



Universidad de Jaén

Escuela Politécnica Superior de Jaén

Análisis numérico de grietas en modo mixto contenidas en componentes mecánicos

Autor: Jesús García Rasero

Grado: Ingeniería mecánica

Director: Prof. D. José Manuel Vasco Olmo

Prof. D. Alonso Camacho Reyes

Departamento del director: Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera

Fecha: 28/06/2024

Licencia CC



CREA



Universidad de Jaén

Escuela Politécnica Superior de Jaén
Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera

Don José Manuel Vasco Olmo y Don Alonso Camacho Reyes , tutores del Proyecto Fin de Carrera titulado: Análisis numérico de grietas en modo mixto contenidas en componentes mecánicos, que presenta Jesús García Rasero, autoriza su presentación para defensa y evaluación en la Escuela Politécnica Superior de Jaén.

Jaén, Junio de 2024

El alumno:

Los tutores:

Jesús García Rasero

José Manuel Vasco Olmo

Alonso Camacho Reyes

Contenido

Nomenclatura.....	2
1. Introducción.....	4
1.1. Motivación y objetivos del trabajo.....	4
2. Estudio histórico.....	5
2.1. Breve introducción.....	5
2.2. La evolución de la Mecánica de la Fractura a lo largo de la historia....	8
3. Fundamentos teóricos.....	11
3.1. Visión atómica de la fractura	11
3.2. Concentración de tensiones en defectos	12
3.3. Balance de Energía de Griffith	14
3.4. Modificación de la ecuación de Griffith.....	16
3.5. Tasa de liberación de energía	17
3.6. Análisis de tensiones en grietas	18
3.7. Factor de intensidad de tensiones.....	20
3.8. Relación entre K y G	22
3.9. La fractura en modo mixto.....	23
4. Método de elementos finitos aplicado a la Mecánica de la Fractura	26
4.1. Introducción al Método de Elementos Finitos (MEF).....	26
4.2. Ecuaciones fundamentales	27
4.2.1. Tensión plana.....	29
4.2.2. Deformación plana	29
5. Análisis Numérico	41
6. Resultados	45
7. Conclusiones y trabajos futuros	65
Bibliografía:	67
8. Anexos	70

Nomenclatura

Para favorecer la comprensión de este trabajo de final de carrera se ha realizado un listado de parámetros con su definición:

- x_0 : Posición de equilibrio de los átomos.
- $\frac{\lambda}{2}$: Distancia interatómica.
- E : Energía total.
- Π : Energía potencial.
- W_S : Energía para crear nuevas superficies.
- K_t : Concentrador de tensiones.
- ρ : Radio de curvatura del defecto.
- Π_0 : Energía potencial de la placa sin grieta.
- γ_S : Energía superficial del material.
- γ_P : Energía del trabajo plástico por unidad de área.
- ω_f : Energía de fractura que incluye los efectos plásticos, viscoelásticos o viscos plásticos.
- G : Tasa de liberación de energía.
- G_C : Medida de la tenacidad a la fractura del material.
- K : Factor de intensidad de tensiones.
- σ : Tensión aplicada a la probeta.
- a : Dimensión de la grieta.
- μ : Módulo de elasticidad transversal.
- K_{IC} : Valor crítico del factor de intensidad de tensiones.
- $K_{I(0)}$: Factor de intensidad de tensiones en modo I cuando $\beta = 0$.
- α : Ángulo de una segunda grieta con respecto al plano de la grieta.
- β : Ángulo de la grieta principal con respecto al plano horizontal.
- t : Espesor de la probeta.
- K_{Ith} : Factor de Intensidad de Tensiones en Modo I calculado mediante la expresión (40).
- K_{IIth} : Factor de Intensidad de Tensiones en Modo II calculado por medio de la ecuación (41).

- K_I : Factor de Intensidad de Tensiones en Modo I obtenido mediante en software “Abaqus”.
- K_{II} : Factor de Intensidad de Tensiones en Modo II hallado por medio de “Abaqus”.
- J_{th} : Integral J calculada mediante la ecuación (38).
- J_{el} : Integral J obtenida gracias a “Abaqus” dónde el material tiene un comportamiento lineal o elasto-lineal.
- J_t : Integral J en la que se tiene en cuenta el comportamiento plástico del material y es obtenida mediante “Abaqus”.
- $\frac{G(\beta)}{J(\beta)}$: Se define como “Tasa de Liberación de Energía normalizada en función del ángulo de la grieta”. El numerador consiste en la Tasa de Liberación de energía descrita en el apartado 3.5 o también conocido “J(Elástico)”. El valor de dicho parámetro variara en función del ángulo de la grieta definido como “ β ”. El denominador es la “Integral J” que variará según el ángulo “ β ”. Este último parámetro es referenciado cómo “J(Plástico)”.
- $\frac{a_{eq}}{a}$: Se define como “Tamaño de grieta equivalente en modo I normalizado”. Se calcula mediante la ecuación (50). Este parámetro permite calcular el tamaño de una grieta en modo I a partir de una grieta en modo mixto.
- β : Ángulo de inclinación de la grieta.
- a/W : Tamaño de grieta normalizada
- W : Mitad del ancho de la probeta
- a : Longitud de la grieta.

1. Introducción

1.1. Motivación y objetivos del trabajo

Uno de los objetivos de este trabajo de fin de carrera es culminar la formación académica y demostrar la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos a lo largo del grado. Este proyecto permite integrar y aplicar de manera coherente los conceptos teóricos y habilidades técnicas desarrolladas durante los años de estudio, abarcando áreas como la mecánica de materiales, análisis numérico y la mecánica de la fractura.

El siguiente objetivo de este trabajo es estudiar, mediante simulaciones numéricas, el efecto de grietas con distintas inclinaciones en la integridad estructural de componentes mecánicos. Además, dicho problema se analiza tanto para condiciones elástico-lineales, como para condiciones elastoplásticas. Para ello se realizará el cálculo y análisis tanto de un parámetro elástico-lineal, como es: el factor de intensidad de tensiones y un parámetro elasto-plástico como la integral J . Estos análisis permitirán comprender mejor cómo las diferentes orientaciones de grietas influyen en la resistencia y durabilidad de los materiales sometidos a diversas condiciones de carga.

La ingeniería mecánica enfrenta el desafío constante de garantizar la integridad y seguridad de los componentes y estructuras bajo diversas condiciones de carga. En este contexto, el análisis de grietas en modo mixto emerge como un campo crucial de investigación. Su objetivo es comprender y prevenir la propagación de grietas en materiales y componentes mecánicos.

A pesar de su importancia, son escasos los trabajos publicados sobre el análisis de grietas en modo mixto. Esto contrasta con el análisis en modo I, tanto en el ámbito de la elasticidad lineal como en el elastoplástico. Las grietas que provocan fallos catastróficos en elementos mecánicos o estructurales suelen estar sometidas a múltiples modos de carga simultáneamente. La falta de investigación en este campo puede tener graves consecuencias. Estas incluyen pérdidas materiales significativas y, lo que es aún más preocupante, pérdidas de vidas humanas.

Con este trabajo de final de grado, se pretende abordar esta brecha en el conocimiento. Se explorará más a fondo el análisis de grietas en modo mixto. Para ello, se empleará el Método de Elementos Finitos, incluido en el software Abaqus. Se investigará tanto bajo condiciones elástico-lineales como en elastoplásticas.

2. Estudio histórico

2.1. Breve introducción

Para comprender plenamente los desafíos y avances en la Mecánica de la Fractura, es esencial realizar un estudio histórico a través de las etapas clave en el desarrollo de esta disciplina. A lo largo del tiempo, la ingeniería mecánica y la ciencia de materiales han experimentado una evolución significativa en su comprensión de cómo las grietas se propagan y cómo afectan a la integridad y durabilidad de los componentes mecánicos y/o estructurales.

Este repaso histórico comienza con los primeros momentos en los que se abordó la Mecánica de la Fractura hasta los enfoques modernos que se utilizan hoy en día para abordar el crecimiento de grietas en modo mixto. A lo largo del camino, se exploran los hitos cruciales, las metodologías de análisis y las contribuciones clave de investigadores y científicos que han permitido avanzar en este campo crucial de la ingeniería.

La causa de la mayoría de los fallos estructurales es debida generalmente a uno de los siguientes motivos [1]:

- Tipo 1: Ineficiencia en el diseño, ejecución y funcionamiento de la estructura o componente mecánico.
- Tipo 2: Innovación en una técnica, material o diseño que se pone en marcha y da un resultado inesperado al deseado.

El caso de los Buques Liberty [2] es un buen ejemplo para explicar los fallos de tipo 2. Estos barcos fueron construidos a partir de una técnica nueva. En lugar de ser remachados como se estaba haciendo hasta ese momento, se empezaron a soldar completamente. Así, se conseguía construir los buques de una manera más rápida y a un menor precio. El impulsor de esta nueva técnica fue el

ingeniero Henry Kaiser [3]. Se construyeron un total de 2700 barcos desde el 1940 hasta el 1946. Pero muchos de ellos sufrieron fallos e incluso algunos llegaron a fracturar completamente de forma que el buque quedaba dividido en dos como se muestra en la Ilustración 1.

La causa por la que estos barcos fallaron fue la combinación de tres motivos:

- Las soldaduras de los barcos contenían imperfecciones debido a la baja cualificación de los trabajadores.
- Las grietas se iniciaban en las esquinas de las escotillas debido a su forma. Éstas eran cuadradas provocando una alta concentración de tensiones en sus esquinas.
- El acero no era el adecuado para esta nueva técnica, ya que, presentaba una baja tenacidad según el Ensayo Charpy.

A pesar de la rotura total, parcial o fallos subsanales que sufrieron estos barcos, la técnica de construcción por soldadura total es la que se utiliza hoy en día en día.

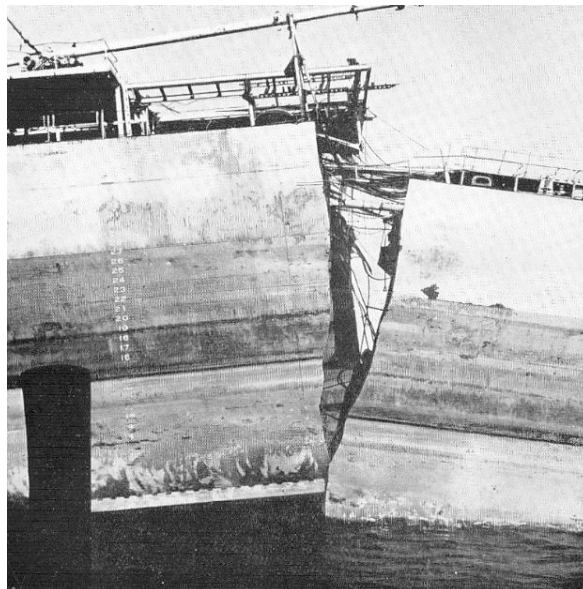


Ilustración 1. Buque Liberty en el puerto de Portland partido en dos mitades [2].

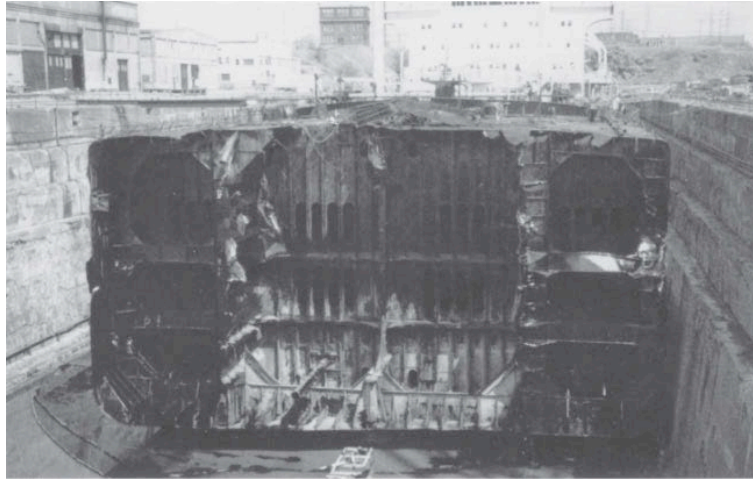


Ilustración 2. Petrolero MV Kurdistan partido en dos mitades [1].

El accidente ocurrido con el petrolero Kurdistan [4] en 1979 fue un fallo de tipo 1. Este barco se fracturó en dos partes, como puede verse en la Ilustración 2, debido a las tensiones térmicas provocadas por la mezcla del petróleo caliente de los tanques de combustible y el agua fría del Atlántico Norte, lugar por el que navegaba.

La fractura se inició en una soldadura del casco que estaba mal realizada. A pesar de que el acero era el correcto no fue capaz de frenar el crecimiento de la fractura.

Un ejemplo de fallo donde se combina la negligencia del personal (Tipo 1) y la innovación (Tipo 2) fue la explosión del Challenger [5] el 28 de enero de 1986 en Cabo Cañaveral. Se produce un fallo de tipo 1 porque a pesar de tener los datos de que las juntas circulares de los tanques de combustión fragilizaban a temperaturas inferiores a los 13 °C, se decide continuar con el lanzamiento siendo las temperaturas de esa mañana de 2 °C. Además, es un tipo de fallo 2 porque a pesar de haber anteriormente otros lanzamientos no se tenía un bagaje experimental suficiente.

Un accidente catastrófico de este siglo fue la explosión del transbordador espacial Columbia [6] durante la rentrée el 1 de febrero de 2003. A pesar de que se habían realizado 26 misiones con éxito desde 1981 hasta 2002. El 16 de enero de 2003 durante el despegue un trozo de foam del tanque externo se desprendió impactando contra la protección térmica del ala izquierda, lo que provocó una fisura. A pesar de saber que había un daño en el transbordador se

decidió continuar con la reentrada. Lo que provocó un crecimiento de la grieta inicial debido a las tensiones que estaba soportando y finalmente la explosión de la aeronave.



Ilustración 3. Explosión del Challenger en 1986 [5].

2.2. La evolución de la Mecánica de la Fractura a lo largo de la historia

Antes del siglo *XIX* las estructuras que se diseñaban presentaban restricciones, debido a los materiales utilizados: madera, ladrillo, piedra y mortero. Se utilizaban estos materiales, y en particular los tres últimos por la dificultad de la fabricación de acero en masa. Esto provocaba que las estructuras estuvieran calculadas para soportar cargas de compresión.

Con el comienzo de la Revolución Industrial se inicia la fabricación en masa del acero. Lo que permite comenzar a diseñar estructuras que soporten tensiones de tracción.

La construcción mediante acero ocasionó que algunas estructuras fallaran cuando soportaban cargas inferiores a las previstas. Un ejemplo, fue la rotura de un tanque de 15 m de alto que contenía 8706 m³ de melaza el 15 de enero de 1919 en Boston [7]. Este accidente se cobró la vida de 21 personas e hirió a 150.

Debido al desconocimiento sobre las causas que provocaban estos fallos, los ingenieros se veían obligados a aplicar coeficientes de seguridad de 10 o más.

Griffith [8] publicó en 1920 un artículo dónde relacionaba de manera cuantitativa la resistencia a la fractura y el tamaño de la fractura. Para ello realizó un análisis

de tensiones a un agujero elíptico, aunque esto ya lo había hecho Inglis [9] siete años antes. Griffith empleó la Primera Ley de la Termodinámica y enunció: “Una grieta se hace inestable y se produce la fractura, cuando el cambio de energía tensional que resulta de un incremento de la grieta es suficiente para superar la energía superficial del material”.

El estudio de Griffith no se pudo aplicar a metales dúctiles ya que solo tenía en cuenta la energía superficial del material y, por tanto, solo se pudo aplicar a materiales frágiles como el vidrio.

Fue el Dr. G.R. Irwin [10] quién extendió el análisis de Griffith para materiales dúctiles en 1948. Esto lo realizó junto a un grupo de investigadores en el Laboratorio Naval de los Estados Unidos en Washington D.C. Además, desarrolló el concepto de tasa de liberación de energía [11] en 1956 iniciado por Griffith. Para darle un sentido más práctico para problemas de ingeniería. Pues hasta ese momento era prácticamente imposible su uso debido a la complejidad del cálculo.

Irwin analizó las tensiones y las deformaciones en el extremo de una grieta y con ayuda del método de Westergaard [11]. Llegó a la conclusión de que las tensiones y deformaciones de una grieta se pueden caracterizar mediante un parámetro que definió como factor de intensidad de tensiones.

La Mecánica de la Fractura aportó un conjunto de conocimientos que se empezaron a aplicar. El caso más famoso fue la investigación de los accidentes de los aviones Comet [12]. Esta investigación fue liderada por Wells [13] quién llegó a la conclusión de que la rotura de los aviones se producía por las grietas que se encontraban en las esquinas de las ventanas. Estas grietas iban creciendo debido a los ciclos de presurización-despresurización que se realizaba en el interior de la cabina cada vez que se realizaba un vuelo. Estas grietas iban creciendo hasta que llegaban a un tamaño límite donde el fuselaje fallaba.

En 1961, Paris y su equipo de investigadores [14] desarrollan lo que se conoce como “Ley de Paris” que caracteriza el crecimiento de grieta a fatiga. A pesar de que las fuerzas armadas de los Estados Unidos y la industria de la generación eléctrica apoyaban esta nueva área de la ciencia, en la comunidad científica del

momento no tuvo muy buena acogida dicha rama. Por este motivo Paris y sus colaboradores tuvieron que publicar su investigación en una revista de la Universidad de Washington llamada “The Trend in Engineering”.

Desde 1960 a 1962 diferentes investigadores como: Irwin [15], Dugdale [16], Barenblatt [17] y Wells [18]. Se centraron en estudiar la plasticidad en el vértice de grieta ya que la Mecánica de la Fractura elástico lineal (LEFM de sus siglas en inglés) no se puede aplicar cuando la deformación plástica es considerable.

Wells [1] propuso en 1960 el parámetro que se conoce como CTOD (Crack Tip Opening Displacement) que se trata de la apertura del frente de la grieta cuando el material se somete a una carga.

En 1968 Rice [19] desarrolla el parámetro integral J, permitiendo caracterizar la zona plástica en el vértice de la grieta. Esta zona plástica la definió como comportamiento elástico no lineal. Publicó que la tasa de liberación de energía no lineal se podía plantear como una integral de línea a lo largo de un contorno alrededor de la grieta.

En Estados Unidos los ensayos se realizaban mediante la Integral J mientras en Gran Bretaña se utilizaba el parámetro CTOD. Hasta que en 1980 Shih [20] demuestra que ambos parámetros son igualmente válidos para caracterizar la fractura.

Actualmente, la Mecánica de la Fractura se considera una disciplina más en la ingeniería, existiendo un gran número de investigadores especializados en la materia que hoy día trabajan para lograr nuevos avances, principalmente en lo que respecta al crecimiento de grieta por fatiga a través de la investigación de los mecanismos que impulsan dicho fenómeno.

Una nueva corriente de investigación que se está abriendo paso es el comportamiento de materiales no lineales con dependencia del tiempo como es la visco plasticidad y la viscoelasticidad. Adicionalmente, la Mecánica de Fractura también se ocupa de la caracterización de materiales compuestos, cuya utilización se ha visto enormemente ampliada dentro de distintos sectores industriales como son la aeroespacial o la automoción.

El incremento exponencial de la tecnología ha ayudado al desarrollo de la Mecánica de la Fractura y su aplicación, ya que, se pueden realizar análisis numéricos por elementos finitos de comportamientos estructurales que contienen grietas. Este desarrollo tecnológico permite resolver problemas nuevos en el ámbito industrial de la microelectrónica como es la fractura a nivel manométrico.

3. Fundamentos teóricos

3.1. Visión atómica de la fractura

Cuando se aplica una tensión suficiente y un trabajo a nivel atómico, el material fractura debido a la rotura de los enlaces que mantienen unidos los átomos.

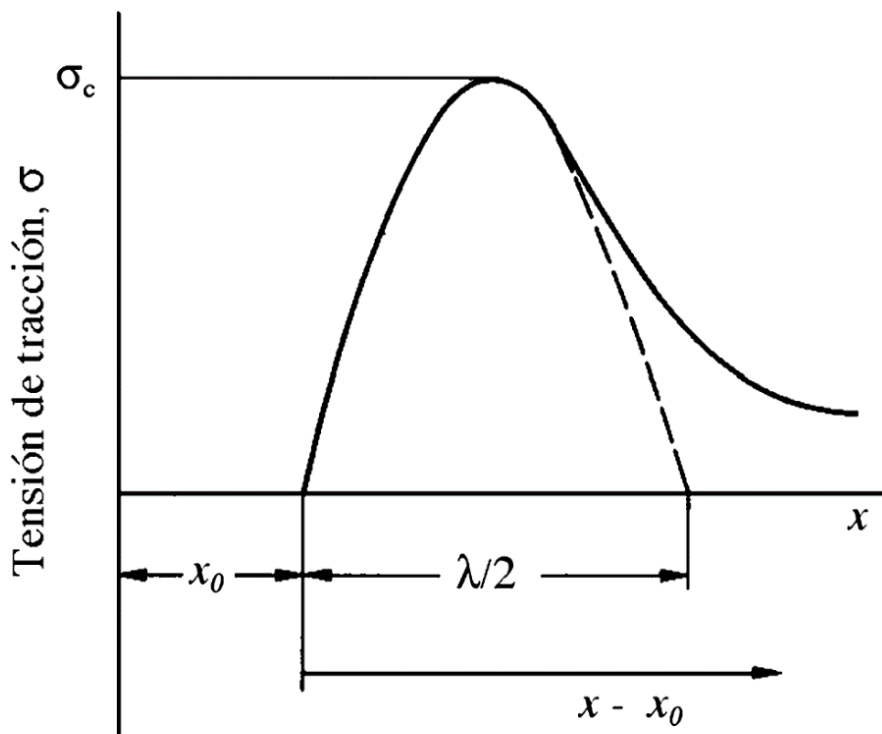


Ilustración 4. Tensión necesaria para romper el enlace de un átomo [1].

Para aumentar la distancia entre los átomos hay que aplicar una tensión que debe ser mayor que la fuerza cohesiva que mantiene unido el enlace. La tensión cohesiva se puede estimar si se extrapola la relación fuerza-desplazamiento del enlace a un semiperiodo de la función seno Ilustración 4.

$$\sigma = \sigma_c \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (1)$$

Para pequeños desplazamientos la ecuación (1) quedará:

$$\sigma = \sigma_c \left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (2)$$

Aplicando la Ley de Hooke:

$$\sigma_c = \frac{E\lambda}{2\pi x_o} \quad (3)$$

Siendo x_o la posición de equilibrio de los átomos y que $\frac{\lambda}{2}$ es igual a la distancia interatómica, la tensión cohesiva queda como sigue:

$$\sigma_c \approx \frac{E}{\pi} \quad (4)$$

La energía superficial puede aproximarse a partir de la tensión cohesiva:

$$\gamma_s = \frac{1}{2} \int_0^\lambda \sigma_c \left(\frac{\pi x}{\lambda}\right) dx = \sigma_c \frac{\lambda}{\pi} \quad (5)$$

La energía de superficie por unidad de área γ_s es igual a la mitad de la energía de fractura porque cuando el material fractura se obtienen dos superficies. Finalmente se resuelve para obtener σ_c :

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E\gamma_s}{x_o}} \quad (6)$$

3.2. Concentración de tensiones en defectos

Un material siempre presenta defectos, grietas o geometrías determinadas que provocan una concentración de tensiones en zonas locales que supera la tensión nominal que se está aplicando sobre el cuerpo en estudio.

Inglis [9] fue quién demostró cuantitativamente que los defectos del material actúan como un concentrador de tensiones y que el valor de este depende de la geometría, forma y orientación del defecto.

Inglis estudió la concentración de tensiones en placas que contenían agujeros elípticos como se muestra en la Ilustración 5.

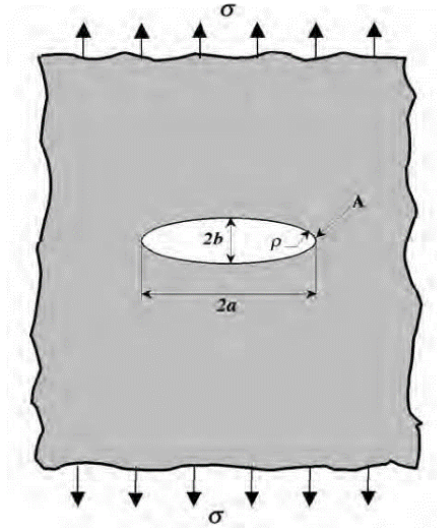


Ilustración 5. Placa con agujero elíptico de Inglis [1].

En la Ilustración 5 a denota el semilargo y b el semiancho del agujero. Además, la tensión se aplica de manera perpendicular al eje mayor de la elipse. La tensión en el vértice A del eje mayor viene dada por la expresión:

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + \frac{2a}{b} \right) \quad (7)$$

El concentrador de tensiones K_t viene definido por σ_A/σ . Cuando el agujero sea circular y por tanto $a=b$ el valor de $K_t = 3$. Pero si se aumenta el eje mayor de la de la elipse es más conveniente utilizar la siguiente expresión:

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (8)$$

Siendo ρ el radio de curvatura del defecto:

$$\rho = \frac{b^2}{a} \quad (9)$$

Cuando $a \gg b$ la (8) quedará:

$$\sigma_A = 2\sigma \sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (10)$$

La (10) es una buena aproximación excepto en el vértice de la grieta dónde $\rho = 0$ y como consecuencia $\sigma_A = \infty$. Esto se trata de una paradoja, ya que, un material no es capaz de resistir una tensión infinita.

Esta paradoja motivó a Griffith a desarrollar una teoría de fractura basada en energía. Dónde el radio del vértice tiene que ha de ser del orden del tamaño atómico $\rho = x_0$:

$$\sigma_A = 2\sigma \sqrt{\frac{a}{x_0}} \quad (11)$$

Asumiendo que la fractura ocurre cuando $\sigma_A = \sigma$. Igualando las expresiones (6) y (11):

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{E\gamma_s}{4a}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E\gamma_s}{a}} \quad (12)$$

Gehlen y Kanninen [1] mediante análisis numérico obtuvieron α . Se trata de una constante del orden la unidad y depende de la ley fuerza-desplazamiento asumida:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{E\gamma_s}{4a}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{E\gamma_s}{a}} \quad (13)$$

3.3. Balance de Energía de Griffith

Griffith hizo uso del Primer Principio de la Termodinámica para indicar que para que ocurra un proceso de manera espontánea la energía total del sistema debe disminuir. Además, para que una grieta preexistente se propague y crezca durante el proceso la energía almacenada en el material debe disminuir.

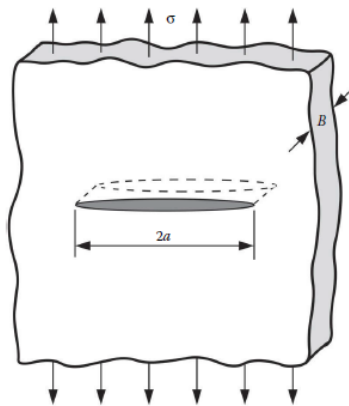


Ilustración 6. Placa con grieta elíptica $2a$ y espesor B sometida a tensión [1].

Estas observaciones las aplicó para una placa que contiene una grieta elíptica en un material frágil sometido a una tensión como se muestra en la Ilustración 6.

Cuando se aplica una tensión a un material, su energía aumenta debido a que se está almacenando en forma de energía elástica. Pero cuando esta tensión, deja de aplicarse, la energía elástica que no ha sido absorbida se devuelve al sistema. Por tanto, al aplicar una tensión a un material que contiene una grieta, parte se almacena en forma de energía elástica, y otra, se usa para el crecimiento de la grieta. Atendiendo a esto Griffith concluyó que para que aumente el tamaño de una grieta, la energía superficial que hay que suministrar al material debe ser suficiente para romper los enlaces de los átomos y así crear nuevas superficies.

El equilibrio energético de Griffith para un aumento diferencial del área de la grieta dA , bajo condiciones de equilibrio puede expresarse de la siguiente manera:

$$\frac{dE}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \quad (14)$$

Donde E es la energía total, Π es la energía potencial y W_s es la energía necesaria para crear nuevas superficies.

Griffith usó el análisis de tensiones de Inglis [9] para lograr la siguiente expresión para la energía potencial:

$$\Pi = \Pi_0 - \frac{\pi\sigma^2 a^2 B}{E} \quad (15)$$

Donde Π_0 es la energía potencial de la placa sin grieta y B es el espesor de la placa. Para que se cree en una grieta es necesaria la formación de dos superficies, por tanto, W_s viene dada por la siguiente expresión:

$$W_s = 4aB\gamma_s \quad (16)$$

Donde γ_s es la energía superficial del material. Los términos que definen el balance energético de Griffith según la ecuación (14) quedan como sigue:

$$-\frac{d\Pi}{dA} = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (17)$$

$$\frac{dW_s}{dA} = 2\gamma_s \quad (18)$$

Si se combinan las expresiones (15) y (16) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\sigma_f = \left(\frac{2E\gamma_s}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

Esta expresión relaciona la tensión de rotura del material con propiedades del mismo, como son el módulo de elasticidad, la energía superficial, y el tamaño del defecto.

En el presente documento se ha hablado del área de la grieta y del área superficial, siendo oportuno indicar la diferencia existente entre ambos conceptos. El área de la grieta se define como el área proyectada de la grieta para el caso de la Ilustración 6 “2aB”. Mientras que como una grieta incluye dos superficies, el área superficial es igual a “2A”, es decir, dos veces el área de la grieta.

3.4. Modificación de la ecuación de Griffith

La expresión (19) es válida para materiales frágiles como el vidrio, pero no es posible su aplicación para materiales dúctiles pues no tiene en cuenta la resistencia a la fractura de materiales como los metales.

Por este motivo Irwin [15] y Orowan [21] modificaron la expresión de Griffith para tener en cuenta la ductilidad del material quedando la siguiente expresión:

$$\sigma_f = \left(\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (20)$$

Se define γ_p como el trabajo plástico por unidad de área de la superficie creada, siendo y es generalmente mayor que γ_s .

En un material frágil las grietas se generan por la rotura de los enlaces atómicos. En cambio, en un metal o en un material dúctil se producen cambios de posición de los átomos en las cercanías del frente de la grieta, produciendo un incremento de la energía.

Aunque Irwin y Orowan solo realizan la modificación de la ecuación para metales se puede obtener una expresión que englobe cualquier tipo de disipación de energía.

$$\sigma_f = \left(\frac{2E\omega_f}{\pi a} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

El parámetro ω_f se trata de la energía de fractura que incluye los efectos plásticos, viscoelásticos o viscoplásticos.

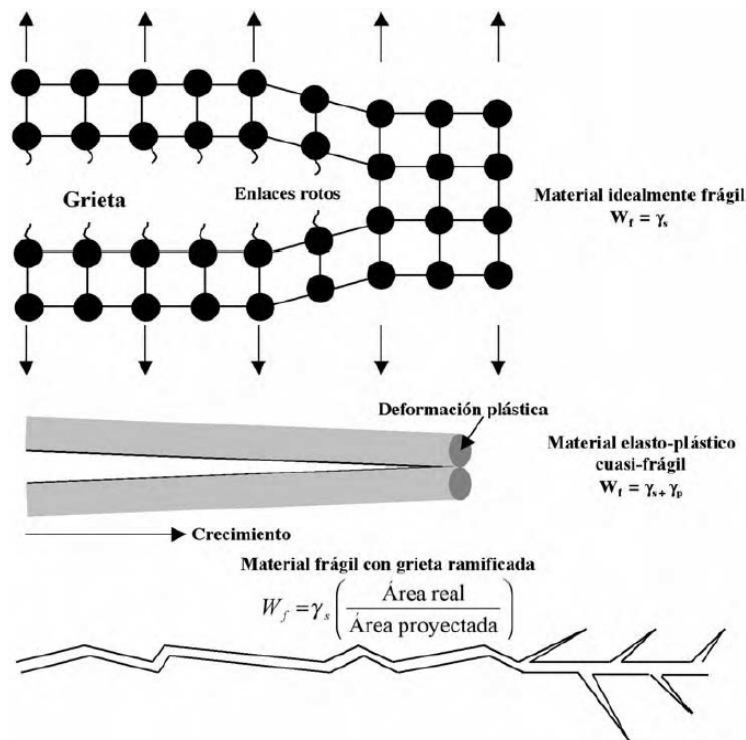


Ilustración 7. Propagación de grietas para diferentes materiales con su correspondiente energía de fractura [4].

La Ilustración 7 muestra varios tipos de comportamiento material y la correspondiente energía de fractura. Así en la imagen superior se muestra el comportamiento de un material idealmente frágil en la del medio el de un material elasto-plástico, y en la inferior se muestra el caso de un material donde la propagación de la grieta presenta ramificaciones.

3.5. Tasa de liberación de energía

Irwin, en 1956 propone un enfoque energético similar al de Griffith, pero con un carácter más práctico [15]. Definió el concepto de Tasa de Liberación de

Energía "G" obteniendo una medida de energía disponible para un incremento del tamaño de la grieta como sigue:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (22)$$

Introduciendo la ecuación (17) en la expresión (22), la tasa de liberación de energía para una placa infinita en tensión plana con una longitud de grieta central pasante de longitud $2a$ quedaría según la siguiente expresión:

$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (23)$$

Según el apartado 3.4 la grieta crecerá cuando alcanza un valor crítico:

$$G_c = \frac{dW_s}{dA} = 2\omega_f \quad (24)$$

G_c se define como la medida de la tenacidad a la fractura del material.

3.6. Análisis de tensiones en grietas

Existen expresiones que caracterizan el campo de tensiones en las proximidades de una fisura para ciertas configuraciones bajo cargas externas.

Para un material elástico lineal o isotrópico, el campo de tensiones vendrá dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}}\right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} g_{ij}^{(m)}(\theta) \quad (25)$$

Dónde cada componente del término principal significa:

- $\sigma_{ij} \rightarrow$ Matriz de tensiones
- $r, \theta \rightarrow$ Coordenadas polares
- $k \rightarrow$ Constante
- $f_{ij} \rightarrow$ Función adimensional de θ en el término principal

Las componentes del término de alto orden se definen:

- $A_m \rightarrow$ Amplitud

- $g_{ij}^{(m)}(\theta) \rightarrow$ Función adimensional de θ para el término m – Ésimo

La expresión (25) puede ser evaluada de la siguiente forma al aproximarse al vértice de la grieta ($r \rightarrow 0$):

$$\left. \begin{array}{l} \text{Término principal} \rightarrow \infty \\ \text{Términos de alto orden} \rightarrow 0 \end{array} \right\} \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{r}} f_{ij}(\theta) \quad (26)$$

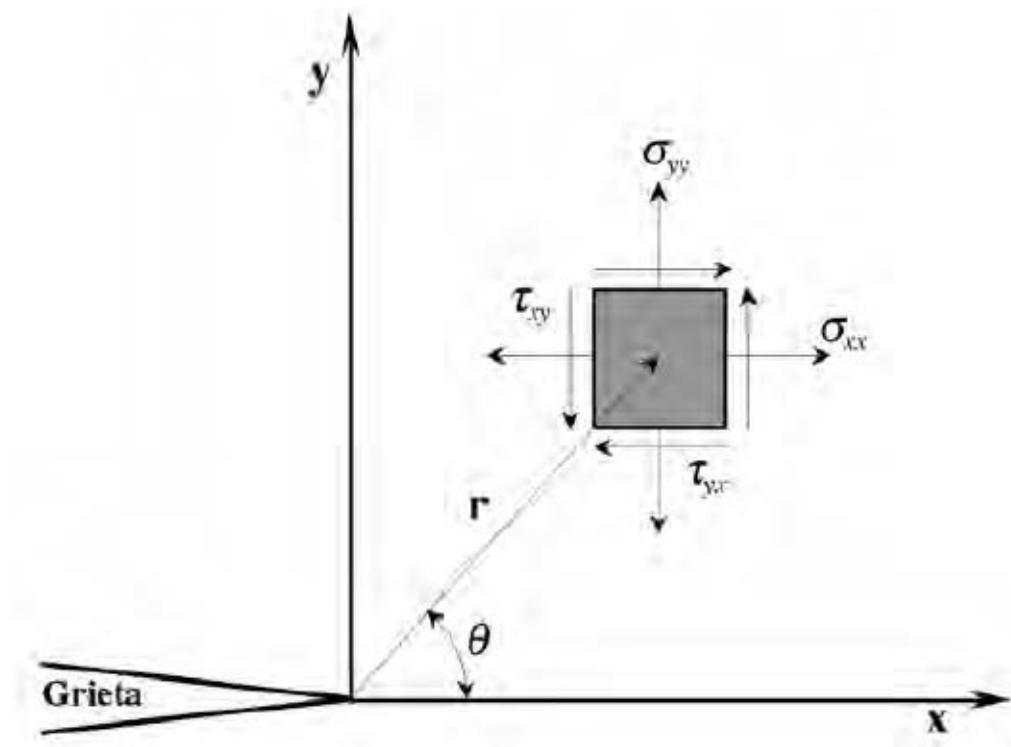


Ilustración 8. Tensiones en el vértice de la grieta [4].

La ecuación (26) describe una singularidad de tensiones ya que existe un comportamiento asintótico en $r = 0$.

Una grieta puede experimentar tres modos de carga:

- Modo I: Modo de apertura en el que las cargas son perpendiculares a los planos de la grieta. Este es el modo más común.
- Modo II: Modo de deslizamiento, donde la carga es paralela al plano de la grieta. Se trata de un movimiento lineal a las caras de la grieta.
- Modo III: Modo de desgarramiento, la carga se aplica paralela a los planos de la grieta. Este fenómeno provoca un giro de la grieta.

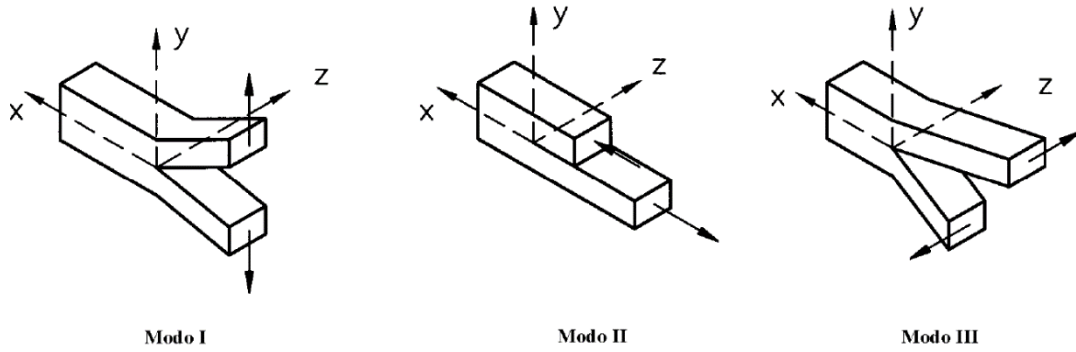


Ilustración 9. Modos de carga sobre una grieta [22].

3.7. Factor de intensidad de tensiones

Independientemente del modo de carga que se aplica a la grieta se produce una singularidad $1/\sqrt{r}$ en las proximidades del vértice de la grieta. En cambio, las constantes K y $f_{ij}(\theta)$ sí dependen del modo de carga. El parámetro K se define como el factor de intensidades de tensiones y viene dado por la siguiente expresión:

$$K = \sigma\sqrt{2\pi a} \quad (27)$$

Dependiendo del modo de carga, K llevará incorporado un subíndice: K_I , K_{II} y K_{III} . Las expresiones que definen los campos de tensiones en el vértice de la grieta son:

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (28)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (29)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (30)$$

Para problemas dónde interviene más de un modo de carga se aplica el Principio de Superposición quedando la ecuación:

$$\sigma_{ij}^{(Total)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (31)$$

Se puede llegar a la conclusión de que el factor de intensidad de tensiones proporciona una descripción completa de las condiciones alrededor del vértice de la grieta. La importancia que tiene el factor de intensidad de tensiones es que se puede utilizar cómo un parámetro para representar y caracterizar los campos en la zona cercana al vértice de la grieta.

El fallo local del material se produce por la combinación de la tensión crítica y la deformación. Por tanto, la rotura del material se alcanza cuando se alcanza el valor crítico del factor de intensidad de tensiones K_{IC} . Por tanto, dicho parámetro puede emplearse como medida de la tenacidad a la fractura del material. Para el caso de que estemos antes una placa infinita con una carga perpendicular a la grieta (Modo I), el factor de intensidad de tensiones tiene la expresión siguiente:

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad (32)$$

Los trabajos previos son aplicables para condiciones de una placa infinita donde el tamaño de la grieta es pequeño en comparación con el tamaño de la placa, donde los límites finitos de la placa no afectan a las condiciones en las inmediaciones de los vértices de la grieta. Si se dispone de una placa finita de ancho $2W$ con una grieta de tamaño $2a$ en el centro, cargada perpendicularmente al plano de la grieta, la tensión de tracción no puede ser transmitida a través de la grieta. Las líneas de fuerza se desvían alrededor de la grieta dando lugar a una concentración local de tensiones. Para la placa infinita, la línea de fuerza a una distancia W tiene componente de fuerza en el eje: x e y . Para el caso de una placa finita la línea de fuerza a una distancia W tiene componente en el eje x cero. Esta condición de contorno provoca que las líneas de fuerza de se compriman lo que da como resultado una intensificación de las tensiones en el vértice de la grieta, tal y como queda representado en la Ilustración 10.

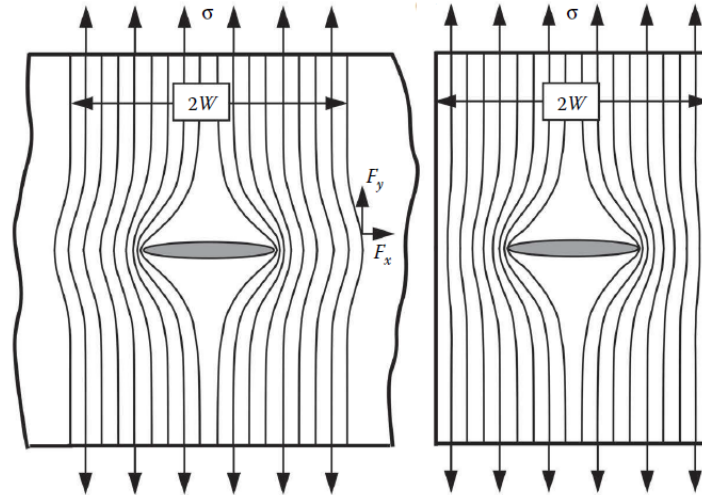


Ilustración 10. Líneas de fuerza sobre una placa infinita y una placa finita con una grieta en el centro sometida a una tensión de tracción perpendicular a la grieta [10].

El factor de intensidad de tensiones de forma genérica se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$K_{I,II,III} = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad (33)$$

Donde σ se trata de la tensión aplicada, a es la dimensión de la grieta y Y es una constante adimensional que depende de la geometría y el modo de carga.

3.8. Relación entre K y G

La Tasa de Liberación de Energía, G , es una medida global que evalúa la variación de la energía potencial debido al aumento en la longitud de la grieta. Por otro lado, el factor de intensidad de tensiones, K , es un indicador local que describe las tensiones y desplazamientos en las cercanías del vértice de la grieta.

Para el caso de una placa infinita con una grieta pasante en el centro las expresiones para los parámetros G y K vienen dados según la (23) y (32), respectivamente. Operando con ambas expresiones se puede encontrar la relación entre ambos parámetros:

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad (34)$$

Esta expresión se obtiene para el caso de una placa sometida a tensión plana. Atendiendo a esto, se puede obtener una expresión genérica teniendo en cuenta condiciones tanto de tensión plana como de deformación plana:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} \quad (35)$$

En el caso de tensión plana:

$$E' = E \quad (36)$$

En deformación plana:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (37)$$

Para un caso genérico en que intervienen los tres modos de carga:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (38)$$

Siendo μ el Módulo de elasticidad transversal:

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (39)$$

3.9. La fractura en modo mixto

La expresión (38) se emplea cuando el cuerpo de estudio está sometido a dos o más modos de carga. Sin embargo, esta ecuación es que asume que la orientación de los planos de la grieta no varía en ningún momento.

La Ilustración 11 muestra un problema dónde está presente una grieta inclinada:

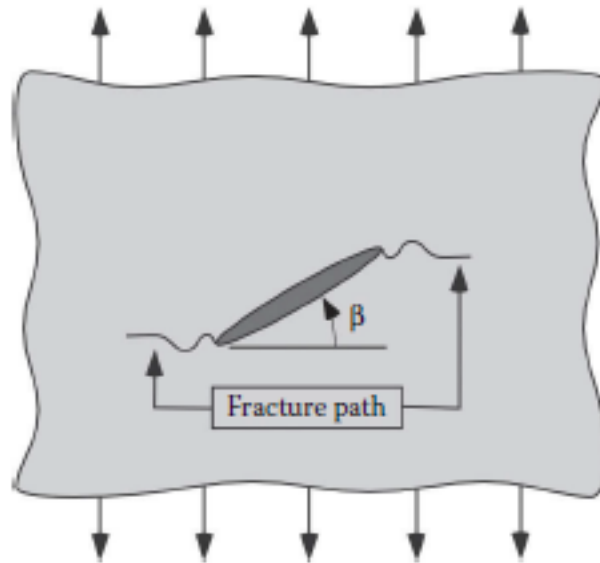


Ilustración 11. Orientación de una grieta que inicialmente no es perpendicular a la tensión aplicada [1].

Cómo se ve en la Ilustración 11 una grieta se propaga de manera perpendicular a la tensión remota. Por tanto, se puede llegar a la conclusión de que una grieta que inicialmente se encuentra en un estado de modo mixto pasa a ser una grieta de modo I. La grieta siempre busca la ruta que presente una menor resistencia o el camino de fuerza conductora máxima. En el caso de que el material sea isótropo y homogéneo, la grieta se propaga de manera que se maximice la Tasa de Liberación de Energía.

Los factores de intensidad de tensiones para los modos I y II para una grieta inclinada según un ángulo β quedan como sigue:

$$K_I = K_{I(0)} \cos^2 \beta \quad (40)$$

$$K_{II} = K_{I(0)} \cos \beta \sin \beta \quad (41)$$

El parámetro $K_{I(0)}$ es el factor de intensidad de tensiones en modo I cuando $\beta = 0$, es decir, para el caso de placa infinita que se empleó como modelo para explicar los conceptos fundamentales.

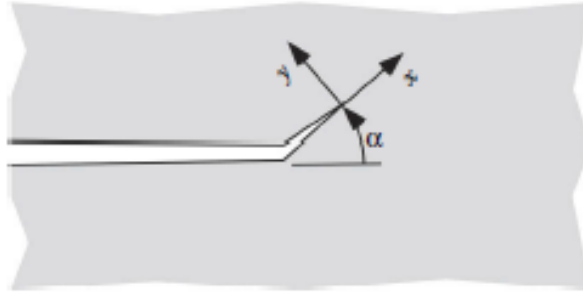


Ilustración 12. Desviación infinitesimal con un ángulo α con respecto al plano de la grieta [1].

Si a la grieta principal se le añade una segunda grieta con un ángulo α con respecto al plano de la grieta como se muestra en la Ilustración 12, que representaría una posible desviación que sufriera la grieta principal inclinada, los factores de intensidad locales varían de los factores de intensidad nominales de la grieta principal. Si definimos un sistema de coordenadas local en la grieta secundaria, los campos de tensiones se pueden expresar en coordenadas polares, quedando y los factores locales de intensidad de tensiones para los modos de carga I y II como sigue:

$$k_I(\alpha) = \sigma_{yy}\sqrt{2\pi r} = C_{11}K_I + C_{12}K_{II} \quad (42)$$

$$k_{II}(\alpha) = \tau_{xy}\sqrt{2\pi r} = C_{21}K_I + C_{22}K_{II} \quad (43)$$

- $k_I, k_{II} \equiv$ Factores de intensidad de tensiones locales en la desviación
- $K_I, K_{II} \equiv$ Factores de intensidad de tensiones nominales de la grieta

$$C_{11} = \frac{3}{4}\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{4}\cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \quad (44)$$

$$C_{12} = -\frac{3}{4}\left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right)\right] \quad (45)$$

$$C_{21} = \frac{1}{4} \left[\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \right] \quad (46)$$

$$C_{22} = \frac{1}{4} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{4} \cos\left(\frac{3\alpha}{2}\right) \quad (47)$$

La tasa de liberación de energía para la grieta secundaria viene dada por la expresión:

$$G(\alpha) = \frac{k_I^2(\alpha) + k_{II}^2(\alpha)}{E} \quad (48)$$

Es posible crear una grieta en Modo I con idéntico factor de intensidad de tensiones y la misma tasa de liberación de energía que una grieta que sigue una orientación con un ángulo β y se propaga según un ángulo α^* .

Para el caso de una grieta que se encuentra en una placa infinita:

$$\sigma\sqrt{\pi a_{eq}} = \sigma\sqrt{\pi a} [\cos^2 \beta C_{11}(\alpha^*) + \sin \beta \cos \beta C_{12}(\alpha^*)] \quad (49)$$

Resolviendo la ecuación para a_{eq} :

$$\frac{a_{eq}}{a} = [\cos^2 \beta C_{11}(\alpha^*) + \sin \beta \cos \beta C_{12}(\alpha^*)]^2 \quad (50)$$

4. Método de elementos finitos aplicado a la Mecánica de la Fractura

4.1. Introducción al Método de Elementos Finitos (MEF)

El método de elementos finitos, conocido también como MEF o FEM (Finite Element Method), se emplea para hallar la solución aproximada de problemas de ingeniería, física o matemáticas. Algunas de las áreas donde más se emplea son análisis estructural, transferencia de calor, flujo de fluidos, transporte de masas y potencial electromagnético.

Este método consiste en dividir la geometría en pequeñas regiones denominadas “elementos finitos” que están interconectados unas con otras en

puntos comunes denominados nodos. La línea que delimita cada elemento se conoce como “discretización”.

En este método no se emplea una sola ecuación para resolver el problema de todo un cuerpo, si no que se construye una ecuación para cada elemento finito y después se combinan para obtener la solución del problema. En el caso de que se resuelva un problema estructural habrá que determinar las ecuaciones de los desplazamientos de cada nodo y de las tensiones dentro de cada elemento que forma la estructura que está sometida a una determinada carga.

Para la mecánica de la fractura, los métodos computacionales son de gran importancia para el análisis de grietas. De hecho, el desarrollo y aplicación de la mecánica de la fractura siempre ha estado ligada al progreso de nuevas técnicas analíticas y numéricas en la ingeniería.

Hasta la explosión de la informática y de los dispositivos electrónicos, los métodos de cálculo estaban limitados a problemas bidimensionales y tridimensionales para geometrías sencillas y dominios finitos. Pero a partir de la década de los años 60, el estudio de grietas se inició con métodos numéricos como el método de diferencias finitas, el método de colocación, transformación de Fourier, etc. Pero fueron sustituidos por el MEF al tratarse de un método universal y más eficaz. Los impulsores de este método fueron entre otros, Zienkiewics, Argyris, Wilson, Bath, etc. La primera conferencia internacional sobre métodos numéricos aplicada a la mecánica de la fractura tuvo lugar en Swansea, Reino Unido en 1978. Este tipo de métodos son de vital importancia para el estudio de la mecánica de la fractura en materiales no lineales.

Hoy en día es posible estudiar configuraciones complejas de grietas contenidas en estructuras técnicas reales bajo cargas confusas con comportamiento no lineal del material.

4.2. Ecuaciones fundamentales

Existen tres métodos principales que se utilizan para derivar ecuaciones de elementos finitos de un sistema físico:

1. Método directo o método directo de equilibrio para problemas de análisis estructural.

2. Método de variaciones.
3. Método de residuos ponderados.

El método directo es el que se emplea en el presente trabajo. Este método es el más sencillo de los tres, aunque presenta limitaciones cuando se derivan matrices de rigidez de elementos unidimensionales que involucran resortes, barras uniaxiales, cerchas y vigas. Dentro de este método se puede diferenciar entre dos enfoques, dependiendo de cuáles sean incógnitas del problema, el de las fuerzas internas y el de los desplazamientos o rigidez.

El primer enfoque emplea fuerzas internas como incógnitas del problema. Para obtener las ecuaciones que gobiernan el problema se hace uso de las ecuaciones de equilibrio. Después se añaden ecuaciones adicionales como son las ecuaciones de compatibilidad, obteniendo un conjunto de ecuaciones algébricas que determinan las fuerzas desconocidas.

El segundo enfoque, conocido como método de desplazamiento o rigidez, los desplazamientos son la incógnita del problema. Se construyen ecuaciones de compatibilidad con la condición de que los nodos comunes que se encuentran a lo largo de un borde común de la aplicación de la carga permanezcan conectados después de la carga. De esta forma, las ecuaciones que rigen el sistema físico se expresan en función de los desplazamientos de los nodos y mediante las ecuaciones de equilibrio se puede relacionar la fuerza con los desplazamientos.

Ambos enfoques dan como resultado incógnitas diferentes y matrices distintas asociadas a su formulación distintos. Sin embargo, la mayoría de los programas de elementos finitos de propósito general emplea la formulación basada en desplazamientos para la resolución de problemas estructurales. Esto se debe a que el método de los desplazamientos es más sencillo que el método de las fuerzas para análisis estructural.

El cuerpo de estudio de este trabajo final de carrera se encuentra en un plano bidimensional; es decir, en unos ejes x e y . Por este motivo, se hacen uso de elementos finitos bidimensionales.

Los elementos finitos bidimensionales o planos están definidos por tres o más nodos. Están conectados a través de nodos y bordes comunes, formando, de

esta forma, estructuras continuas. Los elementos bidimensionales son de vital importancia para el análisis de problemas sometidos a condiciones de tensión plana, como en el caso de este trabajo, en el que una placa presenta una grieta central y está sometida a una tensión de tracción. Los elementos planos también se emplean para el análisis de deformaciones planas, como sería un largo conducto subterráneo sometido a una carga uniforme a lo largo de una dirección. Según esto, los elementos bidimensionales se pueden encontrar en dos situaciones distintas, tensión o deformación plana y, por este motivo se va a describir brevemente en qué consiste cada condición.

4.2.1. Tensión plana

La tensión plana se refiere a un estado de tensiones en un material en el cual las tensiones actúan dentro de un plano específico. En este caso, las fuerzas externas o las cargas aplicadas están principalmente contenidas en ese plano, y las tensiones fuera de ese plano son despreciables o asumidas como nulas. Además, las dimensiones en las direcciones perpendiculares al plano de carga son significativamente más pequeñas en comparación con las dimensiones en el plano de carga. Dos ejemplos de tensión plana son los que se muestran en la Ilustración 13.

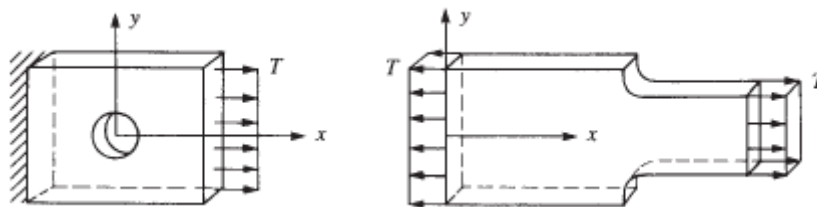


Ilustración 13. Placa plana con orificio central sometida a una tensión de tracción y placa plana con cambio de sección con una tensión de tracción [24].

4.2.2. Deformación plana

La deformación plana se refiere a un tipo de deformación en un material en el que las deformaciones principales ocurren en un solo plano, siendo significativamente mayores que las deformaciones fuera de ese plano. En este caso, se asume que las deformaciones en la dirección perpendicular al plano son despreciables o nulas en comparación con las deformaciones en el plano. Dos ejemplos de deformación plana se pueden ver en la Ilustración 14.

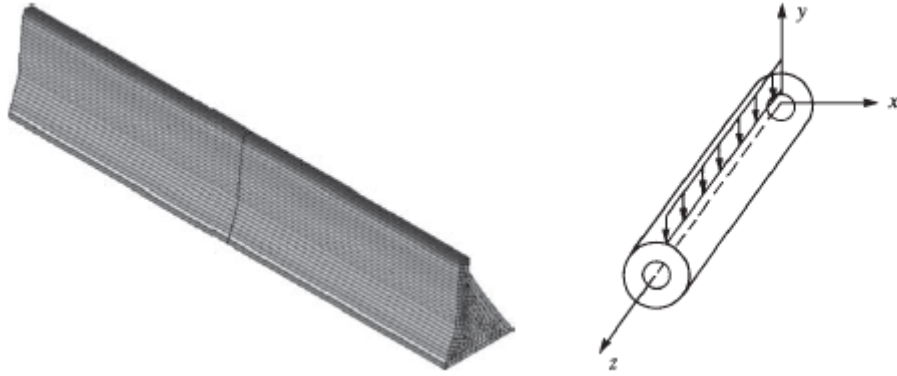


Ilustración 14. Presa sometida a una carga horizontal y tubería con una carga vertical [24].

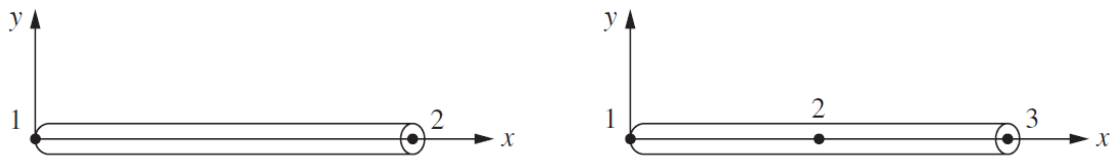


Ilustración 15. Elementos de línea simple de dos nodos empleada para el caso de barras o vigas y el elemento de línea de orden superior [24].

Existen diferentes tipos de elementos finitos atendiendo al plano de trabajo en el que se definan o según las dimensiones que sean necesarias para analizar el problema en cuestión. Así, se dividen en elementos unidimensionales, bidimensionales y tridimensionales. Ejemplos comunes de estos elementos se muestran en la Ilustración 16 y la Ilustración 17.

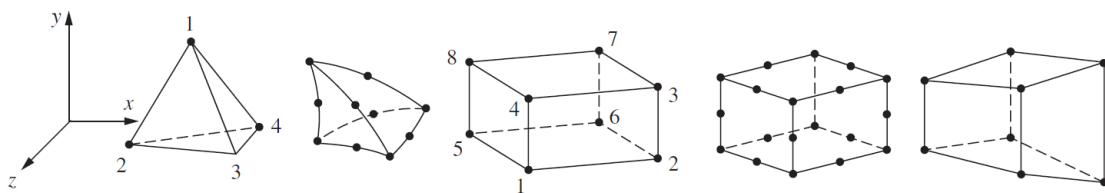


Ilustración 16. Elementos tridimensionales simples que son empleados para representar un estado tridimensional de tensiones y elementos tridimensionales de orden superior con nodos intermedios a lo largo de los bordes [24].

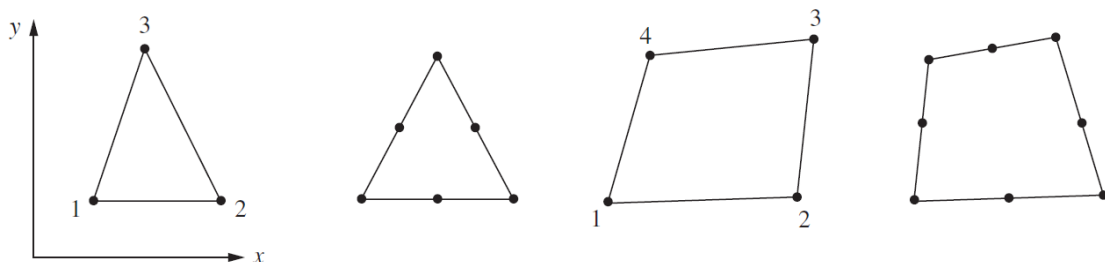


Ilustración 17. Elementos bidimensionales simples con nodos en las esquinas que son utilizados para el caso de tensión y deformación plana y elementos bidimensionales de orden superior con nodos intermedios a lo largo de los lados [24].

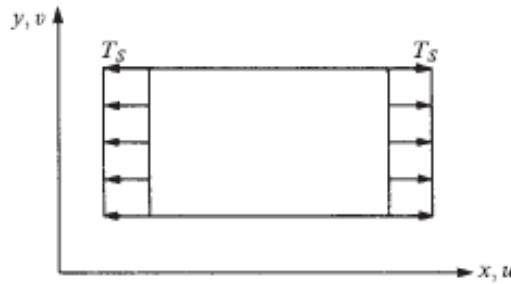


Ilustración 18. Placa plana sometida a una tensión de tracción [24].

A continuación, se desarrolla la matriz de rigidez para un elemento finito bidimensional conocido como elemento triangular de deformación constante (CST). Para mostrar los pasos e introducir las ecuaciones básicas para un elemento triangular plano se usa una placa plana delgada a la que se le aplica una tensión de tracción como se puede ver en la Ilustración 18.

El primer paso consiste en discretizar la placa. Para ello se emplea una malla gruesa como se puede ver en la Ilustración 19.

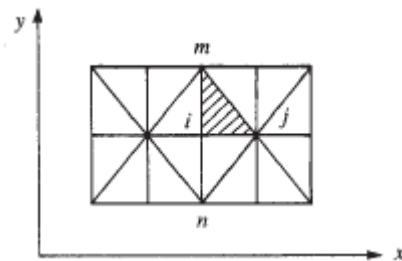


Ilustración 19. Placa plana discretizada con elementos triangulares [24].

Cada nodo tiene dos grados de libertad, desplazamiento según los ejes x e y . En la Ilustración 19 se estudia el elemento finito sombreado con nodos: “i”, “j” y “m”. Las componentes de desplazamientos del nodo “i” serán: u_i y v_i . Además las coordenadas de los nodos mencionados son: (x_i, y_i) , (x_j, y_j) y (x_m, y_m) .

La matriz nodal de desplazamientos quedará:

$$[d] = \begin{bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{bmatrix} \quad (51)$$

Para cada elemento se impone una función de desplazamiento lineal:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a_1 + a_2x + a_3y \\ v(x, y) &= a_4 + a_5x + a_6y \end{aligned} \quad (52)$$

Empleando la expresión (52) y la función general de desplazamientos $[\Psi]$ que tiene el objetivo de almacenar las funciones u y v se puede expresar como:

$$[\Psi] = \begin{Bmatrix} a_1 + a_2x + a_3y \\ a_4 + a_5x + a_6y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} \quad (53)$$

Para obtener los valores de a_i se impone en la ecuación (52) las coordenadas nodales:

$$\begin{aligned} u_i &= u(x_i, y_i) = a_1 + a_2x_i + a_3y_i \\ u_j &= u(x_j, y_j) = a_1 + a_2x_j + a_3y_j \\ u_m &= u(x_m, y_m) = a_1 + a_2x_m + a_3y_m \\ v_i &= v(x_i, y_i) = a_4 + a_5x_i + a_6y_i \\ v_j &= v(x_j, y_j) = a_4 + a_5x_j + a_6y_j \\ v_m &= v(x_m, y_m) = a_4 + a_5x_m + a_6y_m \end{aligned} \quad (54)$$

Expresando las tres primeras ecuaciones en forma matricial se puede calcular los coeficientes de a :

$$\begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (55)$$

Resolviendo a se obtiene:

$$[a] = [x]^{-1}[u] \quad (56)$$

Para conocer la inversa de $[x]^{-1}$ se aplica el método de cofactores quedando:

$$[x]^{-1} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \alpha_i & \alpha_j & \alpha_m \\ \beta_i & \beta_j & \beta_m \\ \gamma_i & \gamma_j & \gamma_m \end{bmatrix} \quad (57)$$

$$2A = \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$2A = x_i(y_j - y_m) + x_j(y_m - y_i) + x_m(y_i - y_j) \quad (59)$$

A es el área del triángulo. Se puede expresar la ecuación (56) de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \alpha_i & \alpha_j & \alpha_m \\ \beta_i & \beta_j & \beta_m \\ \gamma_i & \gamma_j & \gamma_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{bmatrix} \quad (60)$$

Se procedería de forma similar con las otras tres ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} a_4 \\ a_5 \\ a_6 \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \alpha_i & \alpha_j & \alpha_m \\ \beta_i & \beta_j & \beta_m \\ \gamma_i & \gamma_j & \gamma_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i \\ v_j \\ v_m \end{bmatrix} \quad (61)$$

Derivando la función general de desplazamientos en “x”, $u(x, y)$ de $[\Psi]$ (“v” se resolvería igual) en función de las coordenadas “x” e “y”. Expresando de manera matricial la ecuación (52) se obtiene:

$$[u] = \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix} \quad (62)$$

Sustituyendo la expresión (60) en la ecuación (62):

$$[u] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i & \alpha_j & \alpha_m \\ \beta_i & \beta_j & \beta_m \\ \gamma_i & \gamma_j & \gamma_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_m \end{bmatrix} \quad (63)$$

$$[u] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} 1 & x & y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i u_i + \alpha_j u_j + \alpha_m u_m \\ \beta_i u_i + \beta_j u_j + \beta_m u_m \\ \gamma_i u_i + \gamma_j u_j + \gamma_m u_m \end{bmatrix} \quad (64)$$

Multiplicando las dos matrices de la ecuación (64) y reorganizando:

$$u(x, y) = \frac{1}{2A} [(\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y)u_i + (\alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y)u_j + (\alpha_m + \beta_m x + \gamma_m y)u_m] \quad (65)$$

De forma similar se obtendrían los desplazamientos en “y”:

$$v(x, y) = \frac{1}{2A} [(\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y)v_i + (\alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y)v_j + (\alpha_m + \beta_m x + \gamma_m y)v_m] \quad (66)$$

Las ecuaciones (65) y (66) pueden expresarse de una manera más sencilla:

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2A} (\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y) \\ N_j &= \frac{1}{2A} (\alpha_j + \beta_j x + \gamma_j y) \\ N_m &= \frac{1}{2A} (\alpha_m + \beta_m x + \gamma_m y) \end{aligned} \quad (67)$$

Las ecuaciones (65) y (66) se pueden reescribir:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m \\ v(x, y) &= N_i v_i + N_j v_j + N_m v_m \end{aligned} \quad (68)$$

Expresando de forma matricial las ecuaciones (68):

$$[\psi] = \begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m \\ N_i v_i + N_j v_j + N_m v_m \end{bmatrix} \quad (69)$$

De manera abreviada:

$$[\psi] = [N][d] \quad (70)$$

Donde $[N]$ es dado por:

$$[N] = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \quad (71)$$

La deformación es un elemento bidimensional se rige por la siguiente expresión:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right] \end{bmatrix} \quad (72)$$

Sustituyendo la ecuación (52) en la expresión (72):

$$\varepsilon_x = a_2 \quad \varepsilon_y = a_6 \quad \gamma_{xy} = a_3 + a_5 \quad (73)$$

En la ecuación (73) se puede comprobar como las deformaciones son constantes. Empleando la expresión (68) se obtendría:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = u_x = \frac{\partial}{\partial x} (N_i u_i + N_j u_j + N_m u_m) \quad (74)$$

Otra forma sería:

$$u_x = N_{i,x} u_i + N_{j,x} u_j + N_{m,x} u_m \quad (75)$$

Empleando la ecuación (67) se pueden calcular las derivadas de la expresión (74):

$$N_{i,x} = \frac{1}{2A} \frac{\partial}{\partial x} (\alpha_i + \beta_i x + \gamma_i y) = \frac{\beta_i}{2A} \quad (76)$$

De manera análoga:

$$N_{j,x} = \frac{\beta_j}{2A} \quad N_{m,x} = \frac{\beta_m}{2A} \quad (77)$$

Haciendo uso de las ecuaciones (75), (76) y (77):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{2A} (\beta_i u_i + \beta_j u_j + \beta_m u_m) \quad (78)$$

De manera análoga:

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{2A}(\gamma_i v_i + \gamma_j v_j + \gamma_m v_m) \quad (79)$$

Sumando las expresiones (78) y (79):

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{2A}(\gamma_i u_i + \beta_i v_i + \gamma_j u_j + \beta_j v_j + \gamma_m u_m + \beta_m v_m) \quad (80)$$

El siguiente paso consiste en introducir las ecuaciones: (78), (79) y (80) en la expresión (72), obteniendo:

$$[\varepsilon] = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \beta_i & 0 & \beta_j & 0 & \beta_m & 0 \\ 0 & \gamma_i & 0 & \gamma_j & 0 & \gamma_m \\ \gamma_i & \beta_i & \gamma_j & \beta_j & \gamma_m & \beta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{bmatrix} \quad (81)$$

La ecuación anterior se puede expresar de la siguiente manera:

$$[\varepsilon] = [\beta_i \quad \beta_j \quad \beta_m] \begin{bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_m \end{bmatrix} \quad (82)$$

$$\beta_i = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \beta_i & 0 \\ 0 & \gamma_i \\ \gamma_i & \beta_i \end{bmatrix} \quad (83)$$

$$\beta_j = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \beta_j & 0 \\ 0 & \gamma_j \\ \gamma_j & \beta_j \end{bmatrix} \quad (84)$$

$$\beta_m = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} \beta_m & 0 \\ 0 & \gamma_m \\ \gamma_m & \beta_m \end{bmatrix} \quad (85)$$

La forma simplificada de la expresión (81):

$$[\varepsilon] = [B][d] \quad (86)$$

La matriz B es también conocida como la matriz de gradiente y es independiente de las coordenadas x e y. Únicamente depende de las coordenadas nodales.

Para poder relacionar la tensión y la deformación se debe hacer de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \end{bmatrix} = [D] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (87)$$

En el caso de que sea un problema de tensión plana como en este TFG [D] valdrá:

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (88)$$

Introduciendo la ecuación (86) en la expresión (87):

$$[\sigma] = [D][B][d] \quad (89)$$

El siguiente paso consiste en derivar la matriz de rigidez y las ecuaciones. Para ello, se emplearía el Principio de la Energía Potencial Mínima. La energía total para un elemento básico sometido a tensión plana se rige por la función de desplazamientos [d]:

$$\pi_p = \pi_p(u_i, v_i, u_j, \dots, v_m) \quad (90)$$

La energía de deformación U tiene la siguiente expresión

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V [\varepsilon]^T [\sigma] dV \quad (91)$$

Si se introduce la ecuación (89) a la ecuación anterior:

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V [\varepsilon]^T [D][\varepsilon] dV \quad (92)$$

La energía potencial de las fuerzas internas Ω_b se define como:

$$\Omega_b = - \iiint_V [\Psi]^T [X] dV \quad (93)$$

$[\Psi]$ es la función general de desplazamiento y $[X]$ se refiere a la densidad del cuerpo.

La energía potencial de las cargas concentradas Ω_p tiene la siguiente expresión:

$$\Omega_p = -[d]^T [P] \quad (94)$$

$[d]$ representa los desplazamientos de las coordenadas nodales mientras que $[P]$ representa las cargas externas concentradas.

La energía potencial de las cargas distribuidas Ω_s viene dada por:

$$\Omega_s = - \iint_S [\Psi_s]^T [T_s] dS \quad (95)$$

La energía potencial se define como:

$$\pi_p = U + \Omega_b + \Omega_p + \Omega_s \quad (96)$$

El término $[\Psi_s]$ representa el campo de desplazamiento a lo largo de la superficie donde actúan las cargas superficiales. $[T_s]$ hace referencia a las cargas distribuidas y finalmente S representa la superficie donde actúan las cargas.

$[\Psi_s]$ se define mediante la siguiente ecuación:

$$[\Psi_s] = [N_s][d] \quad (97)$$

Dónde $[N_s]$ es la matriz de funciones calculadas a lo largo de la superficie donde interactúan las cargas:

$$\pi_p = \frac{1}{2} \iiint_V [d]^T [B]^T [D] [B] dV - \iiint_V [d]^T [N]^T [X] dV - [d]^T [P] - \iint_S [d]^T [N_s]^T [T_s] dS \quad (98)$$

De la ecuación anterior (98) se extrae el termino $[d]^T$ porque son independientes de las coordenadas x-y. Dicho esto, la ecuación quedaría:

$$\pi_p = \frac{1}{2} [d]^T \iiint_V [B]^T [D] [B] dV [d] - [d]^T \iiint_V [N]^T [X] dV - [d]^T [P] - [d]^T \iint_S [N_s]^T [T_s] dS \quad (99)$$

Se puede obtener el sistema total de carga $[f]$ de la ecuación anterior (99):

$$[f] = \iiint_V [N]^T [X] dV + [P] + \iint_S [N_s]^T [T_s] dS \quad (100)$$

De esta manera, la ecuación de la energía potencial quedará:

$$\pi_p = \frac{1}{2} [d]^T \iiint_V [B]^T [D] [B] dV [d] - [d]^T [f] \quad (101)$$

La derivada parcial de π_p con respecto de los desplazamientos nodales es:

$$\frac{\partial \pi_p}{\partial [d]} = \left[\iiint_V [B]^T [D] [B] dV \right] [d] - [f] = 0 \quad (102)$$

$$\iiint_V [B]^T [D] [B] dV [d] = [f] \quad (103)$$

$$[K] = \iiint_V [B]^T [D] [B] dV \quad (104)$$

$[K]$ es la matriz de rigidez.

Para un elemento con espesor constante, como es el cuerpo de estudio de este trabajo final de carrera:

$$[K] = t \iint_A [B]^T [D] [B] dx dy \quad (105)$$

Siendo t el espesor:

$$[K] = tA[B]^T[D][B] \quad (106)$$

Donde A viene dado por la ecuación (59). $[B]$ es definida por la expresión:

$$[B] = [\beta_i \quad \beta_j \quad \beta_m] \quad (107)$$

Y $[D]$ toma el valor de la expresión (88).

La expresión de $[K]$ para un elemento:

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{ii}] & [K_{ij}] & [K_{im}] \\ [K_{ji}] & [K_{jj}] & [K_{jm}] \\ [K_{mi}] & [K_{mj}] & [K_{mm}] \end{bmatrix} \quad (108)$$

Las ecuaciones para el elemento de estudio quedarán:

$$\begin{bmatrix} f_{1x} \\ f_{1y} \\ f_{2x} \\ f_{2y} \\ f_{3x} \\ f_{3y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{61} & K_{62} & \cdots & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (109)$$

El siguiente paso consiste en obtener la matriz de rigidez y las ecuaciones de la estructura global:

$$[K] = \sum_{e=1}^N [K^e] \quad (110)$$

En la expresión anterior (110), la matriz de rigidez está definida en términos del sistema de coordenadas global x-y.

$$[F] = [K][d] \quad (111)$$

$$[F] = \sum_{e=1}^N [f^e] \quad (112)$$

Resolviendo la ecuación (111), se obtendrían los desplazamientos nodales desconocidos de la estructura global. Una vez completado el paso anterior se conseguirían los valores de las deformaciones y tensiones en las direcciones globales x-y.

5. Análisis Numérico

El objetivo de este apartado es describir de manera general las simulaciones realizadas para obtener parámetros como K_I , K_{II} y la Integral J , considerando el comportamiento elástico y plástico del material. Los detalles del modelado numérico se encuentran en el apartado 7, describiendo dos ejemplos representativos, el análisis numérico de una grieta sin inclinación y otro de una grieta con un ángulo de 25°.

Para la obtención de los resultados del apartado □ se han realizado diferentes bloques de simulaciones. El primer conjunto de simulaciones estudia el modo de carga I ($\beta=0^\circ$) para tres longitudes de grietas normalizadas siendo la longitud de grieta normalizada a/W es decir, la longitud de la grieta dividida entre la mitad de la probeta. La longitud de la grieta normalizada para este primer bloque de simulaciones puede tomar valores diferentes (0.2, 0.5 y 0.6). En el segundo bloque se varía el ángulo de inclinación de la grieta desde 0° hasta 75° (Modo mixto) manteniendo constante tres tamaños de grieta normalizados (0.2, 0.5 y 0.6). Finalmente, en el tercer conjunto de simulaciones se fija la inclinación de la grieta a 5°, 25° y 45° (Modo mixto), mientras se varía el tamaño de la grieta normalizada desde 0.1 hasta 0.7.

En la primera simulación se obtiene K_I , la Integral J sin considerar la plasticidad del material J_{el} y la integral J considerando la plasticidad del material J_t . En el segundo y tercer tipo de simulación se obtiene el factor de intensidad de tensiones para los modos de carga I y II, además de obtener la Integral J_{el} y J_t .

El software Abaqus consta de diferentes módulos: part, property, assembly, step, interaction, load, mesh y job. Para realizar un análisis numérico correcto es conveniente seguir dichos módulos en el orden descrito. En el primer paso se ha

de definir la geometría de la probeta a estudiar. Este tipo de probeta recibe el nombre de probeta MT y se puede observar en la Ilustración 20. Con el objetivo de ahorrar coste computacional, se puede realizar simetría en las condiciones del problema. De hecho, esto se hace en el análisis numérico del modo de carga I ya que se tiene la misma disposición de grieta a los lados del vértice de la entalla central. En cambio, en las simulaciones del modo de carga mixto no se aplica simetría puesto que uno de los objetivos de este trabajo de final de carrera es analizar si se obtienen los mismos resultados para la grieta de la izquierda y de la derecha.

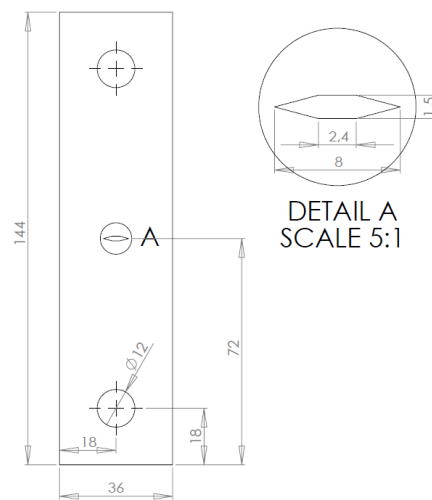


Ilustración 20. Geometría probeta MT

Una vez se ha definido la geometría, el siguiente paso es introducir a Abaqus las propiedades del material a simular, en este caso Aluminio 7075-T6. Si se desea obtener características lineales del material como G (tasa de liberación de energía) o también mencionado en este TFG como J_{el} , K_I y K_{II} se ha de introducir el Módulo de Young y el Módulo de Poisson. Pero para calcular la Integral J teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del material se emplea la ecuación de Ramberg-Osgood, modelo implementado en Abaqus con la forma que se muestra a continuación:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \alpha \frac{\sigma}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{n-1} \quad (113)$$

- Módulo de Young: 67681 MPa
- Módulo de Poisson: 0.33

- Límite elástico: 527 MPa
- Exponente (n): 32,23
- Yield offset (α): 0.2572

Además, en este módulo es dónde se crea la sección del material, tratándose de un problema en que se dan condiciones de tensión plana, siendo el espesor de la probeta de 1mm

El módulo "Step" permite definir y controlar cómo se aplican las cargas y cómo responde la estructura en cada etapa del análisis. En este apartado, se define un número máximo de 1000 incrementos para asegurar que el análisis numérico se complete sin interrupciones. El tamaño del primer incremento inicial se establece en 0.01, mientras que, para los incrementos subsecuentes, el valor máximo es de 1 y el mínimo de 1×10^{-30} . Se selecciona la opción automática para que Abaqus ajuste el tamaño del paso según lo considere más apropiado. Estas configuraciones garantizan un balance entre la precisión del análisis y la eficiencia computacional.

El siguiente módulo es "Interaction". En primer lugar, se debe seleccionar el tipo de acoplamiento de los dos orificios de la geometría. El acoplamiento permite que el movimiento de una superficie esté ligado a un único nodo que en este caso se encuentra en el centro de la circunferencia. Tras la ejecución de varios análisis, se concluyó que un acoplamiento estructurado es ideal [25], ya que produce resultados más próximos a los valores teóricos. En este módulo, también se debe crear la grieta de estudio, para lo cual se utiliza la integral de contorno, un método adecuado para el campo de la Mecánica de la Fractura [26] y en el especial para el comportamiento lineal del material lo que permite la mayor precisión en los resultados de K_I y K_{II} . Una vez creada la grieta y seleccionada su dirección de apertura, se deben imponer los valores de 0.25 en la opción "Midside node parameter ($0 < t < 1$)" debido a la singularidad de $1/r^{1/2}$. Además, en el menú "Degenerate Element Control at Crack Tip/Line", se debe seleccionar "Collapsed element side, single node" [27]. Estas configuraciones aseguran una representación precisa de las singularidades y el comportamiento de la grieta en el análisis numérico.

A continuación, se definen las condiciones de carga y de contorno en el módulo “Load”. Las simulaciones se han realizado con dos niveles de carga diferentes. Unas se han ejecutadas con 3000 N y otras con 4000 N. El motivo de aplicar dos cargas diferentes es por analizar cómo afecta la carga a los parámetros K_I , K_{II} y la Integral J como se verá en el apartado 6. No se puede aplicar una carga mayor a 4000 N porque en ciertas simulaciones no se obtienen valores lógicos debido al colapso plástico del material. Además de definir el valor de la carga también hay que seleccionar la dirección de ésta, que será en dirección y con sentido positivo. En cuanto a las condiciones de contorno, el taladro superior tiene impedido el desplazamiento en el eje horizontal pero no tiene restricciones de giro ni tampoco de desplazamiento vertical. El taladro inferior tiene restricciones en el desplazamiento vertical y horizontal, pero si tiene permitido el giro.

Para construir la malla se selecciona el módulo “Mesh”, pero es necesario haber realizado una partición alrededor del extremo de la grieta previamente, lo cual se hace en el módulo “Part”, con el motivo de crear una malla en forma de tela de araña alrededor del extremo de la grieta, que es la zona de interés. En cambio, el resto de la probeta se tiene un tipo de malla libre ya que el resto de la geometría no es de interés. El tamaño de malla seleccionado dentro de la partición es de 0.1 para que la precisión sea lo más alta posible. Pero el tamaño de la malla restante es de 1 ya que de esta manera se consigue optimizar el coste computacional. El tipo de elemento seleccionado es de tipo cuadrático con integración reducida para un problema de tensión plana. El motivo de haber seleccionado este tipo de elemento es para reducir al máximo el efecto del bloqueo por cortante. Es un problema en el análisis de elementos finitos en estructuras delgadas como placas y vigas. Ocurre cuando los elementos finitos no pueden representar adecuadamente las deformaciones por cortante, lo que lleva a resultados inexactos.

Una vez se han completado estos pasos se selecciona el último módulo, “Job”. Aunque para obtener los resultados que se desean, previamente se ha de seleccionar en el módulo “Step” los parámetros que se quieren calcular.

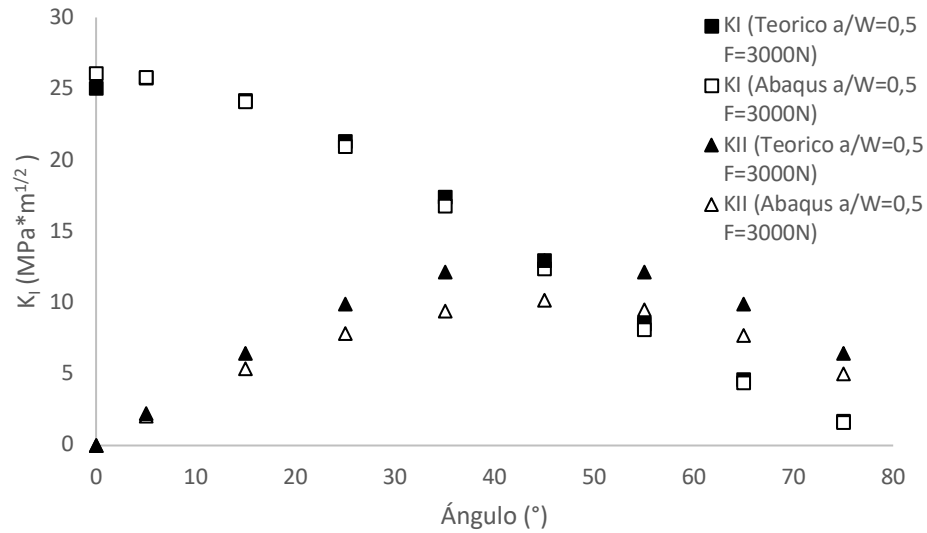
6. Resultados

En la Gráfica 1 se representan los valores obtenidos con Abaqus y los teóricos de los factores de intensidad de tensiones para los modos de carga I y II en función del ángulo de inclinación de la grieta para una longitud de grieta normalizada de 0.5. La carga aplicada en esta gráfica es de 3000 N. El objetivo de este gráfico es comparar los valores obtenidos en Abaqus con los teóricos para una longitud de grieta representativa y analizar la influencia del ángulo de inclinación de la grieta sobre K_I y K_{II} . Los valores teóricos se han obtenido mediante las ecuaciones (40) y (41) para K_I y K_{II} , respectivamente.

Los valores de K_I obtenidos con Abaqus muestran una excelente concordancia con los teóricos, con una diferencia máxima observada del 3.4% para un ángulo de 35°, mostrando un descenso progresivo en su valor con la inclinación de la grieta. En cuanto al análisis de K_{II} , los valores obtenidos con Abaqus son algo menores que los teóricos, especialmente entre 25° y 65°. Esta diferencia podría deberse al fenómeno del bloqueo por cortante o "Shear Locking".

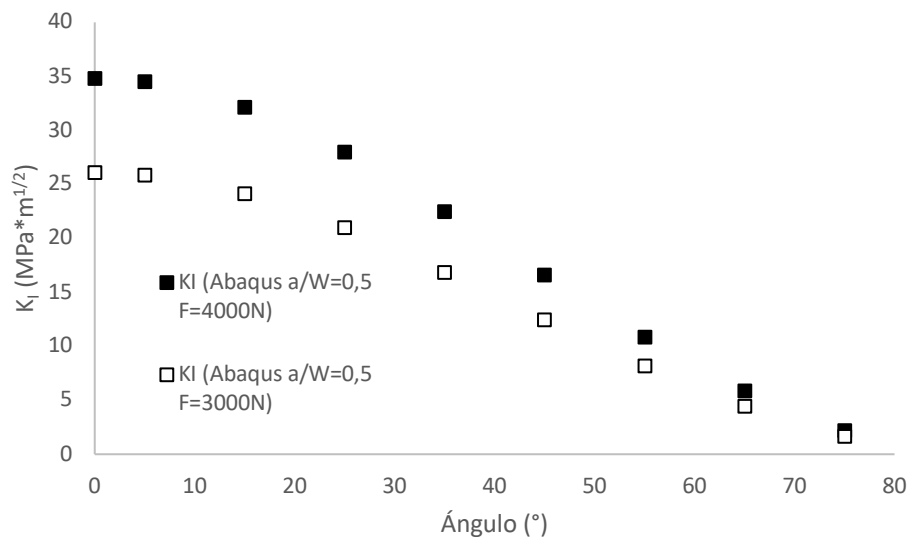
Es destacable el comportamiento simétrico observado en los valores de K_{II} . Estos aumentan gradualmente hasta alcanzar un ángulo de 45° de inclinación de la grieta, y luego muestran la misma tendencia, pero en sentido inverso, hasta alcanzar el valor más bajo a 75°. El comportamiento observado en ambos parámetros resalta claramente la influencia del ángulo de inclinación en los modos de carga de la grieta. A medida que la grieta se inclina, el modo I de carga disminuye, mientras que el modo II gana importancia, alcanzando su mayor influencia a 45°, donde se da un modo mixto puro y los valores de K_I y K_{II} son teóricamente idénticos. A partir de 45°, el modo de carga predominante es el II.

Estos comportamientos son coherentes, considerando que a medida que la grieta se inclina, la carga aplicada tiene menor tendencia a la apertura de la grieta (modo I), mientras que la tendencia al desplazamiento entre las caras de la grieta se hace más evidente hasta alcanzar 45° (modo II), donde la tensión tangencial es máxima.



Gráfica 1. Factor de intensidad de tensiones en modo I teórico y experimental para un tamaño de grieta normalizada de 0.5 sometida a una carga de 3000 N.

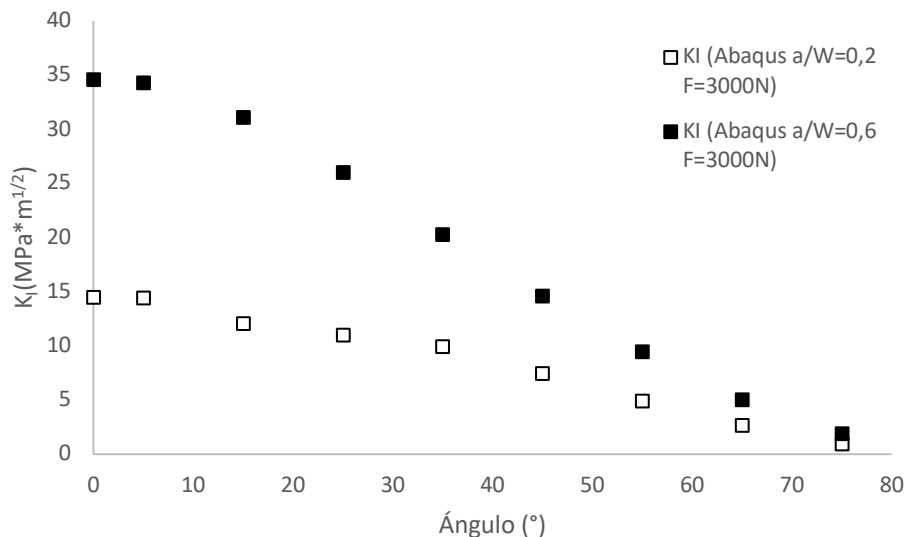
Una vez se ha verificado que los valores de K_I y K_{II} obtenidos con Abaqus se asemejan en gran medida con los valores teóricos, se procede a un análisis detallado del factor de intensidad de tensiones en modo I obtenido de Abaqus, variando parámetros como la carga aplicada y el tamaño de grieta normalizado. Posteriormente, se realiza un análisis similar para el factor de intensidad de tensiones en modo II, variando los mismos parámetros.



Gráfica 2. Factor de intensidad de tensiones en modo I para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 aplicando dos cargas diferentes de 3000 N y 4000 N.

En la Gráfica 2 se representan los valores del factor de intensidad de tensiones en modo I para un tamaño de grieta de 0.5 con dos cargas diferentes. Los cuadrados negros son valores obtenidos de “Abaqus” para una carga de 4000 N mientras que los cuadrados sin relleno representan valores de Abaqus para una carga de 3000 N. Con este gráfico se quiere estudiar la evolución de K_I con diferentes cargas en función del ángulo de inclinación de la grieta.

Cómo se observa en la Gráfica 2, al aumentar la carga también aumentan los valores del factor de intensidad de tensiones. Esto tiene sentido, pues en la expresión (32) la tensión aplicada a la probeta es directamente proporcional. Se observa como en el intervalo de 0° a 5° no hay apenas diferencia en los valores de K_I para una misma carga. Así que el modo mixto para un ángulo de 5° puede considerarse como un modo de carga I puro, pero a partir de los 15° la tendencia cambia y si se aprecia un decremento en los valores del factor de intensidad de tensiones en modo I. Se observa a su misma vez que a partir del ángulo de 55° los valores de K_I para una carga de 4000 N y 3000 N comienzan a aproximarse hasta que finalmente coinciden cuando el ángulo es de 75° . Esto puede deberse a que a partir de 55° , el modo de carga I no tenga apenas influencia en la sollicitación de la grieta.



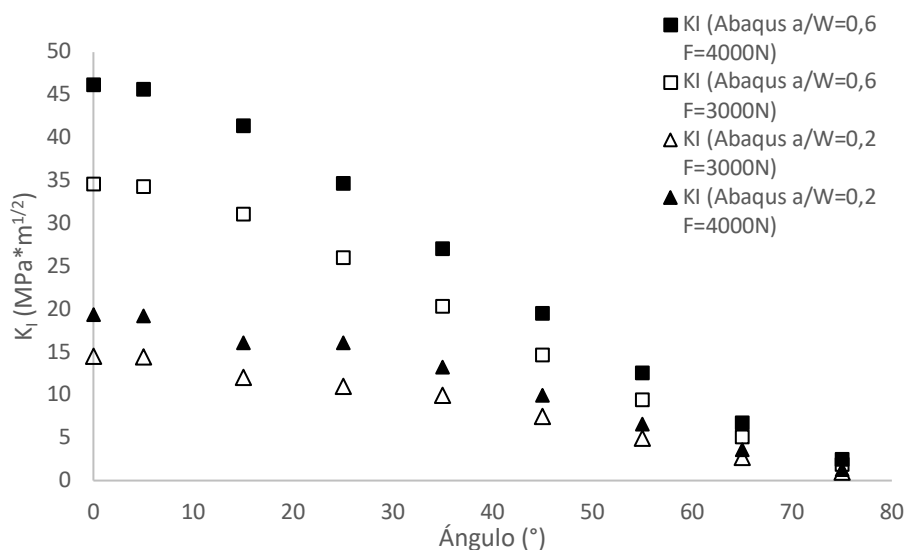
Gráfica 3. Factor de intensidad de tensiones en modo I para dos tamaños de grieta normalizados: 0.2 y 0.6 sometidas a un mismo nivel de carga de 3000 N.

La Gráfica 3 representa el factor de intensidad de tensiones en modo I para dos tamaños de grieta normalizados: 0.2 y 0.6. Y a diferencia de la gráfica anterior,

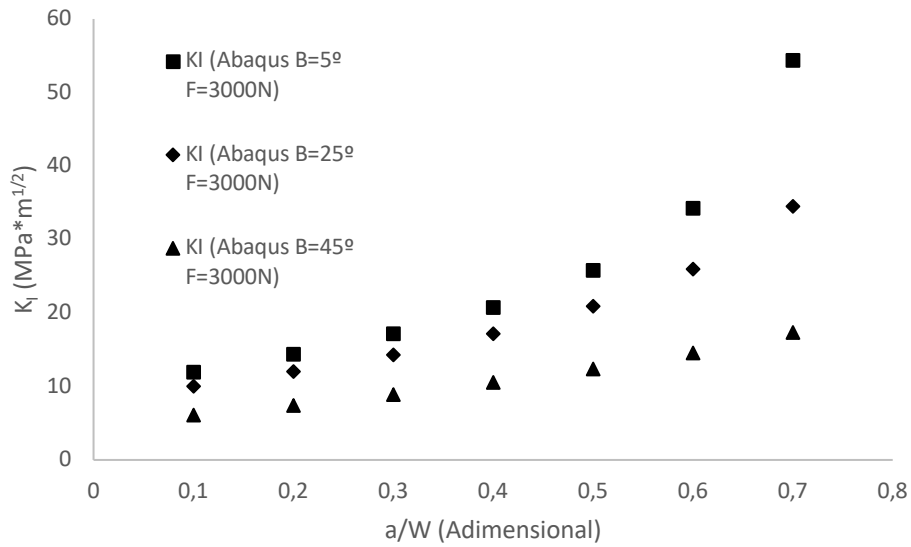
se aplica únicamente una carga de 3000 N. Con esto se pretende analizar cómo influye el tamaño de grieta en un modo mixto de carga.

En la Gráfica 2 se observó que al aumentar la carga también aumentaban los valores de K_I . En la Gráfica 3 ocurre lo mismo, pero en esta ocasión con los tamaños de grieta normalizados. Y esto es lógico, pues en la ecuación (32) el tamaño de grieta es el radicando, por lo que al aumentar el valor del tamaño de grieta también incrementa el de K_I . Al igual que la Gráfica 2, los valores de K_I desde 0° a 5° no varían, pero con una inclinación de 15° , el ángulo tiene una influencia importante y provocan el decremento del factor de intensidad de tensiones en modo I. Por tanto, el ángulo parece que influye de la misma manera en el nivel de carga aplicado y en el tamaño de grieta ya que K_I tiene el mismo comportamiento en la Gráfica 2 y en la Gráfica 3. Además, los valores de K_I para una carga 3000 N y 4000 N se aproximan entre ellos cuando se alcanzan los 55° . Por tanto, cuando se alcanza un ángulo de inclinación de 55° , el modo de carga I apenas influye en la solitación de la grieta.

Para entender mejor cómo el factor de intensidad de tensiones en modo I (K_I) varía en función del ángulo de inclinación de la grieta, y que los parámetros como el tamaño de la grieta y la carga aplicada se vuelven insignificantes cuando el ángulo alcanza los 55° , se presenta la Gráfica 4. Además, se observa que cuando el ángulo de la grieta está en el intervalo de 0° a 5° , el modo mixto puede ser estudiado como un modo de carga I puro.



Gráfica 4. Factor de intensidad de tensiones en modo I para dos tamaños de grieta: 0.6 y 0.2. Y dos cargas diferentes: 3000 N y 4000 N.



Gráfica 5. Factor de intensidad de tensiones en modo I manteniendo constante ángulos de: 5°, 25° y 45°. Para una misma carga de 3000 N.

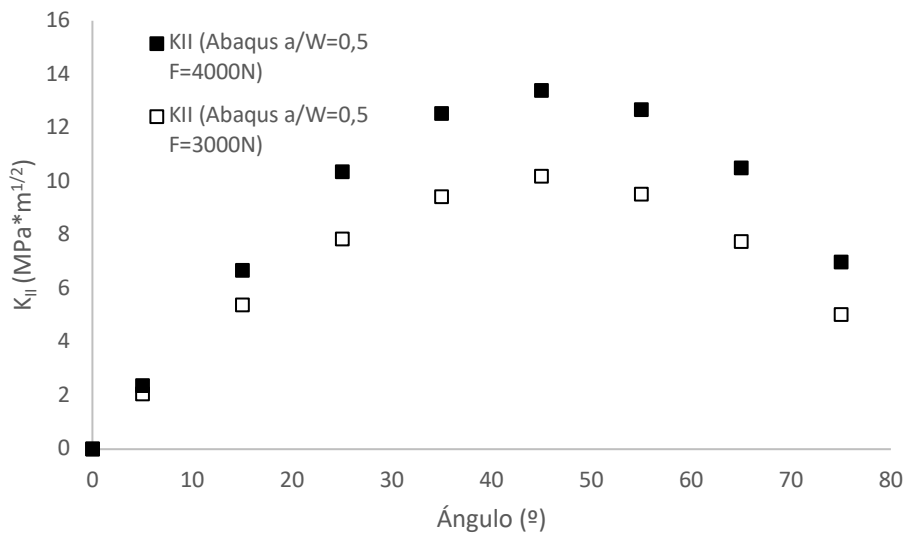
La Gráfica 5 representa los valores del factor de intensidad de tensiones en modo I, pero, con la diferencia de que en esta gráfica los ángulos son constantes mientras que en los anteriores gráficos eran los tamaños de grieta normalizados el parámetro fijo. Los cuadrados negros son valores de K_I obtenidos de “Abaqus” con un ángulo de 5°, los rombos negros corresponden a un ángulo de 25° y los triángulos representan valores de K_I para un ángulo de 45°.

Para los tres ángulos (5°, 25° y 45°) a medida que el tamaño de grieta normalizado aumenta, también lo hace el factor de intensidad de tensiones. Esto concuerda con lo que se observó en la Gráfica 3, donde los valores de K_I eran superiores para $a/W = 0.6$ en comparación con $a/W = 0.2$. También hay que señalar que los valores de K_I correspondientes a un ángulo de 45° son los menores. Esto es lógico pues es la inclinación que más alineada está con la dirección de la carga. Lo que supone que la tensión en el vértice de la grieta sea menor. Por tanto, el comportamiento es igual que los anteriores gráficos donde los valores de K_I decrecían a medida que aumentaba β .

La Gráfica 5 se advierte de que cuando se alcanza un tamaño de grieta normalizado de 0.7, los valores del factor de intensidad de tensiones en modo I

se distancian más entre las tres series. En especial para un ángulo 5° , dónde el valor de K_I sufre un crecimiento mayor que las otras dos series. Esto es debido al comportamiento asintótico de K_I , el cuál tiende a infinito cuando el vértice de la grieta se aproxima al borde de la probeta como sucede cuando $a/W=0.7$. Por este motivo no se ha analizado un tamaño de grieta normalizado de 0.8, ya que, el resultado tiende a infinito.

A continuación, se analiza el factor de intensidad de tensiones en modo II variando parámetros como el tamaño de grieta normalizado y la carga aplicada cómo se ha hecho con K_I .



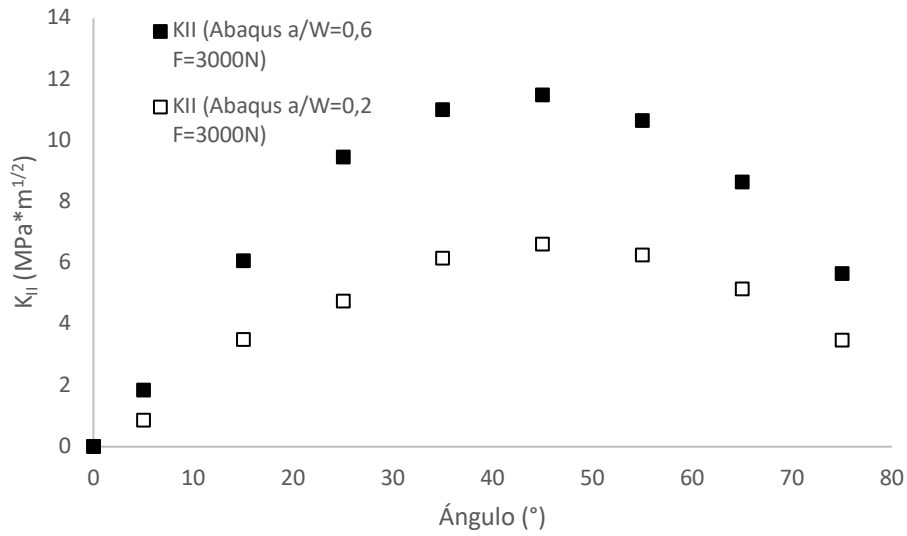
Gráfica 6. Factor de intensidad de tensiones en modo II para un tamaño de grieta de 0.5 y dos niveles de carga: 3000 N y 4000 N.

La Gráfica 6 representa los valores del factor de intensidad de tensiones en modo II para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y dos cargas diferentes: 3000 N y 4000 N.

Al igual que ocurría en la Gráfica 2 los valores de K_I también aumentan cuando se incrementa la carga. Aunque para un ángulo de 5° los valores de K_{II} son prácticamente ceros para una carga de 4000 N y 3000 N esto es debido a que el modo II apenas influye en la sollicitación de la grieta. Esto tiene sentido pues como se vio en las gráficas donde se analizó el factor de intensidad de tensiones en modo I por separado, cuando el ángulo es de 5° el modo de carga I es

prácticamente máximo. En la Gráfica 1 también ocurriría entre los valores teóricos y experimentales.

Una vez se han superado los 5°, los valores de K_{II} correspondientes a una carga de 3000 N y 4000 N se van distanciando, indicando que el modo de carga II comienza a tener mayor influencia. En la Gráfica 6, la máxima diferencia se da cuando el ángulo es de 45°, momento en el que K_{II} es también máximo.

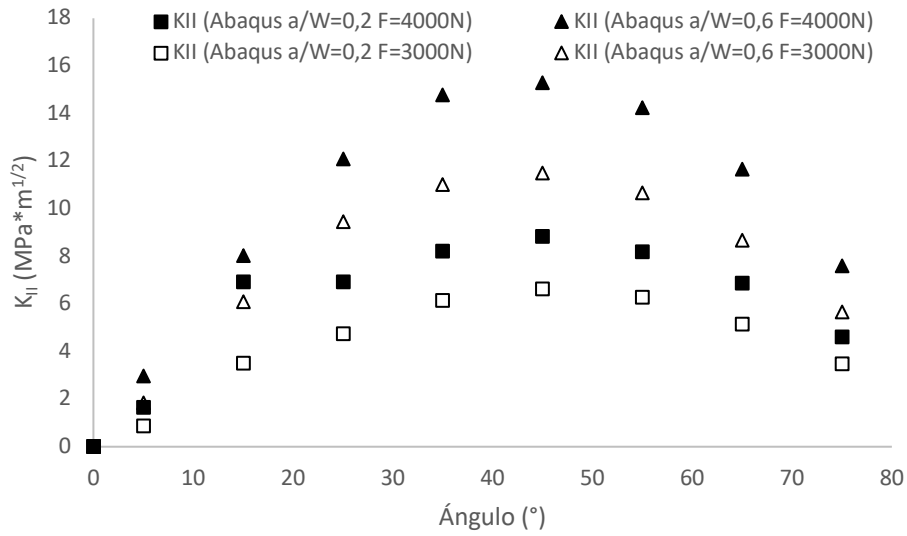


Gráfica 7. Factor de intensidad de tensiones en modo II para dos tamaños de grietas normalizados 0.2 y 0.6 para un mismo nivel de carga de 3000 N.

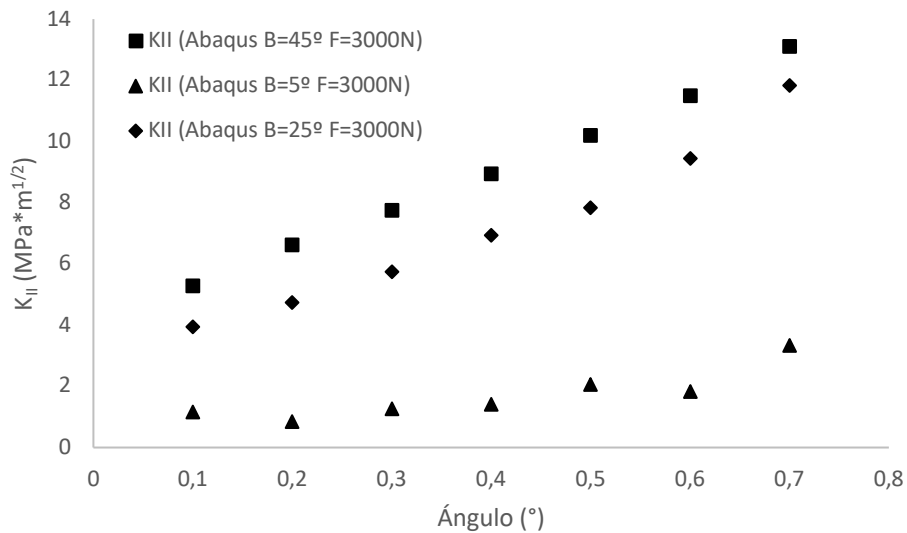
En la Gráfica 7 se representan como cuadrados negros el factor de intensidad de tensiones en modo II obtenido mediante Abaqus para un tamaño de grieta normalizado de 0.6 y una fuerza de 3000 N. Los cuadrados sin relleno son los factores de intensidad de tensiones en modo II para un tamaño de grieta normalizado de 0.2 y una carga de 3000 N.

En la Gráfica 2 se estudió cómo al aumentar la carga para dos grietas con el mismo tamaño aumentaban los valores de K_I para la grieta con mayor carga. En la Gráfica 7 ocurre lo mismo, al aumentar el tamaño de grieta también aumentan los valores de K_{II} correspondientes al tamaño de grieta mayor. Por tanto, los factores de intensidad de tensiones en modo II se comportan igual que los factores de intensidad de tensiones en modo I cuando se aumenta la carga o el tamaño de grieta. Esto se puede comprobar en las Gráfica 2 y Gráfica 3.

En la gráfica siguiente, se superponen los resultados de la Gráfica 6 y la Gráfica 6 para analizar cómo el factor de intensidad de tensiones en modo II (K_{II}) se comporta de manera consistente, independientemente del tamaño de la grieta o de la carga aplicada. Se observa que los valores de K_{II} alcanzan su máximo a 45° , donde el modo de carga mixto es predominante.



Gráfica 8. Factores de intensidad de tensiones en modo II para dos tamaños de grieta normalizados: 0.2 y 0.6. Sometidas ambas grietas a dos niveles de carga diferentes: 3000 N y 4000 N.



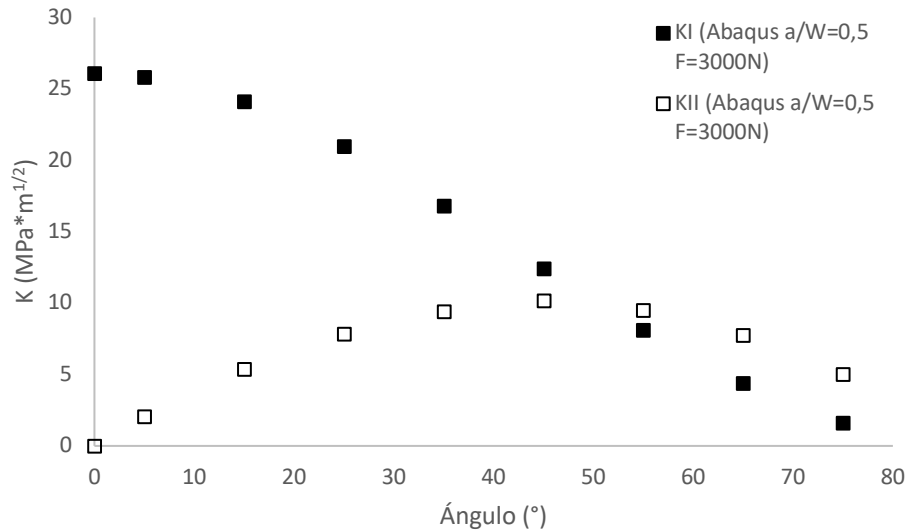
Gráfica 9. Factores de intensidad de tensiones en modo II para tres ángulos de grieta constantes: 5° , 25° y 45° . En función del tamaño de grieta normalizado.

La Gráfica 9 representa el factor de intensidad de tensiones en modo II frente al tamaño de grieta normalizado que puede tomar valores entre 0.1 a 0.7. La grieta presenta tres inclinaciones diferentes: 5° , 25° y 45° . Los cuadrados negros representan valores de K_{II} procedentes de Abaqus para una grieta de 45° y una carga de 3000 N. Los rombos negros son factores de intensidad de tensiones en modo II para una grieta de 25° y una carga de 3000 N. Y finalmente, los triángulos negros son valores de K_{II} calculados por medio de Abaqus para una inclinación de 5° y una carga de 3000 N.

Observando la Gráfica 9 los valores mayores son los correspondientes a un ángulo de 45° mientras que los menores corresponden a un ángulo de 5° . Por tanto, ocurre lo contrario que en la Gráfica 5 donde los valores máximos correspondían a un ángulo de 5° y los valores mínimos a un ángulo de 45° . Es lógico que en la Gráfica 9 los valores de K_{II} sean los mayores cuando el ángulo es de 45° porque con esa inclinación los factores de intensidad de tensiones en modo II son máximos. Este hecho también ocurre en las anteriores gráficas donde se muestra el comportamiento del K_{II} . Otra diferencia que existe entre K_I y K_{II} es que el factor de intensidad de tensiones en modo II no tiene un carácter asintótico. Un hecho que si comporten los K_I y K_{II} es que a medida que el tamaño de grieta va aumentando también lo hacen ambos factores de intensidad de tensiones.

La Gráfica 9 advierte de la diferencia que existe entre la serie de triángulos negros (K_{II} para $\beta = 5^\circ$) con respecto a las otras dos series. Además de la cercanía de los valores para un ángulo de 5° a cero. Esto confirma que para un ángulo de 5° el modo II es prácticamente inexistente; ya que, los valores son muy próximos a cero a pesar de que algún caso el tamaño de grieta normalizado sea de 0.7.

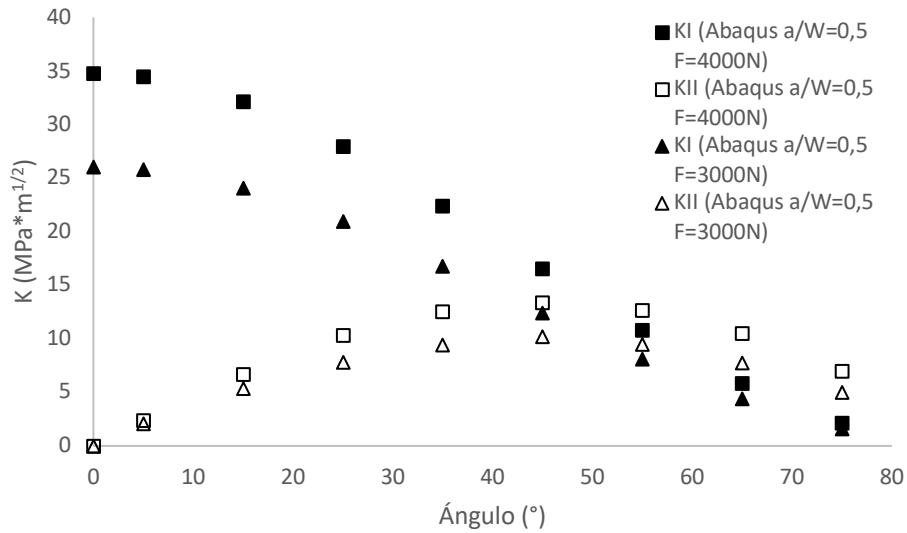
A continuación, se presentan los gráficos en los que se analizaron los factores de intensidad de tensiones K_I y K_{II} por separado. Luego, se combinan para proporcionar una comprensión más clara de cómo estos factores evolucionan en función del ángulo de inclinación de la grieta.



Gráfica 10. Factores de intensidad de tensiones para los modos de carga I y II procedentes de Abaqus para un tamaño de grieta normalizado 0.5 y una carga de 3000 N en función del ángulo de la grieta.

La representa el factor de intensidad de tensiones en modo I y II calculado mediante Abaqus para un tamaño de grieta normalizado de 0.5. La grieta es sometida a una carga de 3000 N y el valor de K_{II} varía en función del ángulo de la grieta.

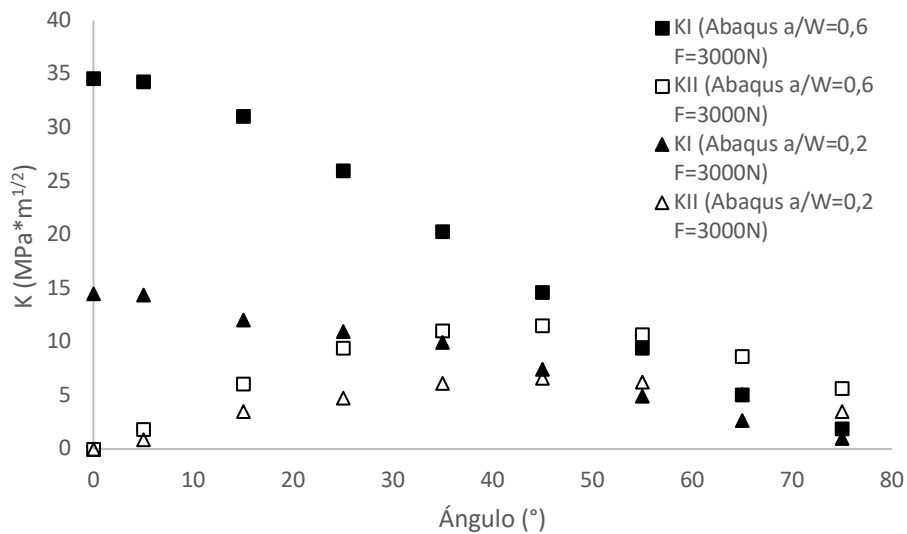
En la Gráfica 10 se observa que los valores de K_I y K_{II} no coinciden cuando el ángulo es de 45°. El motivo de esto podría deberse al bloqueo por cortante que se explicó en la Gráfica 1, debiéndose a la incapacidad de los elementos finitos de representar adecuadamente las deformaciones por cortante. Por lo que los resultados son imprecisos a pesar de a ver empleado elementos cuadráticos con integración reducida, que es una forma de mitigar este problema.



Gráfica 11. Factores de intensidad de tensiones en modo I y modo II para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y dos niveles de carga diferentes: 3000 N y 4000 N.

La Gráfica 11 representa el factor de intensidad de tensiones en modo I y modo II para un tamaño de grieta normalizado de 0.5. A la grieta se le aplica dos niveles de carga diferentes: 3000 N y 4000 N. Los valores de K_I y K_{II} varían en función del ángulo de la grieta.

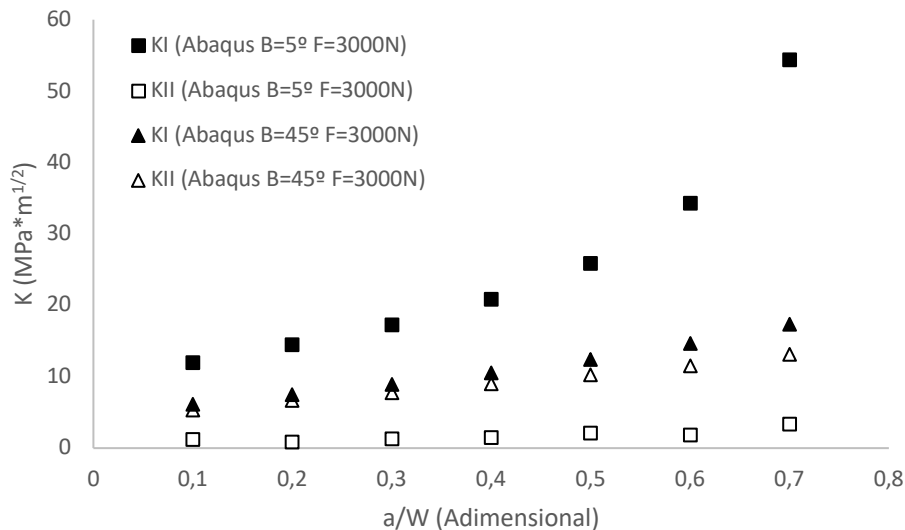
Con esta gráfica se demuestra que, cuando la grieta se alinea con la dirección de la carga, especialmente al alcanzar un ángulo de 55° , el modo I se vuelve insignificante. Esto se pone de manifiesto en que el valor de K_{II} con una carga menor supera al valor de K_I con una carga mayor, incluso si se aumenta la carga.



Gráfica 12. Factor de intensidad de tensiones en modo I y modo II para dos tamaños de grieta diferentes: 0.2 y 0.6. Con una misma carga de 3000 N.

La Gráfica 12 representa los valores del factor de intensidad de tensiones en modo I y modo II obtenidos de Abaqus para dos tamaños de grieta normalizados: 0.2 y 0.6. Las grietas son sometidas al mismo nivel de carga de 3000 N. Los valores de K_I y K_{II} varían en función del ángulo de la grieta.

Con esta gráfica se pretende mostrar el comportamiento de K_I y K_{II} en un mismo gráfico cuando se varía la longitud del tamaño de grieta normalizado para una misma carga. Y los valores de K_I y K_{II} presentan la misma tendencia que en el Gráfica 12.



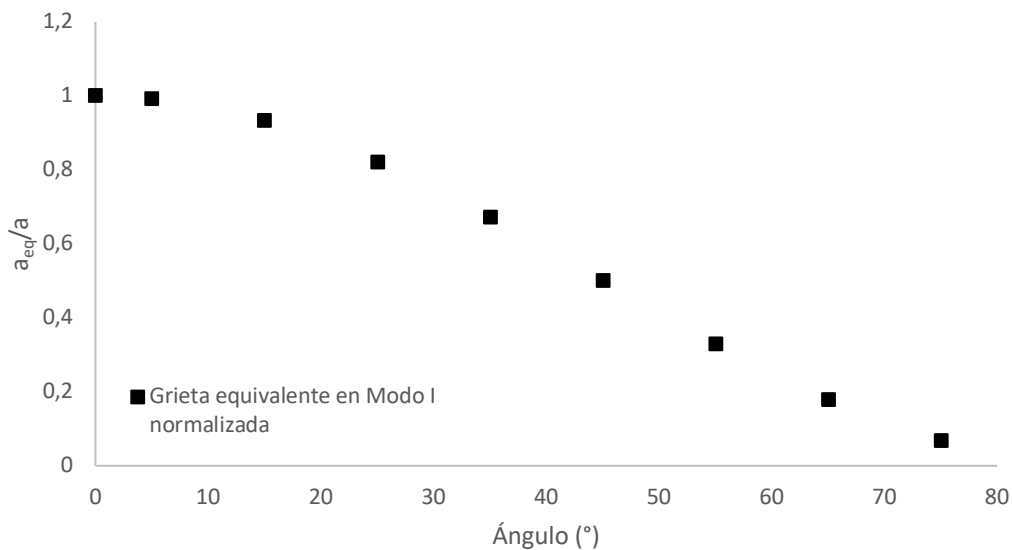
Gráfica 13. Factor de intensidad de tensiones en modo I y modo II para dos ángulos diferentes: 5° y 45° . Ambas grietas sometidas a la misma carga: 3000 N. Variando los valores de K_I y K_{II} en función del tamaño de grieta.

La Gráfica 13 representa el factor de intensidad de tensiones en modo I y modo II para dos ángulos diferentes: 5° y 45° . Ambas grietas son sometidas a una carga de 3000 N. Los valores de K_I y K_{II} varían en función del tamaño de grieta normalizado que tiene valores entre 0.1 y 0.7.

Se observa en la Gráfica 13 cómo los valores de K_I y K_{II} correspondientes a un ángulo de 5° presentan una gran diferencia. Es debido a que un ángulo de 5° provoca que el modo de carga II sea despreciable como se vio en la gráficas donde se analizaba el factor de intensidad de tensiones en modo II por separado. Por el contrario, en las gráficas donde se analizó el factor de intensidad de

tensiones en modo I un ángulo de 5° se confirmó que es prácticamente lo mismo que un modo de carga I puro. Sin embargo, cuando el ángulo es de 45° , se advierte en la Gráfica 13 cómo los valores de K_I y K_{II} son prácticamente iguales cómo se estudio en la Gráfica 11, en la Gráfica 12 y en la Gráfica 13.

A partir de la Gráfica 13 se llega a la conclusión de que una grieta que presenta una dirección lo más perpendicular posible a la dirección de la carga como es el caso de un ángulo de 5° , fracturará antes el elemento mecánico. Esto se debe a que el valor del factor de intensidad de tensiones del modo I con un ángulo entre 0° y 5° adquiere valores considerablemente más elevado que el factor de intensidad de tensiones en modo II cuando el ángulo es de 45° , que es el momento en el que K_{II} es máximo. Por tanto hay que tener un especial cuidado con aquellas grietas presentes en elementos mecánicos que tengan una dirección perpendicular a la carga o con una inclinación de 5° pues los factores de intensidad de tensiones en modo I son especialmente elevados.



Gráfica 14. Tamaño de grieta equivalente normalizado equivalente en modo I

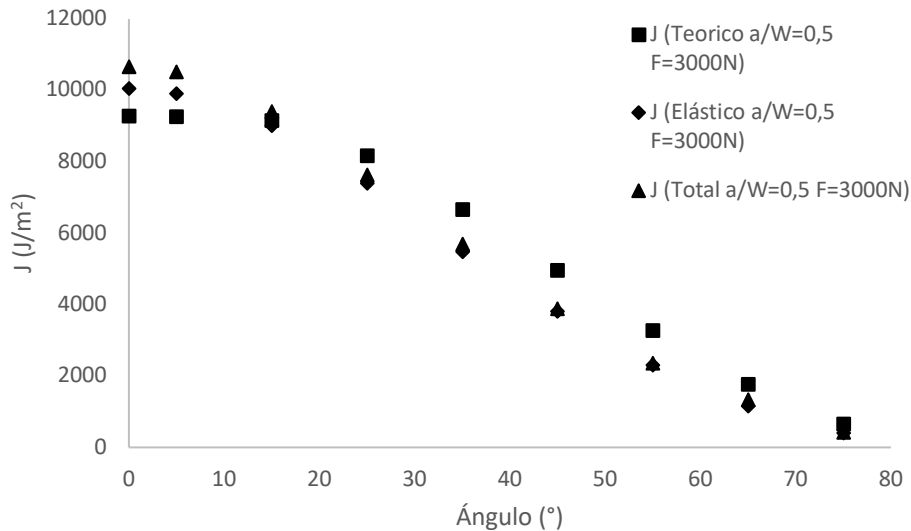
La Gráfica 14 representa el tamaño de grieta normalizado equivalente en modo I ($\frac{a_{eq}}{a}$) en función del ángulo de la grieta.

El tamaño de grieta equivalente en modo I se define como el tamaño de grieta que, bajo condiciones de carga exclusivamente en modo I (apertura), produce un valor de factor de intensidad de tensiones equivalente al obtenido en una

grieta sometida a un modo de carga mixto. Esta medida permite comparar la severidad de diferentes configuraciones de grietas y cargas, estandarizando el efecto del modo mixto a una condición de modo I. Este parámetro se calcula mediante la expresión (50).

En la Gráfica 14 se observa que $\frac{a_{eq}}{a}$ disminuye a medida que aumenta el ángulo de la grieta de manera similar a K_I . Esto se debe a que la expresión (45) es la suma de las ecuaciones (40) y (41) y, por tanto va a seguir la misma tendencia que el factor de intensidad de tensiones en modo I.

Una vez analizado los parámetros K_I , K_{II} y $\frac{a_{eq}}{a}$ se procede a mostrar cómo varía la energía cuando el modo de carga es mixto para ello se emplea la Integral J .



Gráfica 15. Integral J : teórico, elástico y total. Para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y una carga de 3000 N.

La Gráfica 15 representa la integral J teórico, elástico y total para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y una carga de 3000 N. La integral J , varía en función del ángulo de la grieta, que toma valores entre 0° y 75° .

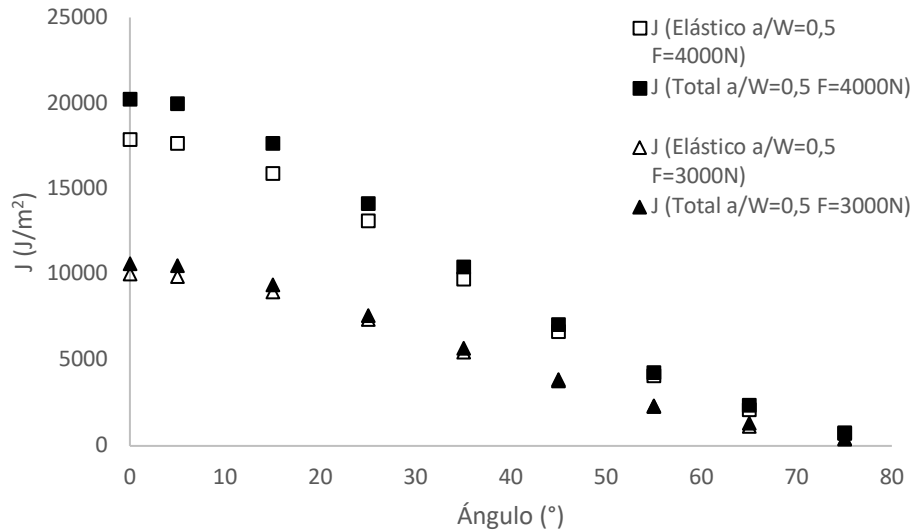
El primer paso es definir cada parámetro representado en la Gráfica 15. La J_{th} se calcula mediante la expresión (38). Por otro lado, la J_{el} es la integral J obtenida mediante Abaqus, teniendo únicamente en cuenta el comportamiento elástico del material. Y finalmente, la J_t , que es la Integral J calculada mediante Abaqus, pero teniendo en cuenta las propiedades plásticas del material.

La Integral J se comporta de manera similar que el factor de intensidad de tensiones en modo I ya que los valores decrecen a medida que aumenta la inclinación de la grieta. Esto quiere indicar que a media que incrementa la inclinación, la energía que se almacena en la fisura es menor. Por lo que la grieta no tendrá capacidad para aumentar su área. La Gráfica 15 advierte que no hay variación energética entre los ángulos 0° y 5° . Esto quiere indicar que un modo puro I y un modo mixto de hasta 5° no supone apenas cambio en los parámetros de la grieta. Esto mismo ocurría en las gráficas dónde se analiza K_I . En cambio, al igual que ocurría en las del factor de intensidad de tensiones en modo I y en la Gráfica 14 cuando se alcanza un ángulo de 15° comienza a ganar influencia en modo de carga II con respecto al modo de carga I y J comienza a decrecer.

En la Gráfica 15 se observa cómo los valores de J_t son mayores que J_{el} y J_{th} desde 0° a 5° . Esto ocurre porque J_t es la suma de la Integral J con comportamiento lineal del material y la integral J con comportamiento no lineal del material. Esta suma la proporciona Abaqus cuando se analiza plásticamente un material. Esto tiene sentido ya que la teoría considera que la Integral J no lineal es mayor que la lineal en un material elasto-plástico porque una parte de la energía absorbida no se recupera por el resto plástico debido al crecimiento de grieta. Por este motivo, se ha considerado oportuno nombrar Integral J_t cuando se realiza un análisis elasto-plástico en Abaqus.

El hecho de que J_t sea mayor desde 0° a 5° es un indicio de que para ese rango de valores el vértice de la grieta plastifica. Aunque esta suposición se podrá estudiar más a fondo en futuros gráficos.

Cuando el ángulo es de 15° , J_{el} y J_t coinciden. Esto indica que los valores son los mismos por lo que no hay parte plástica. Esto tiene sentido, pues se ha dicho que a media que el ángulo aumenta, los parámetros de la grieta disminuyen.

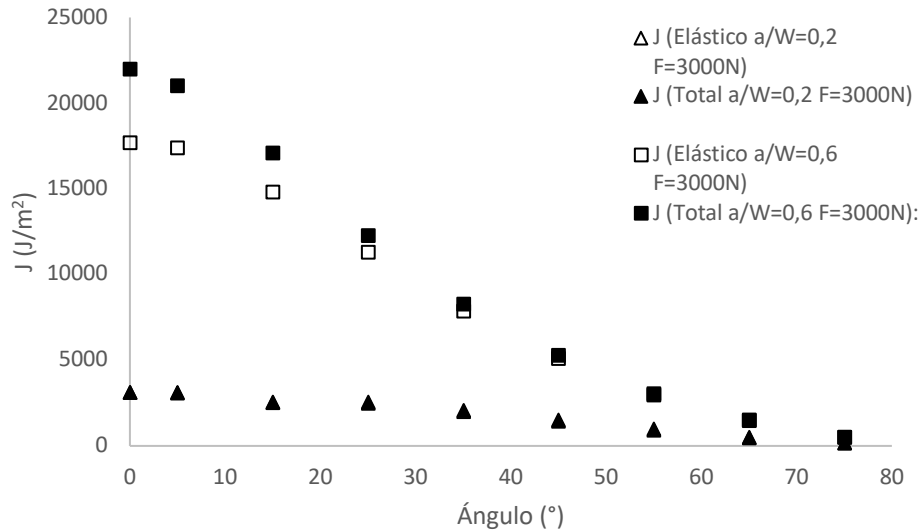


Gráfica 16. Integral J: elástico y total. Para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y dos cargas diferentes: 3000 N y 4000 N.

La Gráfica 16 representa los valores de la Integral J correspondientes a un comportamiento lineal del material, obtenidos mediante Abaqus, para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y una carga de 3000 N y 4000 N. Además, se observa la Integral J_t , para un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y dos cargas diferentes: 3000 N y 4000 N.

Se advierte que los valores de la Integral J elástico y total prácticamente coinciden para una carga de 3000 N. Esto indica que no hay prácticamente influencia de la plasticidad en el vértice de la grieta ya que la Integral J teniendo en cuenta el comportamiento elástico del material y teniendo en cuenta el comportamiento elasto-plástico tienen el mismo valor. Sin embargo, la Integral J elástico y total para la carga de 4000 N muestra una mayor diferencia. Esto es debido al incremento en el valor de carga. Aunque ambos parámetros coinciden en un ángulo de 35° por lo que la plasticidad no induce a este distanciamiento de los valores.

Al igual que ocurría en la Gráfica 15 con un ángulo de 55° los valores de la Integral J , tanto elástico como plásticos coinciden para las dos cargas.



Gráfica 17. Integral J: elástico y total. Para dos tamaños de grieta normalizados: 0.2 y 0.6. Ambas grietas sometidas al mismo nivel de carga.

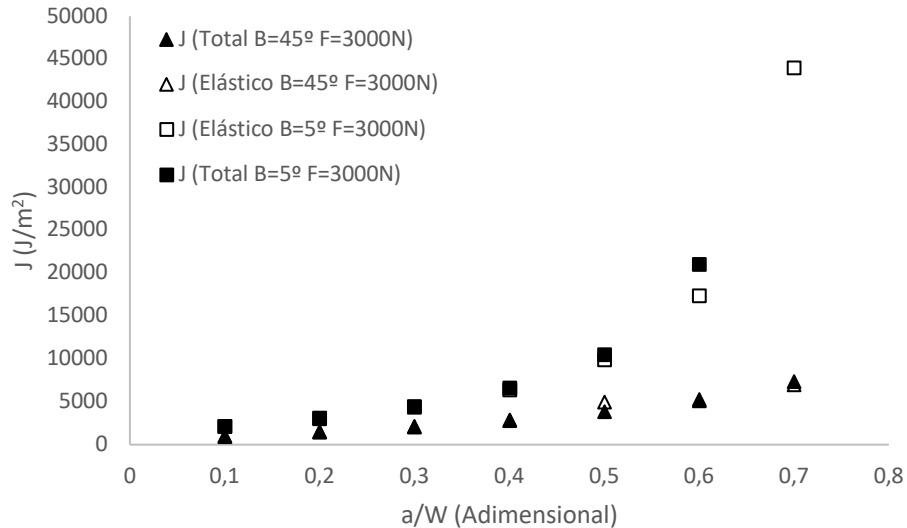
La Gráfica 17 representa la Integral J_{el} para un tamaño de grieta normalizado de 0.6 y una carga de 3000 N como cuadrados sin relleno. Los cuadrados negros son valores de J_t para un tamaño de grieta normalizado de 0.6 y una carga de 3000 N. Los triángulos sin relleno corresponden a J_{el} con un tamaño de grieta normalizado de 0.2 y una carga de 3000 N. Finalmente, los triángulos negros representan J_t , para un tamaño de grieta normalizado de 0.2 y una carga de 3000 N.

Se observa en la Gráfica 17, cómo los valores de J , tanto elástico como total coinciden para un tamaño de grieta normalizado 0.2. Esto quiere indicar, que no hay influencia de la plasticidad en el vértice. Esto también ocurría en la Gráfica 16, con un tamaño de grieta normalizado de 0.5 y una carga de 3000 N.

En cambio, para un tamaño de grieta normalizado de 0.6, sí existe una mayor diferencia entre los valores de J_{el} y J_t . En especial, entre 0° y 5°, dónde se vio que no hay apenas variación entre un modo de carga I puro y el modo mixto. Pero cuando la grieta presenta una inclinación de 25°, J_{el} y J_t coinciden, por lo que a partir de ese momento la influencia de la plasticidad desaparece, siendo el ángulo el parámetro más restrictivo.

Al igual que ocurría con los factores de intensidad de tensiones en modo I, cuando el ángulo es de 55° los valores se aproximan unos a otros,

independientemente de la carga aplicada y del tamaño de grieta. Este hecho ocurría también para la Gráfica 16 y pone de manifiesto lo indicado anteriormente respecto a que el ángulo llega un momento que se vuelve el parámetro más restrictivo, independientemente del valor de carga aplicado e incluso la longitud de grieta analizada.



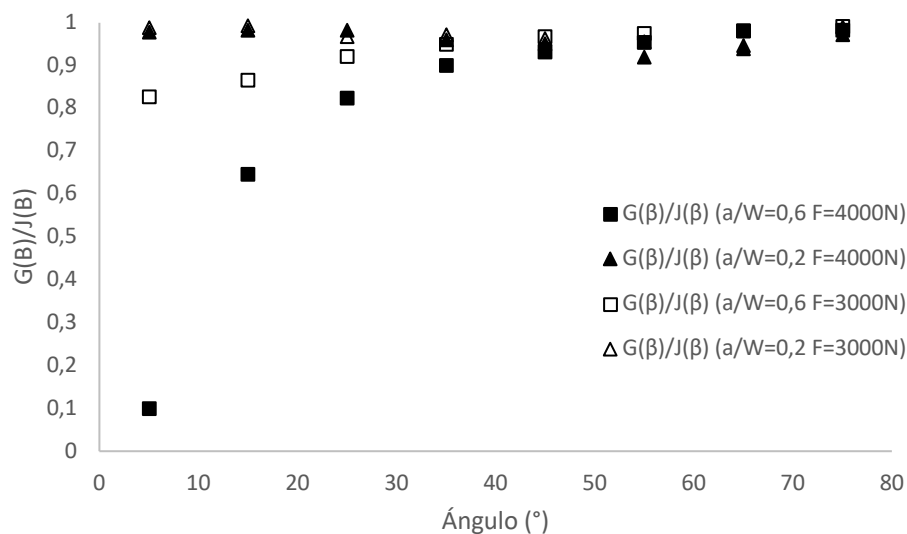
Gráfica 18. Integral J: elástico y total. Para dos ángulos: 5° y 45°. Y un mismo nivel de carga de 3000 N.

En la Gráfica 18 se representa la Integral J_t para un ángulo de 5° y una carga de 3000 N (cuadrados negros). La J_{el} , para un ángulo de 5° y una carga de 3000 N, se muestran mediante cuadrados sin relleno. También se presenta la Integral J_t para un ángulo de 45° y una carga de 3000 N mediante triángulos negros. Los triángulos sin relleno hacen referencia a J_{el} para un ángulo de 45° y una carga de 3000 N. Los valores de J_{el} y J_t varían en función del tamaño de grieta normalizado.

Se observa que, para ambos ángulos, la J_{el} y J_t prácticamente son idénticos para todos los tamaños de grieta normalizados. Esto quiere indicar que en el vértice de la grieta se da poca influencia de la plasticidad debido al nivel de carga aplicado. Aunque, cuando se alcanza un tamaño de grieta normalizado de 0,6, los valores de J_{el} y J_t comienzan a distanciarse. Por tanto, la influencia de la plasticidad va aumentando. Se aprecia cómo el valor de J_t para un tamaño de grieta normalizado de 0,7 no se ha representado ya que el material llegaba al

colapso plástico y el valor obtenido se aproxima a infinito. Por tanto, se podría afirmar que para un ángulo de 5° , un tamaño de grieta normalizado de 0.7 y una carga de 3000 N, es donde se da la mayor influencia de la plasticidad debido a la diferencia más elevada entre los valores de la integral J , elástico y total.

La Gráfica 18 advierte que cuando el tamaño de grieta normalizado es de 0.2, los valores de la Integral J , tanto elásticos como totales, para ambos ángulos coinciden. Esto tiene sentido, pues cuanto más pequeño sea el tamaño de la grieta menor energía almacena la grieta, por tanto, los valores se aproximan a cero. Esto mismo ocurriría en anteriores gráficos cuando el ángulo aumentaba.



Gráfica 19. Tasa de liberación de energía normalizada para dos tamaños de grieta normalizados: 0.6 y 0.2. Ambas grietas sometidas a dos niveles de carga: 3000 N y 4000 N.

Se observa en la Gráfica 19, cómo los valores de la Integral J , cuando el ángulo es de 5° son los mayores, cuando el tamaño de grieta normalizado comienza a incrementar de valor. Después de haber analizado las anteriores gráficas, se ha demostrado que, a menor valor del ángulo de inclinación de la grieta, los valores de la Integral J son mayores.

La Gráfica 19 representa la Tasa de Liberación de Energía normalizada $\frac{G(\beta)}{J(\beta)}$ en función del ángulo de la grieta. Esta medida está calculada para dos cargas diferentes y dos tamaños de grieta normalizados. Las cargas son 3000 N y 4000 N, y los tamaños de grieta normalizados son 0.2, y 0.6. La Tasa de Liberación de Energía normalizada permite conocer la influencia de la plasticidad en el

vértice de la grieta. Si el valor de $\frac{G(\beta)}{J(\beta)}$ se aproxima a uno significa que el análisis está siendo puramente elástico. Atendiendo a esto, esta mayor influencia se observa para mayor nivel de carga, mayor longitud de grieta y menor ángulo de inclinación de la grieta. que existe en el vértice de la grieta.

En la Gráfica 19, se observa que los triángulos, los cuáles hacen referencia a un tamaño de grieta normalizado de 0.2, no hay diferencia entre una carga de 3000 N y 4000 N. Por tanto, se puede confirmar lo dicho en Gráfica 18. Para un tamaño de grieta normalizado de 0.2 el vértice de la grieta se encuentra en régimen elástico para una carga de 3000 N y 4000 N. Además, el análisis es prácticamente elástico porque la tasa de liberación de energía normalizada para los dos niveles de carga se aproxima a uno.

Por otro lado, se confirman los indicios de que un tamaño de grieta normalizado de 0.6 y una carga 4000 N, el vértice de la grieta plastifica completamente cuando el ángulo es de 5°. Porque el valor de la tasa de liberación de energía normalizado vale prácticamente cero. Lo que quiere decir que el análisis es predominantemente plástico, aunque cuando el ángulo es de 15°, la tasa de liberación de energía normalizada se aproxima a 0.6. Esto tiene sentido pues a medida que el ángulo aumenta, los valores energéticos de la grieta disminuyen. Cuando la carga es de 3000 N, el valor de $\frac{G(\beta)}{J(\beta)}$ es aproximadamente 0.8. Con esto se observa que el Aluminio 7075-T6 pasa de un régimen elástico a plástico de manera espontánea sin ningún tipo de progresión. Esto se puede deberse al exponente de endurecimiento, que provoca que la curva tensión-deformación en la zona plástica sea prácticamente horizontal. Por lo tanto, pequeñas variaciones de carga inducen elevadas variaciones de deformaciones.

A medida que el ángulo de la grieta aumenta, todos los valores se aproximan independientemente del tamaño de grieta y de la carga aplicada. Por tanto, la tasa de liberación de energía normalizada sigue el mismo comportamiento que el resto de los parámetros que caracterizan la grieta.

Esto puede estar influenciado con la aparición del modo de carga II en la apertura de la grieta ya que para un ángulo de 5°, el modo de carga II es despreciable y se puede seguir considerando como modo de carga I. A partir de 15°, todos los

valores de $\frac{G(\beta)}{J(\beta)}$ son próximos entre ellos independientemente del tamaño de grieta y de la carga aplicada. Este cambio de tendencia al pasar de un ángulo de 5° a 15° ocurre también con el tamaño de grieta equivalente en modo I normalizado, pues se observa que para un ángulo de 5° , la grieta en modo mixto tendrá el mismo tamaño que una grieta en modo I. En cambio, cuando se alcanzan 15° , se observa un cambio en la tendencia, traduciéndose en una reducción del tamaño de grieta equivalente en modo I. A partir de 15° , los valores de $\frac{a_{eq}}{a}$ siguen una tendencia lineal hasta ser prácticamente cero cuando el ángulo sea de 75° . Un valor interesante ocurre cuando se alcanza un ángulo de 45° , donde el valor del tamaño de grieta equivalente en modo I es de 0.5 justo cuando el modo de carga mixto es máximo. Por tanto cuando el modo de carga es máximo la grieta equivalente en modo I sería la mitad de tamaño.

7. Conclusiones y trabajos futuros

Tras la presentación y análisis de los resultados obtenidos en las simulaciones numéricas, donde se evaluaron parámetros asociados al comportamiento lineal del material como K_I y K_{II} , así como aquellos correspondientes al comportamiento no lineal del material, como la integral J , se llega a las siguientes conclusiones.

Las simulaciones numéricas realizadas han proporcionado valores de K_I que muestran una excelente correlación con los valores teóricos. Sin embargo, los factores de intensidad de tensiones en modo II (K_{II}) presentan una mayor discrepancia respecto a los valores teóricos, probablemente al fenómeno del bloqueo por cortante (Shear Locking), como se explicó en el apartado 5. También se ha podido comprobar que el modo mixto puro se da con un ángulo de 45° , ya que los valores obtenidos de los análisis numéricos de K_I y K_{II} son prácticamente iguales.

Una de las conclusiones a las que se ha llegado es que el modo de carga mixto con una inclinación de hasta 5° presenta los mismos valores de K_I que un modo I, lo que indica que el modo de carga I es predominante en la apertura de la grieta, ya que el modo II presenta valores cercanos de K_{II} cercanos a cero.

Cuando la grieta alcanza una inclinación de 55° , el modo de carga I deja de influir significativamente en la apertura de la grieta. Aunque se incremente la carga o el tamaño de la grieta, los valores de K_I tienden a converger y finalmente se aproximan a cero. Además, en este ángulo, los valores de K_{II} superan a los de K_I , lo que sugiere que sería beneficioso emplear los valores del factor de intensidad de tensiones en modo II como criterio de seguridad, dado que es más restrictivo.

Asimismo, se ha representado el tamaño de grieta equivalente en modo I normalizado, el cual refleja la influencia del modo I en la solitación de la grieta, que exhibe un comportamiento congruente con el factor de intensidad de tensiones K_I .

En la Gráfica 13 se observa que el factor de intensidad de tensiones en modo I muestra un comportamiento asintótico, mientras que los valores del factor de intensidad de tensiones en modo II no presentan esta característica. Por lo tanto, se debe tener especial cuidado con las grietas presentes en elementos mecánicos que formen un ángulo perpendicular o cercano a la dirección de la carga, ya que esto supondrá valores elevados de K_I .

La integral J , que caracteriza el comportamiento no lineal del material, muestra una fuerte concordancia entre los valores teóricos y los obtenidos mediante Abaqus cuando las propiedades del material son elásticas, confirmando así la validez de los análisis numéricos. La tendencia de la integral J es comparable a la de K_I , lo cual es coherente dado su origen matemático, aunque a diferencia de K_I , no exhibe un comportamiento asintótico.

En el caso del Aluminio 7075-T6, es importante destacar que debido a su coeficiente de endurecimiento se pasa de un régimen elástico a plástico de una manera espontánea. Para una carga de 3000 N, el material se encontraba en régimen elástico, mientras que, al aumentar la carga a 4000 N, el material colapsaba repentinamente. Esta es el principal motivo por el cual no se ha podido aumentar la carga y estudiar diversos valores de carga.

Una vez presentados las conclusiones, se puede identificar ciertos aspectos que podrían investigarse más a fondo, o explorarse mediante la modificación de algunos de los parámetros considerados en este trabajo.

Como principal trabajo futuro sería el análisis experimental del trabajo numérico realizado en este trabajo final de grado. Así, este trabajo numérico puede servir de validación de los resultados obtenidos a partir del trabajo experimental. Otros trabajos futuros podría ser el análisis numérico en modo mixto para una probeta MT (la probeta utilizada en este TFG) con distintos materiales, con el fin de comprobar si existen diferencias sustanciales en comparación con los resultados de este trabajo. Además de variar el material, también se podrían realizar estas simulaciones numéricas cambiando la geometría de la probeta, es decir, cambiar la probeta MT por otro tipo de probeta como sería la CT para evaluar la influencia de la geometría en los resultados.

Un área no explorada en este trabajo ha sido la fatiga, por lo que sería interesante analizar cómo una carga cíclica afecta a una grieta que presenta un modo de carga mixto. Adicionalmente, se podría estudiar el modo de carga mixto utilizando la técnica de la termografía, relacionando las variaciones de temperatura con los resultados energéticos obtenidos en ese trabajo final de carrera.

Bibliografía:

- [1] **Anderson, Ted L.** Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications. s.l. : Taylor and Francis Group, 2017. 9781498728133.
- [2] **Zhang, Wei.** Researchgate. [Online] Noviembre 2016. https://www.researchgate.net/publication/310374263_Technical_Problem_Identification_for_the_Failures_of_the_Liberty_Ships.
- [3] **Coyle, Tim.** Australian Naval Institute. [Online] Australian Naval Institute, Abril 3, 2021. [Cited: Octubre 11, 2023.] <https://navalinstitute.com.au/18054-2>
- [4] **José Luis Arana, Javier Jesús González.** *Mecánica de fractura*. Bilbao : Universidad del País Vasco, 2003. 9788483734551.

- [5] **Teitel, Amy Shira.** HISTORY. [Online] A+E Television Networks, Agosto 22, 2023. [Cited: Octubre 7, 2023.] <https://www.history.com/news/how-the-challenger-disaster-changed-nasa>.
- [6] **Pané, Guiomar Huguet.** Historia National Geographic. [Online] RBA, Enero 31, 2023. [Cited: Octubre 12, 2023.] <https://historia.nationalgeographic.com.es/a/el-tragico-accidente-de-transbordador-espacial-columbia-19044>.
- [7] **Archives and Records Management.** Boston.gov. [Online] City of Boston, Enero 15, 2021. [Cited: Octubre 15, 2023.] <https://www.boston.gov/news/100-years-ago-today-molasses-crashes-through-bostons-north-end#:~:text=On%20January%2015%2C%201919%2C%20a,about%2035%20miles%20per%20hour..>
- [8] **Griffith, A. A.** *The Phenomena of Rupture and Flow in Solids*. 1920.
- [9] **C.E.Inglis.** *Stresses in a plate due to the presence of cracks and sharps corners*. Cambrigde : King's College, 1913.
- [10] **W.DALLY, JAMES.** National Academy of Engineering. [Online] National Academies. [Cited: Octubre 16, 2023.] <https://www.nae.edu/29157/Dr-George-R-Irwin>.
- [11] **Yarema, S. Ya.** Scribd. [Online] 1995. <https://es.scribd.com/document/511139076/Irwin-Publication-Contribution>.
- [12] **Withey, P.A.** Science Direct. [Online] 1997. [Cited: Octubre 17, 2023.] <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1350630797000058>.
- [13] **Wells, A.A.** *The Conditions for Fast Fracture in Aluminium Alloys with Particular Reference to the Comet Failures*. s.l. : British Welding Research Assoc, 1955.
- [14] **Paris, Paul C., Gomez, Mario P. and Anderson, William E.** *A Rational Analitic Theory of Fatigue*. Washington D.C. : The tren in Engineering, 1961.
- [15] **Irwin, G.R.** *Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness*. s.l. : Sagamore research Conference Proceeding 4, 63-78, 1961.

- [16] **Dugdale, D.S.** *Yielding in Steel Sheets Conaining Slits*. s.l. : Journal of the Mechanics and Physics of Solids 8, 100-104, 1960.
- [17] **Barenblatt, G.I.** *The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture*. s.l. : Advances in Applied Mechanics VII, 55-129, 1962.
- [18] **Wells, A.A.** *Unstable Crack Propagation in Metals: Cleavage and Fast Fracture*. s.l. : Proceedings of the Crack Propagation Symposium 1, paper 84, 1961.
- [19] *A Path Independent Integral and Approximate Anlysis os Strain Concentration by Notches and Cracks*. **J.R.Rice**. Providence : Journal of Applied Mechanics, 1986, Vol. 35.
- [20] *Relationships between the J-Integral and the Crack Opening Displacement for Stationary and Extending Cracks*. **Shih, C.F.** 4, Schenectady, New York : Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1980, Vol. 29.
- [21] **Orowan, E.** *Fracture and Strength of Solids. Fracture and Strength of Solids*. Cambrige : s.n., 1949.
- [22] **Comite técnico AEN/CTN 7 Ensayos Materiales. UNE 7540**. Madrid : AENOR, 1998.
- [23] **Ignacio Jiménez Gonzalez, José Ignacio, et al.** *Fundamentos de elasticidad y resistencia de materiales*. Jaén : Paraninfo, 2020. 9788428344425.
- [24] **L.Logan, Dary.** *A first course in the finite element method*. Wisconsin : Cengage Learning, 2015. 9781305635111.
- [25] **Abaqus.** *Abaqus Analysis User'Manual. Abaqus Documentation*. [Online]
<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt08ch28s03aus108.html>.
- [26] —. *Abaqus Analysis User'Manual. Abaqus Documentation*. [Online]
<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt04ch11s04aus56.html>.

[27] —. Abaqus User's Manual. Abaqus. [Online]
<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.5/books/usi/default.htm?startat=pt04ch20s01h1b02.html>.

8. Anexos

Simulación ángulo de grieta 0°:

Propiedades elásticas:

Part:

En la Ilustración 21 se muestra la interfaz del módulo “part” donde se genera la geometría de la probeta. El primer paso consiste en seleccionar las siguientes opciones en la pestaña emergente que se muestra en la Ilustración 22: modelo tipo 2D, deformable y placa.

Una vez realizado esto, se inicia el proceso de modelación de la geometría de la probeta MT. Se emplea una técnica conocida como simetría para reducir un problema real a un problema más simple, optimizando así el coste computacional. El primer paso es la creación de un rectángulo, utilizando la herramienta “Create lines: rectangle” con unas dimensiones de 18x144mm. Luego, se utiliza la aplicación “Create lines: Connected” para crear la grieta central. Finalmente, se crea una de las dos circunferencias presionando el botón “Create circle: Center and perimeter”. Al crear una única circunferencia, también se ha generado la mitad de la grieta.

Finalmente, se crea una de las dos circunferencias presionando el botón “Create circle: Center and perimeter”. Además de haber creado una única circunferencia, también se ha generado la mitad de la grieta. Esto se hace para luego utilizar la herramienta “Mirror”, que permite copiar y reflejar la selección, recreando el efecto de un espejo.

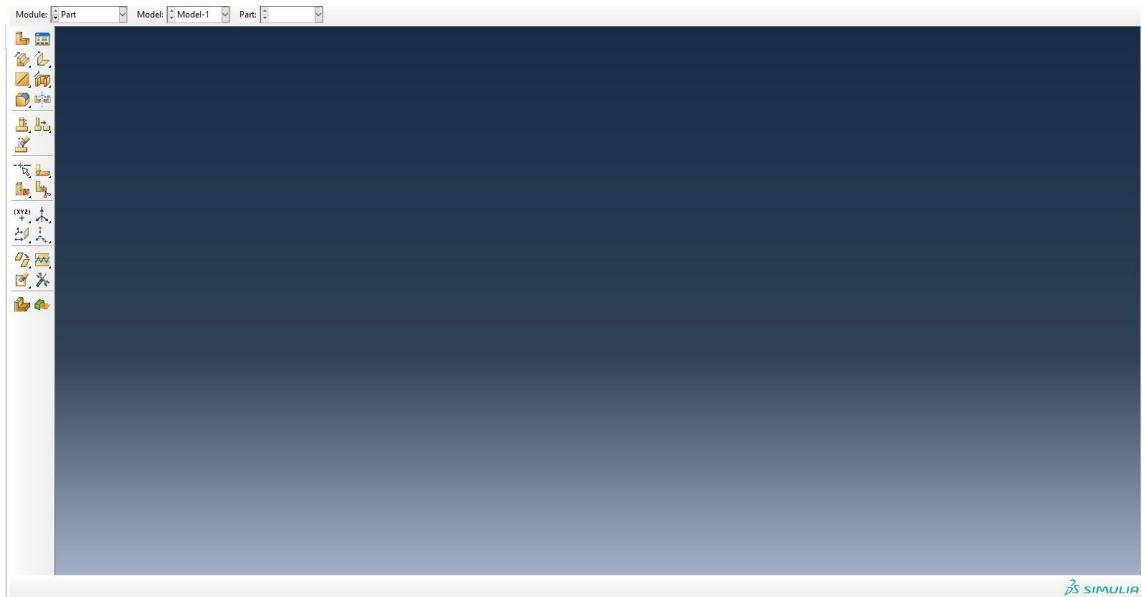


Ilustración 21. Interfaz del módulo “Part”.

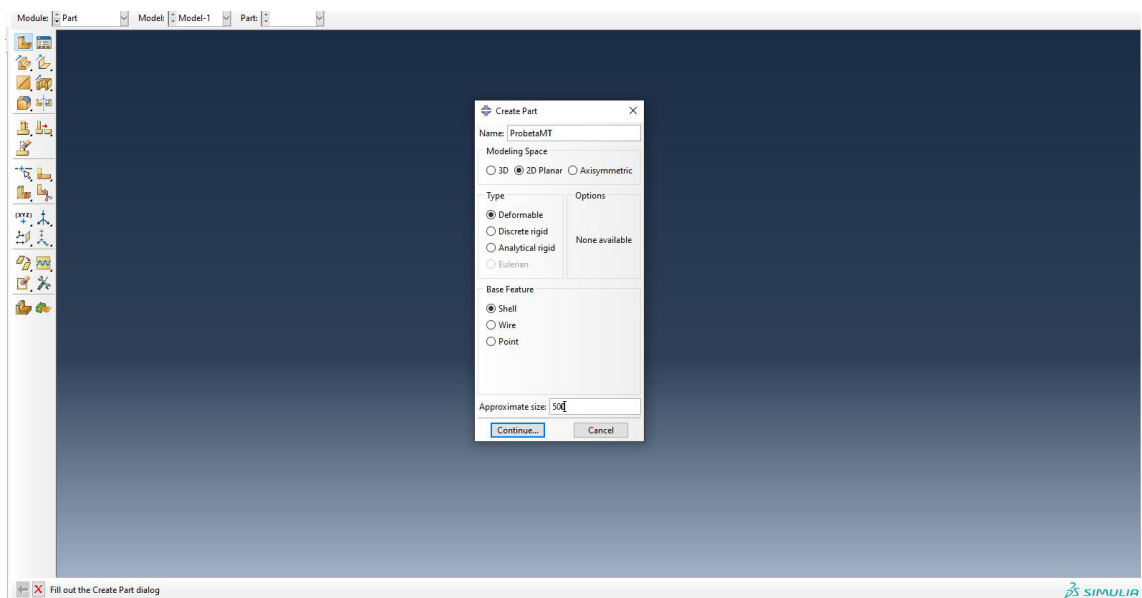


Ilustración 22. Creación del módulo “Part”.

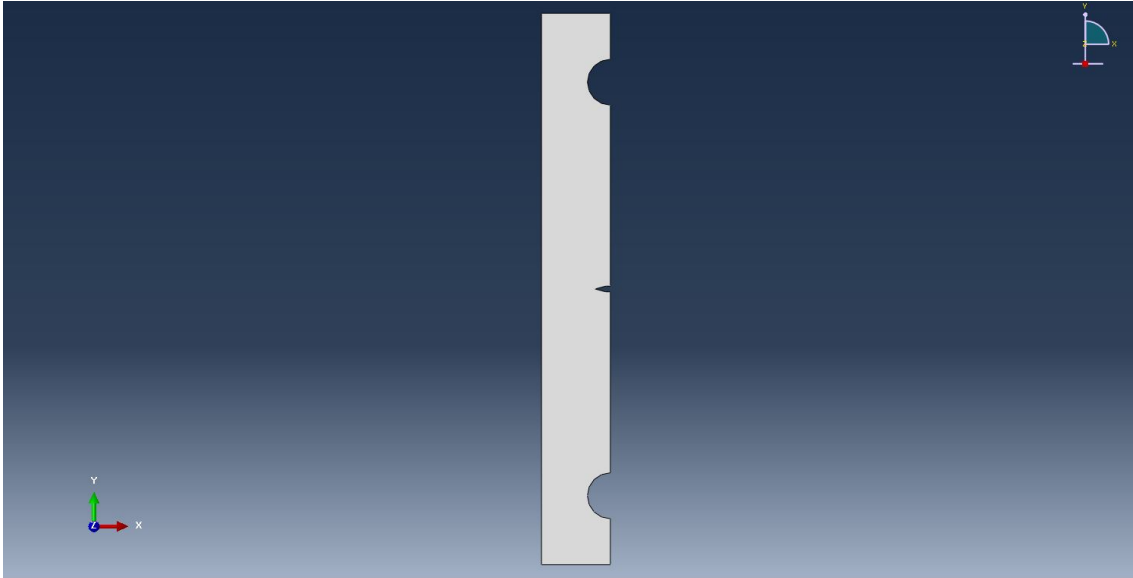


Ilustración 23. Mitad de la probeta MT.

Una vez completados estos pasos, la probeta se presentará como se muestra en la Ilustración 23. Posteriormente, se utiliza la herramienta “Partion face: Sketch” para generar una grieta que se origina en el vértice de la grieta central creada anteriormente. Por ejemplo, se genera una longitud de grieta normalizada de 0.5. lo que corresponde a una longitud real de 9 mm. En este paso, también se crea una circunferencia centrada en el vértice de la grieta de estudio, con un radio igual a la mitad de la longitud de la grieta, es decir, 4.5 mm. La razón para crear esta circunferencia es aumentar la densidad de elementos finitos en esa zona, dado que es el área de interés. Dentro de esta circunferencia, se realiza una subdivisión en cuatro zonas para facilitar la creación futura de una malla en forma de tela de araña. El resultado se muestra en la Ilustración 24.

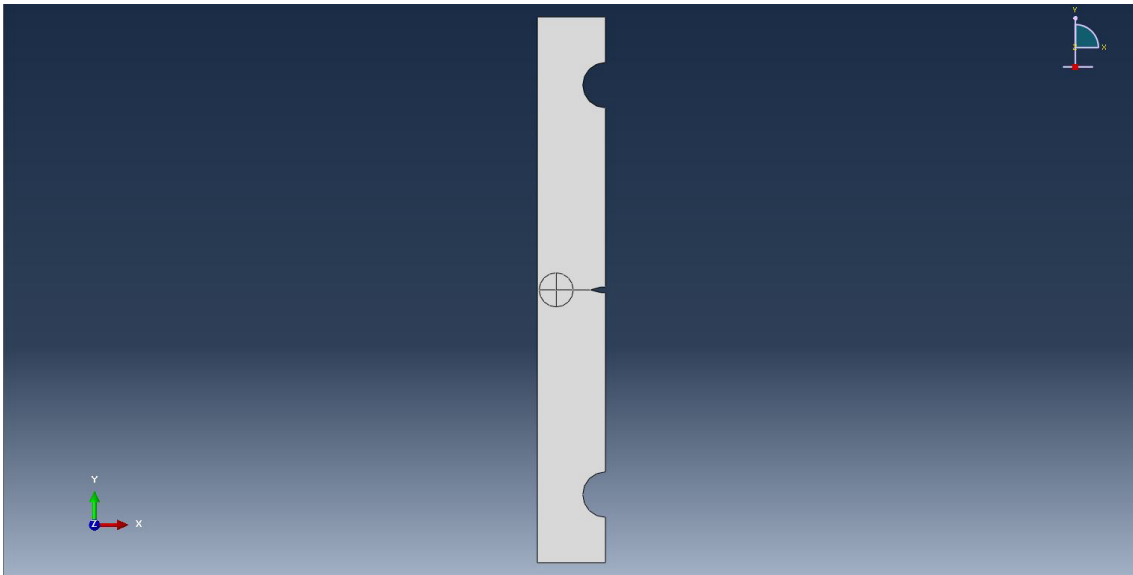


Ilustración 24. Partición de la probeta MT

Property:

En este módulo, se seleccionan las propiedades del material que constituye la probeta. Dependiendo de si se realiza un estudio elástico lineal o un estudio elasto-plástico, se deberán considerar las propiedades plásticas o no.

Esta sección, se centrará en un estudio elástico lineal, mientras que los pasos seguidos para un estudio elasto-plástico se detallarán en futuros apartados. El material utilizado es Aluminio 7075-T6, que presenta un Módulo de Young de 67681 MPa y un coeficiente de Poisson de 0.33. Para especificar estas propiedades, se debe seleccionar la herramienta "Create Material". Al hacerlo, aparece un cuadro de diálogo donde se nombra el material a emplear como se observa en la Ilustración 25. A continuación, se selecciona la opción "Mechanical", lo que despliega un menú donde se escoge "Elasticity" y finalmente "Elastic" (Ilustración 26). Por último, se introducen los valores del Módulo de Young y el coeficiente de Poisson mencionados anteriormente Ilustración 27.

Una vez completado estos pasos se selecciona la opción "Create Section", dónde aparece una ventana emergente dónde se marca "Solid" Y Homogeneous" Ilustración 28. Después se continua con el siguiente mensaje dónde se introduce el valor de 1 en la Ilustración 29.

Para completar el último pase de este módulo, se selecciona la opción “Assign Section” para asignar la sección creada a la probeta. Este paso se verifica correctamente cuando la geometría de la probeta cambia a color verde, como se muestra en la Ilustración 30.

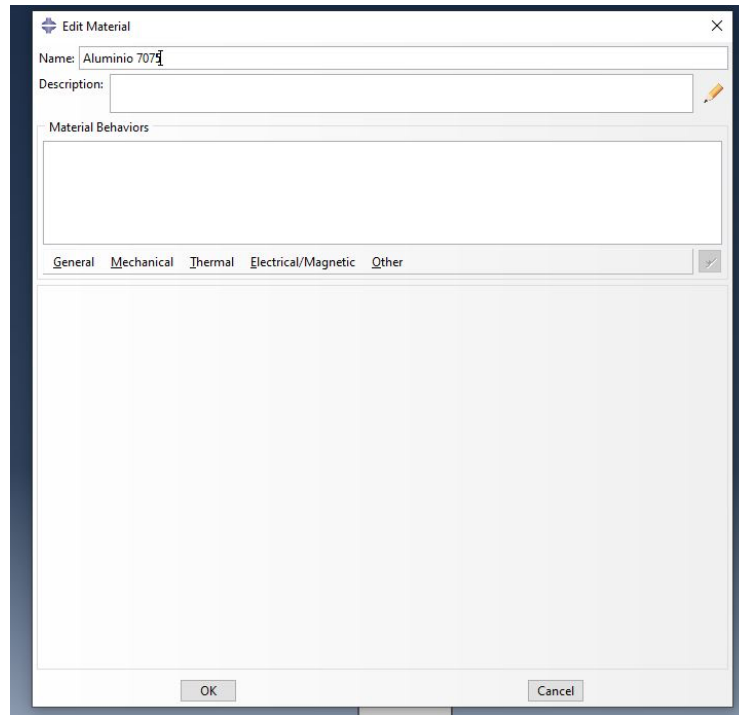


Ilustración 25. Interfaz de "Edit Material"

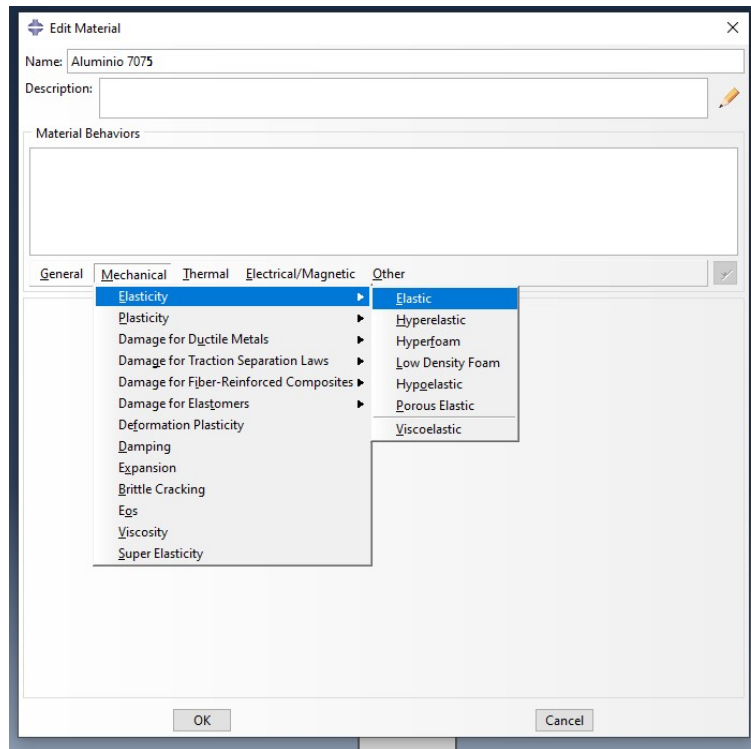


Ilustración 26. Selección de las opciones de un estudio elástico lineal.

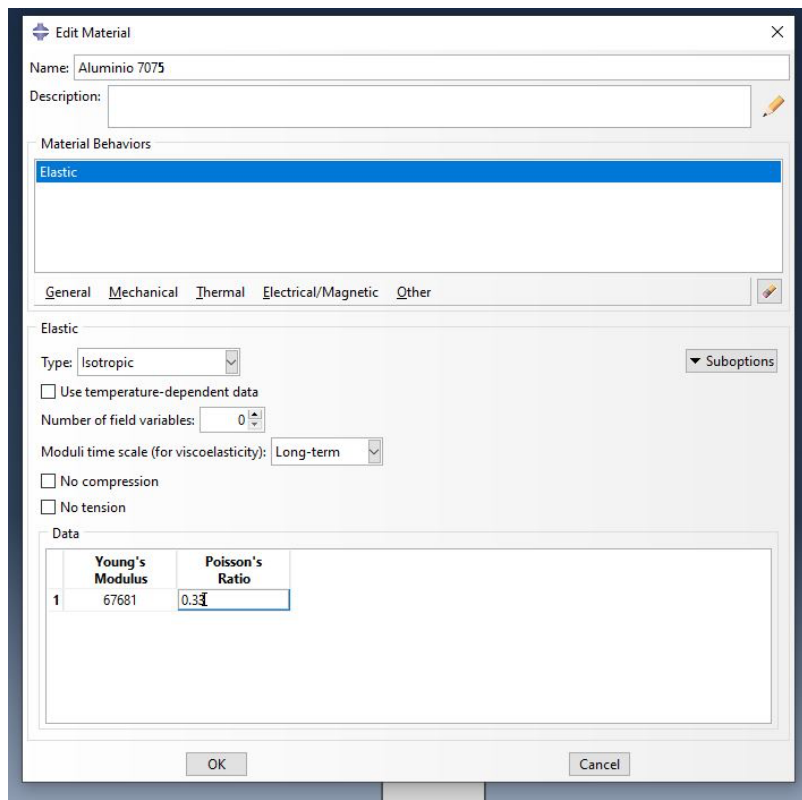


Ilustración 27. Módulo de Young y Módulo de Poisson del Aluminio 7075-T6

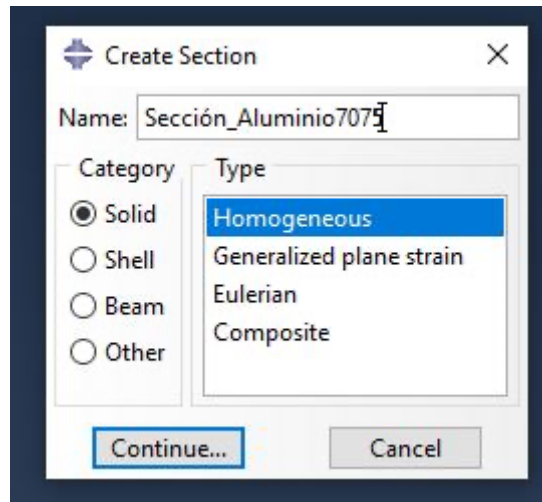


Ilustración 28. Creación de sección.

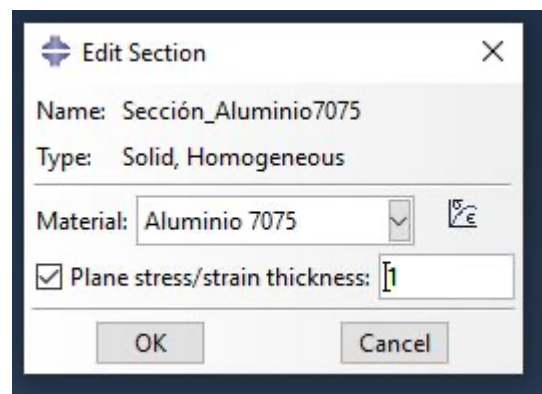


Ilustración 29. Edición de sección.

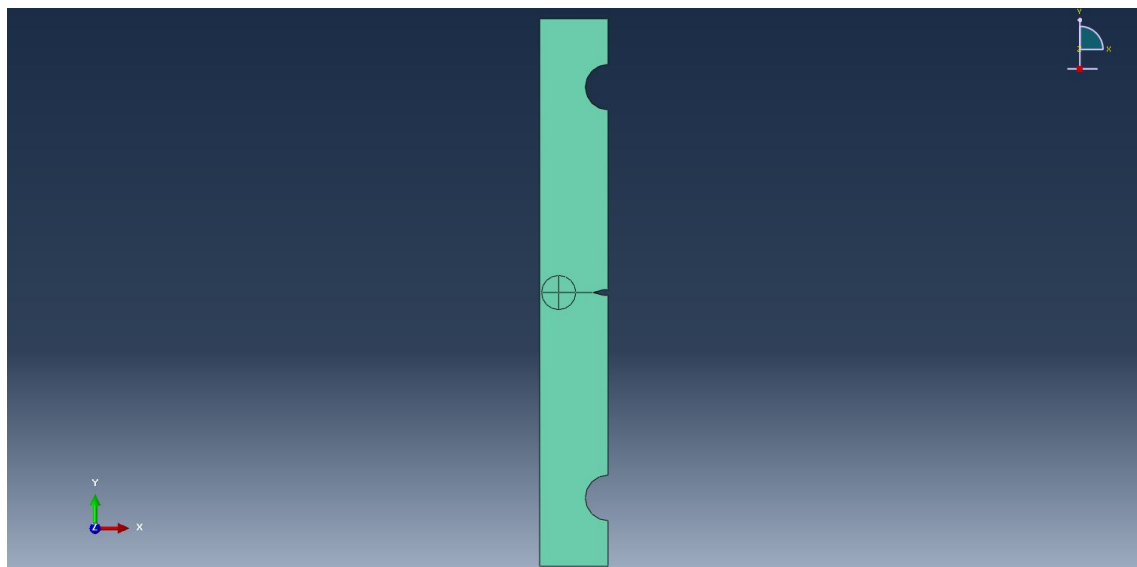


Ilustración 30. Asignación de la probeta.

Assembly:

Al seleccionar este módulo, se muestra la interfaz visible en la Ilustración 31. Para visualizar la geometría, se debe seleccionar la opción “Create Instance”. A continuación, aparece una ventana emergente donde se selecciona la geometría y se marca la casilla “Independiente”, como se muestra en la Ilustración 32. Similar al módulo anterior, este paso se realiza correctamente cuando la geometría cambia a color azul, como se observa en la Ilustración 33.



Ilustración 31. Interfaz del módulo Assembly.

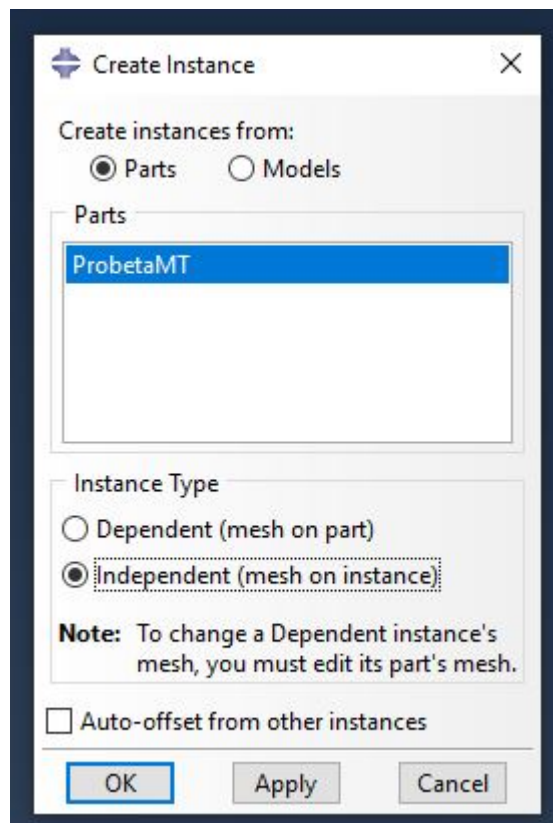


Ilustración 32. Create instance

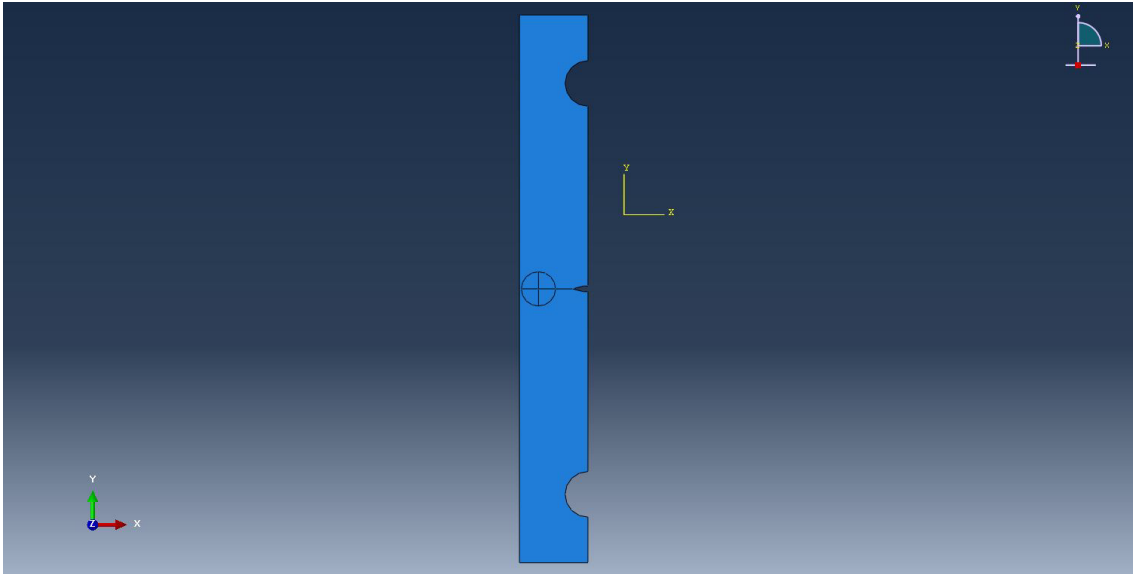


Ilustración 33. Assembly correcto.

Step:

Este módulo permite definir y controlar cómo se aplican las cargas y cómo responde la estructura en cada etapa del análisis. La interfaz inicial de este módulo se muestra en la Ilustración 35. El primer paso consiste en seleccionar la opción “Create Step”, lo cual abrirá una ventana donde se selecciona “Static, General” (Ilustración 34). A continuación, aparece otra ventana emergente (Ilustración 36) donde se define el número de pasos en los que se aplicarán las cargas. Se selecciona el paso inicial más pequeño posible, aunque se marca la casilla “automático” para que el software ajuste automáticamente el incremento de los pasos según sea necesario. Este último paso se visualiza en la Ilustración 37.

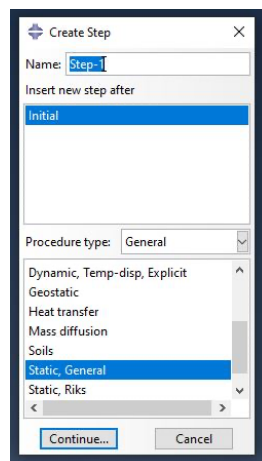


Ilustración 34. Creación del Step.

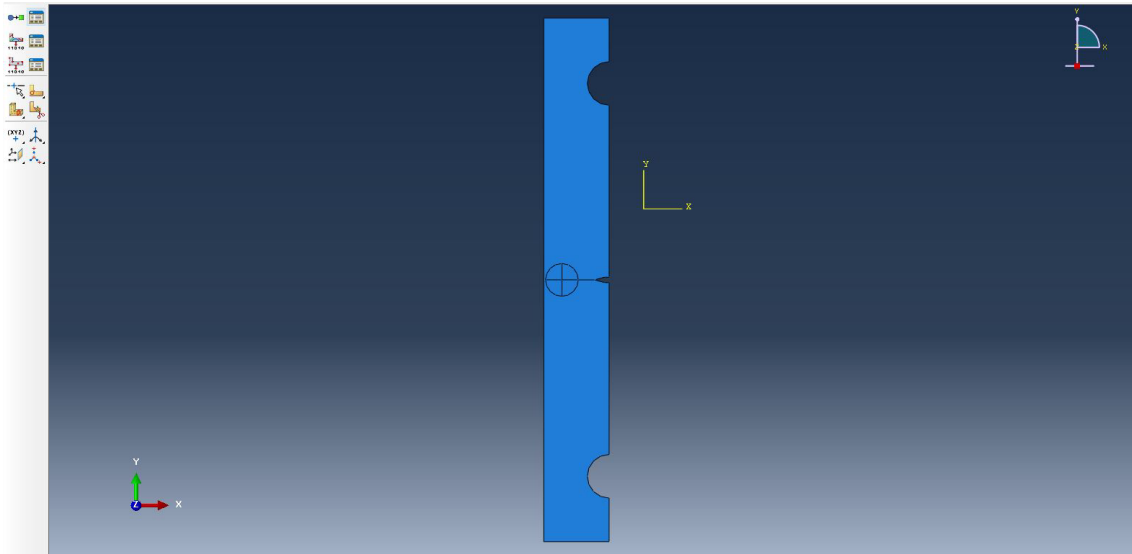


Ilustración 35. Interfaz inicial del módulo Step.

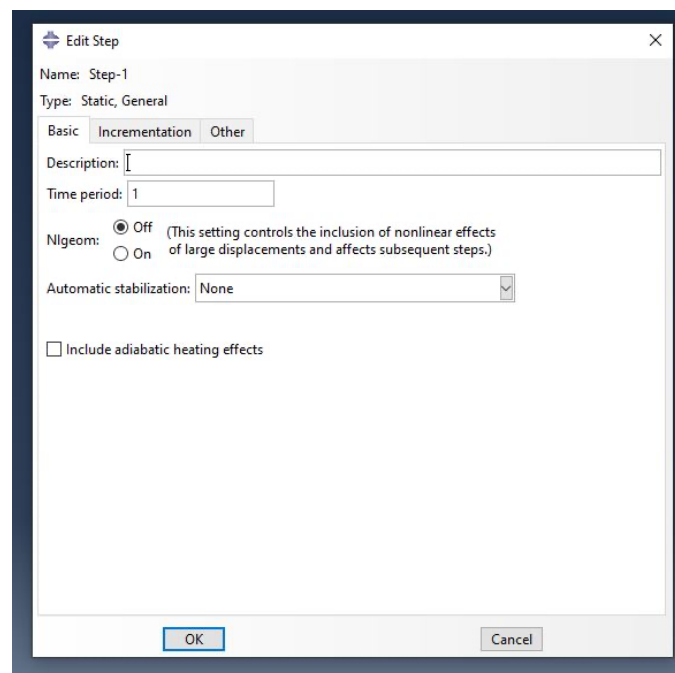


Ilustración 36. Ventana de edición del step básica.

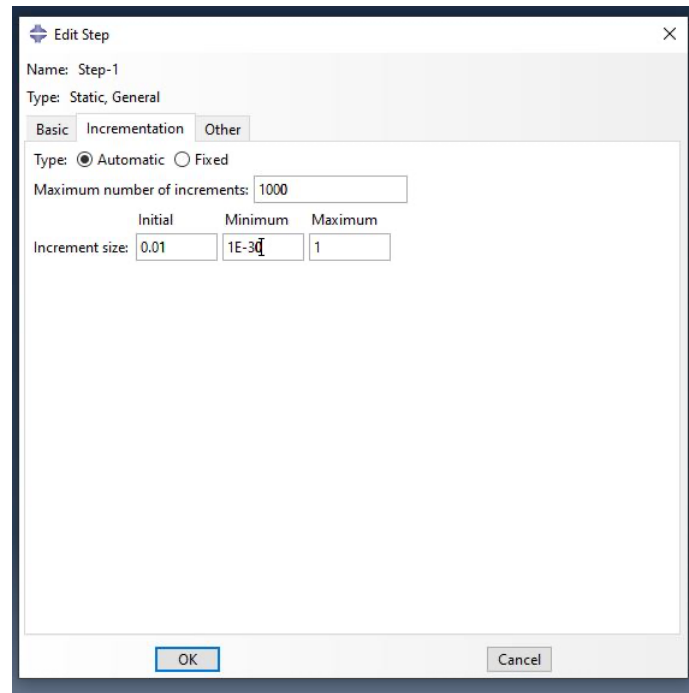


Ilustración 37. Ventana de edición del step incrementation.

Interaction:

El primer paso en este módulo es crear puntos de referencia para las circunferencias. Para ello, se selecciona la opción “Create Reference Point” y se marcan los centros de las circunferencias (Ilustración 39). Una vez hecho esto, se crean restricciones en los puntos de referencia mencionados. Para ello, se presiona el botón “Create Constraint”, lo que provoca que aparezca una ventana emergente (Ilustración 38), y se selecciona la restricción “Coupling”.

En el siguiente paso, se escoge uno de los dos puntos de referencia. En la imagen mostrada, se selecciona el punto de referencia inferior (Ilustración 40) y se escoge la opción “Surface”. Seguidamente, aparece otra ventana emergente (Ilustración 41) donde se selecciona la opción “Structural distributing”.

En este mismo módulo, se procede a crear la grieta de estudio. Para ello, se seleccionan las siguientes opciones en el siguiente orden: "Special", "Crack" y "Create". A continuación, se muestra un mensaje en pantalla donde se selecciona la herramienta "Contour Integral" (Ilustración 42).

El siguiente paso consiste en seleccionar el vértice de la grieta (Ilustración 43) y la dirección de propagación de la grieta utilizando la opción "q vectors" (Ilustración 45). Una vez hecho esto, aparece un mensaje con dos pestañas, una

denominada "General" y la otra "Singularity" (Ilustración 44). En esta última pestaña, se impone el valor de 0.25 en la casilla "Midside node parameter" y se selecciona la casilla "Collapsed element side, single node" (Ilustración 46).

Finalmente, se selecciona la siguiente opción siguiendo este orden: "Special", "Crack" y "Assign seam" (Ilustración 47).

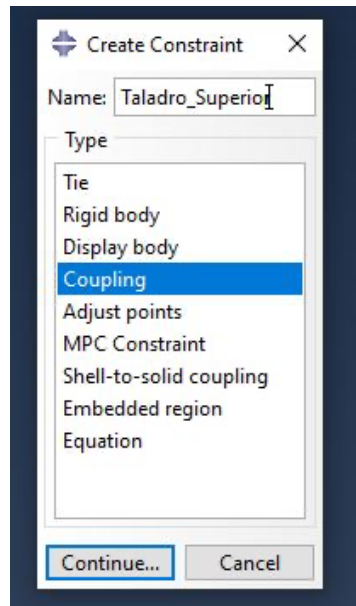


Ilustración 38. Creación de la restricción del punto de referencia superior.

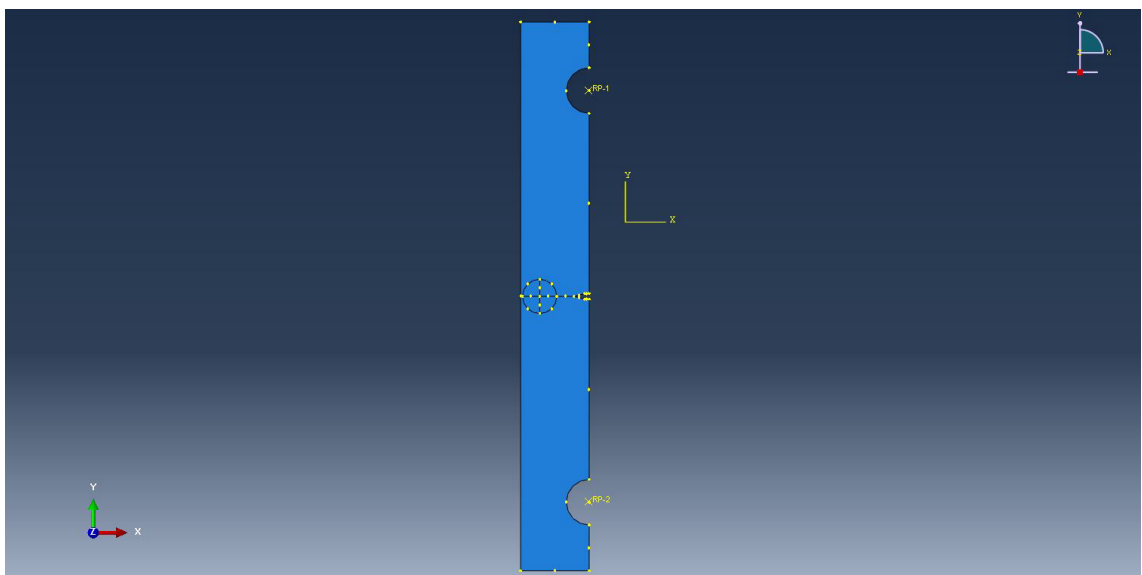


Ilustración 39. Selección de los puntos de referencia.

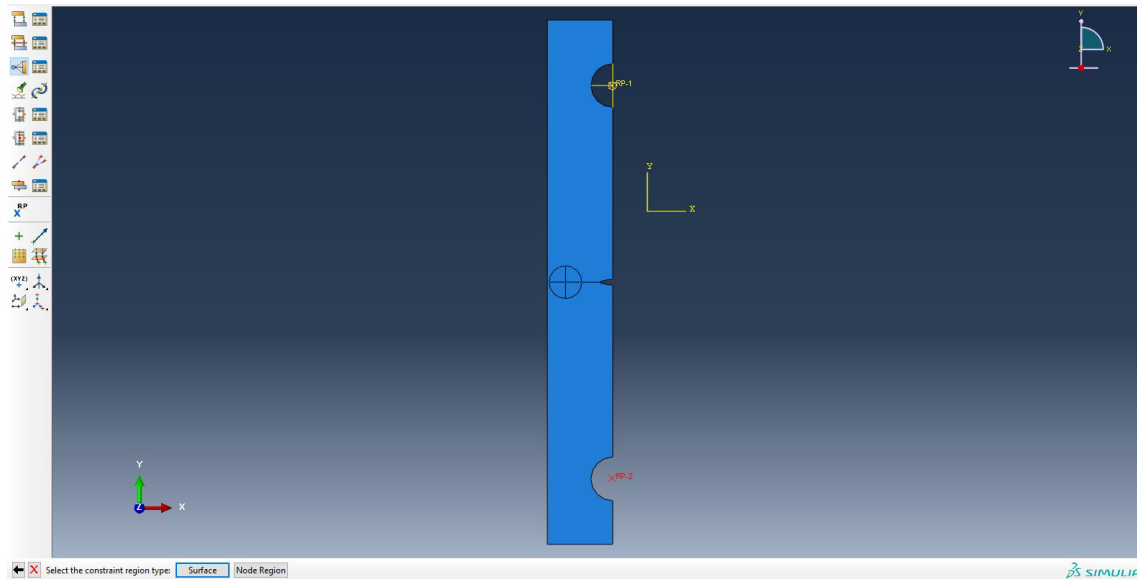


Ilustración 40. Selección del punto de referencia inferior para la edición de la restricción tipo Coupling.

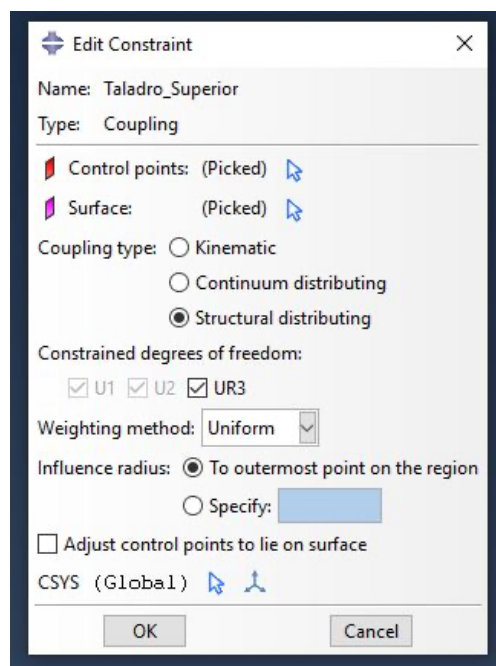


Ilustración 41. Selección del tipo de acoplamiento.

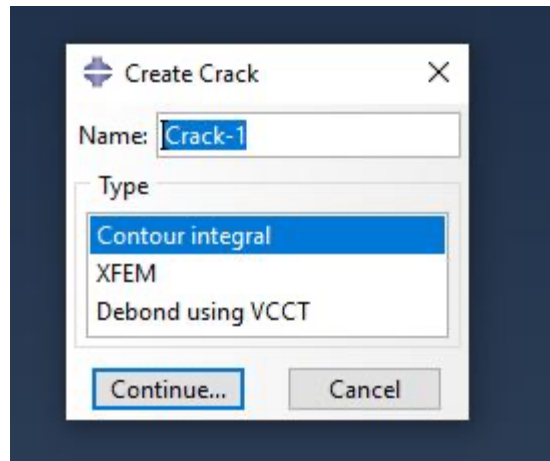


Ilustración 42. Creación de la grieta.

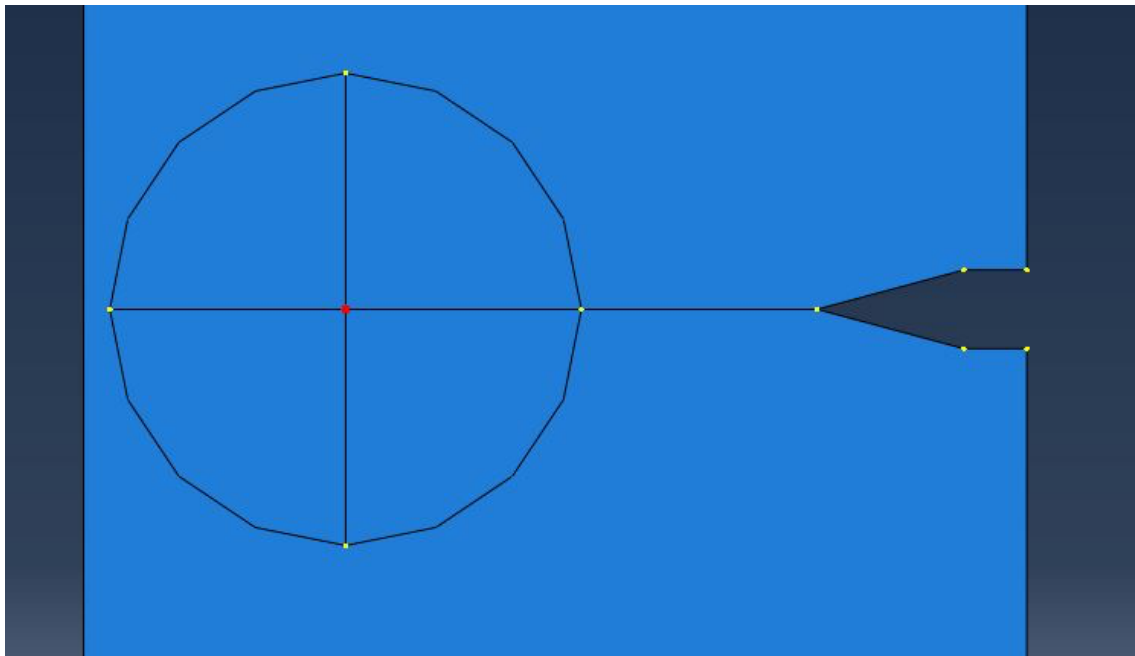


Ilustración 43. Selección del vértice de la grieta.

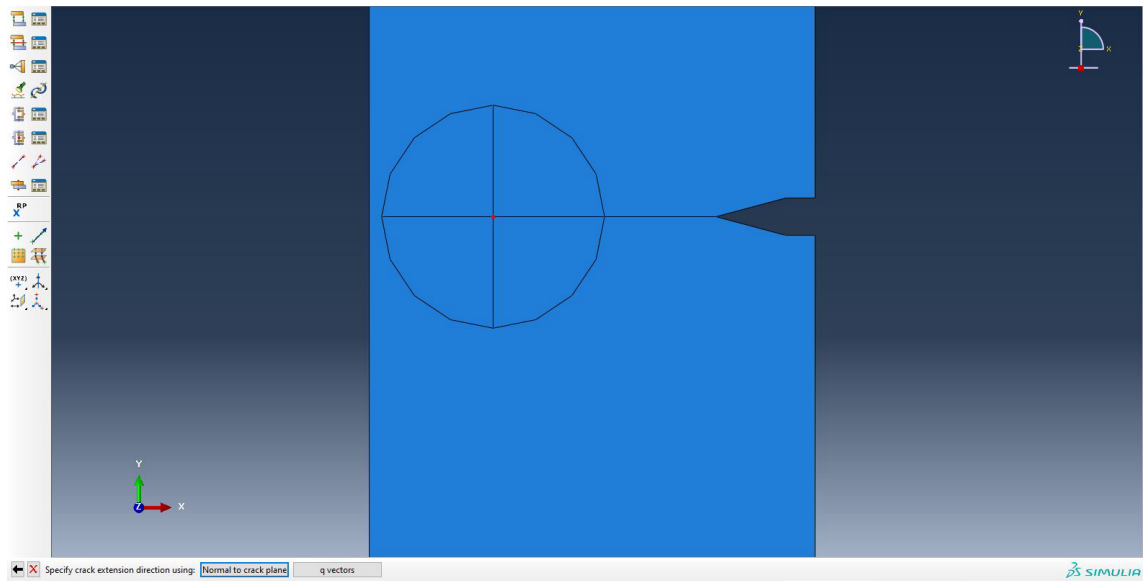


Ilustración 44. Mensaje de edición de la grieta

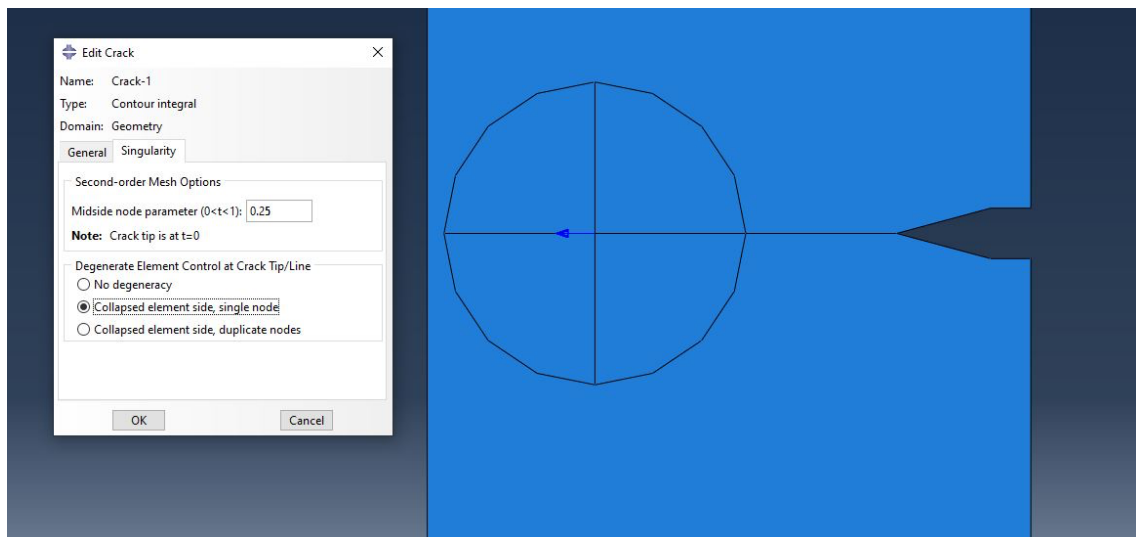


Ilustración 45. Opción q vectors.

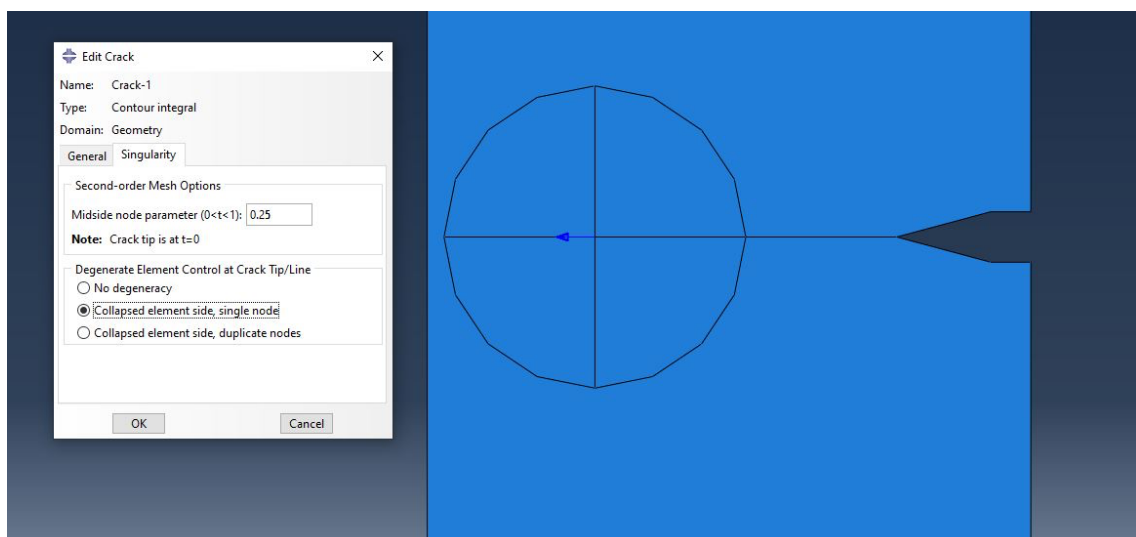


Ilustración 46. Edición singularidad de la grieta.

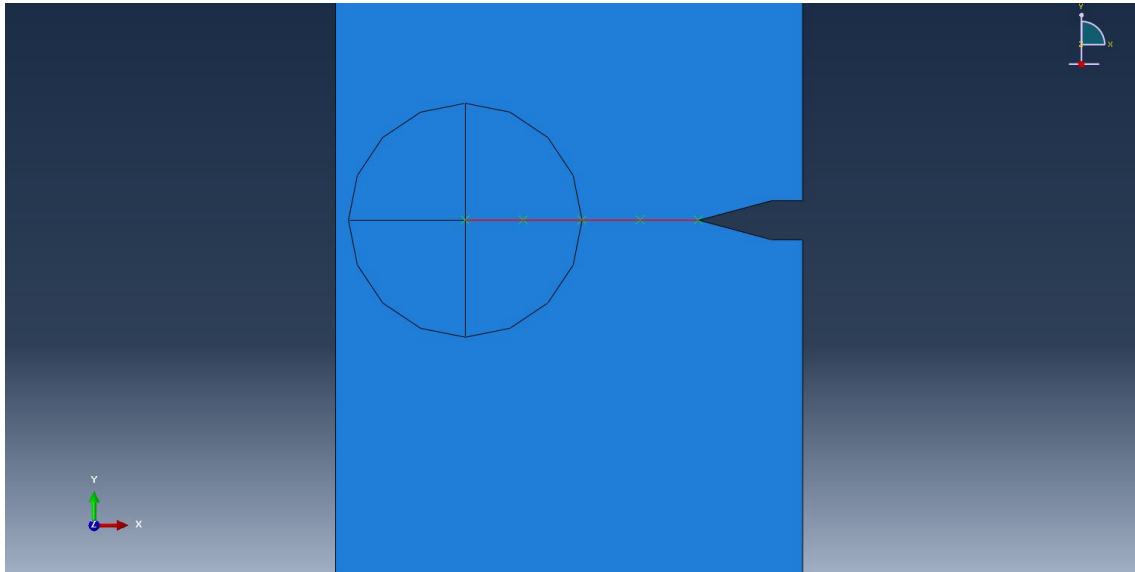


Ilustración 47. Assign seam.

Load:

En este módulo se define el valor de la carga aplicada a la probeta y las condiciones de contorno, como se muestra en la Ilustración 48. Para establecer la carga, se selecciona la opción "Create Load", lo que despliega una ventana emergente en la que se puede nombrar la carga y asignarla a una categoría (Ilustración 49). La carga es de tipo "Mechanical" y "Concentrated Force".

Después de esto, se selecciona "Continue" y se marca el punto donde se aplicará la carga, en este caso, el taladro superior (Ilustración 50). Luego, aparece otra ventana en la que se introduce el valor de la carga, que será de 1500 N en la casilla "CF2", con signo positivo, ya que la dirección y sentido del vector fuerza es hacia arriba (Ilustración 51).

Una vez creada la carga, se procede a definir las condiciones de contorno. Se comienza con la condición de contorno del taladro superior. Para ello, se selecciona la opción "Create Boundary Condition", lo que hace que aparezca una ventana emergente en la que se debe marcar "Initial" en el desplegable de "Step". En "Category" se selecciona "Mechanical" y "Displacement/Rotation" (Ilustración 53). Después, se pulsa "Continue" y se selecciona el punto donde se aplicará la condición de contorno (Ilustración 56). Finalmente, se marca "U1"

para evitar el desplazamiento horizontal, permitiendo el desplazamiento vertical y el giro (Ilustración 54).

A continuación, se define la condición de contorno del taladro inferior. Para ello, se repiten los pasos realizados para el taladro superior, pero en la última ventana se marcan las casillas "U1" y "U2" para no permitir los desplazamientos verticales y horizontales, pero sí el giro (Ilustración 55).

Finalmente, se define la condición de contorno de la línea de simetría. Se selecciona nuevamente la opción "Create Boundary Condition", marcando "Initial" en el menú "Step", "Mechanical" en "Category" y "Displacement/Rotation". Luego, se marca la línea de simetría, haciendo que cambie a color rojo (Ilustración 57). En la última ventana, se marca la condición de contorno "U1" (Ilustración 58).

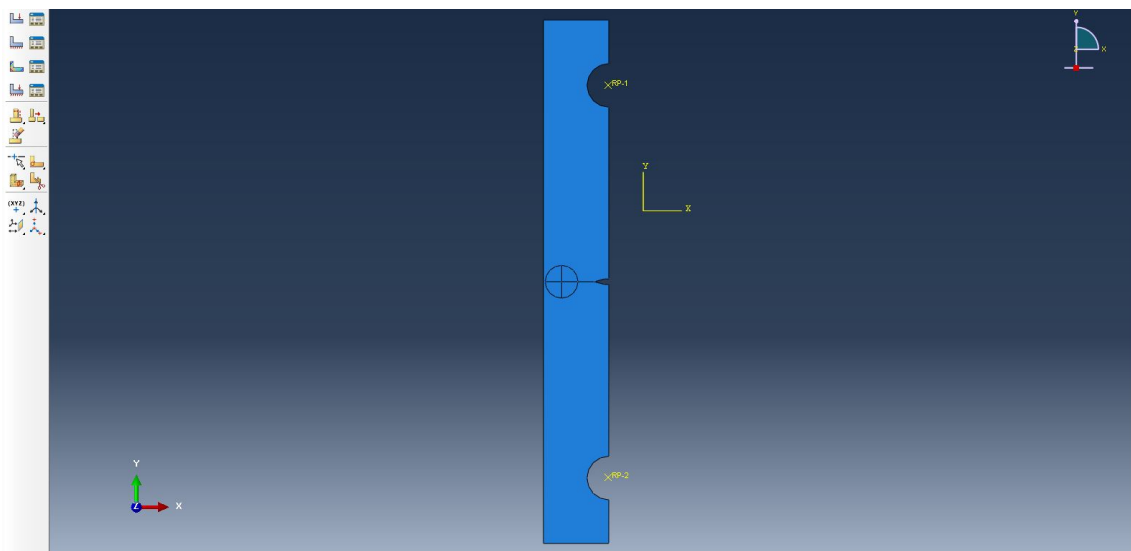


Ilustración 48. Interfaz módulo Load.

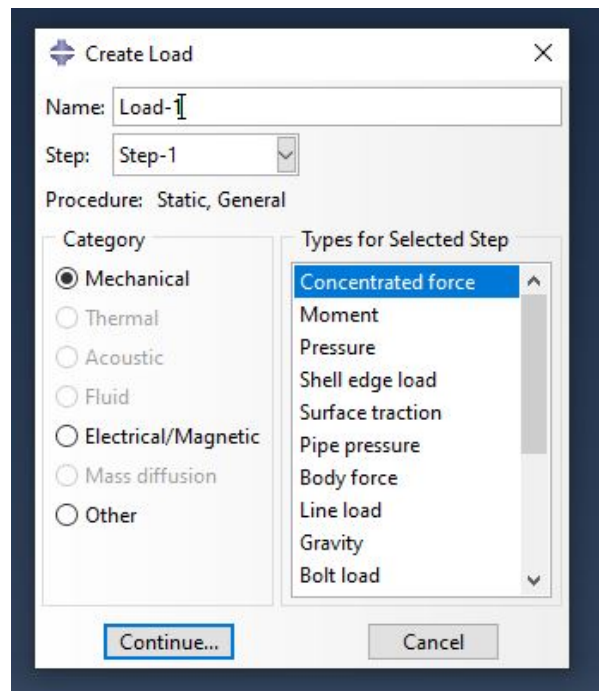


Ilustración 49. Creación de la carga del taladro superior.

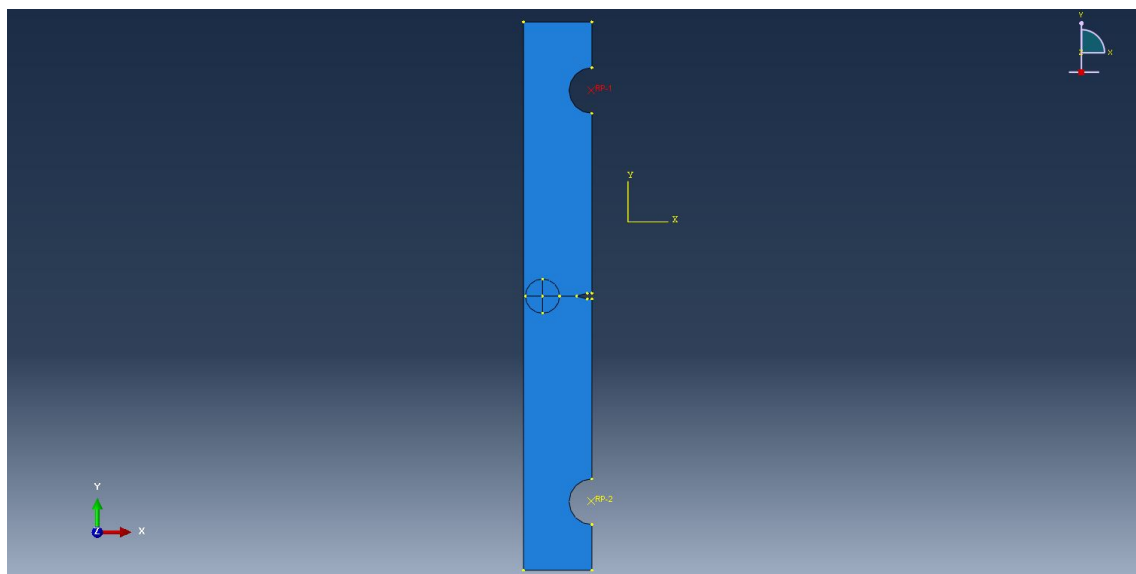


Ilustración 50. Selección del taladro superior para la carga.

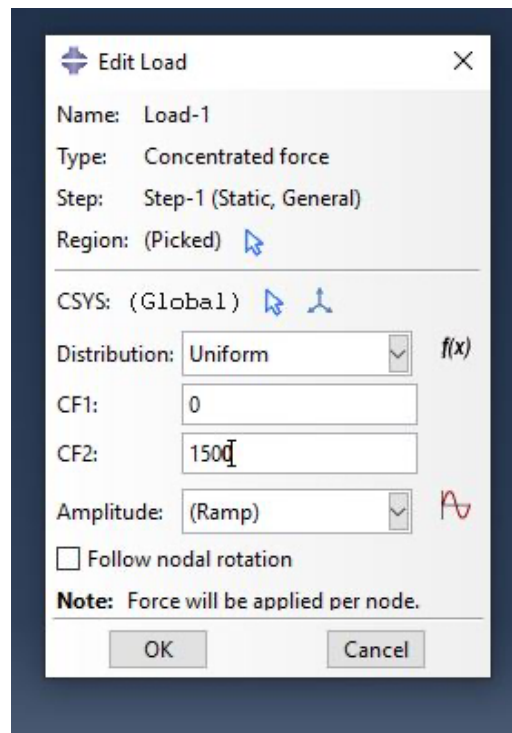


Ilustración 51. Valor de la carga.

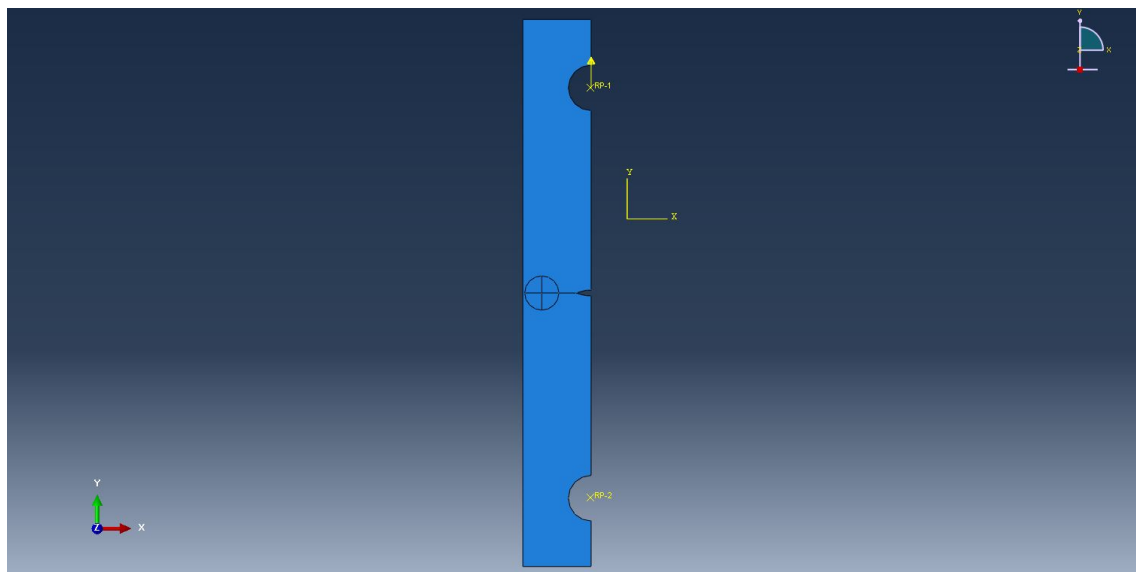


Ilustración 52. Vector fuerza.

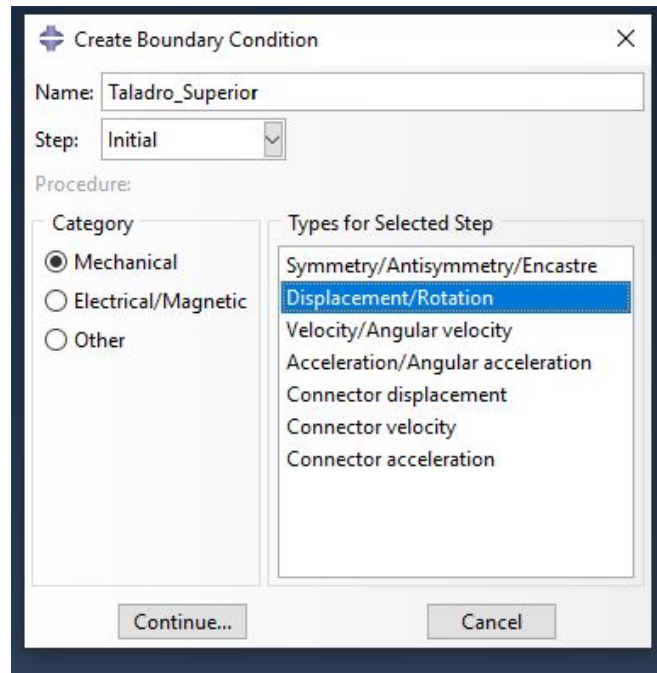


Ilustración 53. Condición de contorno del taladro superior.

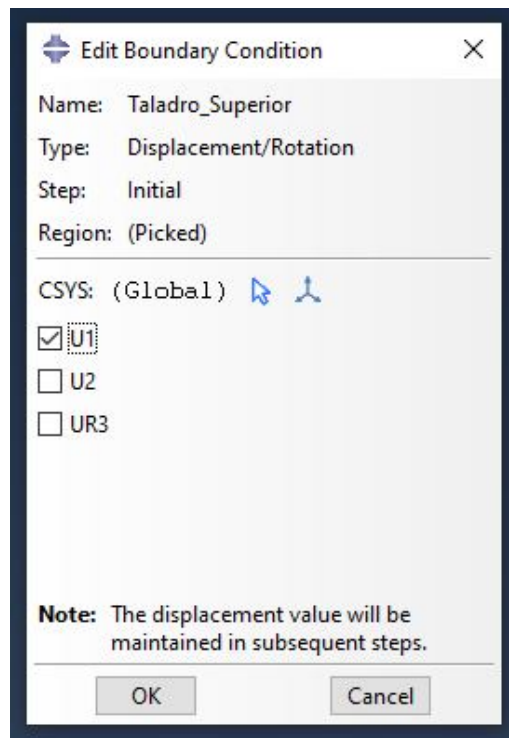


Ilustración 54. Condición de contorno del taladro superior.

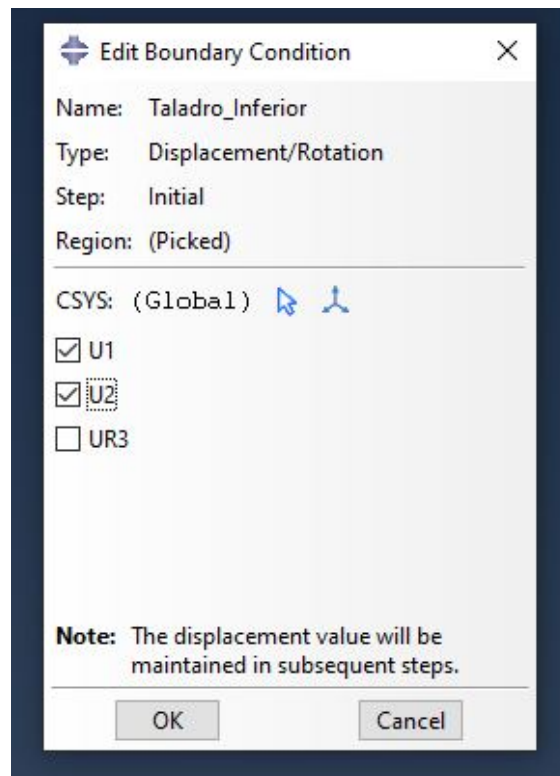


Ilustración 55. Condición de contorno del taladro inferior.

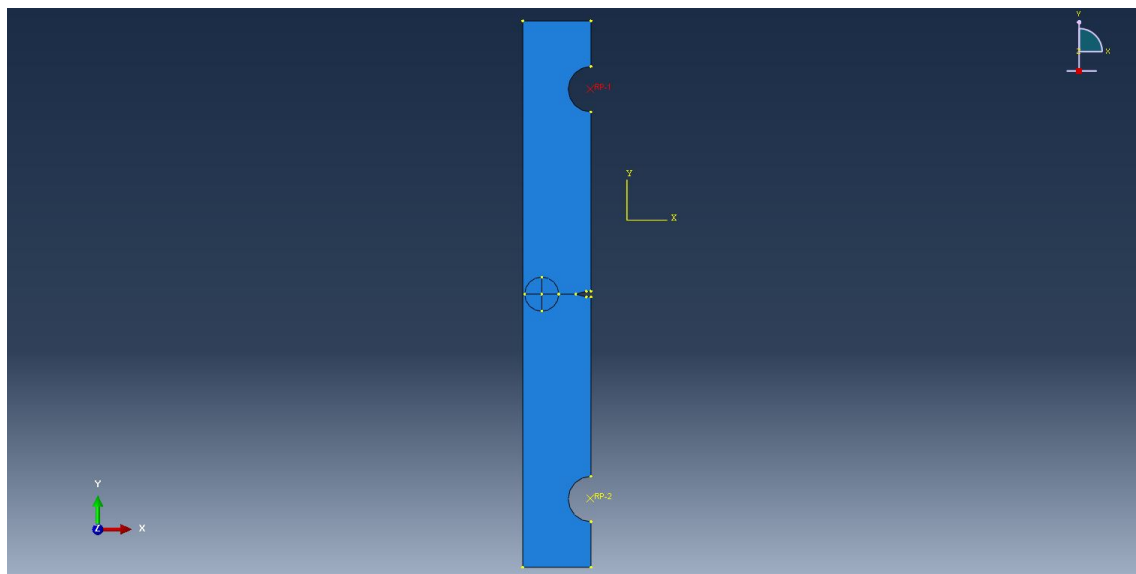


Ilustración 56. Selección del taladro superior para la condición de contorno

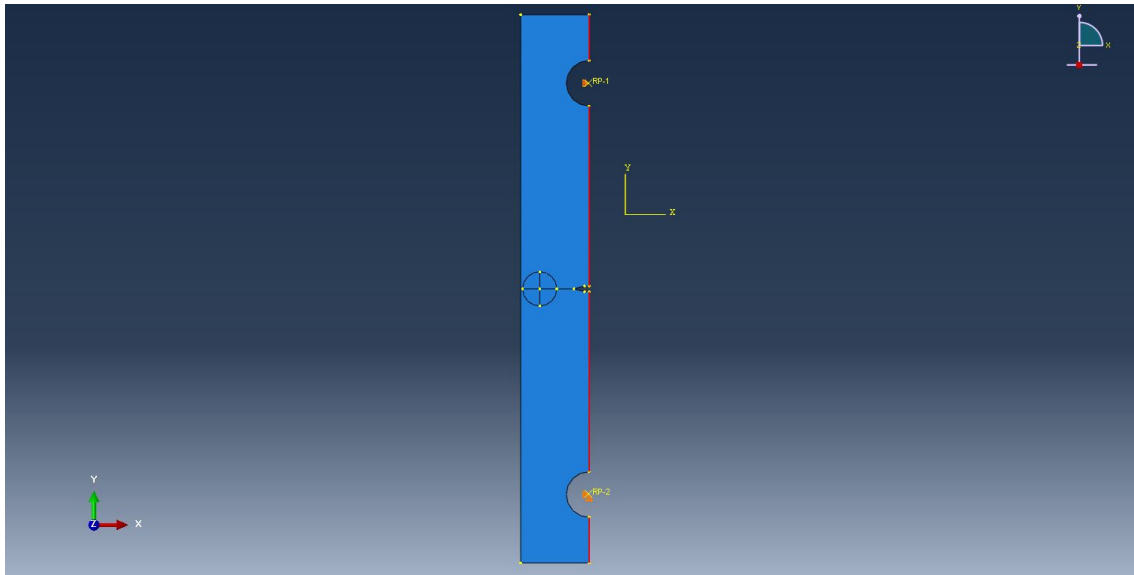


Ilustración 57. Selección de la línea de simetría para la condición de contorno.

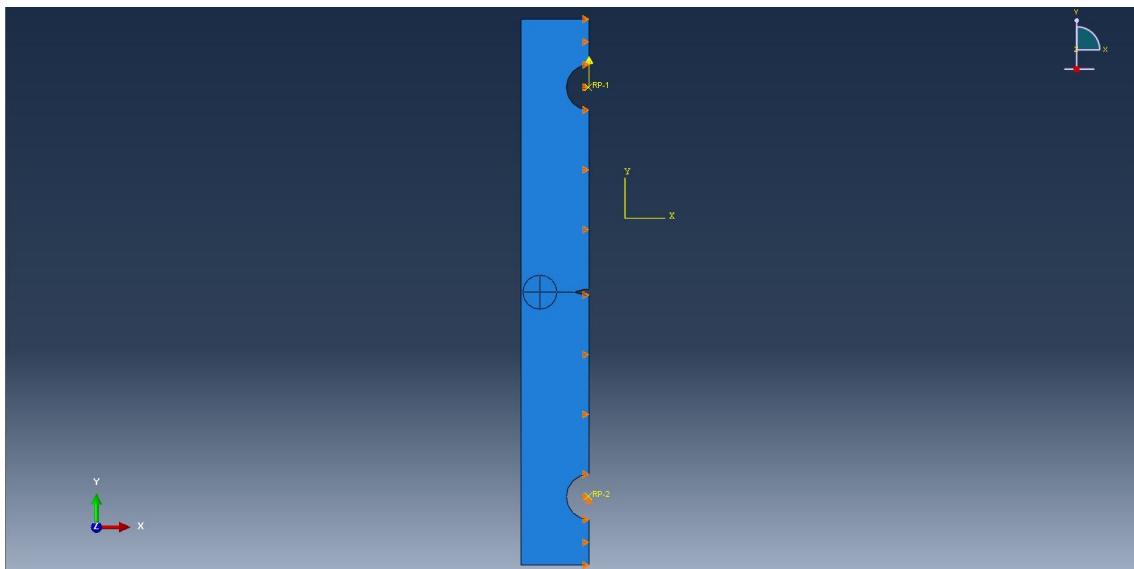


Ilustración 58. Carga junto con las condiciones de contorno.

Mesh:

El objetivo de este módulo es generar la malla de la geometría, como se muestra en la Ilustración 60. Primero, se selecciona el botón "Assign Element Type", lo que despliega un mensaje en el que se deben marcar las propiedades de la malla (Ilustración 59). En la casilla "Element library" se selecciona "Standard" y en "Family" se marca "Plane Stress". En "Geometric order" se elige "Quadratic" y finalmente, se selecciona "Reduced integration".

A continuación, se selecciona la opción "Seed Part Instance", donde se introduce el tamaño global de los elementos. Para este caso, se asigna un valor de 1 (Ilustración 61). Luego, se selecciona la opción "Seed Edges", donde se debe seleccionar el área de interés, que será la circunferencia junto con las líneas que la dividen en 4 zonas (Ilustración 62). En la ventana emergente, se introduce un valor de 0.1 como tamaño local (Ilustración 63).

Para el siguiente paso, se selecciona la opción "Assign Mesh Controls" y se marca la zona de interés hasta que cambie a color rojo. En el mensaje que aparece, se seleccionan las opciones "Quad", "Free" y "Medial Axis" para la región que no incluye la circunferencia y su interior (Ilustración 64). Para la circunferencia, se repiten los mismos pasos, pero en el último mensaje se seleccionan las opciones "Quad-dominated" y "Sweep" (Ilustración 65).

Después de completar todos estos pasos, se selecciona la opción "Mesh Part Instance" para generar la malla (Ilustración 66 y Ilustración 67).

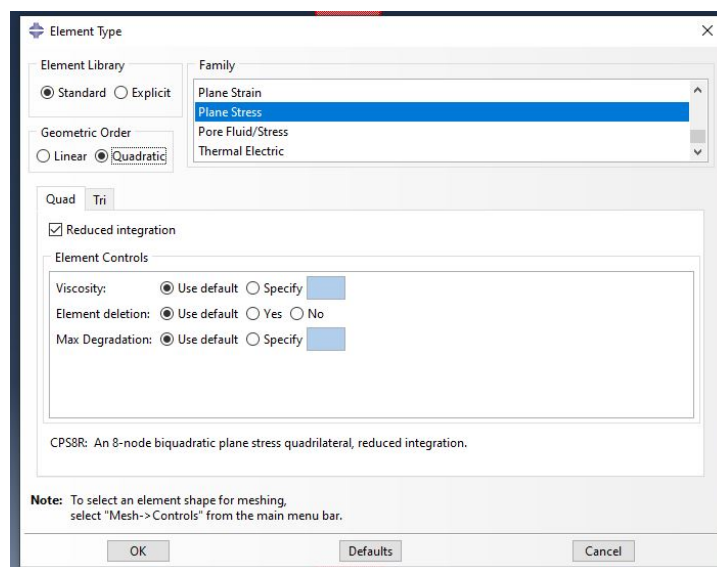


Ilustración 59. Propiedades de la malla.

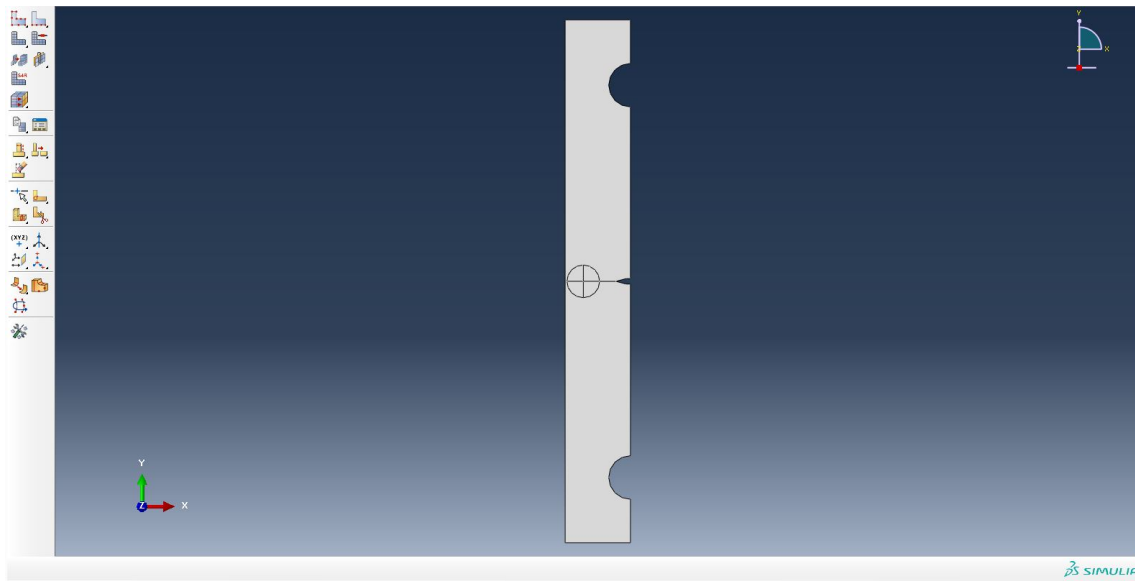


Ilustración 60. Interfaz del módulo Mesh.

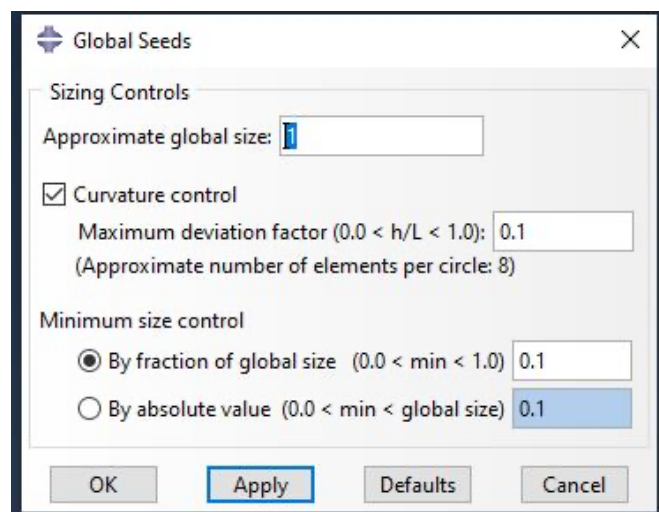


Ilustración 61. Tamaño global del elemento.

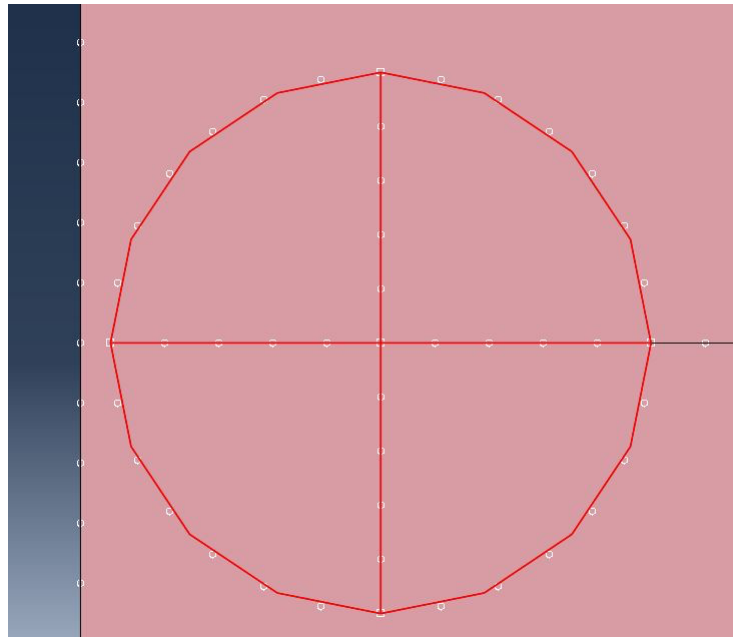


Ilustración 62. Selección de área de interés para tamaño local del elemento.

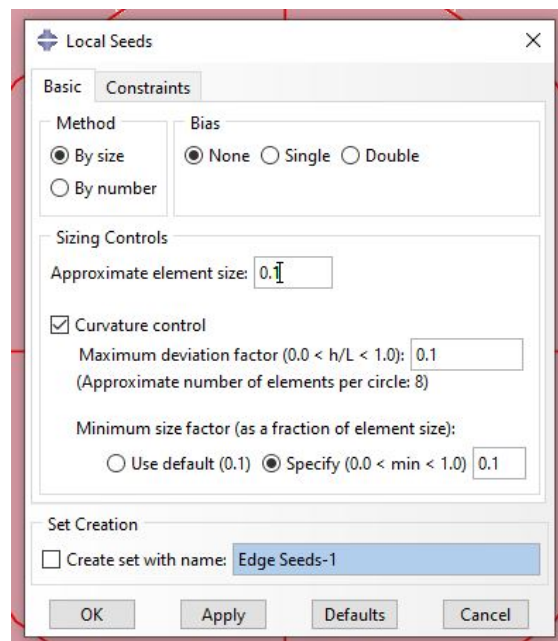


Ilustración 63. Introducción del valor en la opción de tamaño local.

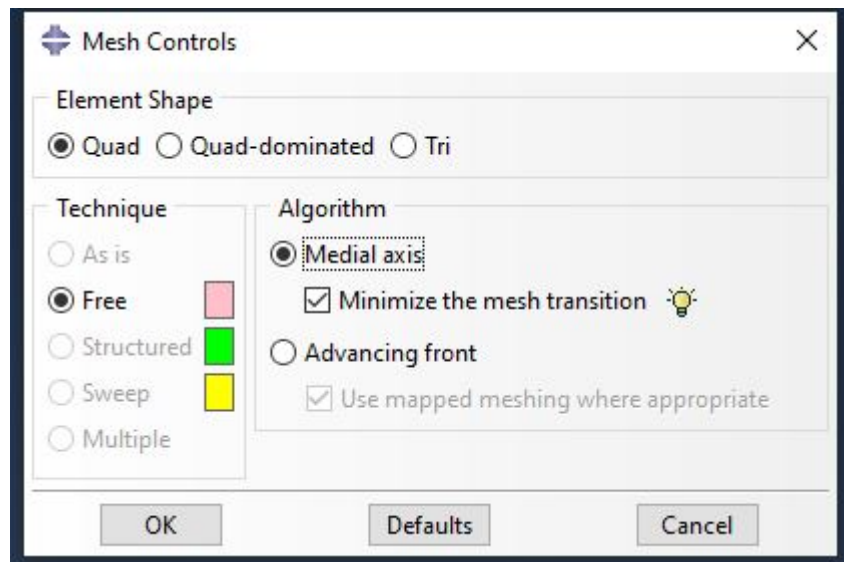


Ilustración 64. Controles de malla zona exterior de la partición.

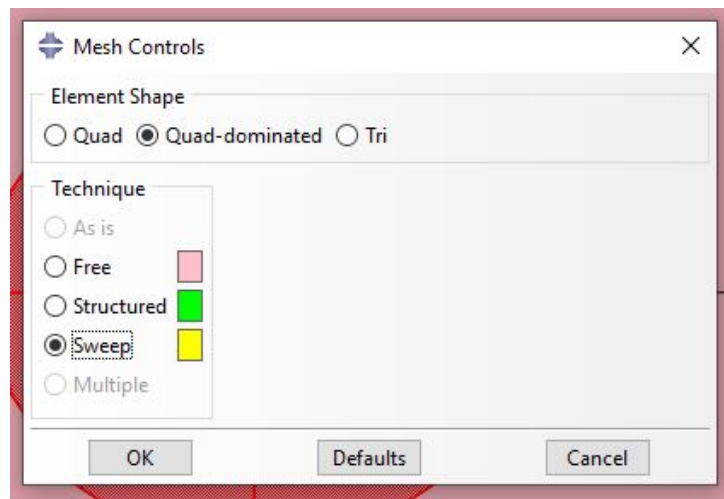


Ilustración 65. Control de malla en la partición.

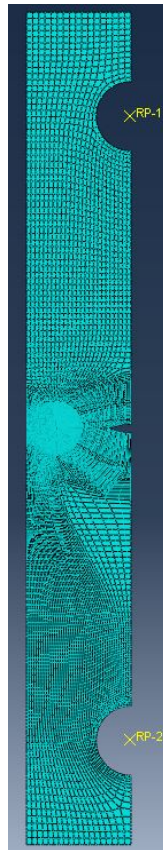


Ilustración 66. Malla de la probeta.

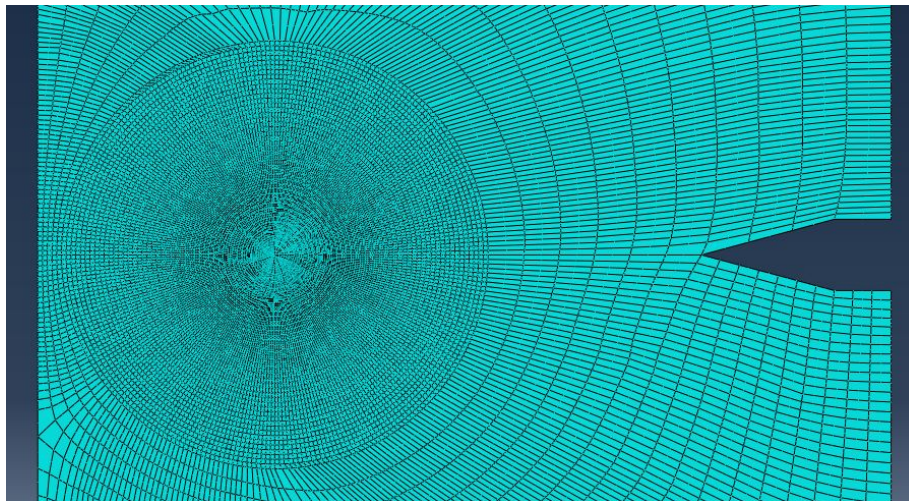


Ilustración 67. Malla en la zona de interés.

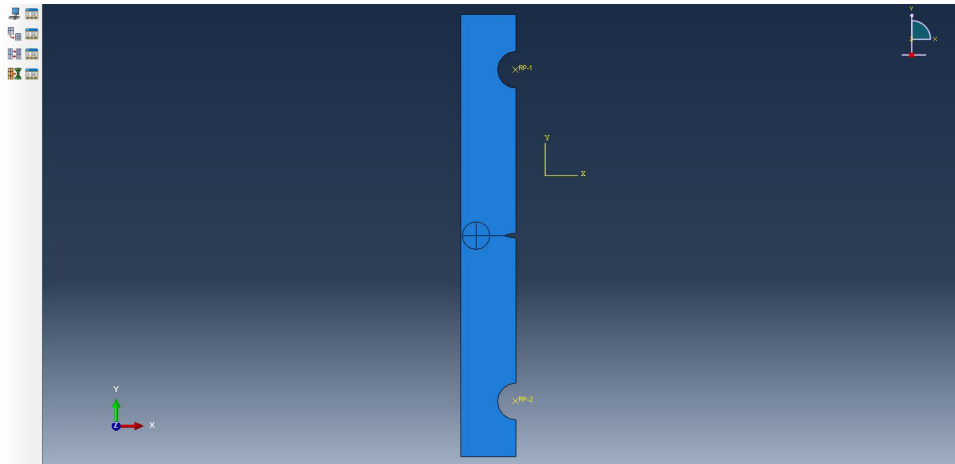


Ilustración 68. Interfaz del módulo Job.

Job:

En este módulo final se ejecutará la simulación, como se ilustra en la Ilustración 68. Primero, se selecciona la opción "Job Manager", lo que abrirá un mensaje en el que se debe pulsar el botón "Create" (Ilustración 70). A continuación, se introduce el nombre deseado para la simulación en la ventana emergente y se pulsa "OK" (Ilustración 69). Seguidamente, se muestra una ventana donde, al seleccionar "Submit" (Ilustración 71), se ejecutaría la simulación. Sin embargo, antes de proceder, se deben marcar los resultados buscados sobre la grieta.

Para especificar los resultados deseados, se regresa al módulo "Step" y se selecciona la opción "History Output Manager". Primero, se crean los resultados sobre el factor de intensidad de tensiones de la grieta. Para ello, se selecciona "Crack" en el menú "Domain", se establece "Number of contours" en 10 y en "Type" se elige "Stress Intensity Factor" y "Maximum tangencial stress" (Ilustración 72). Luego, se crean los resultados de la Integral J siguiendo los mismos pasos que para el factor de intensidad de tensiones, pero en "Type" se selecciona "J-Integral" (Ilustración 73).

Finalmente, se regresa al módulo "Job" y se pulsa "Submit" para ejecutar la simulación.

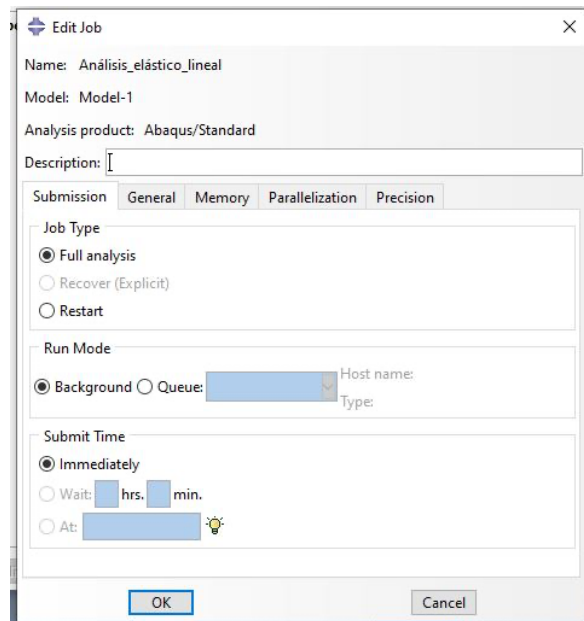


Ilustración 69. Edición del Job.

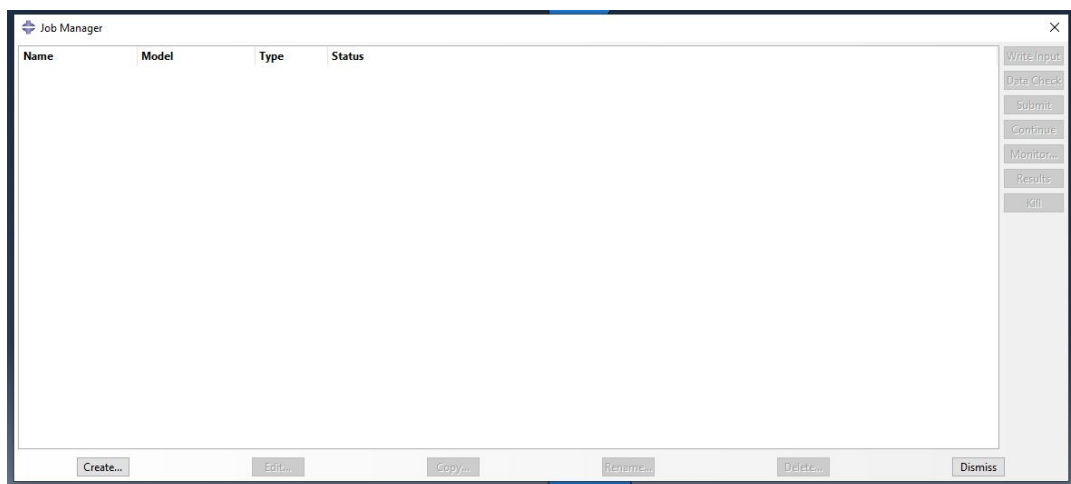


Ilustración 70. Creación del Job.

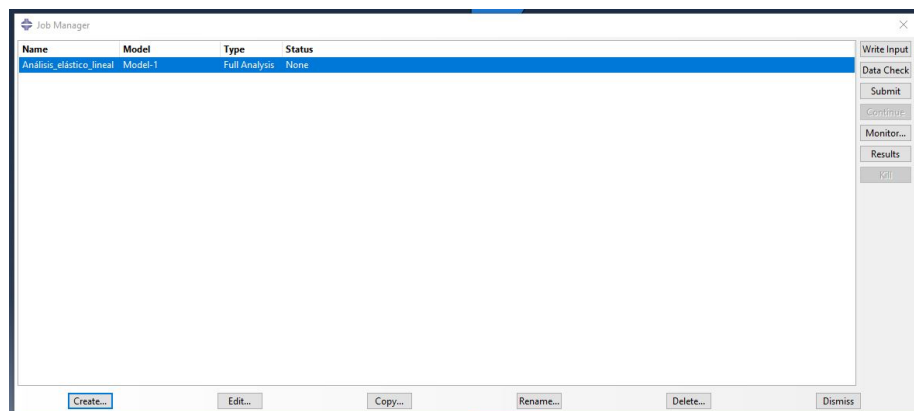


Ilustración 71. Job Manager.

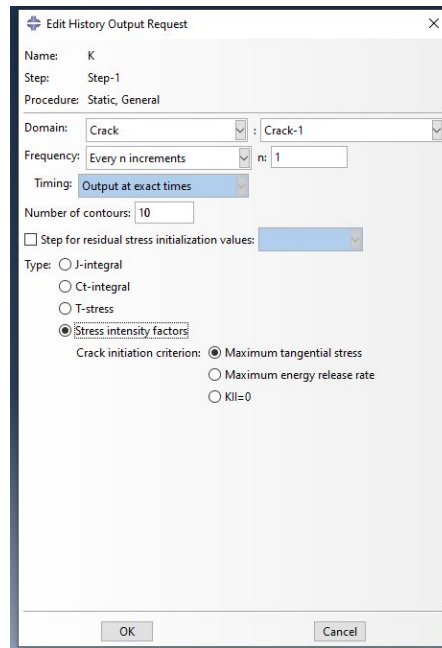


Ilustración 72. Creación resultados de K.

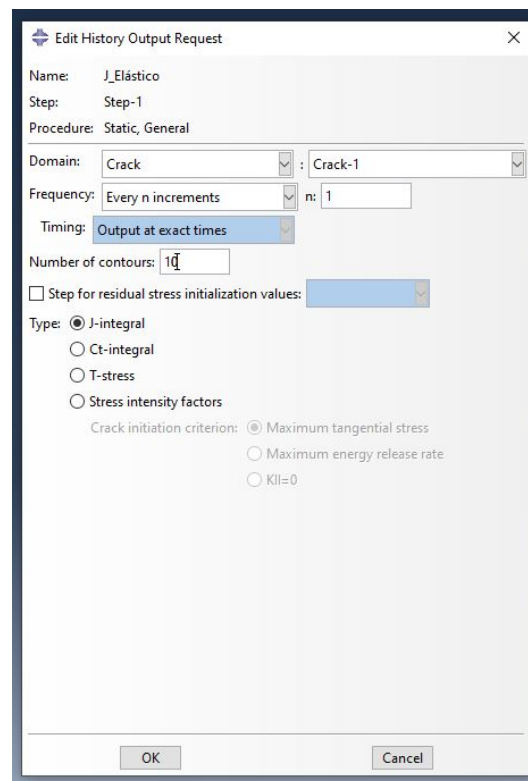


Ilustración 73. Creación de resultados J.

Propiedades plásticas:

Para este análisis se consideran las propiedades plásticas del material. La diferencia principal con respecto al análisis elástico-lineal son las opciones que

se deben marcar en el módulo “Property” y que únicamente se obtienen resultados sobre la integral J.

Property:

Se procede al módulo “Property” y se selecciona la opción “Create Material”, lo que abrirá un mensaje en el que se nombra el material deseado (Ilustración 74). A continuación, se selecciona “Mechanical” y luego “Deformation Plasticity” (Ilustración 75). En las casillas correspondientes se introducen los valores necesarios, como se muestra en la Ilustración 76. Finalmente, se pulsa “OK” y se continúan los mismos pasos que en etapas anteriores.

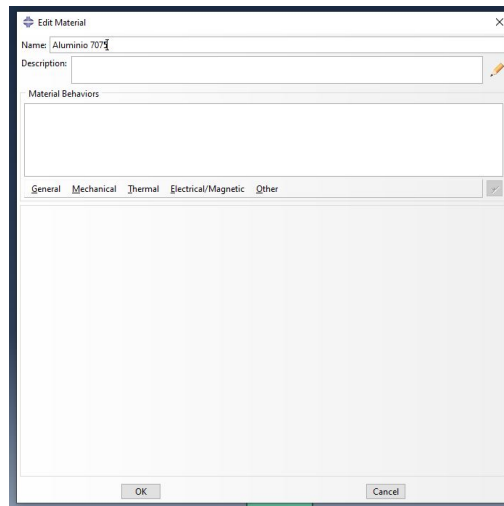


Ilustración 74. Edición del material para análisis plástico.

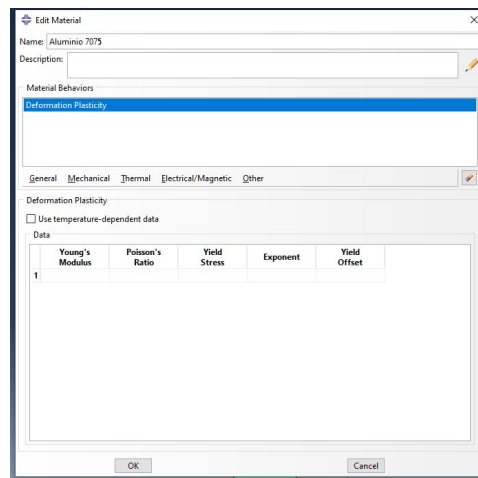


Ilustración 75. Deformation Plasticity.

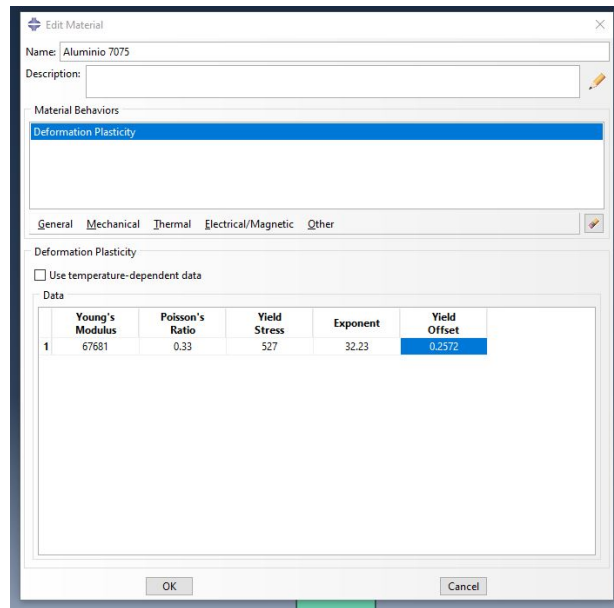


Ilustración 76. Valores para la deformación plástica.

Simulación ángulo de 25°:

Propiedades elásticas:

Part:

En este módulo (Ilustración 77), se crearán la geometría de la probeta MT, el tamaño de la grieta normalizado y las particiones en las zonas de interés para la generación de la malla.

Primero, se crea la geometría de la probeta MT. Para ello, se selecciona la opción "Part Manager" y, en el mensaje que aparece en pantalla, se pulsa "Create" (Ilustración 78). A continuación, se muestra otra ventana (Ilustración 79) en la que se deben marcar las opciones "2D Planar", "Deformable" y "Shell".

Completados los pasos anteriores, aparece una nueva interfaz (Ilustración 80). En esta interfaz, se utiliza la herramienta "Create Lines: Rectangle" para crear el contorno externo de la probeta. Luego, se selecciona la opción "Create Circle" para crear los dos taladros presentes en la geometría. Posteriormente, se genera la grieta central con un ángulo de 25°, utilizando la herramienta "Create Lines: Connected" y la opción "Add Dimension" para fijar las cotas. Una vez realizados estos pasos, se pulsa "Done" para volver a la pantalla de inicio (Ilustración 83).

Para crear las particiones circulares alrededor de la grieta, se selecciona "Partition Face: Sketch". Luego, se crea la grieta con un tamaño normalizado de 0.5, lo que corresponde a una longitud de 9 mm (Ilustración 84). Desde el vértice de la grieta, se genera una circunferencia con un radio de 4.5 mm, con el objetivo de aumentar la densidad de elementos en esa región para obtener resultados más precisos (Ilustración 85). A continuación, se divide esta circunferencia en 4 subzonas, permitiendo que la malla futura tenga una forma de tela de araña, que es la geometría más precisa para regiones circulares (Ilustración 86). Finalmente, se pulsa "Done", completando la definición de la geometría (Ilustración 87).

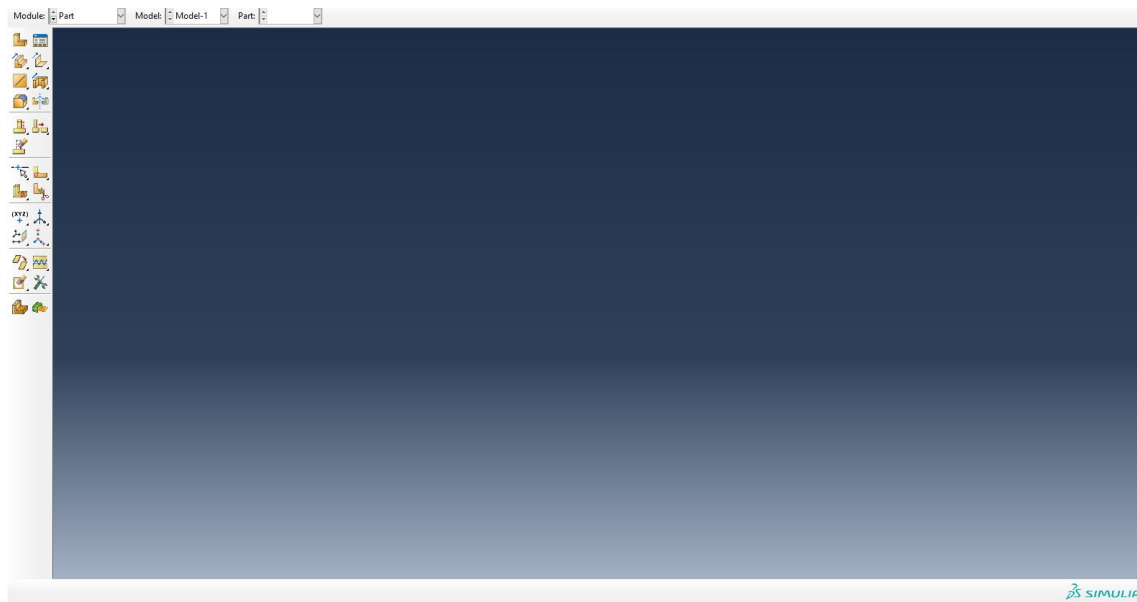


Ilustración 77. Interfaz del módulo Part.

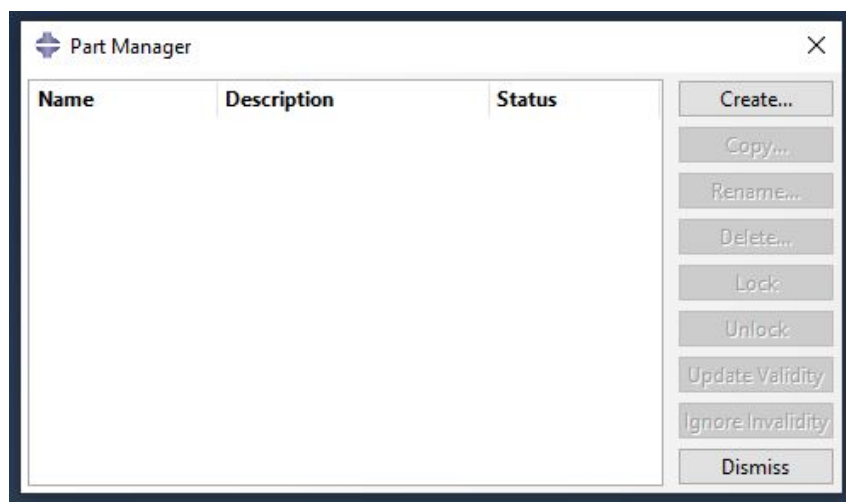


Ilustración 78. Part Manager.

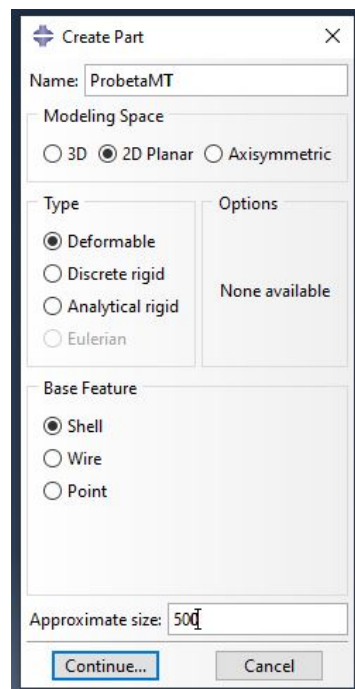


Ilustración 79. Create Part.

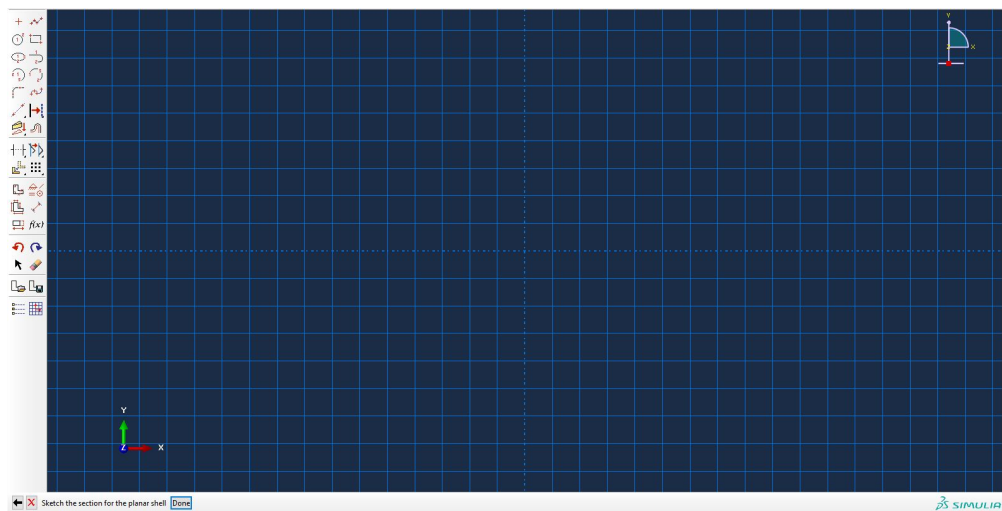


Ilustración 80. Interfaz de Part.

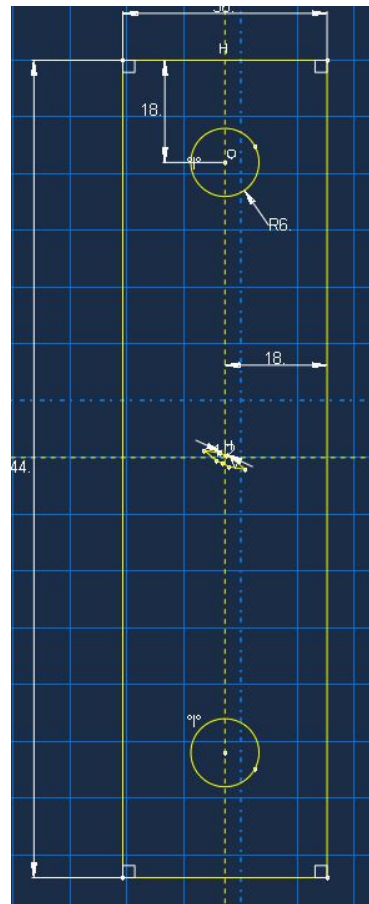


Ilustración 81. Geometría de probeta MT con grieta central inclinada.

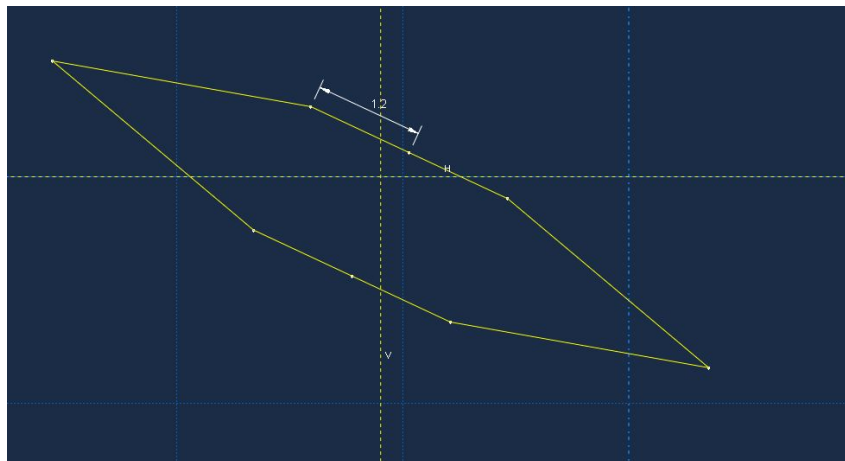


Ilustración 82. Zoom grieta central inclinada.

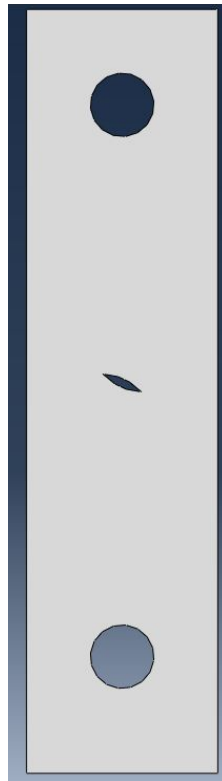


Ilustración 83. Probeta MT completada.

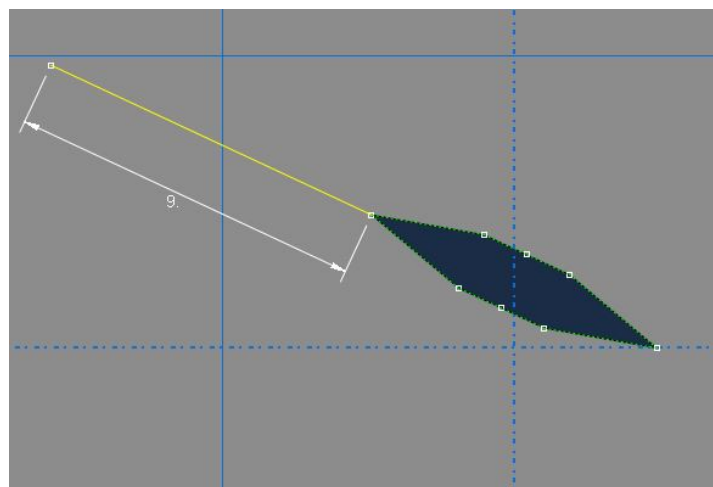


Ilustración 84. Tamaño de grieta normalizado.

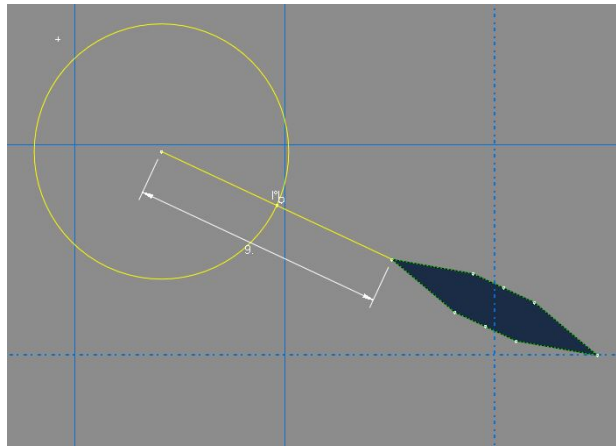


Ilustración 85. Circunferencia alrededor del vértice la grieta.

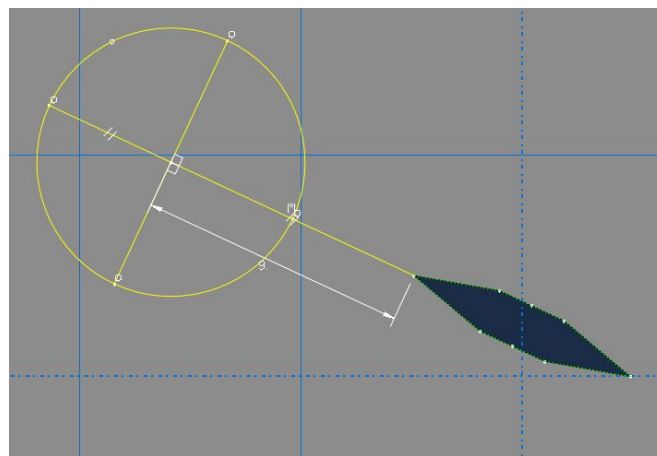


Ilustración 86. División de la circunferencia en 4 zonas.

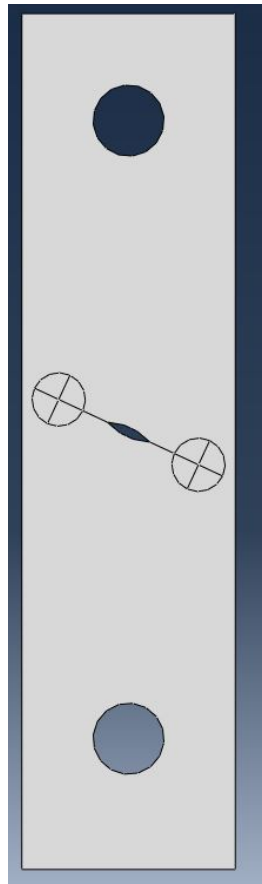


Ilustración 87. Probeta MT completamente definida.

Property:

En este módulo se pretende crear y asignar el material a la geometría previamente creada. Para este caso, se utilizará el Aluminio 7075-T6, que presenta un Módulo de Young de 67681 MPa y un Módulo de Poisson de 0.33.

El primer paso es crear el material. Para ello, se selecciona el botón "Create Material", lo cual abre una ventana en la que se puede nombrar el material y asignarle las propiedades correspondientes. En este caso, se deben seleccionar las opciones "Mechanical", "Elasticity" y "Elastic". A continuación, aparecen las casillas correspondientes para ingresar los valores del Módulo de Young y del Módulo de Poisson (Ilustración 88). Para cerrar este mensaje y pasar al siguiente paso, se pulsa "OK".

El siguiente paso consiste en crear una sección. Para ello, se pulsa en "Create Section" y se muestra un mensaje en pantalla donde se puede nombrar la sección. Además, se deben seleccionar las opciones "Solid" y "Homogeneous"

(Ilustración 89). Una vez hecho esto, se pulsa en "Continue". En el mensaje que aparece a continuación, se verifica que esté seleccionado el material previamente creado, y se marca la opción "Plane stress/Strain thickness", introduciendo un valor de 1 (Ilustración 90).

Finalmente, se asigna la sección creada a la geometría. Para ello, se selecciona la opción "Assign Section" y se verifica que el paso es correcto cuando la geometría de la probeta cambia a color verde (Ilustración 91).

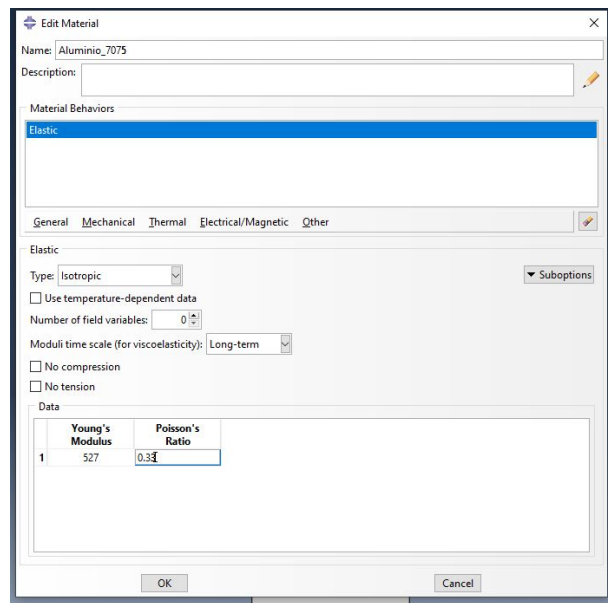


Ilustración 88. Edición del material Aluminio 7075-T6.

Por último, se selecciona la herramienta 'Assign Section' para asignar la sección creada con anterioridad a la probeta. Esto se hace seleccionando toda la probeta con el botón derecho del ratón y confirmando la operación con la opción 'Done'. La operación se ha realizado de manera correcta cuando el color de la probeta cambia a color verde Ilustración 91.

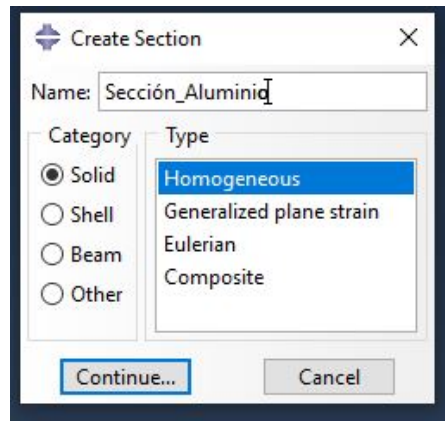


Ilustración 89. Creación de la sección de Aluminio.

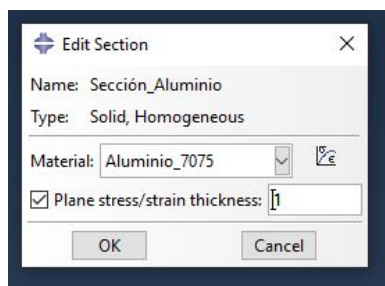


Ilustración 90. Edición de la sección de Aluminio.

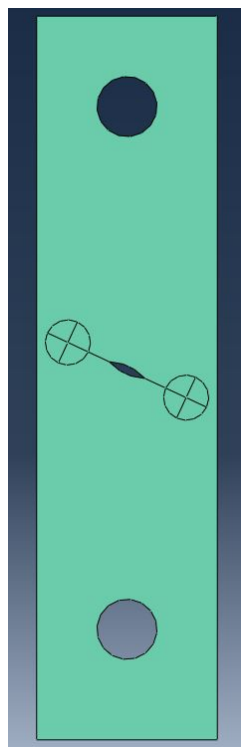


Ilustración 91. Asignación de la sección de Aluminio.

Assembly:

En este módulo la interfaz cambia como se muestra en la Ilustración 92. El objetivo en este módulo es crear un “Instance” para indicarle al programa que toda la geometría creada anteriormente es una única pieza con las mismas propiedades.

El primer paso es pulsar la opción “Create instance” dónde saldrá un mensaje en el que se deben marcar las casillas “Part” e “Independent” (Ilustración 93). Una vez hecho esto se presiona sobre “OK”. Cuando se haya finalizado estos pasos la probeta cambiará a color azul (Ilustración 94).



Ilustración 92. Interfaz del módulo Assembly.

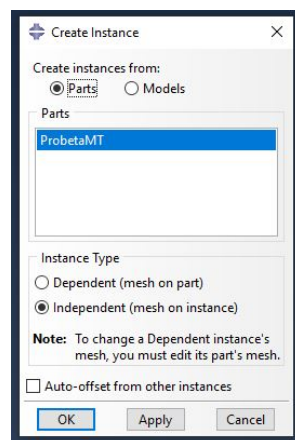


Ilustración 93. Creación de una instancia.

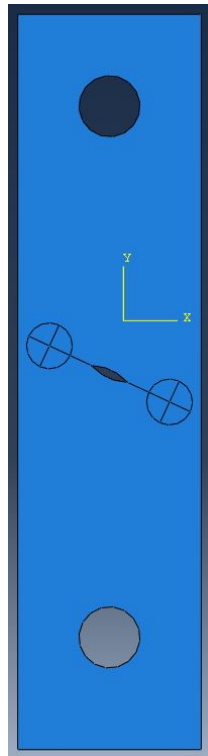


Ilustración 94. Resultado final del módulo Assembly.

Step:

La interfaz inicial de este módulo se muestra en la Ilustración 95. El objetivo es definir y controlar cómo se aplican las cargas y cómo responde la estructura en cada etapa del análisis.

El primer paso consiste en seleccionar la opción "Create Step". Al hacerlo, aparece una ventana en la que se selecciona "Static, General" (Ilustración 96). A continuación, se muestra otro mensaje en el que, inicialmente, se encuentra en la pestaña "Basic" (Ilustración 97), pero se debe seleccionar la pestaña "Incrementation". En esta pestaña, se define el número máximo de incrementos, que para este caso será 1000. Además, se escoge el paso inicial más pequeño posible y se marca la casilla "automático" para que el software aumente el paso en caso de ser necesario (Ilustración 98).

De este modo, se asegura que las cargas se apliquen de manera controlada y se obtiene una respuesta precisa de la estructura durante el análisis.

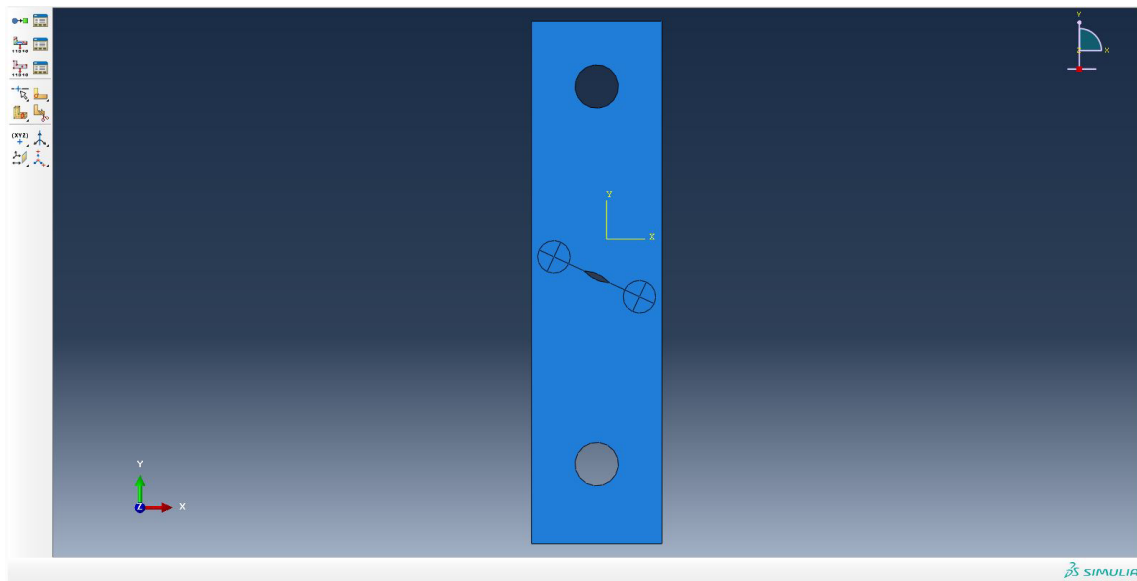


Ilustración 95. Interfaz del módulo Step.

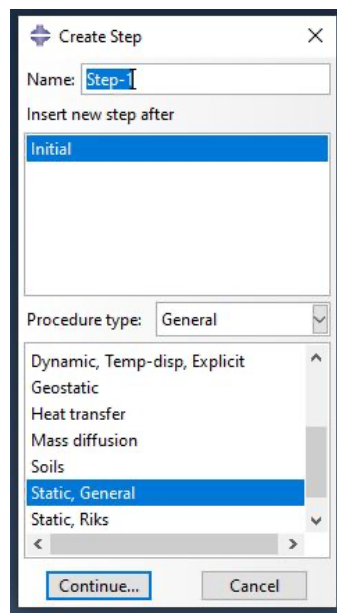


Ilustración 96. Create Step.

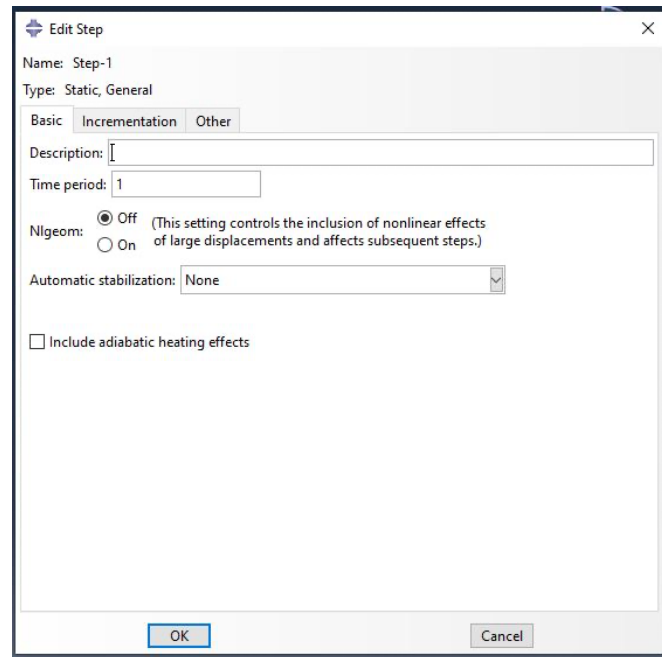


Ilustración 97. Edición de step básico.

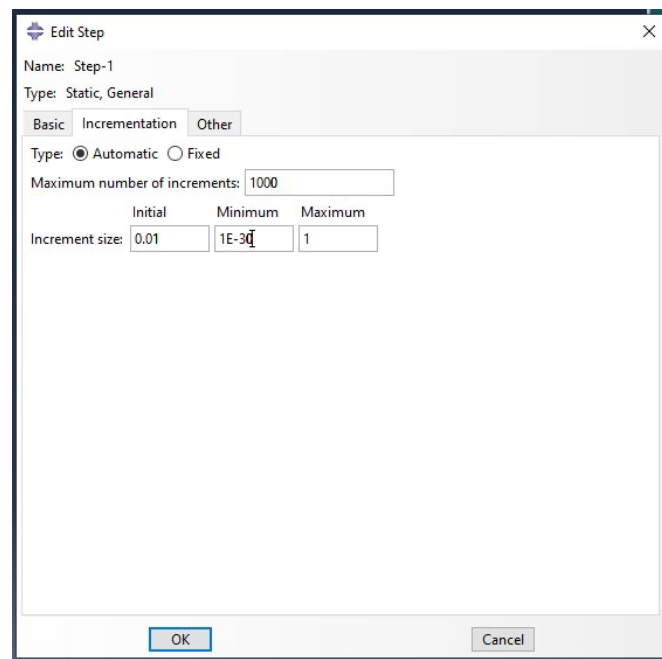


Ilustración 98. Edición de step incrementación.

Interaction:

La pantalla inicial de este módulo se muestra en la Ilustración 99. El primer paso es crear los puntos de referencia correspondientes a los dos taladros. Para ello, se selecciona la opción “Create Reference Point” y se marcan los centros de las circunferencias (Ilustración 100). Una vez hecho esto, se crean restricciones en

los puntos de referencia mencionados. Para ello, se presiona el botón “Create Constraint”, haciendo que se muestre un mensaje en pantalla. Se selecciona la restricción “Coupling” y luego “Continue” (Ilustración 101).

A continuación, se marca el punto de referencia del taladro superior hasta que cambie a color rojo (Ilustración 102) y se selecciona la opción “Surface”. Una vez hecho esto, aparece un cuadro de diálogo en el que se marca la opción “Structural distributing” y se presiona “OK” (Ilustración 103). Estos mismos pasos se realizan con el taladro inferior (Ilustración 104).

En este mismo módulo, se crea la grieta de estudio. Para ello, se seleccionan las siguientes opciones en este orden: “Special”, “Crack” y “Create”. Después de completar estos pasos, se muestra un mensaje en pantalla donde se selecciona la opción “Contour Integral” y se pulsa “Continue” (Ilustración 105). A continuación, se elige el vértice de la grieta (Ilustración 106) y la dirección de propagación de la grieta utilizando la opción “q vectors”. Posteriormente, se presenta un mensaje con dos pestañas: “General” y “Singularity” (Ilustración 107). En esta última pestaña, se establece el valor de 0.25 en la casilla “Midside node parameter” y se marca la casilla “Collapsed element side, single node” (Ilustración 108).

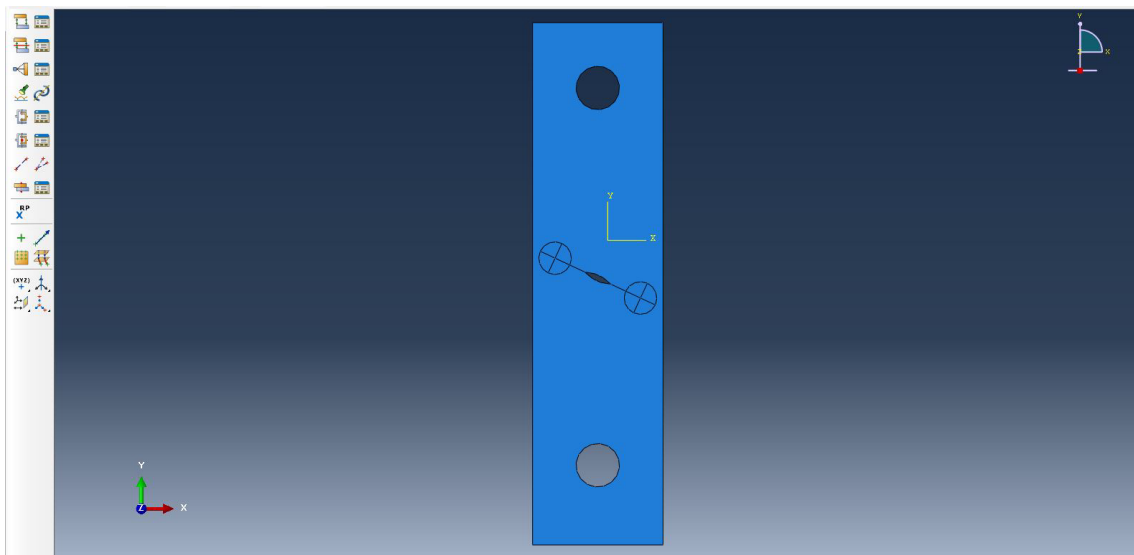


Ilustración 99. Interfaz del módulo Interaction.

Con estos ajustes realizados, se procede a seleccionar las siguientes opciones en este orden: “Special”, “Crack” y “Assign seam”. Finalmente, se marca la

longitud de la grieta hasta que cambie a color negro (Ilustración 109). Estos mismos pasos deben repetirse para la otra grieta de estudio.

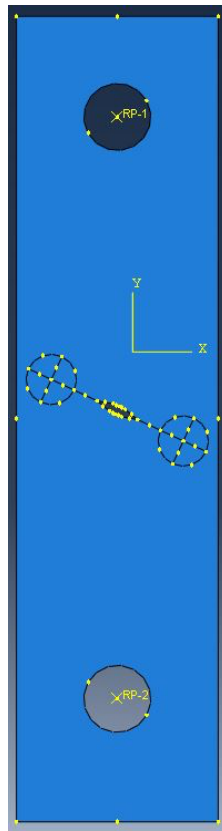


Ilustración 100. Puntos de referencia de los taladros.

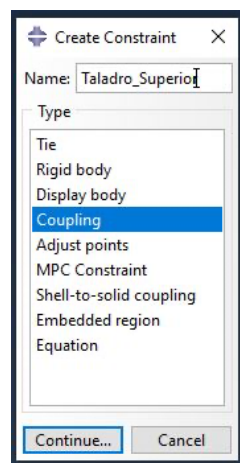


Ilustración 101. Creación de las restricciones.

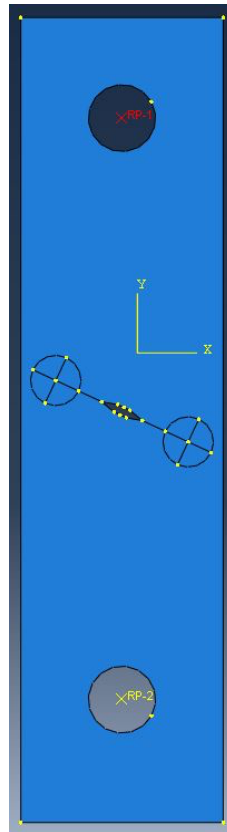


Ilustración 102. Selección del taladro superior para punto de referencia.

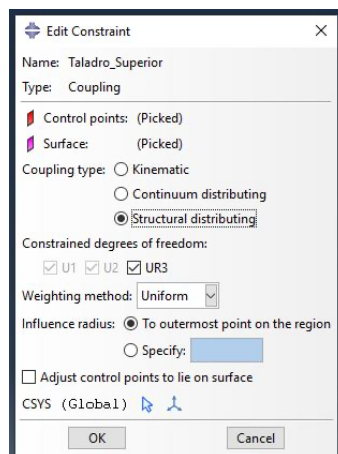


Ilustración 103. Edición de la restricción.

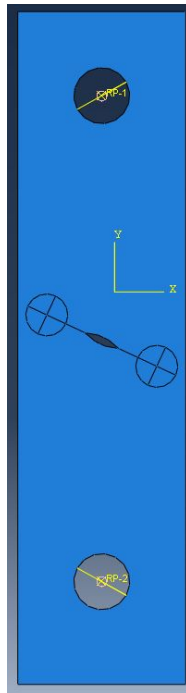


Ilustración 104. Creación de las restricciones de los dos taladros.

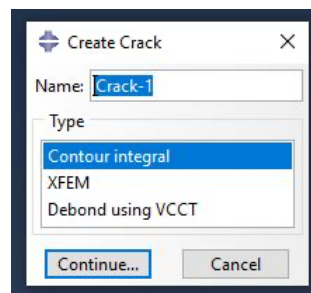


Ilustración 105. Creación de la grieta.

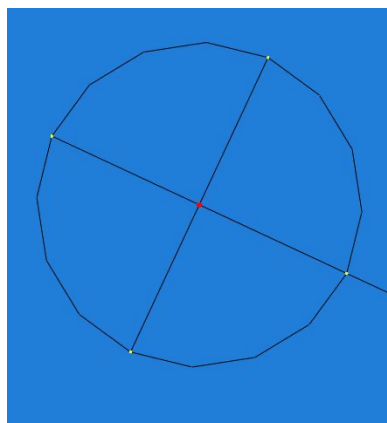


Ilustración 106. Selección del vértice de la grieta.

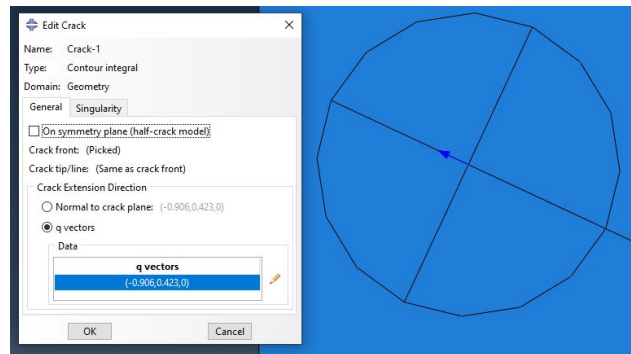


Ilustración 107. Edición de la grieta.

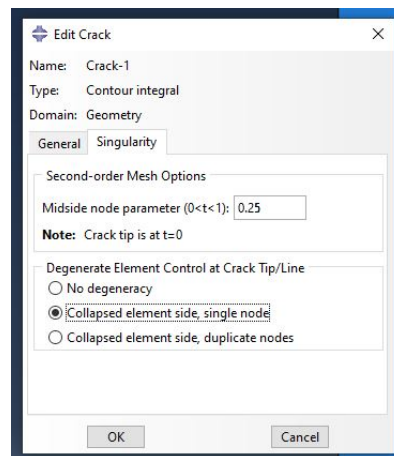


Ilustración 108. Pestaña Singularity en edición de la grieta.

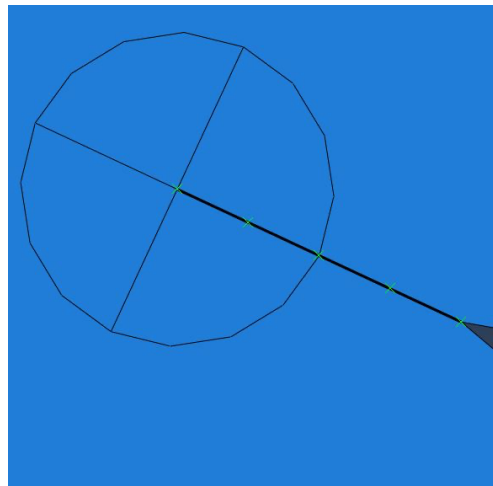


Ilustración 109. Assign seam.

Load:

En el presente módulo de Ilustración 110, se procede a la definición de la magnitud de la carga aplicada a la probeta junto con las condiciones de contorno

correspondientes. Para establecer la carga, se utiliza la funcionalidad "Create load". Al activar esta opción, aparece una ventana en la interfaz gráfica donde se puede especificar el nombre de la carga y asignarla a una categoría específica. En este contexto, la carga se clasifica como "Mechanical" y "Concentrated force" (Ilustración 111). Una vez completado este paso, se procede seleccionando "Continue" y se especifica el punto de aplicación de la carga, que en este caso es el taladro superior. Posteriormente, se solicita ingresar el valor numérico de la carga, el cual asciende a 3000 N en la casilla "CF2" (Ilustración 112), con signo positivo debido a que actúa en dirección ascendente (Ilustración 113).

Una vez definida la carga, se procede a establecer las condiciones de contorno. El proceso se inicia con la condición de contorno del taladro superior, donde se selecciona la opción "Create Boundary Condition", desencadenando una ventana emergente. En el desplegable "Step", se elige "Initial", mientras que en la categoría se especifica "Mechanical" y "Displacement/Rotation" (Ilustración 114). Luego de hacer clic en "Continue", se selecciona el punto de aplicación de la condición de contorno. Finalmente, se restringe el desplazamiento horizontal marcando "U1", permitiendo así el desplazamiento vertical y el giro (Ilustración 115).

A continuación, se define la condición de contorno para el taladro inferior, siguiendo un procedimiento similar. Sin embargo, en el último paso, se marcan las casillas "U1" y "U2" para restringir tanto el desplazamiento vertical como horizontal, manteniendo la libertad de giro (Ilustración 116).

Una vez completados estos pasos, tanto la carga como las condiciones de contorno están completamente definidas (Ilustración 117).

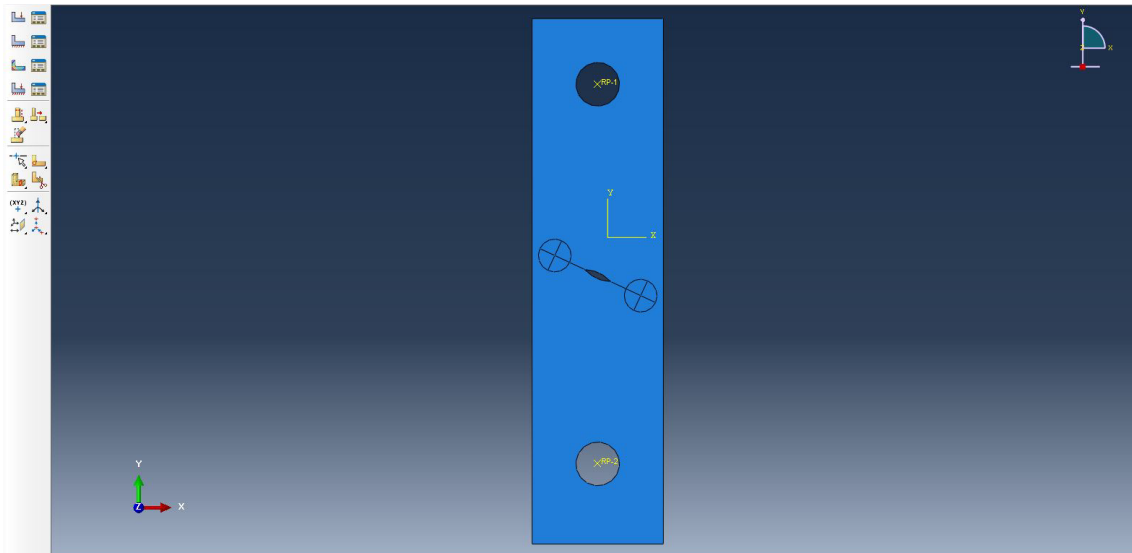


Ilustración 110. Interfaz del módulo Load.

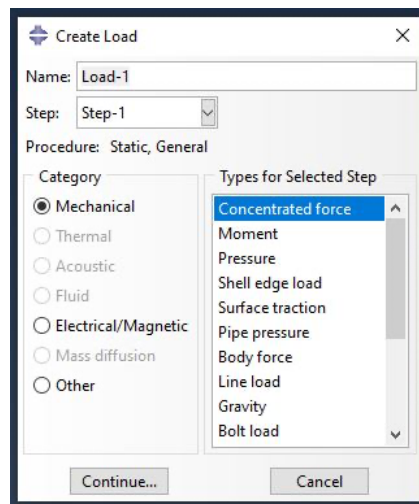


Ilustración 111. Creación de la carga del taladro superior.

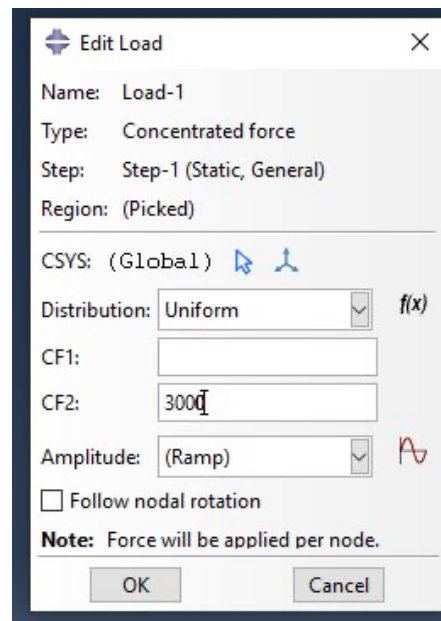


Ilustración 112. Edición de la carga del taladro superior.

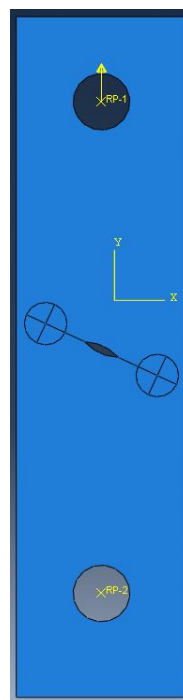


Ilustración 113. Vector fuerza.

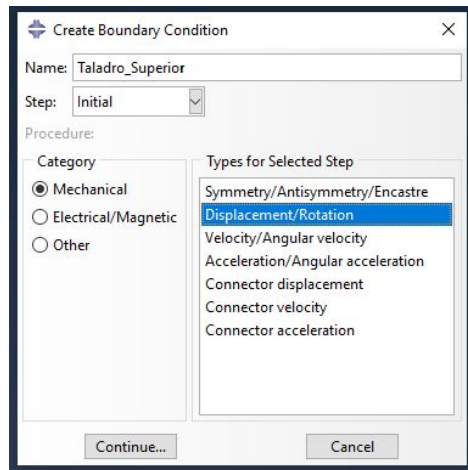


Ilustración 114. Creación de la condición de contorno del taladro superior.

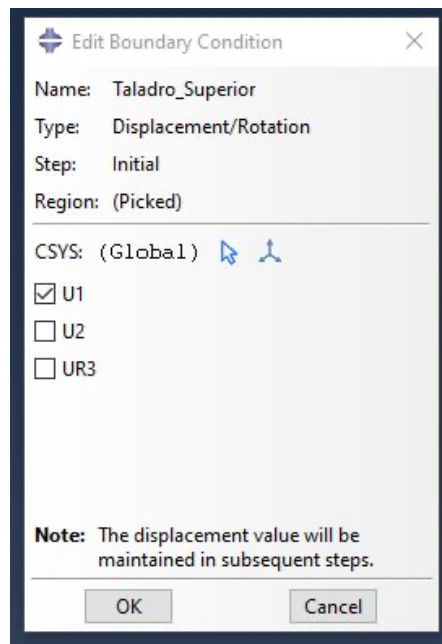


Ilustración 115. Bloqueo del desplazamiento horizontal.

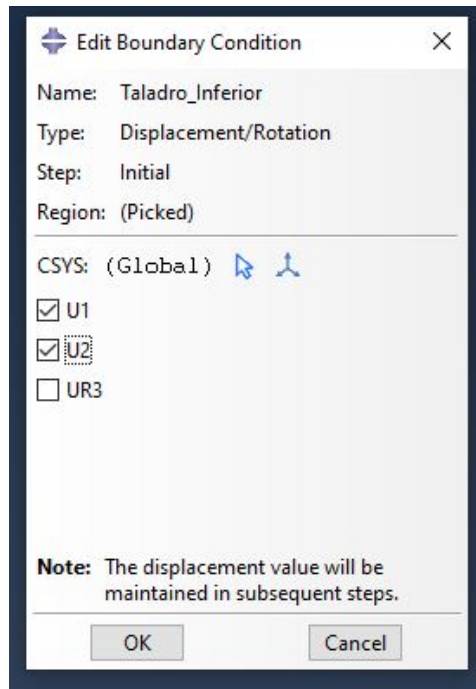


Ilustración 116. Bloqueo del desplazamiento vertical y horizontal.

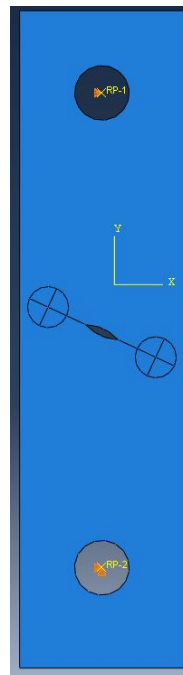


Ilustración 117. Condiciones de contorno completamente definidas.

Mesh:

El objetivo de este módulo es la generación de la malla para la geometría especificada. El proceso se inicia seleccionando el botón "Assign Element Type", lo que desencadena la configuración de las propiedades de la malla. En la casilla "Element library", se elige "Standard", seguido de "Plane Stress" en la categoría

"Family". Se establece "Quadratic" en "Geometric order" y finalmente se selecciona "Reduced integration" (Ilustración 118). Con estos parámetros definidos, se procede a la opción "Seed part instance" para especificar el tamaño global de los elementos. En este caso, se asigna un valor de 1 (Ilustración 119).

Una vez completado este paso, se procede a "Seed edges" para definir el tamaño local en el área de interés, que abarca la circunferencia y las líneas divisorias en 4 zonas (Ilustración 121). Aparece una ventana emergente donde se ingresa un tamaño local de 0.1 (Ilustración 120). Posteriormente, se avanza al siguiente paso seleccionando "Assign Mesh Controls" y marcando la zona de interés hasta que cambie de color a rojo.

Al finalizar esta etapa, se presenta un mensaje donde se eligen las opciones "Quad", "Free" y "Medial axis" para la región que excluye la circunferencia y su interior (Ilustración 122 y Ilustración 123). Para la circunferencia, se sigue el mismo procedimiento, pero en el último mensaje se selecciona "Quad-dominated" y "Sweep" (Ilustración 124 y Ilustración 125).

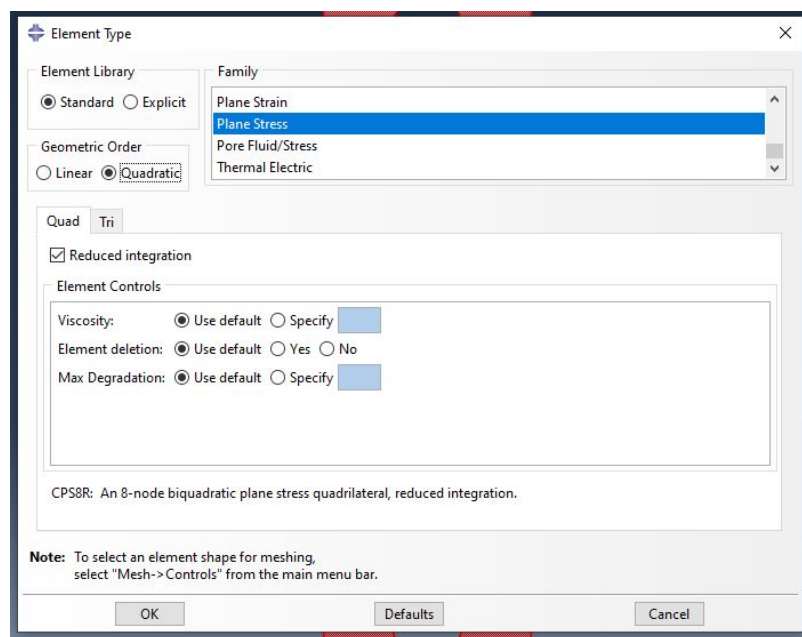


Ilustración 118. Selección del tipo de elemento.

Una vez realizado todos estos pasos, se selecciona la opción "Mesh part instance" para generar la malla de la geometría Ilustración 126.

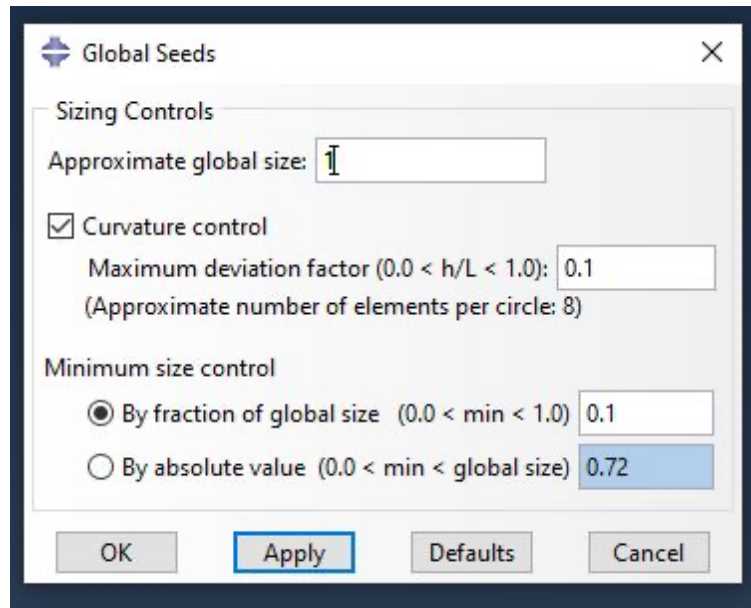


Ilustración 119. Semilla global.

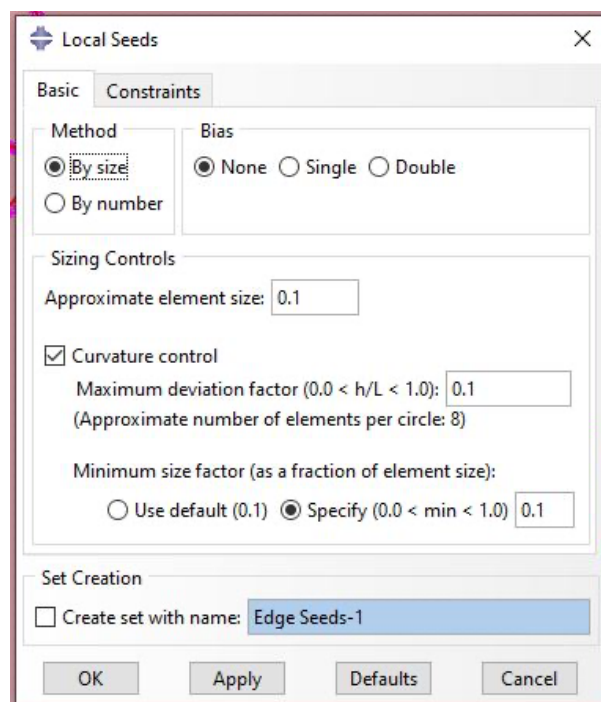


Ilustración 120. Semilla local.

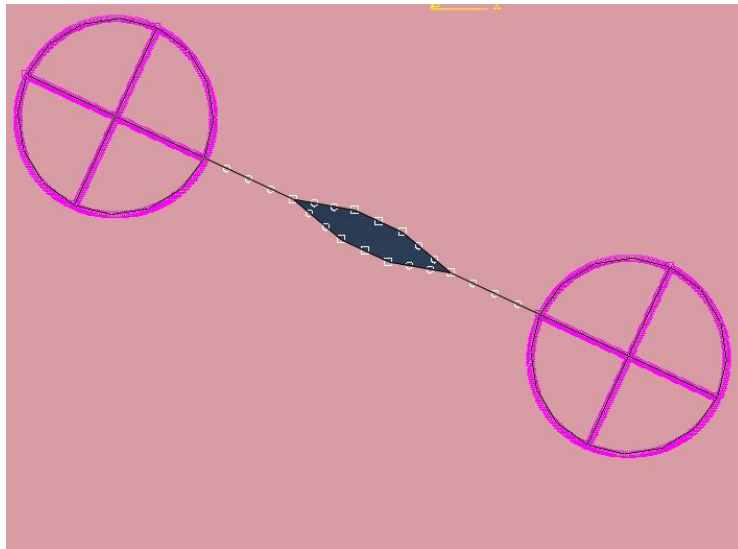


Ilustración 121. Selección de la región de interés de la grieta.

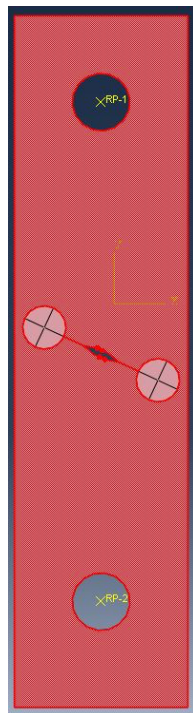


Ilustración 122. Asignación tipo de malla a la zona restante de las circunferencias.

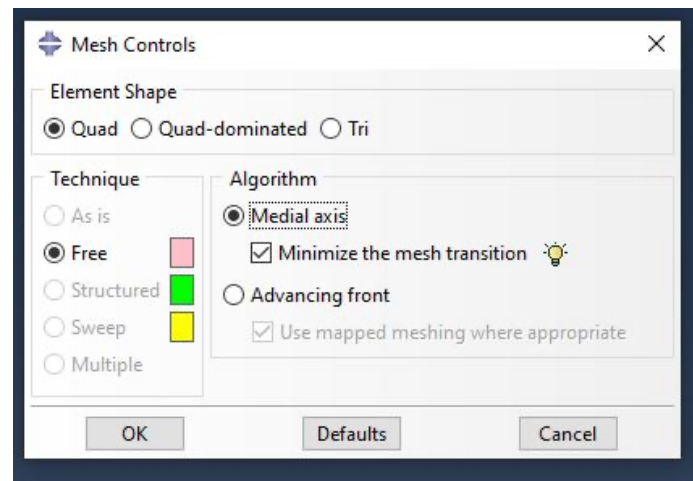


Ilustración 123. Mesh controls zona restante a las circunferencias.

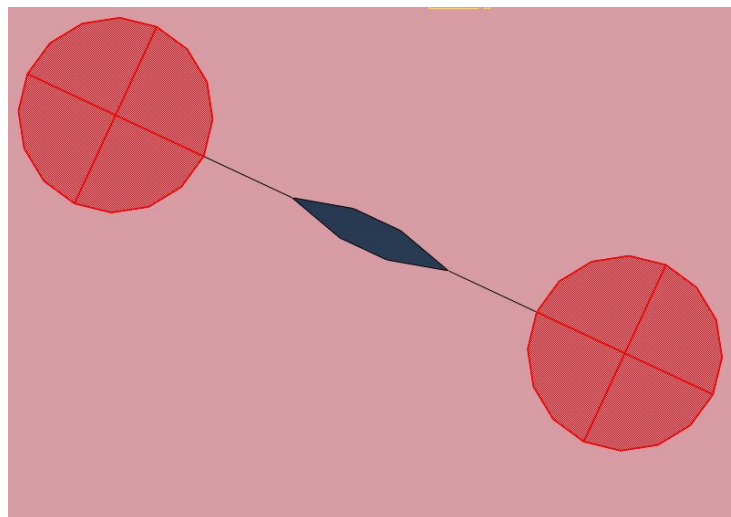


Ilustración 124. Asignación de la malla para las circunferencias.

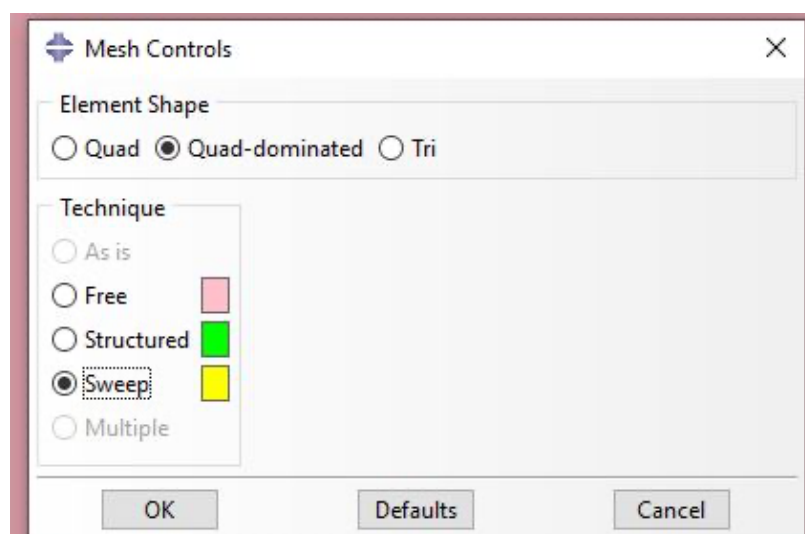


Ilustración 125. Mesh Controls para las dos circunferencias.

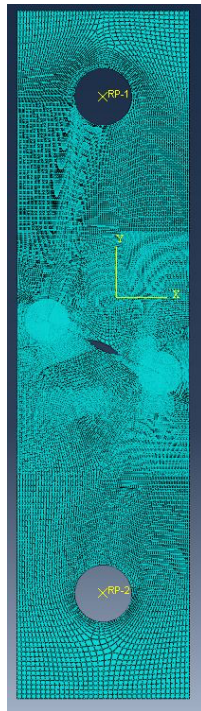


Ilustración 126. Malla generada.

Job:

En este último módulo se llevará a cabo la ejecución de la simulación (Ilustración 127). Para iniciar, se debe acceder al "Job Manager", donde se despliega un mensaje que requiere hacer clic en el botón "Create" (Ilustración 128). Una vez realizado este paso, aparece una última ventana donde se introduce el nombre deseado para la simulación y se confirma seleccionando "OK" (Ilustración 130). A continuación, se presenta una ventana donde al seleccionar "Submit" se ejecutará la simulación, pero antes de proceder, es necesario definir los resultados deseados relativos a la grieta.

Para esto, se regresa al módulo "Step" y se marca la opción "History Output Manager" (Ilustración 130). Primero, se generan los resultados del factor de intensidad de tensiones para la grieta izquierda seleccionando "Crack 1" en el menú "Domain", especificando "Number of contours" como 10, y eligiendo "Type" como "Stress Intensity Factor" y "Maximum tangential stress" (Ilustración 131). Posteriormente, se crean los resultados de la Integral J siguiendo los mismos pasos, pero esta vez se selecciona "Type" como "J-Integral" (Ilustración 132).

Una vez completados estos pasos, se vuelve al módulo "Job" y se hace clic en "Submit" (Ilustración 133) para ejecutar la simulación junto con los resultados definidos previamente.

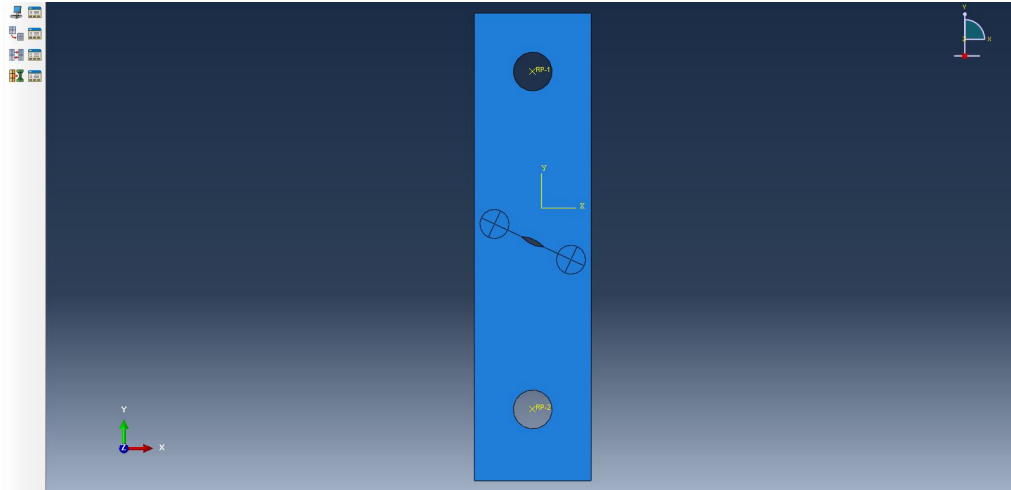


Ilustración 127. Interfaz del módulo Job.

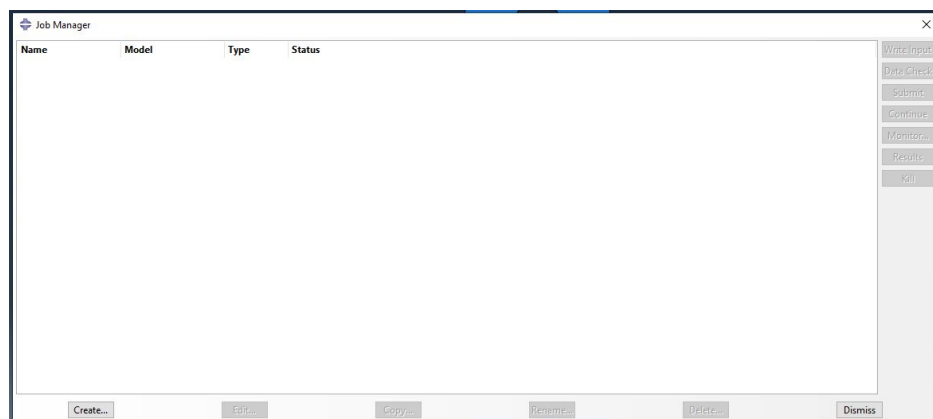


Ilustración 128. Organizador de simulaciones.

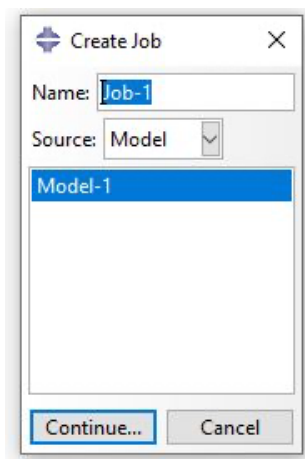


Ilustración 129. Creación de la simulación.

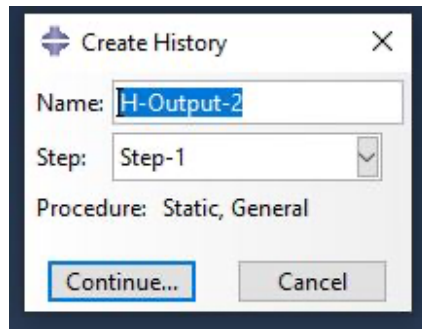


Ilustración 130. Creación de resultados.

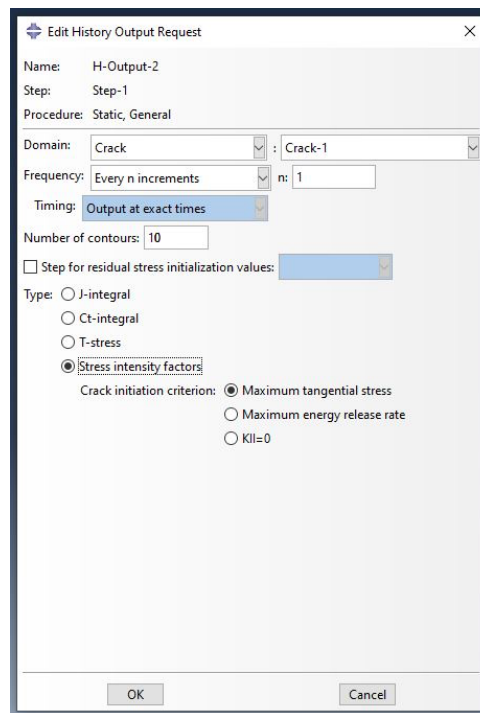


Ilustración 131. Factor de intensidades de la grieta izquierda.

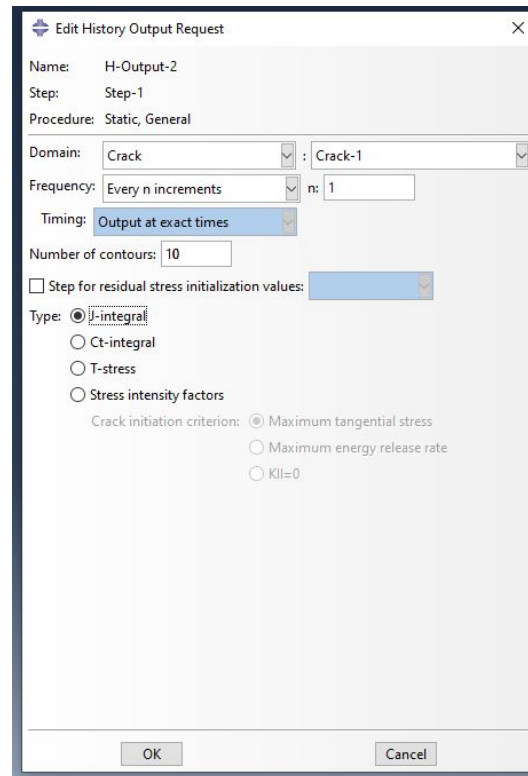


Ilustración 132. Integral-J de la grieta izquierda.

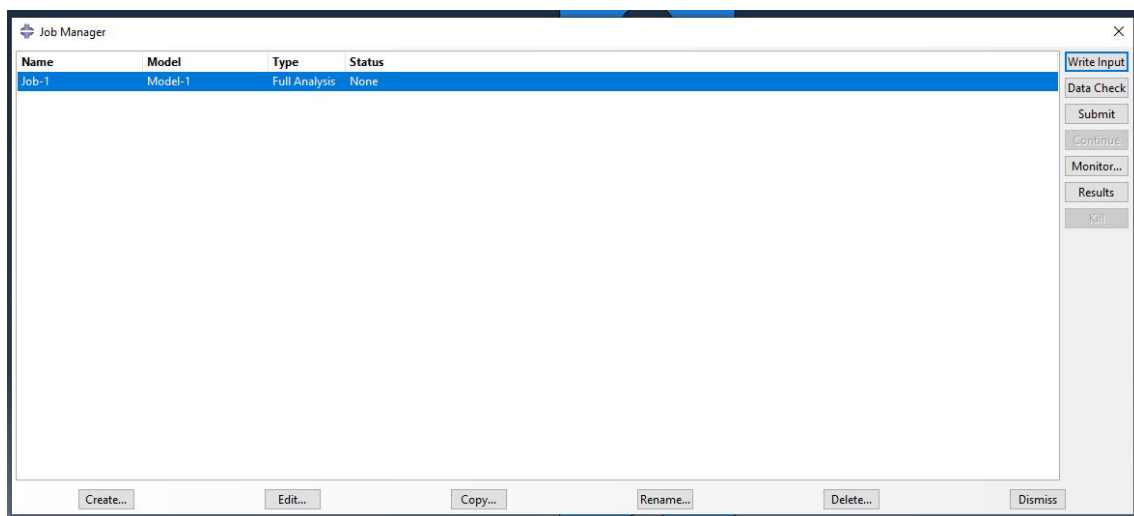


Ilustración 133. Iniciación de la simulación.

Propiedades plásticas:

Para obtener la integral J se tienen que realizar los mismos pasos que los explicados en el análisis numérico para un modo de carga I.