



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

ESTUDIO DE LA RESPUESTA DINÁMICA DE UN MARCO DE CARGA PARA ENSAYOS EN LABORATORIO

Alumno: Carmona Bustos, Natalia

Tutor: Prof. D. FERNÁNDEZ ACEITUNO, JAVIER
Depto.: ING. Mecánica y Minera

Tutor: Prof. D. MOLINA VIEDMA, ÁNGEL JESÚS
Depto.: ING. Mecánica y Minera

Mayo, 2023



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica de Linares

Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera

Don Javier, Fernández Aceituno y Don Ángel Jesús, Viedma Molina como tutores del Trabajo Fin de Grado titulado: Estudio de la respuesta dinámica de un marco de carga para ensayos en laboratorio, autorizan su presentación para la defensa y evaluación en el Campus Científico– Tecnológico de Linares.

Linares, Mayo de 2023

Firmado por

Natalia Carmona Bustos

Firma del autor

Firma del tutor

Firma del tutor



Contenido

1. RESUMEN.....	8
2. ABSTRACT	9
3. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS.....	10
4. MARCO TEÓRICO	13
4.1. Sistemas de 1 grado de libertad	13
4.1.1. Vibración libre	13
4.1.2. Vibración forzada.....	18
4.2. Sistemas de N grados de libertad	20
4.2.1. Vibración libre	21
4.2.2. Vibración forzada.....	21
4.3. Función de Respuesta en Frecuencia	23
4.4. Sistemas Continuos.....	25
4.5. Análisis modal experimental	27
4.5.1. Obtención experimental de la función de respuesta en frecuencia (FRF)	29
4.5.2. Tipos de excitaciones dinámicas.....	31
5. EQUIPO DE MEDICIÓN	34
5.1. Marco de carga.....	34
5.2. Equipo de medida	35
5.2.1. Acelerómetros	35
5.2.2. Martillo Instrumentado.....	37
5.2.3. Analizador Photon.....	40
6. MODELO NUMÉRICO	42
6.1. Introducción FEM.....	42
6.2. Modelado de la estructura en Catia.....	44



6.2.1. Geometría	44
6.2.2. Mallado	47
6.2.3. Condiciones de contorno	51
6.2.4. Análisis Modal	52
6.2.5. Análisis de la respuesta en frecuencia.....	54
7. ANÁLISIS EXPERIMENTAL	58
7.1. Montaje del equipo de medida en el marco.	59
7.1.1. Configuración del Software	60
7.2. Procedimiento de medición	65
7.3. Resultados obtenidos	67
7.3.1. Procedimiento de obtención de FRF	67
7.3.2. Gráficas FRF	70
8. COMPARATIVA TEÓRICO-EXPERIMENTAL	72
8.1. Comparativa Numérico Experimental de FRF	76
8.2. Discusión de los resultados.....	77
9. CONCLUSIONES.....	80
10. BIBLIOGRAFÍA.....	83
11. ANEXOS	85
11.1. Código Matlab	85
11.1.1. Código para cargar los valores que han recogido los acelerómetros ...	85
11.1.2. Código para promedio de los valores de un acelerómetro en todos los puntos	87
11.1.3. Código para realizar el promedio de los valores teóricos de Catia	88
11.1.4. Código para juntar los promedios teóricos y experimentales	90
11.1.5. Código para crear un video	94
11.2. Plano Marco de Carga.....	97

Índice de Figuras

<i>Figura 1. Condiciones por las que aparecen vibraciones.</i>	10
<i>Figura 2. Esquema del marco de carga GUNT SE-100.</i>	11
<i>Figura 3. Sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso.</i>	13
<i>Figura 4. Vibración libre no amortiguada.</i>	15
<i>Figura 5. Resorte del sistema elongado.</i>	17
<i>Figura 6. Vibración libre amortiguada.</i>	17
<i>Figura 7. Sistema de 1 grado de libertad con amortiguamiento viscoso excitado por una fuerza.</i>	18
<i>Figura 8. Sistema de varios grados de libertad.</i>	20
<i>Figura 9. Prueba estructural empleando un martillo de impacto [6].</i>	22
<i>Figura 10. Formas comunes que puede tomar el FRF: Receptancia, Movilidad, Acelerancia, Rigidez Dinámica, Impedancia Mecánica y Masa Dinámica [15].</i>	24
<i>Figura 11. Viga sometida a flexión [6].</i>	25
<i>Figura 12. Condiciones límite comunes para la vibración transversal de una viga [6].</i>	26
<i>Figura 13. Instrumento sísmico [6].</i>	27
<i>Figura 14. Tipo de excitador genérico.</i>	28
<i>Figura 15. Transductor de carga genérico.</i>	28
<i>Figura 16. Analizador de señales dinámicas genérico.</i>	29
<i>Figura 17. Diagrama de Bode de un sistema de un grado de libertad no amortiguado.</i>	30
<i>Figura 18. Factor de amplificación y retraso fasorial de la respuesta de un sistema amortiguado sometido a una fuerza armónica.</i>	31
<i>Figura 19. Oscilador Masa-Muelle [14].</i>	31
<i>Figura 20. Árbol elástico con disco de masa [14].</i>	32
<i>Figura 21. Rotor con puntos para la compensación de masas [14].</i>	32
<i>Figura 22. Respuesta de frecuencia de un impulso creado por un martillo de impacto [6].</i>	33
<i>Figura 23. Marco de carga Gunt SE-100 del laboratorio de estructuras en alzado y perfil.</i>	34
<i>Figura 24. Pie ajustable con aislamiento de vibraciones.</i>	34
<i>Figura 25.(Izda.) Construcción interna de un acelerómetro. (Dcha.) Esquemmatización de un acelerómetro [5].</i>	36
<i>Figura 26. Martillo de impacto.</i>	37
<i>Figura 27. Masa extra que se atornilla al martillo.</i>	38
<i>Figura 28.a) Punta de aluminio. b) Punta de plástico. c) Punta de goma</i>	39
<i>Figura 29. (a) Señal típica de impacto de cada punta. (b) Espectro típico de impacto de cada punta [5].</i>	40
<i>Figura 30. Analizador Brüel & Kjaer Photon+</i>	41
<i>Figura 31. Discretización física de un sólido perforado.</i>	43
<i>Figura 32. Marco de carga modelado en Catia.</i>	44
<i>Figura 33. Puntos de medida en las vigas horizontales y vertical en la realidad.</i>	45



<i>Figura 34. Vistas alzado y perfil con cotas en Catia.</i>	<i>45</i>
<i>Figura 35. Viga en L. Izqda modelado en Catia. Drcha en la realidad.</i>	<i>46</i>
<i>Figura 36. Vista inferior con cotas en Catia.</i>	<i>46</i>
<i>Figura 37. Vista de la planta con cotas en Catia.</i>	<i>47</i>
<i>Figura 38. Mallado de 20 mm</i>	<i>48</i>
<i>Figura 39. Carga de 1N en mallado de 20mm</i>	<i>48</i>
<i>Figura 40. Mallado de 30mm</i>	<i>48</i>
<i>Figura 41. Carga de 1N en mallado de 30mm.</i>	<i>49</i>
<i>Figura 42. Mallado de 40 mm</i>	<i>49</i>
<i>Figura 43. Carga de 1N en mallado de 40mm</i>	<i>49</i>
<i>Figura 44. Mallado 50mm</i>	<i>50</i>
<i>Figura 45. Carga de 1N en mallado de 50mm</i>	<i>50</i>
<i>Figura 46. Apoyos empotrados.</i>	<i>51</i>
<i>Figura 47. Apoyo del marco en la realidad.</i>	<i>52</i>
<i>Figura 48. Modo de vibración Nº5.</i>	<i>53</i>
<i>Figura 49. Modo de vibración Nº7.</i>	<i>53</i>
<i>Figura 50. Modo de vibración Nº10.</i>	<i>53</i>
<i>Figura 51. Modo de vibración Nº8.</i>	<i>53</i>
<i>Figura 52. Rango de modos de vibración entre 79 y 88Hz</i>	<i>53</i>
<i>Figura 54. Modo de vibración Nº16.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 53. Modo de vibración Nº18.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 55. Modo de vibración Nº25.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 56. Modo de vibración Nº24.</i>	<i>54</i>
<i>Figura 57. Caso estático Catia.</i>	<i>55</i>
<i>Figura 58. Caso en Frecuencia Catia.</i>	<i>55</i>
<i>Figura 59. Gráfica de la modulación constante en 1 para todo el rango de frecuencias.</i>	<i>56</i>
<i>Figura 60. Caso de Respuesta Dinámica Armónica Catia.</i>	<i>57</i>
<i>Figura 61. Receptancia del punto 9 en la viga vertical Catia.</i>	<i>57</i>
<i>Figura 62. Receptancia del punto 9 en la viga vertical Matlab.</i>	<i>57</i>
<i>Figura 63. Acelerancia del punto 9 en la viga vertical Catia.</i>	<i>58</i>
<i>Figura 64. Acelerancia del punto 9 en la viga vertical Matlab.</i>	<i>58</i>
<i>Figura 65. Movilidad del punto 9 en la viga vertical Catia.</i>	<i>58</i>
<i>Figura 66. Movilidad del punto 9 en la viga vertical Matlab.</i>	<i>58</i>
<i>Figura 67. Acelerómetros pegados en el marco.</i>	<i>59</i>
<i>Figura 68. Zoom de la Figura 67.</i>	<i>59</i>
<i>Figura 69. Canal 1 para martillo, 2,3 y 4 para acelerómetros.</i>	<i>60</i>
<i>Figura 70. Ventana de configuración de unidades.</i>	<i>61</i>
<i>Figura 71. Configuración del muestreo de captura de la señal en el software RT Pro.</i>	<i>62</i>



<i>Figura 72. Ventana de configuración del Trigger.</i>	63
<i>Figura 73. Combinaciones Slope-Level [5]</i>	64
<i>Figura 74. Ventana de configuración de Average.</i>	65
<i>Figura 75. Puntos del marco seleccionados.</i>	66
<i>Figura 76. Captura del Software RT Pro Photon.</i>	66
<i>Figura 77. Código Matlab para cargar datos experimentales.</i>	67
<i>Figura 78. Código Matlab para sacar acelerancias y receptancias</i>	67
<i>Figura 79. Gráficas de receptancia y acelerancia del punto 1 en la viga vertical.</i>	68
<i>Figura 80. Pico en gráfica de receptancia.</i>	69
<i>Figura 81. Media de los puntos de la viga vertical medida con los diferentes acelerómetros.</i>	69
<i>Figura 82. Desplazamientos obtenidos de los datos experimentales de todos los puntos.</i>	70
<i>Figura 83. Media puntos viga horizontal inferior.</i>	71
<i>Figura 84. Media puntos viga horizontal superior.</i>	71
<i>Figura 85. Media puntos viga vertical.</i>	71
<i>Figura 86. Modo de vibración correspondiente a 31Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 31Hz (Drcha)</i>	72
<i>Figura 87. Modo de vibración correspondiente a 45.5Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 45.5Hz (Drcha)</i>	73
<i>Figura 88. Modo de vibración correspondiente a 60.5Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 60.5Hz (Drcha)</i>	73
<i>Figura 89. Modo de vibración correspondiente a 69.5Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 69.5Hz (Drcha)</i>	73
<i>Figura 90. Modo de vibración correspondiente a 69.5Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 69.5Hz (Drcha)</i>	74
<i>Figura 91. Combinación de modos de vibración correspondientes a 80.5Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 80.5Hz (Drcha)</i>	74
<i>Figura 92. Modo de vibración correspondiente a 94Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 94Hz (Drcha)</i>	74
<i>Figura 93. Modo de vibración correspondiente a 98Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 98Hz (Drcha)</i>	75
<i>Figura 94. Modo de vibración correspondiente a 117Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 117Hz (Drcha)</i>	75
<i>Figura 95. Modo de vibración correspondiente a 133.5Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 133.5Hz (Drcha)</i>	75
<i>Figura 96. Comparativa Teórico Experimental viga H1.</i>	76
<i>Figura 97. Comparativa Teórico Experimental viga H2.</i>	76
<i>Figura 98. Comparativa Teórico Experimental viga Vertical.</i>	76
<i>Figura 99. Nuevo tipo de apoyos.</i>	78



Figura 100. Valores de frecuencia con las nuevas condiciones de contorno. 78



1. RESUMEN

Las vibraciones en estructuras y maquinaria son, por lo general, indeseables. Deterioran rodamientos, fallos electrónicos derivados de fracturas en sus juntas de soldadura, producen crecimiento de grietas por fatiga y también tiene efectos sobre la salud de personas debido al ruido y a las molestias por transmisión.

En este Trabajo Fin de Grado se pretende realizar un análisis modal de una estructura, que es un equipo que se encuentra en el laboratorio de estructuras de la EPSL, con el objetivo de que en un futuro esta pueda adaptarse a cargas dinámicas, a partir del uso de acelerómetros y un martillo de impacto, con ello se busca el análisis tanto de desplazamiento como de vibración en un marco de carga, como conocer su respuesta en frecuencia.

Esta técnica se ha comparado a la vez con un análisis numérico en el software Catia, con esta paridad se podrá validar el método llevado a cabo, y así, estar de acuerdo de los resultados que se han llegado a obtener.

Primero, se realiza un estudio teórico, que se verá en el apartado 4 para conocer la terminología típica y aspectos fundamentales como son las señales en el dominio del tiempo y la frecuencia, los modos propios, forma de los modos, transformadas de Fourier, funciones de respuesta en frecuencia, etc.

Posteriormente, se lleva a cabo una familiarización con el instrumental habitual en la medida de vibraciones mecánicas tales como acelerómetros y martillos instrumentados, sería el siguiente apartado, el 5. También se trabajará con el software RT Pro Photon, para la captura de señales de los transductores, así como su procesado.

Sobre el marco de carga se llevará a cabo un ensayo básico para la caracterización de los modos de la estructura, esta se excita mediante impactos con un martillo instrumentado sobre distintos puntos de la misma, mediante el cual podrán definirse las frecuencias naturales y el amortiguamiento del material que presenta en cada modo.



2. ABSTRACT

Vibrations in structures and machinery are generally undesirable. They deteriorate bearings, electronic failures derived from fractures in their solder joints, produce crack growth due to fatigue and also have effects on people's health due to noise and transmission disturbances.

In this Final Degree Project, it is intended to carry out a modal analysis of a structure, which is a piece of equipment that is found in the EPSL structures laboratory, with the aim that in the future it can adapt to dynamic loads, based on the use of accelerometers and an impact hammer, with this the analysis of both displacement and vibration in a load frame is sought, as well as knowing its frequency response.

This technique has been compared at the same time with a numerical analysis in the Catia software, with this parity it will be possible to validate the method carried out, and therefore, agree with the results that have been obtained.

First, a theoretical study is carried which will be seen in section 4 to know the typical terminology and fundamental aspects such as signals in the time and frequency domain, the eigenmodes, the shape of the modes, Fourier transforms, frequency response functions, etc.

Then, a familiarization with the usual instruments in the measurement of mechanical vibrations such as accelerometers and instrumented hammers, would be the next section, 5. The RT Pro Photon software, will also be used to capture signals from the transducers, as well as their processing.

On the load frame, a basic test will be carried out for the characterization of the modes of the structure, this is excited by means of impacts with an instrumented hammer on different points of it, by means of which the natural frequencies and the damping of the load can be defined. material presented in each mode.

3. INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

La mecánica experimental se utiliza primordialmente para resolver problemas que numéricamente son complejos, corroborar de forma práctica modelos numéricos, decretar qué esfuerzos están sometidos sobre la estructura, y observar el comportamiento ante estos esfuerzos, ya sean cargas estáticas o dinámicas.

Se dice que la vibración es un movimiento oscilatorio en torno a un punto de referencia. El estudio de las vibraciones es importante sobre todo en dos casos concretos, en el caso de cuanto afectan al confort humano (transporte de pasajeros) o a las máquinas o estructuras en general, produciendo efectos indeseables, y por otra parte la alteración de medidas (Figura 1). Por ello, en el caso de algunos instrumentos de medición, es necesario aislarlos de las vibraciones porque pueden falsear su medida, deteriorarse prematuramente, producir crecimiento de grietas por fatiga o fallos electrónicos derivados de fracturas en sus juntas de soldadura, comprobándose así la integridad estructural del equipo o la estructura [1].



Figura 2. Condiciones por las que aparecen vibraciones.

Así pues, la medida de vibraciones juega un papel fundamental en el mantenimiento de maquinaria, tanto en la detección de fallos como en la reparación de los mismos. Sin embargo, a veces, las vibraciones son aprovechadas para medir magnitudes físicas, tal como en el caso de tacómetros, acelerómetros, etc [2].

El método de mantenimiento predictivo ha descubierto que los niveles de ruido durante la vida útil de una máquina siguen la misma tendencia que la curva de probabilidad de aparición de un fallo. A causa de incrementos del nivel de ruido y vibraciones, se ha podido caracterizar el fallo de una máquina. De ahí que el seguimiento de las vibraciones se convierta en un parámetro fundamental en el diagnóstico de fallos [3].

A partir de ahí, el control de vibraciones se utiliza principalmente para reducir la fuente de vibración, proporcionar aislamiento y reducir la respuesta [4].

En este Trabajo Fin de Grado se estudiará el comportamiento de la estructura ante cargas dinámicas, analizando la respuesta en frecuencia de la estructura GUNT SE-100, disponible en el Laboratorio de Estructuras localizado en el L-034 en la EPSL, con el objetivo de poder instalar equipos de aplicación de carga dinámica y por ello es necesario conocer su respuesta en frecuencia y modos de vibración de la misma, Figura 1, ante este tipo de cargas.

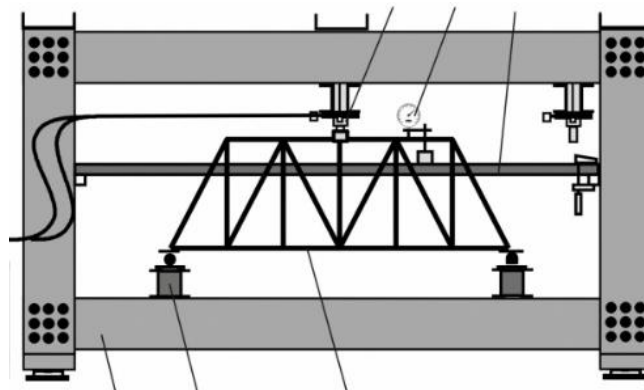


Figura 3. Esquema del marco de carga GUNT SE-100.

El estudio se realizará en dos partes tanto computacional como experimental, comprobando así, si los resultados prácticos son congruentes dando una idea de la representatividad de la medida, comparándolos con los teóricos.

Es necesario estudiar el comportamiento modal del marco ya que los efectos de la inercia de masa y la aparición de vibraciones tienen una gran importancia para aprobar el funcionamiento de este y para obtener la respuesta en frecuencia. Gracias al análisis de la dinámica del marco se permite predecir las vibraciones de este.



Los objetivos de este Trabajo Fin de Grado son:

- ◆ Profundizar el estudio de vibraciones mecánicas.
- ◆ Aplicación de elementos finitos para conocer la respuesta en frecuencia.
- ◆ Aplicación técnica modal experimental a una estructura en el laboratorio de Estructuras.
- ◆ Ajuste del modelo numérico.
- ◆ Puesta a punto del análisis experimental de frecuencias en resonancia.
- ◆ Identificación del espectro de frecuencia de trabajo para actuadores hidráulicos.

Y, por último, destacar el objetivo más importante de todo este Trabajo Fin de Grado:

- ◆ Caracterización de la estructura para una hipotética adaptación como banco para ensayos dinámicos.

4. MARCO TEÓRICO

Este apartado dará la base de los fundamentos que se precisarán a lo largo del trabajo fin de grado, con ello no se busca más que captar la atención del lector con los conocimientos básicos, para poder entender los apartados posteriores a este.

La importancia del comportamiento de un sistema frente a vibraciones es fundamental en la integridad estructural de máquinas, y esto, ha sido la razón por el interés en llevar a cabo un estudio sobre el análisis y medida de vibraciones mecánicas.

Simultáneamente, se analiza el crecimiento de los métodos numéricos en los distintos campos de la ingeniería, aminorando costes del proyecto y prediciendo errores en las fases iniciales. En particular, es el método de los elementos finitos (FEM) el empleado en el análisis modal y el análisis estructural bajo oscilaciones dinámicas. Por lo tanto, se ha querido explorar estas técnicas [5].

4.1. Sistemas de 1 grado de libertad

4.1.1. Vibración libre

En este apartado, se estudia el comportamiento de un sistema de un grado de libertad sin excitación externa. En los sistemas característicos de un grado de libertad se tiene una masa unida a una base fija mediante un muelle y un amortiguador viscoso.

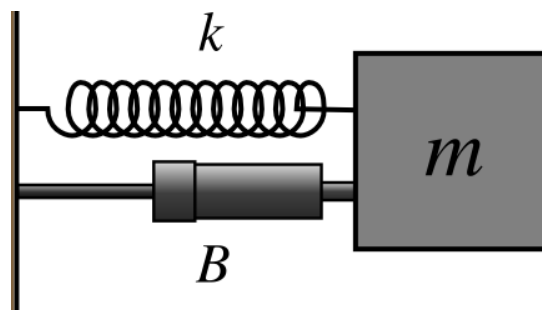


Figura 4. Sistema de un grado de libertad con amortiguamiento viscoso.



Realizando equilibrio de fuerzas, en la Figura 2, se llega a la expresión que rige el movimiento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (\text{ec. 1})$$

Cada una de las variables representa:

m: masa del sistema

c: constante de amortiguamiento viscoso

k: rigidez del sistema

x: posición respecto a la posición de equilibrio

$\dot{x}$: velocidad instantánea. Derivada primera de x respecto al tiempo

$\ddot{x}$: aceleración instantánea. Derivada segunda de x respecto al tiempo. [5]

Esta ecuación representa una ecuación lineal diferencial homogénea de segundo orden cuya solución es del tipo [13]:

$$x(t) = Ce^{st} \quad (\text{ec. 2})$$

Sustituyendo la ec.2 en la ec.1 se llega a:

$$(ms^2 + cs + k)Ce^{st} = 0 \quad (\text{ec. 3})$$

Por lo tanto:

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (\text{ec. 4})$$

Resolviendo:

$$s = \frac{(-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk})}{2m} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad (\text{ec. 5})$$

Si no existiese amortiguamiento, $c=0$

$$s = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm i\omega_n \quad (\text{ec. 6})$$

Donde ω_n es la frecuencia natural del sistema y equivale al valor al que tiene a vibra el sistema. Por tanto, la solución sería:

$$x(t) = C1e^{i\omega_n t} + C2e^{-i\omega_n t} \quad (\text{ec. 7})$$

Siendo de forma trigonométrica:

$$x(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t \quad (ec. 8)$$

Por la solución se deduce que el sistema se mueve siguiendo una función sinusoidal de amplitud A , de frecuencia ω_n y con una cierta fase inicial ϕ que depende de las condiciones iniciales.

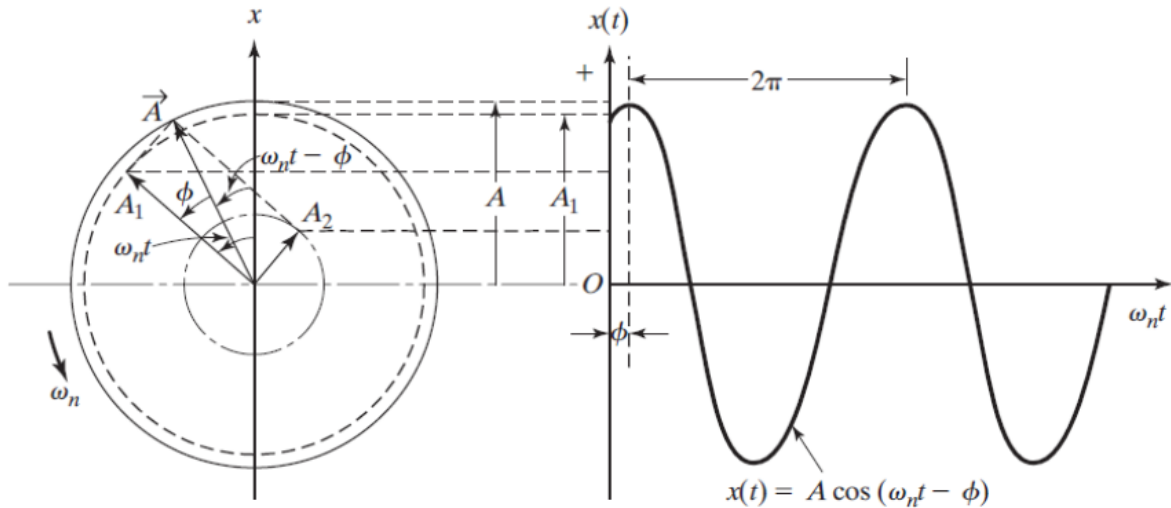


Figura 5. Vibración libre no amortiguada.

Pero normalmente, la mayoría de situaciones tienen un cierto amortiguamiento, así que, en estos casos, se pueden presentar tres situaciones en función del valor del interior de la raíz de la (ec. 6). Cuando el valor dentro de la raíz es positivo o cero, estamos hablando de un sistema sobreamortiguado o críticamente amortiguado, respectivamente. Sin embargo, si los parámetros del sistema tienen valor negativo dentro de la raíz, el exponente s toma un valor complejo, dándose el caso de un sistema subamortiguado y la solución sería [5]:

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \left[C_1 e^{i\sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}t} + C_2 e^{-i\sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}t} \right] \quad (ec. 9)$$

En forma trigonométrica queda:

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) \quad (ec. 10)$$

Donde ω_d es la frecuencia natural amortiguada y es igual a:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} \quad (ec. 11)$$

Para poder seguir con este despliegue de ecuaciones, es necesario definir un nuevo parámetro. En el caso críticamente amortiguado, en el que ω_d , se deduciría el valor del amortiguamiento crítico tal que:[5]

$$\frac{c_{cr}^2}{4m^2} = \frac{k}{m} \rightarrow c_{cr} = \sqrt{4km} = 2m\omega_n \quad (ec. 12)$$

A partir de la relación entre el amortiguamiento del sistema y el amortiguamiento crítico, se puede determinar si se está ante un sistema subamortiguado ($\xi < 1$), críticamente amortiguado ($\xi = 1$), o sobreamortiguado ($\xi > 1$). Esta relación es conocida como factor de amortiguamiento:[5]

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \quad (ec. 13)$$

El factor de amortiguamiento también es utilizado para describir el amortiguamiento de un sistema, gracias a este se puede establecer una relación entre las frecuencias natural y natural amortiguada:

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (ec. 14)$$

Sacando la nueva solución del sistema quedaría:

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t) \quad (ec. 15)$$

La ec.15 nos dice que la respuesta del sistema es un movimiento sinusoidal, con una frecuencia ω_d , que se aminora exponencialmente dependiendo del factor $\xi\omega_n$. [5]

Se llama *sistema de un solo grado de libertad*, ya que una variable (x) es más que suficiente para delimitar la posición de la masa en cualquier instante. En ausencia de una

excitación externa aplicada a la masa, hará que el movimiento resultante de una perturbación inicial sea una vibración libre.

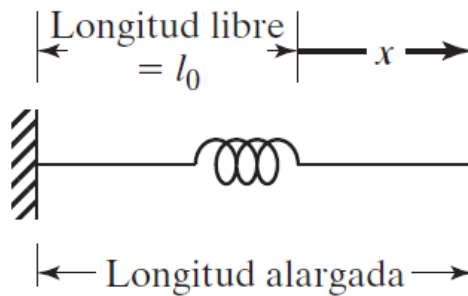


Figura 6. Resorte del sistema elongado.

Se dice que un sistema percibe vibración libre cuando oscila sólo debido a una excitación inicial sin que posteriormente actúen fuerzas externas. Algunos ejemplos son las oscilaciones del péndulo simple, o el movimiento de un columpio con un niño después del empujón inicial.

La amplitud de vibración libre se aminora progresivamente tras el paso del tiempo, como se ve en la figura 6, por la resistencia ofrecida por el amortiguador viscoso que simula el medio adyacente (el aire). Se dice que tales vibraciones son *amortiguadas*. El estudio de la vibración libre de sistemas de un solo grado de libertad no amortiguados y amortiguados es fundamental para entender temas de vibración más avanzados [6].

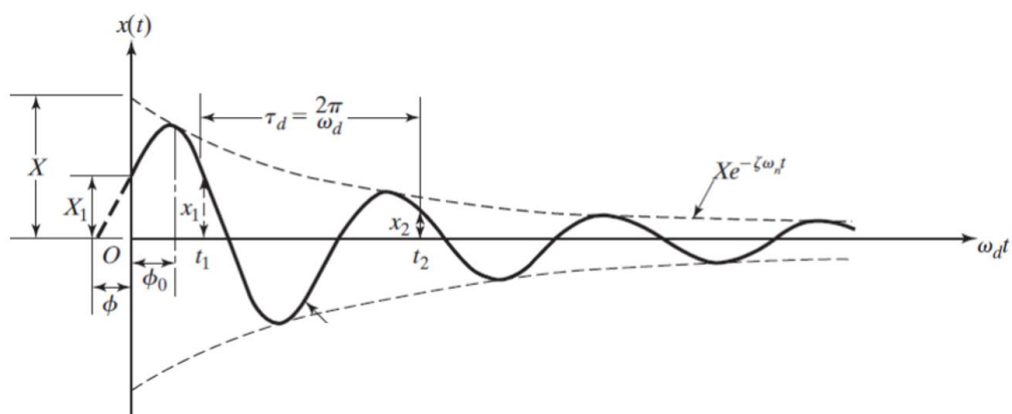


Figura 7. Vibración libre amortiguada.

4.1.2. Vibración forzada

En este apartado se explicará la respuesta de los sistemas vibratorios ante distintos tipos de agitaciones externas como puede ser la aplicación de una fuerza sobre la masa.

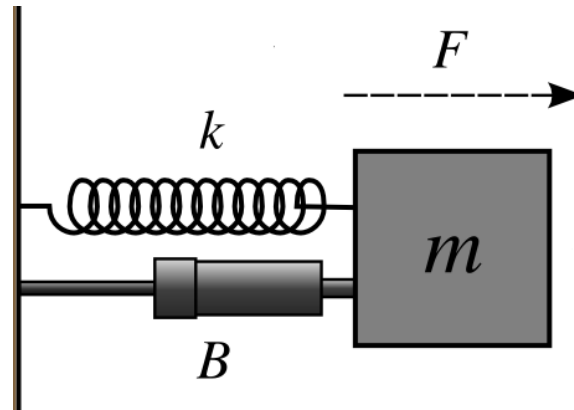


Figura 8. Sistema de 1 grado de libertad con amortiguamiento viscoso excitado por una fuerza.

Si un sistema se ve sometido a una fuerza externa (normalmente, una fuerza repetitiva), la vibración resultante se conoce como *vibración forzada*.

Si la frecuencia de la fuerza externa concuerda con una de las frecuencias naturales del sistema, sucede una condición conocida como *resonancia*, y el sistema padece oscilaciones peligrosamente mayúsculas. La aparición de grietas en estructuras como edificios, turbinas, puentes y alas de avión se han asociado al suceso de resonancia [6].

Diferentes tipos de solicitaciones externas serían tales como las fuerzas armónicas, en las que se excita al sistema con una determinada frecuencia; el movimiento de la base, la cual estaría sometida a un movimiento armónico; y el amortiguamiento histérico, en el cual el amortiguamiento se da por fricción interna del material.

En el caso en el que la fuerza externa sea armónica, siguiendo una función seno o coseno, el sistema es excitado con una determinada frecuencia [5]:

$$F(t) = F_o \text{sen}(\omega t) \quad (\text{ec. 16})$$



Realizando equilibrio de fuerzas sobre este nuevo sistema, se llega a la siguiente ecuación de movimiento:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_o \sin(\omega t) \quad (ec. 17)$$

La solución de esa ecuación corresponde a la suma de la solución homogénea, obtenida en el caso de vibración libre (ec.15). Al ser una función sinusoidal, la solución será:

$$x_p(t) = X \sin(\omega t - \varphi) \quad (ec. 18)$$

Siendo $x_p(t)$ la solución permanente.

Nos centramos en la respuesta cuando ha pasado un tiempo determinado y la respuesta permanente del sistema.

$$x(t) = x_p(t) = X \sin(\omega t - \varphi) \quad (ec. 19)$$

Utilizando las definiciones de factor de amortiguamiento y frecuencia natural y sustituyendo la solución en la ecuación del movimiento (ec.17), queda:

$$\begin{aligned} X[(\omega_n^2 - \omega^2)\cos\varphi + 2\xi\omega_n\sin\varphi]\sin\omega t - [(\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi - 2\xi\omega_n\omega\cos\varphi]\cos\omega t \\ = \frac{F_o}{m}\sin\omega t \end{aligned} \quad (ec. 20)$$

Igualando los términos seno y coseno de ambos, se obtienen las siguientes igualdades:

$$X[(\omega_n^2 - \omega^2)\cos\varphi + 2\xi\omega_n\sin\varphi] = \frac{F_o}{m} \quad (ec. 21)$$

$$X[(\omega_n^2 - \omega^2)\sin\varphi - 2\xi\omega_n\omega\cos\varphi] = 0 \quad (ec. 22)$$

De las que se averigua la amplitud del movimiento y el desfase de la respuesta a la fuerza:

$$X = \frac{\frac{F_o}{k}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (ec. 23)$$

$$\tan\varphi = \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (\text{ec. 24})$$

Donde $\frac{F_0}{k}$ se define como la deflexión estática δ_{st} , cuyo significado físico es el desplazamiento generado al aplicar una fuerza estática de magnitud F_0 sobre el sistema [5].

Si se representa la fuerza de forma general y compleja, la solución del sistema bajo excitación armónica será:

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (\text{ec. 25})$$

$$x(t) = X e^{i\omega t} \quad (\text{ec. 26})$$

$$X = \frac{F_0}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right) + i\left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)} \quad (\text{ec. 27})$$

Con esto se obtiene un parámetro fundamental en el análisis de vibraciones, conocido como función de respuesta a la frecuencia, de la cual se hablará en el siguiente punto.

4.2. Sistemas de N grados de libertad

En un sistema de varios grados de libertad se incluyen aquellos sistemas que requieren más de una coordenada independiente para caracterizarlos por completo. Así pues, un sistema vibratorio construido por el conjunto masa-muelle-amortiguador de varios grados de libertad estará constituido por el acople de varios sistemas de un grado de libertad, tal y como se indica en la Figura 8 [5].

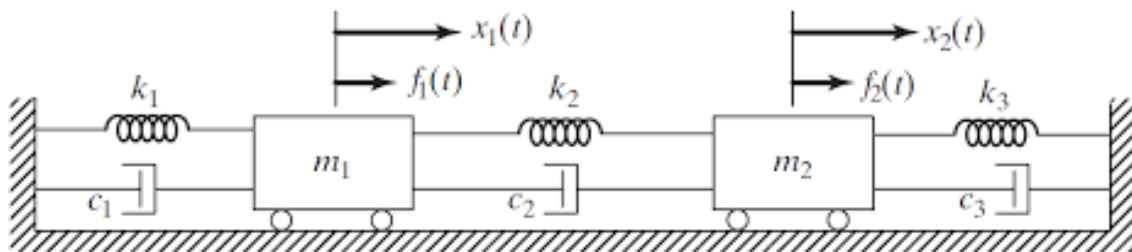


Figura 9. Sistema de varios grados de libertad.



4.2.1. Vibración libre

La ecuación de movimiento para la vibración libre de un sistema no amortiguado se puede expresar de forma matricial como:

$$[m]\ddot{\vec{x}}(t) + [k]\vec{x}(t) = 0 \quad (\text{ec. 28})$$

La ecuación característica determina N autovalores o frecuencias naturales del sistema (ω) y N autovalores o modos de vibración. Cada uno de esos valores representa las frecuencias naturales de lo que se entiende como modos propios. Los modos propios de un sistema se disponen por su frecuencia natural de menor a mayor. Para cada uno de ellos, se tendrá un vector propio cuyas coordenadas representan la amplitud de cada grado de libertad cuando el sistema vibra en ese modo [5].

4.2.2. Vibración forzada

Si en un sistema de varios grados de libertad actúan fuerzas externas, el sistema experimenta vibración forzada.

Para un sistema con n grados de libertad, las ecuaciones que rigen el movimiento son un sistema de n ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas de segundo orden (*ecuación que involucra a una variable independiente x , una función $y(x)$ y una o varias derivadas de $y(x)$ y no se pueden resolver independientemente*). La solución de estas ecuaciones se complica cuando el grado de libertad (n) del sistema es grande y/o cuando las funciones forzadas son no periódicas. En estos casos, se puede utilizar un método más conveniente conocido como análisis modal para resolver el problema. Este método sólo es válido para sistemas de este tipo, no amortiguados [6].

En el caso de un sistema amortiguado de varios grados de libertad se utilizarán las *ecuaciones de Lagrange* para analizar la solución de las ecuaciones de movimiento. Si el sistema tiene amortiguamiento viscoso, su movimiento será resistido por una fuerza cuya magnitud es proporcional a la de la velocidad, pero en la dirección opuesta [6].

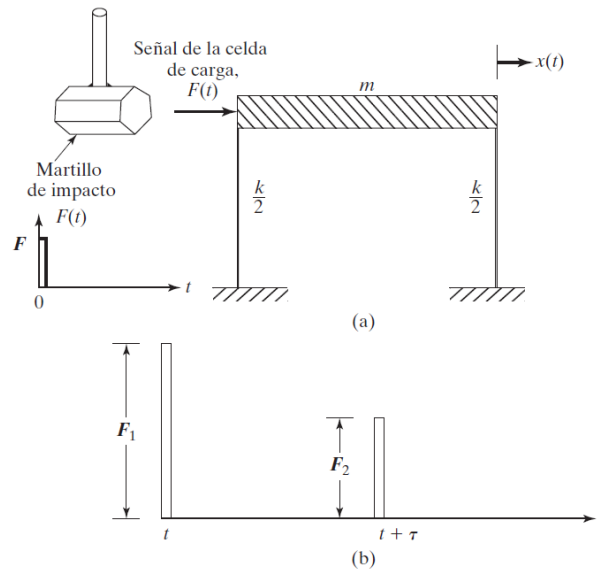


Figura 10. Prueba estructural empleando un martillo de impacto [6].

4.2.2.1. Modos de vibración

Una estructura oscilante tiene tres propiedades básicas: masa, rigidez, amortiguamiento y tiene tantas frecuencias naturales como grados de libertad tenga. Cada modo de vibración está representado por un factor de amortiguamiento, una frecuencia natural y una forma del modo de vibración [8].

Un modo de vibración es un patrón o forma característica en el que vibrará un sistema mecánico. La mayoría de los sistemas tienen muchos modos de vibración y es la tarea del análisis modal determinar la forma de esos modos. La vibración de una estructura es siempre una combinación o una mezcla de todos los modos de vibración. Pero no todos están excitados al mismo grado [7].

La cantidad de modos de vibración de la estructura se define por el número de grados de libertad que tenga la misma, y para cada uno de ellos, puede darse una respuesta acoplada o desacoplada, entre modos, por ejemplo, un sistema con un grado de libertad solo tendrá un modo de vibración.



4.3. Función de Respuesta en Frecuencia

La función de respuesta en frecuencia es una función de transferencia entre una entrada y una salida en un sistema mecánico sometido a vibración forzada que, en este caso, se trata de una fuerza de excitación y una respuesta en desplazamiento.

$$H(i\omega) = \frac{R}{F} = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right) + i\left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)} \quad (ec. 29)$$

Donde:

R: magnitud de la salida que se mide (Respuesta)

F: fuerza de excitación [17].

Un FRF mide la respuesta dinámica de un sistema mecánico cuando se le excita con una carga armónica de amplitud unitaria y frecuencia determinada.

Existe la posibilidad de establecer varias funciones de respuesta a la frecuencia en función de la aplicación de la excitación y de la respuesta de interés en un sistema de varios grados de libertad. En concreto, en un sistema de N grados de libertad podrán establecerse $N \times N$ funciones [5].

Evidentemente, la existencia de varios modos conllevará, que, sobre la función de respuesta aparezcan varios puntos que resalten, donde habrá altos picos de resonancia sobre los que se acepte que sólo un modo es predominante.

Esto se da tanto en vibraciones forzadas de 1 grado de libertad como en N grados de libertad.

En función del tipo de magnitud medida a la salida hay tres tipos de diferentes FRF , que se explican a continuación [17].

El espectro de salida es un desplazamiento, cuya excitación sea armónica, que tiene una amplitud y ángulo de fase. De igual manera el espectro de entrada es una fuerza armónica que tiene amplitud y ángulo de fase. Dicho esto, el cociente entre el desplazamiento en un

cierto punto de un sistema y la fuerza ejercida en ese mismo punto sobre él es la función de respuesta a la frecuencia, también conocida como *receptancia*.

$$H(\omega) = X(\omega) = \frac{x}{f} \quad (ec. 30)$$

Asimismo, si se selecciona como respuesta a la velocidad, como la cantidad de salida, el cociente entre la salida y la entrada, se conoce como *movilidad* y es una forma alterna de la función de respuesta en frecuencia.

$$H(\omega) = Y(\omega) = \frac{v}{f} = i * \omega * X(\omega) \quad (ec. 31)$$

Así como la movilidad está estrechamente relacionada con la receptancia, del mismo modo, se podría usar la aceleración como parámetro de respuesta. El cociente entre la salida y la entrada, se conoce la *acelerancia* y sería otra alternativa de la función de respuesta de la frecuencia.

$$H(\omega) = A(\omega) = \frac{a}{f} = -\omega^2 * X(\omega) \quad (ec. 32)$$

Estas definiciones son válidas para las FRFs de cualquier sistema, sea de 1, de N o infinitos grados de libertad.

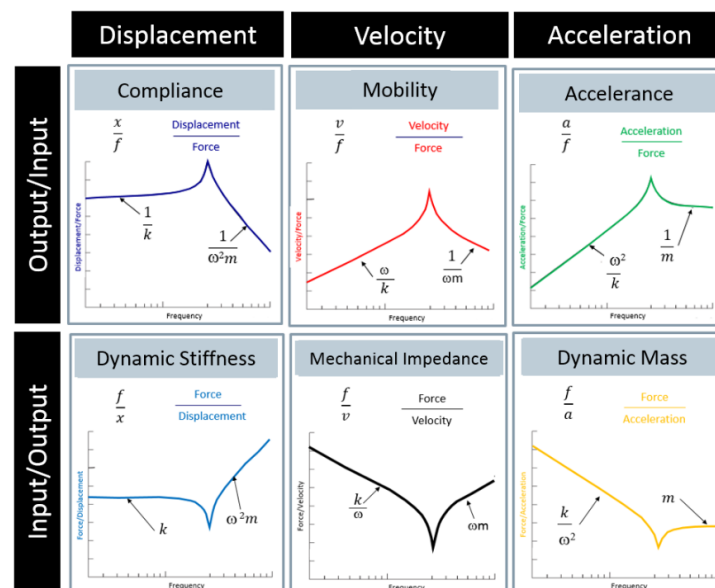


Figura 11. Formas comunes que puede tomar el FRF: Receptancia, Movilidad, Acelerancia, Rigidez Dinámica, Impedancia Mecánica y Masa Dinámica [15].

En la Figura 10 se ven los conceptos la receptancia, movilidad y acelerancia, graficados sobre una fuerza para un sistema masa-resorte-amortiguador, y en las 3 gráficas inferiores la inversa de estas.

4.4. Sistemas Continuos

En este proyecto se estudiará un sistema en los que la masa, el amortiguamiento y la elasticidad se presentan en infinitos puntos de este, donde se supone que toda la infinidad de puntos del sistema pueden vibrar, conocidos como sistemas continuos o distribuidos. Esa es la razón de que a un sistema continuo también se le conozca como *sistema de grados de libertad infinitos*.

La ecuación de movimiento de un sistema continuo es una ecuación relevante que produce una infinidad de frecuencias naturales y modos normales. Esto difiere con el comportamiento de los sistemas discretos, los cuales producen una cantidad finita de tales frecuencias y modos en función del número de grados de libertad de estos. Se tienen que aplicar condiciones límite para analizar las frecuencias naturales de un sistema continuo [6].

Un ejemplo sería una vibración lateral de una viga:

Considere el diagrama de cuerpo libre de un elemento de la viga que se muestra en la figura 11, donde $M(x, t)$ es el momento de flexión, $V(x, t)$ es la fuerza cortante, y $f(x, t)$ es la fuerza externa por unidad de longitud de la viga. Como la fuerza de inercia que actúa en el elemento de la viga es:

$$\rho A(x)dx \frac{(\partial^2 w)}{\partial t^2}(x, t) \quad (\text{ec. 33})$$

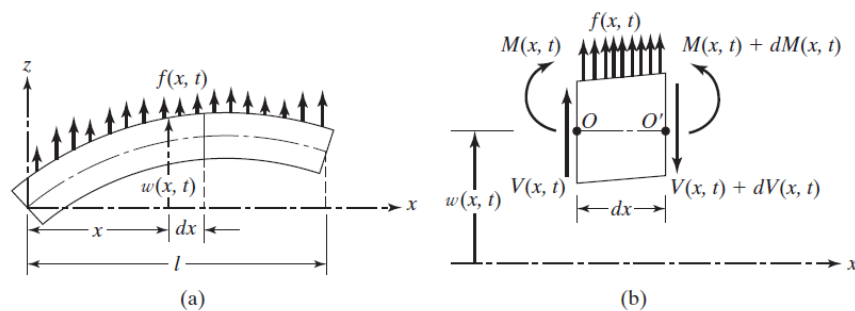


Figura 12. Viga sometida a flexión [6].

Cada uno de los términos representa:

ρ : Densidad lineal

A: Sección transversal

w: Desplazamiento transversal

V: Cortante

M: Momento flector

f: Carga repartida

Las ecuaciones de frecuencia, los modos (funciones normales) y las frecuencias naturales para vigas con condiciones límite comunes se presentan en la Figura 12.

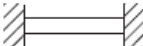
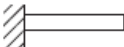
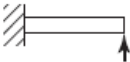
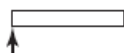
Condiciones en los extremos de la viga	Ecuación de frecuencia	Modo (función normal)	Valor de $\beta_n l$
Ambos extremos articulados 	$\sin \beta_n l = 0$	$W_n(x) = C_n[\sin \beta_n x]$	$\beta_1 l = \pi$ $\beta_2 l = 2\pi$ $\beta_3 l = 3\pi$ $\beta_4 l = 4\pi$
Ambos extremos libres 	$\cos \beta_n l \cdot \cosh \beta_n l = 1$	$W_n(x) = C_n[\sin \beta_n x + \sinh \beta_n x + \alpha_n (\cos \beta_n x + \cosh \beta_n x)]$ donde $\alpha_n = \left(\frac{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l}{\cosh \beta_n l - \cos \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 4.730041$ $\beta_2 l = 7.853205$ $\beta_3 l = 10.995608$ $\beta_4 l = 14.137165$ ($\beta l = 0$ para el modo de cuerpo rígido)
Ambos extremos empotrados 	$\cos \beta_n l \cdot \cosh \beta_n l = -1$	$W_n(x) = C_n[\sinh \beta_n x - \sin \beta_n x + \alpha_n (\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x)]$ donde $\alpha_n = \left(\frac{\sinh \beta_n l - \sin \beta_n l}{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 4.730041$ $\beta_2 l = 7.853205$ $\beta_3 l = 10.995608$ $\beta_4 l = 14.137165$
Un extremo empotrado y el otro libre 	$\cos \beta_n l \cdot \cosh \beta_n l = -1$	$W_n(x) = C_n[\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x - \alpha_n (\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x)]$ donde $\alpha_n = \left(\frac{\sin \beta_n l + \sinh \beta_n l}{\cos \beta_n l + \cosh \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 1.875104$ $\beta_2 l = 4.694091$ $\beta_3 l = 7.854757$ $\beta_4 l = 10.995541$
Un extremo empotrado y el otro articulado 	$\tan \beta_n l - \tanh \beta_n l = 0$	$W_n(x) = C_n[\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x + \alpha_n (\cosh \beta_n x - \cos \beta_n x)]$ donde $\alpha_n = \left(\frac{\sin \beta_n l - \sinh \beta_n l}{\cos \beta_n l - \cosh \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 3.926602$ $\beta_2 l = 7.068583$ $\beta_3 l = 10.210176$ $\beta_4 l = 13.351768$
Un extremo articulado y el otro libre 	$\tan \beta_n l - \tanh \beta_n l = 0$	$W_n(x) = C_n[\sin \beta_n x + \alpha_n \sinh \beta_n x]$ donde $\alpha_n = \left(\frac{\sin \beta_n l}{\sinh \beta_n l} \right)$	$\beta_1 l = 3.926602$ $\beta_2 l = 7.068583$ $\beta_3 l = 10.210176$ $\beta_4 l = 13.351768$ ($\beta l = 0$ para el modo de cuerpo rígido)

Figura 13. Condiciones límite comunes para la vibración transversal de una viga [6].

4.5. Análisis modal experimental

Un detector de vibración o acelerómetro, en este caso piezoeléctrico, es uno de los sensores más utilizados para medir el nivel de vibración. Por esto, los acelerómetros piezoeléctricos se usan principalmente en aplicaciones industriales para el diagnóstico o control de maquinaria y equipo. Estos acelerómetros se caracterizan por su alta sensibilidad y precisión, gracias a los cuales se utilizan en muchas aplicaciones, desde mediciones sísmicas extremadamente avanzadas y precisas, hasta pruebas de choque y destructivas realizadas en condiciones adversas [11].

Los más comunes utilizados se conocen también como instrumentos sísmicos. Un instrumento sísmico está compuesto de un sistema de masa-resorte-amortiguador sobre el cuerpo vibratorio, como se muestra en la Figura 13. Así que el movimiento vibratorio se obtiene determinando el desplazamiento de la masa con respecto a la base en la cual está montada [6].

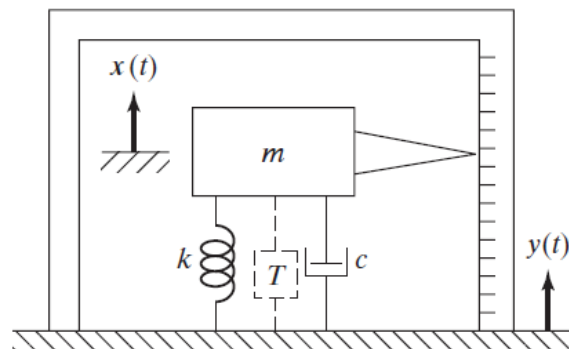


Figura 14. Instrumento sísmico [6].

Los excitadores de vibración se pueden usar en varias aplicaciones, como por ejemplo en la determinación de las características dinámicas de máquinas y estructuras o en pruebas de fatiga de materiales. Estos excitadores de vibración pueden ser de tipo mecánico, electromagnético, electrodinámico o hidráulico.

El análisis modal experimental, conocido también como prueba modal, hace referencia a la determinación de frecuencias naturales, relaciones de amortiguamiento y formas modales por medio de una prueba de vibración [6].

Hay dos situaciones relevantes que puede ocurrir:

1. Cuando una estructura, máquina o cualquier sistema es excitado, su respuesta se amplifica, este fenómeno se conoce como resonancia y sucede cuando la frecuencia forzada es igual a su frecuencia natural si el amortiguamiento es pequeño.

2. La fase de la respuesta cambia 180° cuando la frecuencia forzada cruza la frecuencia natural de la estructura o máquina, y la fase será de 90° en resonancia [6].

La medición de vibración requiere el siguiente equipo:

- ◆ Un excitador o fuente de vibración para aplicar una fuerza de entrada conocida a la estructura o máquina, que en este caso será un martillo instrumentado, un ejemplo de este sería la Figura 14.



Figura 15. Tipo de excitador genérico.

- ◆ Un transductor para convertir el movimiento físico de la estructura en una señal eléctrica, en este caso se ve en un acelerómetro, donde el material piezoeléctrico actúa como un resorte rígido que hace que el transductor tenga una frecuencia resonante o natural [6].



Figura 16. Transductor de carga genérico.

- ◆ Un amplificador de acondicionamiento de señal para llegar a hacer las características del transductor compatibles con la electrónica de entrada del sistema

de obtención de datos digital. Generalmente el acondicionador ya está integrado en estos sistemas específicos.

- ♦ Un analizador para realizar las tareas de procesamiento de señales y análisis modal mediante un programa de computadora apropiado, como se ve en la Figura 16. Un tipo de analizador que generalmente se utiliza es el *analizador de transformada rápida de Fourier* [6].



Figura 17. Analizador de señales dinámicas genérico.

4.5.1. Obtención experimental de la función de respuesta en frecuencia (FRF)

Los sistemas lineales estables se rigen por la siguiente propiedad fundamental: ante una entrada senoidal tienen, en régimen permanente, una salida senoidal de la misma frecuencia, ω , que la entrada:

$$u(t) = R \sin(\omega t) \Rightarrow y(t) = R' \sin(\omega t + \Phi) \quad (\text{ec. 34})$$

Al contrario que la amplitud, R' , y la fase, Φ , de la salida, las de la entrada serán diferentes. La relación entre las amplitudes y fases de las señales de entrada y de salida depende de la función de transferencia $G(s)$ del sistema:

$$R' = R \cdot \|G(j\omega)\|$$

$$\Phi = \angle G(j\omega) \quad (\text{ec. 35})$$

Dónde j hace referencia a la variable compleja

En otras palabras, la representación de amplitud y de fase para todas las frecuencias proporciona una información equivalente a la de la función de transferencia. Y conseguirla de manera experimental es sencilla, una de las formas sería: aplicar un impacto al sistema que es equivalente a excitar todas las frecuencias simultáneamente.

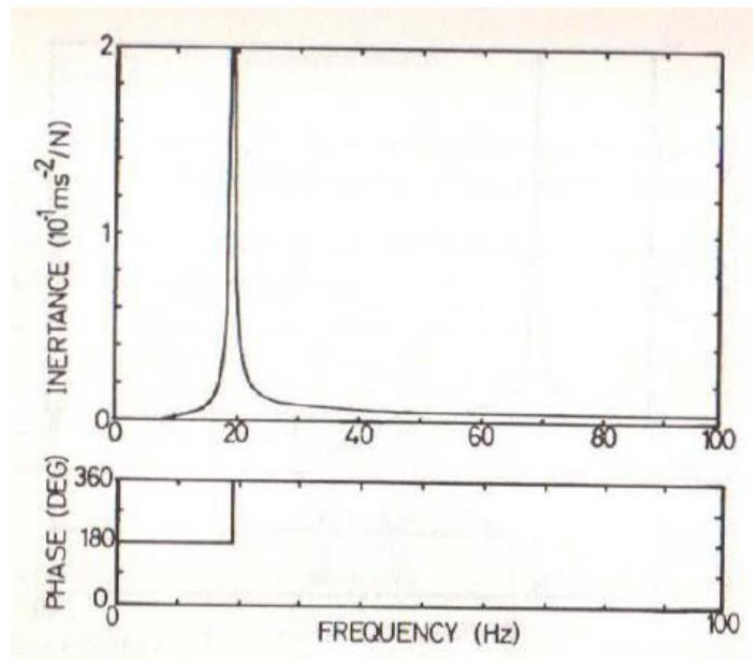


Figura 18. Diagrama de Bode de un sistema de un grado de libertad no amortiguado.

Entre las diferentes maneras de graficar los valores de amplitud, fase y frecuencia es especialmente útil el denominado diagrama de Bode, que consta de dos gráficas, como se ve en la Figura 17, una de amplitud del módulo de la FRF (inertancia) y otra de fase, frente a la frecuencia en escala logarítmica, debido al amplio rango de datos que se tiene. [9]

Los parámetros más característicos de la respuesta en frecuencia son:

1. Pico o cresta de resonancia: valor máximo de la magnitud de la respuesta en frecuencia.
2. Frecuencia de resonancia (ω_n): frecuencia a la que ocurre el pico de resonancia, como se pueden apreciar en la Figura 18:

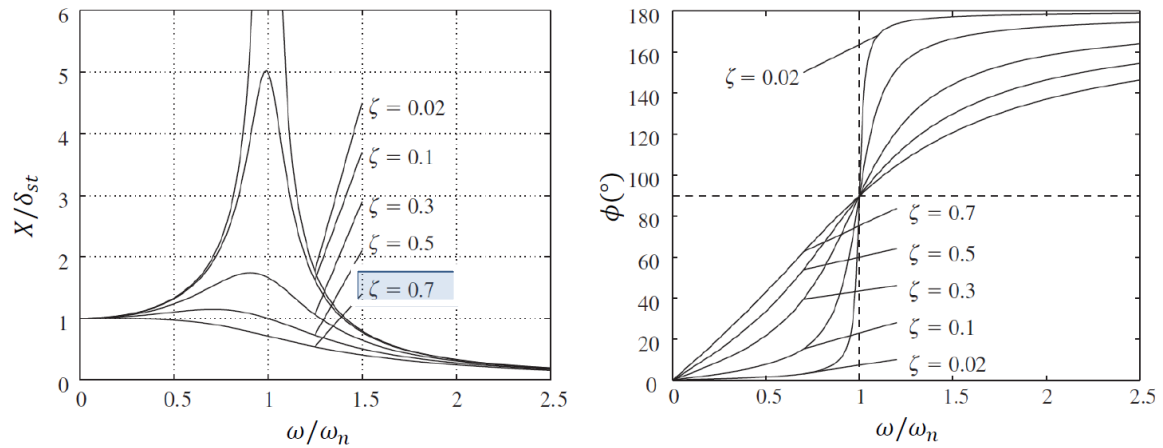


Figura 19. Factor de amplificación y retraso fasorial de la respuesta de un sistema amortiguado sometido a una fuerza armónica.

4.5.2. Tipos de excitaciones dinámicas

Existen una gran variedad de tipos de excitaciones dinámicas, causadas por explosiones, por el viento, por olas, por sismos, por equipos mecánicos y por impacto. En este apartado nos centraremos en los dos últimos tipos.

En las causada por equipos mecánicos, un claro ejemplo sería el oscilador masa-muelle, véase en Figura 19. Usando este modelo, se puede obtener mucha información sobre el comportamiento de los sistemas capaces de vibrar. La distribución de masa y rigidez de los sistemas reales a menudo se puede describir bien utilizando una masa puntual y un resorte sin inercia [14].

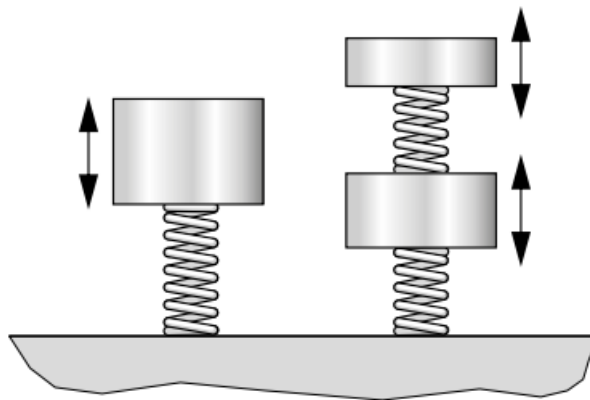


Figura 20. Oscilador Masa-Muelle [14].

Otro ejemplo serían las masas circulatorias, Figura 20, que pueden provocar vibraciones en las máquinas rotatorias. En un rotor flexible, las fuerzas de inercia provocan vibraciones de flexión y resonancia. Además, los giros irregulares pueden estimular vibraciones torsionales [14].

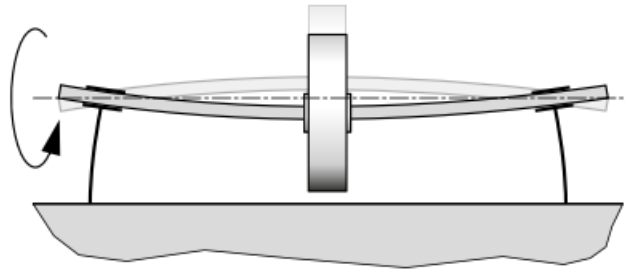


Figura 21. Árbol elástico con disco de masa [14].

Un último ejemplo, dentro de excitaciones mecánicas interesante de ver, sería las vibraciones en máquinas rotatorias, Figura 21 que se pueden producir mediante el equilibrado. Al colocar o retirar masas se intenta que el centro de gravedad y el eje de inercia del rotor coincidan con el eje de giro. Esta medida se tiene especialmente en cuenta porque la balanza elimina la causa de las vibraciones [14].

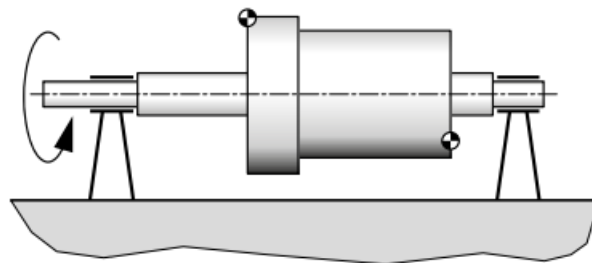


Figura 22. Rotor con puntos para la compensación de masas [14].

En excitaciones causadas por impacto, el dicho excitador puede ser un agitador electromagnético o un martillo de impacto, en el caso particular de este Trabajo Fin de Grado, se utiliza un martillo de impacto, donde en el apartado 5.2.2 se explica con más detalle.

En la Figura 22 se muestra una respuesta de frecuencia típica de una estructura o máquina obtenida con un martillo de impacto [6].

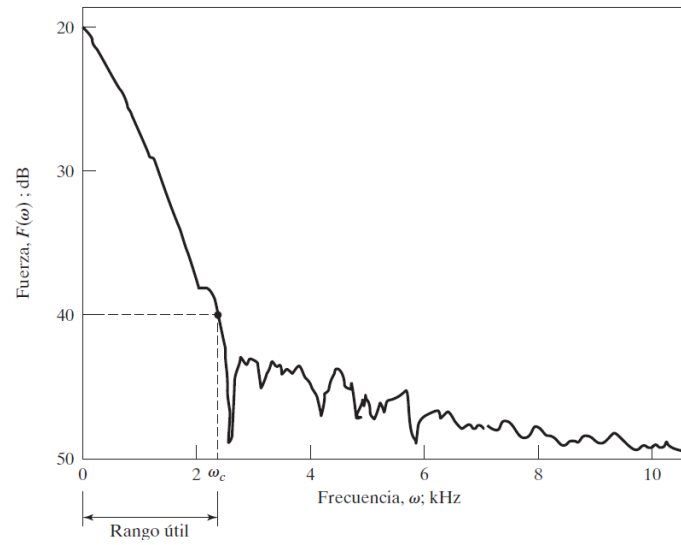


Figura 23. Respuesta de frecuencia de un impulso creado por un martillo de impacto [6].

5. EQUIPO DE MEDICIÓN

5.1. Marco de carga

El bastidor para ensayos de carga Gunt SE-100 se ha diseñado concretamente para realizar ensayos en los ámbitos de las estructuras de acero y la ingeniería civil. Está fabricado especialmente para elementos constructivos grandes a escala 1:1. [10]

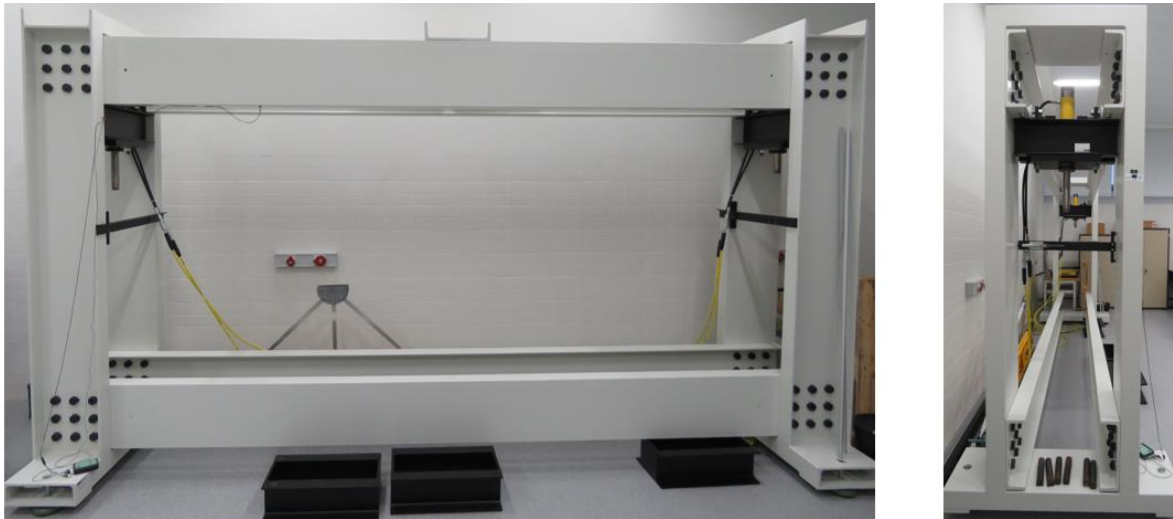


Figura 24. Marco de carga Gunt SE-100 del laboratorio de estructuras en alzado y perfil.

El bastidor o marco se entrega desmontado en grupos prefabricados y se monta in situ. Esto permite transportar las diferentes piezas a través del ancho habitual de una puerta. El marco se sostiene sobre cuatro pies ajustables con aislamiento de vibraciones, esto se impone en gran parte para evitar la transferencia de las vibraciones de la máquina al entorno y viceversa.

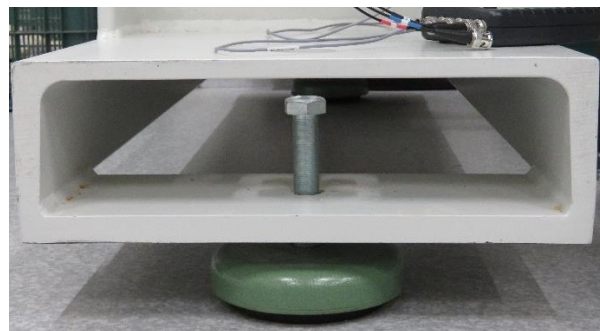


Figura 25. Pie ajustable con aislamiento de vibraciones.



Su gran área de trabajo está efectuada como bastidor doble, de forma que también se pueden examinar componentes de amplia longitud. El diseño del bastidor permite montar los ensayos rápidamente y de manera muy simple. En combinación con los accesorios y el dispositivo de carga, las posibilidades de uso son infinitas. El dispositivo de carga de accionamiento hidráulico, disponible en el accesorio SE100.12, incluye dos cilindro hidráulico de doble efecto y una bomba de accionamiento que se monta sobre una mesa, los cuales no se utilizarán para este proyecto [10].

Tabla 1. Datos Técnicos del Marco de Carga [10].

Bastidor	Fuerzas de ensayo	Dimensiones y pesos
Perfiles de acero: U 400, St52	Posición central: máx. 300kN	LxAnxAI:5000x1350x2820mm
Agujero del bastidor AnxAI: 4100x1700mm	Posición no central: máx. 2x 200kN	Peso: aprox. 2600kg

5.2. Equipo de medida

5.2.1. Acelerómetros

Los acelerómetros son transductores que miden la aceleración en un punto de un elemento que oscila gracias a una señal eléctrica que es proporcional a la aceleración. Estos transductores son fuertes, compactos, ligeros y disponen de un rango de respuesta a la frecuencia extensa. Estas cualidades lo hacen perfecto para múltiples aplicaciones, siendo uno de los transductores más empleados [5].

Dependiendo de su construcción y principio de funcionamiento, existen distintas tipologías de acelerómetros. El más frecuente y el que se utiliza en este proyecto es el acelerómetro piezoeléctrico.

En otras palabras, los acelerómetros son dispositivos de medida inerciales que miden el movimiento relativo de su masa respecto a la base sobre la que están situados. Al someterse a una vibración, la masa aplica una fuerza variable sobre el cristal piezoeléctrico

que es directamente proporcional a la aceleración. Al mismo tiempo, la carga producida por el cristal es proporcional a la fuerza sobre el mismo [5].

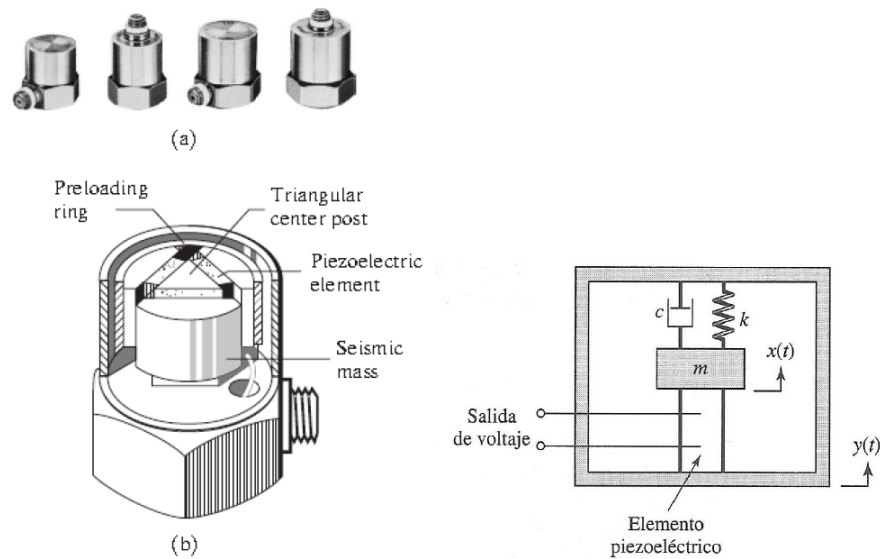


Figura 26. (Izda.) Construcción interna de un acelerómetro. (Dcha.) Esquemmatización de un acelerómetro [5].

En este proyecto, se trabaja con dos modelos de acelerómetro piezoeléctricos. Uno de ellos es unidireccional, y el otro permite medir en tres direcciones ortogonales, midiendo así los desplazamientos verticales y horizontales de la viga, sin necesidad de captar el desplazamiento de profundidad. Las características se presentan en la Tabla 2

Tabla 2. Características técnicas de los acelerómetros utilizados.

	B&K4524B			B&K4507
	x	y	z	
Rango de aceleración (g)	±50	±50	±50	±71
Sensibilidad(mV/g)	100.1	98.09	95.65	95.4
Frecuencia Natural (kHz)	18	9	9	18
Rango de Frecuencia (Hz)	0.2-5500	0.25-3000	0.25-3000	0.3-6000



5.2.2. Martillo Instrumentado

Un martillo de impacto o instrumentado es un actuador con una célula de carga en su cabeza. Al golpear con un martillo, los elementos mecánicos se excitan en un amplio rango de frecuencias. La célula de carga generará una señal que puede ser captada por el analizador [5].

Aunque el martillo de impacto sea sencillo, económico y mucho más fácil de utilizar que un agitador, cabe la posibilidad de que no sea capaz de impartir suficiente energía para obtener señales de respuesta adecuadas en el rango de frecuencia de interés. Otra de las complicaciones que pueden surgir es controlar la dirección de la fuerza aplicada con el martillo de impacto [6].



Figura 27. Martillo de impacto.

En el caso del agitador o Shaker se usa principalmente para para el análisis sísmico, dinámica estructural, búsqueda de frecuencias de resonancia, mecánica estructural, etc. Dependiendo de su funcionamiento pueden clasificarse como mecánicos, electromagnéticos, electrodinámicos o hidráulicos.

Es obvio que para los ensayos que se han realizado en este Trabajo Fin de Grado, el martillo de impacto es mucho más apropiado, por la disponibilidad de moverlo por donde se quiera, sin ser tan aparatoso.

El martillo de impacto se puede emplear para golpear o impactar la estructura que se está utilizando para producir un amplio rango de frecuencias sin producir el problema de carga de masa. Con el transductor de fuerza insertado en la cabeza del martillo se puede decretar la fuerza de impacto provocada por el martillo de impacto, la cual es casi similar a la masa de la cabeza del martillo y la velocidad de impacto [6].

La respuesta de la estructura a un impulso se compone de excitaciones a cada una de las frecuencias naturales de la estructura.



Figura 28. Masa extra que se atornilla al martillo.

El martillo que se ha utilizado es un 8206-003 de Brüel&Kjaer con célula de carga piezoeléctrica. El martillo permite el intercambio de puntas de impacto, Figura 28, y también tiene una masa adicional de 40 gramos para aumentar el impacto, como se puede ver en la Figura 27. Cada punta permite diferentes condiciones de impacto. Dado que la respuesta de frecuencia del impacto depende de la rigidez y la estructura del martillo, estas puntas de diferente rigidez permiten ajustar el rango de frecuencias de excitación en consecuencia. Los

tres tipos de puntas disponibles están hechos de tres materiales diferentes, en orden de dureza de menor a mayor firmeza: goma, plástico y aluminio.

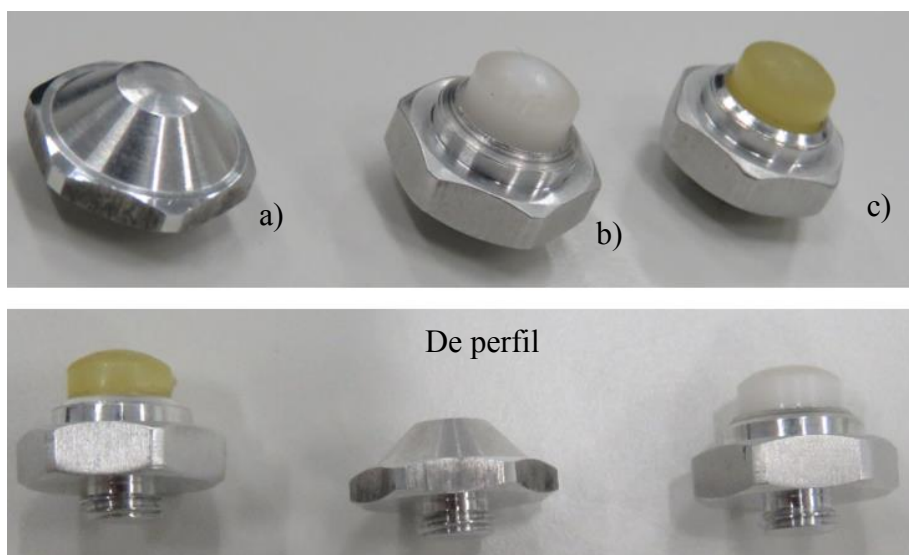


Figura 29.a) Punta de aluminio. b) Punta de plástico. c) Punta de goma

Las características técnicas martillo útiles para los ensayos del se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 3. Características técnicas del martillo.

B&K 8206-003	
Sensibilidad	1319mV/N
Rango de medida	4448N
Margen de error	$< \pm 1\%$

Como se muestra en la Figura 29, la magnitud y duración del choque depende de la rigidez de la punta y, por lo tanto, del rango de frecuencia que permite la excitación [5].

En este caso se ha utilizado la punta de goma para así poder captar mejor bajas frecuencias, la punta de goma capta mejor las bajas frecuencias, la punta de plástico a medias frecuencias y la de aluminio a altas frecuencias, cosa que se puede observar en la Figura 29 b (200, 2000 y 8000 Hz apróx. Según se ve en la figura).

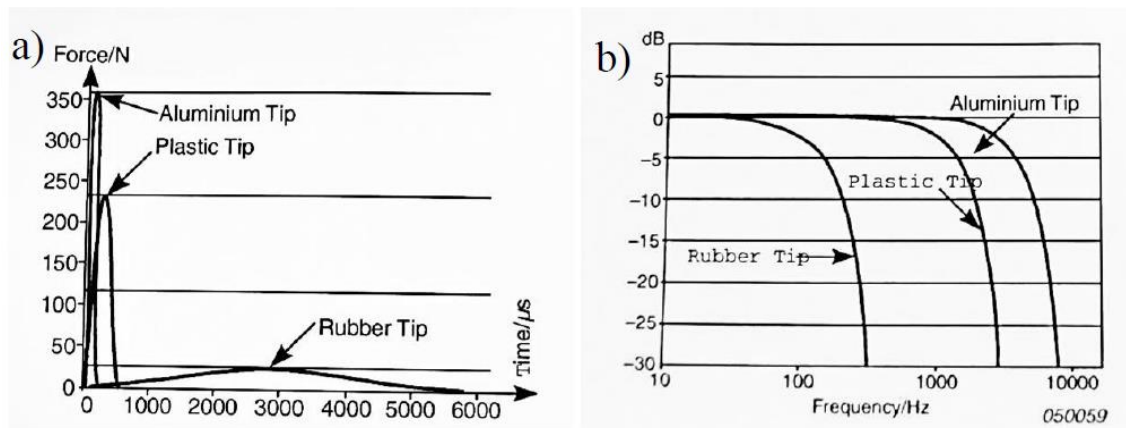


Figura 30. (a) Señal típica de impacto de cada punta. (b) Espectro típico de impacto de cada punta [5].

5.2.3. Analizador Photon

El analizador Photon+, de la firma Brüel&Kjaer es un analizador en tiempo real, portátil, y su función es analizar vibraciones y ruidos. Dispone de conexión USB para conectarlo al ordenador controlador. Consta de cuatro canales de entrada y un canal de salida que se puede utilizar como fuente de señal. El analizador es multifuncional y permite el análisis en tiempo real, el registro de datos y el postprocesamiento [5].

RT Pro Photon es el programa controlador del analizador. Presenta varias aplicaciones que cubren funciones tales como el análisis dinámico de señales, adquisición de datos modales, análisis medioambiental y análisis acústico. También dispone de herramientas útiles en este tipo de análisis como son distintas funciones de *trigger* y de promediado.

En este proyecto, se ha trabajado con el módulo de procesado en tiempo real Signal Analysis and Waveform Source, dentro de Modal Data Acquisition. Con esto, se han registrado señales en distintos ensayos provenientes de los acelerómetros y el martillo instrumentado, obteniendo las FFT (*Fast Fourier Transform*) de las mismas y FRF (*Frequency Response Function*) entre señales de entrada y salida. [5]

El analizador toma una señal analógica que convierte a digital de acuerdo con la configuración de puntos y espectro seleccionados en el software RT Pro Photon, del cual se dará más información en la sección 7.1.1. de este Trabajo Fin de Grado. Esta configuración requiere un tamaño o período de la muestra, llamada *frame* en el programa. Cada *frame* es

una unidad independiente que el programa examina y procesa para así mostrar los resultados FFT y FRF correspondientes [5].



Figura 31. Analizador Brüel & Kjær Photon+



6. MODELO NUMÉRICO

6.1. Introducción FEM

El método de los elementos finitos es uno de los métodos más utilizados en ingeniería y física para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales. Aunque se puede usar en cálculos a mano, cuando se utilizan ordenadores, es cuando permite la resolución de problemas sobre geometrías complejas. Hay una gran variedad de problemas a los que puede aplicarse, se usa en el diseño, mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. En ingeniería permite cálculos tan diversos como tensiones, transferencia de calor, fluidodinámica....

La generalización del uso de ordenadores y el buen incremento en la potencia de cálculo, ha permitido que el FEM haya desarrollado una increíble precisión. Al mismo tiempo, han ido apareciendo una gran cantidad de software, cada vez más especializados, que permiten realizar cálculos con elementos finitos de una manera sencilla [16].

Los tipos de problemas a los que se puede aplicar han aumentado mucho, y el requisito básico es conocer de antemano la ecuación constitutiva y la ecuación de evolución temporal del problema [12].

El Método de los Elementos Finitos (MEF en español o FEM en inglés) es un método numérico general para aproximar las soluciones de ecuaciones diferenciales parciales utilizadas en diversos problemas de ingeniería física [16].

El medio continuo se fracciona en un número finito de partes, o elementos, cuyo comportamiento se define mediante un número finito de parámetros asociados a ciertos puntos característicos, denominados nodos. Los nodos son los puntos de unión entre elementos contiguos.

El MEF, en resumen, se basa, en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado, esta transformación se designa como discretización del modelo. Por otra parte, las incógnitas del problema se aproximan en cada elemento por

combinaciones de funciones definidas en los nodos del mismo, así se disminuyen las variables al conocimiento de un número determinado y finito de puntos. Esto se denomina discretización matemática [16].

Se sabe que el incremento de métodos numéricos en varios campos de la ingeniería ha reducido los costos de los proyectos y predicho fallas en una etapa temprana. Concretamente, uno de ellos es el método de elementos finitos (FEM) utilizado en el análisis modal y estructural con excitación dinámica. Por lo tanto, ha sido deseable explorar estos métodos [5].

Un ejemplo de aplicación sería la Figura 31:

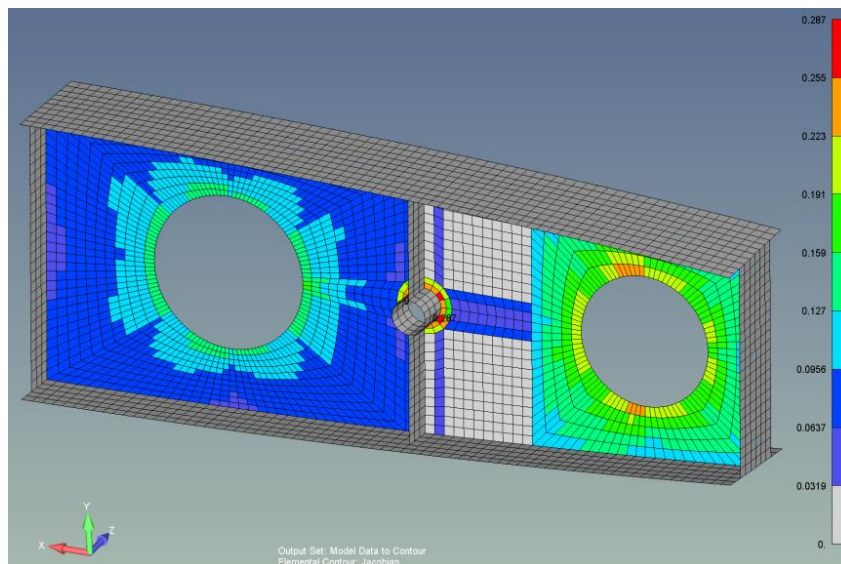


Figura 32. Discretización física de un sólido perforado.

Un software de elementos finitos posee tres módulos de trabajo:

- ♦ *Pre-procesador*: donde se construye el modelo para realizar el cálculo, definiendo la geometría y los materiales que se van a emplear, seleccionando el tipo de elemento, generando la malla y aplicando las cargas y condiciones de contorno al modelo.
- ♦ *Calculador*: donde se realiza el cálculo FEM y se generan las soluciones, seleccionando el tipo de cálculo y configurando los parámetros de este.[16]
- ♦ *Post-procesador*: donde se representan visualmente los resultados y permite la interpretación sencilla de estos [16].

En este Trabajo Fin de Grado, este método se ha llevado a cabo para analizar los movimientos de la estructura bajo oscilaciones en los primeros modos de vibración, gracias a un mallado que logra pasar por los puntos exactos que se han impuesto previamente, ya que estos son los que han sido analizados experimentalmente en el laboratorio.

El análisis que ha hecho es para caracterizar la estructura con el fin de poder usarla para cargas dinámicas y esas cargas generalmente sean a frecuencias bajas. Esto delimita el alcance de la caracterización que se quiere hacer

6.2. Modelado de la estructura en Catia

6.2.1. Geometría

Las dimensiones exteriores de la estructura son 5000mm de ancho (de extremo a extremo de los perfiles en U), 1350mm de profundidad y 2800mm de alto, como se indica en el apartado 5.1. y en Catia se ha hecho a escala 1:1

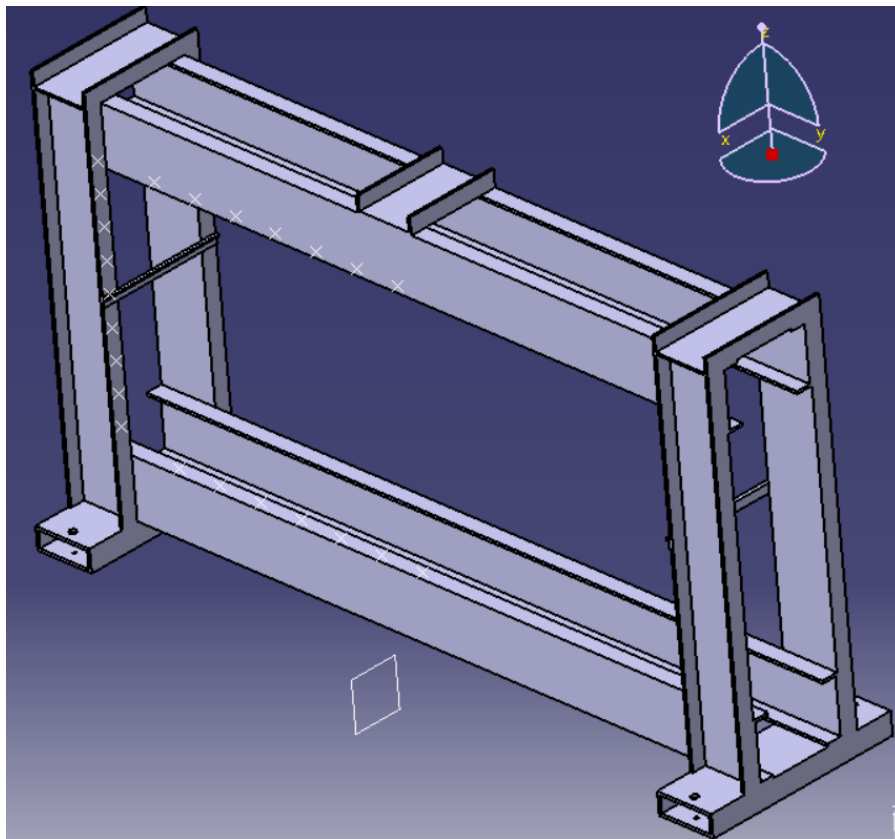


Figura 33. Marco de carga modelado en Catia.

Las cruces que se ven en blanco son los puntos de la estructura que se han analizado, donde se ha forzado la presencia de nodos en el mallado, concretamente, 9 puntos en la viga vertical separados 20 centímetros unos de otros y 7 puntos tanto en la viga horizontal superior como en la inferior, separados entre sí unos 30 centímetros.

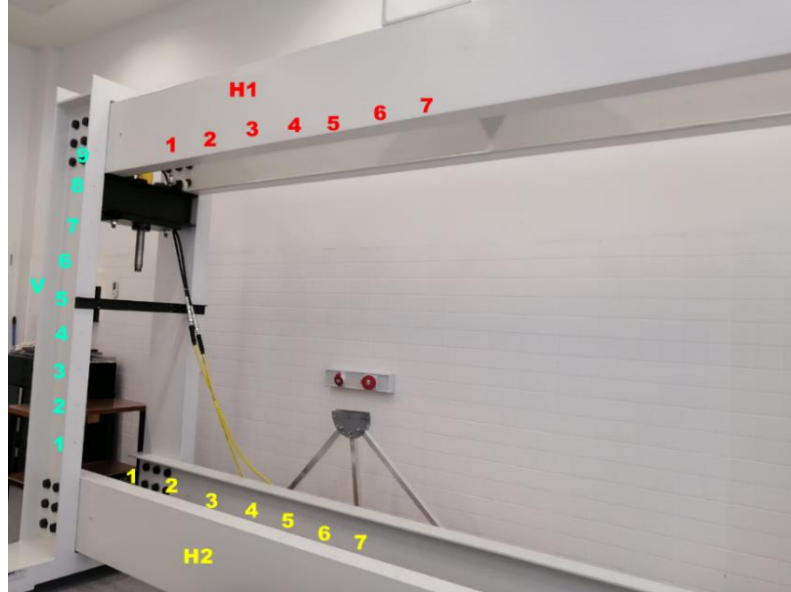


Figura 34. Puntos de medida en las vigas horizontales y vertical en la realidad.

En la Figura 34 se muestran las cotas reales del marco configuradas en el software Catia en el apartado de *Drafting*.

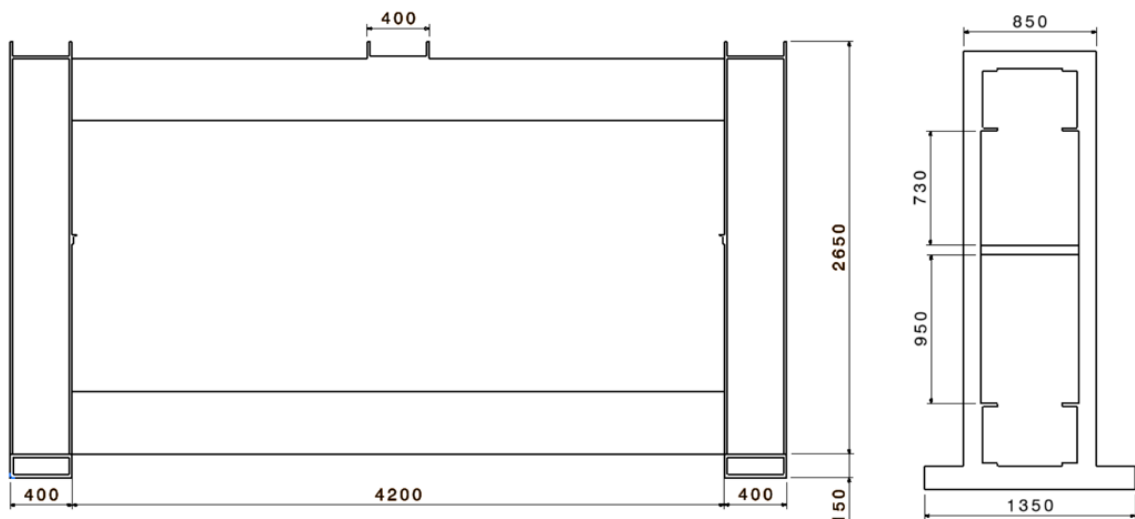


Figura 35. Vistas alzado y perfil con cotas en Catia.

Todas las vigas son perfiles UPN 400 con diferentes longitudes, a excepción de dos pequeñas vigas en L de tamaño 60 que hacen de refuerzo en las vigas verticales, véase en la Figura 35, y sirven para poder realizar ensayos de carga, utilizando estas dos vigas en L de apoyos.

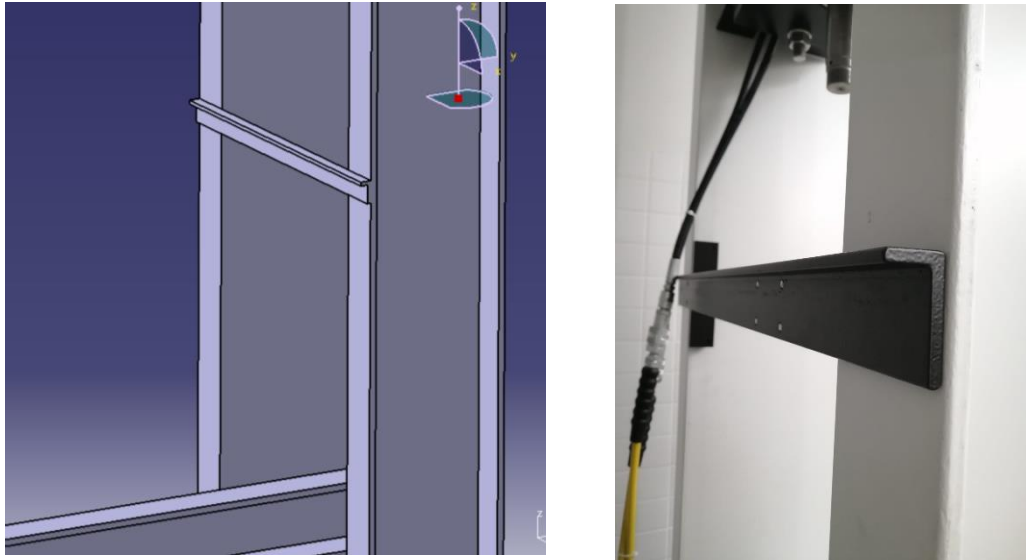


Figura 36. Viga en L. Izqda modelado en Catia. Drcha en la realidad.

A continuación, se muestran las vistas superior e inferior del marco:

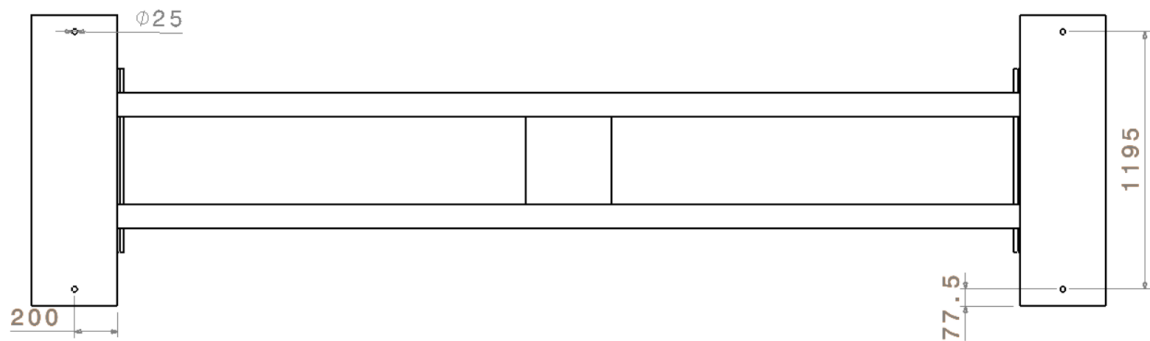


Figura 37. Vista inferior con cotas en Catia.

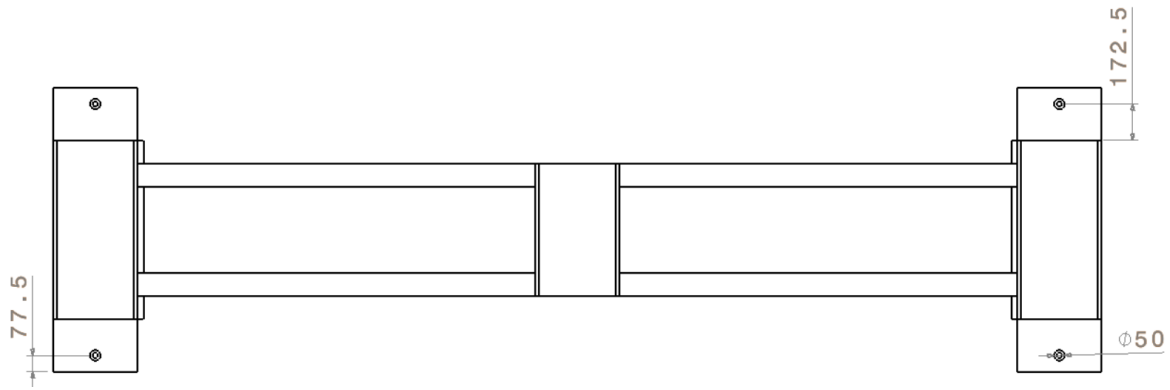


Figura 38. Vista de la planta con cotas en Catia.

6.2.2. Mallado

6.2.2.1. Influencia del tamaño de la malla

En este apartado se explica cómo afecta el tamaño del mallado en el análisis de la estructura.

Para ello se ha aplicado una carga vertical, en los cuatro casos de diferentes tamaños de malla, en dirección -Z (Vertical) en el primer punto de la viga horizontal de la parte superior, de valor, 1 Newton. La geometría del mallado, ha sido igual para todos los casos, de forma tetraédrica linear de 4 nodos, que elemento más significativo para estos análisis, y se han seleccionado tamaños desde 20mm hasta 50mm, subiendo 10mm en cada análisis.

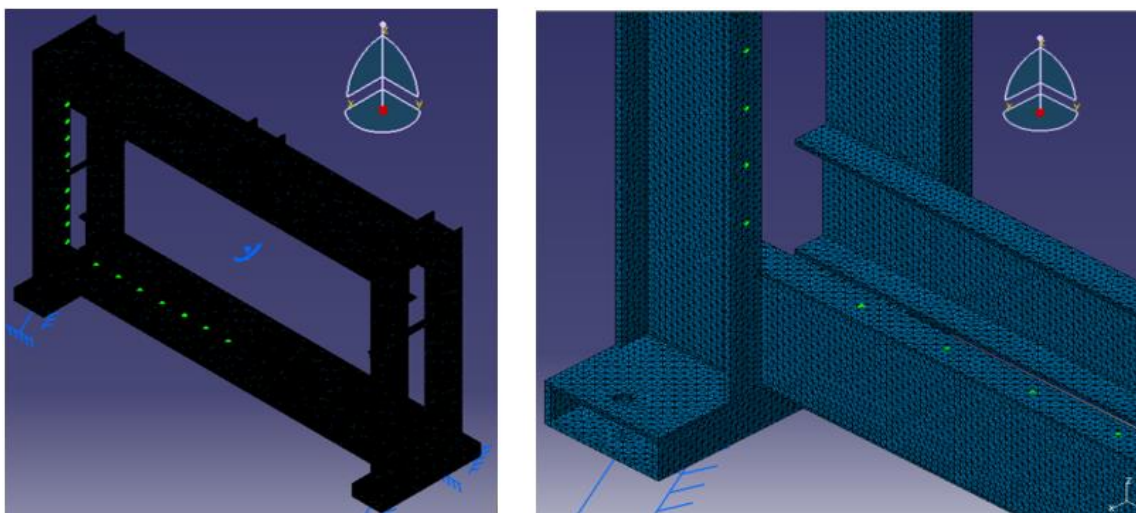


Figura 39. Mallado de 20 mm

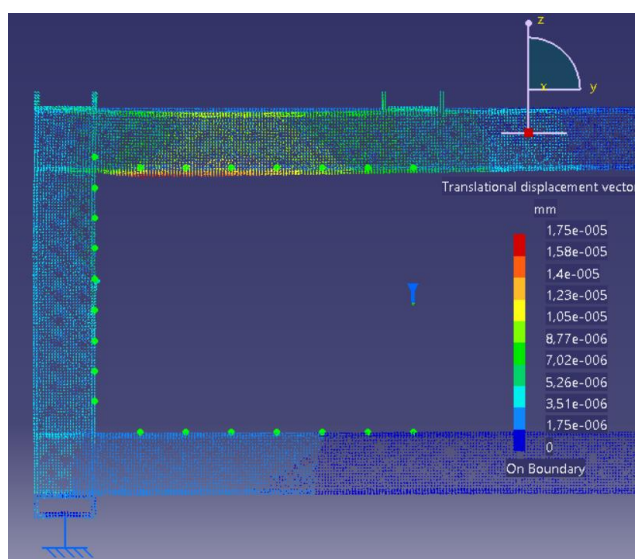


Figura 40. Carga de 1N en mallado de 20mm

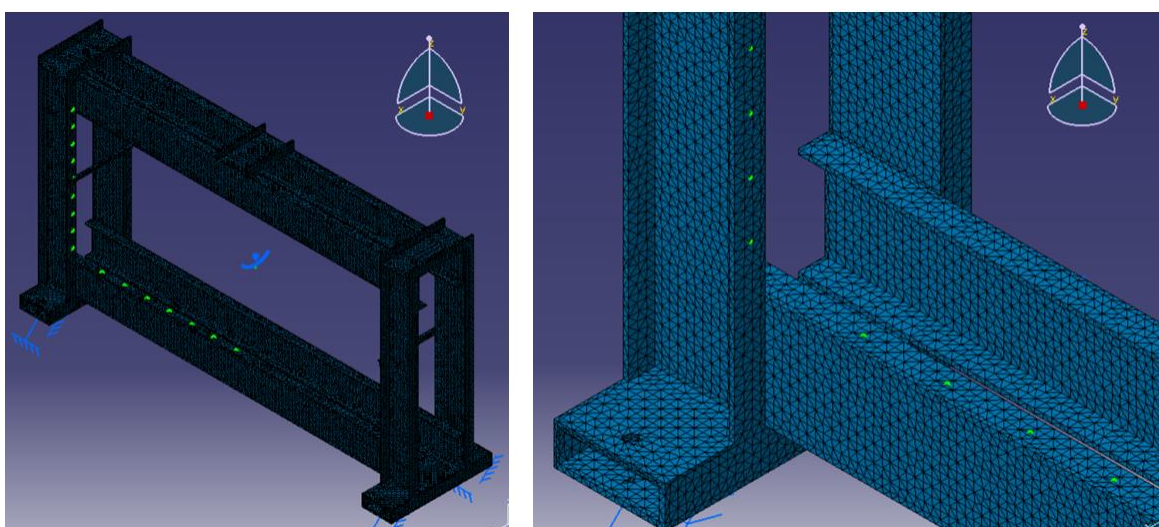


Figura 41. Mallado de 30mm

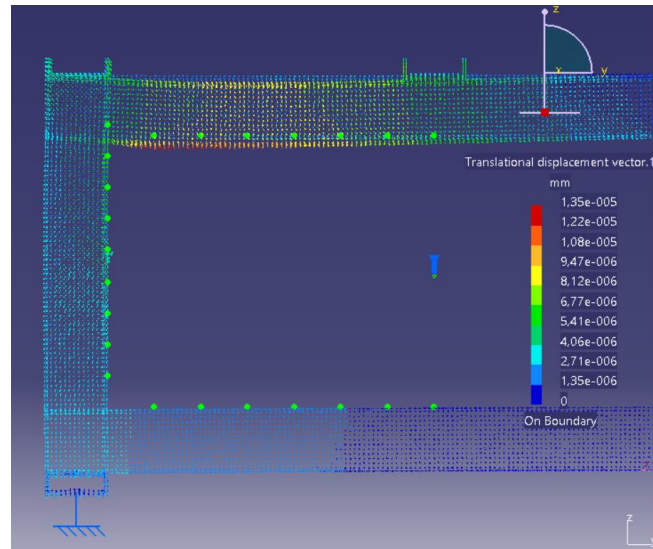


Figura 42. Carga de 1N en mallado de 30mm.

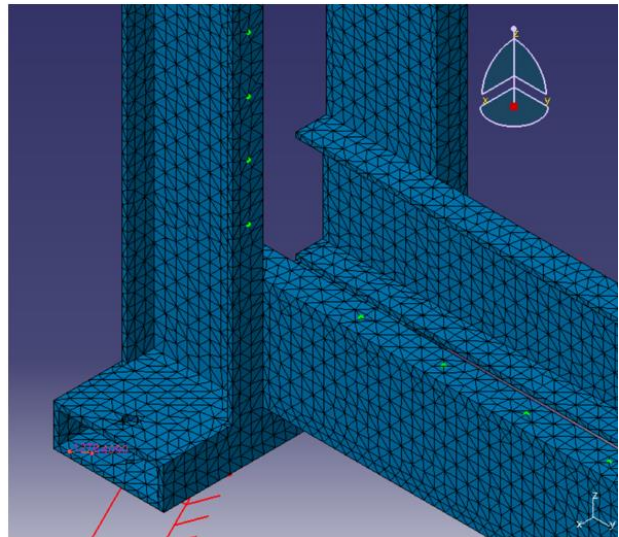
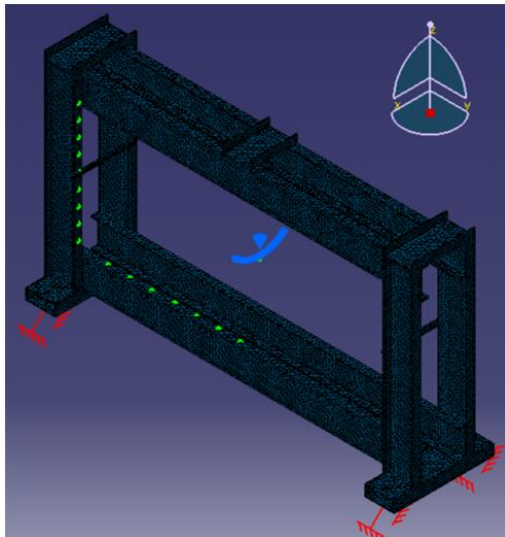


Figura 43. Mallado de 40 mm

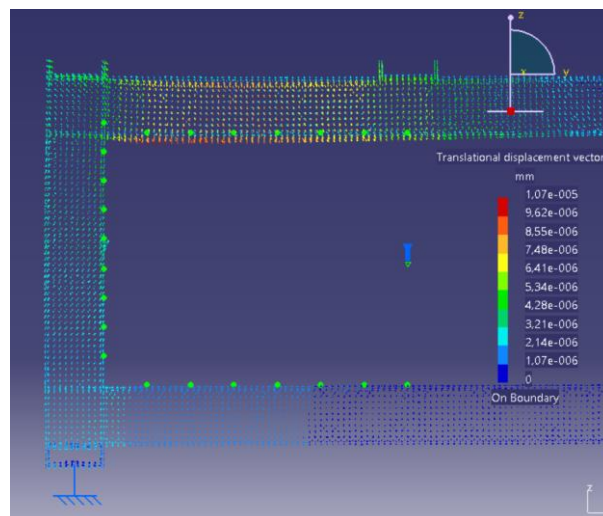


Figura 44. Carga de 1N en mallado de 40mm

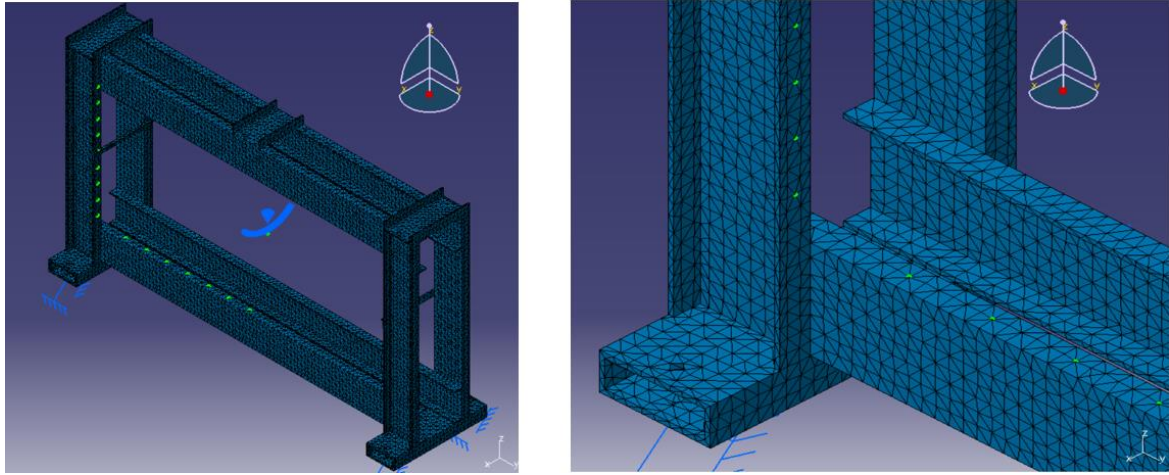


Figura 45. Mallado 50mm

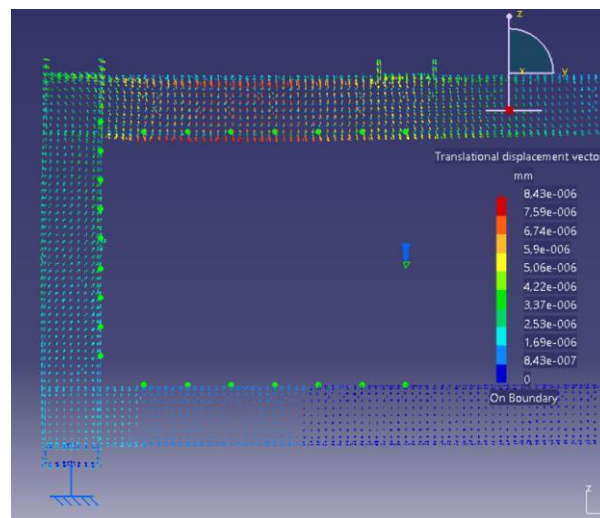


Figura 46. Carga de 1N en mallado de 50mm

Tabla 4. Datos de desplazamiento de viga horizontal superior.

Desplazamiento vertical máximo en el punto			
Malla 50 mm	Malla 40 mm	Malla 30 mm	Malla 20 mm
0.834 * 10⁻⁵m	1.07 * 10 ⁻⁵ m	1.35 * 10 ⁻⁵ m	1.75 * 10 ⁻⁵ m

Comparando los cuatro desplazamientos máximos del mismo punto con la carga de un newton aplicada, se puede corroborar que cuanto menor sea el tamaño de la malla, más preciso es el desplazamiento, por ello se puede apreciar que este desplazamiento es mayor.

Se ha elegido el tamaño de malla de 30mm ya que es uno de los que da una mejor precisión del desplazamiento. No se ha trabajado con el de 40 o 50 por motivos computacionales, porque a mayor tamaño de malla, más se tarda en cargar los resultados, a nivel que el software no respondía y se cerraba. Y en el caso del mallado de 20mm solo se ha calculado para comprobar que la tendencia del desplazamiento va ascendiendo.

El refinado de malla hubiese permitido utilizar un mallado mucho más fino en los puntos de aplicación de las cargas y en las zonas de aplicación de las condiciones de contorno. Esto hubiese sido útil dado el coste computacional que había y la diferencia de resultados con las mallas estudiadas, además de que el PC utilizado en estos resultados presentaba problemas de memoria con mallado más fino. Sin embargo, no se ha realizado refinado de malla porque no es el objetivo fundamental de este Trabajo Fin de Grado y la mayor parte del mismo se ha centrado en el análisis experimental y comparativa teórico-experimental.

6.2.3. Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno a las que se ha sometido la estructura en Catia han sido empotramientos en los orificios de las bases donde se alojan los espárragos de las patas, como se muestra en la Figura 46.

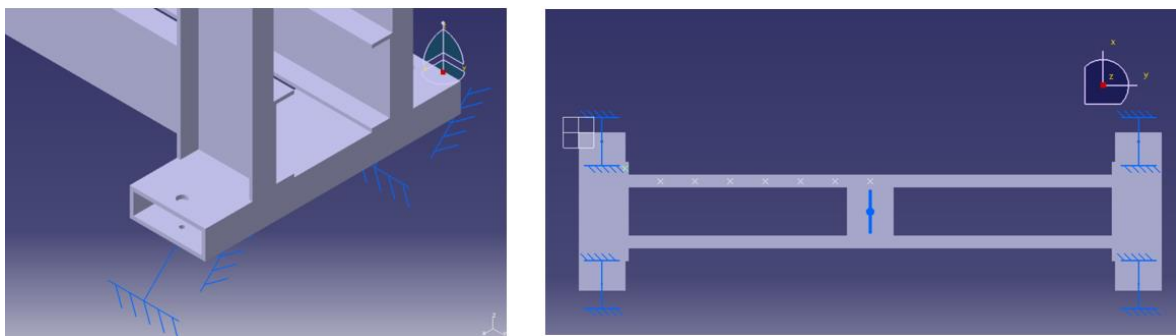


Figura 47. Apoyos empotrados.

Un empotramiento es una forma de conectar un sólido inmóvil a otro sólido con respecto al mismo marco de referencia fijo, eliminando por completo la posibilidad de que un sólido se mueva con respecto al otro en el punto de empotramiento. En el caso del modelo FEM, los nodos empotrados de la malla tienen impedidos cualquier grado de libertad.



Figura 48. Apoyo del marco en la realidad.

6.2.4. Análisis Modal

De las 500 frecuencias naturales que se calcularon en Catia se han elegido las siguientes 10 que son las que más se aproximan a las experimentales, las cuales hacen picos de resonancia en las gráficas de estas, donde se hará la comparativa de forma detallada en el punto 8.

Es importante destacar, además, que no se han seleccionado modos de vibración con componente "Y", es decir, fuera del plano de la estructura.

Las Figuras que se muestran a continuación son los modos de frecuencia escogidos en Catia, y los valores que se sitúan sobre las Figuras, son los valores reales de frecuencias que se han seleccionado y analizado de forma experimental con Matlab, y corresponden a los valores aproximados de Catia.

Un detalle a distinguir, es que el factor de amplificación que se pone en la simulación, es superior en los modos de frecuencia de 98, 117 y 133,5 Hz, para que al comparar los movimientos con los experimentales se vean mucho más similares.

Dichos modos han sido seleccionados ya que en las gráficas de receptancia se veía un mayor desplazamiento, siendo alguna de estas frecuencias donde el marco de carga entraría en resonancia.

31Hz

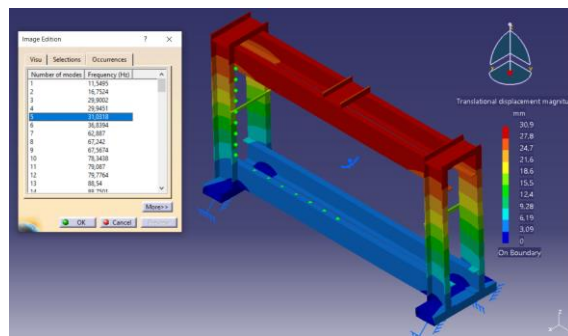


Figura 49. Modo de vibración N°5

60.5Hz

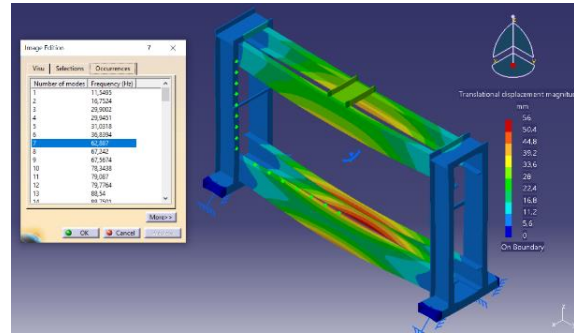


Figura 50. Modo de vibración N°7.

69.5HZ

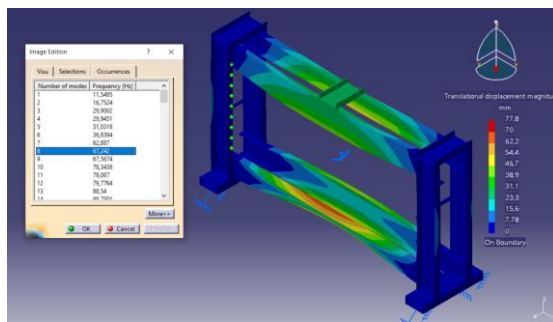


Figura 52. Modo de vibración N°8

77.5HZ

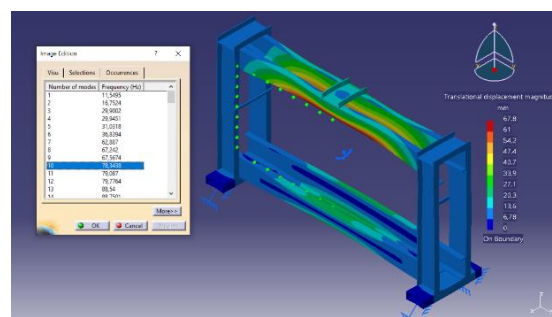


Figura 51. Modo de vibración N°10

80.5Hz

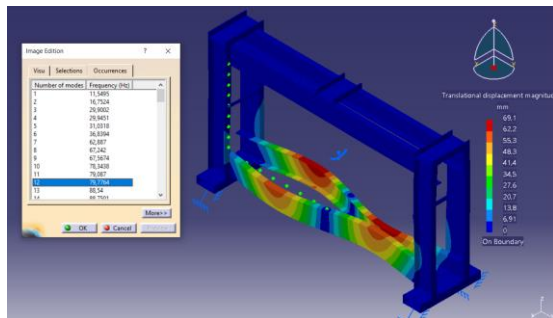
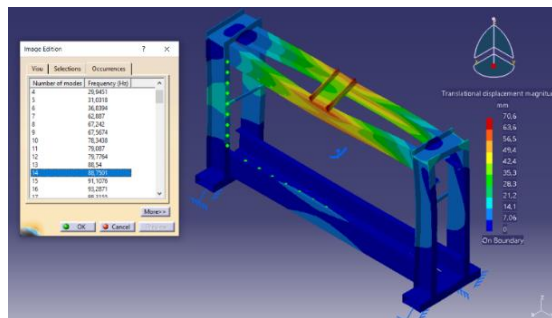


Figura 53. Rango de modos de vibración entre 79 y 88Hz



En el caso de 80.5Hz se han seleccionado dos modos de frecuencia, un rango entre 79.77Hz y 88.75Hz, como se puede ver en la Figura 52, ya que el desplazamiento que sufre de forma experimental es una combinación de estos ambos modos.

94Hz

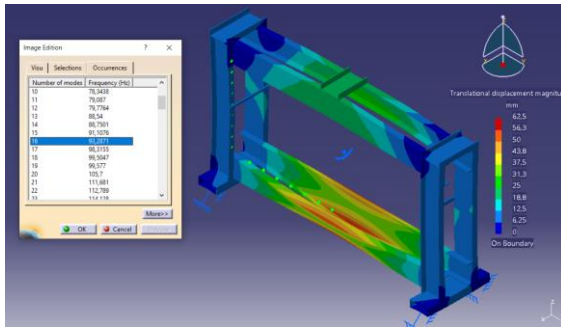


Figura 55. Modo de vibración N°16

98Hz

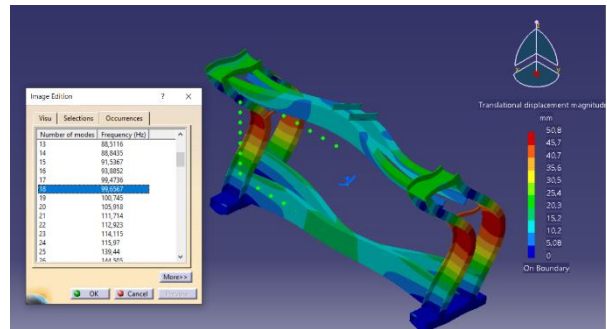


Figura 54. Modo de vibración N°18

117Hz

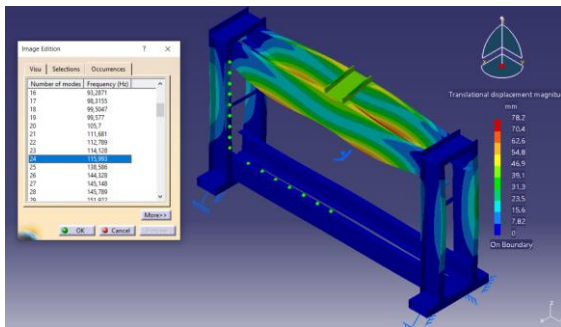


Figura 57. Modo de vibración N°24.

133.5Hz

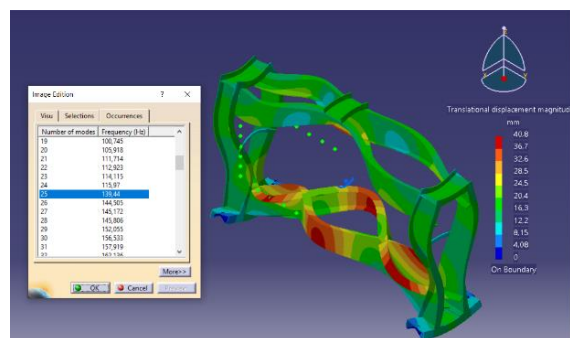


Figura 56. Modo de vibración N°25.

6.2.5. Análisis de la respuesta en frecuencia

Para realizar un análisis de la respuesta en frecuencia en el software Catia se realizan tres casos.

Primero se resuelve un caso estático, donde se aplican las condiciones de contorno, en este caso, donde está apoyada la estructura, y se impone una carga unitaria en el punto de la estructura que se vaya a analizar.



Figura 58. Caso estático Catia.

Seguidamente se resuelve un caso en frecuencia, donde se obtienen los modos de vibración de la estructura manteniendo las condiciones de apoyo del caso estático. En este caso no se ve implicada la carga que se le ha impuesto en el apartado anterior.

Principalmente, se ha analizado el desplazamiento del marco dependiendo de la frecuencia que a la que esté sometido, pero aunque se pueden obtener los valores de tensiones y deformaciones unitarias, este estudio se limita al análisis de los desplazamientos.

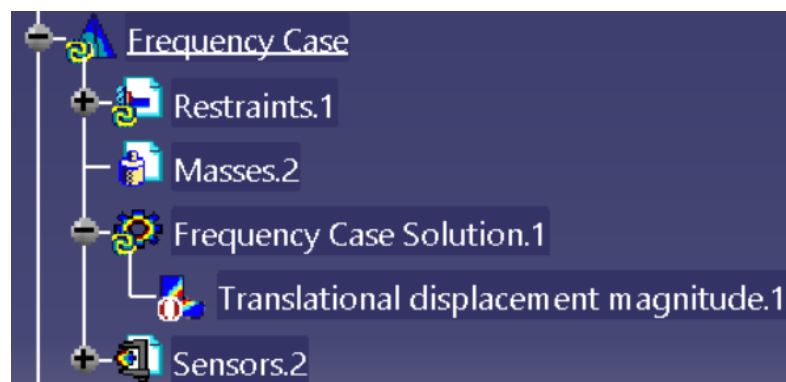


Figura 59. Caso en Frecuencia Catia.

Por último, se resuelve un caso de respuesta dinámica armónica (Harmonic Dynamic Response Case). Aquí se obtienen las gráficas de acelerancia, receptancia o movilidad, del punto al que se le haya aplicado la carga en el caso estático, en el rango de frecuencias deseado.

Para obtener esos resultados se utiliza la modulación de la carga del caso estático de tipo uniforme, es decir, la amplitud de la carga es constante para todo el rango de frecuencias, la solución del caso del análisis modal y un amortiguamiento modal, que por defecto se ha dejado a 1%, y se define como el cociente de amortiguamiento crítico C_{cr} para cada modo. Este amortiguamiento crítico C_{cr} se define como la menor cantidad de amortiguamiento que produce que un sistema vuelva a su posición de equilibrio sin oscilar.

El cociente de amortiguamiento modal varía de 0.01 (para sistemas con un amortiguamiento bajo) a 0.15 o superior (para sistemas con un amortiguamiento alto).

Teniendo los datos experimentales, se ha elegido el cociente más bajo ya que es más conservador dado que los cocientes altos reducen las amplitudes de vibración. Comunmente, la omisión de amortiguamiento da como resultado una estimación conservadora de la respuesta del sistema.

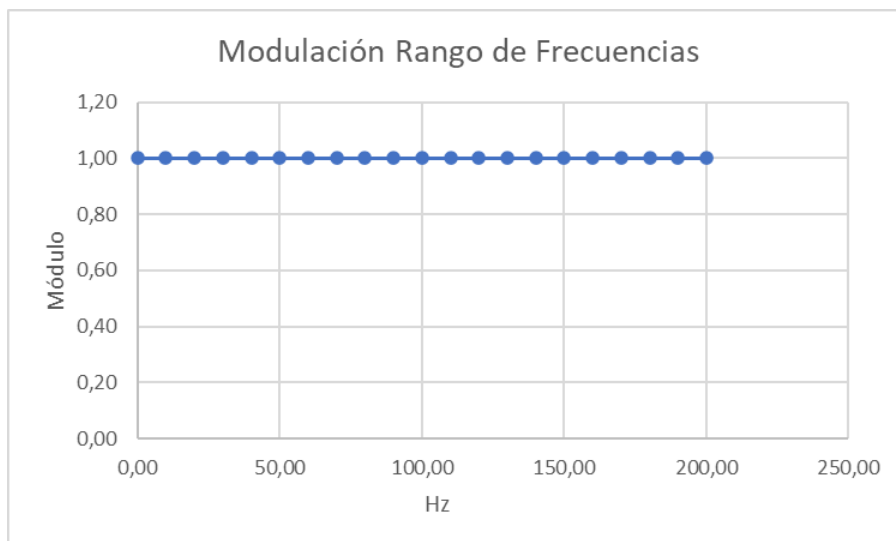


Figura 60. Gráfica de la modulación constante en 1 para todo el rango de frecuencias.

El rango de frecuencias que se ha analizado ha sido de 0 a 200 Hz ya que se han seleccionado los primeros 10 puntos máximos de desplazamientos y estaban dispuestos en las frecuencias menores a 200 Hz .

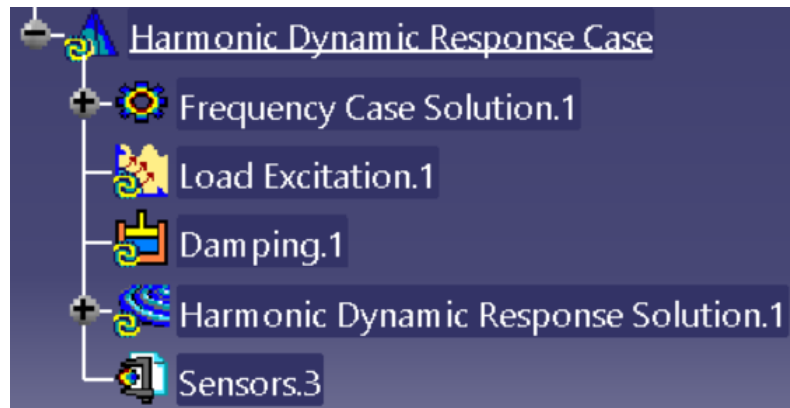


Figura 61. Caso de Respuesta Dinámica Armónica Catia.

Tras esta explicación, a continuación, se muestran 3 gráficas con resultados a modo de ejemplo de lo que se obtiene de la FRF (receptancia, acelerancia y movilidad), Figuras 61, 63 y 65. La discusión detallada de estos resultados se hará en el punto 8. Comparativa Teórica-Experimental.

Estos datos han sido extraídos para analizarlos conjuntamente con los experimentales en el software Matlab, donde en puntos posteriores se compararán con los experimentales.

A continuación, se muestran las gráficas en Catia y en Matlab habiendo exportado los datos de Catia para poder obtener las gráficas con una mejor resolución.

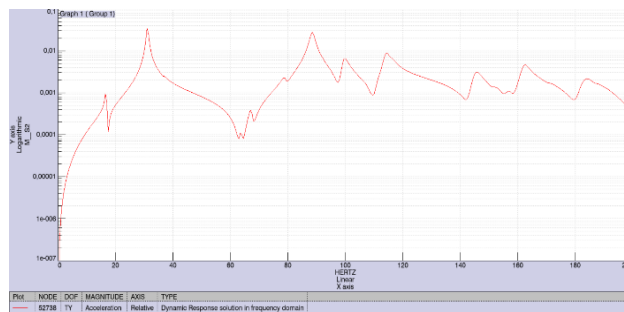


Figura 62. Receptancia del punto 9 en la viga vertical
Catia

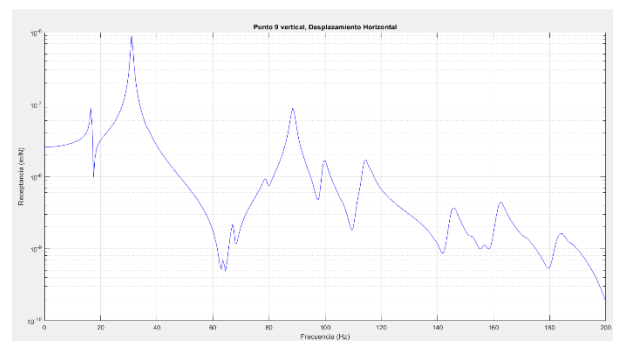


Figura 63. Receptancia del punto 9 en la viga vertical
Matlab.

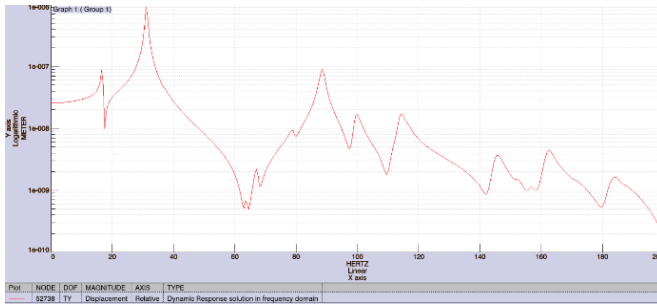


Figura 64. Acelerancia del punto 9 en la viga vertical Catia.

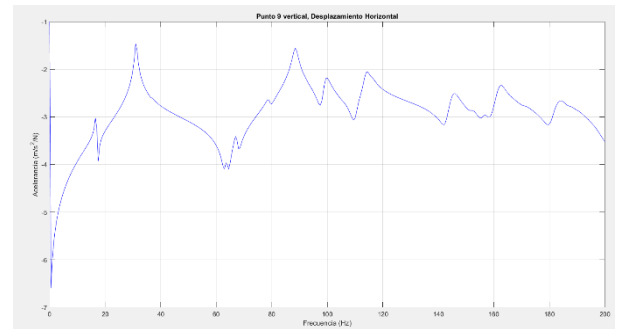


Figura 65. Acelerancia del punto 9 en la viga vertical Matlab.

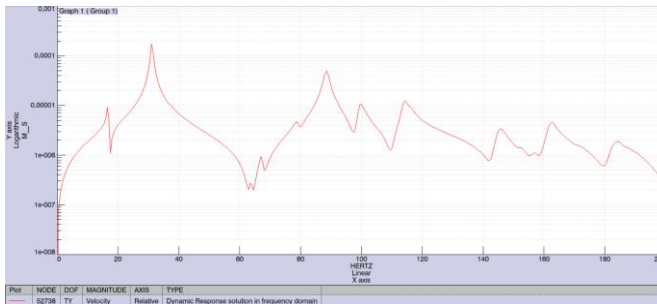


Figura 66. Movilidad del punto 9 en la viga vertical Catia.

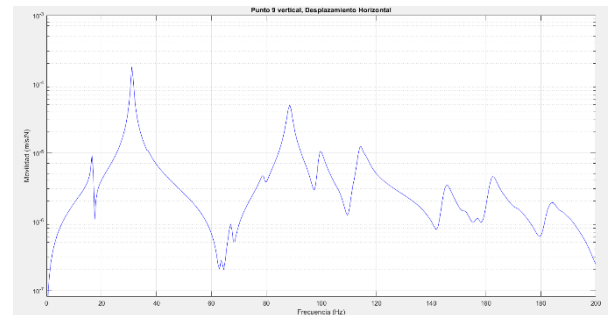


Figura 67. Movilidad del punto 9 en la viga vertical Matlab.

7. ANÁLISIS EXPERIMENTAL

En primer lugar, se ha llevado a cabo un estudio teórico para conocer la terminología típica y aspectos fundamentales como son los tipos de sistemas de uno y N grados de libertad, los modos propios, forma de los modos, señales en el dominio del tiempo y la frecuencia, funciones de respuesta en frecuencia, etc.

A continuación se ha realizado una familiarización con el instrumental habitual en la medida de vibraciones mecánicas tales como martillos instrumentados, acelerómetros, etc. También se trabajará con el software necesario para la captura de señales de las células de carga, así como su procesado.

Y, por último, en este apartado se explicará toda la parte experimental llevada a cabo en el laboratorio, teniendo los conocimientos previos a este punto.

7.1. Montaje del equipo de medida en el marco.

Para realizar el montaje del equipo en el marco, se necesitan adherir los dos acelerómetros al marco, en este caso han sido pegados, en la viga vertical, el unidireccional, y en la viga horizontal superior, el que capta los desplazamientos en tres direcciones ortogonales, con un trozo de cinta adhesiva amarilla en el acelerómetro y otro trozo en la viga, para echar el pegamento entre las cintas y así no dejar marca en el equipo.



Figura 68. Acelerómetros pegados en el marco.

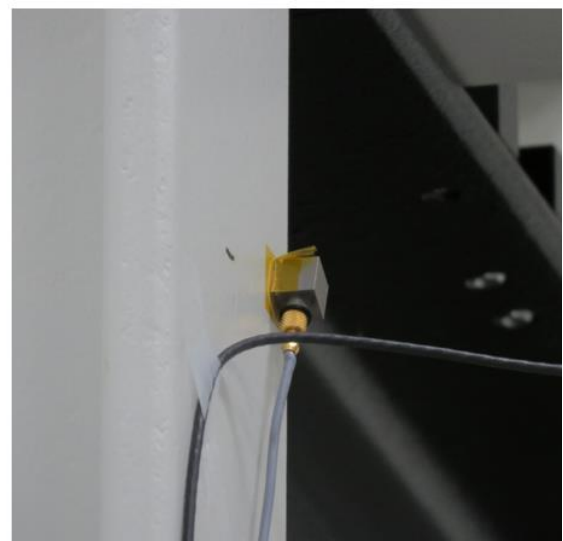
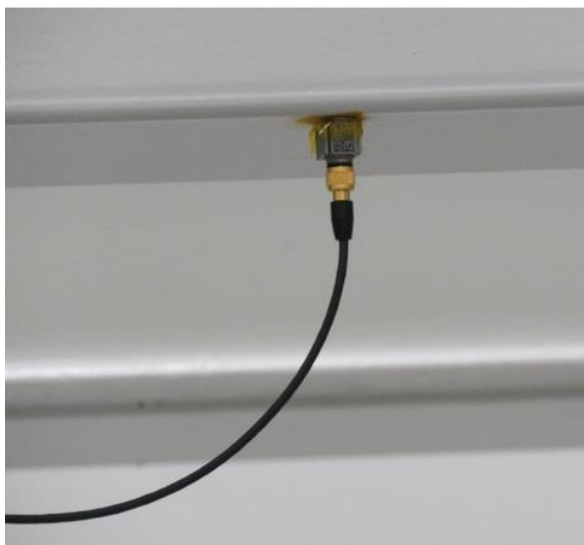


Figura 69. Zoom de la Figura 67.

Es importante resaltar el por qué con 2 acelerómetros (que miden la respuesta en 2 puntos), se pueden obtener la respuesta en frecuencia de la estructura para todos los puntos en los que se da el golpe, y esto es en especial gracias a que las FRFs son idénticas si excitas en el punto 1V y mides en el H1, que, si excitas en H1 y mides en 1V, en sistemas lineales. Esto te ha permitido usar pocos acelerómetros, pero hay que impactar en todos los puntos. Esto se llama *el teorema de reciprocidad de Maxwell*.

Estos acelerómetros se deben conectar al Analizador Photon por los canales de entrada, al igual que el martillo instrumentado, habiendo escogido la punta del martillo de goma. A su vez, el Analizador se conecta al ordenador a través de un cable USB y se inicia el software RT Pro Photon.



Figura 70. Canal 1 para martillo, 2,3 y 4 para acelerómetros.

7.1.1. Configuración del Software

El software controlador del analizador Photon+ es uno de las herramientas principales de este trabajo. Con él, se ha llevado a cabo la medición de todas las pruebas que han sido guardadas. Dada su importancia, este punto, en general, describe las configuraciones necesarias para la instalación, así como herramientas y las funciones útiles introducidas en el programa, que establecen la metodología para los ensayos.

Las características de los transductores deben determinarse previamente para la medición. En este análisis, los dispositivos de entrada para la recogida de datos serán los dos acelerómetros y el martillo de impacto.

Primero se determina la magnitud física que se quiere extraer del transductor. Por lo tanto, el software permite elegir la situación de aceleración para los acelerómetros y la fuerza para la señal del martillo.

Teniendo delimitada la magnitud física de la señal, el programa selecciona directamente las unidades correspondientes a cada magnitud, ya que previamente las unidades se han escogido entre una lista que el programa dispone para cada magnitud según el Sistema Internacional de unidades o el sistema inglés.

En esta ventana, denominada *Engineering Units*, pueden fijarse manualmente las unidades correspondientes a las magnitudes *user defined*.

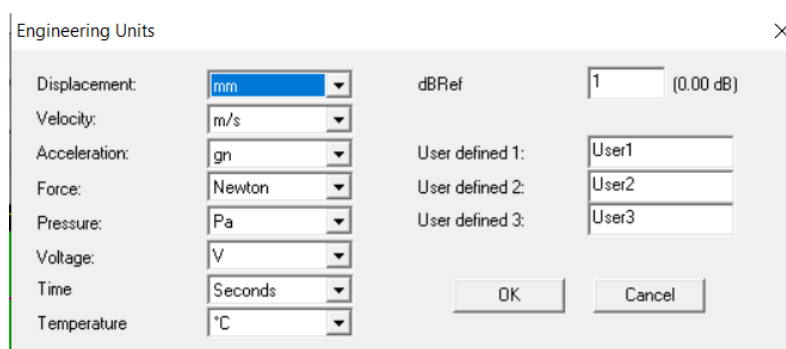


Figura 71. Ventana de configuración de unidades.

El siguiente parámetro es el fondo de escala, interpretado como la relación entre voltaje y aceleración o voltaje y fuerza. Este se puede conocer por las características técnicas de cada transductor, definidas en el apartado 4. *Equipo de medición*, teniendo el acelerómetro ortogonal unos valores de sensibilidad de 100.1 mV/g en dirección horizontal y 95.65 mV/g en dirección vertical, y el acelerómetro unidireccional en horizontal un valor de sensibilidad de 95.4 mV/g.

El último paso para la configuración de los canales de entrada, es configurar el tipo de señal entre AC, DC o CCLD. Tanto para el martillo instrumentado como para el acelerómetro, que se sirven del fenómeno piezoeléctrico, se configurarán como CCLD,

Constant Current Line Drive, que con ello proporcionan alimentación al sensor piezoeléctrico [5].

Para poder sacar el muestreo de las señales en el dominio del tiempo y de la frecuencia, hay que atribuirle unos parámetros:

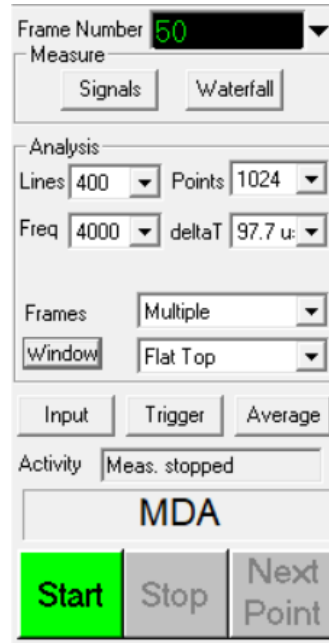


Figura 72. Configuración del muestreo de captura de la señal en el software RT Pro.

El parámetro *Lines*, representa el número de frecuencias que configuran un determinado espectro. Dependiendo del número seleccionado de líneas el software ejecuta un 12.5% más.

Este porcentaje se consigue teniendo en cuenta tanto el *criterio de Nyquist* como acumulación de error en las frecuencias altas, de ahí que superen ese 12,5%.

El *criterio de Nyquist* es un método semigráfico utilizado para determinar la estabilidad de un sistema en lazo cerrado mediante el estudio de las características de la traza en el dominio de la frecuencia (traza de Nyquist) de la función de transferencia $G(s)H(s)$, abreviada $L(s)$.

- ◆ *Points* representa el número de puntos tomados en el dominio del tiempo para caracterizar la señal. Está directamente relacionado con el número de líneas.
- ◆ *Span* es el espectro de frecuencia, captando únicamente el espectro positivo. Como el número de líneas es un 12.5% más grande de lo seleccionado, el *Span*

también lo será. Si se dividiera el *Span* entre el número de líneas, resultaría el margen que hay entre frecuencia y frecuencia.

- ♦ *Delta T*, representa el periodo de muestreo. Es la inversa *Span*.

Dos últimos parámetros importantes a configurar en el software son el *Trigger* y la función *Average*.

El trigger permite empezar o pausar la medición en el momento en el que se presente un determinado estímulo en alguna de las señales. Con esto, se tiene la posibilidad de establecer de manera precisa el instante de captura, para que se pueda percibir un determinado punto muy preciso para su estudio posterior [5].

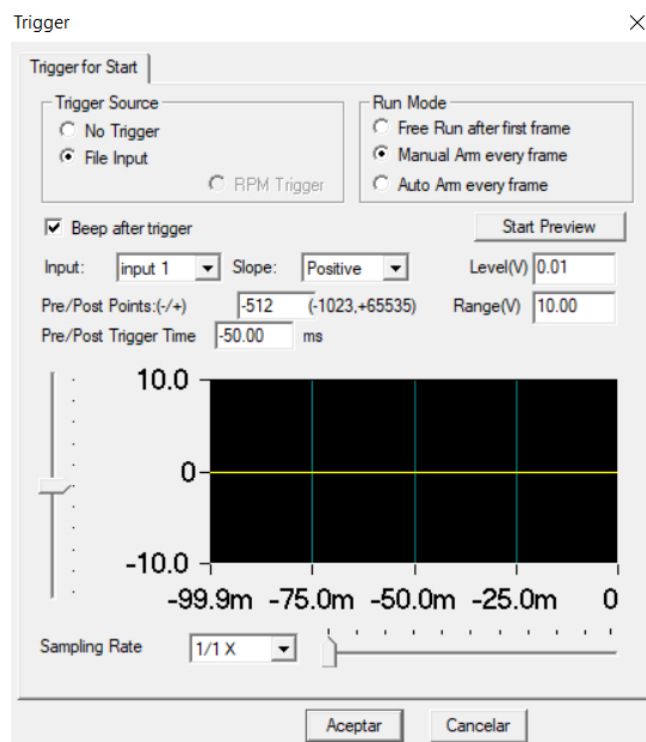


Figura 73. Ventana de configuración del Trigger.

Las variables del File Input son:

- ♦ *Slope*: es el tipo de pendiente que se requiere en la señal, se puede escoger entre pendiente positiva, negativa o Bi-polar.
- ♦ *Level*: representa el nivel de señal mínimo para habilitar el trigger. En la Figura 71, se muestran distintas combinaciones de slope y level posibles.

- ♦ *Pre/Post-trigger*: esta variable permite iniciar la medida un indicado número de puntos antes o después de que se produzca la señal definida. Esto permite recoger información previa que se pueda perder, en el caso del pre-trigger, o eliminar puntos tras el estímulo que pueden dar error en la medición, para un post-trigger [5].

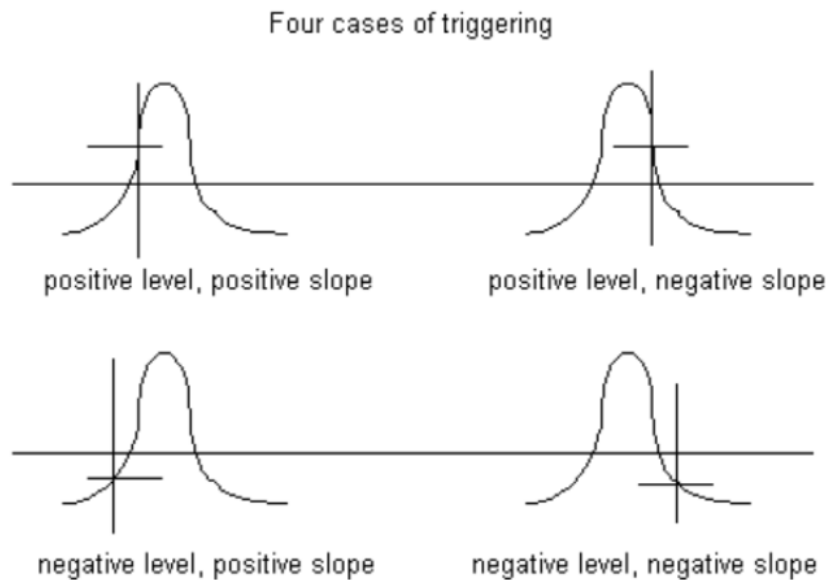


Figura 74. Combinaciones Slope-Level [5]

La función *Average* se basa en un promediado de las medidas espectrales de cada uno de los instantes capturados y que componen la medición.

Esta función tiene tres algoritmos de promediado, *Linear* que consiste en la media aritmética entre *frames*, de manera que ninguno cuenta más que otro. *Exponential* en el que, siguiendo una tendencia exponencial, el promedio se realiza ponderando con mayor fuerza los últimos *frames* medidos frente a los primeros y finalmente, *Peak hold* que, en sentido estricto, no representa un promediado. Este solo registra el valor máximo de entre todos los puntos medidos [5].

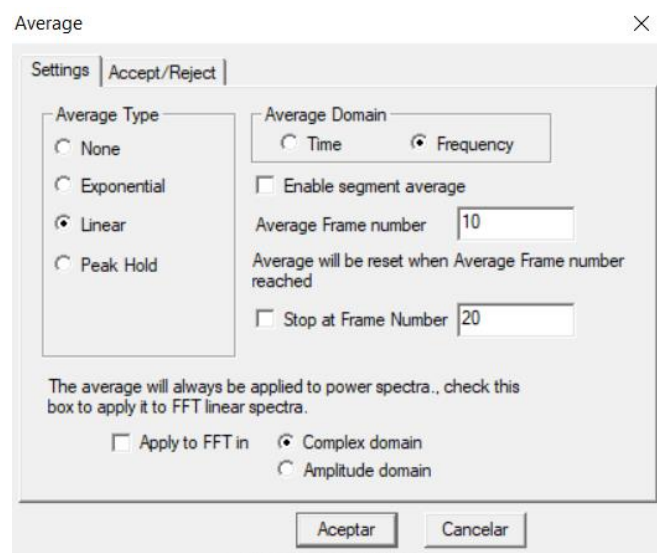


Figura 75. Ventana de configuración de Average.

7.2. Procedimiento de medición

El procedimiento llevado a cabo con el equipo ha sido, golpear con el martillo instrumentado diez veces en cada uno de los puntos seleccionados, (Figura 74), tanto en la vigas superior e inferior como en la vertical izquierda, para obtener gracias a el software RT Pro Photon, las gráficas de acelerancia de cada uno de estos impactos.

Cada vez que el marco recibía un impacto, los datos se iban guardando en una carpeta hasta llegar a 10 golpes en ese mismo punto, que empezaba a contar de nuevo de cero, para comenzar con el siguiente punto. Como se ha dicho previamente en el punto 6.2.1. *Geometría*, se han seleccionado 9 puntos en la viga vertical separados 20 centímetros unos de otros y 7 puntos tanto en la viga horizontal superior como en la inferior, separados entre sí unos 30 centímetros, por motivos de simetría todos han tenido lugar en una mitad de la estructura.

La estrategia de medida que se ha llevado a cabo ha sido buena ya que, gracias al beneficio de que las FRFs son idénticas si excitas en el punto 1V y mides en el H1.2, que, si excitas en H1.2 y mides en 1V, en sistemas lineales, ha permitido usar 2 acelerómetros, aunque haya que impactar en todos los puntos. Esto se llama *el teorema de reciprocidad de Maxwell*, ya mencionado en el punto 7.1. *Montaje del equipo de medida en el marco*.

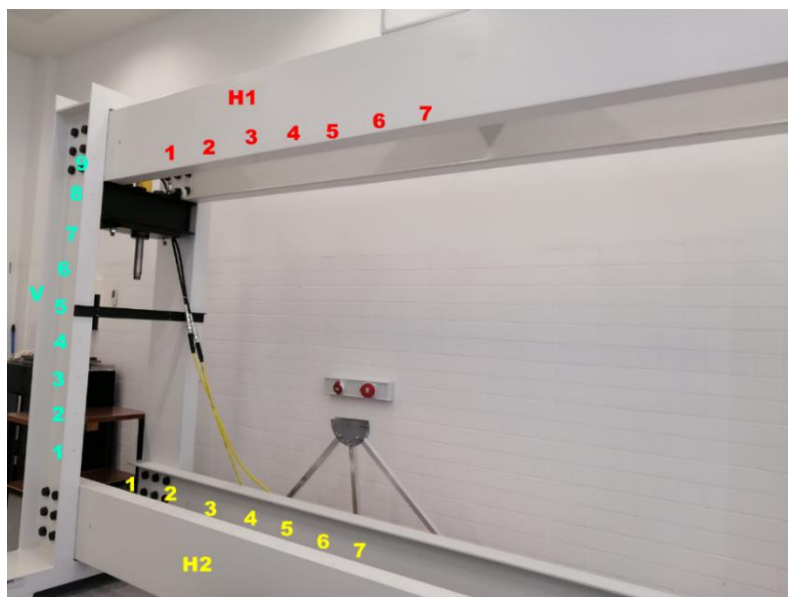


Figura 76. Puntos del marco seleccionados.

La Figura 76, es una captura del software RT Pro Photon en uso, en la que se pueden apreciar dos gráficas, la superior nos indica la fuerza que se ha impartido en el golpe con respecto el tiempo que ha tardado en realizar el golpe.

En la segunda gráfica, se ven valores de espectro de potencia, en este caso, de la señal impulsiva del martillo captada por ambos acelerómetros, con respecto a la frecuencia.

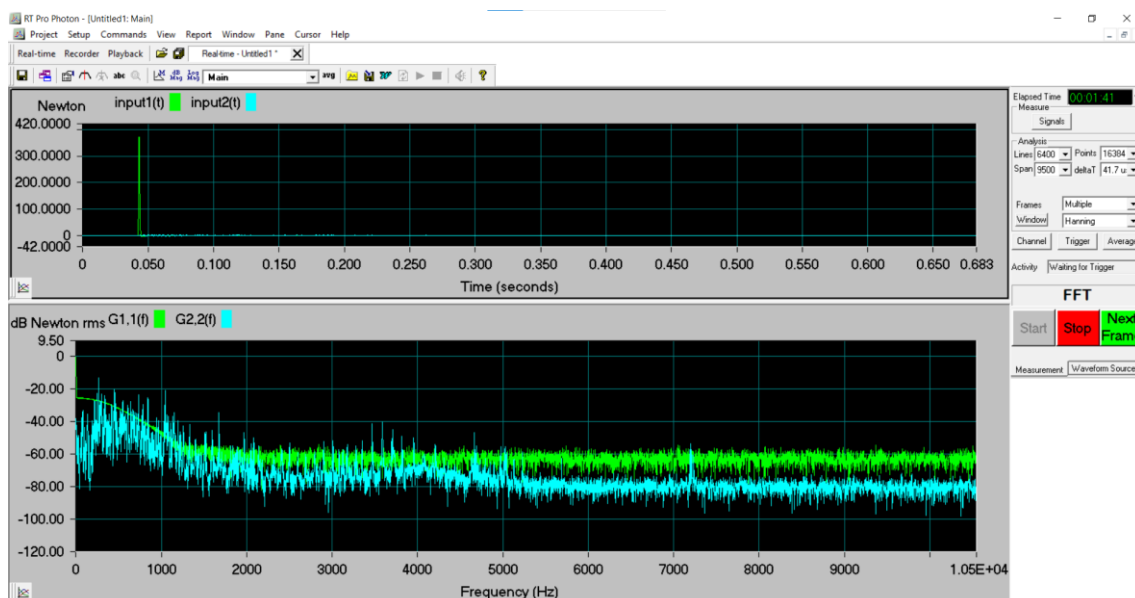


Figura 77. Captura del Software RT Pro Photon.

7.3. Resultados obtenidos

7.3.1. Procedimiento de obtención de FRF

Para exportar las funciones de respuesta en frecuencia de los datos experimentales, lo que se ha realizado, ha sido coger los datos del software RT Pro Photon, en formato txt, con varias líneas de encabezado previas a los valores en cada archivo, y para leerlo en Matlab se ha ejecutado el siguiente código de la Figura 76. Seguidamente estos datos se han llevado al software Matlab, donde se han ejecutado unos vectores de 3600 filas por 3 columnas, las tres columnas se identifican como frecuencia, valores reales y valores imaginarios.

```
opt = {'HeaderLines',33};
str = fileread('H1_2,1(f) 1V.txt');
C = textscan(str,'%',opt{:});
f = C{1};
re = C{2};
im = C{3};
```

Figura 78. Código Matlab para cargar datos experimentales.

Para obtener los valores de receptancia se han dividido los datos de las acelerancias entre las frecuencias al cuadrado en radianes partido segundos, dejando estos valores en números complejos, tal y como se indica en la *Ecuación 30*.

```
acel = sqrt(re.^2 + im.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep = -(re + 1i*im)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)
```

Figura 79. Código Matlab para sacar acelerancias y receptancias

Teniendo los datos ya cargados en Matlab aplicamos las líneas de código necesarias para graficar todos los vectores de los diferentes puntos de las diferentes vigas, medidas en desplazamientos verticales y horizontales en el acelerómetro triaxial y sólo desplazamientos horizontales en el acelerómetro monoaxial, en las que se reflejarán la acelerancia o la receptancia, en módulo, frente el rango de frecuencias.

Un ejemplo sería la Figura 79:

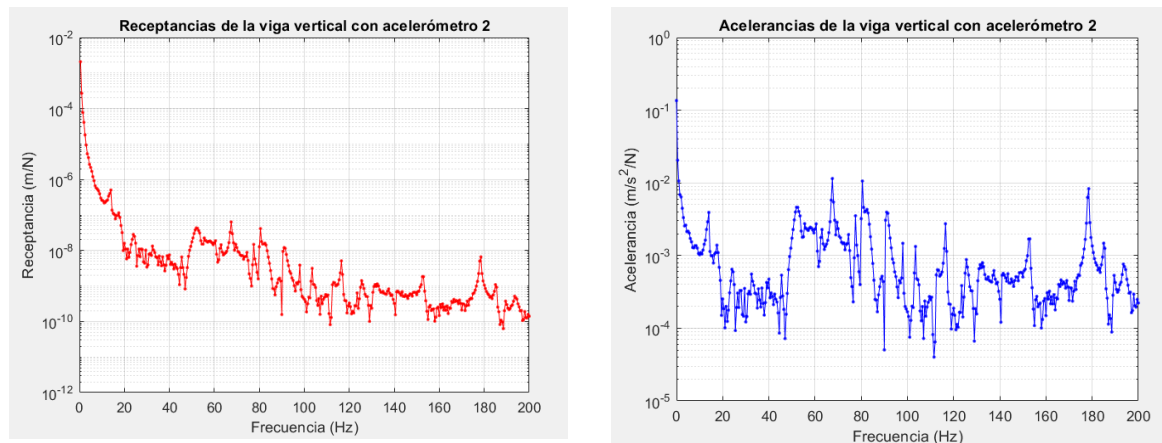


Figura 80. Gráficas de receptancia y acelerancia del punto 1 en la viga vertical.

Para sacar las gráficas anteriores se ha utilizado un código en el que teniendo cargado ya los datos en vectores, se forme una ventana con un límite de 0 a 200 Hz de frecuencia en el eje X y en el eje Y la receptancia o acelerancia según en su caso, de manera logarítmica:

```
figure, semilogy(f, acel, 'b.-'), grid on
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Acelerancia (m/s^2/N)')
title('Acelerancias de la viga vertical con acelerómetro 2')
xlim([0 200])
figure, semilogy(f, abs(recep), 'r.-'), grid on
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Receptancia (m/N)')
title('Receptancias de la viga vertical con acelerómetro 2')
xlim([0 200])
```

Habiendo obtenido las gráficas de todos los puntos del marco que han sido golpeados, se ha analizado las de receptancia, que son las de interés en este Trabajo Fin de Grado, para sacar los valores de frecuencia donde los valores de receptancia han hecho picos.

Por ejemplo, en la gráfica anterior, un valor interesante de estudiar sería 80.5Hz, ya que es una de las cifras donde hay mayor desplazamiento. Véase en la Figura 80.

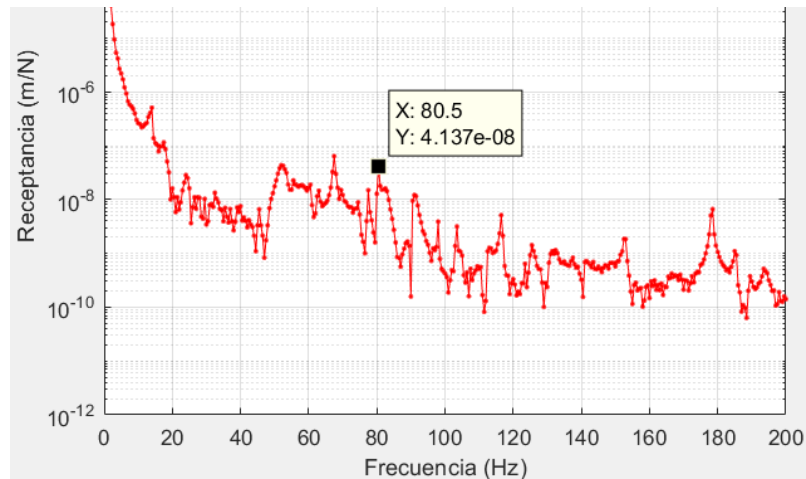


Figura 81. Pico en gráfica de receptancia.

Para sacar los puntos exactos que se han seleccionados, se ha realizado la media de los desplazamientos horizontales de los valores de los dos acelerómetros, tanto de los 9 puntos de la viga vertical, como de los 7 puntos de las vigas horizontales superior e inferior, por separado, para así poder ver donde hacen máximos todos los puntos del marco y destacar los más importantes (los puntos de frecuencia que mayor desplazamiento causen) para el marco en general.

En el caso de los puntos de la viga vertical, primero se ha hecho distinción entre el acelerómetro que está situado en la viga vertical (acel2) y el acelerómetro situado en la viga horizontal superior (acel3), se han hecho las medias de los valores de los 9 puntos golpeados, cuyo resultado se puede ver en la Figura 81:

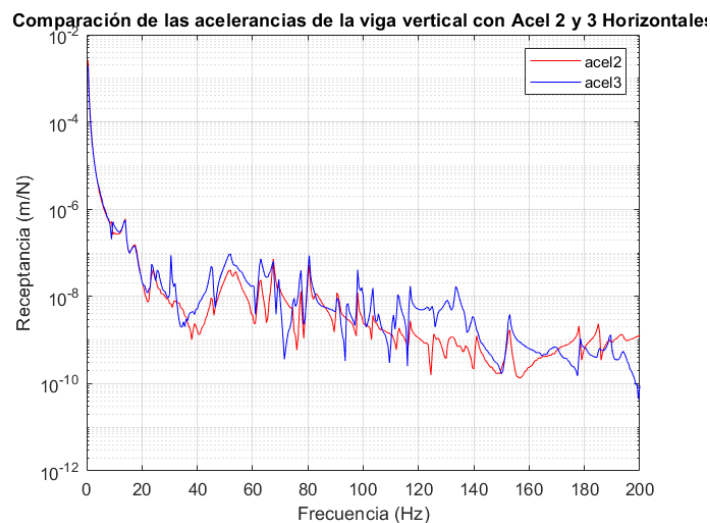


Figura 82. Media de los puntos de la viga vertical medida con los diferentes acelerómetros.

Finalmente, de los valores máximos de frecuencia estudiados, se han obtenido los desplazamientos de cada uno de los puntos a través de su frecuencia correspondiente.

Para sacar todos estos valores se ha ido cogiendo gráfica por gráfica de los 25 puntos estudiados y anotando el valor de cada desplazamiento situando el cursor encima de las líneas representativas buscando el valor de las frecuencias que coincidían en la mayoría de los puntos en los 10 primeros máximos. Esto se muestra en la siguiente Figura:

Viga vertical desplazamiento horizontal $m \cdot 10^{-8}$										
	31HZ	45,5Hz	60,5Hz	69,5HZ	77,5HZ	80,5HZ	94HZ	98HZ	117HZ	133,5HZ
1V	1,861	2,291	6,206	0,7433	2,587	5,221	0,737	0,8814	1,146	1,007
2V	1,608	2,604	4,785	1,079	3,422	7,797	0,5858	1,861	0,8747	1,679
3V	1,919	2,53	3,206	1,244	3,626	8,764	0,6057	2,222	0,9261	1,506
4V	1,313	2,729	1,94	0,985	3,463	8,705	0,842	2,296	0,8665	1,067
5V	1,95	3,062	0,924	0,9879	3,286	8,88	0,9815	2,508	1,149	0,9023
6V	1,531	3,261	2,189	1,259	3,077	7,874	0,7767	3,268	1,656	0,5455
7V	1,544	3,217	3,471	1,382	2,468	6,715	0,597	3,655	1,799	0,3133
8V	1,501	2,537	5,515	1,688	1,371	5,455	0,9198	3,916	1,773	0,431
9V	1,436	3,157	5,877	1,862	1,151	3,437	1,461	3,589	1,318	0,4416
Viga Horizontal superior desplazamiento vertical $m \cdot 10^{-8}$										
	31HZ	45,5Hz	60,5Hz	69,5HZ	77,5HZ	80,5HZ	94HZ	98HZ	117HZ	133,5HZ
H1,1	3,487	5,806	1,782	1,402	0,52	0,7558	5,442	1,806	0,7693	0,2348
H1,2	4,02	5,549	2,088	2,294	0,554	0,9511	11,83	3,79	4,387	2,111
H1,3	5,188	6,419	4,07	3,664	0,711	1,109	10,23	4,365	5,039	2,22
H1,4	4,06	7,911	9,649	3,618	0,9386	1,253	6,959	5,101	5,858	2,586
H1,5	5,386	6,727	8,29	5,057	0,7974	1,202	4,94	6,556	6,223	2,595
H1,6	5,271	6,808	6,132	6,769	0,882	1,198	2,75	7,406	5,905	2,622
H1,7	3,307	7,211	9,572	6,295	0,8717	1,167	6,27	7,405	6,282	2,745
Viga Horizontal inferior desplazamiento vertical $m \cdot 10^{-8}$										
	31HZ	45,5Hz	60,5Hz	69,5HZ	77,5HZ	80,5HZ	94HZ	98HZ	117HZ	133,5HZ
H2,1	9,852	7,336	1,718	0,49	0,44	0,8439	2,116	1,455	1,705	1,205
H2,2	5,618	7,663	1,79	3,285	0,6032	0,855	2,125	2,739	1,806	3,171
H2,3	11,49	7,109	4,857	6,447	0,5497	0,785	1,668	3,856	4,576	3,606
H2,4	10,14	7,632	6,715	7,492	0,6389	0,6528	1,41	4,042	6,638	2,897
H2,5	14,42	7,103	8,584	10,97	0,6501	0,5438	0,692	4,507	8,322	2,046
H2,6	18,78	7,16	9,464	9,998	0,6896	0,4958	0,51	4,32	9,189	1,468
H2,7	21,39	6,616	10,68	8,195	0,7196	0,3	0,8094	3,823	8,218	1,229

Figura 83. Desplazamientos obtenidos de los datos experimentales de todos los puntos.

7.3.2. Gráficas FRF

Para sacar las medias de las tres vigas se cargan todos los puntos de la misma forma que en la Figura 77 pero cambiando los nombres para cada variable. Seguidamente, se suman todos los vectores y se divide entre el número de puntos que se han analizado, para intentar evitar errores de medida y "falsas" resonancias.

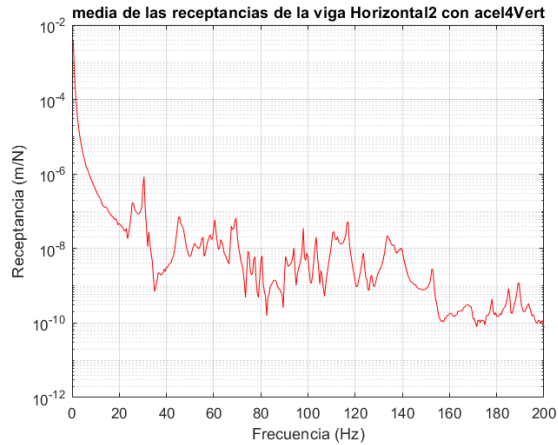


Figura 84. Media puntos viga horizontal inferior.

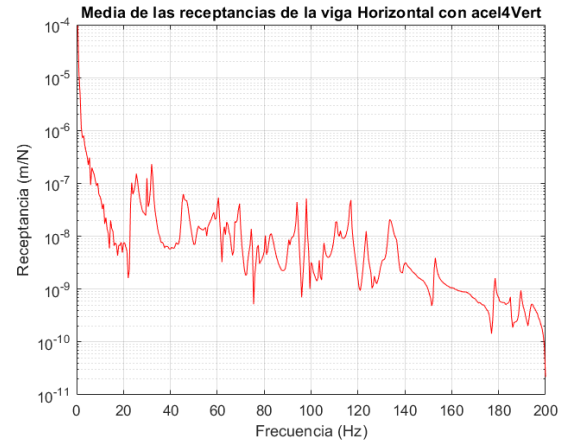


Figura 85. Media puntos viga horizontal superior.

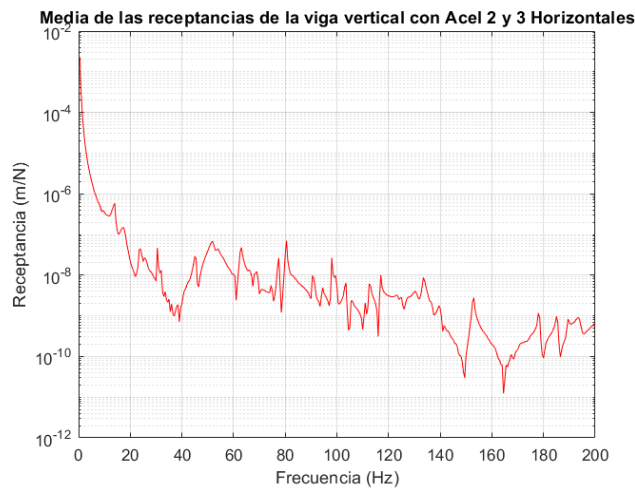


Figura 86. Media puntos viga vertical.

Para el caso de la Figura 85, se han seleccionado las medias de los acelerómetros 2 y 3 (Figura 81) y se ha vuelto a realizar la media para saber realmente a qué frecuencias destacan los movimientos horizontales del marco.

Como se puede comprobar observando las tres Figuras anteriores, las zonas donde hacen máximos las gráficas, son la mayoría de puntos de frecuencia que se han estudiado en la Figura 82.

8. COMPARATIVA TEÓRICO-EXPERIMENTAL

A continuación, se muestran los desplazamientos de los 10 casos de frecuencias estudiadas tanto teórica como experimentalmente, recogidas en la Figura 82, mayorando la magnitud de estos desplazamientos en ambos casos, para poder ver, de mejor manera, las semejanzas que hay entre ellos.

Para las figuras de la columna derecha se han cogido los datos de los desplazamientos de la tabla de la Figura 82 y se han llevado al software AutoCAD para representarlos en 2D.

Para ello se ha tenido que variar la escala en todos los puntos, siempre mayorándola ya que si se ponen los valores como tal $\cdot 10^{-8}$ no se apreciarían en las capturas, también se tenido en cuenta la fase del desplazamiento de cada punto para poder discernir el signo, es decir, saber si las vigas se desplazaban hacia arriba o hacia abajo, en el caso de las vigas horizontales, y hacia la izquierda o la derecha, en el caso de las vigas verticales.

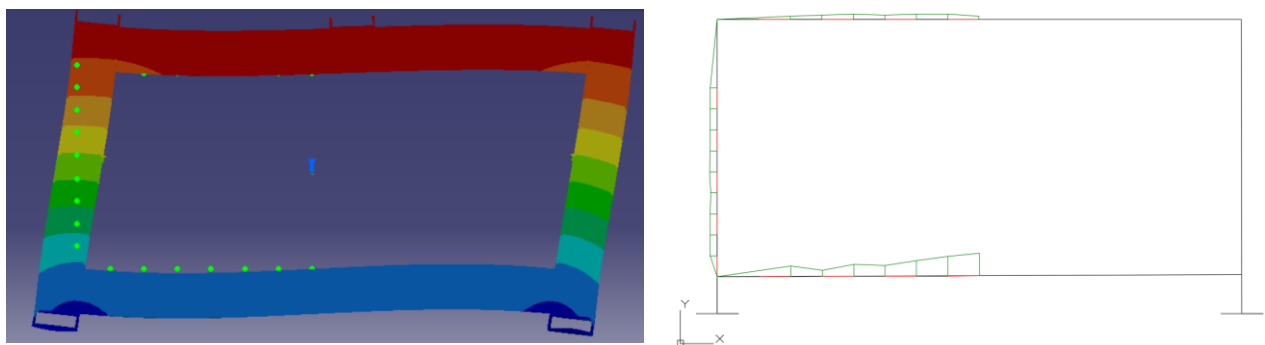


Figura 87. Modo de vibración correspondiente a 31Hz (Izqda). Respuesta en frecuencia experimental a 31Hz (Drcha)

Como se puede observar y se ha predicho anteriormente los resultados de las deformadas de 31 Hz no asemejan en casi ningún punto.

También hay que señalar que en Catia los modos que salen como resultado están mezclados, es decir, hay modos tanto fuera del plano como dentro, y eso juega mucho también con que se parezcan o no.

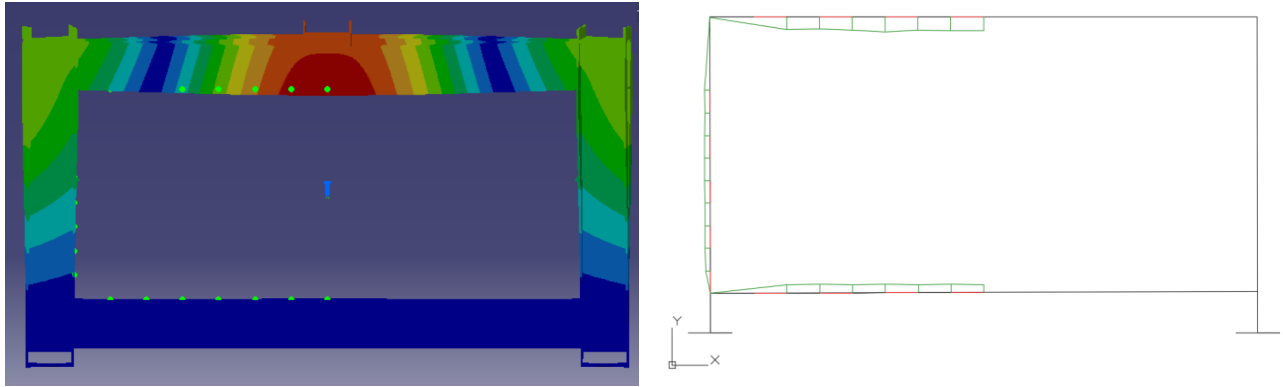


Figura 88. Modo de vibración correspondiente a 45.5Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 45.5Hz (Drcha)*

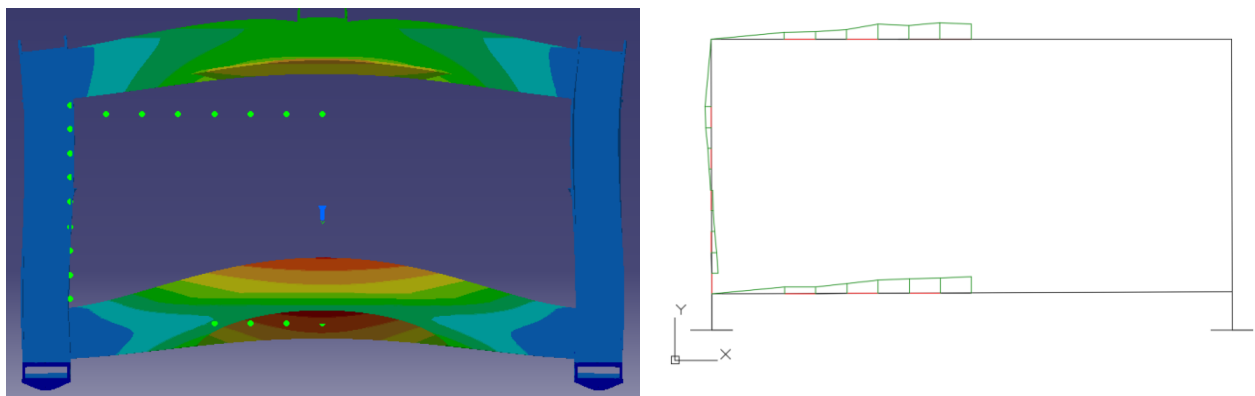


Figura 89. Modo de vibración correspondiente a 60.5Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 60.5Hz (Drcha)*

Gracias a poder saber la fase de las deformadas experimentales con los datos sacados del RT Photon y jugando con código en Matlab, en el resto de modos de frecuencias hay muchas más coincidencias.

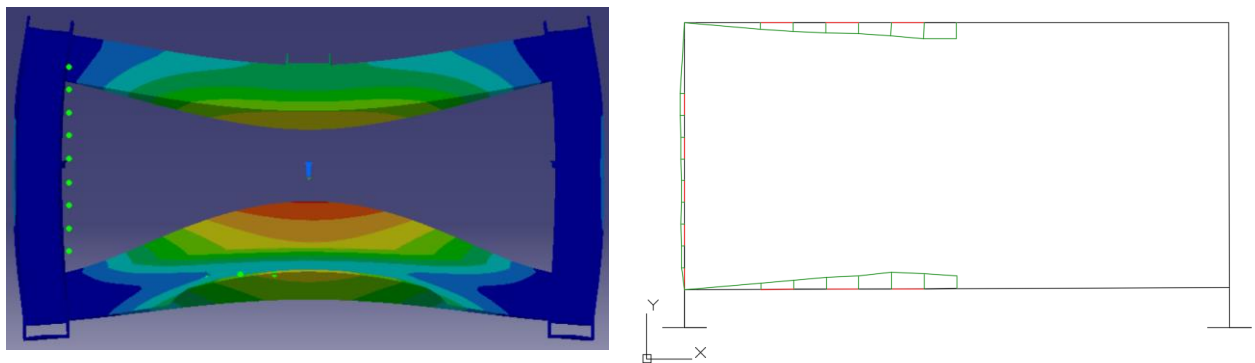


Figura 90. Modo de vibración correspondiente a 69.5Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 69.5Hz (Drcha)*

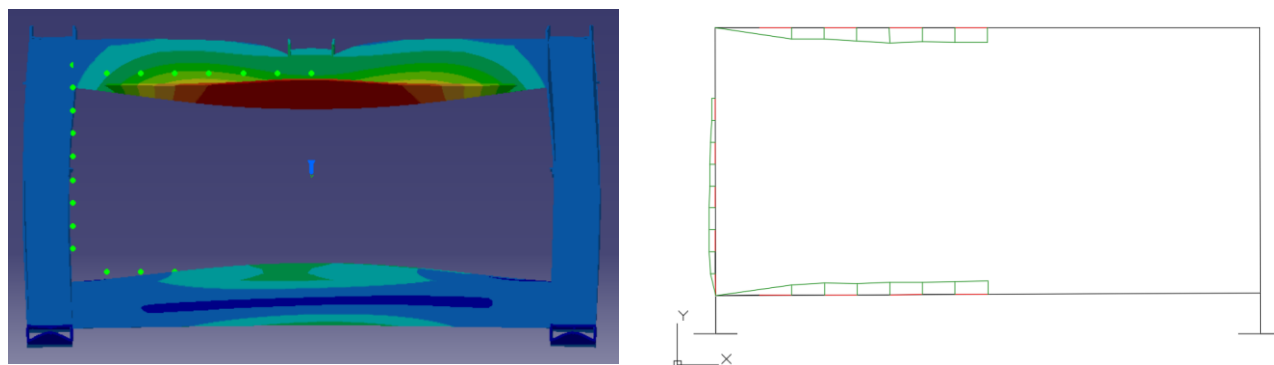


Figura 91. Modo de vibración correspondiente a 69.5Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 69.5Hz (Drcha)*

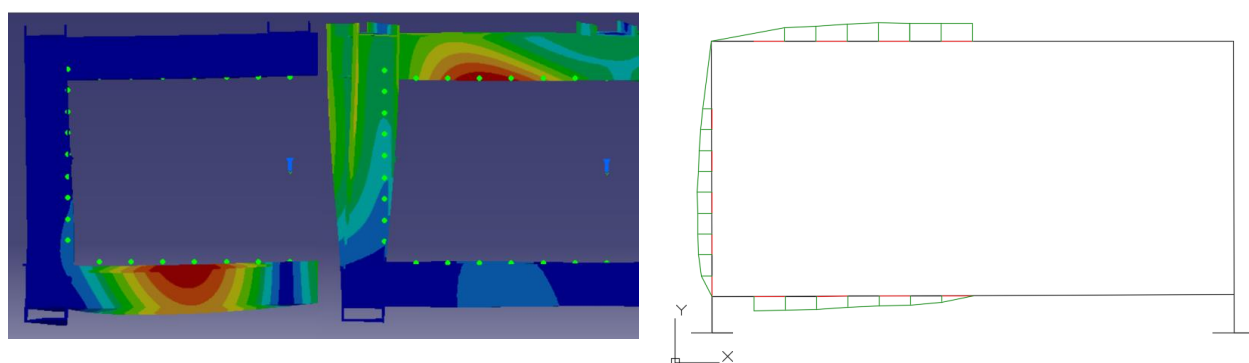


Figura 92. Combinación de modos de vibración correspondientes a 80.5Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 80.5Hz (Drcha)*

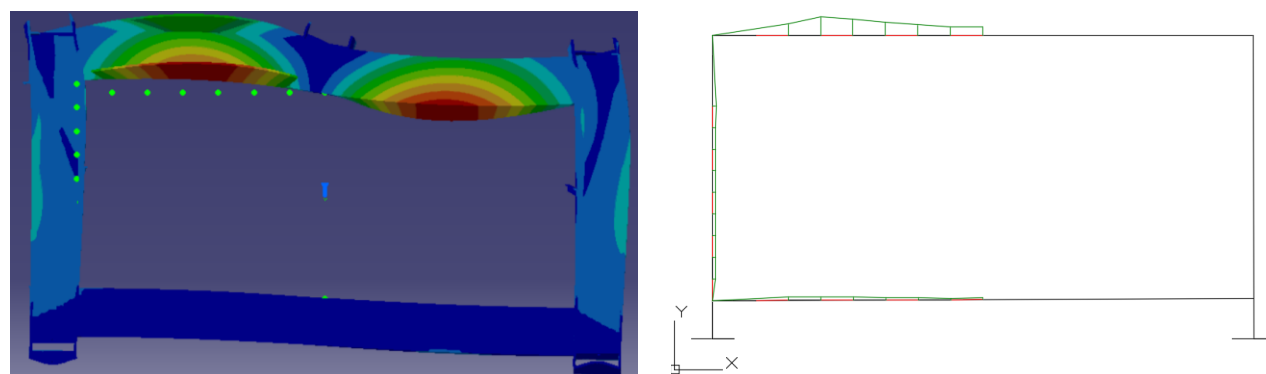


Figura 93. Modo de vibración correspondiente a 94Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 94Hz (Drcha)*

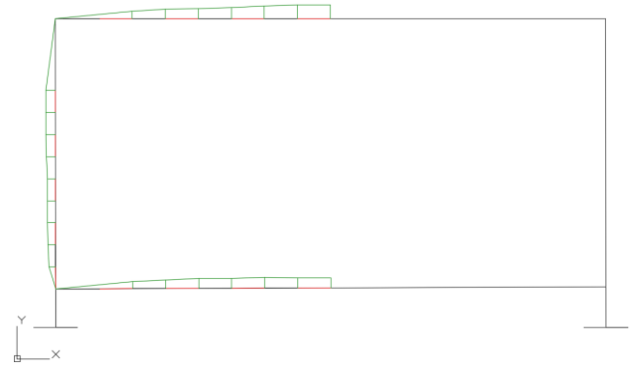
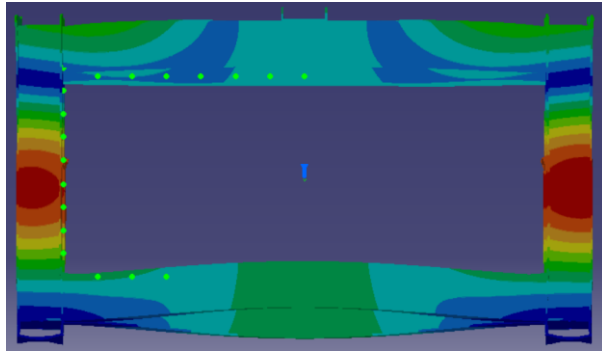


Figura 94. Modo de vibración correspondiente a 98Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 98Hz (Drcha)*

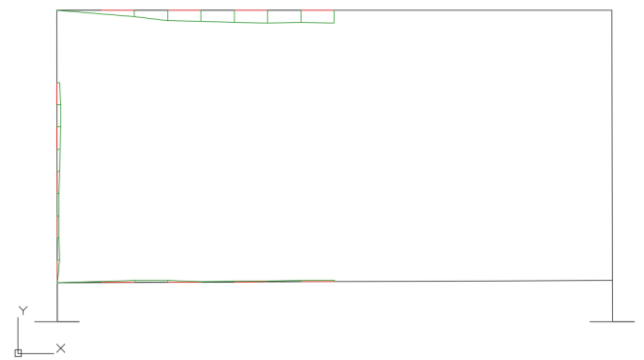
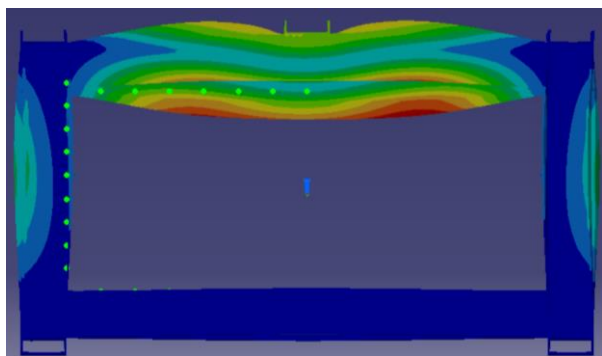


Figura 95. Modo de vibración correspondiente a 117Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 117Hz (Drcha)*

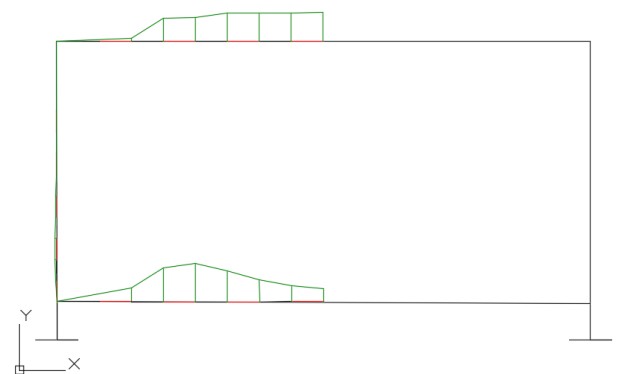
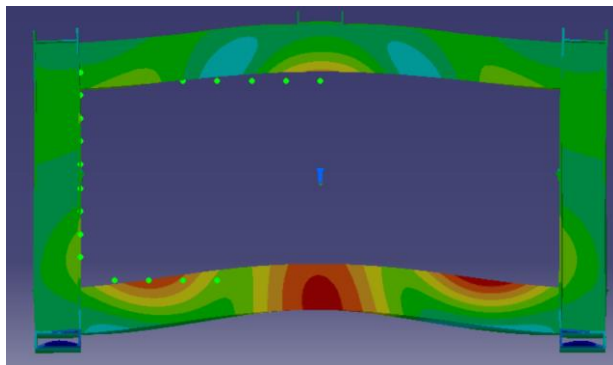


Figura 96. Modo de vibración correspondiente a 133.5Hz (Izqda). *Respuesta en frecuencia experimental a 133.5Hz (Drcha)*

En resumen, se ve más similitud entre las representaciones teórico-experimentales cuanto más grado de deformación se les aplica en Catia.

8.1. Comparativa Numérico Experimental de FRF

Finalmente, después de todo lo analizado, se llega a las siguientes gráficas, donde se comparan los datos obtenidos teóricamente con el software Catia, con los obtenidos de los acelerómetros con el software RT Pro Photon.

En las gráficas que se muestran a continuación se han superpuesto los resultados de los acelerómetros frente a los de la simulación en Catia, para así ver de manera más eficaz por qué se han seleccionado los puntos de frecuencia previamente presentados.

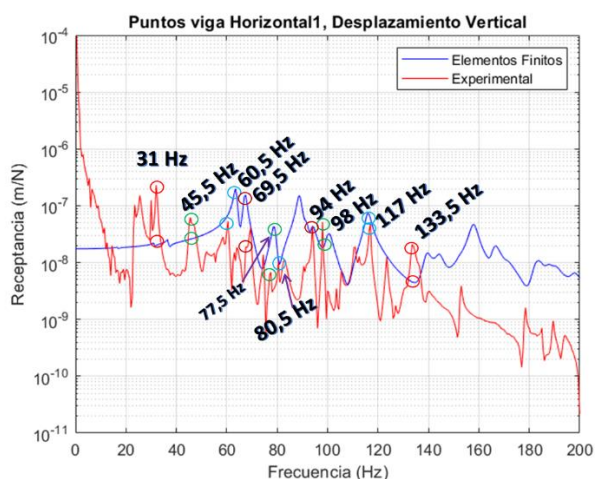


Figura 97. Comparativa Teórico Experimental viga H1.

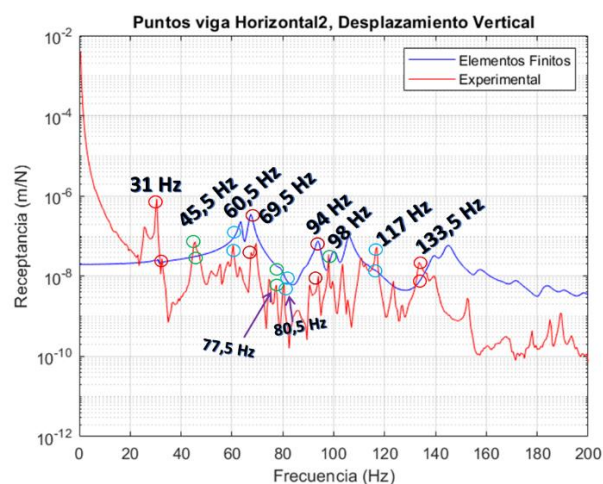


Figura 98. Comparativa Teórico Experimental viga H2.

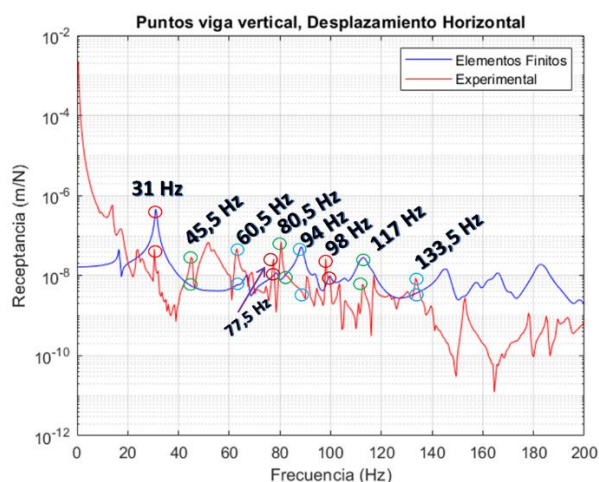


Figura 99. Comparativa Teórico Experimental viga Vertical.

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, no siempre que hay máximos en los valores experimentales los hay también en los elementos finitos y viceversa, eso es porque



el modelo tiene menos variabilidad teóricamente, aparte de que experimentalmente hay muchos más modos, la dirección del golpe no es completamente perpendicular a la viga y es posible que los acelerómetros no estén completamente alineados.

Un caso curioso es el primer punto de 31Hz en el que en las Figuras 96 y 97 los valores experimentales están por encima de los teóricos (Elementos Finitos) y en la Figura 98 justo, al contrario. Este es el caso que más destaca entre el resto, ya que a 31 Hz se capta un modo de vibración vertical, desde el punto de vista experimental, pero que es horizontal desde el punto de vista numérico.

8.2. Discusión de los resultados

Llegados a este punto del Trabajo Fin de Grado, en este apartado se expondrán las peculiaridades de este.

Por ejemplo, en las gráficas de las figuras 95, 96 y 97 no se aprecian puntos de frecuencia más bajos de 31Hz, se cree que es por emitir un impacto bajo, ya que a priori, para captar bajas frecuencias tiene que movilizarse mucha masa, y con este golpe de tan poca fuerza aplicada hace que la cantidad de movimiento sea casi nula.

Al contrario que en altas frecuencias, donde con un impacto pequeño se moviliza mucha masa.

Esas gráficas también nos indica que el marco de carga es seguro hasta una frecuencia de 18 Hz, ya que no se ve alteraciones ningunas hasta ese punto.

Para obtener una mayor similitud entre los resultados experimentales y numéricos, es cambiar las condiciones de contorno del modelo FEM. En este caso se han simulado unos apoyos similares a los reales empotrando la base inferior.

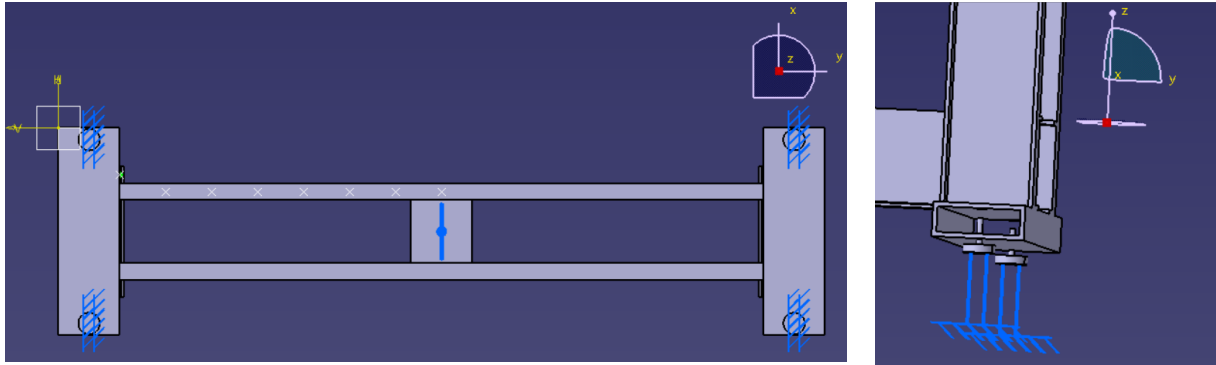
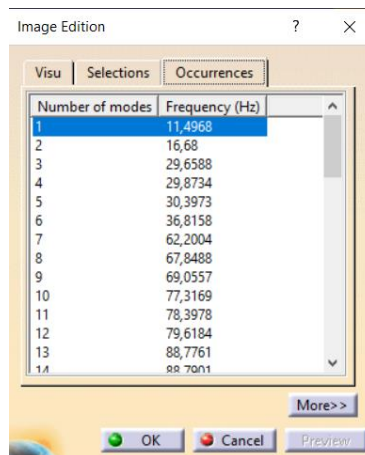


Figura 100. Nuevo tipo de apoyos.

Con ello se ha visto un leve cambio en la solución de los modos de vibración, y este cambio resulta ser un pequeño descenso en los valores de las frecuencias, como se puede observar en la Figura 100. Este cambio ha hecho que la estructura sea más flexible, y puede que al realizar este cambio en las condiciones de contorno, los resultados sean más semejantes a los experimentales ya que la estructura no está anclada al suelo realmente.



Number of modes	Frequency (Hz)
1	11,4968
2	16,68
3	29,6588
4	29,8734
5	30,3973
6	36,8158
7	62,2004
8	67,8488
9	69,0557
10	77,3169
11	78,3978
12	79,6184
13	88,7761
14	99,7911

Figura 101. Valores de frecuencia con las nuevas condiciones de contorno.

En el caso del tipo de mallado, si se hubiera escogido un tamaño de malla mayor o menor, también hubieran variado los resultados, ya que viendo que los desplazamientos sufridos de un solo punto en la Tabla 4, donde se ven las desigualdades en los desplazamientos con los diferentes tamaños de mallado, la variabilidad entre ellos es considerable. Llevando esto al conjunto del marco, los resultados habrían tenido una mayor diferencia.

Por eso es importante saber todas las diversidades que puede haber en la experimentación.



Por último, hay que dejar claro que las frecuencias y las formas modales son unas características de la estructura, que son independientes entre sí. A la hora de representar los desplazamientos en Catia, este nos daba la solución del análisis modal. La función de respuesta en frecuencia se podía graficar posteriormente seleccionando los puntos queridos.

En el caso de la representación de los desplazamientos en AutoCAD al inicio del punto 8, sí se están representando las soluciones de respuesta en frecuencia.

La respuesta se conforma a partir de la combinación de esas formas que predominarán en el entorno de su frecuencia natural, pero se atenúan a medida que se alejan. Por eso si los modos están muy alejados, la forma modal y la representación a partir de la FRF se parecerán mucho, porque la influencia de otros modos es nula. Y si están cerca, la representación de formas a partir de la FRF será resultado de la combinación de esas formas modales que están cerca.

Además, entra en juego otro parámetro que en este estudio se obvia: el amortiguamiento. El mayor o menor amortiguamiento de los modos afecta al mayor o menor grado de combinación que estás teniendo. Además, referido a las gráficas de FRF, las gráficas que se obtienen de Catia no tienen por qué parecerse a las experimentales ya que no consideran el amortiguamiento real sino uno adoptado arbitrariamente.

Para concluir, sería notable que se pudiesen repetir los ensayos experimentales para buscar una mayor repetibilidad de los mismos, que por motivos de duración del Trabajo Fin de Grado no se han realizado.



9. CONCLUSIONES

A través de un análisis exhaustivo de las partes que componen este trabajo, se puede reconocer que se ha conseguido realizar con éxito el comienzo de la medida de vibraciones, se aprendió a realizar la configuración correcta para un ensayo simple y se familiarizó con la terminología, las técnicas y los objetivos de este campo.

En medida de lo posible, las vibraciones se deben combatir en la fuente donde se originan. De esta manera se obtienen las siguientes prioridades en el procedimiento:

- ◆ Minimizar las fuerzas de excitación mediante compensación de masas o equilibrado.
- ◆ Evitar la transmisión de las fuerzas mediante aislamiento de las vibraciones o la absorción de estas.
- ◆ Reducir la capacidad de vibrar del sistema mediante la absorción de los componentes colocación de masas adicionales o utilización de amortiguadores.

A la vista de los resultados, los ensayos se han ejecutado de forma moderada, ya que sólo se ha realizado una primera fase iterativa, es decir, que se tendrían que trabajar más iteraciones experimentales, para verificar realmente los resultados, es decir, volver a repetir la secuencia de impactos en todos los puntos estudiados.

La información y señales de medición han sido obtenidas con precisión para los dos acelerómetros que se han empleado. El posprocesado ha sido exitoso también en los distintos aspectos trabajados, tales como transformadas, integraciones, obtención de funciones de respuesta, etc.

Para el marco de carga, el análisis de sus frecuencias naturales ha mostrado resultados un poco dispersos, independientemente de la técnica evaluada. Los ensayos de impacto encontraron resultados menos consistentes, pero el error fue justificado y aceptado.

En cuanto a los ensayos dinámicos experimentales, se ha partido con el inconveniente de no conocer exactamente las propiedades de los apoyos, lo cual ha condicionado su



validación mediante las equivalentes simulaciones numéricas, no hay certeza de que sean correctos en este caso. En mayor medida que la densidad o la rigidez del material, la FRF depende del factor de amortiguamiento. En este trabajo se ha utilizado un valor de 1% aunque, el factor para cada modo y cada viga se ha obtenido bajo una única condición de impacto y respuesta. Es decir, aunque los resultados de impacto son un promedio de, primero, diez muestras en cada punto y finalmente, un promedio de los 9 o 7 puntos dependiendo la viga, estas muestras se han obtenido llevando a cabo el impacto siempre en el mismo punto y midiendo la respuesta también en los diferentes puntos (Figura 75). Por lo tanto, se debe realizar un análisis modal de impacto más completo para garantizar el valor del coeficiente de amortiguamiento.

Hay que remarcar la complejidad para obtener los resultados analizados, ya que se han encontrado varios inconvenientes, entre ellos, caben destacar:

- ◆ Limitaciones a la hora de medir los impactos, por falta de entradas para poder conectar más acelerómetros y así recibir más datos desde otros puntos.
- ◆ En el modelo FEM tridimensional, los modos de vibración contabilizan desplazamientos de la estructura en las tres direcciones cartesianas: Sin embargo, la medición experimental se ha realizado únicamente en el plano del pórtico, es decir, dirección lateral y vertical.
- ◆ Tener en cuenta que las vigas realmente están atornilladas, no soldadas como en Catia.

Estas complejidades se han podido solventar gracias al beneficio de que las Funciones de Respuesta en Frecuencia son idénticas si excitas en el punto 2 de la viga vertical y mides en el punto 4 de la viga horizontal superior, que, si excitas en el punto 4 de la viga horizontal superior y mides en el punto 2 de la viga vertical, en sistemas lineales, esto ha permitido usar 2 acelerómetros, aunque haya que impactar en todos los puntos. Esto se llama *el teorema de reciprocidad de Maxwell*.

El segundo inconveniente se solucionó observando los modos de frecuencia que daba Catia y eliminando los casos de frecuencia en los que el movimiento de la estructura era fuera del plano.



No obstante, se han conseguido realizar los objetivos propuestos.

- ♦ Se realizó una labor de revisión bibliográfica sobre las técnicas de medida de vibraciones, sistemas de 1 y N grados de libertad, así como la función tan importante que representan los elementos finitos.
- ♦ Se estableció una metodología que permita llevar a cabo la técnica del análisis mecánico dinámico sobre el marco de carga.
- ♦ Se llevó a cabo una validación de la metodología propuesta, así como una serie de aplicaciones que muestren su potencial en la sismología a pequeña escala.
- ♦ Se realizó una discusión y conclusión para poder valorar las capacidades y los puntos de mejora de la técnica.

En conclusión, a partir de este Trabajo Fin de Grado, se establecen las bases del desarrollo de la caracterización de la estructura para una posible adaptación como banco para ensayos dinámicos y que, a pesar de todos los inconvenientes encontrados y el tiempo dedicado para la realización de los ensayos, se puede afirmar, que es un área de investigación con gran potencial aún por explotar.

En definitiva, la frecuencia máxima a la que la estructura está libre de cualquier tipo de resonancia, en cualquier plano es a 18 Hz y la frecuencia máxima a la que la estructura está libre de resonancia en el plano del pórtico es de 31Hz. Con esto, se ha cumplido el principal propósito de este Trabajo Fin de Grado, para saber qué tipo de actuadores de carga variable se podrán instalar sobre el marco de cara a futuros proyectos.



10. BIBLIOGRAFÍA

[1] MARTINEZ DEL PEZZO, Andrés, L. RINGEGNI, Pablo, 2018, Vibraciones de un grado de libertad, Mecánica y Mecanismos, Universidad Nacional de la Plata.

[2] WOWK, V., 1991, Machinery Vibration, Measurement and Analysis. McGraw-Hill Professional.

[3] SÁNCHEZ MARÍN, F.T., et al, 2007, Mantenimiento Mecánico de Máquinas. 2ª edición. Treballs d'informàtica i tecnologia, Publicacions de la Universitat Jaume I, D.L.

[4] PIERSOL, A.G.; PAEZ, T.L. 2010, Harris' Shock and Vibration Handbook. 6th edition. McGraw-Hill.

[5] MOLINA VIEDMA, Ángel Jesús, 2014, Análisis experimental y numérico de respuesta a la frecuencia y modos propios de vibración de elementos estructurales. Proyecto fin de carrera. Universidad politécnica superior de Jaén. [Consulta: Enero 2023]

[6] SINGIRESU, S. Rao, 2012, Vibraciones Mecánicas. 5ª edición, Pearson Education [Consulta: Enero 2023]

[7] Modo de vibración. [Consulta: Enero 2023] <https://azimadli.com/vibman-spanish/mododevibracin1.htm>

[8] MOLERO, Blas (IBERISA) 22 Enero, 2016 Femap y Simcenter Nastran, Lo último en Tecnología de Simulación y Análisis por elementos finitos. [Consulta: Enero 2023] <https://iberisa.wordpress.com/2016/01/22/teoria-de-vibraciones/>

[9] Determinación experimental de la respuesta en frecuencia, Escuela Politécnica Superior de Ingeniería Gijón, Universidad de Oviedo, diciembre de 2006, [Consulta: Enero 2023] <http://isa.uniovi.es/~idiaz/ADSTel/Practicas/RespuestaFrecuenciaExperimental.pdf>



[10] SE 100 Bastidor para ensayos de esfuerzo, Mecánica y diseño mecánico, Ensayo de materiales, Tracción, compresión, flexión y dureza Equipment for Engineering Education, Gunt Hamburg, [Consulta: Enero 2023]

<https://www.gunt.de/es/productos/bastidor-para-ensayos-de-esfuerzo-400kn/022.10000/se100/glct-1:pa-150:pr-1256>

[11] Electronic Components, Octubre 2020. [Consulta: Enero 2023]

<https://www.tme.eu/es/news/library-articles/page/22568/Como-funciona-y-que-hace-el-acelerometro/#:~:text=Los%20aceler%C3%B3metros%20se%20utilizan%20en,de%20baja%20amplitud%20y%20baja>

[12] Métodos de los elementos finitos. [Consulta: Enero 2023]

https://es.wikipedia.org/wiki/M%C3%A9todo_de_los_elementos_finitos

[13] MOLINA VIEDMA, Ángel Jesús, 2022, Diapositivas teóricas, Cinemática y dinámica de máquinas. [Consulta: Enero 2023]

[14] GUNT Hamburg, Conocimientos básicos, Dinámica de máquinas. [Consulta: Enero 2023] https://www.gunt.de/images/download/machine_dynamics_spanish.pdf

[15] Rigidez dinámica, conformidad, movilidad y más, Fundamentos del análisis modal, Siemens, Agosto 2019. [Consulta: Enero 2023] <https://community.sw.siemens.com/s/article/dynamic-stiffness-compliance-mobility-and-more>

[16] Análisis del efecto de la tensión fuera del plano en la conformabilidad de chapa metálica, Universidad de Sevilla. [Consulta: Enero 2023] <https://biblus.us.es/bibing/proyectos/abreproy/60222/fichero/02+-+Capitulo+2.+El+metodo+de+elementos+finitos.pdf>

[17] Martín González, Raúl, 2022, Estimación experimental del amortiguamiento por rasante en forjados. Universidad de Valladolid. [Consulta: Enero 2023] <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/52194>



11. ANEXOS

11.1. Código Matlab

11.1.1. Código para cargar los valores que han recogido los acelerómetros

En este caso se muestra el código de los puntos de la viga vertical, donde se cargan los datos de los 9 puntos estudiados leyendo a partir de la línea 34 que es donde empiezan a estar los valores, y metiéndolos en vectores diferenciándolos como 3 variables distintas, f de frecuencias, re de números reales, e im de números imaginarios.

Para el caso de la viga vertical se han tenido que cargar los datos de los 9 puntos midiendo con los acelerómetros 2 y 3 los desplazamientos horizontales.

%Donde pone "headerLines", el número 33 indica que empiece a leer a partir de la línea 34
%f, re, im, son la frecuencia, parte real e imaginaria de la acelerancia

```
opt = {'HeaderLines',33};
str = fileread('H1_2,1(f) 1V.txt');
C = textscan(str, '',opt{:});
f = C{1};
re = C{2};
im = C{3};

str2 = fileread('H1_2,1(f) 2V.txt');
C2 = textscan(str2, '',opt{:});
f2 = C2{1};
re2 = C2{2};
im2 = C2{3};

str3 = fileread('H1_2,1(f) 3V.txt');
C3 = textscan(str3, '',opt{:});
f3 = C3{1};
re3 = C3{2};
im3 = C3{3};

str4 = fileread('H1_2,1(f) 4V.txt');
C4 = textscan(str4, '',opt{:});
f4 = C4{1};
re4 = C4{2};
im4 = C4{3};

str5 = fileread('H1_2,1(f) 5V.txt');
C5 = textscan(str5, '',opt{:});
f5 = C5{1};
re5 = C5{2};
im5 = C5{3};
```



```
str6 = fileread('H1_2,1(f) 6V.txt');
C6 = textscan(str6, '', opt{:});
f6 = C6{1};
re6 = C6{2};
im6 = C6{3};

str7 = fileread('H1_2,1(f) 7V.txt');
C7 = textscan(str7, '', opt{:});
f7 = C7{1};
re7 = C7{2};
im7 = C7{3};

str8 = fileread('H1_2,1(f) 8V.txt');
C8 = textscan(str8, '', opt{:});
f8 = C8{1};
re8 = C8{2};
im8 = C8{3};

str9 = fileread('H1_2,1(f) 9V.txt');
C9 = textscan(str9, '', opt{:});
f9 = C9{1};
re9 = C9{2};
im9 = C9{3};

str31 = fileread('H1_3,1(f) 1V.txt');
C31 = textscan(str31, '', opt{:});
f31 = C31{1};
re31 = C31{2};
im31 = C31{3};

str32 = fileread('H1_3,1(f) 2V.txt');
C32 = textscan(str32, '', opt{:});
f32 = C32{1};
re32 = C32{2};
im32 = C32{3};

str33 = fileread('H1_3,1(f) 3V.txt');
C33 = textscan(str33, '', opt{:});
f33 = C33{1};
re33 = C33{2};
im33 = C33{3};

str34 = fileread('H1_3,1(f) 4V.txt');
C34 = textscan(str34, '', opt{:});
f34 = C34{1};
re34 = C34{2};
im34 = C34{3};

str35 = fileread('H1_3,1(f) 5V.txt');
C35 = textscan(str35, '', opt{:});
f35 = C35{1};
re35 = C35{2};
```



```

im35 = C35{3};

str36 = fileread('H1_3,1(f) 6V.txt');
C36 = textscan(str36, ',', opt{:});
f36 = C36{1};
re36 = C36{2};
im36 = C36{3};

str37 = fileread('H1_3,1(f) 7V.txt');
C37 = textscan(str37, ',', opt{:});
f37 = C37{1};
re37 = C37{2};
im37 = C37{3};

str38 = fileread('H1_3,1(f) 8V.txt');
C38 = textscan(str38, ',', opt{:});
f38 = C38{1};
re38 = C38{2};
im38 = C38{3};

str39 = fileread('H1_3,1(f) 9V.txt');
C39 = textscan(str39, ',', opt{:});
f39 = C39{1};
re39 = C39{2};
im39 = C39{3};

```

11.1.2. Código para promedio de los valores de un acelerómetro en todos los puntos

En este código, teniendo ya cargados los vectores con los valores asociados a cada punto, se sacan acelerancias y receptancias, se realiza el promedio de estas, y finalmente se consiguen las gráficas.

```

acel = sqrt(re.^2 + im.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep = -(re + 1i*im)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel2 = sqrt(re2.^2 + im2.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep2 = -(re2 + 1i*im2)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel3 = sqrt(re3.^2 + im3.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep3 = -(re3 + 1i*im3)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel4 = sqrt(re4.^2 + im4.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s

```

```

recep4 = -(re4 + 1i*im4)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel5 = sqrt(re5.^2 + im5.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep5 = -(re5 + 1i*im5)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel6 = sqrt(re6.^2 + im6.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep6 = -(re6 + 1i*im6)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel7 = sqrt(re7.^2 + im7.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep7 = -(re7 + 1i*im7)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel8 = sqrt(re8.^2 + im8.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep8 = -(re8 + 1i*im8)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

acel9 = sqrt(re9.^2 + im9.^2); % acelerancia (valor absoluto)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep9 = -(re9 + 1i*im9)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

Suma=(acel+acel2+acel3+acel4+acel5+acel6+acel7+acel8+acel9)/9
sumR=(recep+recep2+recep3+recep4+recep5+recep6+recep7+recep8+recep9)/9

figure, semilogy(f,Suma,'b.-'), grid on
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Acelerancia (m/N)')
title('Media de las acelerancias de la viga vertical con acel2Hori')
xlim([0 200])

%figure, semilogy(f,abs(sumR),'r-',f,abs(recep7),'b-'), grid on
figure, semilogy(f,abs(sumR),'r-'), grid on
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Receptancia (m/N)')
title('Media de las receptancias de la viga vertical con acel2Hori')
xlim([0 200])

```

11.1.3. Código para realizar el promedio de los valores teóricos de Catia

Con este código lo que se consigue es lo mismo que con los dos anteriores, pero esta vez para los valores teóricos en vez de los experimentales. En este caso es de los puntos de la viga vertical. Para las horizontales sería igual, pero cambiando el nombre del txt.

```

%Donde ponde "headerLines", el número 33 indica que empiece a leer a partir
%de la línea 2

```



```

clear all
clc

opt = {'HeaderLines',1};
str = fileread('1Vx.txt');
C = textscan(str, ',',opt{:});
f = C{1};
amp = C{2};

str2 = fileread('2Vx.txt');
C2 = textscan(str, ',',opt{:});
f2 = C2{1};
amp2 = C2{2};

str3 = fileread('3Vx.txt');
C3 = textscan(str3, ',',opt{:});
f3 = C3{1};
amp3 = C3{2};

str4 = fileread('4Vx.txt');
C4 = textscan(str4, ',',opt{:});
f4 = C4{1};
amp4 = C4{2};

str5 = fileread('5Vx.txt');
C5 = textscan(str5, ',',opt{:});
f5 = C5{1};
amp5 = C5{2};

str6 = fileread('6Vx.txt');
C6 = textscan(str6, ',',opt{:});
f6 = C6{1};
amp6 = C6{2};

str7 = fileread('7Vx.txt');
C7 = textscan(str7, ',',opt{:});
f7 = C7{1};
amp7 = C7{2};

str8 = fileread('8Vx.txt');
C8 = textscan(str8, ',',opt{:});
f8 = C8{1};
amp8 = C8{2};

str9 = fileread('9Vx.txt');
C9 = textscan(str9, ',',opt{:});
f9 = C9{1};
amp9 = C9{2}

MEDIAPUNTOS=(amp+amp2+amp3+amp4+amp5+amp6+amp7+amp8+amp9)/9
figure, semilogy(f,abs(MEDIAPUNTOS),'r-'), grid on
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Receptancia (m/N)')

```



```
title('Media de las receptancias CATIA de la viga vert desplaz Horizontal')
xlim([0 200])
```

11.1.4. Código para juntar los promedios teóricos y experimentales

Básicamente, este código lo que hace es superponer la gráfica experimental encima de la teórica con elementos finitos. Uniendo los ficheros anteriores en uno solo, con algunos cambios, y en este caso sacando sólo las gráficas de receptancias que son las de interés en este Trabajo Fin de Grado.

```
clear all
close all
clc

%CATIA
cat1 = load('1Vx.txt');
cat2 = load('2Vx.txt');
cat3 = load('3Vx.txt');
cat4 = load('4Vx.txt');
cat5 = load('5Vx.txt');
cat6 = load('6Vx.txt');
cat7 = load('7Vx.txt');
cat8 = load('8Vx.txt');
cat9 = load('9Vx.txt');

MEDIAPUNTOS=(cat1(:,2)+cat2(:,2)+cat3(:,2)+cat4(:,2)+cat5(:,2)+cat6(:,2)+cat7(:,2)+cat8(:,2)
)+cat9(:,2))/9

%Experimentales
opt = {'HeaderLines',33};
str = fileread('H1_2,1(f) 1V.txt');
C = textscan(str, '', opt{:});
f = C{1};
re = C{2};
im = C{3};

str2 = fileread('H1_2,1(f) 2V.txt');
C2 = textscan(str2, '', opt{:});
f2 = C2{1};
re2 = C2{2};
im2 = C2{3};

str3 = fileread('H1_2,1(f) 3V.txt');
C3 = textscan(str3, '', opt{:});
f3 = C3{1};
re3 = C3{2};
im3 = C3{3};
```



```
str4 = fileread('H1_2,1(f) 4V.txt');
C4 = textscan(str4, '', opt{:});
f4 = C4{1};
re4 = C4{2};
im4 = C4{3};

str5 = fileread('H1_2,1(f) 5V.txt');
C5 = textscan(str5, '', opt{:});
f5 = C5{1};
re5 = C5{2};
im5 = C5{3};

str6 = fileread('H1_2,1(f) 6V.txt');
C6 = textscan(str6, '', opt{:});
f6 = C6{1};
re6 = C6{2};
im6 = C6{3};

str7 = fileread('H1_2,1(f) 7V.txt');
C7 = textscan(str7, '', opt{:});
f7 = C7{1};
re7 = C7{2};
im7 = C7{3};

str8 = fileread('H1_2,1(f) 8V.txt');
C8 = textscan(str8, '', opt{:});
f8 = C8{1};
re8 = C8{2};
im8 = C8{3};

str9 = fileread('H1_2,1(f) 9V.txt');
C9 = textscan(str9, '', opt{:});
f9 = C9{1};
re9 = C9{2};
im9 = C9{3};

str31 = fileread('H1_3,1(f) 1V.txt');
C31 = textscan(str31, '', opt{:});
f31 = C31{1};
re31 = C31{2};
im31 = C31{3};

str32 = fileread('H1_3,1(f) 2V.txt');
C32 = textscan(str32, '', opt{:});
f32 = C32{1};
re32 = C32{2};
im32 = C32{3};

str33 = fileread('H1_3,1(f) 3V.txt');
C33 = textscan(str33, '', opt{:});
f33 = C33{1};
re33 = C33{2};
im33 = C33{3};
```



```

str34 = fileread('H1_3,1(f) 4V.txt');
C34 = textscan(str34, ',', opt{:});
f34 = C34{1};
re34 = C34{2};
im34 = C34{3};

str35 = fileread('H1_3,1(f) 5V.txt');
C35 = textscan(str35, ',', opt{:});
f35 = C35{1};
re35 = C35{2};
im35 = C35{3};

str36 = fileread('H1_3,1(f) 6V.txt');
C36 = textscan(str36, ',', opt{:});
f36 = C36{1};
re36 = C36{2};
im36 = C36{3};

str37 = fileread('H1_3,1(f) 7V.txt');
C37 = textscan(str37, ',', opt{:});
f37 = C37{1};
re37 = C37{2};
im37 = C37{3};

str38 = fileread('H1_3,1(f) 8V.txt');
C38 = textscan(str38, ',', opt{:});
f38 = C38{1};
re38 = C38{2};
im38 = C38{3};

str39 = fileread('H1_3,1(f) 9V.txt');
C39 = textscan(str39, ',', opt{:});
f39 = C39{1};
re39 = C39{2};
im39 = C39{3};

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep = -(re + 1i*im)./(w.^2); %receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep2 = -(re2 + 1i*im2)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep3 = -(re3 + 1i*im3)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep4 = -(re4 + 1i*im4)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep5 = -(re5 + 1i*im5)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s

```



```

recep6 = -(re6 + 1i*im6)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep7 = -(re7 + 1i*im7)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep8 = -(re8 + 1i*im8)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep9 = -(re9 + 1i*im9)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

%Acelerómetro3
w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep31 = -(re31 + 1i*im31)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep32 = -(re32 + 1i*im32)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep33 = -(re33 + 1i*im33)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep34 = -(re34 + 1i*im34)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep35 = -(re35 + 1i*im35)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep36 = -(re36 + 1i*im36)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep37 = -(re37 + 1i*im37)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep38 = -(re38 + 1i*im38)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

w = f*2*pi; % frecuencia en rad/s
recep39 = -(re39 + 1i*im39)./(w.^2); % receptancia (en número complejo)

sumR=(recep+recep2+recep3+recep4+recep5+recep6+recep7+recep8+recep9+recep31+recep32+recep33
+recep34+recep35+recep36+recep37+recep38+recep39)/18

ancho = 1.2; % ancho de linea
figure, semilogy(cat1(:,1),MEDIAPUNTOS,'b',f,abs(sumR),'r')
grid on
xlabel('Frecuencia (Hz)')
ylabel('Receptancia (m/N)')
title('Puntos viga vertical, Desplazamiento Horizontal')
legend('Elementos Finitos','Experimental')
xlim([0 200])

```



11.1.5. Código para crear un video

Este código se ha utilizado para crea un video de corto tiempo para mostrar cómo se movería el marco de carga con los valores que hemos sacado experimentalmente, el cuál se verá en las diapositivas de la presentación. En este caso los valores que se dan de desplazamiento son los del marco de carga a 80.5 Hz.

Este código es el más complejo y extenso, ya que hay que crear en una gráfica el marco de carga en 2D y después hacer que tenga movimiento.

```
clear all
close all

%INPUTS: h1 viga superior, h2 viga inferior, v, columna
%h27, h26, h25, h24, h23, h22, h21
%v1, v2, v3, v4, v5, v6, v7, v8, v9
%h11, h12, h13, h14, h15, h16, h17
h27 = -0.03;
h26 = -0.049;
h25 = -0.05438;
h24 = -0.06528;
h23 = -0.0785;
h22 = -0.0855;
h21 = -0.08439;
v1 = -0.05221;
v2 = -0.07797;
v3 = -0.08764;
v4 = -0.08705;
v5 = -0.0888;
v6 = -0.07874;
v7 = -0.06715;
v8 = -0.05455;
v9 = -0.03437;
v10 = 0;
h11 = 0.07558;
h12 = 0.09511;
h13 = 0.1109;
h14 = 0.1253;
h15 = 0.1202;
h16 = 0.1198;
h17 = 0.1167;

% geometria
d1 = 0.53;
d2 = 2.8;
L = 5;
P_fijos = [-0.3 0;
            0.3 0;
            0 0;
            0 d1;
```



```

        0 d1+d2;
        L d1+d2;
        L 0;
        L-0.3 0;
        L+0.3 0;
        L 0;
        L d1;
        0 d1];

%Coordenadas de cada punto actualizadas
H27 = [L/2 d1+h27];
H26 = [L/2-L/2/7 d1+h26];
H25 = [L/2-2*L/2/7 d1+h25];
H24 = [L/2-3*L/2/7 d1+h24];
H23 = [L/2-4*L/2/7 d1+h23];
H22 = [L/2-5*L/2/7 d1+h22];
H21 = [L/2-6*L/2/7 d1+h21];
H20 = [0 d1];
viga_H2 = [H27' H26' H25' H24' H23' H22' H21' H20']';

V0 = [0 d2];
V1 = [0+v1 d2+1*d2/10];
V2 = [0+v2 d2+2*d2/10];
V3 = [0+v3 d2+3*d2/10];
V4 = [0+v4 d2+2*d2/10];
V5 = [0+v5 d2+2*d2/10];
V6 = [0+v6 d2+2*d2/10];
V7 = [0+v7 d2+2*d2/10];
V8 = [0+v8 d2+2*d2/10];
V9 = [0+v9 d2+2*d2/10];
V10 = [0 d2+2*d2/10];
viga_V = [V0' V1' V2' V3' V4' V5' V6' V7' V8' V9' V10']';

H17 = [L/2 d1+d2+h17];
H16 = [L/2-L/2/7 d1+d2+h16];
H15 = [L/2-2*L/2/7 d1+d2+h15];
H14 = [L/2-3*L/2/7 d1+d2+h14];
H13 = [L/2-4*L/2/7 d1+d2+h13];
H12 = [L/2-5*L/2/7 d1+d2+h12];
H11 = [L/2-6*L/2/7 d1+d2+h11];
H10 = [0 d1+d2];
viga_H1 = [H10' H11' H12' H13' H14' H15' H16' H17']';

movie = VideoWriter('80_5Hz.mp4');
open(movie);
alf = 0;
n_iter = 10;
n_pasos = 100;
n_ciclos = 1;
indice = 2;

P_fijos_x = P_fijos(:,1);
P_fijos_y = P_fijos(:,2);

```



```

viga_H2_x = viga_H2(:,1);
viga_H2_y = viga_H2(:,2);
viga_H1_x = viga_H1(:,1);
viga_H1_y = viga_H1(:,2);
viga_V_x = viga_V(:,1);
viga_V_y = viga_V(:,2);

for i=1:100
    H27 = [L/2 d1+alf*h27];
    H26 = [L/2-L/2/7 d1+alf*h26];
    H25 = [L/2-2*L/2/7 d1+alf*h25];
    H24 = [L/2-3*L/2/7 d1+alf*h24];
    H23 = [L/2-4*L/2/7 d1+alf*h23];
    H22 = [L/2-5*L/2/7 d1+alf*h22];
    H21 = [L/2-6*L/2/7 d1+alf*h21];
    H20 = [0 d1];
    viga_H2 = [H27' H26' H25' H24' H23' H22' H21' H20']';

    V0 = [0 d1];
    V1 = [0+v1*alf d1+1*d2/10];
    V2 = [0+v2*alf d1+2*d2/10];
    V3 = [0+v3*alf d1+3*d2/10];
    V4 = [0+v4*alf d1+4*d2/10];
    V5 = [0+v5*alf d1+5*d2/10];
    V6 = [0+v6*alf d1+6*d2/10];
    V7 = [0+v7*alf d1+7*d2/10];
    V8 = [0+v8*alf d1+8*d2/10];
    V9 = [0+v9*alf d1+9*d2/10];
    V10 = [0 d1+10*d2/10];
    viga_V = [V0' V1' V2' V3' V4' V5' V6' V7' V8' V9' V10']';

    H17 = [L/2 d1+d2+h17*alf];
    H16 = [L/2-L/2/7 d1+d2+h16*alf];
    H15 = [L/2-2*L/2/7 d1+d2+h15*alf];
    H14 = [L/2-3*L/2/7 d1+d2+h14*alf];
    H13 = [L/2-4*L/2/7 d1+d2+h13*alf];
    H12 = [L/2-5*L/2/7 d1+d2+h12*alf];
    H11 = [L/2-6*L/2/7 d1+d2+h11*alf];
    H10 = [0 d1+d2];
    viga_H1 = [H10' H11' H12' H13' H14' H15' H16' H17']';

    viga_H2_x = viga_H2(:,1);
    viga_H2_y = viga_H2(:,2);
    viga_H1_x = viga_H1(:,1);
    viga_H1_y = viga_H1(:,2);
    viga_V_x = viga_V(:,1);
    viga_V_y = viga_V(:,2);

    if i == 1
        alf = sin(i/n_iter);

        figure(1);
        hold on,

```



```

        z0 =
plot(P_fijos_x,P_fijos_y,'k','XDataSource','P_fijos_x','YDataSource','P_fijos_y'); %Puntos
fijos
%
        z1 =
plot(P_fijos_x,P_fijos_y,'k','XDataSource','P_fijos_x','YDataSource','P_fijos_y'); %Puntos
fijos

        z2 = plot(viga_H2_x,viga_H2_y,'rx-
','XDataSource','viga_H2_x','YDataSource','viga_H2_y'); %Puntos viga inferior
        z3 = plot(viga_V_x,viga_V_y,'bo-
','XDataSource','viga_V_x','YDataSource','viga_V_y'); %Puntos columna
        z4 = plot(viga_H1_x,viga_H1_y,'rx-
','XDataSource','viga_H1_x','YDataSource','viga_H1_y'); %Puntos viga superior
axis([-L/5 L+L/10 -d1/10 d1+d2+d2/3])

title('80.5HZ      escala 10^7')
legend('Marco','DesplazVigasHorizontales','DesplazVigaVertical'),
xlabel('Longitud (m)')
ylabel('Altura (m)')

else
    alf = sin(i/n_iter);
    refreshdata(z0,'caller')
%
        refreshdata(z1,'caller')
    refreshdata(z2,'caller')
    refreshdata(z3,'caller')
    refreshdata(z4,'caller')
    axis([-L/5 L+L/5 -d1/10 d1+d2+d2/3])
    drawnow
    pause(0.05)

end

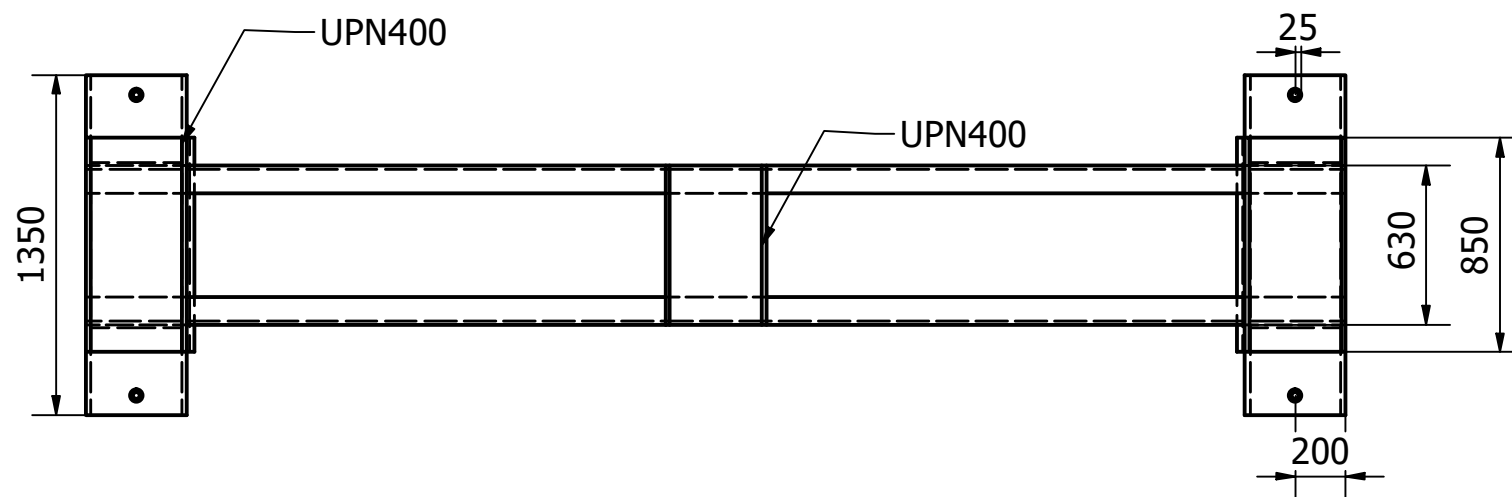
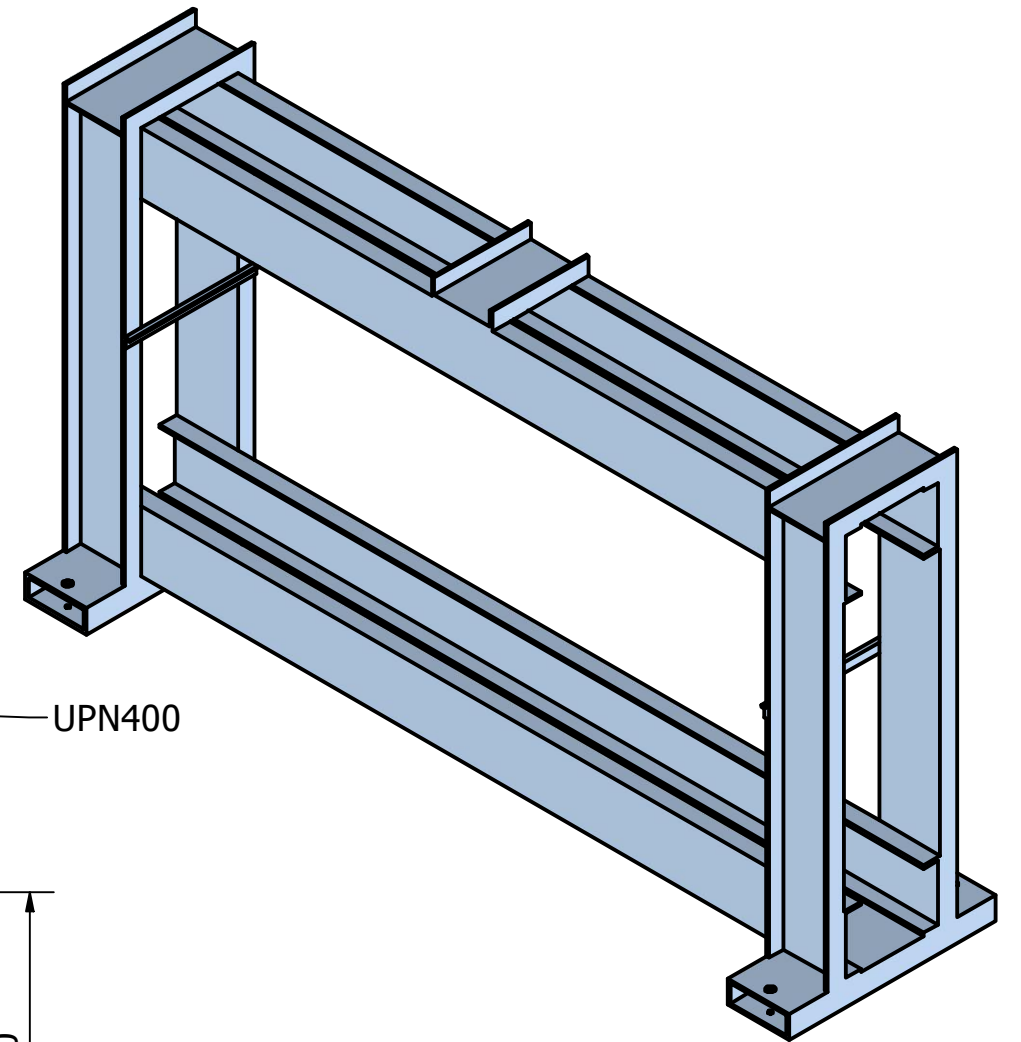
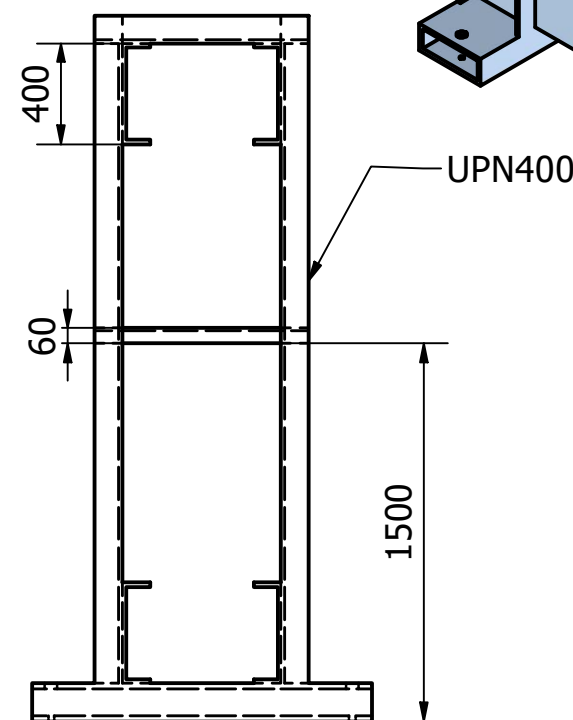
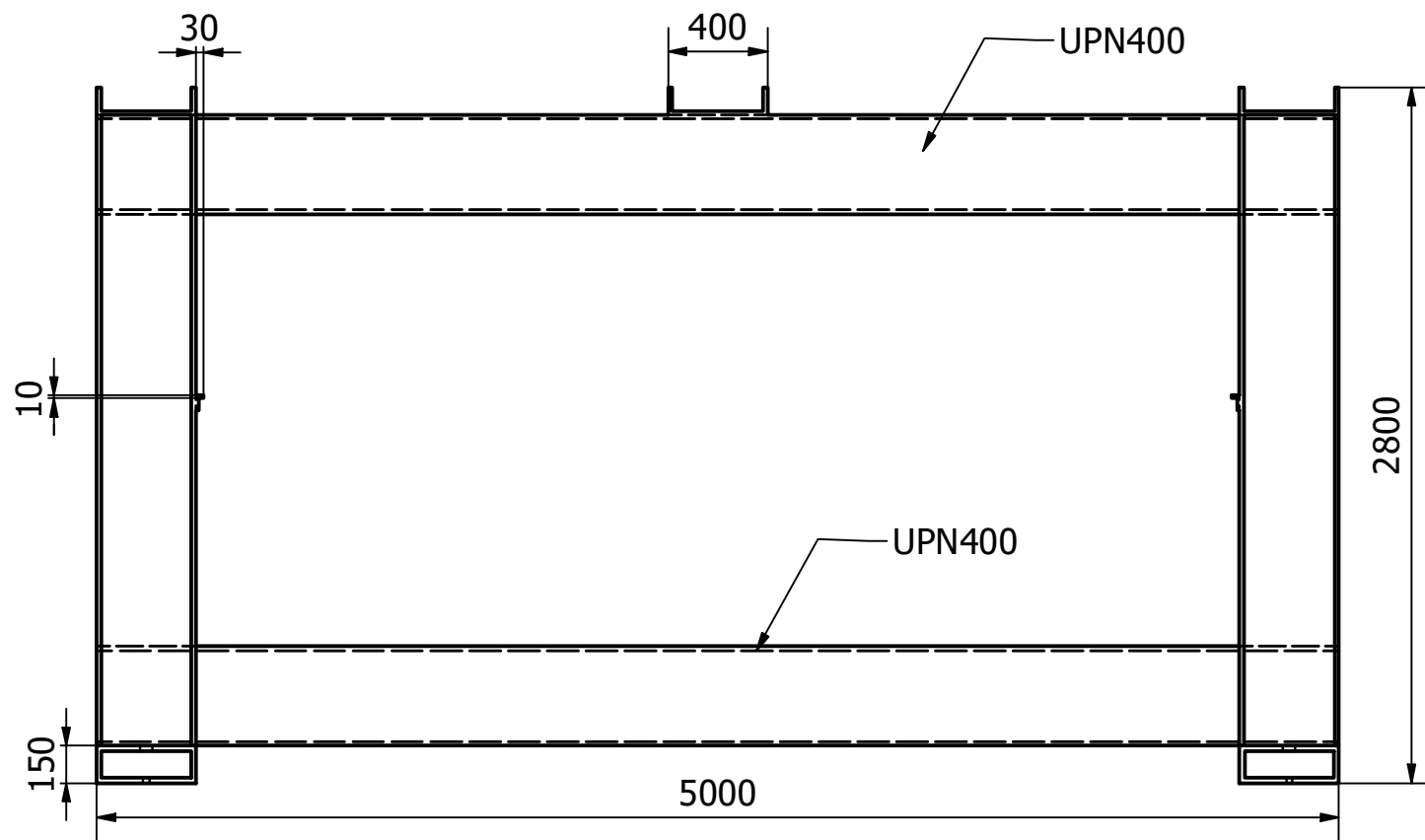
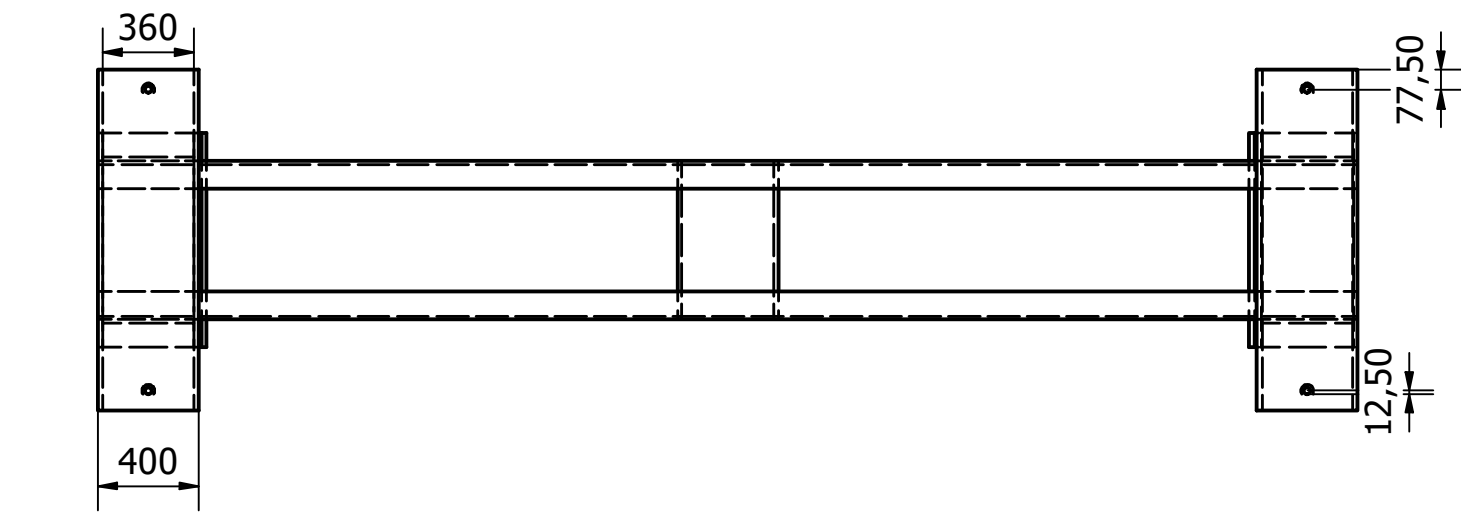
        frame = getframe(gcf);
        writeVideo(movie,frame)

end

close(movie)

```

11.2. Plano Marco de Carga



	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES	
DIBUJADO	23/03/23	Natalia Carmona	N.C.B		
COMPROBADO					
Cotas en mm					
ESCALA: 1:30	Estudio de la respuesta dinámica de un marco de carga para ensayos en laboratorio Marco de Carga Gunt SE-100				Nº PLANO 1/1
					SUSTITUYE A:
					SUSTITUIDO POR: