



Universidad de Jaén

Escuela Politécnica Superior de Jaén
Departamento de Mecánica y Minera

Don RUBÉN DORADO VICENTE , tutor del Trabajo Fin de Grado titulado: DISEÑO DE UN SIMULADOR CNC PARA TRAYECTORIAS DE VACIADO EN ESPIRAL, que presenta FRANCISCO JAVIER FERNÁNDEZ ARENAS, autoriza su presentación para defensa y evaluación en la Escuela Politécnica Superior de Jaén.

Jaén, SEPTIEMBRE de 2014

El alumno:

Los tutores:

FRANCISCO JAVIER FERNÁNDEZ ARENAS

RUBÉN DORADO VICENTE

Índice

1. ESTUDIO DE LAS APLICACIONES DE LAS ESPIRALES A PROBLEMAS DE MECANIZADO.....	3
1.1. INTRODUCCIÓN.....	3-4
1.2. TRAYECTORIAS CONVENCIONALES.....	5-6
1.3. TRAYECTORIA EN ESPIRAL.....	7-8
1.3.1. CARACTERÍSTICAS.....	9-11
2. ESTUDIO DE LAS TÉCNICAS OFFSET PARA VACIAR PIEZAS Y ELECCIÓN DE LAS ESTRATEGIAS MÁS EMPLEADAS	12
2.1.VACIADO.....	12-13
2.2. ESTRATEGIAS DE MECANIZADO	14-15
2.3. DESBASTE.....	15-18
2.4.OBJETIVO.....	18
2.5. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA.....	18
3. IMPLEMENTACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS OFFSETS	19-20
4. ESTUDIO E IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO PARA AJUSTE DE ESPIRALES.....	21-23
5. GENERACIÓN DE CÓDIGO ISO Y ANIMACIÓN DE RESULTADOS.....	24
6. COMPARACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS IMPLEMENTADAS VÍA TIEMPO Y FUERZA DE CORTE	25
6.1. TIEMPO Y FUERZA DE CORTE.....	25-30
6.2. EQUIPOS EMPLEADOS Y PIEZA.....	31-33
ANEXO: CÓDIGOS.....	34
A.1. CÓDIGO OFFSET.....	34-37
A.2. CÓDIGO INTERPOLACIÓN ARCOS.....	37-42
A.3. CÓDIGO ISO EN MATHEMATICA.....	42-43
A.4. CÓDIGO ISO EN CNC.....	44-70
A.5. CÓDIGO CURVATURA.....	71
Bibliografía	72

1. ESTUDIO DE LAS APLICACIONES DE LAS ESPIRALES A PROBLEMAS DE MECANIZADO

1.1. Introducción

El **vaciado interior o “cajeado”** es la eliminación de toda la materia dentro de algún límite cerrado arbitrario a una profundidad fija, sobre una pieza plana llamada **cajera**. La mayoría de mecanizados de piezas aeroespaciales pueden ser pensados como el mecanizado de una cajera.

Actualmente existe un interés creciente en la **generación de trayectorias suaves** para el fresado plano de cajeras. Una de las primeras soluciones en esta línea es la presentada por **Bieterman y Sandstorm** [Mathematics & Computing Technology, The Boeing Company, Seattle, WA 98124-2207].

Su método utiliza la solución de una ecuación diferencial parcial elíptica en la región de interés, para generar una **trayectoria de suave curvatura en espiral**.

Este tipo de trayectorias en espiral conducen a reducciones sustanciales de desgaste de la herramienta en el corte de metales duros, y de tiempo de mecanizado en el corte de todos los metales.

La generación de la trayectoria en espiral es el foco principal de este trabajo.

Como se verifica por experimentos computacionales, este tipo de trayectoria de la herramienta permite ahorrar hasta un 30% el tiempo de mecanizado en comparación con las trayectorias convencionales. También se extiende en gran medida la vida de la herramienta en el mecanizado de metales duros. Claramente, hay beneficios económicos potenciales en tales resultados.

Comentado [RD1]: Indica en el texto las referencias de las que has sacado estos datos.

En este trabajo se describe el método de generación de la trayectoria en espiral de la herramienta en mecanizado de cajas que son convexas, que están libres de las islas y que están mecanizadas mediante la eliminación de capas de profundidad constante. En la figura 1 vemos un ejemplo de la caja que estudiaremos.

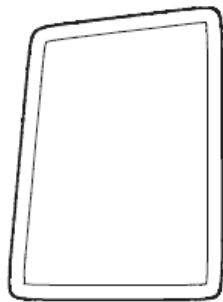


Fig.1. Caja convexa sin islas

Comentado [RD2]: Incluye una figura con un ejemplo del tipo de caja a estudiar.

1.2. Trayectorias convencionales

Como ejemplo más importante de trayectoria convencional, vemos en la figura 2 una trayectoria **paralela-offset** de la herramienta para mecanizado de una cajera pentagonal con esquinas redondeadas.

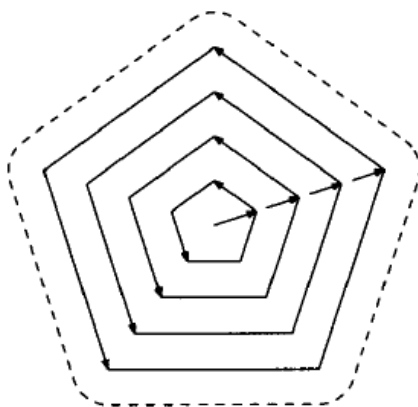


Fig 2. Trayectoria convencional

Esta trayectoria se genera desplazando el límite de cajera (línea discontinua) hacia dentro una distancia fija, y el proceso se repite hasta la cajera central.

La cajera está típicamente mecanizada hacia el exterior. Comenzando en la cajera central, la herramienta se desplaza de forma secuencial a lo largo de cada órbita hasta llegar al límite de cajera.

El principal problema con estas trayectorias convencionales de herramientas es que se hagan malos mecanizados en los rincones o zonas de alta curvatura local. Al llegar a una esquina, la herramienta tiene que desacelerar para descansar, para acelerar a medida que sale de la esquina. Las esquinas de la trayectoria se pueden redondear ligeramente, lo que ayuda un poco.

Comentado [RD3]: Esto parece una traducción. Mejora la traducción.

Comentado [RD4]: El título en castellano.

La curvatura también contribuye en gran medida al desgaste de la herramienta cuando se cortan metales duros.

No se sabe exactamente porqué pero algunos desgastes mecánicos se producen cuando una herramienta realiza un corte de esquina. Tal vez el aumento de la temperatura que se produce en esquinas podría contribuir significativamente al desgaste de la herramienta.

La experiencia práctica permite a los programadores de CN (control numérico) resolver estos problemas: introduciendo amplias curvas en la mayor parte de la trayectoria. Sin embargo, la implementación automática de trayectorias suaves aun está por desarrollarse.

1.3. Trayectoria en espiral

Comentado [RD5]:

En este trabajo realizaremos una **trayectoria basada en una espiral de Arquímedes**.

La Figura 3 muestra una trayectoria curvilínea en espiral de la herramienta para la caja pentagonal de la figura. 2.

A diferencia del camino convencional representado en la fig. 2, la **trayectoria curvilínea espiral** de la herramienta tiene poca curvatura, casi constante cerca del centro de la caja y cambia lentamente a la forma de la pieza a medida que se acerca al límite.

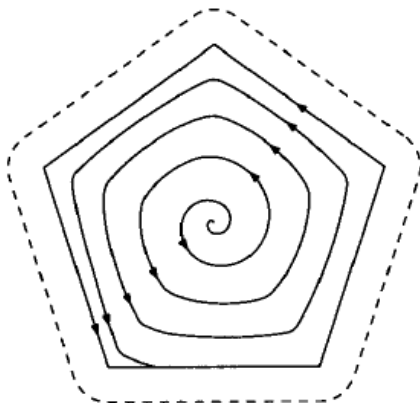


Fig.3 Trayectoria en espiral

La Figura 4 es una fotografía de una parte de ensayo de aluminio con cuatro cajeras, con refrigerante y las virutas esparcidas al ser mecanizadas con el método de trayectoria curvilínea de la herramienta [Mathematics & Computing Technology, The Boeing Company, Seattle, WA 98124-2207].

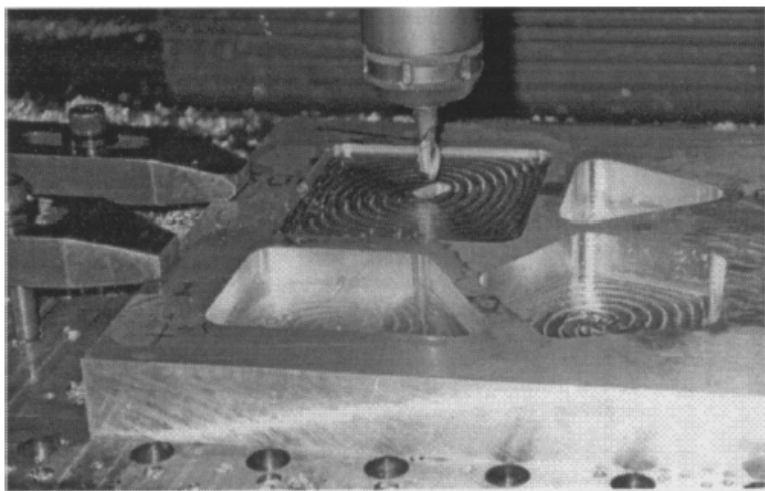


Fig 4. Ensayo trayectoria espiral

La función matemática utilizada para transformar la trayectoria curvilínea en el enfoque actual es la solución aproximada de una ecuación diferencial parcial de segunda orden elíptica, como ya hemos comentado.

La espiral, que tiene lugar entre los contornos adecuadamente espaciados, es de tipo continua, que pasa órbita por órbita, hasta que se retira todo el material.

1.3.1. Características

Reducción de tiempo de mecanizado. Con la trayectoria curvilínea de la herramienta se reduce el tiempo de mecanizado para una amplia variedad de corte de la máquina.

Las esquinas internas de un camino convencional se redondean de manera que la herramienta no se vea obligada para parar en cada una, pero la velocidad de alimentación se reduce de forma natural debido a la aceleración centripeta, de ahí que el tiempo de mecanizado sea mayor que en la trayectoria curvilínea.

Las figuras 5 y 6 muestran trayectorias convencionales y curvilíneas de la herramienta, respectivamete. En ambas figuras, la línea discontinua representa el límite de cajera.

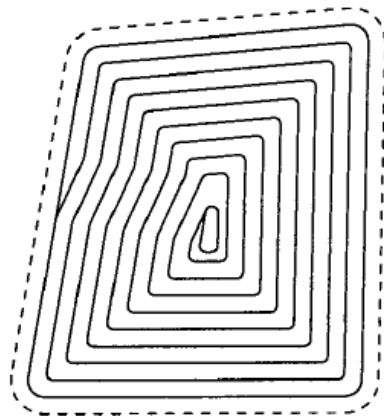


Fig. 5 Trayectoria convencional

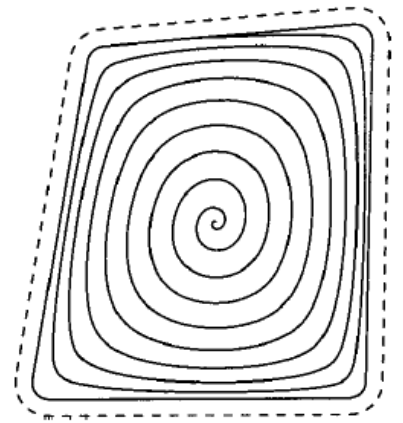


Fig.6 Trayectoria curvilínea

Según el artículo [Mathematics & Computing Technology, The Boeing Company, Seattle, WA 98124-2207]. La Figura 7 muestra los relativos ahorros de tiempo de mecanizado de la trayectoria curvilínea de la herramienta de la figura. 6 en comparación con la trayectoria de la figura. 5.

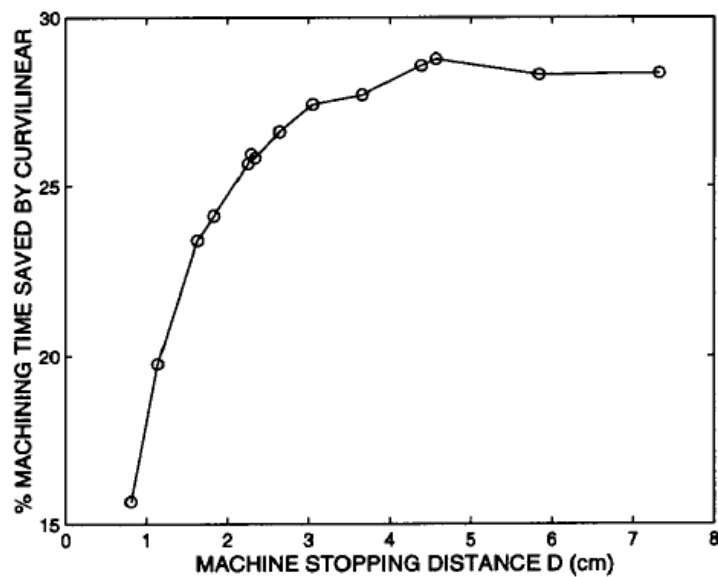


Fig.7 Ahorro de tiempo de mecanizado

La Figura 7 muestra un ahorro de aproximadamente el 15% - 29%, con ahorros más grandes para grandes valores de parámetros de mecanizado.

Si no hubiera redondeo, entonces los ahorros de alrededor del 15,5% y el 28,5% , se habría incrementado a aproximadamente 22% y 34%, respectivamente.

Claramente, vemos que se puede ahorrar mucho tiempo de mecanizado con la trayectoria curvilínea. Uno puede esperar una reducción del tiempo de mecanizado en el rango de 10% - 30%, en general.

Aumento de la vida de la herramienta. Un experimento de corte de titanio se realizó para evaluar si las actuales trayectorias curvilíneas de la herramienta podría aumentar sustancialmente la vida de la herramienta.

La hipótesis era que éste sería el caso, debido a que el acoplamiento de la herramienta varía suavemente por la eliminación de la mayoría de las curvas.

Los resultados fueron los siguientes. Para el camino convencional, cuatro herramientas tuvieron que ser utilizadas para eliminar una capa del bloque. Los tiempos de vida de las herramientas fueron 15 min, 22 min, 24 min, y 18 min, respectivamente. Las herramientas anteriores fracasaron antes, creemos, porque se encontraron con más esquinas en la trayectoria por unidad de material que si el camino hubiera sido en espiral.

En el caso de la trayectoria curvilínea, se utilizaron tres herramientas, con tiempos de vida de 39 min y 29 min para la primera y segunda herramienta, respectivamente, y de 12 min para la tercera herramienta, la que probablemente podría haber durado otros 15 o 20 minutos.

Estos resultados muestran que la vida de la herramienta en el corte de titanio puede ser mucho mayor mediante el uso de la trayectoria curvilínea en lugar de los caminos convencionales.

Comentado [RD6]: Esto no lo debes hacer así. Has traducido el artículo de Bieterman y lo has plantado aquí. No tiene sentido bórralo y reescribe sólo lo necesario con tus palabras.

2. ESTUDIO DE LAS TÉCNICAS OFFSET PARA VACIAR PIEZAS Y ELECCIÓN DE LAS ESTRATEGIAS MÁS EMPLEADAS.

2.1. Vaciado

Comentado [RD7]: Escríbelo con tus propias palabras.

En términos de productividad, la eficiencia de un vaciado depende del tiempo de corte empleado. Pueden implementarse distintas estrategias (trayectoria y parámetros de corte) para obtener un mismo vaciado.

Por ello si se desea mejorar la productividad es necesario conocer el tiempo de mecanizado de las distintas soluciones.

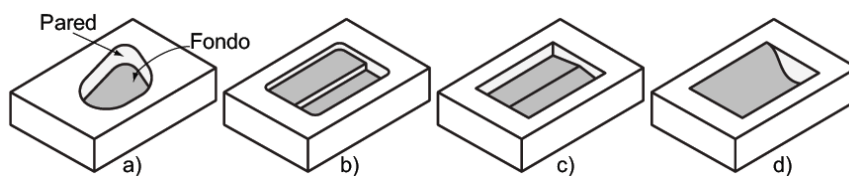
El anterior tiempo suele calcularse teóricamente suponiendo una velocidad de avance constante, y multiplicando su inversa por la longitud total de la trayectoria. Sin embargo, esta estimación no considera los efectos de la aceleración y deceleración de la fresa, que pueden incrementar su valor cuando la trayectoria se compone de muchos tramos rectos de pequeña longitud o en el caso de mecanizados a alta velocidad. En ambos casos se producirán deceleraciones/aceleraciones para mantener la estabilidad de la operación.

Por todo lo anterior, resulta interesante disponer de una estimación más realista del tiempo de corte, que permita comparar estrategias de vaciado sin necesidad de realizar ensayos reales. Es posible abordar este problema mediante:

- **Estimación analítica.** Se trata de simular el comportamiento físico del sistema, por esta razón este enfoque es complejo y requiere de la identificación de diferentes parámetros.
- **Estimación empírica.** Consiste en ajustar un modelo a datos empíricos, en consecuencia, se necesita un gran número de ensayos para garantizar un resultado adecuado.
- **Estimación mecánica.** Combinando ambas estrategias se puede emular el comportamiento del sistema una vez calibrados un número limitado de parámetros.

Los tipos de vaciado más comunes son los siguientes:

- a) **plano**, con fondo y paredes planas.
- b) **multientrada**, con varios fondos planos.
- c) **multicara**, con fondos de distinta inclinación,
- d) **fondo libre**, el fondo es una superficie arbitraria.



Las operaciones de cajeado son muy comunes y tienen gran importancia en las industrias aeronáutica y automovilística, ya que se emplea durante el desbaste de moldes y matrices de fabricación.

Durante la operación de fresado, la herramienta puede seguir trayectorias de corte distintas, en función de la estrategia utilizada a la hora de generar dichas trayectorias.

2.2. Estrategias de mecanizado

Por **estrategia de mecanizado** entendemos el conjunto de decisiones que tomamos para abordar el mecanizado de una pieza: por dónde deben pasar las trayectorias, si deben ser o no paralelas entre sí, cómo ir profundizando en la pieza, etc. La generación de trayectorias de mecanizado se puede abordar de dos maneras:

Automáticamente (zig-zag, contour parallel): el sistema genera las trayectorias de CN (control numérico) de manera automática, siguiendo una estrategia definida por el sistema. Este procedimiento puede ser útil para usuarios no familiarizados con las máquinas, pero da lugar a piezas de baja calidad, debido a la dificultad de determinar automáticamente la mejor estrategia a seguir.

Manualmente: Es el usuario el que determina la estrategia a seguir, aunque el sistema pueda generar automáticamente la trayectoria concreta partiendo de las indicaciones del usuario. En este caso, o el diseñador tiene unos conocimientos muy amplios de mecanización, o es el personal de mecanizado el que debe determinar la estrategia adecuada. En el presente trabajo abordaremos la estrategia manualmente.

La estrategia que utilicemos para generar las trayectorias depende de los siguientes factores:

- La geometría de la pieza.
- El tipo de máquina con que contemos, es decir, su número de ejes: 2, 2 y $\frac{1}{2}$, 3 ó 5.
- La forma de la herramienta que utilicemos para mecanizar: esférica, cillíndrica, cónica o tórica.
- El material que debemos mecanizar.
- El tipo de mecanizado que queramos obtener:

- **Vaciado:** mecanizado rápido, de poca precisión, para eliminar de manera rápida y burda el grueso del material. Este es el mecanizado que nosotros haremos en el presente trabajo.

- **Acabado:** mecanizado más lento, de precisión alta, cuyo fin es terminar la pieza.

- **Refinado:** mecanizado muy lento, con una herramienta muy pequeña y de muy alta precisión, para refinar aquellas partes con mucho detalle que las herramientas habituales no pueden terminar.

- Restricciones temporales, referidas al tiempo máximo de fabricación de la pieza.

Atendiendo a la disposición de las trayectorias, podemos clasificar los mecanizados en las siguientes categorías:

Zig-zag: La herramienta se mueve en sucesivas capas, generalmente planos horizontales. En cada plano, la herramienta traza líneas rectas paralelas, por lo que también se le llama mecanizado paralelo a una dirección. El movimiento de la herramienta es bidireccional. Se utiliza sobre todo para mecanizados de altura constante, con poca precisión.

Contour Parallel: La trayectoria de la herramienta se obtiene con offsets (paralelas). Por eso también se le conoce como mecanizado paralelo al contorno. Como en el caso anterior se suele utilizar para mecanizados en altura constante.

Contorneado: La trayectoria sigue los bordes de la pieza. Se utiliza para acabados y refinados, por ser de alta precisión.

Radial: La herramienta se mueve a lo largo de los radios de un círculo. Se utiliza para mecanizados de altura variable.

Ortogonal: Se utiliza para acabados y refinados. La herramienta se mueve ortogonalmente en las concavidades donde no ha podido entrar una herramienta grande.

Isoparamétrico: Es una opción sencilla para mecanizar superficies libres. Las trayectorias se trazan sobre la superficie coincidiendo con líneas isoparamétricas: En cada pasada de la herramienta, uno de los parámetros de la superficie permanece constante mientras el otro va incrementándose en pasos discretos constantes.

Una vez que tenemos definidas las trayectorias podremos pasar al desbaste siguiendo una de ellas. Las más usadas son las que detallamos a continuación. Primero una breve definición de la operación de desbaste.

2.3. Desbaste

Conocemos por **desbaste** al vaciado de material dentro de un área determinada por una curva o contorno. Existen, básicamente, dos tipos principales de trayectorias para realizar un desbaste:

Desbaste en zig-zag o paralelo a una dirección: la herramienta sigue una trayectoria paralela a una dirección inicial. Las trayectorias se recorren alternativamente de izquierda a derecha y viceversa, resultando un recorrido de tipo zig-zag.

Desbaste en espiral, concéntrico o paralelo al contorno: las trayectorias son paralelas (offsets) al contorno del área a desbastar. Resulta, de esta manera, una trayectoria de tipo espiral, donde cada pasada de la herramienta se realiza a una distancia del contorno constante.

Evidentemente las curvas a desbastar deben ser cerradas. No obstante, nosotros vamos a extender el concepto para definir también la operación de desbaste para superficies: en este caso consistirá en el desbaste del contorno de la superficie.

En el interior de los contornos pueden existir otras curvas cerradas que no queramos desbastar. Esas curvas se conocen como islas.

La estrategia elegida para generar la trayectoria de la herramienta puede influir en los parámetros importantes (tiempo de mecanizado, las fuerzas de corte, la longitud de la trayectoria de la herramienta, rugosidad de la superficie).

En la figura 8 vemos distintas **geometrías de cajera**:

1. La cajera es un sistema cerrado no simétrico y con curva convexa.
2. La cajera tiene dos ejes simétricos de curva no convexa
3. La cajera es una curva cerrada no simétrica con una isla interior.

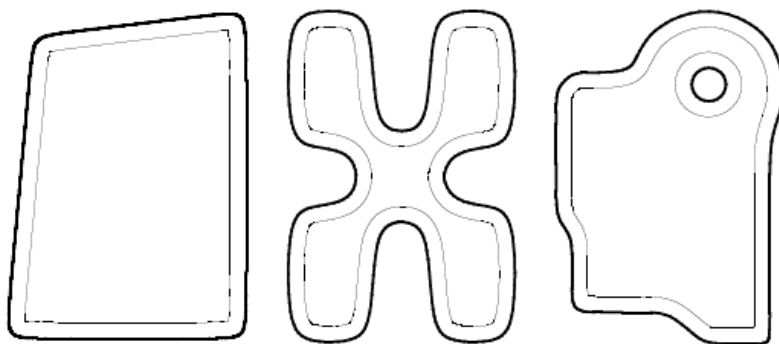


Fig 8. Geometrías de cajera

Estas geometrías se eligen de acuerdo a las siguientes razones:

En relación con el **tiempo de mecanizado**, se puede concluir que:

Para todas las geometrías de cajera, la estrategia paralela al contorno (contour parallel) se da con tiempos de mecanizado más bajos. Esta diferencia es causada por la necesaria pasada final en el contorno utilizado en la estrategia zig-zag para evitar la mordedura. Este problema no se presenta en la estrategia paralela al contorno, ya que la pasada final es parte de la estrategia en sí.

La diferencia es más significativa en la geometría lóbulos (Fig. 6, cajera 2) que en la cajera convexa, con o sin islas. Es debido a que la estrategia zig - zag proporciona más movimiento de aire, especialmente en tales geometrías.

En relación con las **fuerzas de corte**, se puede afirmar que:

Para todas las geometrías de cajera, la estrategia paralela al contorno presenta fuerzas de resultados media superiores, además más vibraciones. Ambos fenómenos se pueden explicar por el gran número de cambios de dirección durante el mecanizado. Esta situación podría dar origen a un desgaste prematuro de la herramienta.

Un estudio económico, que tenga en cuenta que el coste económico de este desgaste prematuro de la herramienta en la estrategia paralela al contorno como estimar el tiempo en relación con la estrategia zig-zag, podría ser interesante como trabajo futuro.

En relación con la **rugosidad de la superficie**, se puede afirmar que:

Para la cajera 1 y la cajera 2, la rugosidad de la superficie transversal y longitudinal es menor que para la estrategia paralela al contorno.

Las diferencias son menores en la cajera 3. Puede ser debido a la presencia de islas, que distorsionan la generación de trayectorias.

2.4. Objetivo

Nuestro objetivo será el diseño de un simulador de CNC para obtener trayectorias de vaciado en espiral. Para ello haremos uso de interpolación circular, mediante arcos de circunferencias, respecto a offsets.

2.5. Definición del problema

En nuestro caso trabajaremos con una región sin islas ni entrantes y con curvas convexas (cajera 1) de la figura 8.

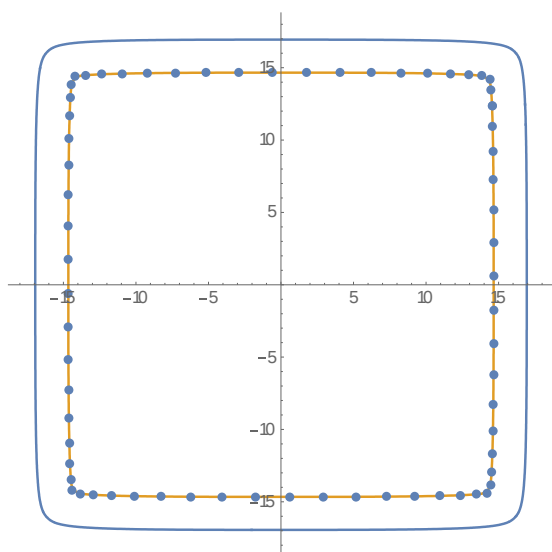
3. IMPLEMENTACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS OFFSETS

A continuación, explicaremos los pasos a seguir para implementar los offsets de una determinada región límite. El código implementado para la obtención de estos offsets se encuentra en el apartado A.1. del anexo de códigos.

Implementación de offsets:

- 1- Suavizar la trayectoria de la región límite con **BSplineFunction**.
- 2- Calcular los vectores normales de cada punto de la trayectoria límite.
- 3- Con estos vectores normales, se podrá calcular los puntos de cada offset, sabiendo la distancia entre offsets.
- 4- Según el paso elegido, seleccionaremos más o menos puntos de control.

En la imagen vemos el offset generado con sus puntos de control a 2.28 de distancia de la región límite (azul) y con un paso de 0.01.



Ejemplo:

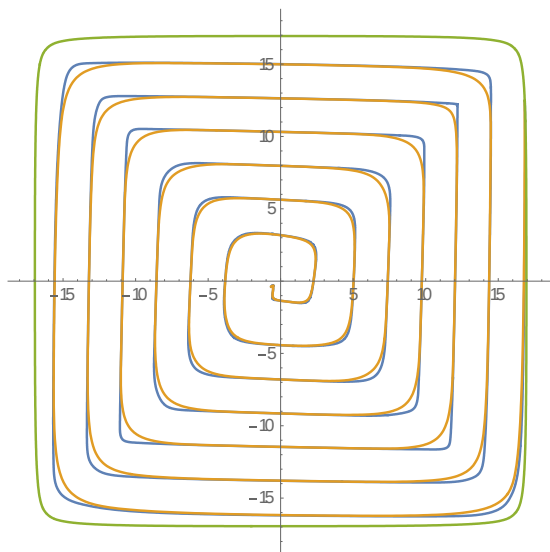
Aquí tenemos el ejemplo, que es el objeto de nuestro estudio.

Nuestro límite (en verde) está formado por los siguientes puntos:

0.77 $\{ \{22, 0\}, \{22, 19\}, \{21.12, 21.12\}, \{19, 22\}, \{0, 22\}, \{-19, 22\}, \{-21.12, 21.12\}, \{-22, 19\}, \{-22, 0\}, \{-22, -19\}, \{-21.12, -21.12\}, \{-19, -22\}, \{0, -22\}, \{19, -22\}, \{21.12, -21.12\}, \{22, -19\} \}$.

En amarillo hemos definido una espiral de Arquímedes, y en azul filtramos esta espiral a través de nuestra implementación de la estrategia de offsets.

La aproximación es buena, no tanto en las “esquinas” de la espiral.



4. ESTUDIO E IMPLEMENTACIÓN DE UN ALGORITMO PARA AJUSTE DE ESPIRALES.

Para ajustar nuestra trayectoria espiral, hemos utilizado una interpolación circular mediante arcos de circunferencia con el programa Mathematica, cuyo código se especifica en el apartado A.2. del anexo de códigos.

Se han seguido los siguientes pasos:

Estos pasos se pueden aplicar para cualquier trayectoria:

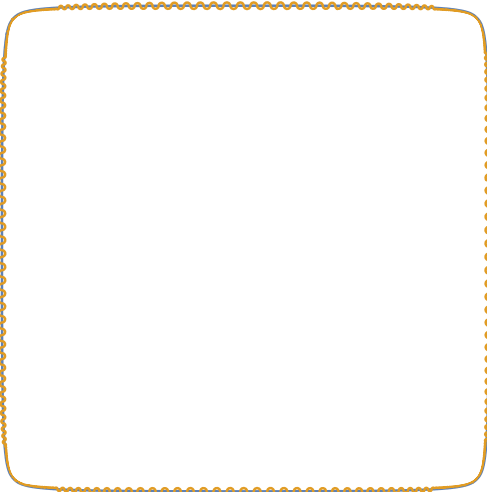
- 1- Definiremos los segmentos entre cada dos puntos consecutivos de la trayectoria.
- 2- Calcularemos los vectores normales a los segmentos anteriores y el punto medio de cada segmento.
- 3- Obtendremos la recta que pasa por este punto medio y con dirección normal.
- 4- También calcularemos la recta que pasa por el punto inicial con dirección tangencial a este punto.
- 5- La intersección entre estas dos rectas será nuestro punto por el que pase el arco.
- 6- Calcularemos la distancia entre el punto inicial y este punto calculado.
- 7- Con esta distancia ya podremos calcular el centro del arco.
- 8- Teniendo el centro, obtendremos el radio del arco.
- 9- Este será el proceso para cada par de puntos consecutivos de cualquier trayectoria.

Para nuestro caso seguiremos estos pasos con nuestra espiral filtrada respecto a offsets.

Ejemplo 1:**Comentado [RD8]:** Como ejemplo está bien.

A continuación mostramos el ejemplo de aproximar por arcos la trayectoria de la región límite de nuestro estudio que forman los siguientes puntos:

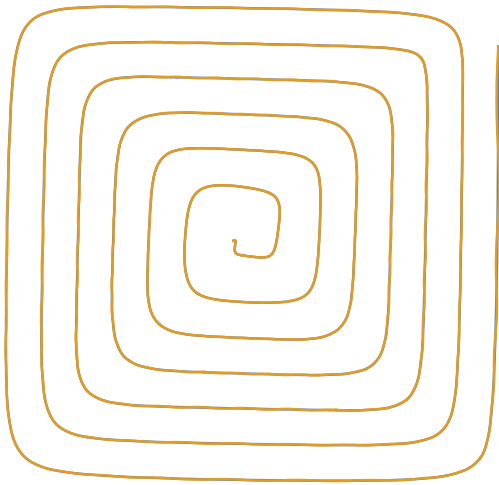
pts=0.77 {{22,0},{22,19},{21.12,21.12}, {19,22}, {0,22},{-19,22},{-21.12,21.12},{-22,19},{-22,0},{-22,-19},{-21.12,-21.12},{-19,-22},{0,-22},{19,-22},{21.12,-21.12},{22,-19}};



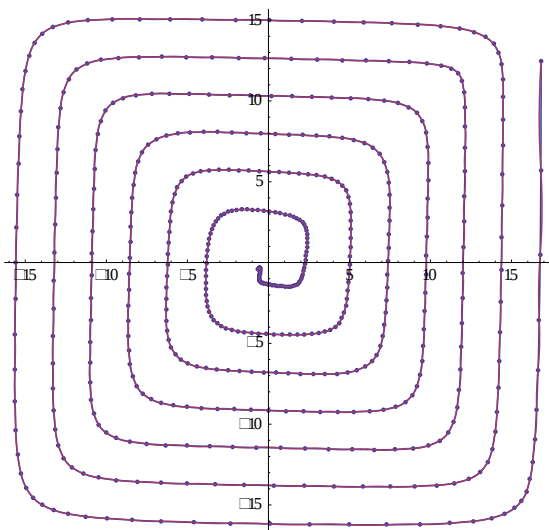
Si aumentamos el paso, es decir el número de puntos de control de la trayectoria, obtendremos una mejor aproximación.

Ejemplo 2:**Comentado [RD9]:** Como ejemplo está bien.

Este es el ejemplo de aproximar nuestra espiral respecto a offsets mediante arcos de circunferencia (interpolación circular). Como vemos, ajustando el paso convenientemente, la aproximación será bastante buena:



Estos serán nuestros puntos de control de nuestra espiral aproximada:



5. GENERACIÓN DE CÓDIGO ISO Y ANIMACIÓN DE RESULTADOS.

Comentado [RD10]: Igual que el apartado anterior. Deberías explicar también que se ha empleado una interpolación por arcos de circunferencia.

Para generar el código ISO utilizaremos los comandos G03 o G02, según convenga, ya sea la interpolación circular según el sentido contrario de las agujas del reloj o en el sentido de las agujas del reloj, respectivamente.

Tendremos que indicar en X e Y el punto final del arco y en R el radio del arco.

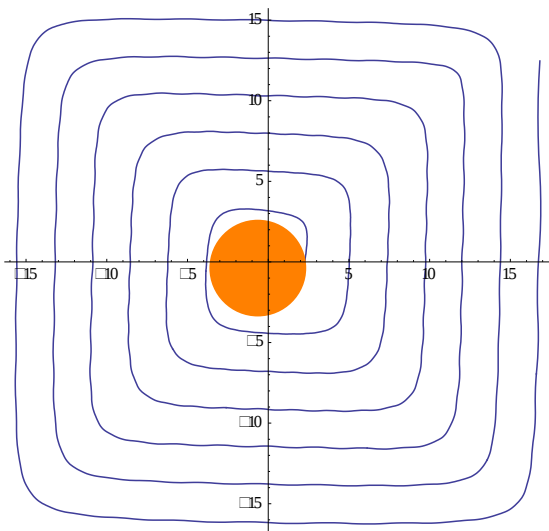
También utilizaremos G01 (interpolación lineal) para los puntos frontera.

En el anexo de códigos (A.3.) tendremos la parte del código en Mathematica en la que obtenemos el código ISO.

El código ya generado para utilizarlo en CNC simulator se encuentra en el apartado A.4.

La animación de resultados se proporcionará en el CD, que se entregará junto con el presente impreso. En la siguiente imagen vemos una captura de la animación en Mathematica, donde el círculo naranja simulará la fresa que realizará la trayectoria espiral.

También en el CD se incluirá la animación desde el programa CNC simulator.

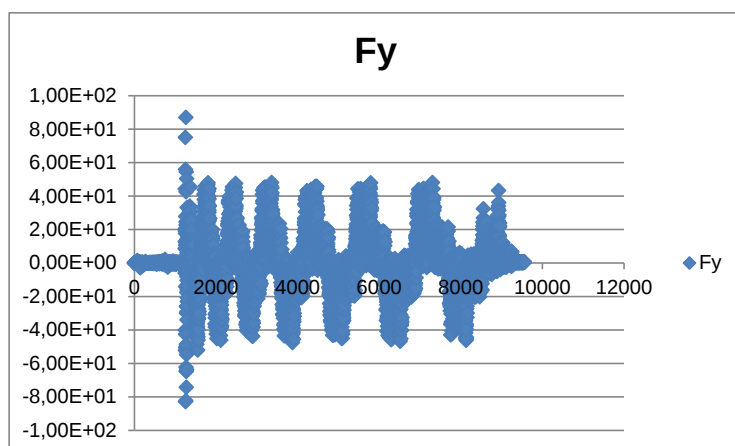
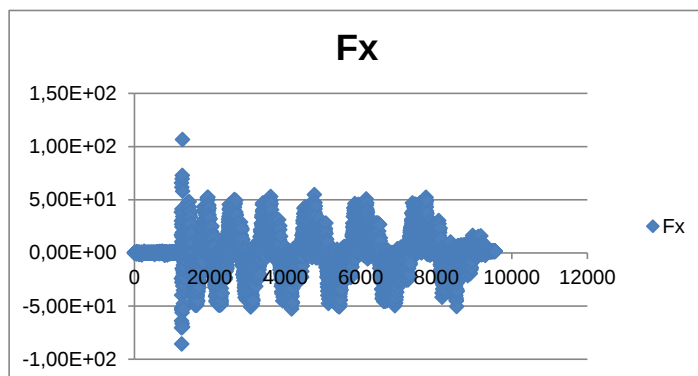


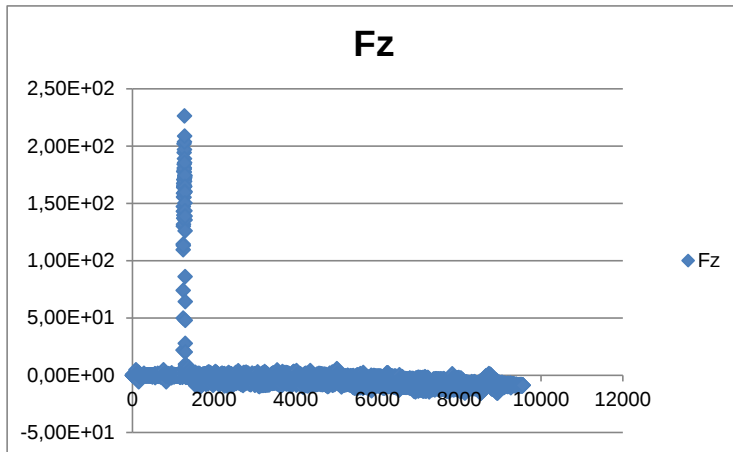
6. COMPARACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS IMPLEMENTADAS, VÍA TIEMPO Y FUERZA DE CORTE.

6.1. Tiempo y fuerza de corte

Hemos mecanizado la pieza en el laboratorio y con el dinamómetro hemos medido la fuerza de corte respecto al tiempo. Compararemos los datos obtenidos de nuestro ensayo con trayectoria en espiral respecto a offsets con otros dos ensayos, un ensayo con la estrategia de zig-zag y otro con la estrategia convencional de offsets. Aquí tenemos los resultados:

ENSAYO CON TRAYECTORIA EN ESPIRAL

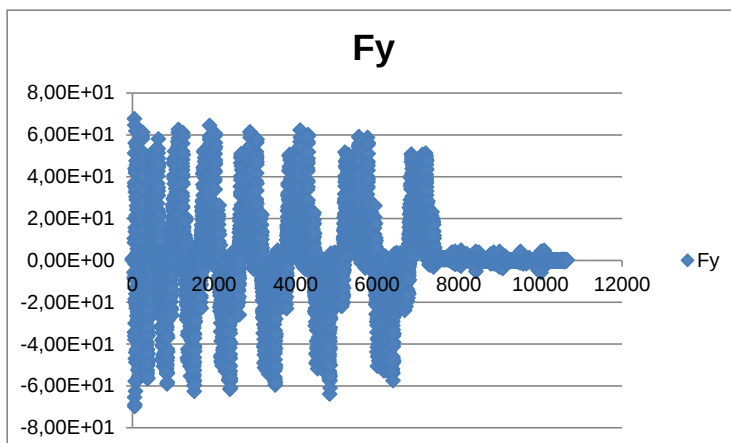
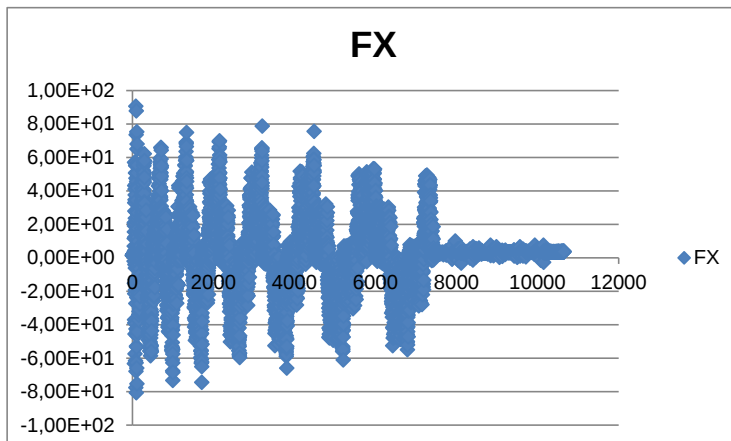


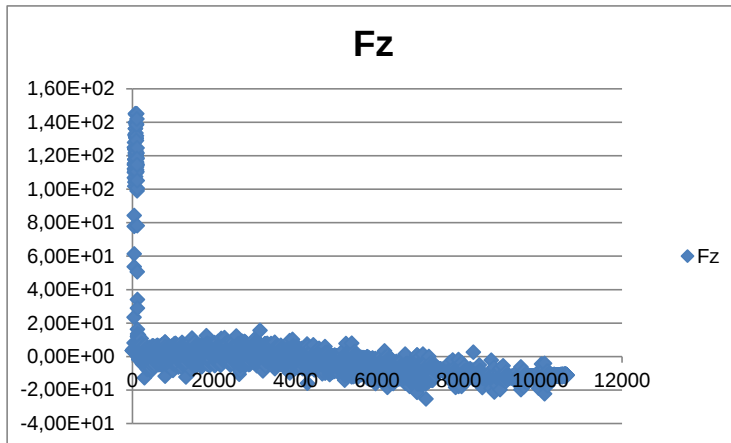


Vemos en las gráficas que F_x y F_y prácticamente oscilan entre valores muy pequeños ya que prácticamente no ejercen ninguna fuerza sobre la pieza.

En la gráfica donde se representa la fuerza en el eje z (F_z) vemos claramente cuando la fresa comienza el desbaste de la pieza, antes de 2000 ms.

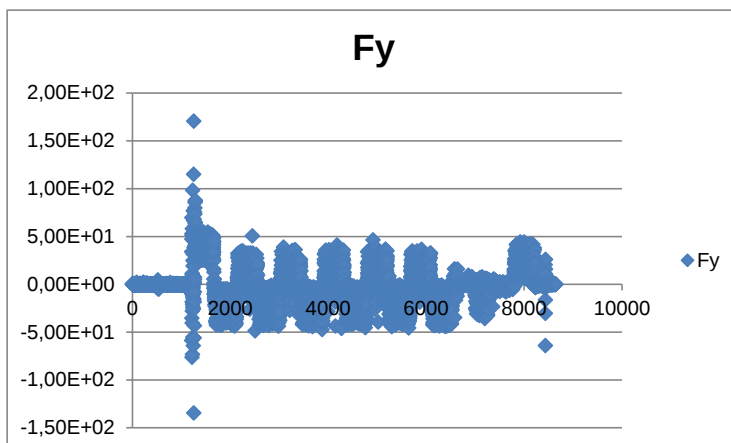
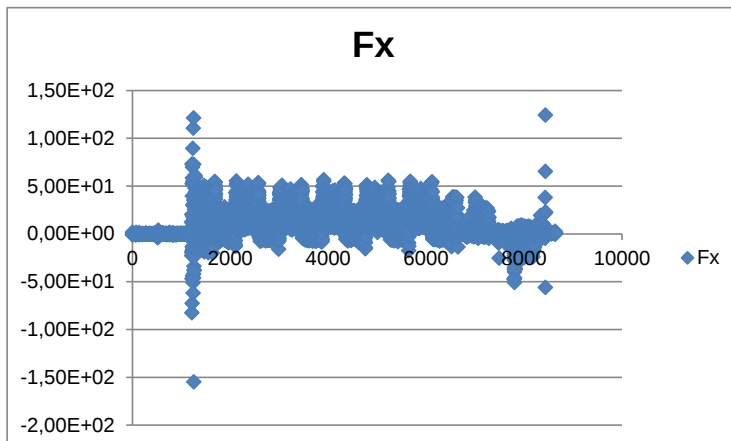
ENSAYO OFFSETS CONVENCIONAL

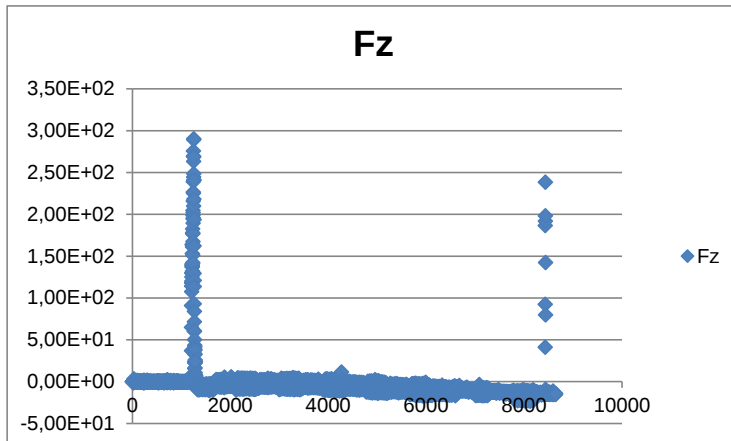




En este ensayo, con la estrategia de offsets, F_x y F_y tienen un poco más de oscilación que en la estrategia en espiral.

F_z se dispara justo al inicio del ensayo, por tanto empieza antes el desbaste que en la estrategia en espiral.

ENSAYO ZIG-ZAG



Con la estrategia de zig-zag, F_x y F_y presentan pocas oscilaciones pero se disparan al principio y al final del ensayo.

F_z aumentará drásticamente prácticamente al mismo tiempo que en el ensayo en espiral pero con la diferencia que al subir la fresa también produce un pico la F_z .

6.2. Equipos empleados y pieza

En este apartado mostramos los equipos empleados para mecanizar la pieza y para la medición de los distintos parámetros de mecanizado como son la fuerza o tiempo de corte.

Aquí se muestra el torno utilizado. En el programador hemos enviado el código ISO obtenido en CNC simulator .



Aquí vemos la fresadora dispuesta a mecanizar nuestra pieza:



Este es el dinamómetro que junto con un software en el PC medimos la fuerza respecto al tiempo de corte:



Finalmente esta es la pieza obtenida. Vemos claramente la estrategia con trayectoria en espiral respecto a offsets seguida para el vaciado de la pieza:



ANEXO: CÓDIGOS**A.1. Código offset**

La estrategia respecto a offsets que hemos seguido la implantaremos por vía MATHEMATICA. A continuación se muestra el código realizado.

```
offsetB[d_,ptsB_]:=Module[{cbx,cby,Tvec,Nvec,ncb},
(
  cbx=BSplineFunction[ptsB[[All,1]],SplineDegree<3,SplineClosed<True];
  cby=BSplineFunction[ptsB[[All,2]],SplineDegree<3,SplineClosed<True];
  Tvec=Join[D[{cbx[u],cby[u]},u],{0}]/.u<#;
  Nvec=Cross[Tvec,{0,0,1}];
  ncb=Nvec/Norm[Nvec];
  {cbx[#],cby[#]}+d Drop[ncb,-1]
)&
]

CurvesOffset[ptsBC_,do_,step_]:=Module[{cB,cO1,test,i,ptsCO,ptsO,ptsOK},
  cB=BSplineFunction[ptsBC,SplineDegree<3,SplineClosed<True];
  Clear[i,test];
  test=True;
  i=1;
  ptsCO={{}};
  While[test<True,
```

```

cO1=offsetB[-do i,ptsBC][u];

ptsO=Table[cO1,{u,0,1,step}];

ptsB=Table[cB[u],{u,0,1,step}];

ptsOK=Select[Table[

If[Chop[Min[Table[Norm[ptsO[[j]]-ptsB[[k]]],{k,Length[ptsO]}]]-do i]==0,

ptsO[[j]]],{j,Length[ptsO]}],ListQ];

ptsCO=Join[ptsCO,{ptsOK}];

test=Length[ptsOK]≠0;

i=i+1;

];

Clear[i,test];

ptsCO

]

ptsSquare=0.77 {{22,0},{22,19},{21.12,21.12}, {19,22}, {0,22},{-19,22},{-
21.12,21.12},{-22,19},{-22,0},{-22,-19},{-21.12,-21.12},{-19,-22},{0,-22},{19,-
22},{21.12,-21.12},{22,-19}};

Bound=BSplineFunction[ptsSquare,SplineClosed≠True][u];

BoundY=BSplineFunction[ptsSquare[{All,2}],SplineClosed≠True][u];

Sol=CurvesOffset[ptsSquare,2.28,0.01];

Manipulate[

Sol=CurvesOffset[ptsSquare,2.28 ma,0.01];

```

```

SolO=BSplineFunction[Sol[[2]],SplineClosed->True][u];

Show[

ParametricPlot[{Bound,SolO},{u,0,1}],

ListPlot[Sol[[2]],AspectRatio->Automatic]

],

{ma,1,100,1}]

SolL=Table[BSplineFunction[CurvesOffset[ptsSquare,2.28i,0.01][[2]],SplineClosed->True,SplineDegree->3][u],{i,7}];

Spirals=Join[Table[SolL[[i]] (1-u)+SolL[[i-1]] (u),{i,7,2,-1}],{SolL[[1]] (1-u)+Bound(u)}];

Coordenadas=Join[

Flatten[Table[Table[Spirals[[i]],{u,0,1-0.05,0.05}],{i,Length[Spirals]}],1],

{Spirals[[-1]]/.u->1}

];

SpiralFilteredX=BSplineFunction[

Coordenadas[[All,1]]

,SplineDegree->3][u];

SpiralFilteredY=BSplineFunction[

Coordenadas[[All,2]]

,SplineDegree->3][u];

SpiralFiltered={SpiralFilteredX,SpiralFilteredY};

```

```
ParametricPlot[{Spirals,SpiralFiltered,Bound},{u,0,1},PlotRange->All]
```

A.2. Código interpolación arcos

```
LinearI[P0_,P1_]:=Module[{p0x,p0y,p1x,p1y},
```

```
{p0x,p0y}=P0;
```

```
{p1x,p1y}=P1;
```

```
If[Chop[p0x-p1x,10-10]==0,p0x,
```

```
FullSimplify[py/.Solve[p0y-(1-(p0x-px)/(p0x-p1x))+(p1y-(p0x-px))/(p0x-p1x)-  
py==0,py][[1]]]
```

```
]
```

```
];
```

```
ArcSpline[ptsC_,InitialTangent_]:=Module[{vec,nvec,Mp,Eq1,Eq20,Eq21,P0,P1,P2,Ip,  
distD,cCircle,cR,w,vecConic,vecM,vecCircle,vecR,cArc,ControlArc,Knots,Ws},
```

```
vec=Table[ptsC[[i+1]]-ptsC[[i]],{i,Length[ptsC]-1}];
```

```
nvec=Table[Drop[Cross[Join[vec[[i]],{0}],{0,0,1}],-1],{i,Length[vec]}];
```

```
Mp=Table[(ptsC[[i+1]]+ptsC[[i]])/2,{i,Length[ptsC]-1}];
```

```
Eq1=Table[LinearI[Mp[[i]],Mp[[i]]+nvec[[i]]],{i,Length[nvec]}];
```

```
If[Chop[InitialTangent.nvec[[1]],10-10]==0,
```

```
P0=ptsC[[1]];
```

```
P1=Mp[[1]];
```

```
P2=ptsC[[2]];
```

```

w=1;

vecConic={ { ptsC[[1]],Mp[[1]],ptsC[[2]] } };

vecM={w};

vecCircle={"Linear"};

vecR={"Linear"},

Eq20=LinearI[ptsC[[1]],ptsC[[1]]+(InitialTangent)];

If[NumberQ[Eq1[[1]]],

Ip={Eq1[[1]],Eq20}/.px->Eq1[[1]],

Ip={px,Eq1[[1]]}/.Solve[

Eq1[[1]]==

Eq20,px][[1]];

];

P0=ptsC[[1]];

P1=Ip;

P2=ptsC[[2]];

distD=Norm[Ip-ptsC[[1]]]^2/Norm[Ip-Mp[[1]]];

cCircle=Ip+distD (Mp[[1]]-Ip)/Norm[Norm[Ip-Mp[[1]]]];

cR=Norm[ptsC[[1]]-cCircle];

w=

$$\sqrt{\frac{\text{Norm}[Mp[[1]]-cCircle]}{\text{Norm}[Ip-cCircle]}}$$

;

vecConic={ { P0,P1,P2 } };

```

```

vecM={w};

vecCircle={cCircle};

vecR={cR};

];

Clear[k];

For[k=2,k<Length[ptsC],k++,

If[Chop[nvec[[k]].(2 (P2-P1)),10-10]==0,

P0=ptsC[[k]];

P1=Mp[[k]];

P2=ptsC[[k+1]];

vecConic=Join[vecConic,{ {ptsC[[k]],Mp[[k]],ptsC[[k+1]]} }];

vecM=Join[vecM,{1}];

vecCircle=Join[vecCircle,{"Linear"}];

vecR=Join[vecR,{"Linear"}]

Eq21=Linear1[ptsC[[k]],ptsC[[k]]+2 (P2-P1)];

If[NumberQ[Eq1[[k]]],

Ip={Eq1[[k]],Eq21}/.px==Eq1[[k]],

Ip={px,Eq1[[k]]}/.Solve[

Eq1[[k]]==

Eq21,px][[1]]

```

```

];

P0=ptsC[[k]];

P1=Ip;

P2=ptsC[[k+1]];

distD=Norm[Ip-ptsC[[k]]]^2/Norm[Ip-Mp[[k]]];

cCircle=Ip+distD (Mp[[k]]-Ip)/Norm[Norm[Ip-Mp[[k]]]];

cR=Norm[ptsC[[k]]-cCircle];

w=√ $\frac{\text{Norm}[Mp[[k]]-cCircle]}{\text{Norm}[Ip]-cCircle}$ ;

cArc=BSplineFunction[{P0,P1,P2},SplineWeights->{1,w,1}];

vecConic=Join[vecConic,{P0,P1,P2}];

vecM=Join[vecM,{w}];

vecCircle=Join[vecCircle,{cCircle}];

vecR=Join[vecR,{cR}];

]

]

Clear[k];

ControlArc=Join[vecConic[[1]],Flatten[Table[vecConic[[i,2;;3]],{i,2,Length[vecConic]
}},1]];

Knots=Table[i/N,{i,0,1,1/(Length[ptsC]-1)}];

Knots=Join[{0,0,0},Flatten[Table[Table[Knots[[j]],{i,2}],{j,2,Length[Knots]-
1}]],{1,1,1}];

```

```

Ws=Join[{1},Flatten[Table[{vecM[[i]],1},{i,Length[vecM]}]]];

{vecConic,vecM,vecCircle,vecR,{ControlArc,Knots,Ws}}

]

pts=0.77 {{22,0},{22,19},{21.12,21.12},{19,22},{0,22},{-19,22},{-21.12,21.12},{-
22,19},{-22,0},{-22,-19},{-21.12,-21.12},{-19,-22},{0,-22},{19,-22},{21.12,-21.12},{22,-
19}};

c=BSplineFunction[pts,SplineClosed->True];

Puntosfrontera=Table[c[j],{j,0,1,0.05}];

{cx,cy}={BSplineFunction[pts[[All,1]]],BSplineFunction[pts[[All,2]]]};

step=0.002;

ptsC=Table[c[r],{r,0,1,step}];

{vecConic,vecM,vecCircle,vecR,ConiCA}=ArcSpline[ptsC,(D[{cx[u],cy[u]},u]/.u->0)];

ConicBS=BSplineFunction[ConiCA[[1]],

SplineKnots->ConiCA[[2]],SplineWeights->ConiCA[[3]]];

ParametricPlot[{c[u],ConicBS[u]},{u,0,1},Axes->False]

SpiralFiltered

c=SpiralFiltered;

{cx,cy}={c[[1]],c[[2]]};

step=0.002;

ptsC=Table[c,{u,0,1,step}];

{vecConic,vecM,vecCircle,vecR,ConiCA}=ArcSpline[ptsC,(D[{cx,cy},u]/.u->0)];

```

```

ConicBS=BSplineFunction[ConiCA[[1]],

SplineKnots=ConiCA[[2]],SplineWeights=ConiCA[[3]];

G4=ParametricPlot[{c,ConicBS[u]},{u,0,1},Axes=False]

l=Length[ConiCA[[1]]];

```

A.3. Código ISO en Mathematica

Esta es la parte del código en mathematica en la que generamos el código ISO:

```

ptos=Table[ConiCA[[1]][[2i-1]],{i,1,((l+1)/2)}];

codigo=Table[

If[

Cross[Join[ptos[[i+1]],{0}]-Join[ptos[[i]],{0}],Join[vecCircle[[i]],{0}]-
Join[ptos[[i]],{0}]][[3]]!=0,"G03" X"<>ToString[NumberForm[ptos[[i+1,1]],4]]<>"
Y"<>ToString[NumberForm[ptos[[i+1,2]],4]]<>"
R"<>ToString[NumberForm[vecR[[i]],4]],"G02
X"<>ToString[NumberForm[ptos[[i+1,1]],4]]<>"
Y"<>ToString[NumberForm[ptos[[i+1,2]],4]]<>"
R"<>ToString[NumberForm[vecR[[i]],4]],{i,Length[ptos]-1}]]

dist1=Total[Table[Norm[ptos[[i+1]]-ptos[[i]]],{i,Length[ptos]-1}]];

dist2=Total[Table[Norm[Puntosfrontera[[i+1]]-
Puntosfrontera[[i]]],{i,Length[Puntosfrontera]-1}]];

dist=dist1+dist2

codigof=Table[

"G01 X"<>ToString[Puntosfrontera[[i,1]]]<>"
Y"<>ToString[ToString[Puntosfrontera[[i,2]]],{i,Length[Puntosfrontera]}]

```

```
l=Length[ConiCA[[1]]];

Show[ListPlot[{Table[ConiCA[[1]][[2i-1]],{i,1,(l+1)/2
    }]],G4,AspectRatio->Automatic]

ConicBS=BSplineFunction[ConiCA[[1]],

    SplineKnots->ConiCA[[2]],SplineWeights->ConiCA[[3]]]

G4=ParametricPlot[{c,ConicBS[u]},{u,0,1},Axes->False];

Manipulate[

    Show[

        ParametricPlot[ConicBS[x],{x,0,1}],

        Graphics[{Orange,Disk[ConicBS[x]/.x->li,3]}],

        PlotRange->All

    ],

    {{paso,0.05},0.0001,0.1},

    {{li,0},0,1}]
```

A.4. Código ISO en CNC

El código resultante lo exportaremos en un bloc de notas . En CNC SIMULATOR, primero hay que configurar los distintos parámetros de mecanizado como son la geometría de la pieza o el tipo y tamaño de la herramienta. Una vez hecho esto indicaremos los primeros movimientos de la fresadora para posicionarla donde nos convenga y por último copiaremos el código obtenido en mathematica que realiza la espiral.

Este es el código que utilizaremos en CNC:

(\$Mill)

(\$Millimeters)

(\$AddRegPart 1 20 20)

(trabajo)

%1

G92 X45.0000 Y45.0000 Z20

T1 M6 M3 S1500

(Enter your CNC code here)

G00 X0 Y0 Z5

G01 Z-2 F100

G01 X-0.57 Y-0.36

G03 X-0.6 Y-0.3749 R0.4114

G03 X-0.57 Y-0.36 R0.1319

G03 X-0.555 Y-0.3468 R0.0776

G02 X-0.5465 Y-0.3375 R0.4196

G02 X-0.5396 Y-0.3335 R0.0136

G02 X-0.5335 Y-0.3355 R0.0062

G02 X-0.5281 Y-0.344 R0.0333

G02 X-0.5231 Y-0.3596 R0.0775

G02 X-0.5189 Y-0.3826 R0.5722

G02 X-0.5159 Y-0.4135 R0.2401

G02 X-0.5146 Y-0.4524 R23.

G02 X-0.5156 Y-0.4994 R0.4602

G03 X-0.5189 Y-0.5541 R2.349

G02 X-0.5245 Y-0.6157 R0.7106

G03 X-0.5326 Y-0.6837 R2.053

G02 X-0.5421 Y-0.7565 R1.313

G03 X-0.551 Y-0.8317 R0.93

G02 X-0.5571 Y-0.907 R8.742

G03 X-0.5583 Y-0.98 R0.5322

G03 X-0.5523 Y-1.049 R0.9949

G03 X-0.5367 Y-1.111 R0.2645

G03 X-0.5094 Y-1.165 R0.2991

G03 X-0.4684 Y-1.211 R0.1841

G03 X-0.4133 Y-1.248 R0.4641

G03 X-0.3438 Y-1.279 R0.3596

G03 X-0.2594 Y-1.305 R2.997

G03 X-0.1603 Y-1.327 R0.8141

G02 X-0.04708 Y-1.347 R3.707

G03 X0.07969 Y-1.366 R1.537

G02 X0.2193 Y-1.385 R2.44

G03 X0.37 Y-1.404 R2.069

G02 X0.5302 Y-1.424 R2.565

G03 X0.698 Y-1.444 R2.419

G02 X0.8705 Y-1.463 R3.418

G03 X1.043 Y-1.477 R1.693

G02 X1.212 Y-1.483 R13.6

G03 X1.373 Y-1.478 R1.063

G03 X1.521 Y-1.459 R2.998

G03 X1.656 Y-1.421 R0.6025

G03 X1.773 Y-1.362 R0.8738

G03 X1.871 Y-1.28 R0.4165

G03 X1.953 Y-1.175 R1.113

G03 X2.022 Y-1.047 R0.6532

G03 X2.08 Y-0.8951 R5.999

G03 X2.13 Y-0.7216 R1.235

G02 X2.173 Y-0.5274 R6.699

G03 X2.213 Y-0.314 R2.077

G02 X2.25 Y-0.08289 R3.959

G03 X2.286 Y0.1633 R2.71

G02 X2.32 Y0.4215 R3.975

G03 X2.352 Y0.689 R3.09

G02 X2.381 Y0.9615 R4.704

G03 X2.402 Y1.233 R2.356

G02 X2.41 Y1.496 R11.58

G03 X2.401 Y1.746 R1.549

G03 X2.369 Y1.976 R6.751

G03 X2.311 Y2.184 R0.9287

G03 X2.224 Y2.366 R1.642

G03 X2.103 Y2.52 R0.6348

G03 X1.95 Y2.649 R1.88

G03 X1.764 Y2.757 R0.911

G03 X1.547 Y2.848 R11.31

G03 X1.301 Y2.926 R1.599

G02 X1.027 Y2.994 R8.146

G03 X0.7285 Y3.055 R2.542

G02 X0.4071 Y3.111 R5.028

G03 X0.06876 Y3.163 R3.117

G02 X-0.2796 Y3.208 R5.387

G03 X-0.631 Y3.245 R3.149

G02 X-0.9789 Y3.272 R6.115

G03 X-1.318 Y3.285 R2.589

G02 X-1.644 Y3.282 R10.23

G03 X-1.95 Y3.259 R1.876

G03 X-2.235 Y3.213 R39.17

G03 X-2.495 Y3.141 R1.293

G03 X-2.728 Y3.041 R4.227

G03 X-2.932 Y2.911 R0.9289

G03 X-3.11 Y2.75 R2.843

G03 X-3.261 Y2.557 R0.9673

G03 X-3.387 Y2.331 R4.932

G03 X-3.492 Y2.072 R1.382

G02 X-3.577 Y1.782 R35.81

G03 X-3.646 Y1.463 R2.161

G02 X-3.703 Y1.117 R7.169

G03 X-3.75 Y0.7493 R3.029

G02 X-3.789 Y0.3636 R5.643

G03 X-3.821 Y-0.03438 R3.726

G02 X-3.847 Y-0.4392 R5.273

G03 X-3.865 Y-0.8453 R3.502

G02 X-3.873 Y-1.247 R6.384

G03 X-3.867 Y-1.638 R2.945

G02 X-3.843 Y-2.015 R8.948

G03 X-3.8 Y-2.373 R2.283

G02 X-3.735 Y-2.71 R30.68

G03 X-3.643 Y-3.021 R1.644

G03 X-3.52 Y-3.304 R6.03

G03 X-3.359 Y-3.552 R1.079

G03 X-3.155 Y-3.761 R2.369

G03 X-2.904 Y-3.929 R1.036

G03 X-2.607 Y-4.061 R6.898

G03 X-2.269 Y-4.164 R1.737

G02 X-1.892 Y-4.243 R13.69

G03 X-1.481 Y-4.303 R2.811

G02 X-1.044 Y-4.35 R6.496

G03 X-0.5881 Y-4.387 R3.884

G02 X-0.1201 Y-4.418 R5.288

G03 X0.3548 Y-4.443 R4.108

G02 X0.8317 Y-4.461 R5.63

G03 X1.306 Y-4.47 R3.933

G02 X1.773 Y-4.469 R6.19

G03 X2.228 Y-4.453 R3.317

G02 X2.668 Y-4.42 R7.989

G03 X3.086 Y-4.365 R2.572

G03 X3.475 Y-4.281 R80.63

G03 X3.823 Y-4.155 R1.417

G03 X4.118 Y-3.976 R2.628

G03 X4.354 Y-3.735 R0.92

G03 X4.537 Y-3.436 R3.895

G03 X4.675 Y-3.081 R1.46

G02 X4.778 Y-2.675 R27.56

G03 X4.854 Y-2.224 R2.56

G02 X4.909 Y-1.737 R6.656

G03 X4.952 Y-1.225 R3.788

G02 X4.988 Y-0.6946 R5.049

G03 X5.019 Y-0.1523 R4.354

G02 X5.046 Y0.3984 R5.097

G03 X5.07 Y0.9539 R4.545

G02 X5.089 Y1.51 R5.25

G03 X5.099 Y2.061 R4.082

G02 X5.098 Y2.601 R5.971

G03 X5.08 Y3.126 R3.403

G02 X5.034 Y3.622 R12.71

G03 X4.944 Y4.071 R1.838

G03 X4.793 Y4.457 R4.115

G03 X4.567 Y4.766 R0.9231

G03 X4.267 Y5.002 R3.101

G03 X3.899 Y5.179 R1.291

G02 X3.466 Y5.309 R125.5

G03 X2.978 Y5.402 R2.37

G02 X2.444 Y5.467 R6.716

G03 X1.876 Y5.516 R3.667

G02 X1.285 Y5.556 R4.906

G03 X0.6783 Y5.591 R4.41

G02 X0.05862 Y5.624 R4.9

G03 X-0.5702 Y5.656 R4.75

G02 X-1.204 Y5.686 R4.961

G03 X-1.837 Y5.712 R4.417

G02 X-2.462 Y5.727 R5.479

G03 X-3.072 Y5.729 R3.834

G02 X-3.656 Y5.706 R7.886

G03 X-4.194 Y5.64 R2.28

G03 X-4.668 Y5.513 R12.

G03 X-5.061 Y5.309 R1.13

G03 X-5.374 Y5.024 R3.418

G03 X-5.616 Y4.661 R1.196

G03 X-5.795 Y4.22 R14.41

G03 X-5.922 Y3.708 R2.079

G02 X-6.01 Y3.139 R8.041

G03 X-6.07 Y2.525 R3.447

G02 X-6.116 Y1.883 R5.096

G03 X-6.156 Y1.22 R4.363

G02 X-6.19 Y0.542 R5.015

G03 X-6.222 Y-0.148 R4.784

G02 X-6.253 Y-0.8449 R4.968

G03 X-6.281 Y-1.544 R4.665

G02 X-6.302 Y-2.238 R5.272

G03 X-6.313 Y-2.923 R4.298

G02 X-6.306 Y-3.587 R6.394

G03 X-6.262 Y-4.213 R2.821

G02 X-6.162 Y-4.779 R36.54

G03 X-5.99 Y-5.269 R1.509

G03 X-5.734 Y-5.677 R5.087

G03 X-5.392 Y-6.004 R1.185

G03 X-4.959 Y-6.253 R5.988

G03 X-4.436 Y-6.427 R1.763

G02 X-3.838 Y-6.544 R10.89

G03 X-3.184 Y-6.621 R3.183

G02 X-2.492 Y-6.675 R5.275

G03 X-1.776 Y-6.719 R4.291

G02 X-1.039 Y-6.756 R5.104

G03 X-0.2887 Y-6.788 R4.787

G02 X0.471 Y-6.82 R4.981

G03 X1.235 Y-6.849 R4.843

G02 X1.998 Y-6.875 R5.155

G03 X2.756 Y-6.895 R4.663

G02 X3.5 Y-6.902 R5.741

G03 X4.211 Y-6.879 R3.318

G02 X4.869 Y-6.806 R11.22

G03 X5.456 Y-6.664 R1.941

G03 X5.96 Y-6.439 R10.48

G03 X6.376 Y-6.121 R1.269

G03 X6.697 Y-5.7 R4.552

G03 X6.924 Y-5.169 R1.531

G02 X7.073 Y-4.546 R14.81

G03 X7.168 Y-3.853 R2.917

G02 X7.233 Y-3.114 R5.308

G03 X7.282 Y-2.344 R4.149

G02 X7.321 Y-1.551 R5.061

G03 X7.355 Y-0.7398 R4.685

G02 X7.386 Y0.08227 R4.901

G03 X7.417 Y0.9109 R4.873

G02 X7.447 Y1.742 R4.988

G03 X7.474 Y2.572 R4.849

G02 X7.495 Y3.394 R5.286

G03 X7.492 Y4.189 R3.705

G02 X7.444 Y4.939 R7.747

G03 X7.333 Y5.622 R2.367

G03 X7.139 Y6.222 R104.

G03 X6.847 Y6.728 R1.409

G03 X6.44 Y7.127 R4.504

G03 X5.907 Y7.411 R1.361

G02 X5.264 Y7.597 R19.45

G03 X4.541 Y7.713 R2.644

G02 X3.766 Y7.789 R5.131

G03 X2.96 Y7.844 R3.871

G02 X2.131 Y7.886 R4.794

G03 X1.281 Y7.921 R4.389

G02 X0.4159 Y7.952 R4.644

G03 X-0.4608 Y7.984 R4.661

G02 X-1.346 Y8.015 R4.744

G03 X-2.235 Y8.045 R4.731

G02 X-3.123 Y8.073 R4.91

G03 X-3.994 Y8.083 R3.985

G02 X-4.829 Y8.06 R5.989

G03 X-5.609 Y7.986 R2.891

G02 X-6.314 Y7.845 R11.17

G03 X-6.926 Y7.617 R1.717

G03 X-7.425 Y7.283 R7.162

G03 X-7.794 Y6.826 R1.147

G03 X-8.047 Y6.252 R52.28

G03 X-8.213 Y5.579 R2.073

G02 X-8.321 Y4.822 R5.602

G03 X-8.395 Y3.999 R3.456

G02 X-8.447 Y3.123 R4.943

G03 X-8.485 Y2.206 R4.317

G02 X-8.518 Y1.262 R4.741

G03 X-8.55 Y0.2995 R4.764

G02 X-8.581 Y-0.6762 R4.88

G03 X-8.612 Y-1.66 R4.878

G02 X-8.641 Y-2.646 R4.984

G03 X-8.659 Y-3.62 R4.449

G02 X-8.655 Y-4.564 R5.449

G03 X-8.618 Y-5.463 R3.624

G02 X-8.531 Y-6.297 R6.719

G03 X-8.372 Y-7.037 R2.228

G03 X-8.115 Y-7.657 R35.51

G03 X-7.738 Y-8.131 R1.138

G03 X-7.236 Y-8.466 R7.296

G03 X-6.614 Y-8.693 R1.689

G02 X-5.882 Y-8.842 R7.862

G03 X-5.047 Y-8.941 R3.236

G02 X-4.129 Y-9.006 R5.581

G03 X-3.149 Y-9.049 R4.512

G02 X-2.127 Y-9.083 R5.197

G03 X-1.08 Y-9.115 R5.218

G02 X-0.01471 Y-9.147 R5.378

G03 X1.063 Y-9.179 R5.385

G02 X2.146 Y-9.209 R5.472

G03 X3.221 Y-9.233 R5.179

G02 X4.274 Y-9.246 R5.657

G03 X5.291 Y-9.24 R4.595

G02 X6.25 Y-9.204 R6.089

G03 X7.12 Y-9.111 R2.957

G02 X7.863 Y-8.931 R21.97

G03 X8.447 Y-8.634 R1.327

G03 X8.87 Y-8.206 R4.118

G03 X9.162 Y-7.642 R1.411

G02 X9.357 Y-6.94 R19.39

G03 X9.483 Y-6.101 R3.064

G02 X9.563 Y-5.147 R6.64

G03 X9.612 Y-4.108 R4.824

G02 X9.648 Y-3.012 R5.89

G03 X9.681 Y-1.882 R5.886

G02 X9.713 Y-0.7271 R6.107

G03 X9.745 Y0.4439 R6.122

G02 X9.776 Y1.623 R6.217

G03 X9.805 Y2.799 R6.123

G02 X9.831 Y3.959 R6.173

G03 X9.854 Y5.09 R5.832

G02 X9.865 Y6.175 R6.197

G03 X9.835 Y7.174 R3.926

G02 X9.73 Y8.044 R11.96

G03 X9.513 Y8.742 R1.703

G03 X9.161 Y9.257 R3.724

G03 X8.659 Y9.619 R1.197

G03 X7.994 Y9.863 R29.8

G03 X7.157 Y10.02 R2.797

G02 X6.171 Y10.12 R7.711

G03 X5.073 Y10.17 R4.983

G02 X3.901 Y10.21 R6.457

G03 X2.687 Y10.25 R6.41

G02 X1.441 Y10.28 R6.687

G03 X0.1744 Y10.31 R6.714

G02 X-1.105 Y10.34 R6.843

G03 X-2.384 Y10.37 R6.793

G02 X-3.651 Y10.4 R6.778

G03 X-4.891 Y10.43 R6.576

G02 X-6.086 Y10.45 R6.638

G03 X-7.198 Y10.44 R4.712

G02 X-8.18 Y10.36 R10.05

G03 X-8.987 Y10.18 R2.21

G03 X-9.598 Y9.871 R5.485

G03 X-10.04 Y9.409 R1.175

G03 X-10.34 Y8.774 R8.757

G03 X-10.54 Y7.947 R2.497

G02 X-10.66 Y6.946 R9.176

G03 X-10.73 Y5.809 R4.962

G02 X-10.77 Y4.577 R6.966

G03 X-10.81 Y3.285 R6.835

G02 X-10.84 Y1.95 R7.23

G03 X-10.88 Y0.5837 R7.268

G02 X-10.91 Y-0.7997 R7.45

G03 X-10.94 Y-2.186 R7.396

G02 X-10.97 Y-3.56 R7.399

G03 X-10.99 Y-4.903 R7.158

G02 X-11.02 Y-6.197 R7.139

G03 X-11.01 Y-7.404 R5.323

G02 X-10.94 Y-8.474 R9.849

G03 X-10.77 Y-9.359 R2.593

G03 X-10.48 Y-10.03 R7.135

G03 X-10.03 Y-10.52 R1.197

G03 X-9.396 Y-10.86 R6.509

G03 X-8.556 Y-11.08 R2.455

G02 X-7.519 Y-11.22 R10.47

G03 X-6.325 Y-11.29 R5.183

G02 X-5.017 Y-11.34 R7.63

G03 X-3.637 Y-11.38 R7.388

G02 X-2.204 Y-11.41 R7.874

G03 X-0.7353 Y-11.44 R7.913

G02 X0.7527 Y-11.47 R8.127

G03 X2.243 Y-11.5 R8.055

G02 X3.716 Y-11.53 R8.056

G03 X5.154 Y-11.56 R7.752

G02 X6.534 Y-11.58 R7.675

G03 X7.817 Y-11.57 R5.797

G02 X8.952 Y-11.5 R10.77

G03 X9.887 Y-11.32 R2.748

G03 X10.59 Y-11.01 R6.37

G03 X11.08 Y-10.53 R1.22

G03 X11.42 Y-9.865 R7.038

G03 X11.64 Y-8.979 R2.696

G02 X11.78 Y-7.88 R10.66

G03 X11.86 Y-6.612 R5.64

G02 X11.9 Y-5.217 R8.308

G03 X11.94 Y-3.738 R7.988

G02 X11.98 Y-2.202 R8.541

G03 X12.01 Y-0.6287 R8.568

G02 X12.04 Y0.9634 R8.795

G03 X12.07 Y2.554 R8.688

G02 X12.1 Y4.12 R8.668

G03 X12.12 Y5.64 R8.279

G02 X12.14 Y7.091 R8.087

G03 X12.15 Y8.432 R6.853

G02 X12.13 Y9.607 R7.76

G03 X12.07 Y10.56 R3.883

G02 X11.94 Y11.25 R33.6

G03 X11.71 Y11.72 R0.8692

G03 X11.3 Y12.01 R1.507

G03 X10.66 Y12.2 R1.91

G02 X9.774 Y12.32 R16.92

G03 X8.675 Y12.4 R5.964

G02 X7.411 Y12.45 R10.16

G03 X6.028 Y12.49 R9.487

G02 X4.556 Y12.53 R10.69

G03 X3.013 Y12.57 R10.75

G02 X1.418 Y12.6 R11.44

G03 X-0.2085 Y12.64 R11.42

G02 X-1.845 Y12.67 R11.72

G03 X-3.471 Y12.7 R11.41

G02 X-5.061 Y12.72 R11.42

G03 X-6.586 Y12.73 R10.

G02 X-7.999 Y12.72 R12.31

G03 X-9.256 Y12.66 R6.688

G02 X-10.32 Y12.54 R21.17

G03 X-11.17 Y12.31 R2.657

G03 X-11.84 Y11.93 R4.256

G03 X-12.32 Y11.36 R1.422

G03 X-12.64 Y10.56 R8.314

G03 X-12.84 Y9.549 R3.794

G02 X-12.95 Y8.364 R14.75

G03 X-13.02 Y7.026 R8.389

G02 X-13.08 Y5.561 R11.52

G03 X-13.13 Y3.99 R10.64

G02 X-13.17 Y2.338 R12.18

G03 X-13.2 Y0.6286 R12.08

G02 X-13.23 Y-1.112 R12.66

G03 X-13.26 Y-2.854 R12.35

G02 X-13.29 Y-4.569 R12.46

G03 X-13.3 Y-6.223 R11.2

G02 X-13.3 Y-7.767 R13.07

G03 X-13.25 Y-9.156 R7.906

G02 X-13.14 Y-10.35 R17.03

G03 X-12.95 Y-11.32 R3.487

G03 X-12.63 Y-12.1 R6.922

G03 X-12.12 Y-12.67 R1.496

G03 X-11.41 Y-13.06 R4.455

G03 X-10.5 Y-13.31 R3.218

G02 X-9.388 Y-13.46 R31.85

G03 X-8.091 Y-13.56 R8.427

G02 X-6.626 Y-13.63 R14.32

G03 X-5.02 Y-13.69 R12.05

G02 X-3.303 Y-13.73 R14.86

G03 X-1.502 Y-13.77 R14.51

G02 X0.3481 Y-13.8 R15.57

G03 X2.213 Y-13.83 R15.14

G02 X4.057 Y-13.85 R15.44

G03 X5.842 Y-13.87 R14.14

G02 X7.522 Y-13.88 R15.64

G03 X9.049 Y-13.85 R10.62

G02 X10.38 Y-13.78 R16.97

G03 X11.49 Y-13.65 R5.002

G03 X12.38 Y-13.39 R11.15

G03 X13.05 Y-12.98 R1.707

G03 X13.52 Y-12.36 R2.76

G03 X13.81 Y-11.53 R2.714

G03 X13.99 Y-10.49 R51.15

G03 X14.1 Y-9.224 R9.099

G02 X14.18 Y-7.751 R20.26

G03 X14.25 Y-6.101 R14.94

G02 X14.29 Y-4.309 R20.12

G03 X14.33 Y-2.411 R19.09

G02 X14.37 Y-0.444 R21.04

G03 X14.4 Y1.549 R20.28

G02 X14.42 Y3.527 R20.97

G03 X14.44 Y5.443 R19.61

G02 X14.46 Y7.24 R19.02

G03 X14.48 Y8.857 R16.5

G02 X14.48 Y10.23 R14.84

G03 X14.47 Y11.36 R8.432

G03 X14.39 Y12.25 R78.84

G03 X14.21 Y12.97 R2.387

G03 X13.89 Y13.52 R2.716

G03 X13.4 Y13.95 R1.501

G03 X12.71 Y14.26 R5.387

G03 X11.78 Y14.49 R4.031

G02 X10.61 Y14.64 R53.97

G03 X9.218 Y14.74 R10.22

G02 X7.637 Y14.81 R20.39

G03 X5.898 Y14.86 R16.97

G02 X4.032 Y14.91 R20.42

G03 X2.068 Y14.95 R19.7

G02 X0.03647 Y14.99 R21.79

G03 X-2.031 Y15.02 R20.98

G02 X-4.084 Y15.04 R22.06

G03 X-6.071 Y15.06 R19.99

G02 X-7.937 Y15.07 R20.45

G03 X-9.636 Y15.06 R14.58

G02 X-11.12 Y14.99 R35.46

G03 X-12.35 Y14.84 R6.203

G03 X-13.3 Y14.57 R8.491

G03 X-13.97 Y14.15 R1.892

G03 X-14.44 Y13.57 R2.989

G03 X-14.77 Y12.82 R2.672

G03 X-14.99 Y11.86 R36.21

G03 X-15.15 Y10.71 R6.921

G02 X-15.27 Y9.368 R23.07

G03 X-15.35 Y7.828 R13.65

G02 X-15.43 Y6.102 R20.36

G03 X-15.49 Y4.208 R18.06

G02 X-15.54 Y2.166 R22.7

G03 X-15.58 Y-0.001355 R21.41

G02 X-15.61 Y-2.233 R24.24

G03 X-15.63 Y-4.456 R22.14

G02 X-15.64 Y-6.595 R23.24

G03 X-15.64 Y-8.582 R18.2

G02 X-15.59 Y-10.36 R28.91

G03 X-15.48 Y-11.86 R9.426

G03 X-15.27 Y-13.05 R34.88

G03 X-14.95 Y-13.92 R2.988

G03 X-14.52 Y-14.55 R3.742

G03 X-13.95 Y-15. R1.869

G03 X-13.24 Y-15.32 R8.005

G03 X-12.36 Y-15.55 R3.722

G02 X-11.28 Y-15.71 R31.34

G03 X-9.973 Y-15.83 R9.003

G02 X-8.416 Y-15.94 R17.67

G03 X-6.617 Y-16.02 R14.26

G02 X-4.585 Y-16.08 R20.33

G03 X-2.332 Y-16.14 R19.04

G02 X0.07473 Y-16.17 R22.88

G03 X2.54 Y-16.2 R21.36

G02 X4.97 Y-16.22 R22.76

G03 X7.272 Y-16.22 R19.48

G02 X9.371 Y-16.2 R22.81

G03 X11.19 Y-16.13 R12.73

G02 X12.66 Y-16. R32.1

G03 X13.77 Y-15.81 R5.107

G03 X14.59 Y-15.54 R13.1

G03 X15.19 Y-15.19 R1.916

G03 X15.62 Y-14.75 R3.64

G03 X15.93 Y-14.17 R1.64

G03 X16.14 Y-13.38 R30.28

G03 X16.31 Y-12.33 R5.095

G02 X16.44 Y-10.94 R15.63

G03 X16.55 Y-9.084 R11.49

G02 X16.63 Y-6.663 R20.39

G03 X16.71 Y-3.553 R21.62

G02 X16.77 Y0.4719 R31.99

G03 X16.81 Y5.71 R37.42

G02 X16.83 Y12.46 R52.15

G01 X16.8271 Y12.4637

G01 X16.3155 Y15.8371

G01 X14.8049 Y16.6344

G01 X8.3101 Y16.9156

G01 X-2.9087 Y16.9391

G01 X-12.4637 Y16.8271

G01 X-15.8371 Y16.3155

G01 X-16.6344 Y14.8049

G01 X-16.9156 Y8.3101

G01 X-16.9391 Y-2.9087

G01 X-16.8271 Y-12.4637

G01 X-16.3155 Y-15.8371

G01 X-14.8049 Y-16.6344

G01 X-8.3101 Y-16.9156

G01 X2.9087 Y-16.9391

G01 X12.4637 Y-16.8271

G01 X15.8371 Y-16.3155

G01 X16.6344 Y-14.8049

G01 X16.9156 Y-8.3101

G01 X16.9391 Y2.9087

G01 X16.8271 Y12.4637

A.5. Código curvatura

Con esta función, definida en Mathematica, podremos comparar la curvatura de distintas estrategias implementadas, dándole valores a cx y cy que son los puntos de la trayectoria:

```
CurvatureCurveBS[cx_,cy_]:=Module[{TangCurvaCerradaX,NorCurvaCerradaX,Tang
CurvaCerradaY,NorCurvaCerradaY},

TangCurvaCerradaX=D[cx,u];

TangCurvaCerradaY=D[cy,u];

NorCurvaCerradaX=D[TangCurvaCerradaX,u];

NorCurvaCerradaY=D[TangCurvaCerradaY,u];

1/(TangCurvaCerradaX^2+TangCurvaCerradaY^2)3/2 (TangCurvaCerradaX
NorCurvaCerradaY-TangCurvaCerradaY NorCurvaCerradaX)

]

CurvatureCurveBS[cx,cy]
```

Bibliografía

Michael B. Bieterman, Donald R. Sandstrom (2003). *A Curvilinear Tool-Path Method for Pocket Machining*.

P.E.Romero, R.Dorado, F.A.Díaz, E.M.Rubio (2013). *Influence of pocket geometry and tool path strategy in pocket milling of UNS A96063 alloy*.

P.Romero Carrillo, R.Dorado, R.López García, E.López Alba (2011). *Tiempo de corte estimado en operaciones de vaciado*.
