



**UNIVERSIDAD DE JAÉN**  
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

## Trabajo Fin de Grado

### **Propuesta de enseñanza de tratamiento de la información en Educación Primaria**

**Alumno: Manuel Prados Rodríguez**

Tutor: Prof. D. Antonio Estepa Castro  
Dpto: Didáctica de las matemáticas

**Junio, 2014**

## ÍNDICE

| CAPITULO/ APARTADO/ SUBAPARTADO                            | PAGINA |
|------------------------------------------------------------|--------|
| RESUMEN .....                                              | 3      |
| PALABRAS CLAVE .....                                       | 3      |
| 1. INTRODUCCIÓN .....                                      | 3      |
| 2. OBJETIVOS .....                                         | 4      |
| 3. ANÁLISIS DE UNIDAD DIDÁCTICA EN UN LIBRO DE TEXTO ..... | 4      |
| 3.1. INTRODUCCIÓN .....                                    | 4      |
| 3.2. PROBLEMAS .....                                       | 5      |
| 3.3. CONCEPTOS .....                                       | 8      |
| 3.4. PROCEDIMIENTOS .....                                  | 11     |
| 3.5. PROPIEDADES .....                                     | 14     |
| 3.6. LENGUAJE .....                                        | 16     |
| 3.7. ARGUMENTACIÓN .....                                   | 17     |
| 4. PROPUESTA DE ENSEÑANZA (UNIDAD DIDÁCTICA) .....         | 17     |
| 4.1. INTRODUCCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN .....                | 17     |
| 4.2. TEMPORALIZACIÓN .....                                 | 18     |
| 4.3. JUSTIFICACIÓN .....                                   | 18     |
| 4.4. ANÁLISIS CURRICULAR .....                             | 21     |
| 4.4.1. OBJETIVOS GENERALES DE ETAPA .....                  | 21     |
| 4.4.2. OBJETIVOS DE ÁREA DE MATEMÁTICAS ....               | 22     |
| 4.4.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....                         | 23     |
| 4.4.4. RELACIÓN DE OBJETIVOS .....                         | 23     |
| 4.4.5. RELACIÓN DE CONTENIDOS .....                        | 24     |
| 4.4.6. COMPETENCIAS A DESARROLLAR .....                    | 25     |
| 4.5. ACTIVIDADES .....                                     | 26     |
| 4.6. DESARROLLO DE LA PROPUESTA .....                      | 28     |
| 4.7. EVALUACIÓN .....                                      | 30     |
| 5. PROPUESTA DE MEJORA .....                               | 33     |
| 6. CONCLUSIONES .....                                      | 33     |
| 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                        | 35     |
| ANEXOS .....                                               | 36     |

## **RESUMEN**

Este Trabajo Fin de Grado recoge mi experiencia durante el periodo de prácticum II sobre el desarrollo de una unidad didáctica para el último curso de tercer ciclo de primaria en el colegio Divino Maestro de Jaén.

El tema que se ha escogido es el de la estadística y la probabilidad o tratamiento de la información, dentro del área de matemáticas.

Para la realización de dicha unidad didáctica, previamente se ha analizado la propuesta sobre estos contenidos que nos plantea el libro de texto que los alumnos y alumnas de este curso usan como guía.

En base a este análisis, teniendo en cuenta sus carencias y posibles mejoras, se ha diseñado una nueva propuesta de unidad didáctica que se ha puesto en práctica en el curso y colegio mencionados.

Finalizada la parte práctica, se han recogido los resultados obtenidos y se han planteado una serie de opciones de mejora y modificaciones para dicha unidad didáctica.

## **PALABRAS CLAVE**

Estadística, azar, probabilidad, unidad didáctica, análisis, problemas, conceptos, procedimientos, propiedades, lenguaje, argumentación, variable estadística, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, porcentajes, media aritmética, moda, mediana, gráficos, suceso seguro, suceso imposible y suceso probable.

## **1. INTRODUCCIÓN**

El presente Trabajo Fin de Grado, tiene como objeto poner de manifiesto e integrar los contenidos formativos recibidos durante la etapa de estudiante del Grado en Educación Primaria por la Universidad de Jaén, aplicando las competencias asociadas al Grado.

El tema que vamos a desarrollar es la estadística y la probabilidad. Ambas materias, tal como dice Estepa (2014), están presentes en la mayoría de los ámbitos de nuestra sociedad y todos somos conscientes de las numerosas aplicaciones que nos ofrecen. Por todo esto, es uno de los temas que no pasan desapercibidos para la legislación que organiza la enseñanza primaria en España y Andalucía publicadas en el BOE (2006) y el BOJA (2007) respectivamente y, por ello, se encuentra incluidos en los currículos de educación primaria.

Partiendo de estas premisas, pasamos a presentar un trabajo de análisis de una unidad didáctica que desarrolla los contenidos de estadística y probabilidad en un libro de texto y la elaboración de una propuesta de unidad didáctica relacionada con dichos contenidos y su desarrollo en el aula. En consecuencia nos hemos marcado los siguientes objetivos.

## **2. OBJETIVOS**

**El objetivo general** que nos proponemos es: estudiar el proceso de estudio de la Estadística y la Probabilidad en 6º curso de Educación Primaria. Para conseguir este objetivo hemos delimitado los siguientes objetivos específicos.

### **Objetivos específicos:**

a) Analizar el tema de Estadística y Probabilidad del libro de 6º cursos de Ed. Primaria Edebé Guadiel (2009), centrándonos en la propuesta didáctica que presenta y mediante la metodología de Godino (2003).

Una vez llevado a cabo los análisis anteriores y detectados, a nuestro juicio, sus aciertos y deficiencias, nos marcamos los objetivos siguientes.

b) Diseño de una propuesta de enseñanza de la Estadística y la Probabilidad para 6º curso de Educación Primaria, teniendo en cuenta las carencias del tema analizado y planteando mejoras.

c) Poner en práctica la propuesta de enseñanza realizada para comprobar la utilidad y eficacia de la misma, y observar las posibles deficiencias en situación práctica.

d) evaluar y analizar la propuesta didáctica, observando sus aciertos y errores, y planteando posibles soluciones para el futuro.

Con la cumplimentación de estos objetivos, llevaremos a cabo parte del proceso indispensable para la planificación curricular del aula. Además esperamos obtener unas conclusiones válidas para la enseñanza de la Estadística Y Probabilidad en Educación Primaria, que expondremos al final del trabajo.

## **3. ANÁLISIS DE UNIDAD DIDÁCTICA DE UN LIBRO DE TEXTO**

### **3.1. INTRODUCCIÓN**

Cualquier trabajo de análisis debe contener unos criterios a partir de los cuales fundamentar el propio análisis. En este documento, siguiendo el trabajo de Godino (2003), nos vamos a fijar en los siguientes aspectos: los problemas que resuelve el tema

o cada uno de sus contenidos, los conceptos que se desarrollan y sus definiciones, los procedimientos usados para el desarrollo del tema, las propiedades de los objetos matemáticos, el lenguaje usado y la argumentación que demuestra lo explicado.

Desarrollaremos el análisis acerca del tema “Estadística y probabilidad” de la última edición del libro de la editorial *Guadriel*, el cual es uno de los recursos que sirve de guía a un sexto curso del centro Divino Maestro de Jaén, donde vamos a implementar la propuesta de unidad didáctica.

Se trata de un tema centrado en la adquisición e introducción de competencias relacionadas con el tratamiento de la información, la estadística, el azar la probabilidad.

Respecto a los contenidos que presenta, podemos estructurarlos de la forma siguiente:

- Estadística: variables estadísticas, variables cualitativas y cuantitativas, frecuencia absoluta, frecuencia relativa, la media, la moda y la mediana.
- Azar y probabilidad: sucesos seguros, imposibles y probables y cálculos de probabilidades.

Como podemos observar, no se desarrollan todos los contenidos que para el tercer ciclo de la etapa primaria contempla el Real Decreto de Enseñanzas Mínimas 1513/2006, ya que no se incluyen los gráficos y representaciones de la información.

Centrándonos exclusivamente en los contenidos que desarrolla el tema, vamos a analizar los **problemas** que estos pueden solucionar.

### **3.2. PROBLEMAS**

Algunos de los problemas más significativos son:

1. El planteamiento de problemas estadísticos, es decir, conocer qué problemas podemos resolver mediante la estadística.
2. Resumir de manera clara y concisa un conjunto de datos (con el uso de tablas, frecuencias y porcentajes).
3. Transmitir de manera clara, concisa y rápida la información reflejada en una tabla (mediante los gráficos en sus distintas modalidades).
4. Comparar de manera elocuente unos datos con el total de grupo (a través de frecuencias relativas).
5. Resumir numéricamente un conjunto de datos en un solo valor representativo del grupo.
6. Saber diferenciar entre situaciones aleatorias y no aleatorias.

Además, existen otros problemas de carácter más específico que surgen en el momento de solucionar estos problemas generales. Los cuales tienen gran relación con los contenidos del tema a analizar.

En muchas ocasiones de nuestra vida cotidiana tenemos la necesidad de saber cómo se comporta la población ante diferentes situaciones; por ejemplo, antes de unas votaciones electorales, los partidos políticos necesitan tener una estimación de los posibles resultados. Otro ejemplo, puede ser la necesidad de saber el nivel educativo que tiene una población, para poder hacer modificaciones en el sistema educativo utilizado, en función de los resultados que se obtengan, para ello es útil, hacer una estimación de aprobados y suspensos de una población y compararla con otras.

Como es lógico, sería muy difícil consultar persona por persona cuál será su voto, o en el otro caso, preguntar alumno por alumno, cuáles son sus notas; sin embargo, la estadística nos ofrece la solución a este problema ya que ésta nos permite conocer datos de un grupo amplio de una población que se toma como muestra, los cuales se pueden extrapolar a la generalidad. Realmente, el tema no profundiza mucho en esto aunque si aconseja al docente que haga reflexionar a los alumnos sobre la importancia y la utilidad de la estadística.

Antes de iniciarse en un estudio estadístico, debemos de analizar cuál es el problema que se nos plantea y qué características del grupo son necesarias medir, es decir, definimos las variables estadísticas de nuestro estudio. Estas variables, en algunas ocasiones se medirán en calidad y en otras, en cantidad; por ejemplo, las veces que un grupo de personas cogen el autobús en la semana, se mide en una, dos, tres veces... o por ejemplo, cuánto les gusta leer lo mediremos en nada, poco o mucho. Así pues, surge la diferenciación entre los dos tipos de variables, cualitativas y cuantitativas.

El tema no profundiza más en este contenido ni se centra mucho en el problema que soluciona, aunque mediante su definición se puede conectar, y no incluye las variables discretas y continuas, es decir, la clasificación de las variables cuantitativas según utilicen en sus medidas números enteros o racionales.

El siguiente problema que se nos plantea, es el proceso de recogida de información. Para ello, resulta muy útil la encuesta, así conocemos las respuestas de cada elemento del grupo. Llegados a este punto, surge un nuevo problema; disponemos de una gran cantidad de datos que dificultan su análisis y debemos resumir todos estos datos

mediante una clasificación, las tablas de frecuencias. De esta forma se agrupan aquellas respuestas iguales; cuántos han cogido 1 vez el bus, cuántos 2... para ello, nos es útil realizar un recuento y posteriormente elaborar la tabla de frecuencias absolutas, donde se reflejan esos datos de forma numérica. Una vez que sabemos cuántos hay de cada respuesta posible, surge la duda de qué relación tiene cada una de estas frecuencias absolutas con la totalidad del grupo, ya que estamos midiendo características de un grupo. Si sé que 6 personas cogen el bus 3 veces a la semana, 5 personas lo cogen 2 veces y otras 5 lo cogen 1 vez, a simple vista puedo observar que el dato que más abunda es el de 3 veces por semana, pero no puedo saber si es mayoría, si es lo más común o no; para ello es necesario establecer esa relación con el grupo. Por esta razón, es de gran utilidad el concepto de frecuencia relativa y de porcentaje, donde el primero hace referencia a esa relación entre frecuencias absolutas y total de miembros que han contestado, mientras que el segundo traduce esos datos a tantos por ciento, lo que nos hace más fácil su comprensión debido a la presencia que tienen los porcentajes en nuestra sociedad.

Siguiendo en la misma línea, el tema no se preocupa de estos problemas con profundidad, pero sí de utilizar muchos ejemplos y definiciones; por ello, puede resultar muy útil para que, partiendo de esos ejemplos, se haga pensar a los alumnos y así conectarlos con los problemas que pueden solucionarse aplicando estos conceptos.

Tras haber realizado una tabla de frecuencias, surge un nuevo obstáculo, saber los valores que nos sirve para definir al grupo de forma general, y cómo resumimos estos datos en uno sólo que represente al grupo. Para ello nos surgen varias maneras de hacerlo, entre las que el libro de texto destaca tres: La media, la moda y la mediana. Todas son medidas de tendencia central, las cuales nos ayudan a resumir o representar todos los datos recogidos en un solo valor central típico.

Una de las formas es la moda, que consiste en señalar el dato que más se repite, es decir, el de mayor frecuencia absoluta, lo más común. Pero el uso de la moda tiene el inconveniente de poder llegar a una interpretación engañosa del dato; en el ejemplo de los autobuses, observamos que la moda es 3 veces, ya que es el dato más repetido, sin embargo no coincide con la respuesta de la mayoría de los alumnos, por lo que, en este caso, la moda no es muy conveniente para generalizar al grupo. Sin embargo, con el uso de la media aritmética, encontramos un nuevo valor central del grupo, de forma que los valores se compensen entre sí. El problema que puede surgir con el uso de la media es

que podemos encontrar valores atípicos que afectan de manera significativa al valor de la media, y como consecuencia, no representa bien al grupo; por ejemplo, en un grupo 2 niños no reciben paga mensual, otro niño recibe 10 euros y un último niño recibe 30 euros, el resultado de la media sería 4 euros, pero en realidad 2 niños no reciben paga mensual y los otros 2 reciben mucho más. En cambio, con la mediana señalamos el dato que se encuentra en la mitad de los valores, ordenados éstos de menor a mayor, dejando por tanto, a la izquierda y a la derecha el mismo número de datos de forma que los valores atípicos no afectan al valor central obtenido.

Otro de los problemas que podemos encontrarnos en nuestra vida cotidiana, es decidir que ropa ponernos dependiendo de las condiciones meteorológicas, para ello, solemos recurrir a las probabilidades de que ocurra un suceso u otro y buscamos en internet el porcentaje que existe de que llueva: estos porcentajes son llevados a cabo mediante cálculos de probabilidad. Una vez realizados estos cálculos de probabilidad que vienen expresados en simples números entre 0 y 1 o bien en porcentajes, nosotros debemos saber interpretarlos para finalmente tomar una decisión antes de salir a la calle, por ello sabemos que el cálculo realizado puede indicarnos que algo no va a ocurrir, en este caso, que no va a llover; el dato puede indicarnos que puede ser bastante probable o poco probable que ocurra, es decir, que llueva:, o por último, que sea imposible que esto ocurra, y por tanto no lloverá. Esta clasificación en sucesos imposibles, probables o seguros nos ayuda a tomar muchas de las decisiones de nuestro día a día.

En el tema diseñado por la editorial *Guadiel*, no se transmiten al alumno los usos y problemas que se pueden resolver con estos contenidos, sólo muestra la resolución de los ejercicios prácticos que el tema propone para cada uno de estos conceptos, a través de los que el alumno tendrá un contacto con la percepción del concepto.

### **3.3. CONCEPTOS**

Al comienzo del tema, se hace referencia a unos **conceptos** considerados como claves. Esos conceptos claves son: variable, frecuencia, media, mediana, moda y probabilidad. Con este avance de los conceptos claves que se van a desarrollar a lo largo del tema, se pretende que el alumno vaya familiarizándose con ellos además de implicar al alumno en la investigación y búsqueda de información. Para ello, menciona los conceptos claves, pero no los define, consiguiendo así despertar el interés y la curiosidad del alumnado.



Posteriormente, en cada uno de los apartados del tema, se propone una definición de cada uno de los términos anteriormente mencionado.

Se echa en falta una introducción, definiendo estadística y probabilidad, de forma que el alumno adquiriera una base conceptual del tema.

Variables se define como *“las características que pueden estudiarse en grupo”*. Además menciona los dos tipos de variables existentes y las define:

-Variable cualitativa: *“las variables que no se expresan en números”*.

-Variable cuantitativa: *“las variables que se expresan en números”*.

Podemos observar, como las definiciones usadas utilizan un lenguaje adaptado a la edad a la que se dirige (niños y niñas de 11 y 12 años).

Procedamos a comparar dicha definición con un lenguaje más técnico, *“los atributos o cantidades de magnitud que se observan en los individuos de una población”* (Estepa, 2014).

En la definición del tema, se utiliza la palabra *“características”* para generalizar, en lugar de *“atributos o cantidades de magnitud”*, y la palabra *“grupo”* para referirse a la *“población”*. Con ello se consigue una definición más inexacta pero, a su vez, más fácil de comprender para el alumno, cumpliendo así el objetivo que cualquier libro de texto debe marcarse.

En cuanto a las definiciones de variables cualitativas y variables cuantitativas, quedan bastante lejos de una definición de rigor. Se acerca más a una estrategia para identificar las variables y distinguirlas según su clasificación.

En las variables cualitativas, podríamos introducir y explicar el término *“modalidad”*, diciendo así, que *“son los valores que toman las variables cualitativas”* (Estepa, 2014).

Por otra parte, en las variables cuantitativas, se podría añadir el concepto de variables discretas y variables continuas.

El término *“frecuencia”* como tal, no viene definido en el tema, sino que directamente se definen los conceptos *“frecuencia absoluta”* y *“frecuencia relativa”*.

-La definición usada para *“frecuencia absoluta”* es: *“el número de veces que se repite un dato. La suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos”*.

-“Frecuencia relativa” se define como: “el cociente entre la frecuencia absoluta de un dato y el número total de datos. La suma total de frecuencias relativas es igual a 1”.

Se tratan de definiciones claras, breves y precisas, de fácil comprensión para los niños y niñas. Además, las definiciones se dan tras una serie de ejemplos, algunos de ellos, gráficos, esto ayuda a relacionar las ideas que nos va ofreciendo la definición con aquellas que ya hemos desarrollado con los ejemplos anteriores. Aquí también observamos que se ofrece una regla para cada definición que sirve de estrategia al alumno para saber si el procedimiento llevado a cabo se ha resuelto de manera correcta o no, es decir, se ayuda de una propiedad del concepto, por ejemplo, (la suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos).

Para comenzar, aclara que media y media aritmética es lo mismo, y la define como:

*“El resultado de sumar todos los datos de un conjuntos y dividirlo entre el número total de estos”.*

Esta definición se da tras una serie de ejemplos que facilitan su comprensión. No obstante, se trata de una definición útil en el sentido procedimental, ya que te explica exactamente como hay que operar para realizar la media de un conjunto de datos, pero que no ayuda a comprender para qué la usamos ni cuál es su función. Esto es algo, que cualquier definición que se utilice para introducir un concepto nuevo, debe tener en cuenta. No sirve de nada saber cómo se realiza una media aritmética si no sabemos cuándo y para qué hemos de utilizarla en la vida cotidiana.

Para moda usa la siguiente definición:

*“Es el valor que tiene mayor frecuencia, es decir, el que más se repite”.*

Esta definición sigue en la misma línea que la anterior, más dirigida a aprender a contestar “problemas de examen”, que problemas de la vida real. A pesar de ello, aquí se utiliza una analogía: mayor frecuencia es la que más se repite. Con esto, se puede fortalecer los conceptos que se están relacionando, moda y frecuencia.

En cuanto a la definición de mediana, seguimos en el mismo camino:

*“La mediana de un conjunto impar de datos ordenados es el valor que ocupa el valor central. La mediana de un conjunto par de datos ordenados es la media aritmética de los valores centrales”.*

Una definición, que distingue el modo de ejecución en los dos casos posibles, pero que, ayuda poco a comprender su uso y utilidad, ya que no se define como el valor de la variable que deja iguales o inferiores a él la mitad de los valores de la variable.

Sobre el “azar” no propone ninguna definición. Trata de explicar dicho término mediante ejemplos. Esto es algo que me parece acertado, ya que a estas edades todos nos hacemos una idea de lo que es el azar, y para llevarlo a la práctica resulta más gráfico exponer ejemplos que definiciones. Para ello sigue una línea progresiva hasta que usa la palabra “suceso”. En este momento describe los tres tipos de sucesos posibles y los define.

-Suceso seguro: “*ocurre siempre*”.

-Suceso imposible: “*no ocurre nunca*”.

-Suceso probable: “*ocurre alguna vez*”.

Se trata de definiciones de escasa concreción. Pero debemos tener en cuenta en el contexto que se definen, es decir, tras los ejemplos presentados, se muestra los conceptos anteriores, siendo de gran utilidad para la comprensión y aprendizaje del alumno o alumna.

En cuanto a la probabilidad, da una definición de escaso rigor teórico, centrándose plenamente en uno de los aspectos prácticos, la resolución del algoritmo. Se olvida así, de otro aspecto práctico, la utilidad y función de la probabilidad y su cálculo en el día a día del alumno o alumna.

Dicha definición es: “*el cociente entre el número de resultados favorables y el número de resultados posibles*”.

### **3.4. PROCEDIMIENTOS**

Una vez analizados los problemas que se pueden resolver y las definiciones que presenta el tema, procedemos al análisis de los procedimientos utilizados para resolver esos problemas y llevar a la práctica los conceptos definidos.

La línea general que mantiene el tema, es la siguiente: comienza con el título del apartado que va a estudiar. A continuación presenta uno o dos ejemplos de situaciones en la realidad. Seguidamente ofrece la definición a modo de aclaración y conclusión. Y por último propone una serie de actividades prácticas para la resolución por parte del alumnado.

Ponemos como ejemplo el apartado de la media aritmética y la moda:

Candela ha obtenido en diez controles de matemáticas estas notas:

6- 5,5- 8- 4 -7,5 -8,5 -7,5 -6 -7,5 -5

Para calcular la **media aritmética**, sumamos todas las notas y dividimos el resultado entre el número total de notas.

$$(6 + 5,5 + 8 + 4 + 7,5 + 8,5 + 7,5 + 6 + 7,5 + 5) / 10 = 65,5 / 10 = 6,55$$

La nota media de Candela en matemáticas es 6,55.

La nota que Candela ha obtenido en más ocasiones es 7,5.

La **moda** de este conjunto de datos es 7,5.

La **media** o **media aritmética** es el resultado de sumar todos los datos de un conjuntos y dividirlo entre el número total de estos.

La **moda** es el valor que tiene mayor frecuencia, es decir, el que más se repite.”

A esto le sigue cuatro problemas prácticos.

Como podemos observar, pone en negrita las palabras consideradas al principio del tema como palabras clave.

A través de este procedimiento, el tema consigue que, primero, relacionemos el concepto con sucesos de la vida cotidiana, en este caso, con la nota media de los exámenes de matemáticas, se contempla como se realiza y, mediante la definición, explica cómo se resuelve el algoritmo para, finalmente, poner en práctica lo asimilado mediante los ejercicios a resolver.

En muchos casos, para los ejemplos, se ayuda de imágenes, gráficos y tablas, algo que analizaremos más adelante.

El procedimiento que usa para calcular la **mediana** en una serie de datos, es el siguiente:

- 1) Se ordenan los valores de menor a mayor.
- 2) Si el número de datos es impar, se elige el valor que queda en el centro de la serie ordenada. Si el número de datos es par, se realiza la media aritmética de los dos valores que quedan en el centro de la serie.
- 3) La mediana es el valor que hemos encontrado.

Otro procedimiento a analizar, es el cálculo de la probabilidad. Para el cual utiliza únicamente la fórmula: **Número de resultados favorables/ Número de resultados posibles**. A esto lo acompaña un ejemplo.

En el apartado de la “frecuencia absoluta y frecuencia relativa”, utiliza el recuento de datos como procedimiento para conocer la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa del ejemplo presentado. Este recuento lo realiza mediante “palitos”:

1= I

2= II

3=III

4= IIII

5= ~~IIII~~ I

Y a partir de aquí va sumándolos, es decir,  $6 = 5 + 1$ , y así sucesivamente.

Al sustituir palitos por números, consigue que el recuento se vaya anotando en el momento que se hace, es mucho más práctico, ya que con números tendríamos que ir borrando y escribiendo cada vez que se sumara un dato nuevo.

Existen otros procedimientos para el recuento. Al tratarse de ejemplos con cantidades pequeñas, éste es bastante acertado. Para cantidades más amplias existen otros más eficaces (Estepa, 2014).

Al comenzar el tema, hay una sección que se titula “Para empezar”, de la cual intuimos, de un solo vistazo, que se trata de una sección introductoria y de acercamiento del alumno al contenido del tema. En esta sección se incluye un ejercicio práctico donde para su resolución es necesario aplicar conocimientos sobre probabilidad que desarrolla a lo largo del tema, por lo que se deduce que es más bien un ejercicio para analizar los conocimientos e ideas previas que el alumno tiene ya del tema.

A continuación, presenta una sección llamada “cálculo mental”, en la que se propone una serie de ejercicios prácticos para desarrollar el cálculo mental, y los cuales no tienen nada que ver con la temática de la unidad didáctica. Esto es algo, que el libro hace hincapié en varias de sus unidades didácticas, desarrollando de esta forma, uno de los objetivos que el Real Decreto 1513/2006 establece para el tercer ciclo de primaria.

Para concluir la unidad didáctica, expone una sección denominada “Para acabar”. En dicha sección se propone una serie de ejercicios prácticos reforzadores de todos los contenidos adquiridos durante el tema. También muestra ejercicios a modo de test para evaluar lo adquirido.

### 3.5. PROPIEDADES

Ahora, es el momento de analizar las **propiedades** de los objetos matemáticos desarrollados en el tema.

En lo referido a las variables estadísticas, el tema que estamos analizando presenta algunas de sus propiedades y deja en el olvido una de ellas.

Nos muestra que se pueden clasificar en variables cualitativas y variables cuantitativas. Además nos indica, que las variables cualitativas son aquellas que no se pueden expresar con números (en consecuencia, no se puede hacer operaciones aritméticas con ellos), y por el contrario, las variables cuantitativas sí las expresamos mediante números (en consecuencia, sí se puede hacer operaciones aritméticas con ellos).

Por contra, no hace referencia a la clasificación de las variables cuantitativas: variable cuantitativa discreta, aquellas que se representa mediante números naturales o números enteros, es decir, que dada una cantidad cualquiera, existe una siguiente; y variable cuantitativa continua, representada mediante un número real o racional, dada una cantidad cualquiera, no existe una siguiente (Estepa, 2014).

Para el apartado de frecuencias, podemos diferenciar las frecuencias absolutas de las frecuencias relativas.

Sobre las frecuencias absolutas, el tema nos comenta una propiedad a destacar: “*La suma de las frecuencias absolutas es igual a la número total de datos*”. Sin embargo, en cuanto a la realización de la tabla para desarrollar las frecuencias absolutas, no aporta ninguna propiedad. Se podría añadir, que todas las tablas deben llevar un título (Estepa, 2014).

Para las frecuencias relativas, nos indica que “*la suma de las frecuencias relativas es igual a 1*”. Aquí podría ampliar conocimiento, relacionándolo con los porcentajes y aplicar la propiedad que nos dice que los porcentajes deben sumar el 100%.

Según Estepa (2014) La media aritmética tiene nueve propiedades fundamentales:

- 1) En el cálculo de la media intervienen todos los valores del conjunto de datos.

- 2) La media siempre es un número comprendido entre el mínimo y el máximo.
- 3) La media puede tomar un valor distinto a los valores de la variable.
- 4) La media es muy sensible a los valores atípicos.
- 5) La media aritmética es sensible al cambio de origen.
- 6) La media es sensible al cambio de escala.
- 7) La suma de las desviaciones de los datos respecto a la media es cero.
- 8) Si existen valores nulos, se deben tener en cuenta en el cálculo de la media.
- 9) La media solamente representa a los datos de los que ha sido calculada.

De estas nueve propiedades sólo se hace referencia en el tema a la primera. La segunda, la tercera, la octava y la novena podrían incluirse en este, ya que son de gran utilidad para su desarrollo práctico y de escasa dificultad para su comprensión.

La moda posee tres propiedades fundamentales (Estepa, 2014):

- 1) En las distribuciones nominales es el único estadístico de tendencia central que se puede utilizar.
- 2) Es muy sensible a las fluctuaciones de las frecuencias.
- 3) Se suele utilizar menos que la media aritmética en inferencia estadística.

De estas tres propiedades, no se hace referencia a ninguna. La primera, propiedad puede ser de gran utilidad y de fácil comprensión, pero habría que cambiar el enunciado con otras palabras, por ejemplo: “para las variables cualitativas, sólo se puede calcular la moda. La mediana y la media, no”.

La mediana presenta tres propiedades fundamentales Según Estepa (2014):

- 1) La mediana es única.
- 2) La mediana es menos sensible a los casos atípicos que la media.
- 3) Se suele utilizar menos que la media en inferencia estadística.

El libro no hace referencia a ninguna de estas tres, pero en cambio, se centra en el cálculo de la mediana, y lo distingue entre un conjunto par de datos y uno impar.

En el apartado del azar, se encarga de darnos una propiedad fundamental para cada tipo de suceso.

Para un suceso seguro nos indica ocurre siempre, para un suceso imposible, que no ocurre nunca, y para uno probable, que ocurre alguna vez.

Para el apartado de probabilidad, no nos ofrece ninguna propiedad, sólo nos ofrece el algoritmo para resolver.

Sería interesante añadir la siguiente propiedad: “*en todo cálculo de probabilidad, el resultado debe estar comprendido entre 0 y 1*”, ya que esta propiedad nos ayuda a comprobar si está bien resuelto o no (Estepa, 2014).

### **3.6. LENGUAJE**

El siguiente paso a realizar es el análisis del lenguaje usado a lo largo y ancho de la unidad didáctica.

La principal forma de lenguaje que se manifiesta en el tema, es el lenguaje verbal, utilizado para explicar los conceptos y para definirlos. Es el más abundante, y está adaptado a alumnos de 11 y 12 años. Para ello usa experiencias muy cercanas a la vida cotidiana de los alumnos y alumnas, de forma que les resulte más fácil entender su contexto, involucrarse en la explicación y, así, conectar lo aprendido con sus propias vivencias. Además a la hora de definir, usa frases cortas y directas, sin gran carga de figuras retóricas que complican su comprensión y memorización a estas edades.

Otra forma de lenguaje es el lenguaje no verbal, utilizado para facilitar la comprensión de los conceptos mediante la ilustración. Aquí podemos diferenciar imágenes, tablas para la administración de la información (tablas de frecuencias, tablas para aclarar la técnica del recuento o conceptos como el azar) y gráficos para la representación de datos (diagrama de barras usados como ejemplos para aclarar el concepto de variables). Estas ilustraciones están fuertemente conectadas con el texto presente en el tema, muchas veces con la función de facilitar la comprensión y otras que, con sólo verlas, te hace una idea general del contenido, como puede ser las tablas de recogida de datos, esquemas, mapas conceptuales, etc. En cuanto a las imágenes, tratan de representar esa experiencia cercana al alumnado que refleja el texto, de forma que facilita más aún la conexión del alumno y alumna con el contexto.

Por último, se puede observar el lenguaje meramente matemático, formado por números, signos, algoritmos y fórmulas matemáticas (cálculo de la media aritmética y cálculo de la probabilidad). Éste es utilizado para mostrar el procedimiento necesario para resolver cualquiera de los conceptos desarrollados. Este lenguaje es más difícil de comprender, primero hemos tenido que forjar bien los conocimientos descritos en los anteriores tipos de lenguaje y, seguidamente, analizar y traducir al lenguaje matemático.



De esta forma, cuando observamos la fórmula matemática, debemos traducir el significado de cada expresión al lenguaje verbal y conectándolo con los conocimientos que ya sabemos, tanto de conceptos como de algoritmos. Este es la forma de lenguaje usada en la experiencia práctica. Los cálculos y procedimientos que usamos en nuestro día a día para solucionar problemas cotidianos.

### **3.7. ARGUMENTACIÓN**

Para concluir el análisis, vamos a centrarnos en la **argumentación** empleada para dar consistencia a lo expuesto en el tema.

El principal medio de argumentación usado es el ejemplo, que es una forma ostensiva de mostrar un saber y que el maestro debe tener conciencia de las limitaciones de este modo de proceder. Todos los apartados se inician con un ejemplo de lo que se va a tratar para, posteriormente, definir el concepto tratado o incluir el algoritmo que se ha usado en el ejemplo.

Se trata de ejemplos que parten de la experiencia general de los propios alumnos, utilizando secuencias que pueden darse a menudo en la vida real y cotidiana del niño o niña. Con esto se consigue aportar mayor significación al aprendizaje y comprender la utilidad del contenido en su día a día.

Son argumentaciones que parten de lo particular a lo general, partiendo de experiencias concretas para dar veracidad a un concepto general. Del mismo modo, parte de lo concreto a lo abstracto, es decir de lo que el alumno conoce para comprender lo desconocido.

## **4. PROPUESTA DE ENSEÑANZA (UNIDAD DIDÁCTICA)**

### **4.1. INTRODUCCIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN**

A continuación, vamos a diseñar y desarrollar una propuesta de unidad didáctica que incluya contenidos relacionados con estadística y probabilidad, la cual se aplicará en una clase de sexto de primaria en el colegio de educación primaria y secundaria Divino Maestro de Jaén, situado en el barrio de la Alcantarilla, un barrio periférico de la ciudad, donde predominan la clase económica media-baja. Hay que añadir que se trata de un centro concertado y de carácter religioso.

En lo referido al contexto de la clase en la que vamos a aplicar la unidad didáctica, debemos destacar que nos ocupamos de un grupo con un reparto de alumnos de carácter

poco conflictivo y con escasos problemas sociales a pesar del entorno en el que se encuentra inmerso. Es un grupo creado específicamente para la asignatura de matemáticas, donde se entremezclan parte de los alumnos de cada uno de los dos grupos habituales para el resto de las asignaturas. Esta reagrupación se debe al objetivo de adaptar la enseñanza de las matemáticas al nivel del alumnado, creando de esta manera grupos con un nivel equitativo según la dificultad para la comprensión de esta asignatura. El grupo al que nos enfrentamos nosotros, es aquel con un nivel más avanzado, en el cual se podrá ampliar los conocimientos a desarrollar.

## 4.2. TEMPORALIZACIÓN

La unidad didáctica será desarrollada al comienzo del tercer trimestre, concretamente se iniciará el 28 de abril (segunda semana tras las vacaciones de Semana Santa) y concluirá 15 de mayo con la prueba para la evaluación final, es decir, utilizaremos dos semanas para el desarrollo de la unidad didáctica y la semana siguiente se utilizará para la evaluación final, (teniendo en cuenta el puente existente en la primera semana de mayo).

A lo largo de estas dos semanas dispondremos de 8 horas para poner en práctica la unidad didáctica, que se repartirán según indica el cronograma de la *tabla I*:

|              | LUNES | MARTES             | MIÉRCOLES          | JUEVES             | VIERNES            |
|--------------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| <b>9:00</b>  |       | <b>Matemáticas</b> | <b>Matemáticas</b> | <b>Matemáticas</b> | <b>Matemáticas</b> |
| <b>10:00</b> |       |                    |                    |                    |                    |
| <b>11:00</b> |       |                    |                    |                    |                    |
| <b>12:00</b> |       |                    |                    |                    |                    |
| <b>13:00</b> |       |                    |                    |                    |                    |

Tabla I. Cronograma de la Unidad didáctica.

## 4.3. JUSTIFICACIÓN

Actualmente nos encontramos en una situación en la que los contenidos curriculares relacionados con la estadística y la probabilidad están siendo ampliados en los nuevos currículos de Educación Primaria y Secundaria Obligatoria (Estepa, 2014).

Según este mismo autor, la estadística y la probabilidad como recursos, se encuentran implicadas en todos los ámbitos de nuestra sociedad (la economía, la política, los medios de comunicación, la educación, la salud, etc.). En nuestro día a día son numerosas las situaciones en las que recurrimos a la estadística y/o la probabilidad para solucionar problemas y conflictos que nos acontecen constantemente. Además, también nos las encontramos en las diversas fuentes de consulta de información de interés, donde la estadística y la probabilidad nos sirven como argumentos para confirmar teorías y creencias.

Desde el momento en que observamos el cielo para estimar la probabilidad de que llueva o no, en base a nuestras experiencias anteriores, y así decidir si debemos llevar paraguas o no, estamos recurriendo a la estadística y a la probabilidad para resolver un conflicto habitual. Siguiendo con el mismo ejemplo, también podemos servirnos de internet u otros medios para buscar información sobre las estimaciones realizadas por expertos, llevadas a cabo mediante estudios estadísticos y de probabilidad. Estas mediciones son para la sociedad datos fiables, y si el dato nos dice que hay un 0% de probabilidad de que llueva, nosotros saldremos a la calle sin paraguas totalmente convencidos de que no va a llover.

Podemos resumir en cinco, las razones para enseñar estadística y probabilidad (Holmes, 1980):

- 1) Son parte de la educación general, considerada esencial para los futuros ciudadanos adultos.
- 2) Son útiles como base en la vida posterior, tanto en el trabajo como en las actividades de ocio.
- 3) Ayudan al desarrollo personal del alumno.
- 4) Ayudan a comprender otras áreas del currículo.
- 5) Establecen los fundamentos para una posterior especialización en la misma área o afines.

Por todo esto, y por los problemas que en el análisis hemos destacado, los cuales se pueden solucionar a través de la estadística y la probabilidad, es importante la formación en contenidos estadísticos en la educación primaria y secundaria, y en este caso concreto, en sexto curso de primaria.

No obstante, somos conscientes de que se trata de unos contenidos con escasa tradición en nuestros currículos educativos, y por tanto, en nuestras aulas (Estepa, 2014). Por ello,

es una materia innovadora en comparación con otros contenidos matemáticos, como la aritmética, y los profesores deben hacer un gran esfuerzo para incluir estos contenidos en sus planificaciones curriculares, tanto en la asignatura de matemáticas como contenido específico, como en las demás materias como contenido integrado y transversal, ya que las aplicaciones de la estadística y la probabilidad están muy presentes en todas las disciplinas (conocimiento del medio: ciencias sociales y ciencias naturales; lengua y literatura; educación física; educación artística; lenguas extranjeras e incluso religión).

Centrándonos en el área de matemáticas, donde el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, BOE del 8 de diciembre, ubica la estadística y la probabilidad, observamos el objetivo de área número 8 que dice:

*“8. Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma”.*

A su vez, la Consejería de Educación de la Junta de Andalucía (Junta de Andalucía, 2007b) se remite a este objetivo.

Y en cuanto a los objetivos, la asignatura de matemáticas está dividida en cuatro bloques (BOE, 2006):

- a) Números y operaciones.
- b) Medida.
- c) Geometría.
- d) Tratamiento de la información, azar y probabilidad.

En este último bloque se encuentran la mayoría de los contenidos relacionados con estadística y probabilidad.

Con esto justificamos también la necesidad de elaborar una unidad didáctica de estadística y probabilidad. Más adelante, realizaremos un análisis curricular de la unidad didáctica, donde desarrollaremos los objetivos y contenidos más ampliamente.

Debemos de tener en cuenta, que la unidad didáctica será puesta en práctica durante un periodo de prácticas en una clase donde tienen una dinámica ya creada y donde el libro de texto es el principal recurso didáctico utilizado por el profesor y alumnos. Por esto, y por indicaciones del profesor, nuestra unidad didáctica estará basada en la analizada

anteriormente, la cual es la que aparece en su libro de texto, modificando y añadiendo lo que se considere oportuno en base a la crítica realizada.

#### **4.4. ANÁLISIS CURRICULAR**

##### **4.4.1. Objetivos Generales de etapa según BOE (2006).**

- a) Conocer y apreciar los valores y las normas de convivencia, aprender a obrar de acuerdo con ellas, prepararse para el ejercicio activo de la ciudadanía y respetar los derechos humanos, así como el pluralismo propio de una sociedad democrática.
- b) Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y responsabilidad en el estudio así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje.
- c) Adquirir habilidades para la prevención y para la resolución pacífica de conflictos, que les permitan desenvolverse con autonomía en el ámbito familiar y doméstico, así como en los grupos sociales con los que se relacionan.
- d) Conocer, comprender y respetar las diferentes culturas y las diferencias entre las personas, la igualdad de derechos y oportunidades de hombres y mujeres y la no discriminación de personas con discapacidad.
- e) Conocer y utilizar de manera apropiada la lengua castellana y, si la hubiere, la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma y desarrollar hábitos de lectura.
- f) Adquirir en, al menos, una lengua extranjera la competencia comunicativa básica que les permita expresar y comprender mensajes sencillos y desenvolverse en situaciones cotidianas.
- g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.
- h) Conocer y valorar su entorno natural, social y cultural, así como las posibilidades de acción y cuidado del mismo.
- i) Iniciarse en la utilización, para el aprendizaje, de las tecnologías de la información y la comunicación desarrollando un espíritu crítico ante los mensajes que reciben y elaboran.

- j) Utilizar diferentes representaciones y expresiones artísticas e iniciarse en la construcción de propuestas visuales.
- k) Valorar la higiene y la salud, aceptar el propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias y utilizar la educación física y el deporte como medios para favorecer el desarrollo personal y social.
- l) Conocer y valorar los animales más próximos al ser humano y adoptar modos de comportamiento que favorezcan su cuidado.
- m) Desarrollar sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como una actitud contraria a la violencia, a los prejuicios de cualquier tipo y a los estereotipos sexistas.
- n) Fomentar la educación vial y actitudes de respeto que incidan en la prevención de los accidentes de tráfico.
- ñ) Conocer, apreciar y valorar las peculiaridades físicas, lingüísticas, sociales y culturales del territorio en que se vive.

#### **4.4.2. Objetivos de área de Matemáticas**

1. Utilizar el conocimiento matemático para comprender, valorar y producir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana y reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.
2. Reconocer situaciones de su medio habitual para cuya comprensión o tratamiento se requieran operaciones elementales de cálculo, formularlas mediante formas sencillas de expresión matemática o resolverlas utilizando los algoritmos correspondientes, valorar el sentido de los resultados y explicar oralmente y por escrito los procesos seguidos.
3. Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de actitudes como la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
4. Conocer, valorar y adquirir seguridad en las propias habilidades matemáticas para afrontar situaciones diversas, que permitan disfrutar de los aspectos creativos, estéticos o utilitarios y confiar en sus posibilidades de uso.
5. Elaborar y utilizar instrumentos y estrategias personales de cálculo mental y medida, así como procedimientos de orientación espacial, en contextos de resolución de

problemas, decidiendo, en cada caso, las ventajas de su uso y valorando la coherencia de los resultados.

6. Utilizar de forma adecuada los medios tecnológicos tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas.

7. Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.

8. Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

#### **4.4.3. Objetivos específicos de la Unidad Didáctica**

1. Conocer y valorar la utilidad de la estadística y la probabilidad y sus aplicaciones en la sociedad.
2. Saber diferenciar entre variables cualitativas y variables cuantitativas, y aplicarlo a la práctica.
3. Dominar el uso de métodos de recogida de información como el recuento y la elaboración de tablas, así como representación de la información mediante gráficos.
4. Calcular correctamente algunas de las medidas de tendencia central (media aritmética, moda y mediana) sobre una serie de datos y reconocer su utilidad práctica.
5. Interpretar adecuadamente gráficos y sus medidas de tendencia central y saber realizar una pequeña crítica.
6. Saber diferenciar entre los distintos tipos de sucesos (seguros, probables e imposibles), y su interpretación.
7. Realizar de manera correcta cálculos de probabilidad y clasificarlos según el tipo de suceso que le corresponda.

#### **4.4.4. Relación de objetivos**

A continuación, vamos a mostrar la relación que tiene cada uno de los objetivos específicos, con los objetivos generales de área y de etapa según el Real Decreto 1513/2006 del BOE. Véase en la siguiente *tabla II*.

| Objetivo específico | Objetivo de área  | Objetivo de etapa |
|---------------------|-------------------|-------------------|
| 1                   | 1, 2 y 3          | b, c, d, g        |
| 2                   | 1, 2, 3, 4 y 8    | b, c, g           |
| 3                   | 1, 2, 3, 4, 7 y 8 | b, c, g           |
| 4                   | 1, 2, 3, 4, 5 y 8 | b, c, g           |
| 5                   | 1, 2, 3, 4 y 8    | b, c, g           |
| 6                   | 1, 2, 3, 4 y 8    | b, c, g           |
| 7                   | 1, 2, 3, 4, 5 y 8 | b, c, g           |

Tabla II. Relación de objetivos específicos, objetivos de área y objetivos de etapa.

De esta manera cada uno de los objetivos específicos que hemos formulado tiene una sólida base en los objetivos de área y objetivos de etapa de las disposiciones oficiales comentadas a lo largo del trabajo.

#### 4.4.5. Relación de contenidos

##### **Bloque 4. Tratamiento de la información, azar y probabilidad**

Gráficos y parámetros estadísticos

- Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición.
- Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos.
- Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos.
- La media aritmética, la moda y el rango, aplicación a situaciones familiares.
- Disposición a la elaboración y presentación de gráficos y tablas de forma ordenada y clara.
- Obtención y utilización de información para la realización de gráficos. Carácter aleatorio de algunas experiencias
- Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso.
- Valoración de la necesidad de reflexión, razonamiento y perseverancia para superar las dificultades implícitas en la resolución de problemas.



- Confianza en las propias posibilidades e interés por utilizar las herramientas tecnológicas en la comprensión de los contenidos funcionales.

#### **4.4.6. Competencias a desarrollar**

**1. Competencia en comunicación lingüística:** mediante el desarrollo de críticas se puede adquirir dicha competencia, además del uso de términos específicos de las matemáticas. Además se debe hacer hincapié en la interpretación y producción de información.

**2. Competencia matemática:** adquirimos dicha competencia con el uso de cálculos mentales, el tratamiento de la información, la elaboración de gráficos con formas geométricas, mediciones, recuentos, etc. Con la Estadística se trabajan números con sentido.

**3. Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico:** la representación y la medida nos ayuda a observar el mundo que nos rodea, podemos estructurar y relacionar los elementos en el espacio y cuantificarlos.

**4. Tratamiento de la información y competencia digital:** se trata de los contenidos básicos del tema, al finalizar esta unidad didáctica, el alumnado debe haber adquirido gran parte de dicha competencia, sobretodo en el tratamiento de la información.

**5. Competencia social y ciudadana:** si valoramos la importancia de la estadística y la probabilidad en nuestra sociedad y nuestro día a día, podremos adquirir en cierto grado esta competencia

**6. Competencia cultural y artística:** en el momento en que diseñamos y representamos gráficos, estamos contribuyendo a la adquisición de esta competencia.

**7. Competencia para aprender a aprender:** ya que la estadística y la probabilidad están presentes en la mayoría de las áreas del saber, su dominio contribuye a los aprendizajes autónomos.

**8. Autonomía e iniciativa personal:** la comprensión de la utilidad de la estadística y la probabilidad, así como la interpretación de estudios estadísticos y cálculos de probabilidad, nos hace disponer de mayor autonomía e iniciativa en la resolución de nuestros conflictos diarios.

#### 4.5. ACTIVIDADES

Las siguientes actividades, son diseñadas exclusivamente para esta unidad didáctica, externas totalmente a la unidad didáctica que propone el libro de texto, a excepción de aquellas actividades o partes de ellas que así lo especifica.

1. La primera actividad será introductoria y consistirá en una lluvia de ideas mediante la cual, entre todos, resolveremos ciertas cuestiones como:

-¿Para qué sirve la estadística?

-¿Qué ejemplos de estadística vemos en nuestra vida diaria?

-¿Qué es el azar?

-¿Y la probabilidad?

-¿Qué nos facilita el cálculo de la probabilidad de un suceso?

Con esta actividad pretendemos llegar a una aproximación a los conceptos generales de la unidad didáctica. Además pretendemos que los alumnos se planteen otras cuestiones relacionadas con el tema y generar así curiosidad e indagación por este.

2. En la segunda actividad trabajaremos las variables cualitativas y las variables cuantitativas. En primer lugar los alumnos realizarán comprensivamente la tarea introductoria del libro de texto correspondiente a dichos contenidos. A continuación se preguntará quién sabría poner ejemplos de una variable y otra. Posteriormente el profesor resolverá las dudas que existan, utilizaremos como ejemplos el número de hermanos de los alumnos de la clase y el color del pelo de los alumnos. Por último se dará un repaso aclaratorio para afianzar los contenidos y resolverán ejercicios prácticos para aprehender el contenido.
3. Lo primero que realizaremos en esta actividad, será corregir los ejercicios prácticos anteriores, de forma que sirva de recordatorio de lo trabajado en la sesión anterior y de conector para los conocimientos nuevos. Serán los propios alumnos los que muestren sus actividades. Uno de ellos saldrá a la pizarra y mostrará su ejercicio resuelto, el resto deberá indicar si está de acuerdo o discrepa. En este último caso se pedirá que argumente razonadamente el porqué y el profesor actuará como juez final y para resolver dudas.
4. El siguiente paso sería trabajar las frecuencias absolutas, frecuencias relativas, porcentajes y representaciones gráficas. Para ello seguiremos el mismo procedimiento: los alumnos realizarán la tarea introductoria del libro, se les

pedirá que den ejemplos, y se procederá a resolver dudas trabajando con los números de hermanos y el color de pelo. Además utilizaremos diferentes modos de realizar el recuento y la representación gráfica, que no están en el texto, como hemos dicho al principio, la unidad didáctica del libro no incluye representaciones gráficas (pictograma, diagrama de barras y gráfico de sectores). Para finalizar, resolverán ejercicios prácticos de forma individual para afianzar el conocimiento.

5. En esta actividad, corregiremos los ejercicios propuestos anteriormente, para ello utilizaremos el mismo método y con el mismo fin que en la actividad número 3.
6. En la actividad número 6 vamos a trabajar la media aritmética, la moda y la mediana. Los alumnos realizarán la tarea introductoria y pondrán ejemplos. A continuación se resolverán las dudas existentes mediante la ejemplificación del número de hermanos y color del pelo. Para concluir se realizarán ejercicios prácticos de forma individual para afianzar el conocimiento.
7. Siguiendo con la línea procedimental, corregimos los ejercicios propuestos en la actividad anterior, manteniendo el mismo método y objetivo.
8. El objetivo de esta actividad es repasar y mostrar dominio de los contenidos dados hasta ahora, para ello cada alumno elaborara una encuesta al resto de alumnos de clase sobre una variable cuantitativa y otra cualitativa. A posteriori, tendrán que calcular las frecuencias absolutas, relativas y porcentajes de los datos recogidos, llevando a cabo un método de recuento y agrupación de los datos; seleccionarán el gráfico más adecuado y lo representarán. Seguidamente, calcularán las medias, modas y medianas.
9. Una vez realizado este repaso, se les pedirá que hagan un pequeño análisis y comentario de lo estudiado, relacionándolo con el contexto, causas y posibles consecuencias, etc. A pesar, de que en el BOE (2006) se incluye este contenido, el libro de texto lo omite por completo, por lo que en esta unidad didáctica resulta interesante introducirlo.
10. A continuación, comenzaremos a trabajar el azar y la probabilidad. Para ello se les pedirán que entienden por azar, y recurriremos al dado y las monedas como recurso para su explicación. Realizarán un estudio de que sucesos son probables, cuales imposibles y cuales seguros al lanzar un dado o una moneda.

11. Tras haber entendido el concepto de azar y de probabilidad así como los posibles sucesos, realizarán diferentes ejercicios prácticos similares propuestos por el libro de texto. A continuación se corregirán dichas actividades.
12. El siguiente paso será realizar cálculos de probabilidades, para la explicación y la comprensión, seguiremos ayudándonos de los dados y las monedas, así como del recurso informático “I-learn matchs toolbox”. Realización de ejercicios prácticos propuestos por el libro y corrección de los mismos.
13. Los propios alumnos realizarán un resumen explicativo de la unidad didáctica, que les servirá como herramienta de estudio para el examen posterior, así como parte de la nota.
14. Examen escrito de la unidad didáctica (tanto teórico como práctico).

#### **4.6. DESARROLLO DE LA PROPUESTA DE ENSEÑANZA**

Para el desarrollo efectivo de la unidad didáctica, es imprescindible mantener al alumnado con una actitud activa y de interés por los contenidos, de forma que favorezca la adquisición de estos y su aprehensión por parte del alumnado.

Para alcanzar este propósito, la labor del discente será primordial y continua, el alumno mantendrá un papel constante de intervención en el discurso dentro del aula, serán los encargados de formar y organizar los contenidos, el profesor simplemente será un mero guía que, teniendo en cuenta algunas posibles ideas previas, irá conduciendo el conocimiento creado por los propios alumnos hacia un conocimiento adecuado y próximo a su realidad y conectado con el contexto de los niños y niñas. Será importante hacerles consciente de la utilidad de la estadística en la sociedad en la que viven, los beneficios que suponen en su propia vida y la presencia que tiene en el entorno que les rodea. Además considero oportuno, la inclusión de ciertos recursos educativos innovadores, que les suponga un cambio en su rutina en el colegio, y que lo vean como algo nuevo y diferente, a lo que no están acostumbrados y que les llama la atención.

En cuanto a esto último, es importante destacar que no cualquier recurso y vale, y que no siempre la presencia masiva de recursos supone un favor hacia la adquisición de los contenidos, en numerosas ocasiones los recursos significan un entorpecimiento en el aprendizaje, algunos de ellos llegan incluso a ser inútiles y una pérdida de tiempo. Por esta razón, es importante realizar una selección adecuada de los recursos didácticos a usar.

#### Recursos:

- Utilizaremos internet como recurso para búsqueda de noticias, informes y artículos en los que usen la estadística y sirvan como ejemplo para su explicación en clase.
- Utilizaremos el programa interactivo “i-learn matchs toolbox” y su pizarra interactiva, de la cual disponemos en el colegio y ofrece gran variedad de actividades prácticas de gran interés para el aprendizaje del alumno.
- Utilizaremos monedas y unos dados gigantes elaborados por el primer ciclo de primaria, muy aprovechables, a la vez que dinámicos, para abordar los contenidos relacionados con azar y probabilidad.

La dinámica de clase utilizada a lo largo de la unidad didáctica consistirá en lo siguiente: al principio los niños harán una lluvia de ideas, tanto para aproximar un concepto, en el primer día, como para hacer un pequeño repaso de lo visto en los días anteriores, el siguiente paso será corregir los ejercicios prácticos mandados para hacer en casa, a continuación comenzaremos con el análisis de qué saben sobre el nuevo contenido a dar, como a la posterior explicación y solución de posibles dudas, para lo cual es importante tener en cuenta posibles ideas previas erróneas en los alumnos. Finalmente se practicará el contenido mediante ejercicios en clase, y en casa realizarán otros ejercicios prácticos.

Alguna de las ideas previas y errores a tener en cuenta:

- Confunden algunas variables cualitativas con variables cuantitativas por el hecho de confundir la variable con su frecuencia absoluta. Véase el ejemplo en la *tabla III*.

| Color de pelo en la clase |       |         |           |
|---------------------------|-------|---------|-----------|
| NEGRO                     | RUBIO | CASTAÑO | PELIRROJO |
| 5                         | 4     | 14      | 2         |

Tabla IV. Ejemplo. Niños clasificados según la variable color de pelo.

- Piensan que pueden calcular la media aritmética, la moda y la mediana en variables cualitativas.
- Para calcular la media de una variable suman sus frecuencias absolutas en lugar de los valores de la variable.

- La suma de las frecuencias relativas y sus porcentajes no da 1 y 100 respectivamente por errores en la aproximaciones de las cifras decimales.
- No tener en cuenta si el número de datos de una serie es par o impar para calcular la mediana.

Durante la puesta en práctica de la unidad didáctica, ha sido muy complicado separar al alumno o alumna del libro de texto. Durante el transcurso de la clase, ponían atención y llegaban a comprender los contenidos desarrollados que no aparecen en el libro de texto, sin embargo, una vez desarrollados, no le hacían caso al estudio en casa, sólo ven como importante aquello del libro de texto.

Para que eliminaran esa idea, hemos tratado de diseñar entre todos esquemas resúmenes donde se incluían dichos contenidos, además de insistir en estos en las preguntas de clase diaria.

Ya teníamos conciencia de que este problema iba a surgir, y por eso mismo, la unidad didáctica está basada en la del libro de texto, pero no pensábamos que tuvieran tanta dependencia del libro de texto, como para solo ceñirse a lo que en éste aparece.

Otro de los aspectos más complicados ha sido la de mantener constantemente activo al alumnado, no es santo de devoción para algunos de ellos empezar el día con una clase de matemáticas, para ello la actitud docente ha sido primordial. Una de las claves ha sido empezar cada clase con el recordatorio de clases anteriores, en el que ellos mismos deben realizarlo, así conectan los contenidos, lo comprenden mejor y ellos mismo ven que entienden perfectamente el contenido.

En cuanto a los recursos previstos, finalmente hemos podido usar todos, aunque surgió el problema de que algunos alumnos no tenían internet en casa y se excusaron en ello para no hacer una actividad.

#### **4.7. EVALUACIÓN**

La evaluación llevada a cabo para esta unidad didáctica será continua y sumativa, de forma que, a través de ella, podamos resaltar la evolución del niño a lo largo de las sesiones, así como la constancia del alumno que desde el principio a demostrado competencias positivas relacionadas con los contenidos de la unidad didáctica.

Por este motivo, entre otros, es importante iniciar las sesiones preguntando a los alumnos y alumnas qué saben sobre los contenidos que vamos a trabajar a continuación

y qué recuerdan de los contenidos ya trabajados anteriormente, mediante una lluvia de ideas u otras alternativas. De esta forma el profesor podrá ir tomando anotaciones de los conocimientos de los que parten y como van evolucionando a lo largo de las sesiones. Como es evidente, las anotaciones iniciales no tienen repercusión en la nota final de la asignatura, se evalúa para tener indicativos de qué saben los alumnos previamente, y adaptarse a ello a la hora de impartir la unidad didáctica, de la misma forma, ayuda a conocer la evolución del alumno o alumna en cuestión, lo cual si tendrá repercusión en la nota final de la unidad didáctica, si la evolución es positiva, ayudará a redondear la nota al alza, y si es negativa, a la baja. En caso de ser números redondos, se sumará un punto al alza si la evolución es extremadamente positiva. Esto puede parecer algo subjetivo, pero se trata de la parte cualitativa de la evaluación, que a pesar de parecer más subjetiva que la evaluación cuantitativa, es, en muchas ocasiones, más útil y refleja de forma más exacta la adquisición de competencias.

Otro aspecto importante de la evaluación será el trabajo diario y la efectividad de este, es decir, en la corrección de los ejercicios mandados para casa habrá dos aspectos para evaluar, uno, el trabajo diario, si han realizado o no las tareas, vinculado a la parte de esfuerzo e interés, y dos, la buena o mala realización de las tareas, que formarán parte de la evolución diaria de la consecución de competencias.

Como ya hemos anticipado anteriormente, otra parte a evaluar será el trabajo diario, el esfuerzo y el interés demostrado, es decir, la parte actitudinal. Es de importancia, no solo evaluar lo meramente práctico, sino también el interés y esfuerzo demostrado por la aprehensión de conocimientos y la adquisición de competencias. Esto será evaluado mediante positivos y negativos. Se pretenderá que al final de la unidad didáctica, todos tengan la misma cantidad de notas en total.

De forma más objetiva, desarrollamos la parte cuantitativa de la evaluación. Se trata de la evaluación de la producción, es decir el ejercicio 8 y 9, que serán evaluados mediante los siguientes criterios:

- Sabe diferenciar entre variable cualitativa y cuantitativa.
- Sabe realizar una encuesta.
- Sabe organizar la información recogida y agruparla en una tabla de frecuencias, con frecuencias absolutas, relativas y porcentajes.
- Sabe representar gráficamente la información recogida.
- Sabe aplicar la media, la moda y la mediana y sabe interpretar sus resultados.

- Ofrece argumentos y explicaciones coherentes a la hora de realizar el análisis crítico y relacionarlo con el contexto.
- Los resultados numéricos son los correctos.

La última parte a evaluar, es una evaluación final, mediante una prueba o control que podréis ver en el Anexo I.

En la siguiente tabla (*tabla IV*), podréis observar cómo se reparte cada uno de estos apartados de la evaluación en la nota final.

| APARTADO           | PORCENTAJE |
|--------------------|------------|
| PRUEBA             | 60%        |
| ESFUERZO E INTERÉS | 30%        |
| PRODUCCIÓN         | 10%        |

Tabla IV. Porcentajes de los criterios de evaluación.

Para que el porcentaje de la prueba se pueda aplicar es necesario conseguir en la prueba como mínimo un 4,5 sobre 10.

Como ya hemos mencionado anteriormente, a la nota final habría que modificarle según su evolución, la cual redondea al alta o al alza, o suma un punto, nunca llegaría a darse el caso de que alguien suspendiera por no tener una buena evolución.

Por último, cabe mencionar los recursos de evaluación que vamos a tener utilizar:

- La prueba o examen escrito. (Anexo I)
- El cuaderno de anotaciones. (Anexo II)
- La producción final.

Finalmente, todos los alumnos y alumnas excepto uno, han superado los contenidos, aunque me quedo con la sensación de que pocos realmente han alcanzado las competencia más allá del examen, y pocos son los que a día de hoy son capaces de aplicarlo en su día a día. No obstante, si pienso que todos han adquirido una idea de lo que es la estadística y su utilidad. En el caso concreto que no ha superado los objetivos marcados, se trata de un alumno muy desmotivado en el ámbito académico, y para esta unidad didáctica tampoco hemos sido capaces de motivarle en su estudio.



## **5. PROPUESTA DE MEJORA**

Como ya he dicho, después del desarrollo del tema y de su evaluación, me quedo con la sensación de que los alumnos y alumnas podrían haber adquirido más competencias y aplicar la estadística en su día a día, para ello pienso que deberían de haber adquirido mayor autonomía en las actividades, más trabajos de investigación, e incluso haber erradicado por completo el libro de texto, instrumento que ciega por completo al alumno.

Por otra parte, me hubiese gustado más, partir de la práctica para llegar a unas conclusiones comunes y desarrollar lo teórico, es decir partir del problema que tenemos que solucionar, buscar la solución mediante un procedimiento acertado y, una vez encontrado, desarrollar definiciones y conceptos cercanos y lo más correcto posible. Sin embargo, como casi siempre, el tiempo de clase dificulta mucho esta labor, y más en este caso, donde dependo de unas condiciones preestablecidas por el tutor.

En cuanto a los recursos utilizados dentro del aula, los considero de gran éxito, ya que han servido de gran utilidad para mantener activos y participativos a los alumnos, sin duda, en su utilización, los niños y niñas estaban disfrutando aprendiendo estadística y probabilidad. Por esta razón, me he quedado con las ganas de introducir en cada sesión algún elemento de este tipo, investigar y buscar más variedad de recursos interactivos y útiles para el aprendizaje.

## **6. CONCLUSIONES**

Una vez finalizado este Trabajo de investigación, podemos extraer las siguientes conclusiones en relación a los beneficios y carencias que aporta el libro de texto como herramienta didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

- Se tratan de herramientas útiles para el profesor y el alumno, debido a la complejidad que presenta desarrollar desde el principio hasta el final, todas las unidades didácticas del curso, en todas y cada una de las materias; y por la referencia visual que aporta a los alumnos.
- No obstante, una unidad didáctica puede no presentar todos los contenidos que en el BOE (2006) nos exige, por ello, es necesario analizar las unidades didácticas que nos ofrecen como guía y no ceñirse exclusivamente a estas, adaptándolas a las necesidades de la clase y solucionando sus carencias.

- Habitualmente, el alumnado tiende a memorizar aquello que aparece en el libro de texto sin darle importancia a todos los contenidos externo al mismo, por lo que es necesario eliminar esta dependencia y favorecer la autonomía en el aprendizaje.
- En la puesta en práctica de una unidad didáctica surgen numerosos imprevistos que provocan un reajuste respecto a su diseño, con el fin de dar respuesta a las necesidades educativas de nuestros alumnos en concreto. Estas novaciones junto con las mejoras y adaptaciones para los años venideros, son parte imprescindible del trabajo docente.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOE (2006). REAL DECRETO 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria.(BOE del 8 de diciembre).
- Estepa, A. (2014). Apuntes de la asignatura Didáctica de la Estadística y la Probabilidad en Educación Primaria. Docencia virtual. Universidad de Jaén.
- Edebé Guadiel (2009). Matemáticas 6. Edebé Guadiel.
- BOJA (2007a). *Decreto 230/2007, de 31 de julio* (BOJA del 8 de agosto) por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía.
- BOJA (2007b). *Orden del 10 de Agosto de 2007* (BOJA del 30 de agosto), por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía y demás disposiciones que desarrollan este decreto y esta orden.
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Universidad de Granada. Departamento de Didáctica de la Matemática.  
[http://www.ugr.es/~jgodino/indice\\_eos.htm](http://www.ugr.es/~jgodino/indice_eos.htm)
- Holmes, P. (Dtor.) (1980). *Teaching Statistics 11-16*. England: School Council by Foulsham Educational.

## ANEXO I

### PROPUESTA DE EXAMEN PARA LA EVALUACIÓN

1. Explica qué es la estadística y su utilidad en la sociedad. Justifica tu respuesta. (2,5 puntos)
2. Clasifica las siguientes variables en cuantitativas o cualitativas: (2 puntos)
  - Número de hermanos en una familia.
  - Color de ojos de los alumnos de una clase.
  - Nivel de disfrute de la lectura.
  - Aficiones de los alumnos.
  - Número de veces que los alumnos de una clase utilizan el transporte público.
3. En una clase de 20 alumnos, se ha preguntado a cada alumno cuántos primos tienen, las respuestas han sido: (3 puntos)  
3, 5, 2, 2, 0, 1, 2, 4, 3, 2, 3, 4, 0, 3, 3, 4, 2, 1, 1, 3.
  - Elabora una tabla de frecuencias completa y calcula la media la moda y la mediana.
4. Calcula la probabilidad de estos sucesos si sacamos, sin mirar, una carta de una baraja española (48 cartas). (2,5 puntos)
  - Que sea de copas.
  - Que sea una figura.
  - Que sea el 1 de oros.

## ANEXO II

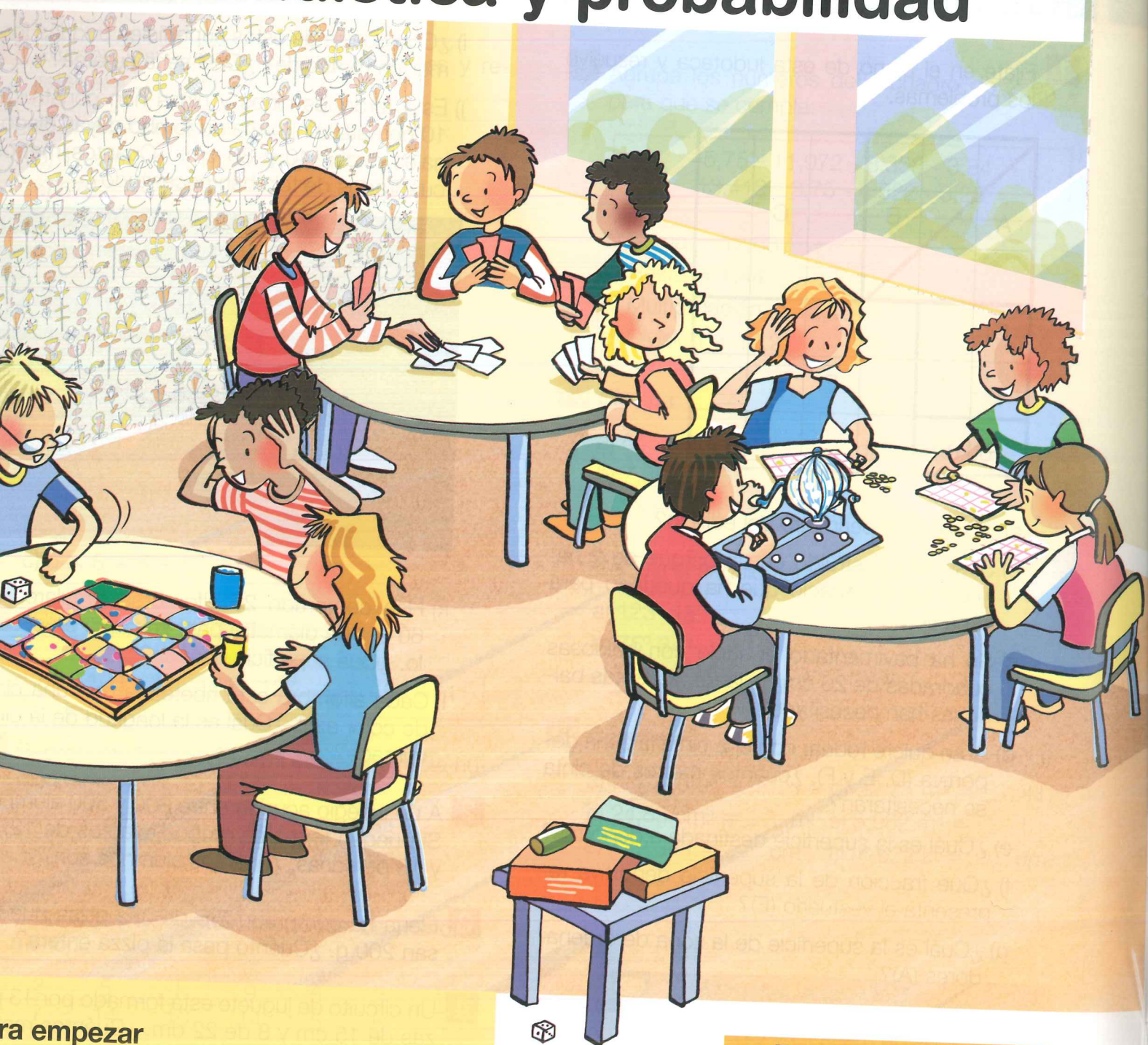
| CUADERNO DE ANOTACIONES |              |  |  |  |  |  | CURSO: 6º A y B |
|-------------------------|--------------|--|--|--|--|--|-----------------|
| NOMBRE                  | PUNTUACIONES |  |  |  |  |  | OBSERVACIONES   |
| 1.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 2.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 3.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 4.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 5.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 6.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 7.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 8.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 9.                      |              |  |  |  |  |  |                 |
| 10.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 11.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 12.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 13.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 14.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 15.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 16.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 17.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 18.                     |              |  |  |  |  |  |                 |
| 19.                     |              |  |  |  |  |  |                 |

## **ANEXO III.**

**Copia del tema en el libro**

**Edebé Guadiel (2009)**





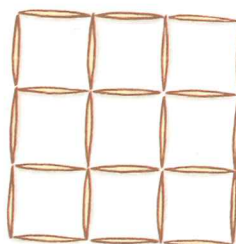
## Para empezar

Si Ricardo juega a la oca y necesita un 5 para entrar en la casilla final, ¿qué probabilidad tiene de sacarlo? ¿Es seguro que le saldrá un 5?

Si hay 90 bolas en el bingo (del 1 al 90), ¿qué número es imposible que salga? ¿Es más probable que salga un número par o uno impar?

## Rincón del ingenio

Quitando sólo 4 palillos, debes conseguir que queden cinco cuadrados. ¿Cómo lo harías?





## En esta unidad

### ESTADÍSTICA

- Variables estadísticas
  - Variables cualitativas y cuantitativas
- Frecuencia absoluta y frecuencia relativa
- Media, moda y mediana

### AZAR Y PROBABILIDAD

- Azar
  - Sucesos seguros, imposibles y probables
- Probabilidad
  - Cálculo de probabilidad de un suceso



### Conceptos clave

Variable, frecuencia, media, moda, mediana, probabilidad.

## Cálculo mental

- 1** Recuerda cómo se multiplica y divide por 0,5 y por 0,25:

$$42 \times 0,5 = 42 \times 5 : 10 = 210 : 10 = 21$$
$$42 : 0,5 = 42 \times 2 = 84$$

$$37 \times 0,25 = 37 \times 25 : 100 = 925 : 100 = 9,25$$
$$37 : 0,25 = 37 \times 4 = 148$$

— Calcula mentalmente:

- |                    |                      |
|--------------------|----------------------|
| a) $32 \times 0,5$ | i) $150 \times 0,25$ |
| b) $25 \times 0,5$ | j) $45 \times 0,25$  |
| c) $22 \times 0,5$ | k) $98 \times 0,25$  |
| d) $47 : 0,5$      | l) $80 : 0,25$       |
| e) $66 : 0,5$      | m) $241 : 0,25$      |
| f) $54 : 0,5$      | n) $333 : 0,25$      |
| g) $11 : 0,5$      | ñ) $141 : 0,25$      |
| h) $100 : 0,5$     | o) $1.000 : 0,25$    |

- 2** Resuelve mentalmente:

- a) Si un lápiz cuesta 0,5 euros, ¿cuántos lápices podré comprar con un billete de 20 euros?
- b) Si una goma cuesta 0,25 euros, con un billete de 50 euros, ¿cuántas gomas podré comprar?
- c) ¿Tendré suficiente dinero con un billete de diez euros y una moneda de dos euros para comprar 15 lápices y 7 gomas?





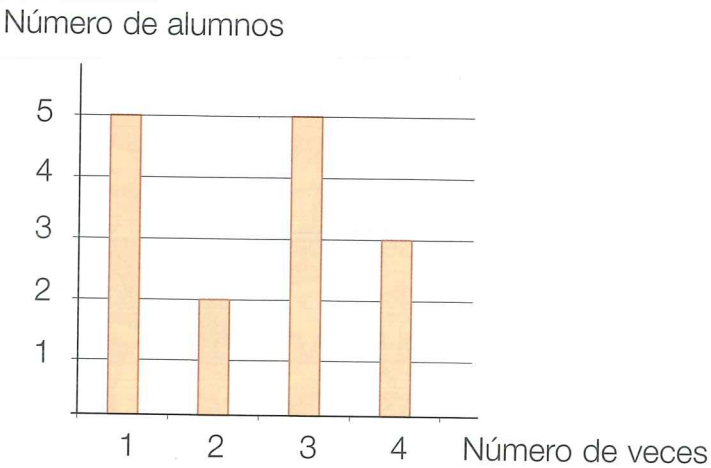
# Variables estadísticas

Las variables son las características que pueden estudiarse en un grupo.

## Variables cualitativas y cuantitativas

En una clase de 25 alumnos, hemos preguntado cuántos han visitado un parque temático: 15 alumnos han respondido que sí y el resto ha respondido que no. A los que han ido alguna vez, les hemos preguntado cuántas veces lo han hecho.

Éstos han sido los datos obtenidos.



En el primer caso, se trata de una variable **cualitativa**, ya que la respuesta no se expresa en números.

La segunda es una variable **cuantitativa**, porque la respuesta se expresa en números.

→ Las variables **cualitativas** son aquéllas cuyos datos no se expresan con números.  
Las variables **cuantitativas** son aquéllas cuyos datos se expresan con números.

3 Clasifica estas variables en cualitativas y cuantitativas.

- a) colores preferidos
- c) estatura de una familia
- e) color de pelo de los alumnos
- b) peso de los alumnos
- d) postres preferidos
- f) días de sol durante el mes de junio

4 En una clase de 6.º de Primaria, se ha preguntado qué tipos de libros prefieren los alumnos y alumnas, y éstas han sido las respuestas.

| Tipo de libros | Aventuras | Misterio | Ciencia ficción | Biografías |
|----------------|-----------|----------|-----------------|------------|
| N.º de alumnos | 9         | 5        | 6               | 4          |

- a) ¿A qué tipo de variable corresponde la pregunta?
- b) ¿A cuántos alumnos se ha preguntado? Representa gráficamente los resultados.

5 Prepara una encuesta para llevarla a cabo entre los miembros de tu familia en la que aparezcan dos variables cualitativas y dos variables cuantitativas. ¿Cuáles son las preguntas de la encuesta?

## Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

Fíjate en cómo hemos representado los datos de la encuesta del parque temático en esta tabla.

|       | Recuento | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|-------|----------|---------------------|---------------------|
| Sí    |          | 15                  | 15/25               |
| No    |          | 10                  | 10/25               |
| Total |          | 25                  | 25/25 = 1           |

La frecuencia absoluta de los alumnos que contestaron *sí* es 15.

La frecuencia relativa de los alumnos que contestaron *no* es 10/25.

La suma de las frecuencias absolutas es 25 y la suma de las frecuencias relativas es igual a 1.

- La **frecuencia absoluta** de un dato es el número de veces que se repite. La suma de las frecuencias absolutas es igual al número total de datos.  
La **frecuencia relativa** de un dato es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número total de datos. La suma de las frecuencias relativas es igual a 1.

- 6 Pregunta a diez compañeros y compañeras de clase qué medio de transporte utilizan para llegar al colegio y completa una tabla de frecuencias con las respuestas.

- 7 Al preguntar sobre las actividades extraescolares que desarrollan los alumnos de dos clases de 6.º de Primaria, hemos obtenido los siguientes resultados

| Actividades extraescolares | Recuento |
|----------------------------|----------|
| Música                     |          |
| Deporte                    |          |
| Idiomas                    |          |
| Danza                      |          |
| Otras                      |          |
| Ninguna                    |          |

Elabora una tabla de frecuencias absolutas y relativas con los datos.

- 8 Confecciona una tabla de frecuencias con los resultados que ha obtenido Cristina al lanzar un dado.

3, 3, 6, 4, 1, 6, 2, 1, 5, 5  
5, 3, 5, 1, 4, 5, 6, 2, 4, 5

- 9 En una encuesta, ¿cuál es la frecuencia absoluta de un dato si su frecuencia relativa es 34/50?



## Media aritmética, moda y...

Candela ha obtenido en diez controles de matemáticas estas notas:

- 5,5 - 8 - 4 - 7,5 - 8,5 - 7,5 - 6 - 7,5 - 5

Cuál es su nota media?

Para calcular la **media aritmética**, sumamos todas las notas y dividimos el resultado entre el número total de notas.

$$\frac{6 + 5,5 + 8 + 4 + 7,5 + 8,5 + 7,5 + 6 + 7,5 + 5}{10} = \frac{65,5}{10} = 6,55$$

La nota media de Candela en matemáticas es 6,55.

La nota que Candela ha obtenido en más ocasiones es 7,5.

La **moda** de este conjunto de datos es 7,5.

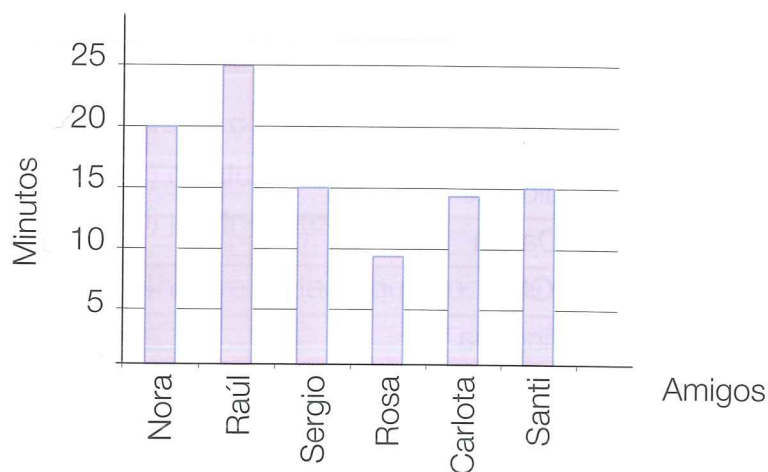


➔ La **media** o **media aritmética** de un conjunto de datos es el resultado de sumar todos los datos y dividirlo entre el número total de éstos.

La **moda** es el valor que tiene mayor frecuencia, es decir, el que más se repite.

0 Pregunta a siete compañeros y compañeras cuál es su programa de televisión favorito. ¿Cuál es la moda de los resultados obtenidos?

1 Este diagrama de barras representa las llamadas telefónicas que ha realizado Ángela en los dos últimos meses a sus amigos. ¿Cuántos minutos ha hablado en total? ¿Cuál es la media de estos datos? ¿Cuál es la moda?



2 En el comedor del colegio, se han consumido esta semana las siguientes barras de pan: lunes, 34; martes, 38; miércoles, 34; jueves, 35, y viernes, 34. ¿Cuál es la media de barras de pan que se han consumido esta semana? ¿Y la moda?

3 Para la sesión de la tarde de unos multicines, se han vendido las siguientes entradas: sala A, 212; sala B, 35; sala C, 79; sala D, 62, y sala E, 89. ¿Cuál es la media de estos datos?

## ...mediana

En las fiestas de su pueblo, Andrés ha participado en estas actividades:

20 minutos en el pasacalle

45 minutos en el taller de máscaras

30 minutos en el circuito en bicicleta

40 minutos en la chocolatada

35 minutos en el tiro con arco



Fíjate en cómo se calcula la **mediana** de estos datos:

1. Ordenamos los valores de menor a mayor.

20 - 30 - **35** - 40 - 45

2. Como el número de datos es impar, elegimos el valor central. Así pues, la mediana es **35**.

— Si añadimos los 37 minutos empleados en un circuito de escalada urbana, el número de datos es par. Para calcular la mediana, seguimos estos pasos:

1. Ordenamos los valores de menor a mayor.

20 - 30 - **35** - **37** - 40 - 45

2. La mediana es la media aritmética de los dos valores centrales.

$$\frac{35 + 37}{2} = 36. \text{ La mediana es } 36.$$



La **mediana** de un conjunto **impar** de datos ordenados es el valor que ocupa el lugar central.

La **mediana** de un conjunto **par** de datos ordenados es la media aritmética de los dos datos centrales.



**14** Calcula la mediana de estas series de datos.

a) 4, 5, 7, 4, 6, 5, 5, 9, 7, 6, 4

b) 3, 5, 5, 6, 7, 1, 4, 8, 9, 3

**15** Mis primos tienen estas estaturas: 148 cm, 145 cm, 150 cm, 143 cm, 155 cm, 162 cm y 152 cm. ¿Cuál es la mediana de sus estaturas?

**16** En las elecciones para delegado del ciclo superior de Primaria, se han obtenido los siguientes resultados: Irene: 12 votos; Eric: 15 votos; Ana: 6 votos, José: 8 votos, David: 9 votos. ¿Cuál es la mediana de los resultados?

**17** En una ciudad, se han apuntado las temperaturas medias de los seis primeros meses del año. ¿Cuál es la mediana?

| Meses               | Enero | Febrero | Marzo | Abril | Mayo  | Junio |
|---------------------|-------|---------|-------|-------|-------|-------|
| Temperaturas medias | 5 °C  | 9 °C    | 16 °C | 18 °C | 20 °C | 23 °C |



## Azar y...

### Sucesos seguros, imposibles y probables

Cuando lanzamos un dado, no sabemos qué número va a salir. Es una situación **aleatoria** o de **azar**.

Al lanzar el dado, pueden salir los números 1, 2, 3, 4, 5 ó 6. Cada resultado representa un **suceso** y cada suceso tiene una **probabilidad**.

La probabilidad de que aparezca un número determinado puede expresarse en esta tabla. Fíjate en los ejemplos:

| Imposible       | Probable         | Seguro                            |
|-----------------|------------------|-----------------------------------|
| Que salga el 8. | Que salga impar. | Que salga un número menor que 20. |



- ➔ **Suceso seguro:** ocurre siempre.  
**Suceso imposible:** no ocurre nunca.  
**Suceso probable:** ocurre alguna vez.

**18** Clasifica estos sucesos según sean seguros, probables o imposibles.

- Jugar un número de lotería y ganar.
- Lanzar una moneda al aire y que salga cara o cruz.
- Lanzar una moneda al aire y que salga cara.
- Escribir los nombres de todos los compañeros y compañeras de clase en unos papeles, meterlos en una bolsa, sacar uno sin mirar y que salga tu nombre.

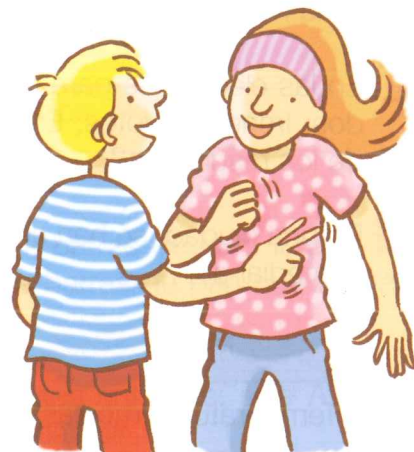
**19** Edurne ha tirado una moneda al aire y le ha salido cara tres veces seguidas. Si vuelve a tirar otra vez, ¿le saldrá cara? ¿Qué tipo de suceso es?

**20** Una bolsa contiene 5 caramelos de fresa, 3 caramelos de menta y 4 caramelos de naranja. Si cogemos un caramelo sin mirar, ¿cómo son los siguientes sucesos?

- Sacar un caramelo de eucalipto.
- Sacar un caramelo de fresa.
- Sacar un caramelo de menta o de naranja.

**21** Escribe todos los resultados posibles del experimento «sacar tres bolas» de una bolsa en la que se han metido dos bolas blancas, dos bolas rojas y dos bolas amarillas.

**22** Escribe un suceso seguro, un suceso imposible y un suceso probable que pueden ocurrir al jugar con tus compañeros y compañeras al juego *Piedra, papel o tijera*.



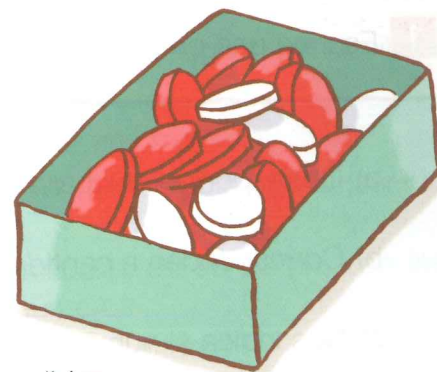
## ...probabilidad

### Cálculo de la probabilidad de un suceso

En una caja tenemos 6 fichas blancas y 12 rojas, y sacamos una sin mirar.

¿Cuál es la probabilidad de que salga blanca?

¿Cuál es la probabilidad de que salga roja?



Fíjate en cómo calculamos la probabilidad:

1. Escribimos el número de resultados posibles.
2. Escribimos el número de resultados favorables.
3. Escribimos el cociente de los resultados favorables entre los resultados posibles.
4. Simplificamos, si es posible, la fracción obtenida.

*Probabilidad de que salga una ficha blanca*

|                 |                |   |               |
|-----------------|----------------|---|---------------|
| Fichas blancas  | $\frac{6}{18}$ | = | $\frac{1}{3}$ |
| Total de fichas |                |   |               |

*Probabilidad de que salga una ficha roja*

|                 |                 |   |               |
|-----------------|-----------------|---|---------------|
| Fichas rojas    | $\frac{12}{18}$ | = | $\frac{2}{3}$ |
| Total de fichas |                 |   |               |

La probabilidad de que salga una ficha blanca es  $1/3$  y la probabilidad de que salga una ficha roja es  $2/3$ .

➔ Para calcular la probabilidad de un suceso, resolvemos el cociente:

$$\frac{\text{Número de resultados favorables}}{\text{Número de resultados posibles}}$$

**23** En una bolsa hay 10 bolas verdes y 4 amarillas. ¿Cuáles son los resultados favorables de sacar una bola verde? ¿Y una bola amarilla?

- ¿Cuáles son los resultados posibles de sacar cada una de ellas?
- ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola verde? ¿Y de sacar una amarilla?

**24** Calcula la probabilidad de estos sucesos si sacamos, sin mirar, una carta de una baraja española.

- a) Que sea de copas.
- b) Que sea una figura.
- c) Que sea el as de oros.
- d) Que sea el caballo de espadas.

**25** Si en un sorteo de 1.000 papeletas tú tienes 8, ¿qué probabilidad tienes de que te toque el premio?

**26** La probabilidad de sacar un número impar de una bolsa de números diferentes es  $15/39$ . ¿Cuántos números hay en la bolsa? ¿Cuántos son pares?

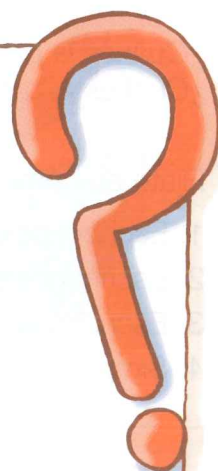




# Para acabar

Escribe una pregunta para cada una de estas respuestas.

- a) Corresponden a cualidades, no se expresan con números.
- b) Corresponden a cantidades, se expresan con números.
- c) Nos indica el número de veces que se repite un dato.
- d) Es el cociente entre la frecuencia absoluta y el número de datos.
- e) Es el resultado de sumar todos los valores y dividirlo por el número de éstos.
- f) Es el valor que tiene mayor frecuencia.
- g) Es el valor que ocupa el lugar central de un conjunto ordenado.
- h) Es la media aritmética de los dos valores centrales de un conjunto ordenado.
- i) Es el suceso que ocurre siempre.
- j) Es el suceso que ocurre alguna vez.
- k) Es el cociente entre los resultados favorables y los resultados posibles.



Clasifica estas variables en cualitativas y cuantitativas.

- a) edad de las personas que viven en tu casa
- b) mes del año en que nacieron tus amigos
- c) temperatura de cada día de un mes
- d) población de los países de Europa
- e) clases de árboles de un parque

Pregunta a tus compañeros y compañeras de clase el número de hermanos y hermanas que tiene cada uno y elabora una tabla de datos con las respuestas.

Se ha preguntado a 25 alumnos de Primaria cuántos libros han leído el último trimestre y el tipo de libros que les gusta. ¿Cuál es la variable cualitativa? ¿Y la cuantitativa?

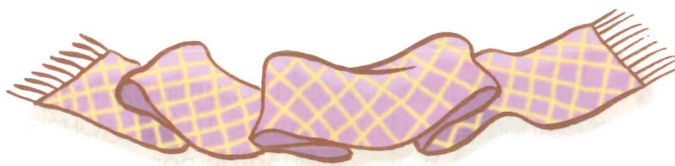
**5** Pregunta a tus compañeros y compañeras de clase cuántos libros han leído durante el curso, y elabora una tabla con las frecuencias absoluta y relativa de los datos obtenidos.

**6** En la tienda de Nuria se han vendido bufandas de los siguientes colores:

azul - verde - verde - azul - rojo - amarillo  
verde - azul - verde - rojo - amarillo - amarillo  
verde - verde - azul - azul - amarillo

— ¿De qué color eran las bufandas más vendidas?

— ¿Cuántas bufandas ha vendido en total?



- 7** Completa la tabla de una encuesta realizada para saber qué fruta es la preferida.

| Fruta   | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa |
|---------|---------------------|---------------------|
| naranja | .....               | 12/90               |
| plátano | 25                  | .....               |
| ciruela | .....               | 49/90               |
| manzana | .....               | .....               |

- 8** En una clase se ha anotado la temperatura de cada mañana y cada tarde durante una semana.

|        | L     | M     | X     | J     | V     |
|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Mañana | 18 °C | 15 °C | 17 °C | 17 °C | 18 °C |
| Tarde  | 23 °C | 21 °C | 21 °C | 22 °C | 24 °C |

- a) ¿Cuál es la temperatura media de cada día?  
b) ¿Cuál es la temperatura media de la semana durante las mañanas?

- 9** Carlos ha ahorrado en los seis últimos meses estos euros:

56 € - 62 € - 75 € - 60 € - 100 € - 85 €

— Calcula la media de euros que ahorra cada mes.

- 10** En un control de matemáticas se han obtenido estas puntuaciones:

6 - 5,5 - 8 - 4 - 6 - 7 - 7,5 - 9 - 6 - 5 - 7,5

8 - 10 - 9 - 9,5 - 6 - 6,5 - 7 - 3 - 4,5 - 5

5,5 - 5 - 6,5

— Calcula la media y la mediana.

- 11** Un ciclista se entrena cada día recorriendo estos kilómetros:

105 - 98 - 86 - 90 - 95 - 108 - 90

— Calcula la media y la mediana de estos datos.

- 12** Escribe los nombres de cinco situaciones aleatorias o de azar.

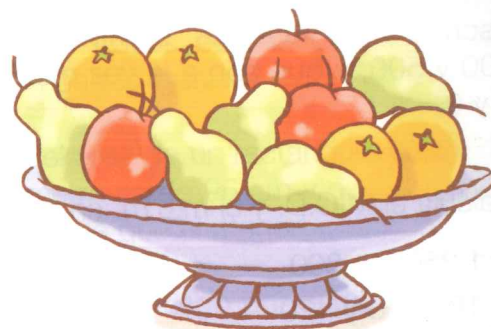
- 13** Clasifica estos sucesos en seguros, imposibles y probables.

- a) Salir cruz al lanzar una moneda.  
b) Salir un número menor que 8 al lanzar un dado.  
c) Salir el número 0001 en un sorteo con los primeros mil números.  
d) Salir el 6 al lanzar un dado.  
e) Sumar los puntos y que salga 17 al lanzar dos dados.

- 14** Luisa tiene cinco monedas de 1 euro y dos monedas de 0,50 euros en el bolsillo. Si saca una moneda sin mirar, ¿qué probabilidad tiene de que sea de 1 euro?

- 15** En un restaurante quedan 4 mesas libres al lado de la pared y 2 mesas libres al lado de la ventana. Si Agustín va al restaurante, ¿qué probabilidad tiene de que le toque una mesa al lado de la ventana?

- 16** En un frutero hay 4 naranjas, 3 manzanas y 5 peras. Si coges una fruta sin mirar, ¿qué probabilidad tienes de que sea una manzana?



- 17** Pilar tiene una caja con 24 lápices de colores distintos. Si la abre y coge uno al azar, ¿qué probabilidad tiene de que sea el amarillo?

- 18** En una casa, viven unos padres con sus dos hijos y una hija. Calcula la probabilidad de que al llamar por teléfono conteste:

- a) la hija  
b) la madre  
c) el padre  
d) un hijo