



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Trabajo Fin de Grado

La estadística y la probabilidad en el tercer ciclo de Educación Primaria

Alumno/a: **Jesús Montoro Díaz**

Tutor/a: Prof. D. Antonio Estepa Castro
Dpto.: Didáctica de las Ciencias

Mayo, 2019

Índice

1. Resumen y palabras clave-----	4
2. Introducción -----	5
3. Objetivos-----	5
4. Fundamentación curricular-----	6
5. Fundamentación epistemológica -----	9
5.1. Variables estadísticas -----	10
5.2. Frecuencia absoluta y frecuencia relativa -----	10
5.3. Media -----	11
5.4. Moda-----	12
5.5. Mediana -----	12
5.6. Rango y semi-rango-----	13
5.7. Gráficos estadísticos -----	13
5.7.1. Diagrama de barras-----	14
5.7.2. Diagrama de sectores -----	14
5.7.3. Diagrama lineal-----	15
5.8. Probabilidad -----	16
5.9. Suceso seguro, posible e imposible -----	16
6. Fundamentación didáctica -----	17
7. Proyección didáctica-----	19
7.1. Título -----	19
7.2. Justificación-----	19
7.3. Contextualización -----	20
7.3.1. Contextualización del centro -----	20
7.3.2. Contextualización de aula -----	22
7.4. Descripción del grupo de estudiantes al que va dirigida la unidad didáctica -----	22
7.5. Objetivos -----	23
7.5.1. Objetivos generales -----	23
7.5.2. Objetivos específicos -----	23
7.6. Competencias clave-----	24
7.7. Contenidos -----	25
7.7.1. Contenidos curriculares-----	25
7.7.2. Contenidos específicos-----	26
7.7.2.1. Conceptuales -----	26
7.7.2.2. Procedimentales-----	26
7.7.2.3. Actitudinales-----	26
7.7.3. Contenidos transversales -----	26

7.8. Metodología -----	27
7.9. Actividades y recursos-----	28
7.10. Atención a la diversidad-----	35
7.11. Temporalización -----	36
7.12. Evaluación -----	36
8. Conclusiones -----	39
9. Referencias bibliográficas-----	40
10. Anexos -----	42

Índice de gráficos y tablas

Gráfico 1. Ejemplo de diagrama de barras. -----	14
Gráfico 2. Ejemplo de diagrama de sectores. -----	15
Gráfico 3. Ejemplo gráfico lineal. -----	15
Tabla 1. Relaciones con otras instituciones -----	22
Tabla 2. Competencias básicas en Educación Primaria. -----	24
Tabla 3. Sesión 1. El preguntón. -----	28
Tabla 4. Sesión 2.Construyendo la tabla de frecuencias. -----	29
Tabla 5. Sesión 3. Moda, media y rango. -----	30
Tabla 6. Sesión 4. Un gráfico vale más que mil palabras. -----	31
Tabla 7. Sesión 5. Calculando probabilidades. -----	32
Tabla 8. Sesión 6. Sucesos. -----	33
Tabla 9. Sesión 7. Repasa la unidad. -----	34
Tabla 10. Sesión 8. Evaluación final. -----	35
Tabla 11. Temporalización. -----	36
Gráfico 4. Gráfico lluvias. -----	38

1. Resumen y palabras clave

Resumen

El trabajo fin de grado “La estadística y la probabilidad en el tercer ciclo de primaria” surge con la necesidad de crear una unidad didáctica de estadística y probabilidad que se ajuste a la normativa actual. Se encuentra enmarcado en el tercer ciclo de Educación Primaria, concretamente en sexto curso y está contextualizado para el colegio San Vicente de Paúl.

La finalidad de la unidad didáctica es hacer entender al alumnado la importancia de la estadística en la vida diaria.

El trabajo se divide en dos partes, la primera parte, más teórica, se centra en un análisis de libros, normativas y conceptos de estadística. En segundo lugar, se presenta una unidad didáctica innovadora, atractiva y dentro del marco normativo vigente basada en la organización, cálculo y representación de datos.

Palabras clave: unidad didáctica, estadística, análisis, Educación Primaria, probabilidad, variable estadística, tabla de frecuencias, gráfico, moda, media aritmética, rango.

Abstract

This final project “La estadística y la probabilidad en el tercer ciclo de primaria” emerges out of the necessity of creating a didactic unit about Statistics and Probability in accordance with the current normative. It is framed in the Third Cycle of Primary Education, in the sixth year concretely, contextualised in San Vicente de Paul school.

The main aim of this didactic unit is to make students realise about the importance of Statistics in daily life.

The project is divided in two parts. The first part, which is theoretical, is focused on the analysis of other Works, normatives and statistical concepts. Secondly, it presents an innovative and attractive didactic unit, within the current normative framework, based on organization, calculation and data representation.

Keywords: didactic unit, statistics, analysis, Primary Education, probability, statistical variable frequency table, chart, mode, arithmetic average, range.

2. Introducción

En el presente trabajo fin de grado de Educación Primaria se presenta la unidad didáctica “Conozco a mi clase” destinada a los alumnos de 6º de primaria.

En primer lugar, se realiza un análisis curricular, epistemológico y didáctico, en el que se investigará sobre los libros de texto, algunas investigaciones realizadas sobre el estudio de la estadística y se profundizará en los conceptos que más adelante se expondrán en la propuesta didáctica.

En segundo lugar, proponemos una unidad didáctica que está enmarcada en el Bloque 5: estadística y probabilidad del área de matemáticas según la Junta de Andalucía (2015).

La estadística está muy presente en nuestro día a día, en las noticias, en los juegos de azar, en la política... Es por esto que el alumno debe tener conocimientos estadísticos para que pueda ser un ciudadano bien formado y bien informado sobre el mundo que les rodea.

Se plantea una unidad didáctica en la que aprenderemos a organizar, calcular y representar grandes cantidades de información, con el fin de conseguir que el alumno sea capaz de proponer un razonamiento crítico ante las situaciones estadísticas que le surjan en el futuro.

3. Objetivos

- Adquirir un conocimiento práctico del aula y de la gestión de la misma.
- Relacionar teoría y práctica con la realidad del aula y del centro.
- Buscar y analizar información.
- Participar en la actividad docente y aprender a saber hacer, actuando y reflexionando desde la práctica.
- Trasladar a la realidad del aula de Educación Primaria los conocimientos teóricos adquiridos.
- Dominar y entender los conocimientos estadísticos.
- Efectuar un análisis crítico de los libros de texto.
- Diseñar una propuesta de intervención para los alumnos del tercer ciclo de Primaria basada en la Estadística.
- Conocer los contenidos estadísticos que se imparten en la etapa de Educación Primaria y su didáctica.
- Profundizar en los conceptos que deben trabajarse en Educación Primaria.

4. Fundamentación curricular

Actualmente, en materia de educación, el docente debe actuar según el Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria en ámbito nacional. Mientras que en el ámbito autonómico, debemos guiarnos por la ORDEN de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. Del MECD (2014) podemos extraer los objetivos generales de la Educación Primaria que vamos a utilizar:

- Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y de responsabilidad en el estudio, así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje, y espíritu emprendedor.
- Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.

Del mismo modo, en Junta de Andalucía (2015), podemos encontrar los contenidos, competencias, criterios de evaluación y aspectos generales de todas las áreas de esta etapa, también los objetivos de área, los cuales utilizaremos en nuestra unidad didáctica.

El área de matemáticas cuenta con 5 bloques: bloque 1. “Procesos, métodos y actitudes matemáticas”. Se ha formulado con la intención de que sea la columna vertebral del resto de los bloques. Bloque 2. “Números”. Bloque 3. “Medida”. Bloque 4. “Geometría”. Y bloque 5. “Estadística y probabilidad”. Nuestra unidad didáctica estará dentro del bloque 5, el cual habla de la estadística y la probabilidad. Aunque el MECD (2014) nos habla de los contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje, toda esta información es conveniente extraerla de la Junta de Andalucía (2015) ya que vienen mucho más detallados, además de estar separado por ciclos. Los contenidos del bloque 5, de estadística y probabilidad del tercer ciclo son los siguientes:

- 5.1. Gráficos y parámetros estadísticos: tablas de datos, diagramas de barras, diagramas lineales, diagramas poligonales y sectoriales.
- 5.2. Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición.
- 5.3. Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- 5.4. Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.

- 5.5. Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.
- 5.6. Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
- 5.7. Carácter aleatorio de algunas experiencias.
- 5.8. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.
- 5.9. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos.
- 5.10. Atención al orden y la claridad en la elaboración y presentación de gráficos y tablas.
- 5.11. Interés y curiosidad por la utilización de tablas y gráficos.
- 5.12. Confianza en las propias posibilidades al afrontar la interpretación y el registro de datos y la construcción de gráficos.

Lo primero que llama la atención es que el bloque de estadística es el último del área, por lo que en muchas ocasiones no da tiempo a tratar el tema o se da de manera rápida por la falta de tiempo en el curso escolar. Si este hecho se produce se traduce en un retraso en los conocimientos estadísticos del niño a lo largo de la etapa que serán difícil de recuperar.

Una vez que conocemos las leyes que rigen la educación a nivel estatal y autonómico, podemos analizar los libros de texto, en este caso, analizaremos las editoriales de ANAYA y SM.

La editorial ANAYA, Ferrero, Martín, Alonso y Bernal (2015), comienza la unidad con una ilustración y recordando conceptos anteriores que serán necesarios para adquirir los nuevos conocimientos que serán objeto de estudio. A continuación, nos encontramos, por este orden, tablas de frecuencia, gráficas de barras, gráficas dobles, moda, mediana, media, diagrama de sectores y para acabar, nos encontramos con dos apartados dedicados a la probabilidad llamados probabilidad y fracciones y la probabilidad a partir de los datos. Al final del tema disponemos de actividades de repaso del tema.

La editorial SM, González et al. (2015), también comienza con una ilustración y una breve historia para poner a los alumnos en una situación que les acompañará durante toda la unidad. La unidad se completa con los siguientes apartados, por este orden, frecuencias absolutas y frecuencias relativas, gráficos estadísticos (diagrama de sectores, polígono de frecuencias y diagrama de sectores), media, moda, mediana y rango. En el apartado de probabilidad nos encontramos suceso seguro, posible, imposible y cálculo de probabilidades.

Al final del tema nos encontramos actividades de repaso del tema y en el que se intenta enseñar estrategias de resolución de problemas estadísticos.

Tras esta breve revisión observamos que ambas editoriales coinciden en algunos apartados, como las tablas de frecuencia y el cálculo de probabilidades.

Observamos como ambas editoriales estudian las gráficas, sin embargo, Ferrero et al. (2015), muestra gráficos de barras, gráficos dobles y diagrama de sectores, mientras que González et al. (2015), muestra diagrama de barras, polígono de frecuencias y gráficos de sectores. A pesar de coincidir en la mayoría de las gráficas que enseñan, podemos notar que no se ajustan a la legislación, ya que según el contenido 5.1 vemos que ambos se olvidan de los gráficos lineales, además de especificar en el contenido 5.4 que se estudiarán gráficos sencillos, por lo que los gráficos dobles no estarían contemplados en la ley.

La segunda diferencia que encontramos entre las dos editoriales es que mientras que Ferrero et al. (2015), sólo muestra medidas de tendencia central como moda, mediana y media, en González et al. (2015), se muestran tanto medidas de centralización (moda, mediana y media) como de dispersión (rango). Aquí encontramos el segundo fallo en las dos editoriales, ya que Ferrero et al. (2015), no incluye al rango como se indica en el contenido 5.5. Las dos editoriales incluyen la mediana en sus unidades, aunque en la ley no se contemple su estudio en esta etapa.

Mientras que González et al. (2015) completa el tema con los diferentes tipos de sucesos y cálculo de la probabilidad de un suceso, Ferrero et al. (2015), lo hace con el cálculo de probabilidades de un conjunto de datos.

Tras analizar ambas editoriales, vemos que González et al. (2015) se adapta más a la normativa vigente, aunque al igual que Ferrero et al. (2015), ninguna propone apartados ni actividades para cumplir los contenidos 5.2, 5.6 y 5.9.

Analizando ambas editoriales nos encontramos con que se adaptan a la normativa de manera satisfactoria, pero en ningún momento se promueve el razonamiento crítico de los alumnos que es fundamental en el área de la estadística. Tampoco se enseña a los alumnos a recoger y clasificar datos de una encuesta utilizando técnicas de observación y medición.

En mi opinión, las editoriales están bien adaptadas a la ley, aunque se dejan una parte importantísima de los contenidos que tienen que ver con la iniciativa del alumno y contextualización, por lo que los alumnos aprenderán a hacer tablas de frecuencias y medidas de manera mecánica pero, ¿Realmente saben qué medida es mejor usar en cada caso? ¿Aprenden a extraer datos de una situación real o sólo a copiar números en una tabla?

En favor de las editoriales he de indicar que estos libros se hicieron con muy poco margen de tiempo, ya que los libros son de 2015 y la ley se aprobó en marzo de 2015 y el curso escolar se inicia en septiembre, por lo que es de suponer, que las próximas ediciones serán de mayor calidad.

5. Fundamentación epistemológica

La estadística se clasifica en dos grandes divisiones:

- Estadística descriptiva: Es aquella que utiliza técnicas y medidas que indican características de los datos disponibles. La información recogida se suele plasmar en gráficos, tablas, cuadros e índices que son como un resumen y descripción de las características principales de los datos conseguidos.

- Estadística inferencial: Parte de la Estadística que intenta dar una explicación, conclusión o inferir sobre los experimentos y fenómenos observados, mediante la ayuda de la probabilidad, de la estadística descriptiva o distribución de la probabilidad para tomar decisiones futuras.

Nuestra unidad didáctica se centra en la Estadística descriptiva, que es la más utilizada. Según (Borrego del Pino, 2008) las medidas que se suele utilizar para analizar la información son:

- Medidas de centralización: media, moda, mediana.
- Medidas de orden: cuartiles, deciles y percentiles.
- Medidas de dispersión: varianza, desviación típica, rango, rango intercuartílico...
- Medidas de forma: coeficiente de variación de Pearson, Curtosis de Fisher...
- Relación entre variables: coeficiente de correlación lineal, recta de regresión...

En la unidad didáctica que llevaré a cabo en el colegio trabajaremos diferentes conceptos. En el apartado de la estadística, trabajaremos con los conceptos de variable estadística, frecuencias relativa y absoluta, media, moda, rango, diagrama de barras, diagrama lineal y diagrama de sectores. En cuanto al apartado de probabilidad, aprenderemos a calcular las probabilidades de un suceso, así como distinguir los diferentes sucesos que existen (suceso seguro, posible e imposible).

Como nos indican Tomeo y Uña (2009) la finalidad de los estudios estadísticos es obtener información cuantitativa sobre alguna característica de un colectivo. Para simplificar el estudio se utilizan una serie de indicadores o medidas que nos informan suficiente y directamente sobre la característica estudiada. En nuestra unidad didáctica conoceremos las medidas de centralización más usadas. Una medida de centralización es un valor que

representa a todos los datos. Sin embargo, también estudiaremos una medida de dispersión, el rango. Las medidas de dispersión de una distribución estadística valoran la proximidad o alejamiento existente entre los datos. Existen muchas más medidas de dispersión, pero debido a su complejidad, se estudian en niveles educativos superiores.

Resulta evidente entender que el docente deberá tener un conocimiento más amplio de los conceptos que va a trabajar en educación primaria, por lo que además de los conceptos que vamos a impartir en clase, el docente deberá profundizar aún más en la materia para un mejor desarrollo de la docencia.

A continuación, detallaremos todos los contenidos que el docente tiene que conocer para desarrollar la unidad didáctica.

5.1. Variables estadísticas

“Llamaremos variable estadística a cada una de estas características consideradas con el propósito de describir a cada individuo de la muestra” (Cao et al., 2008, p. 28).

Del mismo modo, las variables estadísticas se pueden clasificar en:

- Cualitativas: son las variables que hacen referencia a atributos o cualidades de los individuos. No se pueden medir (ejemplo: color del pelo).
- Cuantitativas: se pueden medir. Existen dos tipos. Decimos que una variable cuantitativa es discreta cuando no puede tomar ningún valor intermedio entre dos valores consecutivos (ejemplo: número de hermanos). Una variable cuantitativa es continua cuando entre dos valores, la variable puede tomar un número infinito de valores intermedios (ejemplo: peso).

5.2. Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

“Se denomina frecuencia absoluta de una modalidad al número de veces que se presenta un determinado valor” (Hermoso y Hernández, 1989, p. 7)

“Se define la frecuencia relativa de una modalidad (...) como el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de observaciones” (Hermoso y Hernández, 1989, p. 8)

Se define la frecuencia absoluta acumulada como el número de veces que se representa una modalidad o modalidades menores o iguales que ella. (...) La frecuencia relativa acumulada (...) se obtiene como cociente entre la frecuencia absoluta acumulada y el

número total de observaciones o sumando las frecuencias relativas de modalidades menores o igual a la dada. (Hermoso y Hernández, 1989, p.8)

5.3. Media

Para Esteban et al. (2005) la media aritmética, a la que denotaremos $\bar{x}$, “es la suma de los valores de la variable divididos por el número total de observaciones” (p. 26).

La media sólo puede ser calculada en el caso de que la variable estadística objeto de estudio sea de tipo cuantitativa. La media aritmética siempre tomará un valor entre el mayor y el menor de los valores. Según Estepa (2014) las propiedades de la media aritmética son:

- En el cálculo de la media intervienen todos los valores del conjunto de datos.
- La media siempre es un número comprendido entre los valores mínimo y máximo.
- La media puede tomar un valor distinto a los valores de la variable.
- La media es muy sensible a los valores atípicos.
- La media aritmética es sensible al cambio de origen. Si a todos los datos le suma o resta un mismo número la nueva media será igual a la anterior más o menos el número sumado o restado.
- La media es sensible al cambio de escala. Si los datos cambian de unidad de medida, la media sufrirá el mismo cambio de unidad de medida.
- La suma de las desviaciones de los datos respecto a la media es cero.
- Los valores nulos también deben tenerse en cuenta a la hora de calcular la media.
- La media representa sólo a los datos de los que ha sido calculados.

Para el mismo autor, la media aritmética puede tener muchos significados, en los que destacamos tres: la media aritmética como el verdadero valor de una serie de medidas distintas del mismo hecho, como reparto equitativo o como centro de gravedad. Los cuales describiremos brevemente:

- La media aritmética como el verdadero valor de una serie de medidas distintas del mismo hecho. Cuando se toman varias medidas de un hecho y por diversas circunstancias cada vez que medimos obtenemos una medida distinta, surge el problema de determinar la verdadera medida del objeto. El problema se resuelve calculando la media aritmética de las medidas obtenidas.
- La media aritmética como reparto equitativo. Coincide con la división partitiva, en este caso, es el valor que tendrían los datos si todos fuesen iguales.

- La media aritmética como centro de gravedad. Es el centro de gravedad del conjunto de los datos. Por ejemplo. Dados los datos 3, 5, 6, 9 y 12, si apoyáramos una regla de 12 centímetros en un punto que estuviese en el 7, la regla permanecería en equilibrio, de ahí este sentido de centro de gravedad. Lo que físicamente se puede interpretar como que las cantidades a la izquierda del 7 (la media) tienen el mismo valor que los de la derecha del 7. Esto se obtiene de que la distancia de 3 a 7, -4; de 5 a 7, -2; de 6 a 7, -1; de 7 a 9, +2; y de 7 a 12, +5, suman $[(-4)+(-2)+(-1)+2+5]=0$. Con este ejemplo se entiende mejor la propiedad que dice que la suma de las desviaciones respecto a la media es 0.

5.4. Moda

La moda (M_o) de una distribución tomará el valor de la variable que más se repite. De este modo, es posible que en una misma distribución existan varias modas.

- Bimodal: cuando en una misma distribución existen dos modas.
- Trimodal: cuando en una misma distribución existen tres modas.
- Plurimodal: cuando en una misma distribución existen más de tres modas.

La moda tiene la particularidad de que es la única estadística de tendencia central que puede utilizarse en las variables nominales, ya que tanto la media como la mediana no se pueden calcular al no ser datos cuantitativos.

5.5. Mediana

“La mediana es un valor que, previa ordenación, deja la mitad de las observaciones en la recta real a la izquierda y la otra mitad a la derecha” (Fernández et al., 2000, p. 21)

En la normativa vigente, no se incorpora a la mediana como medida a enseñar en esta etapa, pero debido a que la mayoría de editoriales la incluyen en sus programaciones, incluiré información sobre esta medida de tendencia central, ya que aunque no la vaya a trabajar en mi unidad didáctica, es evidente que una vez analizados los libros de texto actuales, es una medida que los docentes deben conocer.

La mediana, a la que denotaremos M_e , se caracteriza por ser el valor central de unos datos ordenados. Para calcular la mediana, necesitamos conocer el número total de valores de una distribución. Podemos encontrar dos casos:

- Cuando el número total de valores de una distribución es impar. En este caso la mediana será el valor central de los datos correctamente ordenados.

- Cuando el número total de valores de una distribución es par. En este caso la mediana será la media aritmética de los dos valores centrales de los datos correctamente ordenados.

La mediana, al contrario que la moda, es única y es menos sensible a los casos atípicos que la media, ya que para calcular la mediana no se tiene en cuenta el valor de los datos, sino el orden. Por este motivo la mediana será el estadístico de orden ideal para distribuciones con valores atípicos o distribuciones muy asimétricas.

5.6. Rango y semi-rango

El rango (R) es la medida de dispersión más sencilla ya que es la diferencia entre el valor máximo y mínimo de una distribución, mientras que el semi-rango (SR) es una medida de tendencia central. El semi-rango se obtiene al dividir entre dos la suma de los valores máximo y mínimo.

$$R = \text{Máx} - \text{Mín}$$

$$SR = \frac{\text{Max} + \text{Mín}}{2}$$

5.7. Gráficos estadísticos

“Los procesos estadísticos se representan habitualmente mediante una tabla estadística, (...). A menudo se recurre a representaciones gráficas que proporcionan de modo rápido y visual una idea aproximada del aspecto que se estudia.” (Tomeo y Uña, 2009, p24)

Ayudan a ver la información de una manera más directa y de un vistazo, aunque no tiene la misma precisión que las tablas. Estas representaciones deben usarse como complemento de las tablas, de donde deberemos sacar las conclusiones.

La comprensión de gráficas se va dando de manera gradual, siempre y cuando exista una acción educativa bien definida. Así, tenemos que Curcio (1987) identifica tres niveles de comprensión:

- Lectura literal (leer los datos, que implica reconocer los elementos que componen un gráfico y los convencionalismos utilizados en su conformación).
- Comparación de datos (leer entre los datos, que consiste principalmente en la comparación de las distintas cantidades correspondientes a la variable o variables que incluye el gráfico).
- Extensión de la información (leer más allá de los datos, que tiene que ver con la capacidad para hacer proyecciones e inferencias a partir de los datos).

Es este último nivel el que tienen que adquirir y potenciar los alumnos hacia los que va dirigida la unidad didáctica.

5.7.1. Diagrama de barras

Esteban et al. (2005) nos explica que el diagrama de barras se utiliza cuando los datos no están agrupados en intervalos. Se sitúan los valores de la variable en el eje de abscisas y las frecuencias ordinarias (absolutas o relativas). Se asocia una barra a cada valor y se levanta un segmento vertical de altura igual a la frecuencia que le corresponda. Como observamos en el gráfico1.

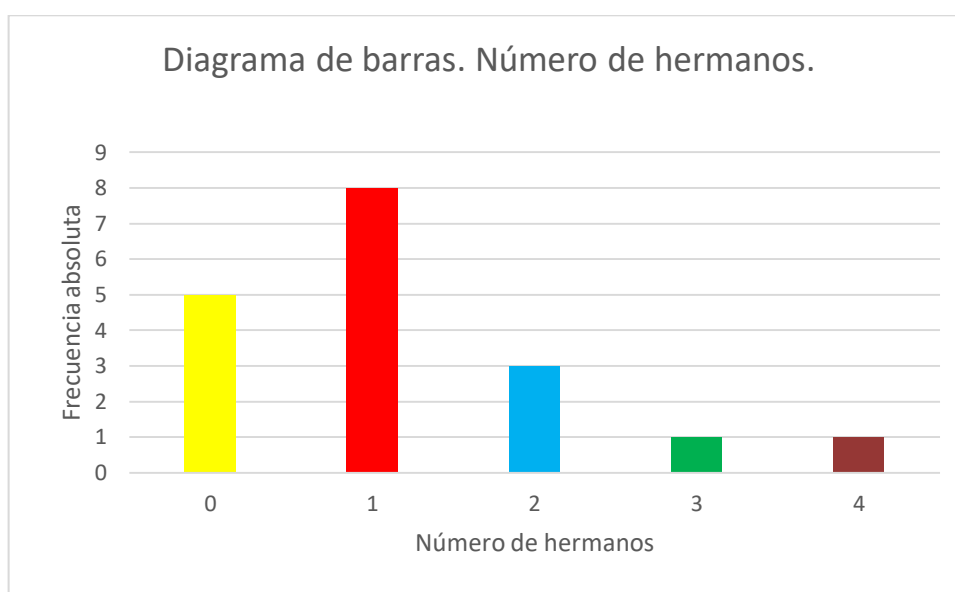


Gráfico 1. Ejemplo de diagrama de barras.

5.7.2. Diagrama de sectores

Para Cao et al. (2008) la idea del diagrama de sectores es muy similar a la del diagrama de barras, con la diferencia de que esta vez la representación no tendrá lugar en un eje de coordenadas sino en un círculo de radio arbitrario donde se repartirá en sectores proporcionales a las frecuencias de cada modalidad.



Gráfico 2. Ejemplo de diagrama de sectores.

5.7.3. Diagrama lineal

El diagrama lineal se construye mediante puntos conectados por segmentos para mostrar cómo cambia el valor de algo en el tiempo o con el valor de la variable y suele ser utilizado para comparar datos

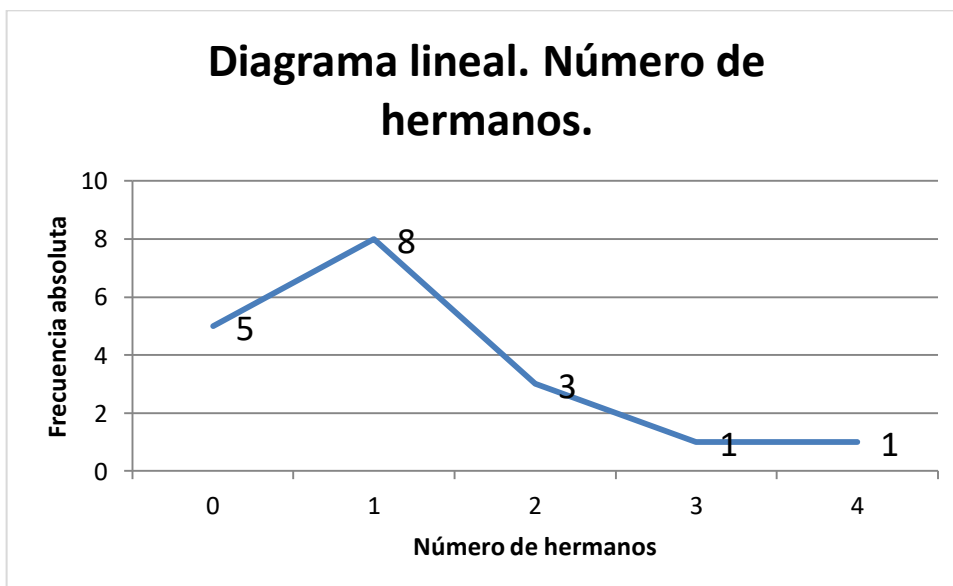


Gráfico 3. Ejemplo gráfico lineal.

5.8. Probabilidad

Como nos indica Fernández et al. (2000) “La dificultad de dar una definición al concepto de probabilidad sin objeciones ni limitaciones, queda reflejada por los diferentes intentos realizados a lo largo de la historia para encontrar una definición de dicho concepto.”

Fernández et al. (2000), desprende la existencia de tres definiciones del concepto de probabilidad.

- Definición clásica de Laplace: la probabilidad de un suceso A es el cociente entre el número de casos favorables al suceso y el número de casos posibles.

$$\text{Probabilidad de un suceso} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

El inconveniente de esta definición es que no es válida cuando los sucesos elementales no son equiprobables y que no siempre se puede contar.

- Definición de Bernouilli: la probabilidad de un suceso es el valor límite de su frecuencia relativa al repetir indefinidamente un experimento.

Esta definición también cuenta con algunos inconvenientes, pues en algunas ocasiones no es posible realizar una experimentación definida y las condiciones en las que se realiza un experimento pueden variar con el paso del tiempo.

- Definición axiomática de probabilidad: dado un espacio de medida finita, se dice probabilidad si cumple los siguientes axiomas:
 1. La probabilidad de un suceso es siempre mayor o igual a cero.
 2. La probabilidad del suceso seguro es igual a la unidad.
 3. La probabilidad de la unión de sucesos incompatibles es igual a la suma de las probabilidades de cada uno de ellos.

Aunque existen varias definiciones de probabilidad, en la unidad didáctica trabajaremos con la definición de Laplace, ya que es la más sencilla de entender y nos servirá para todos los supuestos prácticos propuestos por el docente.

5.9. Suceso seguro, posible e imposible

- Suceso seguro: es aquel que siempre se verifica, todos los resultados elementales son favorables a dicho suceso. Ejemplo: sacar menos de un 7 al tirar un dado de 6 caras.
- Suceso posible: es aquel que tiene posibilidad, mayor o menor, de que suceda. Ejemplo: sacar un número par al tirar un dado.

- Suceso imposible: es aquel que no se puede verificar nunca, no hay ningún resultado que sea favorable al suceso. Ejemplo: sacar más de un 7 en un dado de 6 caras.

6. Fundamentación didáctica

Antes de comenzar a redactar mi unidad didáctica, es necesario conocer los obstáculos que me puedo encontrar durante el transcurso del proceso de enseñanza-aprendizaje y cómo se pueden afrontar. Brousseau (1983) describe las siguientes características de los obstáculos:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento. El alumno tiene adquirido un conocimiento para producir respuestas adaptadas a un cierto contexto. Por lo tanto, cuando utilice ese conocimiento fuera de ese contexto, generará respuestas incorrectas. Una respuesta más general exigirá un punto de vista diferente.
- El alumno no es consciente del obstáculo y no logra establecer un conocimiento mejor. Es primordial que el alumno detecte ese obstáculo y que lo adapte al nuevo conocimiento o amplíe el que ya tiene.
- Después de que el alumno se ha dado cuenta de que existía un obstáculo, continúa manifestándolo, de forma esporádica.

Brousseau detecta tres tipos de obstáculos:

- Obstáculos ontogénicos (también llamados obstáculos psicogenéticos): son los obstáculos que implican un determinado desarrollo del niño. Por ejemplo, para comprender el concepto de probabilidad se necesita un cierto nivel de razonamiento que no se encuentra en los niños pequeños.
- Obstáculos didácticos: estos obstáculos surgen en el momento en el que un concepto se enseña de manera inadecuada. Por ejemplo, para un niño es complicado entender la fórmula de la media aritmética, sin embargo, les resulta más sencillo utilizando ejemplos concretos o comparaciones como comparar la media como punto de equilibrio o centro de gravedad.
- Obstáculos epistemológicos: relacionados intrínsecamente con el concepto o su definición. Por ejemplo el concepto de probabilidad (clásica, frecuencial, subjetiva) que hicieron necesaria una definición axiomática.

Es la labor del docente encontrar estos obstáculos en los alumnos y ayudar a superarlos, siendo fundamental para la construcción del nuevo conocimiento que van a adquirir. Otra dificultad añadida puede ser la falta de conocimiento previo en el ámbito de la estadística y la probabilidad necesario para la adquisición de los nuevos conceptos.

Una vez que conocemos los obstáculos que nos podemos encontrar, deberemos conseguir que nuestro alumnado adquiera los nuevos conocimientos matemáticos que queremos transmitirle. Freudenthal (1991) nos explica cómo conseguir esta matematización:

- Construir o buscar soluciones de un problema que no son inmediatamente accesibles.
- Inventar una simbolización adecuada para representar la situación problemática y las soluciones encontradas, y para comunicar estas soluciones a otras personas.
- Justificar las soluciones propuestas (validar o argumentar).
- Generalizar la solución a otros contextos, situaciones-problemas y procedimientos.

Si nos centramos en las medidas de tendencia central, la moda, la mediana y la media aritmética, vemos que, al planificar la enseñanza del tema, debemos tener en cuenta los cinco tipos de elementos que constituyen el significado sistémico de un objeto matemático. Batanero (2000) nos describe estos elementos:

- Elementos actuativos: habilidad operatoria en los diferentes algoritmos y procedimientos relacionados con el concepto. Algunos errores de cálculo en la moda, como tomar como moda la mayor frecuencia absoluta. En la mediana son errores comunes no ordenar los datos o equivocarse al calcular el valor central, ya que se realiza de forma diferente si el número de valores es par o impar. Por último, en la media, no tener en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo.
- Elementos intensivos: conocer la definición de los conceptos y sus propiedades. Cuando los alumnos comienzan a estudiar la moda, la mediana y la media ya saben sumar y multiplicar e inconscientemente aplican a la operación de promediar algunas de las propiedades de las anteriores que no se cumplen en el caso de los promedios.

- Elementos extensivos: reconocer los problemas donde debe aplicarse el concepto. No sirve de nada si se conoce el concepto y el cálculo de las medidas de posición central si luego no se reconocen los problemas relacionados con su concepto.
- Elementos ostensivos y elementos validativos: las notaciones o palabras con las que denotamos, sus representaciones y la capacidad de argumentar y justificar propiedades, relaciones y soluciones de problema. Los términos matemáticos con los que designamos los conceptos tiene un significado preciso, pero este no siempre coincide con el término asignado al lenguaje coloquial. Por ejemplo, la palabra media, en lenguaje coloquial suele ser atribuido a valor más frecuente, el cual se puede confundir con la moda.

7. Proyección didáctica

7.1. Título

Conozco a mi clase.

7.2. Justificación

En la Junta de Andalucía (2015), se plantean 5 bloques en el área de Matemáticas, que son:

Bloque 1: procesos, métodos y actitudes matemáticas.

Bloque 2: números.

Bloque 3: medidas.

Bloque 4: geometría.

Bloque 5: estadística y probabilidad.

Esta unidad didáctica se centrará en el bloque 5: estadística y probabilidad, sirviendo esta ley de referencia para la creación de contenidos, objetivos, evaluación y actividades.

Otra parte a tener en cuenta es la importancia de la estadística para la vida posterior del alumno, pues es un conocimiento necesario para que el alumno pueda formarse una opinión cultural. Vivimos en la era de la información, donde medios de comunicación y redes sociales influyen enormemente en nuestra vida diaria y en las que podemos leer y escuchar noticias relacionadas con la estadística y la probabilidad. A diario nos encontramos noticias en las que observamos gráficos que serán mucha más fácil de interpretar si el alumno posee un conocimiento estadístico y probabilístico.

En la actualidad, las casas de apuestas están de moda, y aunque no esté de acuerdo con dichas prácticas, es un claro ejemplo de que el conocimiento estadístico y probabilístico es

esencial para un buen análisis de la situación. Las casas de apuestas, la política, los juegos de azar, la lotería son sólo unos pocos ejemplos de lo que el alumno se puede encontrar en su contexto más próximo, por lo que se entiende la presencia de un bloque específico de estadística y probabilidad.

7.3. Contextualización

7.3.1. Contextualización del centro

El colegio San Vicente de Paul fue fundado en 1885 bajo el nombre de “Amiga de Piedra”.

La Compañía de las Hijas de la Caridad es la fundación religiosa que dirige y promueve el colegio. El Centro es privado concertado de una línea; abarca las siguientes etapas educativas: Educación Infantil, Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria. Dispone de dos Aulas de Apoyo a la Integración y un Aula de Audición y Lenguaje para atender al alumnado con necesidades educativas. El centro cuenta con 24 profesores, formado por: 4 maestras de E. Infantil, 7 maestros/as de EPO, 1 maestra de Audición y Lenguaje, 1 Psicopedagoga, 2 maestros de Aulas de Integración, 1 maestra de refuerzo educativo y 8 profesores de ESO. El colegio San Vicente de Paul forma parte de los centros educativos vicencianos y cuenta con 334 alumnos, de los cuales, 157 pertenecen a la etapa de Primaria.

El Colegio san Vicente de Paul se encuentra en el barrio de la Magdalena, en la zona oeste de la ciudad de Jaén y comparte zona educativa con dos colegios públicos cercanos (Ruiz Jiménez y Santa Capilla de San Andrés) y otro concertado algo más alejado (La Purísima), también comparte zona con un instituto de educación secundaria (San Juan Bosco). Se trata de un bonito edificio de ladrillo que se integra a la perfección en el entorno. Este barrio es conocido también como "La Malena" o barrio árabe y conserva todas las características principales de la arquitectura árabe. Sus calles son estrechas, serpenteantes y a veces escalonadas. Es el barrio más antiguo de Jaén. Muy cerca del Colegio se encuentran algunos de los monumentos más representativos y visitados de la ciudad: El Palacio de Villardompardo y los Baños Árabes, el convento de Santo Domingo, la Iglesia de San Andrés, el Hospital de San Juan de Dios, el Archivo Histórico Provincial o la Iglesia de San Juan, situada muy cerca del colegio, pero ya en el barrio vecino del mismo nombre. Mención especial merece la Iglesia de la Magdalena, con la que el Colegio mantiene una muy estrecha relación, siendo el lugar de muchas de las celebraciones que realiza. La mayoría de su población pertenece a la clase media trabajadora, habiendo, sin embargo, mayor índice de

paro que en el resto de la capital, sobre todo en la mujer. El nivel cultural es muy bajo comparado con otros barrios de la capital. Hay un porcentaje de analfabetismo superior a la media y el nivel de titulaciones de grado medio y superior es bastante inferior al resto de la población. Existe un Centro de Salud, un Centro Social, un Centro de Servicios Sociales y dos asociaciones de vecinos. Sin embargo faltan instalaciones deportivas, parques y zonas libres. Hay escasez de servicios comerciales.

El alumnado de nuestro Centro refleja con toda su crudeza la situación socioeconómica y cultural de la población de la que se nutre. Nuestros alumnos proceden mayoritariamente del barrio de La Magdalena y San Juan, dónde se da la mayor concentración de pobreza y marginación de la ciudad de Jaén.

Problemáticas asociadas a nuestros alumnos son el absentismo, la conflictividad, los bajos resultados académicos o el abandono prematuro tanto en la etapa de la Educación Primaria, como en la transición a la E.S.O. o durante la misma, situaciones que afectan de manera muy grave al alumnado de etnia gitana.

Como se ha comentado anteriormente el colegio se encuentra ubicado en pleno casco antiguo de la ciudad, en el barrio de la Magdalena, una de las zonas de mayor desnivel de la ciudad y formado en su mayoría por casas unifamiliares de una o dos plantas. Un alto porcentaje de nuestro alumnado proviene de familias de nivel socio-económico medio-bajo. Existen algunas familias desestructuradas y un porcentaje mínimo de familias de nivel socio-económico medio-alto. Las familias de los alumnos/as, son en su mayoría humildes, con bajo nivel de estudios, preocupados por el desarrollo escolar de sus hijos. También existe un importante número de familias que no muestra demasiado interés por la educación de sus hijos/as. En el barrio existe un ambiente multicultural por lo que en el Centro escolar también existe esta diversidad, cada vez mayor, entre nuestro alumnado.

El centro cuenta con el apoyo de diferentes instituciones, como podemos observar en la tabla 1, al igual que el centro colabora con otras instituciones en muchos ámbitos relacionados con la educación.

INSTITUCIÓN	RELACIÓN CON EL CENTRO
CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN	Concierto educativo. Gestión del Centro a través del Programa SÉNECA
FERE - ANDALUCIA	Otorgar asesoría legal, pedagógica. Negociación con la Conserjería y sindicatos. Cursos de formación.
USO	Sindicato al que están afiliados casi la totalidad del personal docente y no docente del centro y que asesora en el ámbito laboral a sus miembros.
AYUNTAMIENTO DE JAÉN	Colaboración en proyectos y campañas. Recogida de materiales para su reciclaje. Cesión de instalaciones deportivas.
CEP y CENTROS ESCOLARES DE JAÉN E.G. (EDUCACIÓN Y GESTIÓN)	Cursos para la formación del profesorado y encuentros interescolares. Se encarga de la gestión de las nóminas y contratos del profesorado del centro.
EDITORIAL SM	Proporciona material y colabora en cursos de formación y encuentros con otros centros Vicencianos.
EDITORIAL OXFORD	Proporciona material y colabora en cursos de formación y encuentros con otros centros Vicencianos.
AMPA “AMIGA DE PIEDRA”	Colaboración de las madres y padres del alumnado en actividades dentro del centro.
PARROQUIA DE LA MAGDALENA	Campañas de Cuaresma, Navidad, recogida de alimentos. Utilización para fiestas de pastoral del centro. Eucaristías de graduación.

Tabla 1. Relaciones con otras instituciones

7.3.2. Contextualización de aula

En el aula en el que se desarrolla este Trabajo de Fin de Grado nos encontramos con una clase que está dividida por grupos de 4, con el que se pretende fomentar el trabajo en equipo y la cooperación. La clase está decorada con trabajos realizados por los propios alumnos a lo largo del curso. El aula tiene balcones a ambos lados y además cuenta con una pizarra tradicional, una pizarra digital, un proyector, un ordenador con conexión a internet. También encontramos 3 armarios que utilizan los alumnos para guardar sus abrigo y algunos trabajos y dos estanterías en las que se muestran una serie de libros que voluntariamente van leyendo durante el transcurso del trimestre.

7.4. Descripción del grupo de estudiantes al que va dirigida la unidad didáctica

La unidad didáctica va dirigida a los alumnos de sexto curso de Educación Primaria. En el aula nos encontramos a 20 alumnos, 11 niñas y 9 niños de entre 11 y 13 años. De todos los discentes nos encontramos con tres repetidores y un alumno con necesidades específicas de apoyo educativo, debido a un trastorno específico del lenguaje (mixto) se le realizó una

adaptación curricular no significativa (ACNS). El alumno asiste al aula de audición y lenguaje dos veces por semana y a la unidad de apoyo a la integración dos sesiones a la semana. Esta adaptación no supone ninguna dificultad para el discente en el área de matemáticas. Además del alumno con adaptación curricular, hay otros alumnos que presentan diferentes problemas para el aprendizaje, por lo que en las clases de Matemáticas, además del maestro, se cuenta con la presencia de una maestra de apoyo en el aula durante cinco sesiones semanales para conseguir un aprendizaje lo más individualizado posible en la modalidad de escolarización A. Esta maestra estará presente durante la implementación de la unidad didáctica.

7.5. Objetivos

7.5.1. Objetivos generales

- O.MAT.6. Interpretar, individualmente o en equipo, los fenómenos ambientales y sociales del entorno más cercano, utilizando técnicas elementales de recogida de datos, representarlas de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

7.5.2. Objetivos específicos

1. Recoger datos cualitativos y cuantitativos de una encuesta.
2. Realizar tablas de frecuencias absolutas y relativas.
3. Agrupar correctamente los resultados de la investigación utilizando técnicas de recogida y presentación de datos.
4. Reconocer los conceptos estadísticos media, moda y rango.
5. Calcular la media, la moda y el rango a partir de una serie de datos.
6. Realizar representaciones gráficas de los datos obtenidos (diagrama de barras, diagrama de sectores y diagramas lineales).
7. Interpretar las gráficas estadísticas más allá de los datos obtenidos.
8. Extraer información de los datos obtenidos.
9. Identificar situaciones de carácter aleatorio.
10. Conocer el concepto de probabilidad.
11. Calcular la probabilidad de un suceso.
12. Tener una actitud buena y positiva hacia el trabajo realizado y hacia sus compañeros.
13. Ser responsable del trabajo propio y colectivo.

7.6. Competencias clave

Según el MECD (2015), se deben trabajar siete competencias básicas a través de los objetivos, contenidos y actividades que se persigan y realicen durante la actividad educativa. Las competencias son:

COMPETENCIAS BÁSICAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA
Competencia lingüística. (CCL)
Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. (CMCT)
Competencia digital. (CD)
Competencia para aprender a aprender. (CPAA)
Competencias sociales y cívicas. (CSC)
Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. (SIE)
Conciencia y expresiones culturales. (CEC)

Tabla 2. Competencias básicas en Educación Primaria.

Nuestra unidad didáctica contribuye a la consecución de estas competencias de la siguiente manera:

Competencia en comunicación lingüística. El lenguaje matemático contribuye a esta competencia. Debido al gran número de términos que enriquecerán el vocabulario del alumno. El discente será capaz de emitir mensajes para sus compañeros utilizando la terminología estadística y probabilística y también de entender mensajes escritos, icónicos o gráficos.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología. Evidentemente, el trabajar con números y gráficos contribuirá a la consecución de la competencia matemática. Estudiaremos fórmulas de medidas y aprenderemos a calcularlas y representarlas.

Competencia digital. Incorporar herramientas tecnológicas (ordenador y calculadora) como recurso didáctico para establecer la estadística. Utilizar el lenguaje asociado a la estadística para interpretar mejor la realidad expresada por los medios de comunicación.

Competencia para aprender a aprender. La estadística y la probabilidad está presente en el contexto del alumno a diario, por lo que un dominio de la misma contribuirá al aprendizaje autónomo.

Competencias sociales y cívicas. Los conocimientos estadísticos y probabilísticos son una herramienta muy importante para que el alumno pueda formarse una opinión de calidad.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor. El alumno será capaz de extraer información de grandes cantidades de datos, los conocimientos estadísticos y probabilísticos contribuirán a ello.

Conciencia y expresiones culturales. Los conocimientos estadísticos pueden ayudar a que el alumno pueda mejorar su conciencia cultural al ser capaz de analizar y extraer información de algunas manifestaciones que ocurren en su entorno. Esta competencia no se trabaja de manera directa en la unidad didáctica.

7.7. Contenidos

7.7.1. Contenidos curriculares

En la unidad didáctica se trabajarán todos los contenidos expuestos en Junta de Andalucía (2015), dentro del área de matemáticas. Tercer ciclo. Bloque 5, que son los siguientes:

- 5.1. Gráficos y parámetros estadísticos: tablas de datos, diagramas de barras, diagramas lineales, diagramas poligonales y sectoriales.
- 5.2. Recogida y clasificación de datos cualitativos y cuantitativos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición.
- 5.3. Construcción de tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- 5.4. Realización e interpretación de gráficos sencillos: diagramas de barras, poligonales y sectoriales.
- 5.5. Iniciación intuitiva a las medidas de centralización: la media aritmética, la moda y el rango.
- 5.6. Análisis crítico de las informaciones que se presentan mediante gráficos estadísticos.
- 5.7. Carácter aleatorio de algunas experiencias.
- 5.8. Iniciación intuitiva al cálculo de la probabilidad de un suceso.
- 5.9. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos.
- 5.10. Atención al orden y la claridad en la elaboración y presentación de gráficos y tablas.
- 5.11. Interés y curiosidad por la utilización de tablas y gráficos.
- 5.12. Confianza en las propias posibilidades al afrontar la interpretación y el registro de datos y la construcción de gráficos.

7.7.2. Contenidos específicos

7.7.2.1. Conceptuales

1. Variables estadísticas
2. La moda
3. La media aritmética
4. Propiedades de la media
5. El rango
6. Gráfico de sectores
7. Gráfico de barras
8. Gráfico lineal
9. Probabilidad
10. Suceso seguro, posible e imposible

7.7.2.2. Procedimentales

11. Cálculo la probabilidad de que ocurra un suceso
12. Elaboración tablas de datos
13. Cálculo de medidas de tendencia central: la media y moda
14. Interpretación de tablas y gráficos
15. Cálculo del rango
16. Realización de los distintos tipos de gráficos

7.7.2.3. Actitudinales

17. Interés por las actividades planteadas
18. Capacidad de trabajar en grupo respetando y ayudando a los compañeros
19. Precisión y cuidado en la realización de tablas y gráficos
20. Valorar la importancia de la estadística en la vida cotidiana
21. Actitud crítica ante las informaciones y mensajes transmitidos de forma gráfica

7.7.3. Contenidos transversales

- Utilización de internet para la búsqueda, selección y análisis de la información.
- Resolución de conflictos.
- Comportamiento adecuado en situaciones de trabajo.
- Respeto a la diversidad y la interculturalidad.

7.8. Metodología

En esta unidad didáctica se llevará a cabo principalmente una metodología activa y participativa, donde el alumnado sea el protagonista de su aprendizaje. También será necesaria una metodología tradicional donde el docente impartirá la clase y el alumno atenderá. Se tratará de usar esta metodología lo menos posible, ya que queremos que la mayor parte del tiempo la comunicación sea multidireccional, donde no sólo hable el profesor, sino que también participen los alumnos en la medida de lo posible.

Con esta metodología se pretende la participación activa del alumno, no sólo con la explicación del docente sino empleando las TIC, visionando gráficos, leyendo noticias de actualidad y demás instrumentos con el fin de hacer las clases más entretenidas. Esto nos permitirá tener a los alumnos implicados en la clase.

Los alumnos desarrollarán un aprendizaje constructivista, por lo que iremos completando información ya conocida formando así un aprendizaje significativo, completando con otros conceptos menos conocidos. La suma de estos aprendizajes significativos hará que al finalizar la unidad didáctica el alumno haya experimentado un aprendizaje constructivista.

Gran parte de la unidad didáctica trabajaremos con la exposición oral del docente a los alumnos, aunque también se realizarán trabajos grupales y se utilizarán varios instrumentos de evaluación al finalizar la unidad didáctica para evaluar si se han completado los objetivos fijados.

Una vez aclarada la metodología a seguir, nos centraremos en los estilos de enseñanza que seguiremos, que serán los siguientes:

Mando directo: Exposición oral en la que los alumnos tendrán que seguir al docente con su libro y hacer las tareas que se fijen.

Descubrimiento guiado: Cuando se vaya a trabajar en grupo, al alumnado se le darán determinadas pautas necesarias para lograr una serie de objetivos planteados por el profesor.

Trabajo en grupo: Los alumnos trabajarán en grupo y además de sus conocimientos sobre la materia, pondrán en práctica sus habilidades sociales.

7.9. Actividades y recursos

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 1
Ciclo: 3	Curso: 6º	Fecha:	Nº de alumnos: 20	
Nombre de la sesión. El preguntón.				
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Hoja con el nombre de todos los compañeros y los ítems que necesitamos saber de cada uno. (ANEXO 3) Material escolar (lápiz goma, bolígrafo...)				
Estilo de enseñanza. Descubrimiento guiado.				
Objetivos de la sesión. 1, 12, y 13.				
Competencias que se trabajan en la sesión. CPAA, CCL, CMCT y SIE.				
Contenidos que se trabajan en la sesión. 17, 18, y 19.				
DESARROLLO DE LA SESIÓN	Para el comienzo de la unidad didáctica realizaremos unas preguntas a los alumnos para saber si realmente conocen a su clase como por ejemplo, ¿Qué porcentaje de la clase es niño y qué porcentaje es niña? ¿Hay más morenos, rubios o pelirrojos? ¿En qué mes nacieron mis compañeros? ¿Qué porcentaje de niños han aprobado todas las asignaturas? Estas preguntas servirán de evento de entrada a la unidad, algunas preguntas son fáciles de contestar, pero otras no serán capaces de contestarlas por lo que se les planteará realizar un cuestionario a toda la clase para conocer todos los datos posibles y trabajar con ellos durante toda la unidad.			
OBSERVACIONES				

Tabla 3. Sesión 1. El preguntón.

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 2
Ciclo: 3	Curso: 6º	Fecha:	Nº de alumnos: 20	
Nombre de la sesión. Construyendo la tabla de frecuencias.				
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Regla. Material escolar (lápiz goma, bolígrafo...)				
Estilo de enseñanza. Descubrimiento guiado y trabajo en equipo.				
Objetivos de la sesión. 2, 3, 12 y 13.				
Competencias que se trabajan en esta sesión. CPAA, CCL, CMCT y SIE.				
Contenidos que se trabajan en esta sesión. 1, 12, 14, 17 19 Y 20.				
DESARROLLO DE LA SESIÓN	PARTE TEÓRICA En primer lugar, el profesor explicara las variables estadísticas, explicará las diferencias entre una variable cuantitativa y cualitativa, también se explicarán las tablas de frecuencias, cómo se hacen, y cómo se calculan las frecuencias absolutas y relativas.			
	PARTE PRÁCTICA Se pasarán todos los datos obtenidos en la encuesta anterior a las tablas de frecuencias. El alumno deberá ser capaz de crear siete tablas (una para cada variable) en su cuaderno de manera individual. El alumno debe indicar en cada tabla las frecuencias absolutas y relativas de cada variable y decir si es cualitativa o cuantitativa. Todos los alumnos deberán tener las mismas tablas, ya que todos realizarán las tablas con los mismos datos.			
OBSEERVACIONES				

Tabla 4. Sesión 2.Construyendo la tabla de frecuencias.

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 3
Ciclo: 3	Curso: 6º	Fecha:	Nº de alumnos: 20	
Nombre de la sesión. Moda, media y rango				
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Material escolar (lápiz goma, bolígrafo...)				
Estilo de enseñanza. Mando directo.				
Objetivos de la sesión. 4, 5, 8, 12 y 13.				
Competencias que se trabajan en esta sesión. CCL, CPAA y CMCT				
Contenidos que se trabajan en esta sesión. 2, 3, 4, 5, 13, 14, 15, 17 y 20				
DESARROLLO DE LA SESIÓN	PARTE TEÓRICA La sesión comenzará con la corrección de las tablas de la sesión anterior. A continuación, se explicarán los conceptos de moda, media aritmética y rango. Además de explicar los conceptos, se expondrán también algunas de las propiedades de la media aritmética.			
	PARTE PRÁCTICA Los alumnos deberán calcular la moda, media y rango de todas las variables con las que estamos trabajando. Además los alumnos tendrán que realizar un pequeño texto exponiendo y comentando los resultados.			
OBSEERVACIONES	Alumno con trastorno específico del lenguaje (TEL): el alumno puede asociar estos tres nuevos conceptos a palabras que ya conoce, por lo que será importante hacer una explicación individualizada en el que se le expliquen los nuevos conceptos y el significado que tienen en estadística.			

Tabla 5. Sesión 3. Moda, media y rango.

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 4
Ciclo: 3	Curso: 6º	Fecha:	Nº de alumnos: 20	
Nombre de la sesión. Un gráfico vale más que mil palabras.				
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Ordenador con conexión a internet. Material escolar (regla, compás, lápiz...) Compás. Regla.				
Estilo de enseñanza. Descubrimiento guiado.				
Objetivos de la sesión. 6, 7, 8, 12 y 13.				
Competencias que se trabajan en esta sesión. CCL, CMCT, CPAA, SIE y CD.				
Contenidos que se trabajan en esta sesión. 6, 7, 8, 14, 17, 18, 19, 20 y 21				
DESARROLLO DE LA SESIÓN	PARTE TEÓRICA			
	Al comienzo de la sesión se corregirán todas las medidas realizadas en la sesión anterior.			
DESARROLLO DE LA SESIÓN	A continuación se explicarán los gráficos estadísticos, concretamente el diagrama de barras, el diagrama lineal y el gráfico de sectores, es en este último en el que pondremos especial atención al ser un concepto nuevo, ya que los dos primeros se estudian en los cursos anteriores. Unos de los puntos importantes a tener en cuenta es que debemos enseñar al alumno cómo calcular el ángulo del sector que representa una variable.			
	PARTE PRÁCTICA			
DESARROLLO DE LA SESIÓN	Los alumnos tendrán que realizar un gráfico para cada variable, además tendrán que realizar un informe en el que expliquen por qué han escogido ese gráfico y no otro. El alumnado deberá buscar en internet una noticia que contenga al menos un gráfico para explicársela a los compañeros en la próxima sesión.			
OBSEERVACIONES				

Tabla 6. Sesión 4. Un gráfico vale más que mil palabras.

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 5
Ciclo: 3		Curso: 6º	Fecha:	Nº de alumnos: 20
Nombre de la sesión. Calculando probabilidades.				
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Ordenador con conexión a internet. Calculadora. Material escolar (lápiz goma, bolígrafo...)				
Estilo de enseñanza. Descubrimiento guiado.				
Objetivos de la sesión. 9, 10, 11, 12 y 13.				
Competencias que se trabajan en esta sesión. CCL, CMCT, CPAA, CEC, CSC, SIE y CD.				
Contenidos que se trabajan en esta sesión. 9, 10, 11, 12, y 13.				
DESARROLLO DE LA SESIÓN	Antes de comenzar esta sesión revisaremos los gráficos realizados por los estudiantes en la sesión anterior. Además de corregir los gráficos erróneos, intentaremos analizar los gráficos y leer más allá de los datos, sacando conclusiones de los que podemos ver en la gráfica y lo que podemos inferir de la misma. PARTE TEÓRICA En primer lugar, probaremos a tirar una moneda al aire e intentar adivinar lo que va a salir. A continuación haremos lo mismo con un dado de seis caras. Estas pequeñas situaciones nos ayudarán para explicar el concepto de probabilidad. También aprenderemos a calcular la probabilidad de un suceso, conociendo los sucesos favorables y los sucesos posibles. PARTE PRÁCTICA El alumnado, en grupos de 4, tendrá que buscar tres situaciones en las que el azar esté presente y calcular la probabilidad que tiene de ocurrir un suceso específico. Por ejemplo, la probabilidad que existe de que salga el número 17 en el bingo cuando quedan 20 bolas por salir.			
OBSERVACIONES				

Tabla 7. Sesión 5. Calculando probabilidades.

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 6			
Ciclo: 3		Curso: 6º		Fecha:		Nº de alumnos: 20	
Nombre de la sesión. Sucesos.							
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Calculadora. Ordenador con conexión a internet. Material escolar (lápiz goma, bolígrafo...)							
Estilo de enseñanza. Trabajo en equipo.							
Objetivos de la sesión. 9, 11, 12 y 13.							
Competencias que se trabajan en esta sesión. CCL, CMCT, CPAA, CEC, CSC, SIE y CD.							
Contenidos que se trabajan en esta sesión. 10, 11, 17 y 18.							
DESARROLLO DE LA SESIÓN		Antes de comenzar la sesión, cada grupo expondrá sus tres situaciones de azar de la sesión anterior. PARTE TEÓRICA En esta sesión conoceremos las diferencias entre un suceso seguro, un suceso posible y un suceso imposible. Para ello utilizaremos las situaciones expuestas al principio de la sesión. PARTE PRÁCTICA Al igual que en la sesión anterior, trabajarán en grupo buscando tres situaciones en las que sea capaz de distinguir un suceso posible, un suceso probable y un suceso imposible para exponerlo brevemente ante sus compañeros.					
OBSEERVACIONES							

Tabla 8. Sesión 6. Sucesos.

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 7	
Ciclo: 3		Curso: 6º		Fecha:	
				Nº de alumnos: 20	
Nombre de la sesión. Repasa la unidad.					
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Calculadora. Material escolar (lápiz goma, bolígrafo...)					
Estilo de enseñanza. Trabajo en equipo.					
Objetivos de la sesión. Repaso de toda la unidad.					
Competencias que se trabajan en esta sesión. Repaso de toda la unidad.					
Contenidos que se trabajan en esta sesión. Repaso de toda la unidad.					
DESARROLLO DE LA SESIÓN		En esta sesión se repasará todo lo aprendido durante la unidad didáctica, para ello realizaremos ejercicios en el que se tenga en cuenta todo lo expuestos durante las sesiones. Ejercicio de repaso 1: Las notas de los alumnos de una clase son: 5, 7, 2, 4, 7, 9, 9, 8, 9, 5, 7, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 1, 5, 6 y 7 . a) Realiza una tabla de frecuencias absolutas y relativas. b) Calcula la moda, la media y el rango. c) Realiza un gráfico con los resultados obtenidos. d) ¿Qué probabilidad hay de que si pregunto a un alumno al azar, me diga que ha obtenido un 9? Ejercicio de repaso 2: En clase hay 8 personas morenas, 10 castañas y 2 rubias. a) Realiza una tabla de frecuencias b) Realiza un gráfico con los datos obtenidos y explica por qué has utilizado ese tipo de gráfico.			
OBSEERVACIONES					

Tabla 9. Sesión 7. Repasa la unidad.

Unidad Didáctica: 10		Bloque temático: 5		Sesión nº: 8
Ciclo: 3	Curso: 6º	Fecha:	Nº de alumnos: 20	
Nombre de la sesión. Evaluación final.				
Materiales e instalaciones. Aula ordinaria. Prueba de evaluación final. Material escolar (lápiz goma, bolígrafo...)				
Estilo de enseñanza. Mando directo.				
Objetivos de la sesión. Prueba final.				
Competencias que se trabajan en esta sesión. Prueba final.				
Contenidos que se trabajan en esta sesión. Prueba final.				
DESARROLLO DE LA SESIÓN	Se realizará una prueba final para comprobar si los alumnos han conseguido los objetivos expuestos en la unidad didáctica. La prueba contará con una duración de 45 minutos y se realizará de manera individual en el aula ordinaria. (La prueba final se encuentra en el apartado de evaluación)			
OBSEERVACIONES				

Tabla 10. Sesión 8. Evaluación final.

7.10. Atención a la diversidad

Contamos con un alumno con necesidades específicas de apoyo educativo, debido a un trastorno específico del lenguaje (mixto). Los niños con el TEL tendrán dificultad para

aprender nuevas palabras y conversar, por lo que necesitaremos la ayuda de la especialista de audición y lenguaje para que nos ayude a conseguir que este alumno adquiera un vocabulario matemático similar al de sus compañeros.

7.11. Temporalización

Cada sesión tiene una duración de 45 minutos. Hay cuatro sesiones semanales de matemáticas. Por lo que la unidad didáctica tendrá una duración de dos semanas.

Mayo	L 1	M 2	X 3	J 4	V 5	L 8	M 9	X 10	J 11	V 12	L 15	M 16	X 17	J 18	V 19
Sesión 1	X														
Sesión 2		X													
Sesión 3			X												
Sesión 4				X											
Sesión 5						X									
Sesión 6							X								
Sesión 7								X							
Sesión 8									X						

Tabla 11. Temporalización.

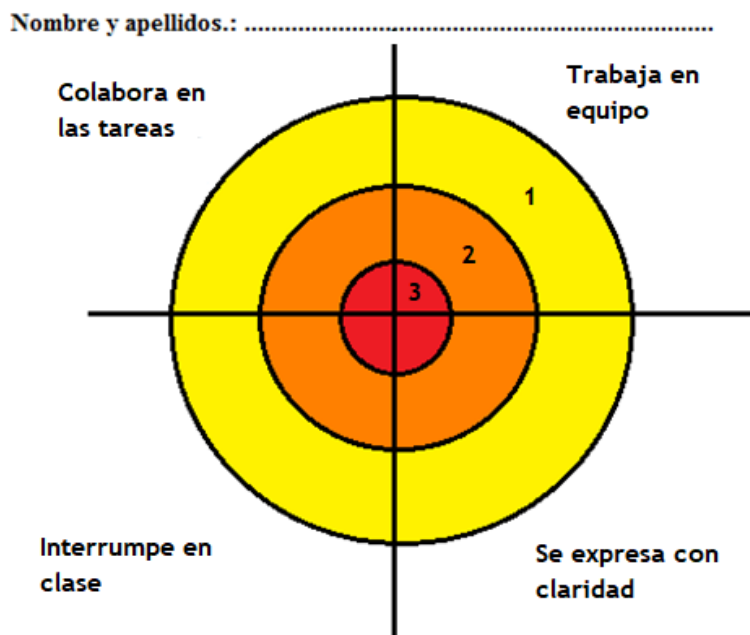
7.12. Evaluación

El docente realizará una observación directa durante toda la unidad didáctica, por lo que se llevará a cabo una evaluación continua, mediante una rúbrica y una evaluación final, que se llevará a cabo mediante una prueba final y una co-evaluación entre alumnos.

La rúbrica será individualizada para cada alumno. Este instrumento contará 20%.

Rúbrica de evaluación	No alcanza los objetivos	Ha alcanzado algunos objetivos	Ha alcanzado la mayoría de los objetivos	Alcanza los objetivos
Realiza tablas de frecuencias claras y ordenadas.				
Conoce y distingue los conceptos de moda, media y rango				
Realiza gráficos de manera clara y ordenada.				
Extrae conclusiones de las tablas y gráficos.				
Identifica situaciones de carácter aleatorio.				
Calcula las probabilidades de un suceso.				
Conoce el concepto de probabilidad.				
Utiliza el lenguaje específico adquirido en la unidad.				
Tiene una actitud buena y positiva con los compañeros.				
Trabaja en equipo.				

También utilizaremos un instrumento de co-evaluación llamado diana de evaluación, un instrumento en el que los propios alumnos evaluarán a sus compañeros.



Los alumnos deberán poner su nombre en la diana y sus compañeros pondrán un puntito en cada uno de los apartados otorgando una puntuación de 1 a 3, siendo 3 la máxima calificación a obtener. Este instrumento contará un 10%.

Por último, se realizará una prueba final para comprobar si los alumnos han adquirido las competencias que se pretendían con el trabajo de la unidad didáctica (70%). La prueba final constará de las siguientes actividades:

Actividad 1: En un parque infantil hacen una encuesta de las edades de los niños/as que están jugando y obtienen: 5, 3, 4, 3, 6, 8, 7, 6, 5, 2, 4, 3, 9, 11, 7, 6, 3, 5, 2, 3, 6, 8 y 6 años.

a) Realiza una tabla de frecuencia

b) Moda: Media: Rango:

Actividad 2: ¿Cuál es la definición de frecuencia relativa?

a) $\frac{\text{Frecuencia absoluta}}{100 \times n^{\circ} \text{ total de datos}}$

b) $\frac{N^{\circ} \text{ total de datos}}{\text{Frecuencia absoluta}}$

c) $\frac{\text{Frecuencia absoluta}}{n^{\circ} \text{ total de datos}}$

Actividad 3: Si las notas obtenidas en un examen por unos estudiantes son: 7, 10, 7, 6, 9, 4, 5, 7, 4, 3, 5 y 2, averigua:

a) La frecuencia absoluta de la nota 5:

b) La frecuencia relativa del 7:

c) La media, la moda y el rango.

Actividad 4: Dada las siguientes frecuencias absolutas, representa en diagrama de barras, un gráfico lineal y un diagrama de sectores:

Insuficiente: 4

Suficiente: 6

Bien: 7

Notable: 7

Sobresaliente: 13

Actividad 5: En una bolsa hay 10 bolas numeradas del 0 al 9. Une con flechas el suceso con la probabilidad correspondiente

- | | |
|---------------------------------|-----------------|
| a) Sacar un número impar | $\frac{10}{10}$ |
| b) Sacar un número menos que 10 | $\frac{1}{10}$ |
| c) Sacar un número mayor que 6 | $\frac{1}{2}$ |
| d) Sacar un 3 | $\frac{3}{10}$ |

Actividad 6: En una panadería se han vendido las siguientes cantidades de pan durante la semana: barra blanca 200, barra integral 100, bizcochos 40 y magdalenas 40. Elabora una tabla de frecuencias con los datos anteriores y luego determina el porcentaje de cada producto vendido para poder elaborar un gráfico de sectores.

Actividad 7: Responde las preguntas sobre este gráfico:

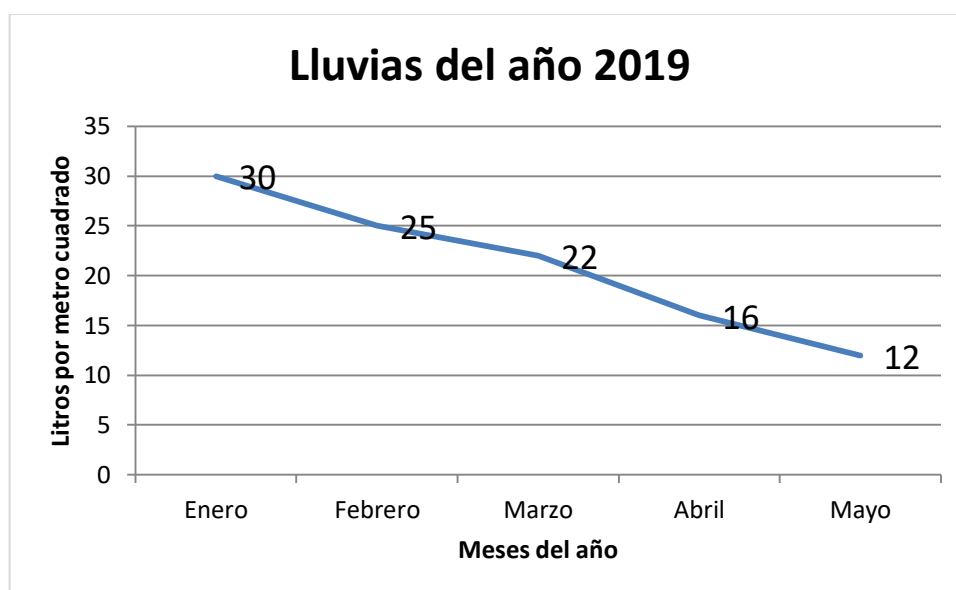


Gráfico 4. Gráfico lluvias.

- a) ¿En qué mes ha llovido más?
- b) ¿Cuánto ha llovido en total?
- c) ¿Qué crees que pasará en los siguientes tres meses? ¿Por qué?

8. Conclusiones

Este trabajo fin de grado hace un profundo estudio sobre la estadística y la probabilidad en el tercer ciclo de Educación Primaria, teniendo como referencia la normativa vigente en Andalucía. Se realiza un recorrido por los libros de texto y su adaptación a la ley y por los principales contenidos estadísticos presentes en Educación Primaria.

Se destaca la importancia de la estadística y la probabilidad en nuestra vida diaria, ya que vivimos rodeados de fenómenos estadísticos y aleatorios que son difícilmente comprensibles si no se tiene una buena base de estos conocimientos.

De esta preocupación surge la propuesta didáctica de estadística adaptada al tercer ciclo de Educación Primaria en la que enseñamos al alumno a analizar grandes cantidades de datos, analizarlos y formar un pensamiento crítico que ayude al alumno a formarse como ciudadano.

Una de las ventajas de la estadística es que la podemos observar en el día a día del alumno, por lo que es fácil adaptar el contenido de la propuesta a su contexto más cercano para que el alumno se sienta identificado con lo que está estudiando y muestre un interés mayor. La unidad didáctica se realiza extrayendo los datos de los propios compañeros de clase, lo que motivará al alumno en la consecución de los objetivos, ya que él será parte de las actividades que realiza.

En mi opinión, creo que se han cumplido casi todos los objetivos propuestos para el trabajo fin de grado, en mayor o menor medida. Los objetivos que no he podido lograr ha sido el de llevar a la realidad mi propuesta didáctica en un centro, aun así, he podido dar clase en el aula ordinaria, aunque no el tema que abordo en esta trabajo. He conseguido profundizar en los conocimientos estadísticos mediante la investigación y el análisis de los libros de texto que usan los alumnos.

Se deja la puesta en práctica de esta propuesta, pues se podrá modificar o adaptar los contenidos, objetivos, criterios de evaluación y actividades según el nivel del alumnado, o saber qué debemos o podemos mejorar como profesor, ya que no se ha tenido la posibilidad de implementarla en una clase.

Finalmente, como no hay dos niños iguales, pues aunque la metodología o los recursos utilizados sean los mismos, cada niño es un mundo diferente, me gustaría acabar con la

siguiente frase: “el factor aislado más importante que influye en el aprendizaje, es aquello que el aprendiz ya sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia.” Ausubel.

9. Referencias bibliográficas

- ❖ Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(2), 164-198.
- ❖ Batanero, C. (2000). *Significado y comprensión de las medidas de posición central*. UNO, 2000, 25, 45-58.
- ❖ Borrego del Pino, S. (2008). Estadística descriptiva e inferencial. *Innovación y experiencias educativas*. Recuperado de https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_13/SILVIA BORREGO_2.pdf visitado el 11/03/2019
- ❖ Cao, R., Francisco, M., Naya, S., Presedo, M. A., Vázquez, M., Vilar, J. A. & Vilar, J.M. (2008). *Introducción a la estadística y sus aplicaciones*. Madrid: Pirámide.
- ❖ Curcio, F. R. (1987), *Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs*. Journal for Research in Mathematics Education, vol. 18, núm. 5, pp. 382-393
- ❖ Esteban, J., Bachero, J.M., Blasco, O. M., Coll, V., Díez, R., Ivars, A., ... & Ruíz, F. (2005). *Estadística descriptiva y nociones de probabilidad*. Madrid: Thomson.
- ❖ Estepa, A. (2014) *Apuntes: Didáctica de la Estadística y Probabilidad en Educación Primaria*, septiembre 2014
- ❖ Fernández, F., López, M. A., Muñoz, M., Rodríguez, A. M., Sánchez, A., & Valero, C. (2000). *Estadística descriptiva y probabilidad*. Cádiz: Universidad de Cádiz, servicio de publicaciones.
- ❖ Ferrero, L., Martín, P., Alonso, G. & Bernal, E. I. (2015) *Matemáticas 6, tercer trimestre*. Madrid. ANAYA.
- ❖ González, Y., Garín, M., Nieto, M., Ramírez, R., Bernabéu, J., Pérez, M. N., Pérez, B., Morales, F., Vidal, J. M., Hidalgo, J. M., & Moratalla, V. (2015). *Matemáticas 6, segundo trimestre*. Madrid. SM.
- ❖ Hermoso, J.A. & Hernández, A. (1989). *Introducción a la estadística*. Granada: Copistería la Gioconda.
- ❖ Junta de Andalucía (2015) ORDEN de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía (BOJA 27-03-2015).

- ❖ MECD (2014) Real Decreto 126/2014 de 28 de Febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria (BOE núm. 52 del 1 de Marzo de 2014).
- ❖ Tomeo, V. & Uña, I. (2009). Estadística descriptiva. Madrid: Ibergarceta publicaciones, S. L.

10. Anexos

ANEXO

1.

Libro

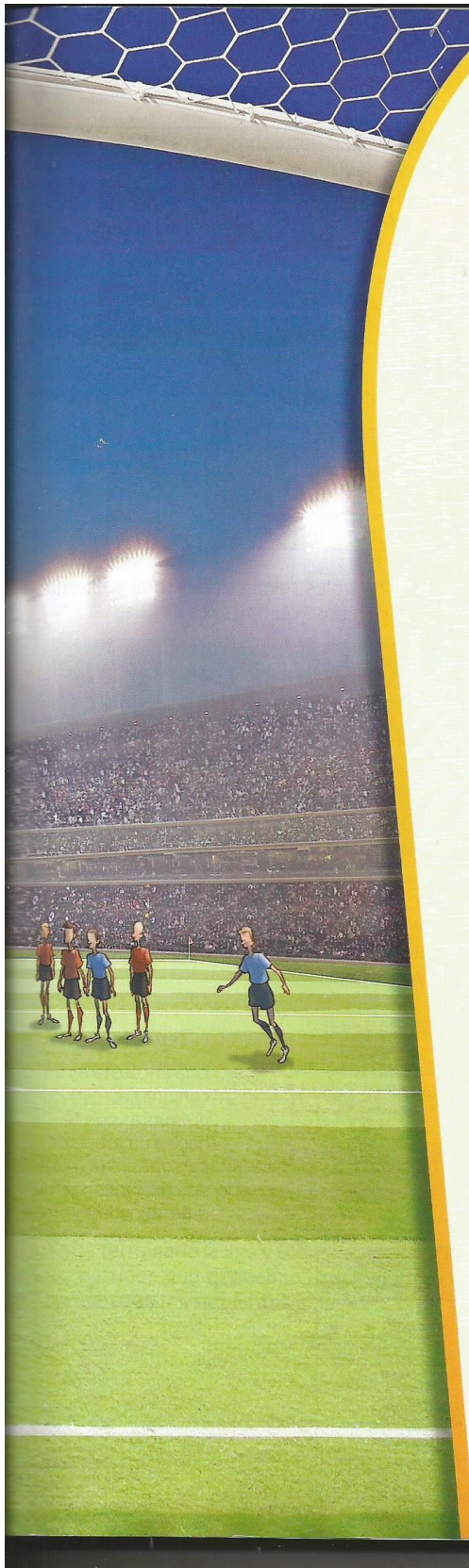
de

la

editorial

SM





¿Cuestión de suerte?

Salcedo, un futbolista profesional, está triste por la marcha de Silvia, su pareja, y ha fallado todos los penaltis que ha lanzado esta temporada. Ahora se dispone a lanzar uno a Portilla, un portero que aún no ha encajado ninguno.

El segundo entrenador del equipo le animaba hablándole de probabilidades. Según él, en realidad cuando lanzaba un penalti tenía la mitad de posibilidades de meter gol y la mitad de fallar; era una cuestión de azar, de suerte, algo así como cuando se lanzaba la moneda al aire para elegir campo, puro azar. Sin embargo Salcedo no acababa de verlo claro, sobre todo lo del penalti, ¿y si el que lo tiraba estaba cansado?, ¿y si el portero no había dormido esa noche?, ¿y si venía una ráfaga de viento cuando el balón iba por el aire?, bueno eso podía pasar hasta con la moneda al aire. Podía fallar la bota, el césped, la luz que le deslumbrara; no, tirar un penalti no podía ser cuestión de suerte.

[...] Salcedo miraba la portería siguiendo su liturgia, tratando de fijar su pensamiento para decidir por dónde tirar el penalti. Pero no le era posible, no podía mantener la mente ocupada en ese único asunto, iba saltando de Silvia, al segundo entrenador, del color amarillo de la camiseta de Portilla (el de la mala suerte), al equipo del final de la tabla en el norte lejano y brumoso del que había recibido una oferta. Incluso pensó en sus posibilidades, en su 50 % de probabilidad y por un momento decidió creer en ella.

J.C. HERVÁS, M.A. LÓPEZ Y A.M. BENAVENTE:
Cuentos de matemáticas. Proyecto Sur Ediciones

Hablamos

- 1 Según el entrenador, ¿qué posibilidades hay de meter gol al lanzar un penalti?
- 2 ¿Por qué cree Salcedo que marcar gol en un penalti no es cuestión de suerte?
- 3 Explica qué significa que lanzar una moneda al aire es cuestión de azar.

1

Frecuencia absoluta y frecuencia relativa



Salcedo quiere conseguir el trofeo "Pichichi", que se entrega al máximo goleador de la liga. Para ver cómo va, ha anotado en una tabla qué jugadores han marcado los goles conseguidos hasta ahora.

futbolista	n.º de goles	n.º de goles respecto del total
Risco	24	$\frac{24}{60} = 0,4$
Keko	18	$\frac{18}{60} = 0,3$
Misiesta	12	$\frac{12}{60} = 0,2$
Salcedo	6	$\frac{6}{60} = 0,1$
	60	1



El número de goles se llama **frecuencia absoluta**. El número de goles respecto del total se llama **frecuencia relativa**.

- La **frecuencia absoluta** es el número de veces que se repite un dato. La suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos.
- La **frecuencia relativa** se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de datos. La suma de las frecuencias relativas es igual a 1.

Los datos estadísticos, la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa se organizan en una **tabla de frecuencias**.

Para elegir al mejor jugador de la liga, se realiza una encuesta entre los capitanes de los 20 equipos que participan. Estas son las votaciones:

Keko	Keko	Misiesta	Salcedo	Salcedo	Risco
Misiesta	Risco	Misiesta	Keko	Risco	Keko
Salcedo					
Risco	Salcedo	Misiesta	Keko	Risco	Risco
					Misiesta

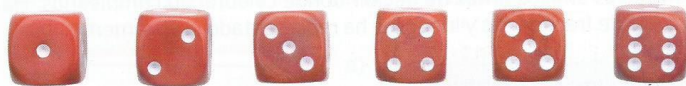
Ten en cuenta

Una encuesta es un conjunto de preguntas que se hace a un grupo de personas para reunir datos sobre un tema determinado.

Completa la tabla de frecuencias con los datos de la encuesta.

futbolista	votos	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
Risco	//////	6	$\frac{6}{20} = 0,3$
Keko	•••	•••	•••
Misiesta	•••	•••	•••
Salcedo	•••	•••	•••

- 2 Estos son los resultados que han obtenido al lanzar un dado varias veces.



- a) ¿Cuál es el número total de lanzamientos?
b) Completa una tabla de frecuencias con los resultados.

- 3 Alba, Borja y Celia han hecho un test y han obtenido estos aciertos.

	n.º de aciertos	n.º de preguntas
Alba	18	30
Borja	16	20
Celia	15	25



¿Qué resultado ha obtenido cada uno?

- 4 Esta tabla de frecuencias muestra los resultados de una encuesta entre los alumnos de 6.º B sobre su deporte favorito.

	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
fútbol	10	$\frac{10}{25} = 0,4$
baloncesto	5	$\frac{5}{25} = 0,2$
tenis	2	$\frac{2}{25} = 0,08$
waterpolo	5	$\frac{5}{25} = 0,2$
atletismo	3	$\frac{3}{25} = 0,1$
	...	...

Ten en cuenta

El número de goles, la edad, el peso, etc. son **variables estadísticas cuantitativas** porque toman valores numéricos.

El color del pelo, la película favorita, etc. son **variables cualitativas** porque no toman valores numéricos.

- a) Encuentra el error en esta tabla, después corrígelo y completa los datos que faltan en tu cuaderno.
b) ¿Qué tipo de variable estadística es “el deporte favorito”? ¿Y si la encuesta hubiese preguntado cuántos realizan cada deporte?

- 5 Ya ha terminado la liga y todos los equipos han jugado los 20 partidos. En los partidos que quedaban cada jugador candidato a máximo goleador ha marcado los siguientes goles:

- Risco: 2
- Misiesta: 4
- Keko: 6
- Salcedo: 8

- a) Actualiza la tabla con los nuevos resultados.
b) ¿Quién obtendrá el trofeo “Pichichi”?

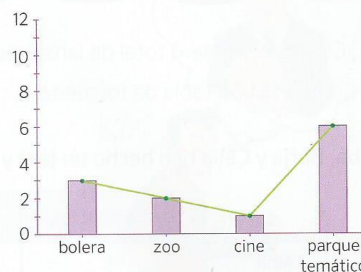
2

Gráficos estadísticos



Lucía ha hecho una encuesta entre sus amigos antes de decidir dónde celebrar su cumpleaños. Ha recogido los resultados en una tabla de frecuencias y luego los ha representado gráficamente.

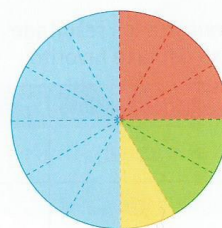
lugar	frecuencia absoluta	frecuencia relativa
bolera	3	$\frac{3}{12}$
zoo	2	$\frac{2}{12}$
cine	1	$\frac{1}{12}$
parque temático	6	$\frac{6}{12}$
	12	1



Lucía ha representado los datos en un **diagrama de barras**, en el que también ha representado el **polígono de frecuencias**.

Para representarlos en un **gráfico de sectores**:

- 1.º Dibuja un círculo y lo divide en 12 partes, que es el número total de datos.
- 2.º A cada dato le corresponden tantas partes como indica su frecuencia absoluta. La fracción del círculo que representa cada dato es igual a su frecuencia relativa.
- 3.º Añade la leyenda.



- bolera
- zoo
- cine
- parque temático

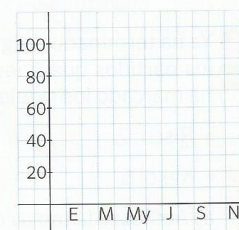
- En un **diagrama de barras** cada dato está representado por la altura de una barra. El **polígono de frecuencias** se obtiene al unir los extremos de las barras.
- En un **diagrama de sectores** cada dato está representado por la fracción del círculo que corresponde a la frecuencia relativa del dato.

Lee la información y elabora una tabla con los datos. A continuación, copia en tu cuaderno los ejes y realiza el diagrama de barras asociado.

Regula el consumo de la luz

El consumo de luz aumenta en invierno debido al frío

El gasto medio de una familia en luz ha sido de 100 € en enero, de 90 € en marzo, de 60 € en mayo, de 50 € en julio, de 60 € en septiembre y de 80 € en noviembre.



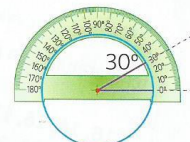
- 8 Arturo ha hecho una encuesta entre sus compañeros de curso sobre qué mascotas tienen. Después, ha ordenado los resultados en una tabla en su cuaderno.

perros	10
gatos	8
peces	4
otras	2
ninguna	16

- Copia la tabla y complétala con las frecuencias relativas.
- Realiza el diagrama de barras y el polígono de frecuencias con los datos de la tabla.
- Dibuja el diagrama de sectores.

Nota

Si divides 360° entre el número de partes en que quieres dividir el círculo obtienes la amplitud que debe tener cada parte.



En algunos casos se puede dividir trazando mediatrices y bisectrices.

- 8 En este pictograma se representan las raciones diarias recomendadas de cada tipo de alimento.



- Haz una tabla de frecuencias con los datos de la gráfica.
- ¿De qué tipo de alimento debes tomar más raciones al día? ¿Y de cuál menos?
- ¿Crees que tu dieta se ajusta más o menos a lo recomendado? ¿Cómo podrías mejorarla?

Nota

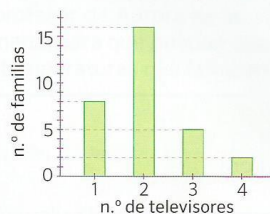
A veces, al calcular la frecuencia relativa, obtenemos números con cifras decimales a la derecha de las milésimas. Por ejemplo:

0,3125

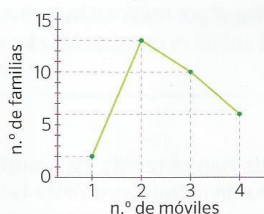
Estas cifras se llaman diezmilésimas, cienmilésimas, etc.

- 9 Un grupo de 30 personas ha respondido a una encuesta sobre consumo. Estos son los diagramas que han elaborado con la información recogida.

A. n.º de televisores por familia



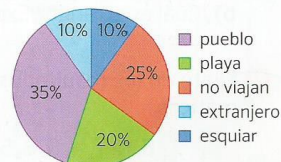
B. n.º de móviles por familia



- ¿Cuál de las gráficas es incorrecta? Explica por qué.
- Representa los datos de la gráfica correcta en un diagrama de sectores.

- 10 Los alumnos de 6.º han representado un gráfico con los lugares donde pasarán las vacaciones.

- Si en 6.º hay 50 alumnos, ¿cuántos alumnos irán a la playa? ¿Cuántos viajarán al extranjero?
- Construye la tabla de frecuencias para los datos de la gráfica.
- ¿Cuál es el sitio que visitarán más alumnos? ¿Y el que menos?



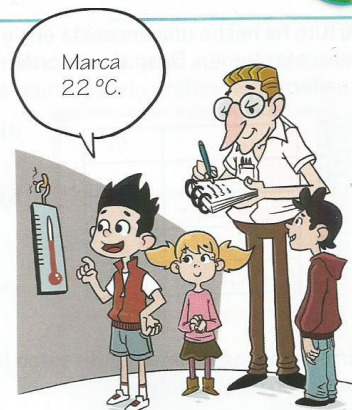


En la clase de Aurora están aprendiendo a tomar datos meteorológicos y todos los días anotan la temperatura a la hora del recreo. Estas son las temperaturas medidas este mes y la tabla de frecuencias:

temperatura (°C)	frecuencia
16	2
17	2
18	6
20	3
21	2
22	3
23	2

temperaturas en marzo

16, 18, 18, 17, 16
18, 18, 21, 20, 20
22, 20, 18, 22, 23
22, 23, 21, 18, 17



- Para calcular la **temperatura media**, sumamos todas las temperaturas (o multiplicamos cada dato por su frecuencia) y dividimos la suma entre el número total de datos:

$$\text{Temperatura media} = \frac{16 \times 2 + 17 \times 2 + 18 \times 6 + 20 \times 3 + 21 \times 2 + 22 \times 3 + 23 \times 2}{20} = \frac{388}{20} = 19,4^\circ\text{C}$$

- La **moda** de las temperaturas es 18°C , ya que es la temperatura que más veces aparece repetida, es decir, con mayor frecuencia.
- Si ordenamos las temperaturas de menor a mayor, el valor de la temperatura que ocupa la posición central es la **mediana**:

16, 16, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 18, 18, 20, 20, 20, 21, 21, 22, 22, 22, 23, 23

Como el número de datos es par, la posición central la ocupan dos valores. La mediana es la media de los dos:

$$\text{Mediana} = \frac{18 + 20}{2} = \frac{38}{2} = 19^\circ\text{C}$$

- La diferencia entre la temperatura mayor y la menor es el **rango**:
rango = $23 - 16 = 7^\circ\text{C}$

- 11 Las temperaturas medias que han obtenido los compañeros de Aurora desde que empezó el curso están recogidas en esta tabla:

mes	S	O	N	D	E	F	M
temperatura (°C)	24,2	19,7	15,5	8,7	9,8	13,5	19,4

- Calcula la media de las temperaturas que tienen anotadas hasta ahora.
- ¿Cuál es el rango? Explica cómo lo has calculado.

- 12 Fíjate en los resultados de los alumnos de 6.º en un examen de matemáticas.

8, 6, 7, 4, 9, 8, 5, 5, 5, 4, 9, 6, 6, 7, 7, 8, 3, 6, 7, 5, 6, 7, 5, 3

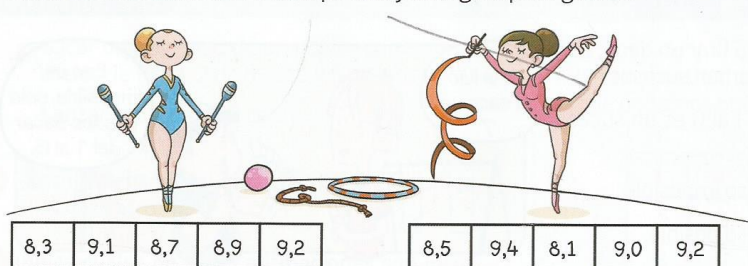
Calcula la media, la mediana, la moda y el rango.

- 13 Mario ha apuntado sus notas durante este trimestre, pero se ha manchado de tinta la de un examen y ahora no puede calcular la nota media.

notas:

7	6	5	3	7	6	5
---	---	---	---	---	---	---

- a) Si la moda es 5, ¿cuál es la nota oculta?
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
- b) ¿Cuál es la nota media de Mario este trimestre?
- 14 En la final de gimnasia, gana la deportista que consigue la nota media más alta y, en caso de empate, la que tiene menor rango. Observa los resultados de los dos finalistas en cada prueba y averigua quién ganará.



- 15 smSavia digital.com **PRACTICA** Entra en la web y calcula la media y la moda.

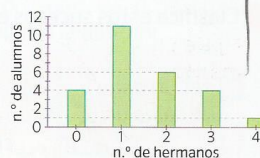
- 16 El profesor de Aurora ha apuntado también la temperatura los fines de semana, para que puedan calcular la media con más precisión. Estas son las temperaturas que faltaban del mes de marzo:

17, 17, 19, 21, 20, 21

- a) Actualiza la tabla de frecuencias con los nuevos datos.
- b) Calcula la media, la moda, la mediana y el rango.
- 17 Fina y Antonio son hermanos. La media de sus edades es de 12 años. Si Fina tiene 16 años, ¿cuántos años tiene Antonio?

- 18 La gráfica representa el número de hermanos que tienen los alumnos de la clase de Aurora.

- a) Calcula la media. ¿Qué significa el resultado? ¿Es posible?
- b) Halla la moda.





Javier y sus amigos van a jugar al rescate y no saben cómo decidir quién la "liga".



El resultado de sacar una carta o de tirar un dado depende del azar. Son **experiencias aleatorias**. Sin embargo, que la "liga" el de menor edad no depende del azar.

Una experiencia es **aleatoria** cuando no se puede predecir el resultado que se va a obtener.

Entre todos han decidido tirar un dado. Los posibles resultados se llaman sucesos.

- Sacar un número del 1 al 6 es un suceso seguro.
- Sacar un 7 es un suceso imposible.
- Sacar un 3 es un suceso posible.



Cada uno de los posibles resultados de una experiencia aleatoria se llama **suceso**. Puede ser:

- **Suceso seguro:** ocurre siempre.
- **Suceso imposible:** nunca ocurre.
- **Suceso posible:** ocurre a veces.

19 Indica cuáles de las siguientes experiencias son de azar. ¿Por qué?

- Sacar cara al lanzar una moneda.
- Poner un helado al sol y que se derrita.
- Sacar una carta de una baraja y que sea de bastos.
- Pinchar con un alfiler un globo y ver si explota.

Ten en cuenta

Una experiencia aleatoria también se llama **experiencia de azar**.

20 Clasifica estos sucesos en seguros, posibles o imposibles.

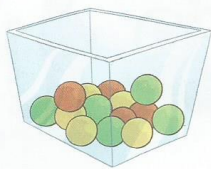
Tirar un dado y que salga un 5.

Sacar un chicle de un paquete de chicles.

Sacar una carta deoros de una baraja.

Tirar un dado y que salga cara.

- 21 Sacamos sin mirar una bola de la urna. Di si los sucesos son seguros, posibles o imposibles.



- Sacar una bola roja o verde.
- Sacar una bola azul.
- Sacar una bola.
- Sacar una bola amarilla, verde o roja.

- 22 Escribe tres sucesos posibles de estas experiencias de azar.

- Sacar un caramelo de una bolsa con 3 caramelos de fresa, 2 de menta y 5 de limón.
- Lanzar un dado de 8 caras.

- 23  smSaviadigital.com **PRACTICA** Clasifica los sucesos.

- 24 Indica cuáles de estas afirmaciones son incorrectas y corrígelas en tu cuaderno.

- Tirar una pelota y ver si cae es una experiencia aleatoria.
- Sacar un as al extraer una carta de una baraja es un suceso posible.
- Sacar un número par al lanzar un dado es un suceso imposible.

- 25 Piensa dos experiencias aleatorias y dos que no lo sean. Compara tu respuesta con la de tu compañero.

- 26 Dibuja en tu cuaderno una bolsa con bolas numeradas que cumpla estas condiciones.

- Sacar una bola amarilla es un suceso probable.
- Sacar un número primo es un suceso seguro.
- Sacar un número de tres cifras es un suceso imposible.

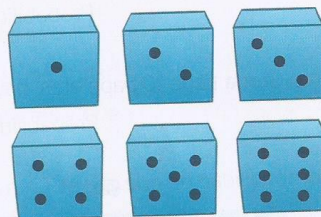


Taller de matemáticas manipulativas

Experiencias al azar

Si lanzamos dos dados y sumamos los resultados, ¿qué números podemos obtener?

- Estos son los resultados posibles al lanzar un dado.



- Ordenamos en una tabla todas las sumas que podemos obtener con dos dados.

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

- 1 ¿Qué número se repite más en la tabla? ¿Y menos? Indica un número imposible de obtener al sumar las caras de dos dados.

- 2 Si lanzamos dos dados y multiplicamos los resultados:

- ¿Qué números podemos obtener?
- Por grupos, ordenad las posibilidades en una tabla como la anterior.
- ¿Qué número se repite más? ¿Y menos? Indica un número imposible de obtener al multiplicar las dos caras.



En una rifa se han vendido 100 papeletas numeradas del 1 al 100. Si Óscar ha comprado 2 papeletas y Gema ha comprado 10, ¿quién tiene mayor probabilidad de ganar?

Todas las papeletas tienen las mismas posibilidades de resultar ganadoras:



- Como Óscar tiene 2 papeletas, hay 2 casos en los que él ganaría de un total de 100.

$$\text{Probabilidad de que gane Óscar} = \frac{2}{100} = 0,02$$

- Como Gema tiene 10 papeletas, hay 10 casos en los que ella ganaría de un total de 100.

$$\text{Probabilidad de que gane Gema} = \frac{10}{100} = 0,1$$

- La probabilidad de que gane Gema es mayor, ya que $0,1 > 0,02$.

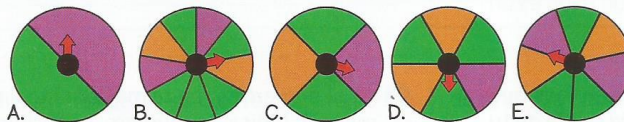
La probabilidad mide la posibilidad de que un suceso ocurra. Para calcularla:

$$\text{probabilidad} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

La probabilidad se suele expresar habitualmente en forma de tanto por ciento. Para ello, buscamos una fracción equivalente con denominador 100:

- Probabilidad de que gane Óscar = $\frac{2}{100} = 2\%$
- Probabilidad de que gane Gema = $\frac{10}{100} = 10\%$

- 27 Selecciona las ruletas con la misma probabilidad de que salga verde.



- 28 En las ruletas de la actividad anterior, calcula la probabilidad de que salga naranja en cada una de ellas.

- 29 Calcula la probabilidad de estos sucesos.



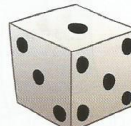
Sacar cara.



Sacar una bola morada.



Que caiga en el lado naranja.



Sacar un resultado par.

- 30 En una baraja de 40 cartas extraemos una carta al azar. Calcula la probabilidad de que la carta extraída sea:

- un as.
- una carta de espadas.
- un as de espadas.
- una figura.

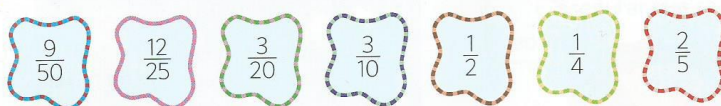


- 31 Indica verdadero o falso. Justifica tu respuesta.

- La probabilidad de sacar un chicle de una bolsa de caramelos es 0.
- Al lanzar un dado es más probable obtener un número par que uno impar.
- La probabilidad de extraer una carta de una baraja de 40 cartas y que sea de copas es $\frac{1}{4}$.
- Es más probable que el número premiado de la lotería termine en 0 que en 5.

- 32 ¿Cuál es la probabilidad del suceso seguro? ¿Y la del suceso imposible?

- 33 Expresa estas probabilidades en forma de porcentaje.

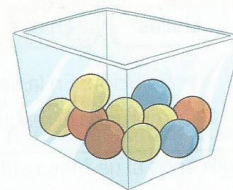


- 34 Irene y Paco también han comprado papeletas para el sorteo de la bicicleta. Irene ha comprado 12 papeletas y Paco, 3.

- Calcula la probabilidad de ganar que tiene cada uno.
- Expresa las probabilidades en forma de tanto por ciento.

- 35 En una urna hay 5 bolas amarillas, 3 rojas y 2 azules.

- ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola amarilla? ¿Y de sacar una bola roja? ¿Y una azul? Exprésalo como fracción y como porcentaje.
- Si primero sacamos una bola amarilla, ¿cuál es la probabilidad de que la segunda bola que saquemos sea roja?
- Si extraemos todas las bolas amarillas, ¿cuál es la probabilidad de sacar una bola azul? ¿Y de sacar una roja?



- 36 Calcula la probabilidad de estos sucesos al lanzar un dado con las caras numeradas del 1 al 6.

- Que salga un número múltiplo de 3.
- Que salga un número menor que 3.
- Que salga un número mayor que 6.

Problemas

Estrategia: Utilizar diagramas de árbol

En una fiesta hay 65 personas, de las cuales 35 están bailando. Si hay 28 chicas y 20 de ellas no bailan, ¿cuántos chicos bailan?



- ¿Qué nos pide el problema?
Averiguar cuántos chicos bailan.
- ¿Qué datos necesitamos?
El número de personas de la fiesta, cuántos son chicos y cuántos chicos no bailan.
- ¿Cómo se resuelve?
Utilizamos un diagrama de árbol.



1.º Anotamos en el diagrama todos los datos que tenemos.

2.º Calculamos, empezando desde arriba, los datos que nos faltan y los incluimos.

Si de 65 personas, hay 35 que bailan, las que no bailan son: $65 - 35 = 30$.

Si hay 30 personas que no bailan y 20 son chicas, los chicos que no bailan son: $30 - 20 = 10$.

Si hay 28 chicas y 20 no bailan, calculamos cuántas bailan: $28 - 20 = 8$.

Sumamos las personas que no bailan y las chicas que bailan: $8 + 20 + 10 = 38$.

Como en total hay 65 personas: $65 - 38 = 27$.

► **Solución:** En la fiesta hay 27 chicos que no bailan.

➔ Comprueba el resultado colocando los datos en una tabla de doble entrada

✎ En un colegio hay 89 alumnos de 6º de Primaria, de los cuales 64 juegan al fútbol y el resto al baloncesto. Si de las 48 chicas, hay 20 que juegan al baloncesto, ¿cuántos chicos juegan al fútbol?

✎ En una agencia de viajes atienden a 565 clientes, de los cuales 320 quieren ir a Europa. Si hay 383 que quieren visitar ciudades y de ellos, 173 no quieren ir a Europa, ¿cuántos clientes quieren ir a visitar playa en Europa?



smSaviadigital.com

RESUELVE PROBLEMAS Paso a paso en la web.

Utiliza tus estrategias

- 1 Mi padre ha comprado yogures. En el paquete vienen 3 de piña, 2 de plátano y 5 de vainilla. Si cojo uno sin mirar, ¿qué probabilidad hay de que el primero que me tome sea de vainilla?



- 2 Alberto lleva en su bolsillo 3 fichas rojas, 1 ficha verde y 5 fichas azules, ¿qué probabilidad hay de que al meter la mano, saque una ficha de color verde?

- 3 Un hotel tiene 22 habitaciones con vistas al mar y 44 con vistas a la montaña. ¿Qué probabilidad hay de alojarse en una habitación con vistas al mar?



- 4 En una clase hay 13 chicas y 13 chicos. Si cada día uno de ellos es el encargado de material, ¿qué probabilidad hay de que hoy sea un chico?

- 5 Carlota ha sacado 9, 8 y 7 en los últimos exámenes de Lengua. ¿Qué nota tiene que sacar, para tener de nota media un 8?

A. 8
B. 7
C. 6
D. 5



- 6 En una caja, hay 24 pinturas y 36 rotuladores. ¿Cuál es la probabilidad de meter la mano y sacar una pintura?

A. 36 C. $\frac{24}{36}$
B. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{2}{3}$



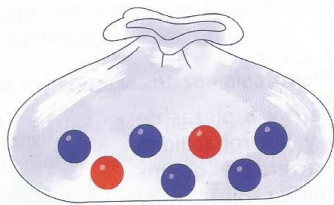
- 7 ¿Cuántas veces hay que tirar un dado para asegurar que se repetirá algún resultado?



A. 7 B. 36 C. 6 D. 14

Inventa un problema

- 8 Fíjate en la imagen y en los datos. Inventa y resuelve un problema con ellos.



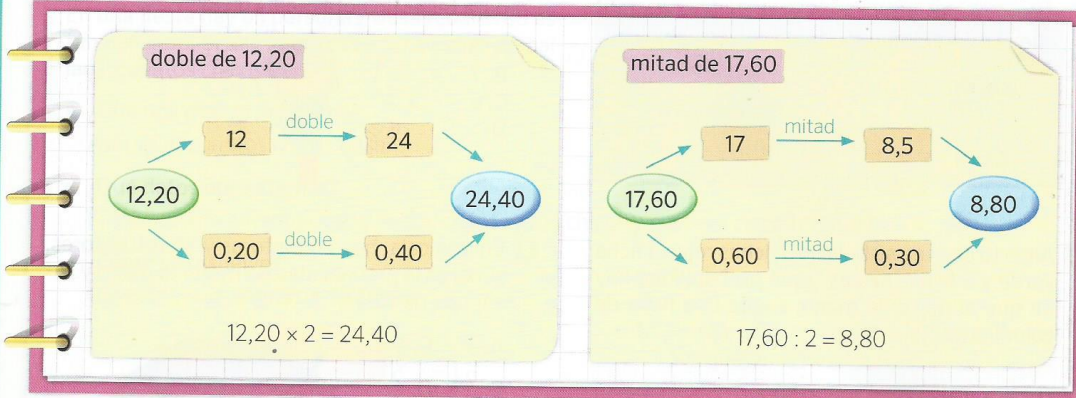
¿Tiene sentido?

- 9 En una ruleta hay $\frac{5}{6}$ pintados de rojo y $\frac{5}{6}$ pintado de negro. Yo estoy seguro de que al hacerla girar la bolita caerá en la zona roja.
- 10 En una clase donde todos los alumnos tienen 12 años, la media de edad de la clase es de 13 años.
- 11 La frecuencia relativa de días de lluvia en el mes de abril ha sido de $\frac{31}{30}$.

Matemáticamente

Cálculo mental

Calcular doble y mitad de números decimales



1 Copia y completa esta tabla en tu cuaderno.

mitad	número	doble
...	14,20	28,40
...	19,10	...
...	13,80	...
...	...	22,80
6,70	...	...

- 2 En un colegio, quieren confeccionar un telón para una obra de teatro. Han comprado una tela de 6,70 m de ancho y 1,40 m de alto. La cortarán por la mitad y coserán una mitad sobre la otra. ¿Cuáles serán las medidas de la tela lista para colocar en el escenario?



smSavia digital.com

PRACTICA Utiliza esta estrategia de cálculo mental.

Retos matemáticos

- 1 ¿Cómo calcularías la media de 6, 4, 8, 7 y 10 con la calculadora si no funciona la tecla del 5?



- 2 Si hay entre 4 y 8 piezas de pentominó y la probabilidad de sacar una verde es de dos tercios, ¿cuántas piezas hay de este color?



Repasa la unidad

8

Organiza tus ideas

Estadística

frecuencia absoluta y frecuencia relativa

- **Frecuencia absoluta:** número de veces que se repite un dato.
- **Frecuencia relativa:** frecuencia absoluta dividida entre el número total de datos.

gráficos estadísticos

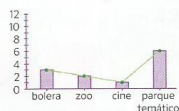


diagrama de barras

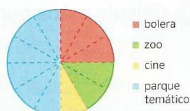


diagrama de sectores

media, moda, mediana y rango

- **Media:** suma de todos los datos dividida entre el número total de datos.
- **Moda:** dato que más veces aparece repetido.
- **Mediana:** dato que ocupa la posición central.
- **Rango:** diferencia entre el dato mayor y el menor.

Probabilidad

experiencia aleatoria

No se puede predecir el resultado.

- Suceso seguro: ocurre siempre.
- Suceso imposible: nunca ocurre.
- Suceso posible: ocurre a veces.

probabilidad

Mide la posibilidad de que un suceso ocurra.

$$\text{probabilidad} = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

1. Se ha preguntado a los compañeros del equipo de fútbol de Salcedo por la estación del año en que nacieron.

estación	n.º de compañeros
invierno	
primavera	
verano	
otoño	

- a) Copia y completa la tabla de frecuencias.
b) Representa los datos en un diagrama de barras y en uno de sectores.

2. ¿Qué experiencias no son aleatorias?

- A. Lanzar una moneda al aire y ver si cae.
B. Tirar una piedra al río y ver que se hunde.
C. Adivinar una fecha de nacimiento.

3. Al levantar una ficha de dominó, ¿qué suceso es seguro, cuál posible y cuál imposible?

- La suma de los puntos es mayor que 12.
- La suma de los puntos es par.
- La suma de los puntos es menor o igual que 12.

4. Juan gana con una figura, Teo con un oro y Eva con un as. ¿Quién es más probable que gane?



Vocabulario matemático

5. ¿Cuál es el antónimo de *aleatorio*?



smSavia digital.com

VALORA LO APRENDIDO

Comprueba lo que sabes en la autoevaluación.

12

Representación
de datos
y probabilidad

Interpretar
tablas y gráficos
en un vivero.

Hugo y Germán trabajan en el vivero; están haciendo recuento de las plantas que les han llegado para ponerlas a la venta. En la mercancía han venido varias plantas diferentes, palmeras, rosales, helechos, cactus y algunos papiros.



HAZLO
EN
EQUIPO

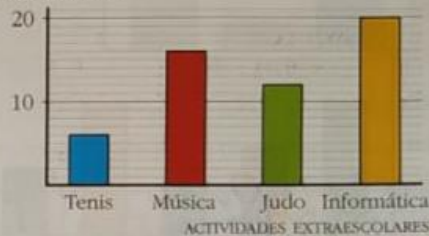


- 1 ¿Cuántas plantas en total han llegado al vivero?
- 2 ¿Cuántos rosales han llegado más que cactus?
- 3 Individualmente, escribe en un folio la respuesta a la siguiente pregunta: ¿por qué es importante que cuidemos las plantas?
- 4 En grupos de cuatro, intercambiad los folios y llegad a una respuesta común. Comparadla con las de los otros grupos. ¿Qué diferencias encontráis en las respuestas?

RECUERDA, PIENSA, APLICA...

En un **gráfico de barras**, la altura de cada barra está en función del valor numérico de cada dato.

N.º DE ALUMNOS



SUCESOS Y PROBABILIDAD

Al tirar un dado, sacar un número par significa sacar un 2, un 4 o un 6: es un **suceso posible**.

Sacar un 8 es un **suceso imposible**.

Sacar menos de un 7 es un **suceso seguro**.

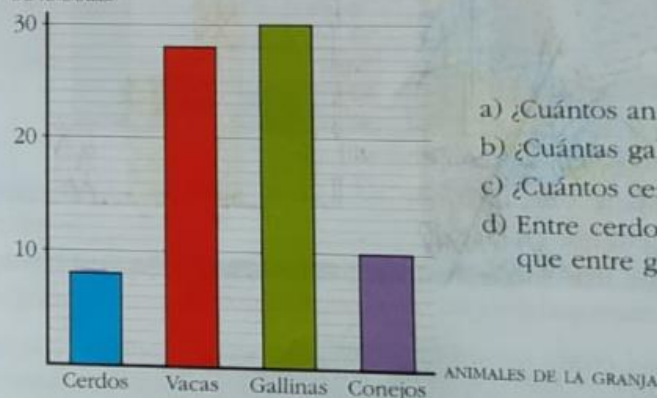


1 Fijate en el gráfico anterior y contesta.

- ¿Cuántos niños practican informática? ¿Y tenis?
- ¿Cuántos niños en total practican alguna actividad extraescolar?
- ¿Qué actividad practica el mayor número de niños?

2 Observa el gráfico y contesta.

N.º DE ANIMALES



- ¿Cuántos animales hay en la granja?
- ¿Cuántas gallinas hay más que conejos?
- ¿Cuántos cerdos hay menos que vacas?
- Entre cerdos y vacas, ¿hay más o menos que entre gallinas y conejos?

3 Lanzamos un dado. Indica si es **posible**, **imposible** o **seguro** cada uno de los siguientes sucesos:

- Que salga un número mayor que 5.
- Que salga 0.
- Que salga un número del 1 al 6.
- Que salga un número par mayor que seis.

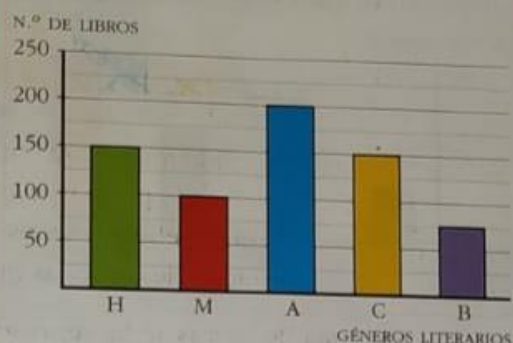
Tabla de frecuencias. Gráficos de barras

La **frecuencia** es el número de veces que se repite un dato.

En la **tabla de frecuencias** organizamos los datos junto a las frecuencias que les corresponden.

LIBROS PRESTADOS	FRECUENCIA
HUMOR (H)	150
MISTERIO (M)	100
AVENTURA (A)	200
CÓMICS (C)	150
BIOGRAFÍAS (B)	75

En un **diagrama** (o **gráfico**) de barras, cada dato se representa mediante una barra, cuya altura indica su frecuencia.



- 1 Observa esta tabla de frecuencias y construye su correspondiente diagrama de barras (puedes hacerlo graduando el eje vertical de 5 en 5).

	E	F	M	A	MAY	JUN
AHORROS DE CANDELA (EN EUROS)	50	5	10	15	25	15

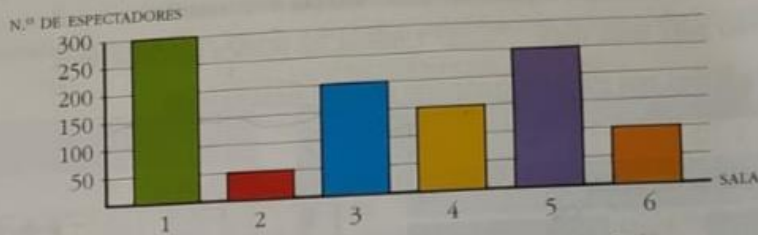
- ¿Cuál ha sido el ahorro total de Candela durante los meses de enero a junio?
- ¿Cuánto ha ahorrado durante el primer trimestre del año?
- ¿Qué mes ha sido en el que más ahorró?
- ¿Cuánto más ahorró en enero que en junio?
- A la vista del diagrama que has elaborado, ¿por qué las barras de abril y junio tienen la misma altura?

- 2 Observa el registro hecho por el entrenador de atletismo con los tiempos obtenidos en la prueba de velocidad de 50 m.

CORREDOR	1	2	3	4	5	6	7	8
TIEMPO (s)	8	9	7	6	7	6	8	8

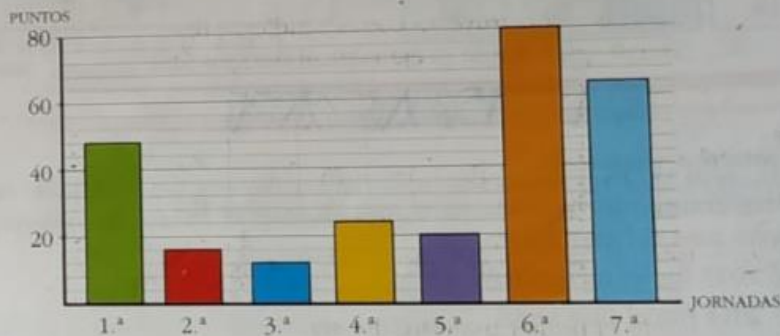
- Construye su correspondiente diagrama de barras.
- ¿Qué corredor obtuvo el mejor registro?
- ¿Qué ventaja sacó el corredor número 6 sobre el número 7?

- 3 En este diagrama de barras se ha representado el número de espectadores que ha habido en seis salas de cine durante cierto día.



- ¿Cuántas personas acudieron a la sala número cuatro?
- ¿En qué sala se ha dado la película más vista?
- ¿En qué sala se puso la película menos vista?
- ¿Cuál es el número total de personas que fueron a estas salas?

- 4 En este diagrama de barras se ha representado el número de puntos que ha conseguido el equipo de baloncesto de Álvaro en las siete primeras jornadas:



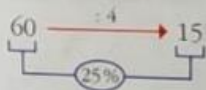
- Elabora una tabla de frecuencias. ¿En qué jornada anotaron más puntos?
- ¿Cuántos puntos anotaron, en total, en las jornadas 3ª, 4ª y 5ª?
- ¿Qué diferencia de puntos hubo entre las jornadas sexta y segunda?



- 5 Piensa y escribe, con tu compañero, al menos cinco beneficios de practicar deporte en equipo. Después, uníos a otra pareja y completad una lista de diez beneficios.

CÁLCULO MENTAL

Calcular el 25% de una cantidad.



25% de 80	25% de 24	25% de 48	25% de 64	25% de 96
25% de 120	25% de 140	25% de 160	25% de 180	25% de 200

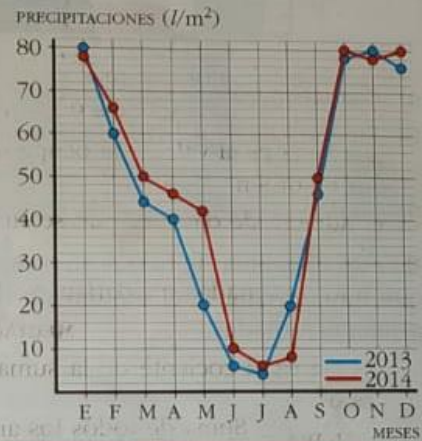
Gráficos dobles

Para construir un **gráfico de líneas** a partir de una tabla de frecuencias:

- 1.º Marcamos un punto para cada dato.
- 2.º Unimos los puntos con una línea.

Un **gráfico doble** de líneas nos permite comparar dos informaciones relativas a un mismo fenómeno.

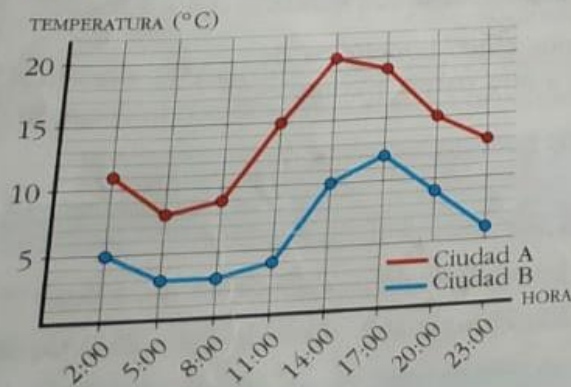
PRECIPITACIONES (l/m ²)					
MESES	AÑO 2013	AÑO 2014	MESES	AÑO 2013	AÑO 2014
E	80	78	Jul	4	6
F	60	66	Ag	20	8
M	44	50	S	46	50
A	40	46	O	78	80
May	20	42	N	80	78
Jun	6	10	D	76	80



Observa el gráfico anterior y contesta.

- a) ¿Qué diferencia hay entre la lluvia caída en el mes de octubre del año 2013 y el mismo mes del año 2014?
- b) ¿Qué mes del año 2013 fue el menos lluvioso?
- c) ¿Qué mes del año 2014 fue el más seco?
- d) ¿Cuál de los dos años ha sido más lluvioso?

En este gráfico están representadas las temperaturas de cierto día en dos ciudades diferentes, A y B:



- a) ¿A qué hora se dio la temperatura más alta del día en la ciudad A? ¿Y en la B?
- b) ¿Qué diferencia hay entre la temperatura más alta y la más baja en cada una de las ciudades?

Moda, mediana y media

La **moda**, la **mediana** y la **media** de un conjunto de datos son medidas centrales que nos dan, en un solo valor, información sobre todo el conjunto.

AÑOS DE LOS AMIGOS DE LAURA

AÑOS						
3	9	9	8	9	6	5

AÑOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FRECUENCIA	0	0	1	0	1	1	0	1	3	0
SUMA DE LOS AÑOS	0	0	3	0	5	6	0	8	27	0

- La moda es el valor que más se repite, es decir, el de mayor frecuencia.

MODA = 9 (se repite tres veces)

- La mediana es el valor que ocupa el centro de la lista de los datos colocados en orden.

Si el número de datos es par, se suman los dos centrales y se divide entre dos.

Los años ordenados quedarían: 3 - 5 - 6 - 8 - 9 - 9 - 9

MEDIANA = 8

- La media es el cociente de la suma de todos los datos entre el número de datos.

$$\text{MEDIA} = \frac{\text{Suma de todos los años}}{\text{N.º de amigos}} = \frac{3 + 5 + 6 + 8 + 9 + 9 + 9}{7} = 7$$

- ✗ Las edades de los invitados a la fiesta de cumpleaños de Berta, incluyendo los primos pequeños, son:

10 - 11 - 10 - 8 - 11 - 16 - 7 - 10 - 5 - 11 - 11

Calcula la media de edad de los invitados.

- 2 Los huevos que han puesto en esta semana las gallinas de Julián son:



Calcula la moda, la mediana y la media de los huevos que pone una gallina.

- 3 Calcula la moda, la mediana y la media de cada conjunto de datos:

a) 1 1 1 1 8 9 9

b) 4 5 5 5 5 5 6

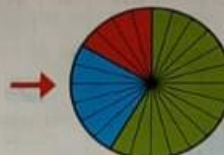
Diagrama de sectores

Cuando los datos se representan sobre un círculo, el gráfico recibe el nombre de **diagrama de sectores**.

Para construir un diagrama de sectores:

- 1.º Se divide el círculo en un número de partes iguales a la suma de las frecuencias de los valores de la variable.
- 2.º Se colorea, asignando a cada color un número de partes igual a una de las frecuencias.

GANADOS	14
EMPATADOS	6
PERDIDOS	4
TOTAL JUGADOS	24

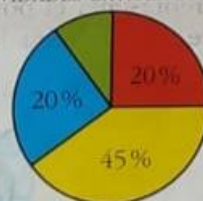


■ Ganados
■ Empatados
■ Perdidos

- 1 Durante este trimestre, el 20% de los alumnos de actividades extraescolares acude al taller de cocina; el 45%, a voleibol; el 20%, a ballet, y el resto, a ajedrez.

- a) ¿Qué porcentaje de alumnos acude a ajedrez?
- b) ¿De qué color es el sector de voleibol? ¿Y el de ajedrez?
- c) Si en total hay 60 alumnos, ¿cuántos practican cada actividad?

ACTIVIDADES EXTRAESCOLARES



- 2 En la población costera de Cala del Mar, cinco de cada ocho personas viven de la pesca; dos de cada ocho, de la industria, y el resto, del sector servicios.

Copia el círculo y construye un gráfico de sectores que refleje la distribución de la población según la actividad económica.



■ Pesca
■ Industria
■ Servicios

- 3 Investiga y escribe en qué sectores se clasifican las distintas actividades económicas. Después, clasifica cada actividad del ejercicio anterior en su sector correspondiente.

- 4 Marta ha comido hoy, de primer plato, arroz; de segundo, un guiso de carne, y de postre, helado.

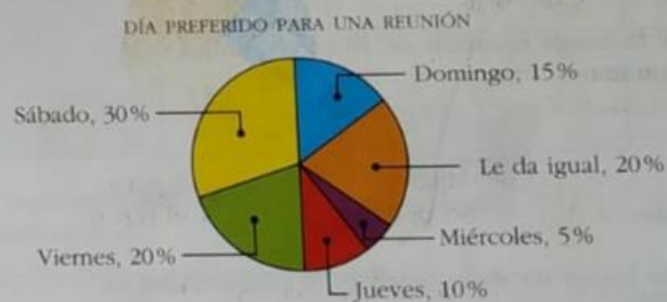
¿Cuál de los siguientes diagramas de sectores corresponde a cada uno de esos platos?



- 5 Este gráfico representa la distribución por edades de una población de 5000 habitantes.



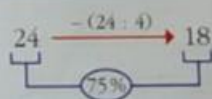
- a) Sabiendo que el porcentaje de adultos, entre 20 y 70 años, es del 62%, ¿cuál es el porcentaje de mayores de 70 años?
- b) ¿Cuántos habitantes tienen más de 70 años?
- 6 El siguiente gráfico representa el porcentaje de vecinos de una comunidad que prefiere un determinado día para hacer las reuniones.



- a) ¿Qué día es el preferido por la mayoría?
- b) Si han votado 50 vecinos, ¿cuántos han elegido cada opción?

CÁLCULO MENTAL

Calcular el 75% de una cantidad.



75% de 16	75% de 20	75% de 24	75% de 28	75% de 32
75% de 36	75% de 40	75% de 44	75% de 48	75% de 52

Probabilidades y fracciones

En una experiencia aleatoria, para valorar la probabilidad de que se verifique un suceso, contrastamos el número de casos favorables con el número de casos posibles y lo expresamos mediante una fracción.

- Suceso A: ¿Saldrá azul? Hay una posibilidad entre ocho.

$$\text{Probabilidad: } P = \frac{1}{8}$$

- Suceso B: ¿Saldrá verde? Hay tres posibilidades entre ocho.

$$\text{Probabilidad: } P = \frac{3}{8}$$



$$\text{Probabilidad de un suceso} \rightarrow P = \frac{\text{N.º de casos favorables}}{\text{N.º de casos posibles}}$$

- 1 En la experiencia «Sacar una bola del bombo»:

- ¿Cuál es la probabilidad de que la bola extraída sea de color amarillo?
- ¿Y de que lleve un número par?
- ¿Cuál es la probabilidad de que sea amarilla y lleve un número par?



- 2 Si sacas una carta de la baraja española de 40 cartas, indica cuál es la probabilidad de que sea:

- Un rey.
- El tres de copas.
- Una figura de espadas.



- 3 Para la experiencia de lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de cada suceso?

- Sacar un siete.
- Sacar puntuación impar.
- Sacar un dos.



- 4 Piensa en una experiencia en la que se puedan calcular y expresar con fracciones las probabilidades de diferentes sucesos. Descríbela en tu cuaderno, detallando cada suceso en un apartado diferente, y dásela a tu compañero para que calcule sus probabilidades. Después, comprueba si lo ha hecho bien.

La probabilidad a partir de los datos

En ciertas situaciones se pueden **estimar probabilidades** a partir de los datos recogidos en experiencias anteriores.

Observa la estadística de tiro con arco y de dianas que ha conseguido Roberto en las últimas cinco competiciones:

	COMPETICIONES					TOTAL
	1	2	3	4	5	
TIROS	20	20	20	20	20	100
DIANAS	15	17	14	13	16	75

Con estos datos podemos hacer una estimación de la probabilidad que tiene de hacer diana en el próximo tiro:

$$\text{Probabilidad estimada} \rightarrow P = \frac{\text{N.º de aciertos}}{\text{N.º total de tiros}} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4} \rightarrow \text{acierta 3 de cada 4}$$

- 1 Observa los goles conseguidos por Marta y Susana en los últimos partidos del campeonato escolar de balonmano.

		PARTIDOS					TOTAL
		1	2	3	4	5	
MARTA	TIROS	14	13	16	12	15	70
	GOLES	10	8	12	10	10	50
SUSANA	TIROS	12	11	14	10	13	60
	GOLES	8	6	10	8	8	40

- a) Estima la probabilidad que tiene cada una de meter gol en el próximo lanzamiento.
- b) ¿Cuál de las dos tiene mayor probabilidad de meter gol?



- 1 Busca alguna noticia en la que aparezcan gráficos o estadísticas. Recórtala o imprímela, pégala en tu cuaderno e interprétala. Exponla después en clase, explicando tus conclusiones.

- ¿Te apoyarías en probabilidades o estadísticas para dar a conocer algo? ¿Qué sería? ¿Qué aportaría a tu exposición?

REPASO DE LA UNIDAD

RECUERDO

Gráficos de barras



Moda, mediana y media

La moda es el valor que más se repite.

La mediana ocupa la posición central.

La media = $\frac{\text{suma de todos los datos}}{\text{número de datos}}$

Gráficos dobles

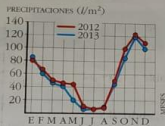


Diagrama de sectores



Probabilidad de un suceso

La probabilidad de un suceso es:

$$P = \frac{N^{\circ} \text{ de casos favorables}}{N^{\circ} \text{ de casos posibles}}$$

- 1 Observa la tabla y representa los datos en un diagrama de barras.

TIEMPO	SOL	NUBES	LLUVIA
DÍAS	18	5	7

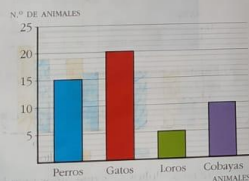
- a) ¿Cuántos días de sol hubo ese mes?
b) ¿Y de nubes?
c) ¿Cuál es la moda?

- 2 En el zoo Animalandia, Óscar y Almudena están llevando el control del peso de una cría de ciervo y otra de foca, que nacieron hace unos días. Estos son los datos que han obtenido:

	PESO AL NACER (en kg)	5 DÍAS	10 DÍAS	15 DÍAS	20 DÍAS
CIERVO	5	7	11	15	20
OCA	10	15	22	32	40

Representa los datos de la tabla en un gráfico doble de líneas.

- 3 El diagrama representa el número de animales que ha atendido Germán en su clínica esta semana:



- a) Construye la tabla de frecuencias correspondiente.
b) ¿Cuántos animales atendió Germán esta semana?
c) ¿Cuántos gatos atendió más que loros?
d) ¿Cuál es la moda?

- 4 Cristina tiene una caja de bombones con 7 de moca, 5 de chocolate blanco y 8 de chocolate con leche. Si cogemos los bombones sin mirar, contesta:

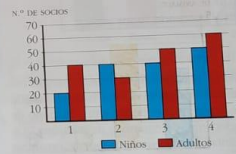
- a) ¿Cuál es la probabilidad de sacar uno de chocolate blanco?
b) ¿Y uno de moca?
c) ¿Qué sabor es más probable que cojamos?

- 5 Cristina y Gustavo están jugando al mico, que tiene 5 palillos azules, 8 rojos, 11 amarillos y 6 verdes.

- a) ¿Qué probabilidad hay de sacar uno verde? ¿Y uno azul?
b) ¿Qué color es el que tiene menos probabilidad de salir?

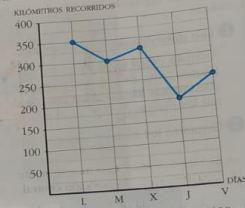
RESUELVO PROBLEMAS

- 6 El gráfico representa el número de socios de una piscina en los últimos cuatro años.



- a) ¿Cuántos adultos más que niños tuvo la piscina los dos primeros años?
b) Si un adulto paga una cuota de 135 € al año, ¿cuánto recaudó la piscina el año 1?
c) Si los niños pagan una cuota trimestral de 25 €, ¿cuánto se ha recaudado por los niños en los cuatro años?

- 7 El gráfico representa el número de kilómetros que hizo un camión esta semana.



- a) Si el jueves pasado recorrió 15000 metros menos que este jueves, ¿cuántos kilómetros recorrió?
b) Calcula la media de los kilómetros recorridos esta semana.

AVANZO

- 8 Representamos estos datos en un gráfico de sectores:

GUSTOS TELEVISIVOS	FRECUENCIA
SERIES	8
PELICULAS	13
DIBUJOS	15
DOCUMENTALES	5
CONCURSOS	7

- a) ¿A qué correspondería la mayor superficie del gráfico? ¿Y la menor?
b) ¿Qué superficie sería mayor, la que ocupan los documentales o la que ocupan los concursos?

APRENDO A RESOLVER PROBLEMAS

BUSCO TODOS LOS CASOS POSIBLES

Algunas veces hay que elegir entre distintas posibilidades. En esos casos, has de ser capaz de reconocerlas, analizarlas y seleccionar las más adecuadas.

- 1 Leo detenidamente el enunciado.

Germán desea regalar a su amiga Gloria dos plantas: una de interior y otra de exterior. ¿De cuántas formas diferentes puede combinar las plantas para hacer el regalo?



- 2 Organizo los datos buscando todas las posibilidades.

PLANTAS DE INTERIOR	PLANTAS DE EXTERIOR		
	ARECA	GERBERA	ROSAL
PETUNIA	AP	GP	RP
CALENDULA	AC	GC	RC
AVE DEL P.	AAp	GAp	RAp

- 3 Escribo una frase con la solución.

Germán puede combinar las plantas para su regalo de nueve formas distintas.

Resuelvo estos problemas organizando los datos y buscando todos los casos posibles.

Problema 1

Germán se ha comprado dos pantalones (un vaquero azul y otro negro) y tres camisas (roja, azul y negra). ¿De cuántas formas diferentes se puede vestir con esa ropa?



Construye la tabla y analiza todas las posibilidades.

Problema 2

Gloria, para merendar, puede escoger entre un sándwich vegetal o un bocadillo de jamón, y para beber, entre un zumo de melocotón, de naranja o de manzana. ¿De cuántas formas distintas puede organizar su merienda?



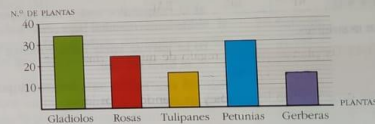
Construye la tabla y analiza todas las posibilidades.

EL DESAFÍO Tarea competencial

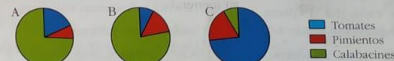
Germán es el encargado de colocar las flores en unas grandes jardineras, que se exponen al público. Hugo le ha indicado cuántas flores de cada tipo debe colocar.



- 1 Elabora, a partir de los datos que da Hugo, una tabla de frecuencias.



- 2 Si el lunes venden 20 rosas, el martes, 10, y el miércoles, 45, ¿cuál es la media de rosas vendidas en esos tres días?
3 Si se coge una flor al azar, ¿qué probabilidad hay de coger un tulipán?
4 Hugo ha colocado en una jardinera 70 plantas de tomates, 18 de pimientos y 7 de calabacines. ¿Cuál de los siguientes diagramas corresponde a esos datos?



- 5 Por parejas, pensad y haced una pregunta a vuestros compañeros que tenga cuatro elecciones posibles. Una vez recopiladas sus respuestas, organizad y exponed los datos en una tabla, en un gráfico de barras y en un diagrama de sectores.

ANEXO 3. Cuestionario para los alumnos.

	Número de hermanos	Mes de nacimiento	Color de ojos	Aprueba todo (Sí/No)	Asignatura preferida	Horas que dedica a hacer deberes al día	Le gustan las matemáticas (Sí/No)
Alumno 1							
Alumno 2							
Alumno 3							
Alumno 4							
Alumno 5							
Alumno 6							
Alumno 7							
Alumno 8							
Alumno 9							
Alumno 10							
Alumno 11							
Alumno 12							
Alumno 13							
Alumno 14							
Alumno 15							
Alumno 16							
Alumno 17							
Alumno 18							
Alumno 19							
Alumno 20							