323.184                 | -323.184                   | 1.727.221                        | 2.776.503                        | 4.503.724           | 4.499.489     | 7.251.761     |
| Fabricación de productos lácteos                                             | 1.025.641                                             | 119.749                                                  | 1.145.390                                  | 0                                                                                                                          | 0                          | 1.145.390                    | 0                               | 2.285                    | 2.285                      | 13.558                           | 69.693                           | 83.251              | 1.230.926     | 1.495.599     |
| Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias | 1.314.466                                             | 3.984                                                    | 1.318.450                                  | 0                                                                                                                          | 0                          | 1.318.450                    | 0                               | 7.488                    | 7.488                      | 363.889                          | 138.349                          | 502.238             | 1.828.176     | 2.398.774     |
| Fabricación de bebidas                                                       | 503.689                                               | 40.737                                                   | 544.426                                    | 0                                                                                                                          | 0                          | 544.426                      | 0                               | 19.537                   | 19.537                     | 771.535                          | 260.355                          | 1.031.890           | 1.595.853     | 3.276.710     |
| Servicios de comidas y bebidas                                               | 10.025.862                                            | 3.712.901                                                | 13.738.763                                 | 55.823                                                                                                                     | 0                          | 13.794.586                   | 0                               | 0                        | 0                          | 51.879                           | 1.289                            | 53.168              | 13.847.754    | 13.877.930    |
| Total interior a precios básicos                                             | 17.425.823                                            | 4.273.206                                                | 21.699.029                                 | 55.823                                                                                                                     | 27.219                     | 21.782.071                   | 459.411                         | -263.311                 | 196.100                    | 5.891.046                        | 9.753.261                        | 15.644.307          | 37.622.478    | 51.034.832    |
| Impuestos Netos sobre Productos                                              | 9.204.482                                             | 1.130.761                                                | 10.335.243                                 | 22.277                                                                                                                     | 0                          | 10.357.520                   | 1.550.273                       | 0                        | 1.550.273                  | 0                                | 0                                | 0                   | 11.907.793    | 15.995.480    |
| Total interior a precios de adquisición                                      | 26.630.305                                            | 5.403.967                                                | 32.034.272                                 | 78.100                                                                                                                     | 27.219                     | 32.139.591                   | 2.009.684                       | -263.311                 | 1.746.373                  | 5.891.046                        | 9.753.261                        | 15.644.307          | 49.530.271    | 67.030.312    |
| Consumo en el exterior de residentes                                         | 3.158.965                                             | 0                                                        | 3.158.965                                  | 0                                                                                                                          | 0                          | 3.158.965                    | 0                               | 0                        | 0                          | 0                                | 0                                | 0                   | 3.158.965     | 3.158.965     |
| Consumo en el interior de no residentes                                      | 0                                                     | 13.784.813                                               | 13.784.813                                 | 0                                                                                                                          | 0                          | 13.784.813                   | 0                               | 0                        | 0                          | 4.543.474                        | 9.241.339                        | 13.784.813          | 0             | 0             |
| Total regional a precios de adquisición                                      | 29.789.270                                            | -8.380.846                                               | 21.408.424                                 | 78.100                                                                                                                     | 27.219                     | 21.513.743                   | 2.009.684                       | -263.311                 | 1.746.373                  | 1.347.572                        | 511.922                          | 1.859.494           | 52.689.236    | 70.189.277    |

| <b>Continuación de la primera tabla por debajo</b>  | <b>Agricultura, ganadería y caza</b> | <b>Silvicultura y explotación forestal</b> | <b>Pesca y acuicultura</b> | <b>Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos</b> | <b>Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos</b> | <b>Preparación y conservación de frutas y hortalizas</b> | <b>Fabricación de grasas y aceites</b> | <b>Fabricación de productos lácteos</b> | <b>Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias</b> | <b>Fabricación de bebidas</b> | <b>Servicios de comidas y bebidas</b> | <b>Total consumos intermedios</b> |
|-----------------------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------|------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|----------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|---------------------------------------|-----------------------------------|
| <b>Remuneración de asalariados</b>                  | <b>1.907.522</b>                     | <b>126.341</b>                             | <b>84.283</b>              | <b>250.934</b>                                                               | <b>49.231</b>                                                      | <b>165.802</b>                                           | <b>198.796</b>                         | <b>52.266</b>                           | <b>318.634</b>                                                                      | <b>267.720</b>                | <b>2.724.692</b>                      | <b>66.311.012</b>                 |
| Sueldos y salarios                                  | 1.429.090                            | 95.862                                     | 68.683                     | 192.939                                                                      | 38.359                                                             | 129.141                                                  | 155.204                                | 40.204                                  | 247.032                                                                             | 205.385                       | 2.148.391                             | 51.659.431                        |
| Cotizaciones sociales                               | 478.432                              | 30.479                                     | 15.600                     | 57.995                                                                       | 10.872                                                             | 36.661                                                   | 43.592                                 | 12.062                                  | 71.602                                                                              | 62.335                        | 576.301                               | 14.651.581                        |
| Otros impuestos Netos sobre la producción           | -1.568.805                           | 633                                        | 102                        | 2.488                                                                        | 503                                                                | 3.699                                                    | 2.278                                  | 1.013                                   | 3.143                                                                               | 6.720                         | 72.465                                | 713.600                           |
| <b>Excedente bruto de explotación/rentas mixtas</b> | <b>8.723.532</b>                     | <b>-4.589</b>                              | <b>45.757</b>              | <b>210.441</b>                                                               | <b>6.258</b>                                                       | <b>219.798</b>                                           | <b>151.031</b>                         | <b>62.589</b>                           | <b>173.787</b>                                                                      | <b>395.836</b>                | <b>4.245.589</b>                      | <b>71.441.339</b>                 |
| <b>VAB a precios básicos</b>                        | <b>9.062.249</b>                     | <b>122.385</b>                             | <b>130.142</b>             | <b>463.863</b>                                                               | <b>55.992</b>                                                      | <b>389.299</b>                                           | <b>352.105</b>                         | <b>115.868</b>                          | <b>495.564</b>                                                                      | <b>670.276</b>                | <b>7.042.746</b>                      | <b>138.465.951</b>                |
| <b>Producción a precios básicos</b>                 | <b>9.524.282</b>                     | <b>180.702</b>                             | <b>156.936</b>             | <b>1.900.624</b>                                                             | <b>214.604</b>                                                     | <b>1.447.262</b>                                         | <b>5.759.271</b>                       | <b>471.050</b>                          | <b>1.212.967</b>                                                                    | <b>1.291.095</b>              | <b>10.289.122</b>                     | <b>155.965.992</b>                |
| <b>Puestos de trabajo</b>                           | <b>247.166</b>                       | <b>5.564</b>                               | <b>6.881</b>               | <b>10.436</b>                                                                | <b>2.148</b>                                                       | <b>6.513</b>                                             | <b>7.659</b>                           | <b>1.778</b>                            | <b>16.836</b>                                                                       | <b>5.688</b>                  | <b>194.198</b>                        | <b>2.994.562</b>                  |
| Asalariados                                         | 190.339                              | 5.158                                      | 6.231                      | 10.090                                                                       | 2.111                                                              | 6.303                                                    | 7.120                                  | 1.712                                   | 14.734                                                                              | 5.429                         | 146.835                               | 2.519.006                         |
| No asalariados                                      | 56.827                               | 406                                        | 650                        | 346                                                                          | 37                                                                 | 210                                                      | 539                                    | 66                                      | 2.102                                                                               | 259                           | 47.363                                | 475.556                           |
| <b>Puestos de trabajo equivalentes (personas)</b>   | <b>226.594</b>                       | <b>4.846</b>                               | <b>6.680</b>               | <b>9.812</b>                                                                 | <b>2.010</b>                                                       | <b>5.970</b>                                             | <b>7.441</b>                           | <b>1.707</b>                            | <b>16.426</b>                                                                       | <b>5.294</b>                  | <b>158.455</b>                        | <b>2.613.865</b>                  |
| Asalariados                                         | 179.843                              | 4.461                                      | 6.125                      | 9.478                                                                        | 1.977                                                              | 5.779                                                    | 6.950                                  | 1.645                                   | 14.424                                                                              | 5.066                         | 116.200                               | 2.185.155                         |
| No asalariados                                      | 46.751                               | 385                                        | 555                        | 334                                                                          | 33                                                                 | 191                                                      | 491                                    | 62                                      | 2.002                                                                               | 228                           | 42.255                                | 428.710                           |
| <b>Horas (miles)</b>                                | <b>454.594,9</b>                     | <b>9.874,8</b>                             | <b>14.595,9</b>            | <b>19.110,6</b>                                                              | <b>3.588,0</b>                                                     | <b>10.492,2</b>                                          | <b>14.120,1</b>                        | <b>2.949,0</b>                          | <b>33.845,0</b>                                                                     | <b>9.923,4</b>                | <b>345.269,1</b>                      | <b>4.920.251,6</b>                |
| Asalariados                                         | 340.919,9                            | 8.945,6                                    | 13.482,4                   | 18.255,5                                                                     | 3.516,5                                                            | 10.036,1                                                 | 12.981,6                               | 2.794,8                                 | 28.880,8                                                                            | 9.387,0                       | 227.260,8                             | 3.917.500,2                       |
| No asalariados                                      | 113.675,0                            | 929,2                                      | 1.113,5                    | 855,1                                                                        | 71,5                                                               | 456,1                                                    | 1.138,5                                | 154,2                                   | 4.964,2                                                                             | 536,4                         | 118.008,3                             | 1.002.751,4                       |

Tabla 6. Matriz Tecnológica de Andalucía 2016

| Matriz tecnológica (A)                                                       | Agricultura, ganadería y caza | Silvicultura y explotación forestal | Pesca y acuicultura | Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos | Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos | Preparación y conservación de frutas y hortalizas | Fabricación de grasas y aceites | Fabricación de productos lácteos | Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias | Fabricación de bebidas | Servicios de comidas y bebidas |
|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------------------|
| Agricultura, ganadería y caza                                                | 0,040673                      | 0,029186                            | 0,000338            | 0,536783                                                              | 0,000000                                                    | 0,617281                                          | 0,484806                        | 0,554508                         | 0,340577                                                                     | 0,089282               | 0,016676                       |
| Silvicultura y explotación forestal                                          | 0,000046                      | 0,272078                            | 0,000000            | 0,000000                                                              | 0,000000                                                    | 0,000661                                          | 0,000000                        | 0,000002                         | 0,000000                                                                     | 0,000000               | 0,000000                       |
| Pesca y acuicultura                                                          | 0,000000                      | 0,000000                            | 0,032147            | 0,000000                                                              | 0,185253                                                    | 0,001536                                          | 0,000248                        | 0,000000                         | 0,001157                                                                     | 0,000000               | 0,015827                       |
| Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos        | 0,000000                      | 0,000000                            | 0,001255            | 0,173222                                                              | 0,000000                                                    | 0,002734                                          | 0,000000                        | 0,001853                         | 0,006316                                                                     | 0,000000               | 0,068977                       |
| Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos                  | 0,000000                      | 0,000000                            | 0,045496            | 0,000000                                                              | 0,492009                                                    | 0,002838                                          | 0,000001                        | 0,002581                         | 0,000000                                                                     | 0,000000               | 0,019525                       |
| Preparación y conservación de frutas y hortalizas                            | 0,000000                      | 0,000000                            | 0,001364            | 0,000000                                                              | 0,021854                                                    | 0,072365                                          | 0,005416                        | 0,000000                         | 0,002875                                                                     | 0,142579               | 0,008935                       |
| Fabricación de grasas y aceites                                              | 0,000000                      | 0,001240                            | 0,000000            | 0,000362                                                              | 0,031831                                                    | 0,021396                                          | 0,447000                        | 0,007485                         | 0,008910                                                                     | 0,000238               | 0,012103                       |
| Fabricación de productos lácteos                                             | 0,000000                      | 0,000000                            | 0,000637            | 0,000015                                                              | 0,000373                                                    | 0,003974                                          | 0,000000                        | 0,185123                         | 0,026705                                                                     | 0,006244               | 0,012737                       |
| Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias | 0,000000                      | 0,000000                            | 0,003282            | 0,043822                                                              | 0,000000                                                    | 0,002048                                          | 0,000000                        | 0,001257                         | 0,212825                                                                     | 0,020035               | 0,019362                       |
| Fabricación de bebidas                                                       | 0,000000                      | 0,000000                            | 0,001657            | 0,000000                                                              | 0,000000                                                    | 0,001050                                          | 0,000018                        | 0,000000                         | 0,000321                                                                     | 0,217503               | 0,135849                       |
| Servicios de comidas y bebidas                                               | 0,000097                      | 0,000730                            | 0,000000            | 0,000000                                                              | 0,000289                                                    | 0,000630                                          | 0,000000                        | 0,000000                         | 0,000702                                                                     | 0,000000               | 0,002653                       |

| I                                                                            | Agricultura, ganadería y caza | Silvicultura y explotación forestal | Pesca y acuicultura | Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos | Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos | Preparación y conservación de frutas y hortalizas | Fabricación de grasas y aceites | Fabricación de productos lácteos | Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias | Fabricación de bebidas | Servicios de comidas y bebidas |
|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------------------|
| Agricultura, ganadería y caza                                                | 1                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Silvicultura y explotación forestal                                          | 0                             | 1                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Pesca y acuicultura                                                          | 0                             | 0                                   | 1                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos        | 0                             | 0                                   | 0                   | 1                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos                  | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 1                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Preparación y conservación de frutas y hortalizas                            | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 1                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Fabricación de grasas y aceites                                              | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 1                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Fabricación de productos lácteos                                             | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 1                                | 0                                                                            | 0                      | 0                              |
| Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 1                                                                            | 0                      | 0                              |
| Fabricación de bebidas                                                       | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 1                      | 0                              |
| Servicios de comidas y bebidas                                               | 0                             | 0                                   | 0                   | 0                                                                     | 0                                                           | 0                                                 | 0                               | 0                                | 0                                                                            | 0                      | 1                              |

Tabla 7. Matriz de Leontief de Andalucía 2016

| <b>Matriz de Leontief<br/>(I-A)</b>                                                      | Agricultura,<br>ganadería y<br>caza | Silvicultura y<br>explotación<br>forestal | Pesca y<br>acuicultura | Procesado y<br>conservación<br>de carne y<br>elaboración de<br>productos<br>cárnicos | Procesado y<br>conservación<br>de pescados,<br>crustáceos y<br>moluscos | Preparación y<br>conservación<br>de frutas y<br>hortalizas | Fabricación de<br>grasas y<br>aceites | Fabricación de<br>productos<br>lácteos | Fabricación de<br>productos de<br>molinería, de<br>panadería y de<br>pastas<br>alimenticias | Fabricación de<br>bebidas | Servicios de<br>comidas y<br>bebidas |
|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| Agricultura, ganadería<br>y caza                                                         | 0,959327                            | -0,029186                                 | -0,000338              | -0,536783                                                                            | 0,000000                                                                | -0,617281                                                  | -0,484806                             | -0,554508                              | -0,340577                                                                                   | -0,089282                 | -0,016676                            |
| Silvicultura y<br>explotación forestal                                                   | -0,000046                           | 0,727922                                  | 0,000000               | 0,000000                                                                             | 0,000000                                                                | -0,000661                                                  | 0,000000                              | -0,000002                              | 0,000000                                                                                    | 0,000000                  | 0,000000                             |
| Pesca y acuicultura                                                                      | 0,000000                            | 0,000000                                  | 0,967853               | 0,000000                                                                             | -0,185253                                                               | -0,001536                                                  | -0,000248                             | 0,000000                               | -0,001157                                                                                   | 0,000000                  | -0,015827                            |
| Procesado y<br>conservación de carne<br>y elaboración de<br>productos cárnicos           | 0,000000                            | 0,000000                                  | -0,001255              | 0,826778                                                                             | 0,000000                                                                | -0,002734                                                  | 0,000000                              | -0,001853                              | -0,006316                                                                                   | 0,000000                  | -0,068977                            |
| Procesado y<br>conservación de<br>pescados, crustáceos y<br>moluscos                     | 0,000000                            | 0,000000                                  | -0,045496              | 0,000000                                                                             | 0,507991                                                                | -0,002838                                                  | -0,000001                             | -0,002581                              | 0,000000                                                                                    | 0,000000                  | -0,019525                            |
| Preparación y<br>conservación de frutas<br>y hortalizas                                  | 0,000000                            | 0,000000                                  | -0,001364              | 0,000000                                                                             | -0,021854                                                               | 0,927635                                                   | -0,005416                             | 0,000000                               | -0,002875                                                                                   | -0,142579                 | -0,008935                            |
| Fabricación de grasas<br>y aceites                                                       | 0,000000                            | -0,001240                                 | 0,000000               | -0,000362                                                                            | -0,031831                                                               | -0,021396                                                  | 0,553000                              | -0,007485                              | -0,008910                                                                                   | -0,000238                 | -0,012103                            |
| Fabricación de<br>productos lácteos                                                      | 0,000000                            | 0,000000                                  | -0,000637              | -0,000015                                                                            | -0,000373                                                               | -0,003974                                                  | 0,000000                              | 0,814877                               | -0,026705                                                                                   | -0,006244                 | -0,012737                            |
| Fabricación de<br>productos de<br>molinería, de<br>panadería y de pastas<br>alimenticias | 0,000000                            | 0,000000                                  | -0,003282              | -0,043822                                                                            | 0,000000                                                                | -0,002048                                                  | 0,000000                              | -0,001257                              | 0,787175                                                                                    | -0,020035                 | -0,019362                            |
| Fabricación de<br>bebidas                                                                | 0,000000                            | 0,000000                                  | -0,001657              | 0,000000                                                                             | 0,000000                                                                | -0,001050                                                  | -0,000018                             | 0,000000                               | -0,000321                                                                                   | 0,782497                  | -0,135849                            |
| Servicios de comidas<br>y bebidas                                                        | -0,000097                           | -0,000730                                 | 0,000000               | 0,000000                                                                             | -0,000289                                                               | -0,000630                                                  | 0,000000                              | 0,000000                               | -0,000702                                                                                   | 0,000000                  | 0,997347                             |

Tabla 8. Matriz Inversa de Leontief de Andalucía 2016

| <b>Matriz inversa de Leontief<br/>(I-A)<sup>-1</sup></b>                     | Agricultura,<br>ganadería y<br>caza | Silvicultura y<br>explotación<br>forestal | Pesca y<br>acuicultura | Procesado y<br>conservación<br>de carne y<br>elaboración<br>de productos<br>cárnicos | Procesado y<br>conservación<br>de pescados,<br>crustáceos y<br>moluscos | Preparación y<br>conservación<br>de frutas y<br>hortalizas | Fabricación<br>de grasas y<br>aceites | Fabricación<br>de productos<br>lácteos | Fabricación<br>de productos<br>de molinería,<br>de panadería y<br>de pastas<br>alimenticias | Fabricación<br>de bebidas | Servicios de<br>comidas y<br>bebidas |
|------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------------|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------------------|----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| Agricultura, ganadería y caza                                                | 1,0424                              | 0,0435                                    | 0,0093                 | 0,7034                                                                               | 0,0928                                                                  | 0,7219                                                     | 0,9210                                | 0,7205                                 | 0,4944                                                                                      | 0,2692                    | 0,1411                               |
| Silvicultura y explotación forestal                                          | 0,0001                              | 1,3738                                    | 0,0000                 | 0,0000                                                                               | 0,0000                                                                  | 0,0010                                                     | 0,0001                                | 0,0000                                 | 0,0000                                                                                      | 0,0002                    | 0,0000                               |
| Pesca y acuicultura                                                          | 0,0000                              | 0,0000                                    | 1,0513                 | 0,0001                                                                               | 0,3835                                                                  | 0,0030                                                     | 0,0005                                | 0,0012                                 | 0,0016                                                                                      | 0,0006                    | 0,0244                               |
| Procesado y conservación de carne y elaboración de productos cárnicos        | 0,0000                              | 0,0001                                    | 0,0016                 | 1,2100                                                                               | 0,0008                                                                  | 0,0037                                                     | 0,0000                                | 0,0028                                 | 0,0099                                                                                      | 0,0009                    | 0,0841                               |
| Procesado y conservación de pescados, crustáceos y moluscos                  | 0,0000                              | 0,0000                                    | 0,0942                 | 0,0000                                                                               | 2,0032                                                                  | 0,0063                                                     | 0,0001                                | 0,0064                                 | 0,0004                                                                                      | 0,0012                    | 0,0410                               |
| Preparación y conservación de frutas y hortalizas                            | 0,0000                              | 0,0001                                    | 0,0042                 | 0,0002                                                                               | 0,0486                                                                  | 1,0787                                                     | 0,0106                                | 0,0003                                 | 0,0042                                                                                      | 0,1967                    | 0,0377                               |
| Fabricación de grasas y aceites                                              | 0,0000                              | 0,0031                                    | 0,0057                 | 0,0019                                                                               | 0,1172                                                                  | 0,0422                                                     | 1,8087                                | 0,0170                                 | 0,0213                                                                                      | 0,0089                    | 0,0267                               |
| Fabricación de productos lácteos                                             | 0,0000                              | 0,0000                                    | 0,0011                 | 0,0022                                                                               | 0,0015                                                                  | 0,0054                                                     | 0,0001                                | 1,2273                                 | 0,0417                                                                                      | 0,0118                    | 0,0183                               |
| Fabricación de productos de molinería, de panadería y de pastas alimenticias | 0,0000                              | 0,0000                                    | 0,0045                 | 0,0674                                                                               | 0,0018                                                                  | 0,0031                                                     | 0,0000                                | 0,0021                                 | 1,2710                                                                                      | 0,0331                    | 0,0340                               |
| Fabricación de bebidas                                                       | 0,0000                              | 0,0002                                    | 0,0022                 | 0,0000                                                                               | 0,0010                                                                  | 0,0016                                                     | 0,0001                                | 0,0000                                 | 0,0007                                                                                      | 1,2783                    | 0,1742                               |
| Servicios de comidas y bebidas                                               | 0,0001                              | 0,0010                                    | 0,0000                 | 0,0001                                                                               | 0,0006                                                                  | 0,0008                                                     | 0,0001                                | 0,0001                                 | 0,0009                                                                                      | 0,0002                    | 1,0027                               |