



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Centro de Estudios de Postgrado

TRABAJO FIN DE MÁSTER

UNIDAD DIDÁCTICA DE ESTADÍSTICA

Alumna: Bueno Moral, Anabel

Tutor: Antonio Estepa Castro

Dpto.: Didáctica de las Ciencias

Cotutor: Antonio Damas Serrano

Dpto.: Matemáticas

Junio, 2020

Resumen	6
Abstract.....	6
1. Introducción	7
2. Objetivos	7
3. Fundamentación curricular.....	8
4. Fundamentación epistemológica.....	12
4.1. Método estadístico	12
4.2. Tipo de variables que se puede estudiar en Estadística	14
4.3. Conceptos importantes de la Estadística	14
4.4. Gráficos estadísticos.....	17
4.5. Medidas de centralización	23
4.6. Medidas de posición	29
4.7. Medidas de dispersión	29
4.8. Medidas de forma	32
5. Fundamentación didáctica.....	34
6. Proyección didáctica: elaboración de una unidad didáctica	36
6.1. Título	36
6.2. Justificación	36
6.3. Contextualización del centro y del aula	37
6.3.1. Descripción del centro.....	37
6.3.2. Instalaciones y materiales del centro.....	38
6.3.3. Organización de los espacios del aula	39
6.4. Objetivos	40
6.4.1. Objetivos didácticos	40
6.4.2. Objetivos específicos	42
6.5. Competencias clave.....	43
6.6. Contenidos	45
6.7. Metodología	45
6.8. Actividades y recursos.....	46
6.9. Atención a la diversidad	56

6.10. Temporalización	57
6.11. Evaluación	58
7. Conclusiones	65
8. Referencias bibliográficas	65
Anexo I.	69
Anexo II.	71

Índice de tablas

Tabla 1.Comparativo de los contenidos de Estadística..	9
Tabla 2. Variable no agrupada..	16
Tabla 3. Variable agrupada..	17
Tabla 4. Grupo sanguíneo..	20
Tabla 5. Duración de pilas..	22
Tabla 6. Ejemplo de media 1.....	23
Tabla 7. Ejemplo de media 2.....	24
Tabla 8. Ejemplo de media 3.....	24
Tabla 9. Consumo de una flota de camiones.....	28
Tabla 10. Tarea 1.....	47
Tabla 11. Tarea 2.....	48
Tabla 12. Tarea 3.....	50
Tabla 13. Tarea 4.....	50
Tabla 14. Tarea 5.....	51
Tabla 15. Tarea 6.....	53
Tabla 16. Tarea final.....	54
Tabla 17. Calendario del mes de Mayo de 2020, con las actividades que se desarrollarán en dicho mes.	58
Tabla 18. Contenidos, criterios y estándares de aprendizaje. MECD (2014, pág. 235)..	59
Tabla 19. Rúbrica de expresión oral.	61
Tabla 20. Rúbrica de expresión escrita.	61

Tabla 21. Rúbrica de trabajo en equipo.....	63
Tabla 22. Listado de cotejo para evaluar a los/as compañeros/as	64
Tabla 23. Escala de clasificación de conductas.....	64
Tabla 24. Edades de las personas en un bibliobús.	69
Tabla 25. Color de ojos de la clase 4ºESO.....	70

Índice de ilustraciones

Ilustración 1. Bloque 5. Estadística y probabilidad. MECD (2014, pág. 235).....	8
Ilustración 2. Tabla de frecuencias SM 2016.	10
Ilustración 3. Tabla de datos agrupados Anaya.....	10
Ilustración 4. Estadística editorial Anaya.....	11
Ilustración 5. Estadística editorial SM (2016).	11
Ilustración 6. Estadística editorial SM (2011).	11
Ilustración 7. Diagrama de barras simple.	17
Ilustración 8. Diagrama de barras adosadas.....	17
Ilustración 9. Diagrama de barras mixtas.	18
Ilustración 10. Diagrama de barras, ejemplo de variable no agrupada.	18
Ilustración 11. Histograma y polígono de frecuencias, ejemplo de variable agrupada.	19
Ilustración 12. Diagrama de sectores del ejemplo de grupo sanguíneo.	21
Ilustración 13. Pictograma.	21
Ilustración 14. Histograma de la duración de pilas.	22
Ilustración 15. Moda.....	26
Ilustración 16. Gráfico del polígono de frecuencias acumuladas.....	27
Ilustración 17. Gráfico del consumo de la flota de camiones	28
Ilustración 18. a^3 a la izquierda.....	32
Ilustración 19. $a^3 = 0$	32
Ilustración 20. a^3 a la derecha.....	33
Ilustración 21. Aplastada.	33
Ilustración 22. Normal.	33

Ilustración 23. Apuntada.....	34
Ilustración 24. Número de defunciones en España en 2018 por mes.....	34
Ilustración 25. Estadística	36
Ilustración 26. Mapa de la localización del Colegio San José de la Montaña.....	37
Ilustración 27. Edificio del Colegio San José de la Montaña.....	38
Ilustración 28. Aula de 4ºESO.	39
Ilustración 29. Aula de informática.....	40
Ilustración 30. Estadística.	55

Resumen

En el presente Trabajo Fin de Máster, correspondiente al Máster en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas, en la especialidad de Matemáticas, en el curso 2019/2020, se desarrolla la Unidad Didáctica de Estadística. Esta Unidad Didáctica está dirigida al alumnado de 4º ESO del Colegio San José de la Montaña (Torredonjimeno, Jaén) y, dadas las circunstancias actuales, con numerosos datos estadísticos referidos al COVID-19 en los medios de comunicación, se han podido mostrar ejemplos muy claros de aplicación de la Estadística en la vida cotidiana.

Este trabajo contiene procedimientos dirigidos a un aprendizaje cooperativo más dinámico que aumente la estimulación del alumnado.

El alumnado trabajará a través del aprendizaje por investigación, tienen que ser partícipes de su propio aprendizaje, fomentando su participación.

Esperamos conseguir unos aprendizajes con sentido y duraderos.

Palabras clave: Estadística, trabajo cooperativo, TIC, Educación Secundaria Obligatoria, Unidad Didáctica.

Abstract

In this Final Master's Project, corresponding to the Master's Degree in Compulsory Secondary Education and Baccalaureate, Vocational Training and Language Teaching, in the speciality of Mathematics, in the 2018/2019 academic year, the Didactic Unit of Statistics is developed. This Didactic Unit is addressed to the 4th ESO students of the school San Jose de la Montaña (Torredonjimeno, Jaen) and, given the current circumstances, with numerous statistical data referring to COVID-19 in the media, very good examples have been shown clear application of Statistics in everyday life.

This work will have produceres aimed at more dinamyc cooperative learning that increases the stimulation of the students.

Students will work through research learning, they must be participants in their own learning, promoting their participation.

We hope to achieve meaningful and lasting learning.

Key words: Statistics, team work, TIC, Compulsory Secondary Education, Didactic Unit.

1. Introducción

El presente Trabajo Final de Máster es el trabajo final del Máster Universitario en Profesorado de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas en la Especialidad de Matemáticas en el curso académico 2019/2020 en la Universidad de Jaén, con el fin de poner en uso los contenidos adquiridos en dicho Máster.

Este trabajo tiene como objetivo principal mostrar una Unidad Didáctica de estadística. Para la construcción de esta unidad, he seleccionado el bloque 5: Estadística y probabilidad, del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato, MECD (2014).

Se inicia con la elaboración de una serie de fundamentaciones teóricas con el propósito de facilitar el desarrollo de la Unidad Didáctica. Las fundamentaciones teóricas son:

- Fundamentación curricular. Se estudia la legislación curricular y se comparan libros de texto de distintas editoriales, para determinar, con qué alcance se deben de abordar los contenidos según la legislación vigente.
- Fundamentación epistemológica. La realización de un tema de oposiciones vinculado con la Unidad Didáctica. En este trabajo se desarrolla el tema 60 “Parámetros estadísticos. Cálculo, significado y propiedades”.
- Fundamentación didáctica. Indagación que hayan abordado aspectos enlazados con la enseñanza y aprendizaje.

Para finalizar, se presenta la Unidad Didáctica con sus respectivos apartados (objetivos, competencias clave, metodología, actividades y recursos, temporalización y evaluación) a aplicar en el tema.

2. Objetivos

Los objetivos que persigue este Trabajo Fin de Máster son los siguientes:

- Conocer e investigar sobre la fundamentación curricular, epistemológica y didáctica de lo relativo a la Estadística en la etapa de Educación Secundaria Obligatoria.
- Comprender los objetivos, contenidos, competencias clave y estándares de evaluación del currículo de matemáticas.
- Elaborar una Unidad Didáctica sobre la Estadística en 4º ESO.

- Reconocer los conocimientos adquiridos por el alumnado para una mayor soltura en el aula.
- Comparar los libros de texto de manera crítica y objetiva bajo los principios de cumplimiento de la legislación vigente y la adecuación del alumnado para aprender con ellos.

3. Fundamentación curricular

La unidad que se desarrolla a continuación está orientada a alumnos/as de 4º ESO en la asignatura de Matemáticas Orientas a las Enseñanzas Académicas y se centra en el tema de Estadística Unidimensional.

El Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato desarrolla los contenidos del bloque 5. Estadística y probabilidad que deben ser explicados, así como los criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables, MECD (2014).

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Estadística y probabilidad		
Introducción a la combinatoria: combinaciones, variaciones y permutaciones. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace y otras técnicas de recuento. Probabilidad simple y compuesta. Sucesos dependientes e independientes. Experiencias aleatorias compuestas. Utilización de tablas de contingencia y diagramas de árbol para la asignación de probabilidades. Probabilidad condicionada. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística. Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Gráficas estadísticas: Distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias. Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión. Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación.	1. Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades y técnicas de recuento adecuadas. 2. Calcular probabilidades simples o compuestas aplicando la regla de Laplace, los diagramas de árbol, las tablas de contingencia u otras técnicas combinatorias. 3. Utilizar el lenguaje adecuado para la descripción de datos y analizar e interpretar datos estadísticos que aparecen en los medios de comunicación. 4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.	1.1. Aplica en problemas contextualizados los conceptos de variación, permutación y combinación. 1.2. Identifica y describe situaciones y fenómenos de carácter aleatorio, utilizando la terminología adecuada para describir sucesos. 1.3. Aplica técnicas de cálculo de probabilidades en la resolución de diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana. 1.4. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones. 1.5. Utiliza un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. 1.6. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno. 2.1. Aplica la regla de Laplace y utiliza estrategias de recuento sencillas y técnicas combinatorias. 2.2. Calcula la probabilidad de sucesos compuestos sencillos utilizando, especialmente, los diagramas de árbol o las tablas de contingencia. 2.3. Resuelve problemas sencillos asociados a la probabilidad condicionada. 2.4. Analiza matemáticamente algún juego de azar sencillo, comprendiendo sus reglas y calculando las probabilidades adecuadas. 3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, cuantificar y analizar situaciones relacionadas con el azar. 4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos. 4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados. 4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador). 4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas. 4.5. Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables.

Ilustración 1. Bloque 5. Estadística y probabilidad. MECD (2014, pág. 235).

Para comprobar que los libros de texto aborden los contenidos según la legislación vigente, se han seleccionado tres libros de editoriales diferentes, aunque dos de estos libros son de la misma editorial, pero de distinto año. Los libros han sido:

- Editorial SM (Vizmanos, Anzola, Hervás, de los Santos, Nieto, Machín y Alcaide, 2011).
- Editorial SM (Alcaide, Hernández, Serrano, Moreno, Pérez, y Donaire, 2016).
- Editorial Anaya (Colera, Oliveira y Gaztelu, 2010).

SM 2011	SM 2016	Anaya
Unidad 14: Estadística unidimensional	Unidad 14: Estadística	Unidad 9: Estadística
- Terminología estadística. - Media aritmética y moda. - Mediana y cuartiles. - Representaciones gráficas. Simetría. - Rango, varianza y desviación típica. - Utilización conjunta de la media y la desviación típica.	- Conceptos elementales de estadística. - Muestreo. - Gráficos estadísticos. - Medidas de centralización y posición. - Medidas de dispersión. - Interpretación conjunta de la media y la desviación típica. - Distribuciones bidimensionales. - Covarianza y coeficiente de correlación lineal. - Recta de regresión lineal.	- Dos ramas de la E. estadística. - Tablas de frecuencias. - Parámetros estadísticos: $\bar{x}$ y σ - Medidas de posición. - Diagramas de caja.

Tabla 1. Comparativa de los contenidos de Estadística. [Elaboración propia].

En el primer libro de texto de la editorial SM 2011, la unidad empieza con un ejemplo de interpretación de datos. Seguidamente, en cada apartado se recogen los contenidos y para acabar contiene una serie de ejercicios para el repaso de lo aprendido. En el segundo libro de texto, editorial SM 2016, la unidad empieza con la representación gráfica en la historia y con preguntas para reflexionar. Como el libro de texto anterior, de la misma editorial, se recogen los contenidos y se finaliza con una serie de actividades. En el último libro de texto de la editorial Anaya, esta unidad, como la editorial SM 2016, empieza con el desarrollo histórico de la Estadística. En esta editorial, se recogen ejercicios resueltos y texto de recuerdo en la parte izquierda, para explicar los contenidos con mejor claridad.

Los contenidos relativos a las tablas de frecuencias se presentan de distinta manera en cada libro de texto. Así, en el libro SM 2011 no se recogen los

conocimientos de que es una tabla de frecuencias. En el libro SM 2016 se organizan los datos obtenidos con las tablas de frecuencias.

En una **tabla de frecuencias**, se representan los valores que toma la variable estadística, x_i , con $1 \leq i \leq n$ y las frecuencias asociadas:

- **Frecuencia absoluta, f_i** : es el número de veces que aparece el valor x_i en el recuento. La suma de las frecuencias absolutas es igual al número de datos.
$$\sum_{i=1}^n f_i = N$$
- **Frecuencia relativa, h_i** : es el cociente entre la frecuencia absoluta f_i y el número total de datos, N .
$$h_i = \frac{f_i}{N}$$
- **Frecuencia absoluta acumulada F_i** : es la suma de las frecuencias absolutas de los valores menores o iguales a x_i .
$$F_i = \sum_{j \leq i} f_j$$
- **Frecuencia relativa acumulada H_i** : es la suma de las frecuencias relativas de los valores menores o iguales a x_i .
$$H_i = \frac{F_i}{N} = \sum_{j \leq i} h_j$$

Ilustración 2. Tabla de frecuencias SM 2016.

Finalmente, en libro de texto Anaya, se observa:

Tras la recogida de datos, la elaboración de una tabla de frecuencias es el siguiente paso. Cuando la variable toma pocos valores, la elaboración de la tabla es sumamente sencilla. No hay más que hacer el recuento de los resultados.

■ Tabla con datos agrupados

Cuando en una distribución estadística el número de valores que toma la variable es muy grande, conviene elaborar una tabla de frecuencias agrupándolos en intervalos. Para ello:

1. Se localizan los valores extremos, a y b , y se halla su diferencia, $r = b - a$ (recorrido).
2. Se decide el número de intervalos que se quiere formar, teniendo en cuenta la cantidad de datos que se poseen. El número de intervalos no debe ser inferior a 6 ni superior a 15.
3. Se toma un intervalo, r' , de longitud algo mayor que el recorrido r y que sea múltiplo del número de intervalos, con objeto de que estos tengan una longitud entera.
4. Se forman los intervalos, de modo que el extremo inferior del primero sea algo menor que a y el extremo superior del último sea algo mayor que b . Es deseable que los extremos de los intervalos no coincidan con ninguno de los datos. Para ello, conviene que los extremos de los intervalos tengan una cifra decimal más que los datos.

El punto medio de cada intervalo se llama **marca de clase**. Es el valor que representa a todo el intervalo para el cálculo de algunos parámetros.

Ilustración 3. Tabla de datos agrupados Anaya.

Respecto al resto de contenidos, en los tres libros de texto se sigue el mismo procedimiento, con sus respectivas fórmulas y ejercicios para trabajar los conocimientos que se van adquiriendo.

Otro aspecto a destacar en los libros de texto, es que SM 2011 incluye la estadística bidimensional, SM 2016 hace un barrido de la estadística bidimensional y, en cambio, en la editorial Anaya, no se recogen contenidos de Estadística Bidimensional.

9 Estadística Página 95	1. Dos ramas de la estadística 96 2. Tablas de frecuencias 97 3. Parámetros estadísticos: $\bar{x}$ y σ 98 4. Medidas de posición 100 5. Diagramas de caja 101	Ejercicios y problemas 103 Consolida lo aprendido utilizando tus competencias. Autoevaluación 104
-----------------------------------	--	---

Ilustración 4. Estadística editorial Anaya.

14 Estadística 290
1. Conceptos elementales de estadística. Muestreo 2. Gráficos estadísticos 3. Medidas de centralización y posición 4. Medidas de dispersión. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica 5. Distribuciones bidimensionales 6. Covarianza y coeficiente de correlación lineal 7. Recta de regresión lineal
Ponte a prueba

Ilustración 5. Estadística editorial SM (2016).

14 ESTADÍSTICA UNIDIMENSIONAL 250
1. Terminología estadística. 2. Media aritmética y moda. 3. Mediana y cuartiles. 4. Representaciones gráficas. Simetría. 5. Rango, varianza y desviación típica. 6. Utilización conjunta de la media y la desviación típica. Actividades 260
15 ESTADÍSTICA BIDIMENSIONAL 266
1. Variables estadísticas bidimensionales. 2. Dependencia aleatoria y funcional. 3. Covarianza. 4. Coeficiente de correlación lineal. 5. Recta de regresión. Actividades 274

Ilustración 6. Estadística editorial SM (2011).

4. Fundamentación epistemológica

En este apartado se desarrolla el tema 60 “Parámetros estadísticos. Cálculo, significado y propiedades” de las Oposiciones de Profesorado de Secundaria de la especialidad de Matemáticas. Para su elaboración se han consultado fundamentalmente el libro de Estadística (Asencio, Romero y Vicente, (2002)), de apuntes de Bioestadística (Buesa Ibáñez, (2009-2010)) e Introducción a la Estadística aplicada a la Psicología (Molina y Rodrigo (2009-2010)).

Se comenzará con la definición de Estadística y se continuará con la nomenclatura para el recuento y los gráficos. Para finalizar se estudiará las medidas de centralización, posición, dispersión y de forma.

¿Qué es la Estadística?

Según Asencio, Romero y Vicente, Tema 1 (2002), *“La Estadística es una rama de las Matemáticas que se ocupa de recoger, analizar y extraer información relevante y útil del conjunto de datos obtenidos; esta información aparece en forma de números, porcentajes o a través de gráficos.”* Pág. 7.

Podemos encontrar muchas definiciones con respecto a Estadística, una de ellas es: *“La Estadística es el estudio científico de datos numéricos referidos a características variables”*. Pág. 3

Además, como dicen los autores Asencio, Romero y Vicente (2002), el método estadístico conlleva unas etapas básicas que se describen a continuación:

4.1. Método estadístico

1. Planteamiento del problema

En primer lugar, debe definirse claramente tanto la población que se desea investigar, como las variables que debemos observar y cómo se van a medir.

Esta primera fase es fundamental, puesto que las conclusiones que se obtengan solo podrán aplicarse a la población definida.

2. Construcción de un modelo estadístico

Deberemos determinar un modelo matemático que se aproxime a la realidad objeto del estudio, de manera que se tengan en cuenta las variables observables más importantes y englobe en la parte aleatoria los efectos de las variables impredecibles.

3. Recogida y presentación de datos

Para proceder a recoger los datos, primero se definen las unidades a las que va referido el estudio. Los datos se pueden clasificar en primarios y secundarios.

Son datos primarios aquellos que son reunidos y registrados por el investigador, por primera vez, mientras que el término secundario se aplica a toda información que ha sido publicada o bien que se ha recogido en otro momento.

El término de secundario no significa que sean datos de menor utilidad, puesto que si los datos secundarios de los que disponemos poseen las características requeridas por los objetivos de nuestro estudio, no hay razón alguna para la recopilación de datos primarios.

La principal ventaja de los datos secundarios es la rapidez en la adquisición de los datos; pero por otro lado presentan como limitaciones la antigüedad, la diferencia de objetivos, las diferentes clasificaciones, las diferentes unidades de medida y su falta de contacto directo con los hechos que los originan.

Las principales ventajas de los datos primarios son que:

- Están relacionados directamente con la finalidad del estudio.
- Han sido recogidos en el momento de la investigación.
- Se ha dirigido la obtención de los mismos, sabiendo los métodos empleados y posibles errores que se han tratado de evitar.

Los métodos empleados principalmente para la obtención de datos primarios son:

- La realización de un experimento repetidas veces. Ejemplo: Control de calidad de las aguas.
- Medidas sucesivas. Ejemplo: La precisión de una máquina.
- Cuestionarios a contestar por los individuos. Ejemplo: El análisis de la habilidad verbal.

Una vez recogidos los datos, se organizan de forma que resulten fácilmente legibles. Se agrupan en fichas, tablas o cuadros en los que aparecen los posibles resultados de los experimentos y un recuento de las veces que ha ocurrido cada uno de ellos. También se utilizan distintos gráficos para resumir e interpretar fácilmente la información recogida.

4. Depuración de datos

Tras la recogida de datos, el investigador debe proceder a su depuración para detectar posibles errores.

5. Estimación de los parámetros

Los modelos estadísticos dependen de ciertas constantes, llamadas parámetros estadísticos. Utilizando la información de la muestra podemos estimar el valor o valores de ciertos parámetros, así como el posible error de la estimación.

6. Simplificación del modelo estadístico

En esta fase veremos si son necesarios todos los parámetros definidos previamente o es posible simplificar alguno de ellos con el fin de conseguir el modelo estadístico más simple posible.

7. Crítica y validación del modelo

En esta fase se comprueba que la información que nos suministra el modelo estadístico y la información empírica son compatibles y podemos aceptar el modelo como correcto. En caso contrario deberemos volver al paso 2 para reformular el modelo.

Según los pasos descritos debemos distinguir dos aspectos de la Estadística, la llamada Estadística Descriptiva, que recoge, organiza y obtiene los parámetros de una serie de datos, y la Estadística Inferencial, que describe, predice, compara y generaliza los resultados obtenidos de una muestra a toda la población.

4.2. Tipos de variables que se puede estudiar en Estadística

Podemos distinguir dos tipos de caracteres: cualitativos y cuantitativos. Un carácter será cualitativo si sus modalidades no se pueden expresar con números, se miden por escalas nominales u ordinales según corresponda y será cuantitativo cuando sí que se pueden expresar con números, por escalas de intervalo o de razón, según su naturaleza. Tanto los caracteres cualitativos como los cuantitativos se llaman variables estadísticas.

La variable estadística cuantitativa es el conjunto de valores que toma un carácter estadístico cuantitativo (que se puede medir) y pueden ser de dos tipos:

- **Variable estadística discreta:** se mide con el conjunto de los números naturales o con el conjunto de los números enteros y se caracteriza porque dada una cantidad, siempre existe la cantidad siguiente (si tienes 3 hermanos la cantidad siguiente es tener 4 hermanos) y dadas dos cantidades consecutivas no existe una cantidad intermedia (entre 4 hermanos y 5 hermanos no hay cantidad intermedia).

- **Variable estadística continua:** se mide con el conjunto de los números reales. Se caracteriza porque dada una cantidad no existe la cantidad siguiente y porque entre dos cantidades distintas existen infinitas cantidades intermedias (el peso: entre 60 kg y 61 kg existen infinitas cantidades de peso).

4.3. Conceptos importantes de la Estadística

Según la Introducción a la Estadística en Psicología (Molina y Rodrigo (2009-2010)) *“se llama población conjunta de todos los elementos que cumplen una o varias características o propiedades.”* Pág. 17.

Como anteriormente hemos definido Estadística con dos conceptos de distintos rincones, también definiré población para Bioestadística (Buesa (2009-2010)) *“todos los individuos que poseen una determinada característica.*

Por su tamaño las poblaciones pueden ser finitas o infinitas. En la práctica, y para facilitar los cálculos, una población se considera “infinita” a partir de un tamaño de 10.000 individuos. La obtención de datos de una población se llama censo. Teóricamente un individuo puede tener infinitas características y por tanto puede formar parte de infinitas poblaciones.” Pág. 4.

- **Muestra:** cualquier parte de la población, cuyo estudio sirve para referir características de toda la población. O también se puede definir como *“es una parte de la población, un subconjunto de la misma. Cuando la muestra es representativa de la población, se pueden hacer extensivos a la población los resultados obtenidos en la muestra. Un conjunto de individuos, según las circunstancias, puede ser población o muestra. Por ejemplo, los alumnos de una Escuela serán “población” cuando tomemos a unos cuantos de ellos para estimar la talla de todo el alumnado de la Escuela. Y serán “muestra” si toda la Escuela ha sido seleccionada para participar en un estudio a nivel nacional.”* Buesa Ibáñez, (2009-2010) pág. 6.
- **Individuo:** cada uno de los elementos que forma la población o la muestra.
- **Carácter estadístico:** aspecto de la población que se puede observar. Pueden ser cualitativos y cuantitativos (explicados anteriormente).
- **Tamaño:** número de elementos de la muestra.
- **Muestreo aleatorio:** proceso mediante el cual se extrae una muestra representativa de una población.

➔ Nomenclatura para el recuento

- **Frecuencia absoluta:** n_i número de individuos que presentan una modalidad o valor. Número de veces que aparece cada modalidad (resultado del recuento). La frecuencia total, de todas las modalidades juntas, se representa por N.
- **Frecuencia absoluta acumulada:** $N_i = \sum_{k=1}^i n_k$ es la suma de las frecuencias absolutas, una vez ordenados los valores, hasta lo que ocupa el lugar “i”.
- **Frecuencia relativa:** $f_i = \frac{n_i}{N}$ es el cociente entre el número de individuos que presentan una modalidad o valor y el número total de individuos de la población o muestra sobre los que se está realizando el estudio. La suma de todas tiene que dar 1 o un número muy cercano al 1, si ha habido redondeos.

- **Relativa acumulada:** $F_i = \sum_{k=1}^i f_k$ es la suma de las frecuencias relativas, una vez ordenados los valores, hasta el que ocupa el lugar “i”.
- **Porcentaje (%):** $f_i \cdot 100$ frecuencia relativa multiplicada por 100. Suele expresarse con 3 dígitos. La suma de todos los porcentajes debe de dar 100 o un número muy próximo, si ha habido redondeos.

Según el número de valores distintos que presenta la variable, podemos o no hacer intervalos (intervalos de clase). Estos intervalos, exceptuando quizá las de los extremos, deben ser de la misma amplitud. El número de intervalos dependerá del número de datos y de la diferencia entre el valor mayor y el menor (recorrido).

Tablas de frecuencias

Variable no agrupada. Ejemplo de calificaciones obtenidas en un ejercicio:

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
1	1	1	1/20	1/20
2	2	3	2/20	3/20
3	1	4	1/20	4/20
4	2	6	2/20	6/20
5	3	9	3/20	9/20
6	4	13	4/20	13/20
7	3	16	3/20	16/20
8	1	17	1/20	17/20
9	2	19	2/20	19/20
10	1	20	1/20	1
Total	20		1	

Tabla 2. Variable no agrupada. [Elaboración propia].

Variable agrupada. Primeramente, debemos definir otra columna llamada ‘marca de clase’, que es el valor medio del intervalo $\frac{a+b}{2}$. Un ejemplo es el número de personas que viven en cada uno de los portales de una gran barriada es:

63, 69, 83, 85, 93, 73, 80, 94, 104, 125, 141, 152, 115, 120, 127, 139, 105, 114, 123, 121, 128, 90, 75, 137, 131, 73, 62, 100, 109, 117, 124, 103, 133, 138, 143, 110, 61, 91, 87, 156, 147, 134, 129, 96, 99, 74, 104, 97, 84, 98, 78, 71, 133, 63, 69, 76, 86, 88, 77, 124, 116, 119, 102, 107, 106, 111, 119, 107, 100, 109, 83, 85, 93, 93, 118, 116, 117, 133, 155, 143.

Intervalos	Marca de clase	n_i	f_i	N_i	F_i	%
(60,76]	68	12	12/80	12	12/80	15
(76,92]	84	13	13/80	25	25/80	16.25
(92,108]	100	18	18/80	43	43/80	22.5
(108,124]	116	18	18/80	61	61/80	22.5
(124, 140]	132	12	12/80	73	73/80	15
(140, 156]	148	7	7/80	80	1	8.75
Total		80	1			100

Tabla 3. Variable agrupada. [Elaboración propia].

4.4. Gráficos estadísticos

A) Diagramas de barras

Es propio de variables cualitativas o discretas. Cada barra corresponde a una modalidad o valor de la variable. La altura de la barra es proporcional a la frecuencia a representar. Todas las barras deben de tener la misma anchura y la distancia entre ellas debe de ser como máximo la anchura de las barras.

Se pueden distinguir tres tipos de diagramas de barras.

a) Simples

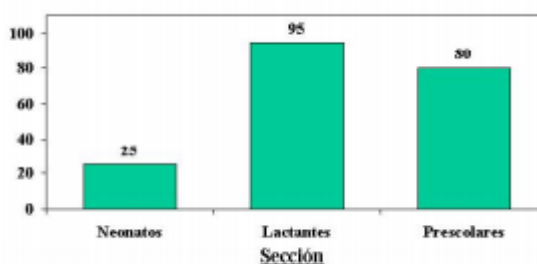


Ilustración 7. Diagrama de barras simple.

b) De barras adosadas o parcialmente superpuestas, cuando se presentan de forma paralela dos conceptos que interesa comparar. Ejemplo hombres y mujeres

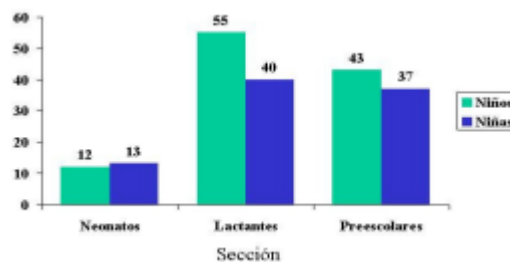


Ilustración 8. Diagrama de barras adosadas.

c) Mixtas, apiladas

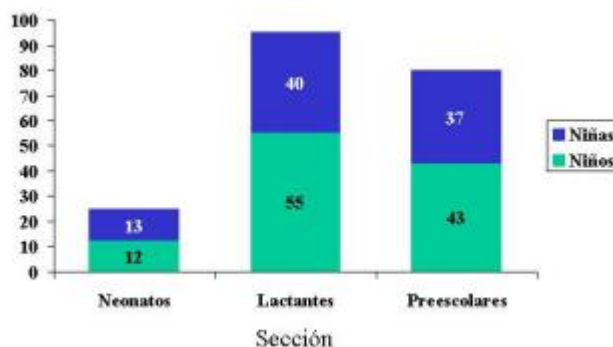


Ilustración 9. Diagrama de barras mixtas.

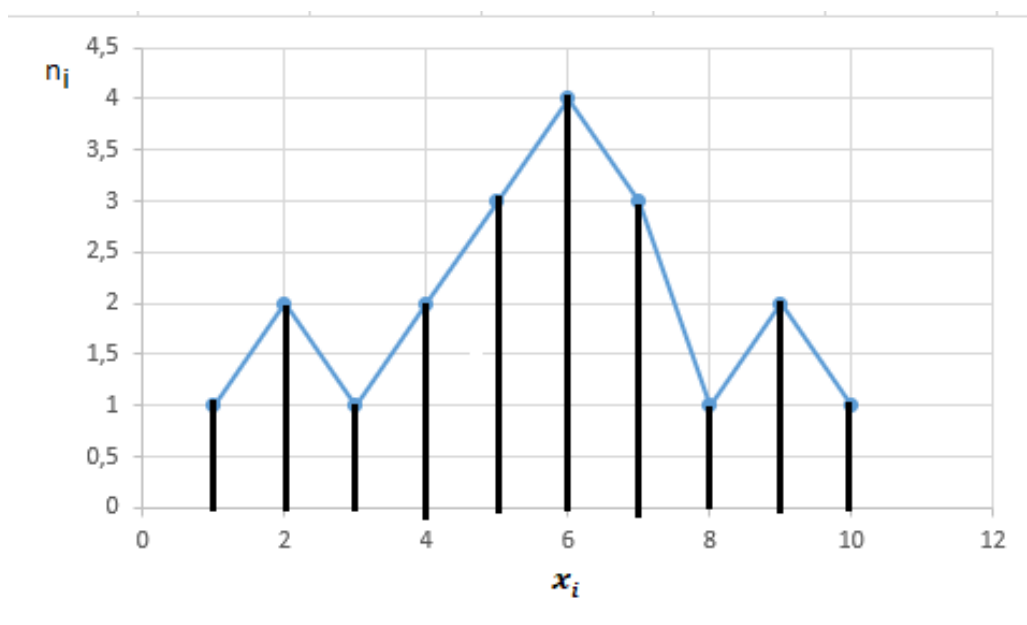


Ilustración 10. Diagrama de barras, ejemplo de variable no agrupada. [Elaboración propia]

Representación de las calificaciones obtenidas de un ejercicio (véase tabla 2).

n_i - es el número de personas

x_i - es la calificación obtenida de un ejercicio.

Las escalas de los ejes pueden ser distintas. También se pueden hacer horizontalmente.

Variables discretas, también se pueden hacer con la frecuencia absoluta acumulada.

Al unir los puntos obtenemos el polígono de frecuencias (línea verde).

B) Histogramas

Es propio de variables continuas agrupadas en clases. Las barras están unas al lado de otras sin separación, a no ser que alguna clase tenga frecuencia 0. Cada barra empieza en el límite real inferior de la clase que representa y termina en el límite superior, que a su vez es el comienzo de la clase siguiente. El punto medio de la clase coincide con el centro de la base. La superficie de cada barra es proporcional a la frecuencia de la clase. Si todas las clases tienen la misma amplitud, como en principio debe ser, la altura es la frecuencia de la clase. Si hay clases con distinta amplitud no puede ponerse la etiqueta de frecuencia.

Si los intervalos no son de la misma amplitud, el histograma cambia $h_i = \frac{n_i}{a_i}$ siendo h_i - altura, n_i - frecuencia absoluta y a_i - amplitud del intervalo.

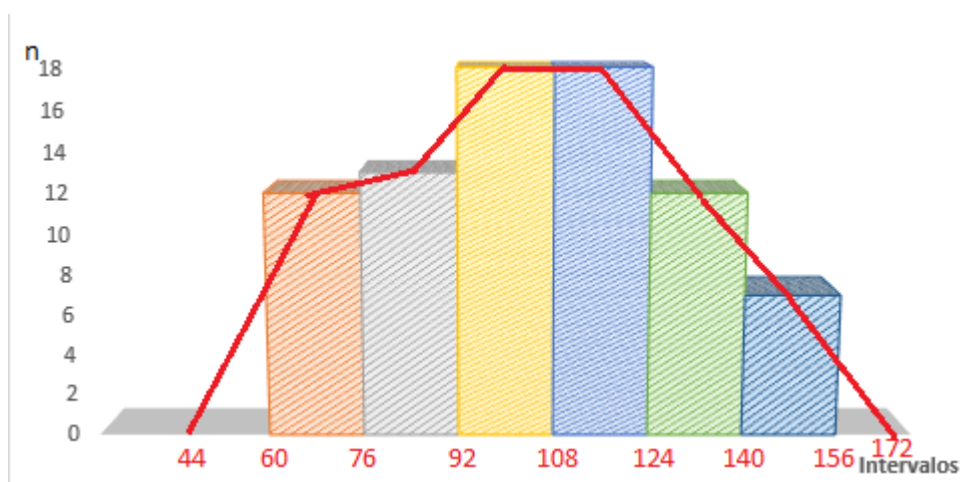


Ilustración 11. Histograma y polígono de frecuencias, ejemplo de variable agrupada. [Elaboración propia].

Representación del número de personas que viven en cada uno de los portales de una gran barriada (véase Tabla 3).

n_i - número de personas

Intervalos- número de conjuntos que se encuentran entre a y b, b y c...

Para variables agrupadas en intervalos. Polígono de frecuencias, se une el vértice más pequeño, los puntos medios y el vértice más grande.

C) Diagramas de sectores

Son gráficos en los que a cada valor o modalidad se le asigna un sector circular de área o ángulo central del sector circular proporcional a la frecuencia que representan. Se utilizan si el carácter es cualitativo o cuantitativo discreto sin agrupar, es decir, no en intervalos.

Ejemplo: Un estudio hecho en un conjunto de 25 varones con objeto de determinar su grupo sanguíneo ha conducido a los siguientes resultados:

x_i	n_i
A	11
B	7
O	6
AB	1
Total	25

Tabla 4. Grupo sanguíneo. [Elaboración propia].

$$\left. \begin{array}{l} 25 - 360^\circ \\ 11 - x \end{array} \right\} x = \frac{11 * 360}{25} = 158.4^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} 25 - 360^\circ \\ 7 - x \end{array} \right\} x = \frac{7 * 360}{25} = 100.8^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} 25 - 360^\circ \\ 6 - x \end{array} \right\} x = \frac{6 * 360}{25} = 86.4^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} 25 - 360^\circ \\ 1 - x \end{array} \right\} x = \frac{1 * 360}{25} = 14.4^\circ$$

n_i - es el número de personas

x_i - grupo sanguíneo.

Para saber cuánto ocupa cada grupo sanguíneo hacemos la regla de tres para saber el espacio que ocupa en un diagrama de sectores.

Grupo sanguíneo A, Grupo sanguíneo B, Grupo sanguíneo AB y Grupo sanguíneo O.

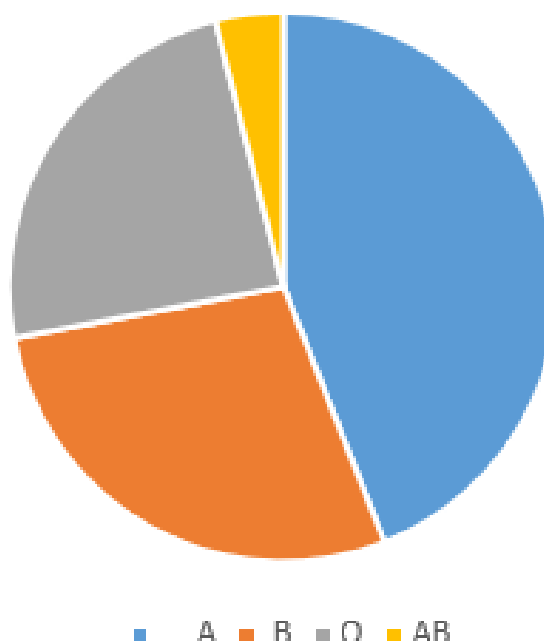


Ilustración 12. Diagrama de sectores del ejemplo de grupo sanguíneo. [Elaboración propia].

D) Pictogramas

Son gráficos con dibujos del carácter que se esté estudiando y cuyo tamaño es proporcional a la frecuencia que representan. Utilizan figuras o imágenes de todo tipo, como pilas de monedas, balanzas, coches, etc.



Ilustración 13. Pictograma. [Fuente:

<https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fwww.universoformulas.com%2Fwp-content%2Fuploads%2F2014%2F04%2Fpictograma.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.universoformulas.com%2Festadistica%2Fdescriptiva%2Fpictograma%2F&tbnid=Xm7xnnU6xKsfYM&vet=12ahUKEwjH573bs->

[PpAhVK0IUkHajmCwUQMygBegUIARD6AQ..i&docid=TAZzGZBKvz75aM&w=416&h=198&q=pictogramas%20estadistica&ved=2ahUKEwjH573bs-PpAhVK0IUkHajmCwUQMygBegUIARD6AQ](https://www.repositorio.uma.es/bitstream/handle/10261/100000/1/PpAhVK0IUkHajmCwUQMygBegUIARD6AQ..i&docid=TAZzGZBKvz75aM&w=416&h=198&q=pictogramas%20estadistica&ved=2ahUKEwjH573bs-PpAhVK0IUkHajmCwUQMygBegUIARD6AQ)].

E) Cartogramas

Son gráficos realizados sobre mapas, en los que aparecen indicados sobre las distintas cantidades o colores con el carácter que representan.

Ejemplo: De una muestra de 75 pilas eléctricas se han obtenido los siguientes datos sobre la duración en horas:

Duración pilas	Número de pilas (n_i)
(25,30]	3
(30,35]	5
(35,40]	21
(40,45]	28
(45,55]	12
(55,70]	6
Total	75

Tabla 5. Duración de pilas. [Elaboración propia].

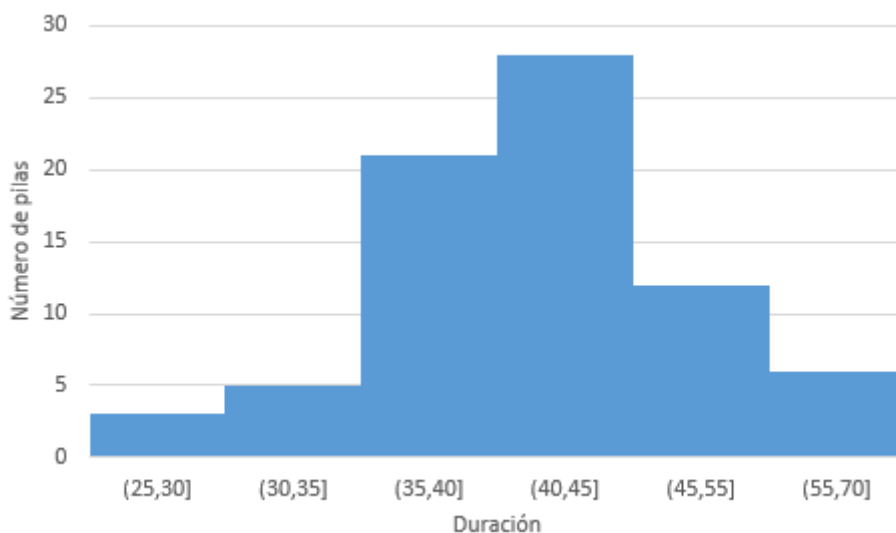


Ilustración 14. Histograma de la duración de pilas. [Elaboración propia].

n_i - es el número de pilas

Intervalos- duración en horas

$$(45,55] - 12 \} h_i = \frac{12}{10} = 1.2$$

$$(55,70] - 6 \} h_i = \frac{6}{15} = 0.4$$

Como se puede observar las h_i de los dos últimos intervalos no se corresponden con n_i correspondientes.

4.5. Medidas de centralización

A) La media es el valor promedio de un conjunto de datos numéricos, calculada como la suma del conjunto de valores dividida entre el número total de valores.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i n_i}{N} \rightarrow \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i f_i, \text{ ya que } f_i = \frac{n_i}{N}.$$

Características:

- Resume los datos en uno solo.
- Compara poblaciones entre sí.
- La media es el centro de la gravedad de la distribución, es única para cada distribución.
- Cuando aparecen valores extremos y poco significativos la media puede que no sea representativa.
- No tiene sentido en el caso de un carácter cualitativo ni cuando existan datos agrupados con algún intervalo no acotado.

Propiedades:

- Si se suma una constante a todos los valores de una variable, su media aumenta en dicha constante.

x_i	n_i	$x_i n_i$
2	1	2
3	2	6
4	1	4
Total	4	12

Tabla 6. Ejemplo de media 1. [Elaboración propia].

$$\bar{x} = \frac{12}{4} = 3$$

x_i	n_i	$x_i n_i$
5	1	5
6	2	12
7	1	7
Total	4	24

Tabla 7. Ejemplo de media 2. [Elaboración propia].

$$\bar{x} = \frac{24}{4} = 6 \quad (3+3)$$

- Si se multiplican todos los valores de la variable por una constante, la media queda multiplicada por dicha constante.
- La media es sensible a la variación de cada valor de x.
- La media se expresa en la misma unidad de medida que los datos originales.
- Si la media tiene decimales es habitual expresarla con uno más que los datos originales.

x_i	n_i	$x_i n_i$
4	1	4
6	2	12
8	1	8
Total	4	24

Tabla 8. Ejemplo de media 3. [Elaboración propia].

$$\bar{x} = \frac{24}{4} = 6 \quad (3 \cdot 2)$$

Existen otras medias:

- **Media geométrica**

$$Mg = \sqrt[N]{x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_k^{n_k}} \quad \text{donde } N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

- **Media armónica**

$$M = \frac{N}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2} + \dots + \frac{n_k}{x_k}} \quad \text{donde } N = n_1 + n_2 + \dots + n_k$$

- **Media ponderada.** Es la media aritmética de los valores x_i de la variable, cuando se les asignan pesos distintos a las frecuencias relativas respectivas. Se usa cuando se quiere o se debe dar una fuerza distinta a determinados valores. Si llamamos p_i a los pesos, tendremos:

$$Mp = \sum_{i=1}^k x_i p_i$$

Características:

- La media geométrica vale 0 si algún valor de la variable estadística es 0 y queda indeterminada si el número de observaciones es par (N , par) y el radicando negativo ($x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2} \cdot \dots \cdot x_k^{n_k} < 0$).
- La media geométrica tiene la ventaja de considerar a todos los valores de la variable y es poco sensible a sus valores extremos.
- La media armónica es muy sensible ante cambios en valores pequeños de la variable y queda indeterminada si algún valor de la variable es nulo.
- La relación que existe entre media, la media geométrica y la media armónica es: $M \leq Mg \leq \bar{x}$, la igualdad de dos de estas medias entre sí lleva consigo la igualdad en su conjunto (entonces los valores x_i son iguales entre sí).

B) Moda

- En el caso de una variable no agrupada en el valor de la variable que más se repite.
- En el caso de una variable agrupada en intervalos de igual amplitud se busca el intervalo de mayor frecuencia (intervalo o clase modal) y se aproxima la moda por el valor obtenido al aplicar la fórmula.

$$Mo = L_{i-1} + \frac{n_i - n_{i-1}}{(n_i - n_{i-1}) + (n_i - n_{i+1})} * a_i$$

L_{i-1} - Límite inferior del intervalo modal

n_i - Frecuencia absoluta del intervalo modal

n_{i-1} - Frecuencia absoluta del intervalo anterior al modal

n_{i+1} - Frecuencia absoluta del intervalo posterior al modal

a_i - Amplitud del intervalo modal

Características:

- Puede ser que exista más de una moda.
- La moda es menos representativa que la media, a excepción de las distribuciones con datos cualitativos.
- Si los intervalos no tienen la misma amplitud, se busca el intervalo de mayor densidad de frecuencia (h_i). Es el intervalo de mayor altura $h_i = \frac{n_i}{a_i}$.

La moda de una variable continua se puede calcular también gráficamente sobre el histograma de la distribución. Se une el vértice superior izquierdo de la clase modal con el vértice superior izquierdo de la clase siguiente y el vértice superior derecho de la clase modal siguiente con el vértice superior derecho de la anterior. La abscisa del punto de corte coincide con la moda.

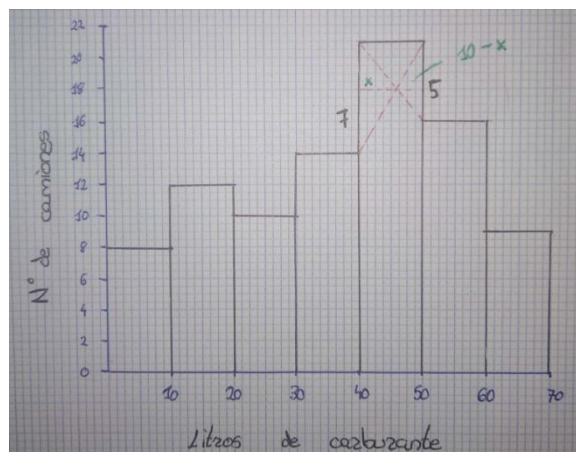


Ilustración 15. Moda. [Elaboración propia]

Por semejanza de triángulos $\frac{7}{x} = \frac{5}{10-x}$; $70 - 7x = 5x$; $70 = 12x$; $x = \frac{70}{12}$

$$Mo = 40 + \frac{70}{12}$$

C) Mediana

- En el caso de una variable no agrupada, una vez ordenados los datos es el valor central si el número de observaciones es impar y la media de los valores centrales si es par.
- En el caso de una variable agrupada, hemos de buscar el intervalo central y aplicar la fórmula:

$$Me = L_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i} * a_i$$

L_{i-1} - Límite inferior del intervalo

N_{i-1} - Frecuencia absoluta acumulada del intervalo anterior

n_i - Frecuencia absoluta del intervalo

N- Número total de datos

a_i - Amplitud del intervalo

También se puede calcular gráficamente:

- En el polígono de frecuencias acumuladas trazamos una recta paralela al eje OX por el valor $N/2$, que cortará al polígono de frecuencias en un punto, desde donde se traza una recta paralela al eje OY, donde esta recta corte al eje OX, será la mediana.

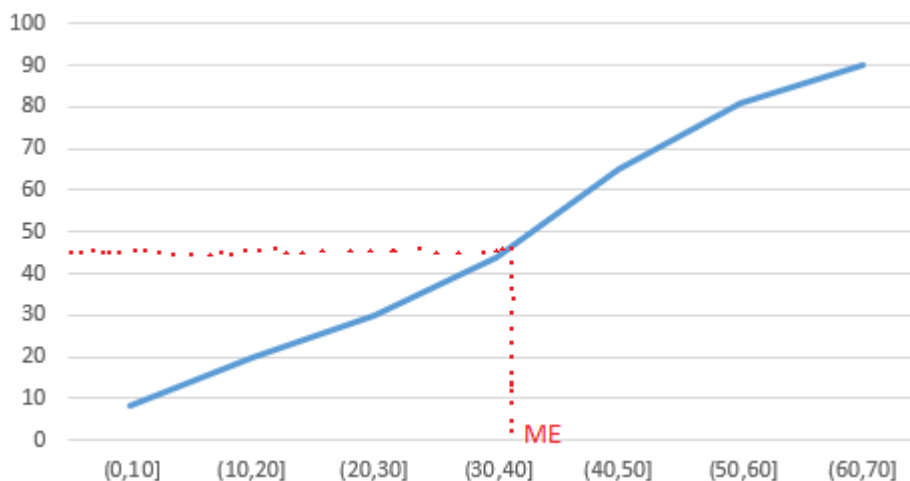


Ilustración 16. Gráfico del polígono de frecuencias acumuladas. [Elaboración propia].

n_i - frecuencias acumuladas

Intervalos- Litros de carburante

- También puede hacerse en la representación del histograma. La mediana será el punto de corte del eje OX, en el que trazando una vertical separamos el área total del histograma en dos partes iguales, y posteriormente una regla de tres.

Ejemplo:

Consumo	Camiones (n_i)
(0,10]	8
(10,20]	12
(20,30]	10
(30,40]	14
(40,50]	21
(50,60]	16
(60,70]	9
Total	90

Tabla 9. Consumo de una flota de camiones.

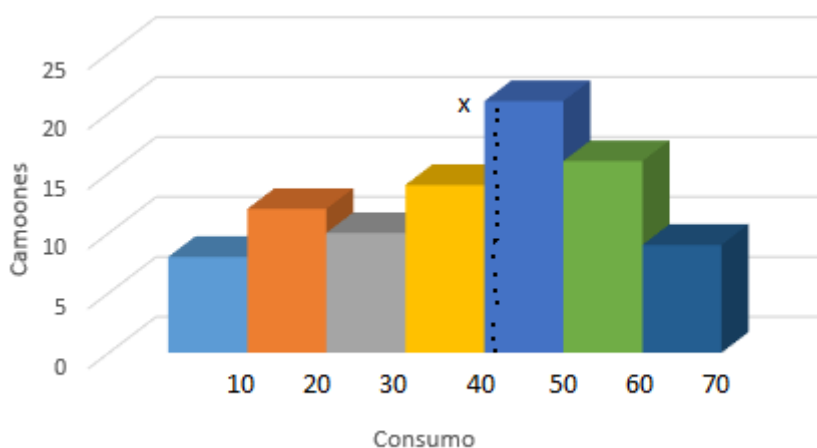


Ilustración 17. Gráfico del consumo de la flota de camiones. [Elaboración propia].

Buscar el intervalo donde estén los elementos centrales. Como hay 90 elementos, el intervalo sería (40, 50].

$$Me = 40 + \frac{\frac{90}{2} - 44}{21} * 10 = 40 + \frac{10}{21} = 40 + 0.48 = 40.48$$

La mediana es 40,48 como se observa en la Ilustración 17.

4.6. Medidas de posición

A) Centiles o percentiles

Una vez ordenados los datos, son los valores de la variable que dejan a su izquierda un porcentaje determinado del conjunto de datos. Se representan por C_h o P_h , donde 'h' indica el porcentaje.

$C_{32} = P_{32}$ deja a la izquierda 32 % de la población. Por ejemplo, $N = 40$, calculamos el 32% de 40

32% de 40 = 12.8, en la columna de las frecuencias absolutas acumuladas localizamos el valor de la variable que ocupa el lugar 13.

En el caso de una variable agrupada, una vez obtenido el intervalo en el que se encuentra el percentil, se aplica la fórmula siguiente:

$$P_h = L_{i-1} + \frac{h \cdot \frac{N}{100} - N_{i-1}}{n_i} * a_i$$
, donde cada elemento tiene el mismo significado que en el cálculo de la mediana y la misma interpretación gráfica $Me = P_{50}$. También se puede hacer gráficamente igual que la Me.

B) Cuartiles

Una vez ordenados los datos, son los valores de la variable que dividen a los datos en cuatro grupos igual tamaño. En cada uno de ellos hay un 25% de individuos de la población o muestra. Se representan por Q_1 , Q_2 y Q_3 .

$$Q_1 = P_{25}, Q_2 = P_{50} = Me \text{ y } Q_3 = P_{75}.$$

C) Deciles

Una vez ordenados los datos, son los valores de la variable que dividen a la misma en diez puntos iguales, de modo que entre dos deciles hay un 10% de los individuos de la población o muestra. Se representan por $D_1, D_2, \dots, D_{10}$. $D_1 = P_{10}$, $D_2 = P_{20}$...

4.7. Medidas de dispersión

A) Rango o recorrido

- Es la diferencia entre el valor mayor y el menor si la variable es no agrupada.
- Si la variable es agrupada, se calcula la diferencia entre el límite superior del último intervalo y el límite inferior del primer intervalo.

B) Rango intercuartílico

$Q_3 - Q_1$, nos da una franja en la que se encuentra el 50% central de la población.

C) Desviación media

Es la media de las desviaciones de los valores de la variable respecto a la media de la distribución.

Se llama desviación respecto de la media al valor absoluto de la diferencia de los valores de la variable y la media $|x_i - \bar{x}|$

$$\text{Desviación media: DM} = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$$

Características:

- Es una medida poco utilizada por la complicación de su cálculo.
- Si la DM es muy pequeña, indica que hay una gran concentración de valores en torno a la media.

D) Varianza

Es la media de los cuadrados de las desviaciones respecto a la media. Se representa por S^2 (varianza muestral) (la varianza poblacional es σ^2).

$$\text{Varianza: } S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}|^2 n_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N} - \bar{x}^2$$

Demostración (por momentos)

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}|^2 n_i}{N} = (\text{desarrollamos el cuadrado}) \quad \frac{\sum_{i=1}^k (x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2) n_i}{N} =$$

(multiplicamos)

$$\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i - \sum_{i=1}^k 2x_i\bar{x}n_i + \sum_{i=1}^k \bar{x}^2 n_i}{N} = (\text{sacamos fuera del sumatorio lo que no tenga "i"})$$

$$\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N} - \frac{2\bar{x} \sum_{i=1}^k x_i n_i}{N} + \frac{\bar{x}^2 \sum_{i=1}^k n_i}{N} = (\text{sabiendo que } \sum n_i = N \text{ y que } \frac{\sum x_i n_i}{N} = \bar{x})$$

$$\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N} - 2\bar{x}\bar{x} + \frac{\bar{x}^2 N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N} - \bar{x}^2$$

Características:

- Mide la dispersión respecto a la media.
- Al tomar los cuadrados de las desviaciones tiene la desventaja de que las desviaciones grandes afectan más el resultado.
- Las unidades de S^2 no son las mismas que las de la muestra, ya que estamos elevando las desviaciones al cuadrado.
- La varianza siempre es positiva o nula. Es nula cuando todos los valores iguales

- La media es el valor más próximo de la distribución, cuando la distancia entre un valor "a" y los valores posibles de la variable estadística se mide por la media ponderada de los cuadrados de las desviaciones $(x_i - a)^2$ por las frecuencias " n_i ", es decir, es el valor que hace mínima la expresión $D(a) = \sum_{i=1}^k (x_i - a)^2 n_i$

Cuasivarianza

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n-1}$$

$$\text{Relación : } S^2 = \frac{n-1}{n} s^2$$

En el análisis inferencial de datos la cuasivarianza es apropiada para proporcionar una estimación de la varianza poblacional.

E) Desviación típica

Es la raíz cuadrada de la varianza $S = \sqrt{S^2}$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 n_i}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k x_i^2 n_i}{N} - \bar{x}^2}$$

Características:

- Es la unidad de dispersión más utilizada.
- Las unidades de S son las mismas que la de la muestra.
- La desviación típica es siempre positiva.

Propiedades:

- Si a los valores de una variable se les suma la misma constante, la varianza y la desviación típica no varían.
- Si a los valores de una variable se les multiplica por la misma constante positiva, la varianza queda multiplicada por el cuadrado de la constante y la desviación típica queda multiplicada por dicha constante.

F) Coeficiente de variación de Pearson

Es un índice abstracto, que no tiene unidad de medida. Da igual que midamos la variable en cm. , kg., sec., etc, el coeficiente de variación se expresa siempre como %.

$CV = \frac{s}{\bar{x}}$ Es el cociente entre la desviación típica y la media

Características:

- En los casos en que la media sea muy próxima a cero, no debe usarse, ya que el denominador es muy pequeño y puede dar un grado erróneo de dispersión, dependiendo del valor de la desviación típica.
- Cuanto menor es el coeficiente de variación, menor dispersión tiene la distribución; por tanto, la media será más representativa.

$A < CV \rightarrow$ Dispersión $\rightarrow$ Medida más representativa

- Comparar dispersiones de variables, incluso si están medidas en unidades distintas. La variable con el CV menor tiene la menor dispersión (y viceversa).
- Valorar la representatividad de una media. Es buena si no supera el 50%.

4.8. Medidas de forma

A) Coeficiente de asimetría

$$a_3 = \frac{1}{s^3} * \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^3 n_i}{N} \quad \text{De Fisher}$$

Como $(x_i - \bar{x})^3$ puede ser positivo o negativo:

$a_3 < 0$ Asimétrica a la izquierda



Ilustración 18. a^3 a la izquierda. [Elaboración propia].

$\bar{x} < \text{Mediana} < \text{Moda}$

$a_3 = 0$ Distribución simétrica

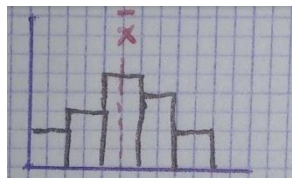


Ilustración 19. $a^3 = 0$. [Elaboración propia].

$\bar{x} = \text{Me}$

$a_3 > 0$ Asimétrica a la derecha

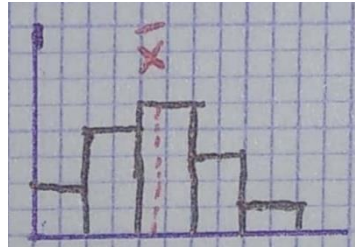


Ilustración 20. a^3 a la derecha. [Elaboración propia].

$\bar{x} > \text{Mediana} > \text{Moda}$

Características:

- No depende de las unidades de medida de las variables.
- Es invariante por cambio de escala.

Coefficiente de Asimetría de Pearson

$$As = \frac{\bar{x} - Mo}{s}$$

$As < 0$ Asimetría negativa. Sesgada izquierda.

$As = 0$

$As > 0$ Asimetría positiva. Sesgada derecha.

B) Coeficiente de apuntamiento (Curtosis)

$$a_4 = \frac{1}{s^4} * \frac{\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^4 n_i}{N} - 3$$

$a_4 < 0$ Aplastada

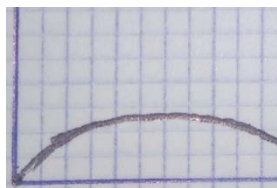


Ilustración 21. Aplastada. [Elaboración propia].

$a_4 = 0$ Normal

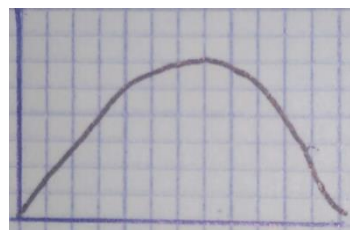


Ilustración 22. Normal. [Elaboración propia].

$a_4 > 0$ Apuntada

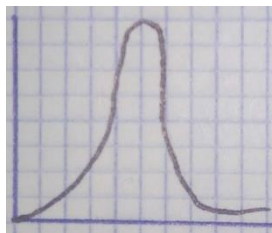


Ilustración 23. Apuntada. [Elaboración propia].

5. Fundamentación didáctica

La Estadística está muy presente en nuestra vida diaria, la podemos encontrar en agricultura, medicina, ciencia, economía o incluso política. Por ejemplo, véase en la ilustración 24. Número de defunciones en España en 2018 por mes.

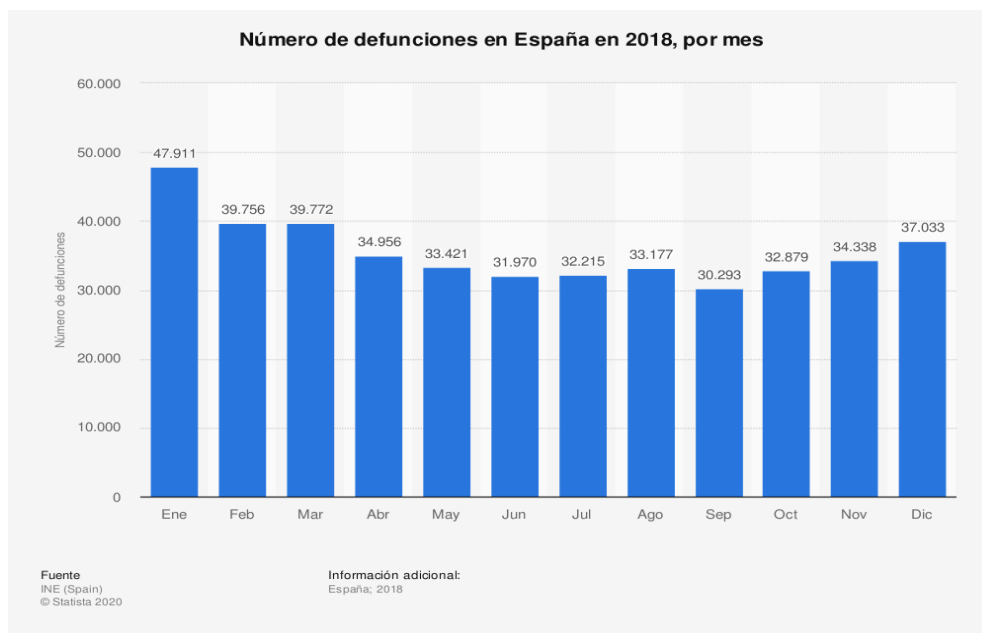


Ilustración 24. Número de defunciones en España en 2018 por mes.

[Fuente: <https://es.statista.com/estadisticas/474562/numero-de-defunciones-en-espana-por-mes/>].

En este apartado se han consultado varias investigaciones sobre la enseñanza de la Estadística (Cardozo (2010); Batanero, Arteaga, y Contreras (2011), y por último Batanero (2000) (2001).

Como se ha explicado anteriormente, la podemos encontrar en muchos sitios, pero, ¿Qué es la estadística? ¿Para qué sirve? Según Batanero (2001) son muchas las definiciones que podemos encontrar, pero la que refleja bien la concepción del tema es:

"La estadística estudia el comportamiento de los fenómenos llamados de colectivo. Está caracterizada por una información acerca de un colectivo o universo, lo que constituye su objeto material; un modo propio de razonamiento, el método estadístico, lo que constituye su objeto formal y unas previsiones de cara al futuro, lo que implica un ambiente de incertidumbre, que constituyen su objeto o causa final." (Cabriá, 1994). Pág. 19.

Para empezar a tratar este tema con el alumnado, ¿cuándo empieza el alumnado a estudiar estadística? Desde primaria el alumnado empieza este tema, como son gráficos y tablas. Estos contenidos se van ampliando en la enseñanza secundaria, donde se incluye las frecuencias acumuladas, medidas de centralización, uso de la hoja de cálculo...

El tema de estadística en esta unidad es recoger datos y analizar el estudio que el alumnado quiera investigar, por aprendizaje cooperativo, con la finalidad que el alumnado aprenda a trabajar en equipo y use la tecnología para usar información e analizar los datos a través de está, pero también se puede realizar una investigación con pocos recursos disponibles como puede ser lápiz y papel.

Según Shaughnessy (2007, p. 7) *"indica que la enseñanza de la estadística ha de desarrollar la capacidad de leer, analizar, criticar y hacer inferencias a partir de distribuciones de datos."*

El docente permite al alumnado progresar en su aprendizaje. Con este trabajo de investigación en equipo, queremos hacerle ver al alumnado que hay otras formas de aprender y que sean partícipes de su propio aprendizaje, que colaboren en equipo, discutan las decisiones llegando a una solución todos juntos y sobre todo, respetar las decisiones del resto de compañeros/as.

"El aprendizaje colaborativo se define como aquella situación en la que un grupo de personas establece un compromiso mutuo para desarrollar una tarea y en la que, sólo la coordinación y la relación de sus intercambios les permite alcanzar un logro común." (Cabrera, 2008, p.3).

El aprendizaje colaborativo, tiene sus ventajas, según Jonhson (1993, p. 4) *"destaca que el aprendizaje colaborativo aumenta la seguridad en sí mismo, incentiva el desarrollo de pensamiento crítico, fortalece el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, a la vez que disminuye los sentimientos de aislamiento"*.

El uso de las TIC favorece el aprendizaje del alumnado, ya que puede ser partícipe de su propio aprendizaje, puede buscar información, trabajar tanto individualmente como en pequeños grupos. En esta unidad, trabaja de ambas formas, que cometan sus propios errores y que los encuentren, al trabajar con el resto de

compañeros/as respeten las decisiones de compañeros/as, coopere y sobre todo que lleguen a una conclusión.

“El aprendizaje colaborativo mediado está centrado en el estudio sobre la manera en que la tecnología informática puede mejorar la interacción entre iguales y el trabajo en grupo para facilitar el hecho de compartir y distribuir el conocimiento y la experiencia entre los miembros de la comunidad de aprendizaje”. (Gross, 2008, p.5).

6. Proyección didáctica: elaboración de una unidad didáctica

6.1. Título

Se va a extender la Unidad Didáctica de Estadística, perteneciente al curso de 4º ESO de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. Según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (MECD, 2014) se tratará en el bloque 5. Estadística y probabilidad.

Como pregunta orientadora del tema a tratar es la siguiente: ¿Por qué es importante la estadística? Se realiza con la intención de influir en la vida de los alumnos/as, utilizando diferentes estrategias para dar a conocer los conocimientos de la estadística.

Además es un tema interesante, debido a que la estadística está muy presente en nosotros. Con esta unidad, tiene como finalidad ayudar al alumnado a analizar y recoger datos, en esta unidad, a través de la encuesta.



Ilustración 25. Estadística. [Fuente: <https://concepto.de/estadistica-inferencial/>]

6.2. Justificación

¿Por qué se debe trabajar la Estadística? Esta Unidad Didáctica es muy importante en la vida diaria del alumnado y la mayoría de alumnos/as tiene dificultades, cuyo objetivo de esta unidad es facilitar la habilidad de mejorar la práctica con mayor soltura, con la facilidad que podrán trabajar en grupo y pueden ayudarse unos/as a otros/as. Se realizará con el propósito de intervenir en el alumnado las

En esta unidad, el alumnado trabajará tanto individual como colectivamente, con la finalidad de que indaguen con ayuda de las TIC la tarea final, que es desarrollar una encuesta y reunir los datos obtenidos a través de esta y explicar los resultados obtenidos al resto de compañeros/as.

6.3.1. Descripción del centro

Torredonjimeno se encuentra a 17 Km de Jaén, la capital de la provincia. El centro se encuentra ubicado en la Avenida de la Paz, 12, 23650, Torredonjimeno (Jaén). Cerca del centro se encuentra el Teatro Municipal y el Parque Municipal (véase en la ilustración 26).



La mayoría de las viviendas de alrededor son pisos. La mayoría de las familias que tienen a sus hijos en este centro son familias tradicionales, en el que predominan familias de dos y tres hijos, según los datos existentes en el centro, tienen un poder adquisitivo medio-alto, y el tipo de vivienda más habitual es la unifamiliar. Predomina

una mayoría de padres y madres con estudios primarios (en torno al 70%). La profesión de los padres y madres se reparte entre la industria, el sector servicios y la agricultura.

En cuanto a la situación laboral, podemos indicar, sin temor a equivocarnos, que la actual crisis económica está haciendo mella en las familias de nuestro alumnado, al igual que en el resto de la sociedad local. Es este un dato que no podemos obviar a la hora de plantear los diferentes objetivos y las actividades a nivel de centro.

La situación de la vivienda es propia en un 96,5%. Tienen ordenador el 90% de las familias utilizándolo en trabajos el 56,2%. Sin embargo, el 25% no dispone de Internet.

Respecto al lugar de estudio, el 84,4% del alumnado dispone de una habitación individual. En cuanto a las aficiones del alumnado, predominan las musicales y deportistas (45% y 42,6%).

Los alumnos/as trabajan en casa un 44% y normalmente entre las cinco y las siete de la tarde.

El alumnado casi en su totalidad es del propio municipio dándose pocos casos de alumnos/as de otros destinos. El alumnado presenta un nivel medio, empezando la escolarización a los 3 años y terminando en este centro a los 16 años.

La relación con el Ayuntamiento y otros centros es buena.



Ilustración 27. Edificio del Colegio San José de la Montaña.

6.3.2. Instalaciones y materiales del centro

El Colegio está dividido en tres zonas:

- La zona de Infantil dispone de 3 aulas de clase, un aula de ajedrez gigante para infantil y aseos del alumnado.
- La zona del ciclo de Primaria dispone de 6 aulas de clase, aula de comedor escolar, aseos del alumnado, aseos de profesores, sala de profesores, sala de Juntas y secretaria.
- La zona del ciclo de Secundaria dispone de 4 aulas de clase, 2 aulas de pequeño grupo, un laboratorio, un aula de tecnología, la biblioteca, un aula de apoyo a la

integración, un aula de educación especial, aseos alumnos/as, dos almacenes de carros de ordenadores portátiles, conserjería, 5 despachos, el gimnasio (con vestuarios y almacén), un almacén general y un salón de actos.

En todas los cases hay pizarras digitales o proyectores y ordenadores para el alumnado con acceso a Internet.

Dispone, además, de:

- Un patio abierto de campo de fútbol sala/balonmano, baloncesto, escalera de calistenia adaptable, futbolín, fuente de agua y bancos.
- Un patio cubierto con disponibilidad de líneas y hueco para red de voleibol, rocódromo infantil y almacén de educación física.

6.3.3. Organización de los espacios del aula

El aula donde trabajará el alumnado de 4º ESO (véase en la ilustración 28) tanto individualmente como en pequeños grupos. El día de trabajo cooperativo se juntarán las mesas. El aula dispone de pizarra y proyector para la explicación de la unidad.

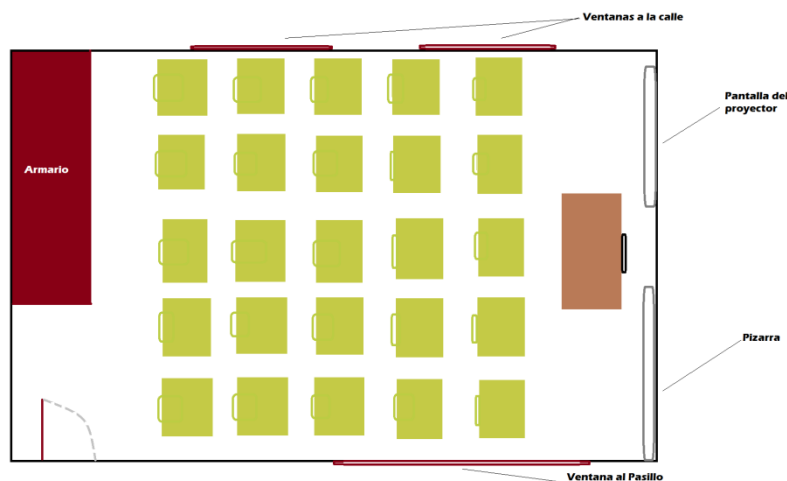


Ilustración 28. Aula de 4ºESO. [Elaboración propia].

Para las TIC, el alumnado irá al aula de informática (véase en la ilustración 29) que dispone de ordenadores, y en caso de necesitar más, se dispone de portátiles, por lo cual, todos los alumnos podrán trabajar con la disponibilidad de un ordenador. Se dispone de un total de 11 ordenadores y 32 portátiles.

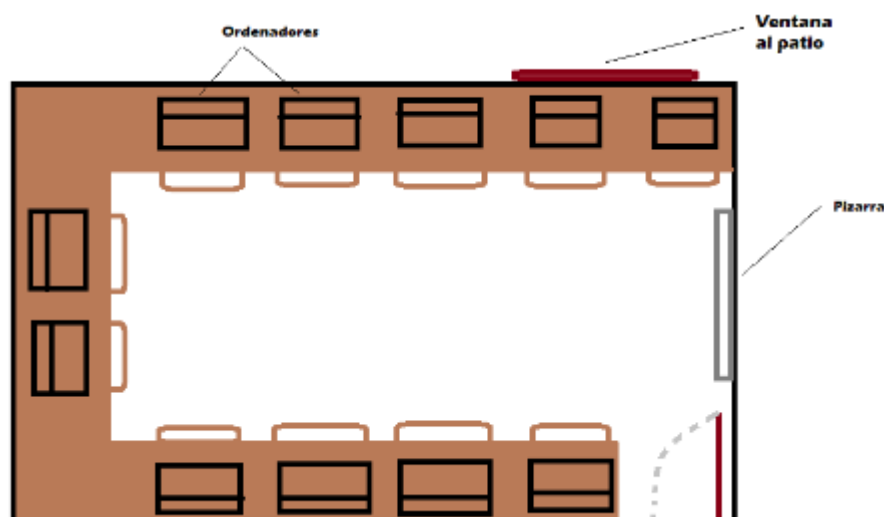


Ilustración 29. Aula de informática. [Elaboración propia].

6.4. Objetivos

6.4.1. Objetivos didácticos

6.4.1.1. Objetivos de etapa

Según el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (MECD, 2014), los objetivos de etapa que están relacionados con esta Unidad Didáctica contribuirán a desarrollar en el alumnado las capacidades que les permitan:

a) Asumir responsablemente sus deberes, conocer y ejercer sus derechos en el respeto a los demás, practicar la tolerancia, la cooperación y la solidaridad entre las personas y grupos, ejercitarse en el diálogo afianzando los derechos humanos y la igualdad de trato y de oportunidades entre mujeres y hombres, como valores comunes de una sociedad plural y prepararse para el ejercicio de la ciudadanía democrática.

b) Desarrollar y consolidar hábitos de disciplina, estudio y trabajo individual y en equipo como condición necesaria para una realización eficaz de las tareas del aprendizaje y como medio de desarrollo personal.

c) Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer.

d) Fortalecer sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como rechazar la violencia, los prejuicios de cualquier tipo, los comportamientos sexistas y resolver pacíficamente los conflictos.

e) Desarrollar destrezas básicas en la utilización de las fuentes de información para, con sentido crítico, adquirir nuevos conocimientos. Adquirir una preparación básica en el campo de las tecnologías, especialmente las de la información y la comunicación.

f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en los diversos campos del conocimiento y de la experiencia.

g) Desarrollar el espíritu emprendedor y la confianza en sí mismo, la participación, el sentido crítico, la iniciativa personal y la capacidad para aprender a aprender, planificar, tomar decisiones y asumir responsabilidades.

i) Comprender y expresarse en una o más lenguas extranjeras de manera apropiada.

6.4.1.2. Objetivos de área

Según la Orden de 14 de julio de 2016, la enseñanza de las Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía contribuirá a desarrollar en el alumnado las capacidades que les permitan (Junta de Andalucía, 2016):

1. Mejorar sus habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar al lenguaje y modos de argumentación, la racionalidad y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto en los procesos matemáticos, científicos y tecnológicos como en los distintos ámbitos de la actividad humana.

2. Reconocer y plantear situaciones susceptibles de ser formuladas en términos matemáticos, elaborar y utilizar diferentes estrategias para abordarlas y analizar los resultados utilizando los recursos más apropiados.

3. Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor: utilizar técnicas de recogida de la información y procedimientos de medida, realizar el análisis de los datos mediante el uso de distintas clases de números y la selección de los cálculos apropiados a cada situación.

4. Identificar los elementos matemáticos (datos estadísticos, geométricos, gráficos, cálculos, etc.) presente en los medios de comunicación, Internet, publicidad u otras fuentes de información, analizar críticamente las funciones que desempeñan estos elementos matemáticos y valorar su aportación para una mejor comprensión de los mensajes.

6. Utilizar de forma adecuada las distintas herramientas tecnológicas (calculadora, ordenador, dispositivo móvil, pizarra digital interactiva, etc.) para realizar cálculos, buscar, tratar y representar informaciones de índole diversa y como ayuda en el aprendizaje.

7. Actuar ante los problemas que surgen en la vida cotidiana de acuerdo con métodos científicos y propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

8. Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas y la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados y de su carácter exacto o aproximado.

9. Manifestar una actitud positiva ante la resolución de problemas y mostrar confianza en su propia capacidad para enfrentarse a ellos con éxito, adquiriendo un nivel de autoestima adecuado que le permita disfrutar de los aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios de las matemáticas.

10. Integrar los conocimientos matemáticos en el conjunto de saberes que se van adquiriendo desde las distintas áreas de modo que puedan emplearse de forma creativa, analítica y crítica.

6.4.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos de la Unidad Didáctica son:

- Recordar los métodos estadísticos.
- Recapitular los conceptos esenciales de estadística: individuo, población y muestra.
- Fomentar la actitud crítica ante las informaciones.
- Realizar encuestas sencillas. Diseño de encuestas.
- Construir tablas de frecuencias.
- Realizar gráficos estadísticos.
- Analizar y transferir la información adquirida por medio de tablas y gráficos.
- Calcular e interpretar las medidas de centralización: media, moda y mediana.
- Calcular e interpretar las medidas de posición: cuartiles.

- Calcular e interpretar las medidas de dispersión: rango, desviación media, desviación típica, varianza y coeficiente de variación.
- Dialogar y escuchar a los/as compañeros/as.
- Concienciar al alumnado de que todos somos iguales.
- Seleccionar la información de manera adecuada.
- Elaborar las preguntas previas a la entrevista.
- Conocer distintos medios de resolver problemas.
- Utilizar las TIC.
- Analizar un texto escrito progresando tácticas de anticipación y confirmando los contenidos.
- Trabajar en grupo.
- Trabajar individualmente.

6.5. Competencias clave

Según el artículo 2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (MECD, 2014, p.4), se entiende por competencia *“las capacidades para aplicar de forma integrada los contenidos propios de cada enseñanza y etapa educativa, con el fin de lograr la realización adecuada de actividades y la resolución eficaz de problemas complejos”*.

Según lo dispuesto en el artículo 2.2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre (MECD, 2014) se identifican siete competencias clave, las competencias del currículo serán las siguientes:

- a) Comunicación lingüística (CCL)
- b) Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT)
- c) Competencia digital (CD)
- d) Competencia para aprender a aprender (CAA)
- e) Competencias sociales y cívicas (CSC)
- f) Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor (SIEP)
- g) Conciencia y expresiones culturales (CEC)

Comunicación lingüística: es el resultado de la acción comunicativa en las cuales el alumnado actúa con otros individuos, en esta Unidad Didáctica es a través de

la interpretación de la encuesta. También utilizar, con su significado pleno, términos estadísticos sobre conocimientos estudiados en la Unidad Didáctica, como por ejemplo cuartil.

Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología:

implica la capacidad de aplicar el razonamiento matemático y sus herramientas para describir, interpretar y predecir distintos fenómenos en su contexto. El uso de herramientas matemáticas implica una serie de destrezas que requieren la aplicación de los principios y procesos matemáticos en distintos contextos.

Las competencias básicas en ciencia y tecnología son aquellas que proporcionan un acercamiento al mundo físico y a la interacción responsable con él desde acciones, tanto individuales como colectivas.

Utilizan y manipulan herramientas y máquinas tecnológicas, así como utilizar datos y procesos científicos para alcanzar un objetivo, es decir, llegar a la conclusión de que nuestro objetivo puede llegar a ser exitosa.

Competencia digital: implica el uso creativo, crítico y seguro de las tecnologías de la información y la comunicación para alcanzar los objetivos relacionados con el trabajo y el aprendizaje.

Para el adecuado desarrollo es necesario la información, la comunicación, la creación de contenidos y la resolución de problemas.

Aprender a aprender: enseñamos los procesos implicados en el aprendizaje y el conocimiento sobre lo que se sabe y se desconoce. Motivarse para aprender, tener curiosidad por lo nuevo. Incentivar en el alumnado la auto eficacia y la confianza en sí mismo, además de trabajar de manera individual o colaborativa para conseguir un objetivo.

Competencias sociales y cívicas: comprender los conceptos de igualdad, la no discriminación entre mujeres y hombres, diferentes grupos étnicos o culturales, la sociedad y la cultura. Manifestar solidaridad e interés por resolver problemas, respetar los derechos humanos y participar en la toma de decisiones.

Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor: sirve para transformar las ideas en actos. Se requiere esta competencia para reconocer las oportunidades existentes para las actividades personales, profesionales y comerciales. Requiere el desarrollo de actitudes y valores como: la predisposición a actuar de una forma creadora e imaginativa, el autoconocimiento y la autoestima.

6.6. Contenidos

Según el artículo 2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (MECD, 2014, p.4), se entiende por contenidos *“conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas y actitudes que contribuyen al logro de los objetivos de cada enseñanza y etapa educativa y a la adquisición de competencias. Los contenidos se ordenan en asignaturas, que se clasifican en materias y ámbitos, en función de las etapas educativas o los programas en que participe el alumnado”*.

Los contenidos que se desarrollaran en esta Unidad Didáctica son del bloque 5. Estadística y probabilidad

5.1. Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística.

5.2. Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico.

5.3. Gráficas estadísticas: Distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación.

5.4. Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización.

5.5. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.

6.7. Metodología

La metodología se desarrolla principalmente el IBL (aprendizaje por investigación), se utilizará la metodología activa, ya que se concentra en la educación del alumnado, estimulándolos a que sean autónomos, busquen, analicen y expliquen las relaciones y estrategias con las situaciones planteadas. Conciben el aprendizaje como un proceso que es constructivo y no solo receptivo, diseña y promueve metodologías innovadoras. El proceso educativo tendrá en cuenta los conocimientos previos del alumnado

La utilización de la metodología activa ha de apoyarse en estructuras de aprendizaje cooperativo, genera en el alumnado unos amplios contenidos de la estadística en la memoria a largo plazo.

También se va a trabajar desde una concepción constructivista del aprendizaje ya que mediante las herramientas que les proporcionamos al alumnado, le van a permitir construir sus propios procedimientos para resolver una situación problemática, lo que implica que sus ideas se modifiquen y sigan aprendiendo. Además, se lleva a cabo como un proceso dinámico, participativo e interactivo del alumnado.

Basándonos en nuestro alumnado, alumnos/as de 15 y 16 años, las sesiones serán de intensidad media, habrá diversidad de métodos: individual, grupo y socializadores. Beneficiarse de un ambiente sano y feliz, libre de conflictos y malestar emocional. Esto no quiere decir ocultarles los problemas, pero si afrontarlos de forma sana y constructiva.

Se encontrará la participación directa del alumnado en la construcción del conocimiento considerando sus intereses, posibilidades e indicando formas de organización que la favorezcan.

Con respecto a la motivación de los/as alumnos/as, debemos hacerles ver que pueden lograrlo, que con esfuerzo se consigue y conseguir hacerlo les aportará satisfacción personal. No permitir que se vean como perdedores, hacerles ver que les queremos por ellos mismos, no por sus éxitos y fracasos. Ayudarlos a marcarse metas personales de mejora y a luchar para adquirirlas, sabiendo recomenzar una y otra vez. Fomentar, por tanto, una libertad responsable capaz de asumir compromisos y mantenerlos.

6.8. Actividades y recursos

Tarea 1.	“Introducción”.
Objetivos	1. Recordar los métodos estadísticos. 2. Recapitular los conceptos esenciales de estadística: individuo, población y muestra. 3. Fomentar la actitud crítica ante las informaciones. 4. Seleccionar la información de manera adecuada. 5. Dialogar y escuchar a los/as compañeros/as.
Áreas implicadas	a) Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. b) Lengua Castellana y Literatura.
Competencias Clave	✓ CAA ✓ CSC ✓ SIEP ✓ CD ✓ CCL ✓ CMCT
Actividades	1.1. Video introductorio. 1.2. Lluvia de ideas. 1.3. Recogemos información. 1.4. Ejercicios.

Recursos	<u>Recursos humanos</u> El docente. <u>Recursos materiales</u> - Video - Proyector - Pizarra digital - Material escolar <u>Recursos especiales</u> El aula de clase.
Producto intermedio	Ejercicios.

Tabla 10. Tarea 1. [Elaboración propia].

Actividad 1. Vídeo introductorio. Vídeos sobre para qué sirve la Estadística. En este primer vídeo se explica de forma dinámica y clara que hacen los empresarios para tomar decisiones acertadas en sus negocios. El fin de este primer vídeo es hacerles ver que tienen que tomar decisiones anticipadas, mirar los datos obtenidos y analizarlos. Este vídeo será un claro ejemplo de la tarea final.

<https://www.youtube.com/watch?v=dKG175k9KR0>

<https://www.youtube.com/watch?v=MaTO78ZoNoo>

Actividad 2. Lluvia de ideas. A partir del vídeo introductorio, se realiza una lluvia de ideas para conocer los conocimientos previos que posee el alumnado sobre la estadística. A partir de las siguientes cuestiones.

- ¿Qué es la Estadística? ¿Para qué sirve?
- ¿En qué se diferencia población y muestra?
- ¿Qué tipos de representaciones gráficas podemos encontrar?
- ¿Qué podemos estudiar en la estadística?

Actividad 3. Recogemos información. Nos vamos a centrar en población y muestra. Finalizada la explicación se procederá a ver que podemos encontrar dos tipos de variables de carácter estadístico: cualitativos y cuantitativos. Dentro de las variables cuantitativas a su vez encontramos otros dos: discreta y continua.

Actividad 4. Ejercicios. Para finalizar esta primera parte realizarán unos ejercicios para ver con más claridad si saben distinguir entre población y muestra y, también, entre carácter cualitativo y cuantitativo y sus tipos.

Tarea 2.	“Nos sumergimos en la estadística”.
Objetivos	1. Construir tablas de frecuencias. 2. Calcular e interpretar las medidas de centralización: media, moda y mediana. 3. Calcular e interpretar las medidas de posición: cuartiles. 4. Seleccionar la información de manera adecuada. 5. Dialogar y escuchar a los/as compañeros/as.
Áreas implicadas	a) Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. b) Lengua Castellana y Literatura.
Competencias Clave	✓ CAA ✓ CSC ✓ SIEP ✓ CD ✓ CCL ✓ CMCT
Actividades	2.1. Recogemos información 2.2 Ejercicio 2.3. Recogemos información 2.4. Ejercicio
Recursos	<u>Recursos humanos</u> El docente <u>Recursos materiales</u> - Pizarra - Material escolar <u>Recursos especiales</u> El aula de clase
Producto intermedio	Ejercicios.

Tabla 11. Tarea 2. [Elaboración propia].

Actividad 1. Recogemos información. En esta actividad recogeremos información sobre la media aritmética, moda y mediana, a partir de las siguientes premisas:

- ¿Qué es una tabla de frecuencias?
- ¿Qué es la media aritmética?
- ¿Qué es la moda? ¿Dónde los podemos observar?
- ¿Qué es la mediana?
- ¿En qué se diferencia la media y la mediana?

Actividad 2. Ejercicio. En esta actividad, por parejas, harán una serie de ejercicios para poner en práctica lo aprendido en la actividad anterior.

Actividad 3. Recogemos información. En esta actividad, recogeremos información de los cuartiles, a partir de las siguientes cuestiones:

- ¿Qué es un cuartil?
- ¿Hay alguna relación con la mediana?

Actividad 4. Ejercicio. El alumnado, individualmente, hará un ejercicio sobre la actividad 3.

Tarea 3.	“Representación gráfica”
Objetivos	1. Realizar gráficos estadísticos. 2. Analizar y transmitir la información adquirida por medio de tablas y gráficos. 3. Seleccionar la información de manera adecuada. 4. Dialogar y escuchar a los/as compañeros/as. 5. Utilizar las TIC. 6. Trabajar en grupo.
Áreas implicadas	a) Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. b) Lengua Castellana y Literatura.
Competencias Clave	✓ CAA ✓ CSC ✓ SIEP ✓ CD ✓ CCL ✓ CMCT
Actividades	3.1. Diferentes representaciones gráficas. 3.2. Trabajar con TIC.
Recursos	<u>Recursos humanos</u> El docente. <u>Recursos materiales</u> - Proyector - Pizarra digital - Ordenadores - Material escolar <u>Recursos especiales</u> El aula de clase. El aula TIC.

Producto intermedio	Diferentes gráficos. Utilización de las TIC.
----------------------------	---

Tabla 12. Tarea 3. [Elaboración propia].

Actividad 1. Diferentes representaciones gráficas. En esta actividad se observarán los diferentes tipos de representaciones gráficas que podemos encontrar en la Estadística y cuándo se utiliza cada uno.

Actividad 2. Trabajar con TIC. Por grupos, se trabajará lo aprendido en sesiones anteriores (media, moda, mediana, cuartiles y representaciones gráficas), sobre el Excel para la interpretación de los datos que se estén estudiando y poder aplicarlos en la vida diaria.

Tarea 4.	“Rango, varianza y desviación típica”.
Objetivos	1. Calcular e interpretar las medidas de dispersión: rango, desviación media, desviación típica, varianza y coeficiente de variación. 2. Trabajar individualmente.
Áreas implicadas	a) Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. b) Lengua Castellana y Literatura.
Competencias Clave	✓ CAA ✓ CSC ✓ SIEP ✓ CD ✓ CCL ✓ CMCT
Actividades	4.1. Recogemos información. 4.2. Ejercicio.
Recursos	<u>Recursos humanos</u> El docente. <u>Recursos materiales</u> - Video - Proyector - Pizarra digital - Material escolar <u>Recursos especiales</u> El aula de clase.
Producto intermedio	Ejercicios.

Tabla 13. Tarea 4. [Elaboración propia].

Actividad 1. Recogemos información. Se continuará ampliando los conocimientos de la estadística. En dicha actividad, se procede a ampliar los conocimientos con rango, varianza y desviación típica.

Actividad 2. Ejercicio. Individualmente se hará una ejercicio sobre lo actividad anterior.

Tarea 5.	“Interpretación conjunta de media y desviación típica”
Objetivos	1. Calcular e interpretar las medidas de dispersión: rango, desviación media, desviación típica, varianza y coeficiente de variación. 2. Dialogar y escuchar a los/as compañeros/as. 3. Utilizar las TIC. 4. Analizar un texto escrito progresando tácticas de anticipación y confirmando los contenidos. 5. Trabajar en grupo.
Áreas implicadas	a) Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. b) Lengua Castellana y Literatura.
Competencias Clave	✓ CAA ✓ CSC ✓ SIEP ✓ CD ✓ CCL ✓ CMCT
Actividades	5.1. Finalización de conocimientos estadísticos. 5.2. Cuestionario.
Recursos	<u>Recursos humanos</u> El docente. <u>Recursos materiales</u> - Proyector - Pizarra digital - Material escolar - Ordenadores <u>Recursos especiales</u> El aula de clase. El aula TIC.
Producto intermedio	Ejercicios. Conocimientos adquiridos.

Tabla 14. Tarea 5. [Elaboración propia].

Actividad 1. Finalización de conocimientos estadísticos. Para finalizar con esta parte de la estadística, se hará una agrupación en torno a la media aritmética, qué es y para qué sirve el coeficiente de variación y, para finalizar esta actividad, un ejercicio conjunto. Se le dará una ficha para el repaso de todos los conocimientos adquiridos (*Anexo I*).

Actividad 2. Cuestionario. Realización de un Kahoot de todo lo visto en las sesiones.

Tarea 6.	"Encuesta".
Objetivos	1. Fomentar la actitud crítica ante las informaciones. 2. Realizar encuestas sencillas. Diseño de encuestas. 3. Seleccionar la información de manera adecuada. 4. Elaborar las preguntas previas a la entrevista. 5. Conocer distintos medios de resolver problemas. 6. Concienciar al alumnado de que todos somos iguales. 7. Conocer distintos medios de resolver problemas. 8. Utilizar las TIC. 9. Analizar un texto escrito progresando tácticas de anticipación y confirmando los contenidos. 10. Trabajar en grupo.
Áreas implicadas	a) Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. b) Lengua Castellana y Literatura.
Competencias Clave	✓ CAA ✓ CSC ✓ SIEP ✓ CD ✓ CCL ✓ CMCT
Actividades	6.1. Explicación encuesta. 6.2. Investigación. 6.3. Aplicar la encuesta. 6.4. Recogemos información.
Recursos	<u>Recursos humanos.</u> El docente. <u>Recursos materiales</u> - Proyector - Pizarra digital - Material escolar - Ordenadores. <u>Recursos especiales</u> El aula de clase. El aula TIC.

Producto intermedio	- Hacer encuesta. - Analizar datos obtenidos.
----------------------------	---

Tabla 15. Tarea 6. [Elaboración propia].

Actividad 1. Explicar encuesta. Procedemos a explicarle al alumnado en qué consiste una encuesta. En la realización de la encuesta, la información que se desea recibir y con qué precisión. Se mostrará al alumnado un ejemplo de encuesta (*Anexo II*). Una serie de pautas para realizar la encuesta:

- Establecer los objetivos a los que se desea llegar
- Población o muestra a la que va dirigida
- Diseñar el cuestionario
- Recolectar y analizar datos obtenidos

Se dará al alumnado una serie de pautas que deben cumplir para el cuestionario:

- Deben ser concretas, sin que den lugar a interpretaciones distintas
- El lenguaje utilizado debe ser sencillo y adaptado al nivel de los individuos al que va dirigido. Tiene que facilitar la sinceridad de las respuestas
- El número de preguntas ha de ser proporcional a la cantidad de información que se quiera obtener
- Se deben seleccionar la información y ordenar las preguntas de forma que las respuestas a una de ellas no influyan en las respuestas de otras
- Se deben de construir de forma que las respuestas sean fácilmente codificadas, depuradas y tratadas informáticamente
- Ser objeto de ensayo (entre 30 y 100 entrevistas). En este caso es de 40 entrevistas

Actividad 2. Investigación. Una vez terminada la explicación, el alumnado por pequeños grupos (4 personas), decidirán que quieren investigar, buscar las preguntas con ayuda de los ordenadores y proceder a elaborar la encuesta (qué preguntar, establecer y escribir las instrucciones (1. Nada, 2. Algo, 3. A menudo, 4. Con frecuencia, 5. Siempre, si fuera necesario) y hacer la encuesta en documento Word).

Actividad 3. Aplicar la encuesta. Se decide a que muestra sobre la que se desarrolla la encuesta. Pasar la encuesta a 40 personas.

Actividad 4. Recogemos información. Finalizada la encuesta, recogemos los datos obtenidos y lo analizamos con la ayuda de Excel para la representación de los mismos.

Tarea final.	“El mundo de la estadística”
Objetivos	1. Concienciar al alumnado de que todos somos iguales. 2. Dialogar y escuchar a los/as compañeros/as. 3. Utilizar las TIC. 4. Trabajar en grupo.
Áreas implicadas	a) Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas. b) Lengua Castellana y Literatura.
Competencias Clave	✓ CAA ✓ CSC ✓ SIEP ✓ CD ✓ CCL ✓ CMCT
Actividades	Tarea final
Recursos	<u>Recursos humanos</u> El docente. <u>Recursos materiales</u> - Proyector - Pizarra digital - Material escolar <u>Recursos especiales</u> El aula de clase. El aula TIC.
Producto intermedio	Interpretar los datos.

Tabla 16. Tarea final. [Elaboración propia].

Tarea final. Finalizada la tarea 6, con los datos obtenidos, interpretamos los datos al resto de compañeros/as a través de Excel o Word. Lo que ha estudiado cada grupo y si lo que ha estudiado tendrá éxito o no y corregir sus propios errores.



Ilustración 30. Estadística. [Fuente:

https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.cognodata.com%2Fblog%2Festadistica-descriptiva-e-inferencial-analisis-datos%2F&psig=AOvVaw1w_NdW0EoxJ_KAgihOWop0&ust=1585912231874000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCOjsxdDNyegCFQAAAAAdAAAAABAD]

Recursos:

Los recursos y materiales que se emplean tienen como objetivos principales:

- Motivar al alumnado en la práctica de las actividades.
- Servir como un medio entre la teoría y la práctica.

Los recursos y materiales didácticos que podemos encontrar son:

- Material de soporte al profesor. Hace referencia al material que el profesor debe utilizar en las explicaciones de las sesiones, en la evaluación de las mismas. Documentos para archivar datos e informaciones y transmitir información.
- Material audiovisual. Se refiere a todos aquellos aspectos u objetos audiovisuales e informáticos, como ordenadores, proyector... Utilizado en las sesiones.
- Material complementario. Son todos aquellos materiales u objetos, que aunque no estén relacionados directamente con el área de matemáticas, sí que se utilizan en algunas ocasiones.

6.9. Atención a la diversidad

No todos los/as alumnos/as son iguales, cada alumno/a tiene ritmos de aprendizajes diferentes y, además, tal y como dice Gardner, según Bertrand Regader las personas poseemos diferentes tipos de inteligencias, que las desarrollamos de diferente manera, encontrando así a una diversidad infinita entre el alumnado.

De las ocho inteligencias de Gardner citadas por Bertrand Regader (inteligencia lingüística, inteligencia lógico-matemática, inteligencia espacial, inteligencia musical, inteligencia corporal, inteligencia intrapersonal, inteligencia interpersonal e inteligencia naturalista), la que hay que destacar en esta unidad son las inteligencias lógico-matemática, inteligencias intrapersonal e inteligencias interpersonal.

En la inteligencia lógico-matemática para resolver dificultades de diferentes maneras y la inteligencia emocional, en la que se encuentra la inteligencia intrapersonal e interpersonal. La inteligencia intrapersonal, capacidad de tener propia conciencia, autoconciencia de valorar nuestras acciones y nuestro sentir de estar conectados a nuestros mensajes del cuerpo y cómo responder a los mensajes del exterior, e inteligencia interpersonal, es la capacidad para relacionarse con los demás y la comprensión de los otros, la podemos observar tanto en la encuesta que se realizará como en el trato con los/as compañeros/as.

El trabajo cooperativo da infinidad de oportunidades para que cada alumno/a encuentre su lugar y sepa adaptarse a las distintas actividades propuestas en la unidad. Hay que tener en cuenta que cada persona tiene un ritmo de aprendizaje diferente y el trabajo en equipo les va a permitir que cada alumnado pueda ejercer una función diferente en función de sus capacidades y habilidades. De esta manera, el alumnado más aventajado en inteligencia emocional, sobre todo interpersonal, podrá realizar mejor la función de pasar la encuesta (por su facilidad para comunicarse con otras personas) y aquel alumnado con la inteligencia lingüística más desarrollada, podrá redactar la encuesta con mayor facilidad, por ejemplo. Sin hablar del desarrollo de la inteligencia matemática que se pretende mejorar en todo el alumnado a través de esta unidad.

De igual manera, los grupos estarán formados por alumnado que sobresalen, aquellos que tienen un mayor ritmo de aprendizaje y por alumnos que presentan dificultades de aprendizaje leves, para que haya un equilibrio en los equipos y los alumnos con aprendizaje leves se apoyen del alumnado aventajado, haciendo que el aprendizaje cooperativo tenga la puesta en marcha rica y creativa.

6.10. Temporalización

Las clases de Matemáticas se impartirán los lunes, martes, jueves y viernes en horario lectivo. En dichas clases, se desarrollarán las distintas sesiones y/o actividades propuestas en la presente Unidad Didáctica (véase en la Tabla 17). La propuesta didáctica se desarrolla en el mes de Mayo.

En la Tabla 17 del mes de Mayo se puede observar que cada sesión va de un color distinto, con sus respectivas actividades.

Mayo 2020				
Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
				1.
4. Act. 1.1. Act. 1.2. Act. 1.3.	5. Act.1.4. Act. 2.1. Act.2.2. Act. 2.3.	6.	7. Act. 2.4. Act.3.1. Act.3.2	8. Act. 3.2. Act.4.1. Act. 4.2.

11. Act. 5.1.	12. Act. 5.1. Act. 5.2.	13.	14. Act. 6.1. Act. 6.2.	15. Act. 6.3. Act. 6.4.
18.	19. Tarea final	20	21. Tarea final	22. Tarea final
25	26.	27.	28.	29.

Tabla 17. Calendario del mes de Mayo de 2020, con las actividades que se desarrollarán en dicho mes. [Elaboración propia].

6.11. Evaluación

Según el artículo 2 del Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato (MECD, 2014, p.4), se define criterios de evaluación como “*el referente específico para evaluar el aprendizaje del alumnado. Describen aquello que se quiere valorar y que el alumnado debe lograr, tanto en conocimientos como en competencias; responden a lo que se pretende conseguir en cada asignatura*”, y , estándares de aprendizaje evaluables como “*especificaciones de los criterios de evaluación que permiten definir los resultados de aprendizaje, y que concretan lo que el estudiante debe saber, comprender y saber hacer en cada asignatura; deben ser observables, medibles y evaluables y permitir graduar el rendimiento o logro alcanzado. Su diseño debe contribuir y facilitar el diseño de pruebas estandarizadas y comparables*”.

Bloque 5: Estadística y probabilidad		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje
Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística. Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Gráficas estadísticas: Distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización. Comparación de	4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.	4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos. 4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados. 4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador).

distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión.		
--	--	--

Tabla 18. Contenidos, criterios y estándares de aprendizaje. MECD (2014, pág. 235).

En esta sección de evaluación he seguido mi Trabajo Fin de Grado de Bueno Moral (2018).

En el área de Matemáticas, la evaluación debe realizarse de manera continua, para así durante todo el proceso educativo poder reorientar el proceso de enseñanza; este tipo de evaluación lo vamos a utilizar durante toda la investigación. Además, se utilizará la evaluación inicial, para así conocer los contenidos o ideas que tiene el alumnado sobre la estadística. Este tipo de evaluación la utilizaremos en la primera sesión, a través de la lluvia de ideas.

Los instrumentos de evaluación que se utilizarán en esta evaluación, estarán adaptados a las características del alumnado (edad, intereses, nivel de conocimientos...). Teniendo en cuenta los ámbitos de capacidades, en el desarrollo de las capacidades cognitivas, afectivas y sociales, debemos evaluar:

- Capacidades cognitivas (saber). A través de pruebas orales, escritas y el trabajo del alumnado (elaboración de tablas y gráficos estadísticos), para que así reflexione sobre su actividad y su aprendizaje. Power point o Excel.
- Capacidades físico-motrices (saber hacer). A partir de una escala descriptiva, durante el desarrollo de las actividades.
- Capacidades afectivo- sociales (querer hacer). Se evaluará a través de una escala de clasificación de conductas.

Otro aspecto importante en la evaluación, es la técnica que se utiliza. En la presente Unidad Didáctica, vamos a utilizar:

- Técnica cuantitativa. Puede ser expresada a través de una escala numérica (0 a 10) o cualitativa (IF, NT, SB, BI...)
- Técnica cualitativa. Se basa en una escala de modalidades, en función del pensamiento del profesor.

➤ Porcentajes de las calificaciones.

A continuación, se indica el porcentaje de las calificaciones asignadas a cada una de los ámbitos de capacidades:

- Capacidades cognitivas. (55%)
 - ✚ Rúbrica de expresión oral
 - ✚ Rúbrica de expresión escrita. Power point o Excel

 Rúbrica de trabajo en equipo

- Capacidades físico-motrices. (15%)
 Lista de cotejo para evaluar el trabajo del compañero/a
- Capacidades físico- sociales. (30%)
 Escala de clasificación de conductas

Nombre y apellidos:				
	Lo consigue	No totalmente	Con dificultad	No lo consigue
Velocidad	Ha mantenido una velocidad al hablar que ha favorecido la comunicación.	Su velocidad al hablar ha sido adecuada la mayor parte del tiempo.	Ha presentado dificultades a la hora de mantener una velocidad adecuada en el habla.	Ha hablado demasiado rápido o demasiado lento, dificultando la decisión.
Tono y volumen	El tono y volumen con los que se ha expresado han sido adecuados.	La mayor parte del tiempo ha hablado con un tono y volumen adecuados.	El tono y volumen de voz con los que se ha expresado han sido poco adecuados.	El tono y el volumen de voz que ha utilizado al expresarse han sido inapropiados.
Comunicación visual	Al hablar, ha mantenido la mirada al interlocutor, utilizando la función fática del lenguaje.	La mayor parte del tiempo ha mirado a sus compañeros/as, conectando de forma intermitente.	Al hablar, ha mirado con poca frecuencia a las personas a las que se dirigía, estableciendo poca conexión.	Casi nunca ha mirado a su interlocutor al hablar, dificultando la comunicación.
Vocabulario	Ha utilizado un vocabulario ajustado y variado.	Cada vez ha utilizado un vocabulario más rico y variado.	Se ha expresado con un vocabulario bastante pobre y limitado.	El vocabulario que ha utilizado ha sido escaso y poco ajustado.
Argumentación	Ha expuesto sus ideas	Ha defendido sus ideas,	Le ha costado exponer sus	Le ha resultado muy difícil

	asertivamente, argumentando sus opiniones.	aunque a veces le ha costado ser asertivo y dar razones.	ideas asertivamente y no ha dado razones para defenderlas.	exponer sus ideas y argumentar sus opiniones.
--	--	--	--	---

Tabla 19. Rúbrica de expresión oral. [Elaboración propia].

Nombre y apellidos:				
	Sobresaliente (10-9)	Notable (8-7)	Bien (6)	Mejorable (menos de 6)
Expresar las ideas de forma clara y ordenada	Ha expresado las ideas de forma clara y ordenada.	Aunque a veces le ha costado seguir el orden, ha expresado las ideas de forma clara.	Ha expresado las ideas de forma bastante confusa.	Ha expresado las ideas de forma desordenada y sin conexión entre las ideas.
Respetar las normas de ortografía y puntuación	No ha cometido ninguna falta de ortografía y ha puntuado las frases correctamente.	Excepto algunas ocasiones, ha respetado las normas ortográficas y de puntuación.	Ha cometido errores ortográficos y de puntuación.	Ha cometido constantes errores ortográficos y de puntuación a lo largo de todo el texto.
Utilizar un vocabulario rico y ajustado	Ha utilizado un vocabulario rico y ajustado.	Aunque ha repetido palabras, ha utilizado un vocabulario rico.	Se ha expresado con un vocabulario bastante pobre y limitado.	El vocabulario que ha utilizado ha sido muy escaso y pobre.
Presentar el texto de forma cuidada y ordenada	Ha presentado un texto limpio y ordenado.	Aunque podría mejorarse, la presentación del texto ha sido bastante limpia y ordenada.	El texto presentado tiene bastante información y desordenado.	Ha presentado un texto con mucho contenido y desordenado.

Tabla 20. Rúbrica de expresión escrita. [Elaboración propia].

Nombre y apellidos:				
	Lo consigue	No totalmente	Con dificultad	No lo consigue
Colaboración y participación	Ha colaborado con su grupo, participando activamente a lo largo de todo el proyecto.	Excepto algunas ocasiones, ha colaborado con su grupo y ha participado en las actividades.	Ha mostrado poca participación en las actividades realizadas en grupo.	Apenas ha colaborado con su equipo en la realización de las distintas actividades.
Resolución de conflictos	En todos los conflictos que han surgido, ha conseguido ponerse de acuerdo con sus compañeros.	En la mayoría de las ocasiones, cuando había diversidad de opiniones, ha conseguido ponerse de acuerdo con sus compañeros.	Ante los problemas, le ha costado ponerse de acuerdo con sus compañeros.	Ha provocado conflictos y le ha resultado muy difícil modificar su postura para ponerse de acuerdo con sus compañeros.
Responsabilidad y funciones	Ha sido consciente en todo momento de sus funciones y tareas dentro del grupo.	Ha tenido claro cuáles han sido sus responsabilidades dentro del grupo en la mayoría de las actividades.	En muchas ocasiones no ha comprendido cuáles eran sus funciones y tareas dentro de su grupo.	Se ha mostrado pasivo y no ha identificado sus funciones y responsabilidades dentro de su grupo.
Actitud de ayuda	Ha estado pendiente en todo momento de sus compañeros y le ha	En varias ocasiones ha ayudado a sus compañeros cuando lo han necesitado.	Generalmente no ha mostrado interés por ayudar a sus compañeros.	No ha tenido en cuenta a sus compañeros ni les ha ayudado, aunque lo hayan necesitado.

	ayudado.			
Petición de ayuda	Ha pedido ayuda siempre que lo ha necesitado.	La mayoría de las veces ha pedido ayuda cuando lo ha necesitado.	Muy pocas veces a pedido ayuda a los demás.	No ha pedido ayuda a los demás, aunque lo ha necesitado.
Comunicación	Ha defendido sus ideas de forma asertiva, respetando a los demás.	Normalmente ha dado razones para justificar sus ideas y ha escuchado a los demás, aunque a veces no ha tenido en cuenta sus opiniones.	Le ha costado defender sus ideas de forma razonada y habitualmente no ha tenido en cuenta las opiniones de los demás.	No ha dado razones para defender sus opiniones, ni ha tenido en cuenta las de los demás.
Integración en el equipo	En todo momento se ha sentido cómodo participando en su equipo.	Excepto en algunas ocasiones, se ha sentido cómodo en su equipo.	Aunque lo ha intentado, le ha costado mucho trabajar en equipo.	Se ha sentido incómodo dentro del equipo.

Tabla 21. Rúbrica de trabajo en equipo. [Elaboración propia].

	Sobresaliente	Notable	Aprobado	Insuficiente
Contenidos	La tarea presentada contiene todos los contenidos.	La tarea presentada contiene casi todos los contenidos.	La tarea presentada contiene algunos de los contenidos.	La tarea presentada no contiene los contenidos.
Tiempo ajustado a lo establecido	El grupo se ha adaptado al tiempo ajustado.	El grupo se ha adaptado al tiempo	El grupo se ha pasado varios minutos del tiempo	El grupo no se ha adaptado al tiempo

		ajustado pero se han pasado un par de minutos.	establecido.	establecido.
Expresión oral	El tono y volumen de la tarea final con los que se han expresado han sido adecuados.	El tono y volumen de la tarea final con los que se han expresado han sido adecuados pero no había conexión con la clase.	El tono y volumen de la tarea final con los que se han expresado han sido adecuados pero el tono era muy bajo.	El tono y volumen de la tarea final con los que se han expresado no han sido adecuados.

Tabla 22. Listado de cotejo para evaluar a los/as compañeros/as. [Elaboración propia].

Nombre y apellidos:					
	1	2	3	4	5
Trabajo cooperativo	No trabaja en grupo cuando corresponde.	Trabaja regular en grupo.	Trabaja en ocasiones en grupo.	Trabaja bien en grupo.	Trabaja correctamente en grupo.
Actitud	Tiene una actitud mala.	Tiene una actitud regular.	Su actitud no siempre es la correcta.	Tiene una actitud buena.	Tiene una actitud muy buena.
Total					

Tabla 23. Escala de clasificación de conductas. [Elaboración propia].

7. Conclusiones

El objetivo es conseguir un aprendizaje constructivo de los contenidos, por eso es muy importante tener en cuenta las ideas previas de los alumnos, para poder utilizar una metodología flexible. En el curso a tratar, se ha utilizado una metodología diversa, individualizada y socializadora, para poder empujar la participación y motivación de los alumnos. Se tendrá en cuenta que en el aula habrá diversidad de alumnos, por lo que se ha llevado a cabo adaptaciones individuales.

Se han puesto en práctica diferentes estrategias metodológicas: el trabajo individual y trabajo en grupo (siempre pequeños, por cada grupo 4 personas para estar bien repartido).

Se ha empleado estos tipos de estrategias por varios motivos:

- El trabajo en grupo: poner más capacidades, inteligencias, ideas y destreza al servicio de una tarea o actividad y las responsabilidades sean compartidas por los miembros.
- El trabajo individual: tienen la libertad de escoger cómo y qué van a aprender en un tiempo determinado. Un mayor aprendizaje autónomo y responsable por parte del alumno.

8. Referencias bibliográficas

Alcaide, F.; Hernández, J.; Serrano, E.; Moreno, M^a.; Pérez, A. y Donaire J.J. (2016). *Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 4ºESO. Andalucía*. Madrid: Editorial SM.

Asencio, M^a.J.; Romero, J.A. y Vicente, E. (2002). *Estadística. 2º Bachillerato. Andalucía*. Editorial McGraw- Hill.

Batanero, C. (2000). ¿Hacia dónde va la educación estadística? *Blaix*, 15(2), 13.

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística. Granada: Universidad de Granada*.

Batanero, C., Arteaga, P., & Contreras, J. (2011). El currículo de estadística en la enseñanza obligatoria. *EM-TEIA. Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 2(2).

Bueno Moral, A. (2018). Trabajo Fin de Grado. Departamento de Didáctica de las Ciencias. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Universidad de Jaén

Bues Buesa Ibáñez, E. (2009-2010) . Apuntes de Bioestadística. Escuela Universitaria de Enfermería N^a S^a del Sagrado Corazón. Hospital General de Castellón.

Castellón: <<http://www.eduardobuesa.es/Temas1-11.pdf>> última consulta: 26/ 05 /2020.

Cabrera, M. E. (2008). La colaboración en el aula: más que uno más uno. Bogotá. Magisterio.

Cabriá, S. (1994). Filosofía de la estadística. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Valencia.

Cardona, J. J. C. (2010). Los aprendizajes colaborativos como estrategia para los procesos de construcción de conocimiento. *Educación y desarrollo social*, 4(2), 87-103.

Colera, J.; Oliveira, M^a.J. y Gaztelu, I.(2010). *Matemáticas, adaptación curricular. 4º Eso, opción B*. Madrid: Editorial Anaya.

Gros, B. (2008). Aprendizajes, conexiones y artefactos: “La producción colaborativa del conocimiento”. Barcelona: Editorial Gedisa.

Junta de Andalucía (2016). Orden de 14 de julio de 2016, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad y se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado. Boletín Oficial de la Junta de Andalucía, de 28 de julio de 2016, nº 144, p. 108-396.

MECD (2014).Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado, 3 de enero de 2015, nº 3, p. 169-546.

Molina, J.G. y Rodrigo, M.F. (2009-2010) Apuntes de Estadística descriptiva en Psicología. Universidad de Valencia. <http://ocw.uv.es/ciencias-de-la-salud/pruebas-1/1-3/t_01.pdf>última consulta 26/05/2020

Real Academia Española (1992). *Diccionario de la Lengua Española. Vigésima primera edición*.

Shaughnessy, J. M. (2007). Research on statistics learning and reasoning. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1010). Greenwich, CT: Information Age Publishing, Inc., and NCTM.

Vizmanos, J.R.; Anzola, M.; Hervás, J.C.; de los Santos, I.; Nieto, M.; Machín, P. y Alcaide, F. (2011). *Matemáticas . 4ºESO, opción B. Andalucía*. Madrid: Editorial SM.

Videos:

Estadística para los negocios
<<https://www.youtube.com/watch?v=dKG175k9KR0>> última consulta: 09/05/2020

¿Qué es y para qué nos sirve la Estadística?
<<https://www.youtube.com/watch?v=MaTO78ZoNoo>> última consulta: 09/05/2020

Ilustraciones:

<https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.cognodata.com%2Fblog%2Festadistica-descriptiva-e-inferencial-analisis-datos%2F&psig=AOvVaw1w_NdW0EoxJ_KAgjhOWop0&ust=1585912231874000&source=images&cd=vfe&ved=0CAIQjRxqFwoTCOjsxdDNyegCFQAAAAAdAAAAABAD> última consulta: 09/05/2020

< <https://concepto.de/estadistica-inferencial/>> última consulta: 09/05/2020

<<https://es.statista.com/estadisticas/474562/numero-de-defunciones-en-espana-por-mes/>> última consulta: 09/05/2020

<<https://www.google.com/imgres?imgurl=https%3A%2F%2Fwww.universoformulas.com%2Fwp-content%2Fuploads%2F2014%2F04%2Fpictograma.jpg&imgrefurl=https%3A%2F%2Fwww.universoformulas.com%2Festadistica%2Fdescriptiva%2Fpictograma%2F&tbnid=Xm7xnnU6xKsfYM&vet=12ahUKEwjH573bs-PpAhVK0lUKHajmCwUQMygBegUIARD6AQ..i&docid=TAZzGZBKVz75aM&w=416&h=198&q=pictogramas%20estadistica&ved=2ahUKEwjH573bs-PpAhVK0lUKHajmCwUQMygBegUIARD6AQ>> última consulta: 02/06/2020

Sitios web:

Apuntes de Bioestadística (2009-2010)<<http://www.eduardobuesa.es/Temas1-11.pdf>> última consulta: 26/ 05 /2020.

Las competencias clave en el Sistema Educativo Español:
<<https://www.mecd.gob.es/educacion/mc/lomce/el-curriculo/curriculo-primaria-eso-bachillerato/competencias-clave/competencias-clave.html>> última consulta: 09/05/2020

Qué es la inteligencia múltiple y en qué consiste cada inteligencia:
<http://www.mentesana.es/psicologia/educacion/teoria-inteligencias-multiples-howard-gardner_1012> última consulta: 09/05/2020.

Tema 1. Introducción a la Estadística aplicada a la Psicología.
<http://ocw.uv.es/ciencias-de-la-salud/pruebas-1/1-3/t_01.pdf> última consulta:
26/05/2020.

Tema 60. Parámetros estadísticos. Cálculo, significado y propiedades.
(Oposiciones de Secundaria) <<http://mural.uv.es/juanmur/OPOS/tema60.pdf>> última
consulta: 09/05/2020.

Anexo I. Repaso de estadística.

Ejercicio 1. Indica qué variables son cualitativas y cuáles cuantitativas discretas o continua.

- El color de ojos de tus compañeros/as.
- Número de personas que trabajan en una ciudad para la defensa de los derechos humanos.
- Volumen de agua contenida en los embalses de una comunidad autónoma.
- Primer apellido de los habitantes de un pueblo.
- El número de hijos de una familia.

Ejercicio 2. Durante el mes de agosto, las temperaturas máximas de una ciudad, son las siguientes:

31, 29, 30, 28, 27, 32, 33, 33, 31, 31, 29, 30, 28, 28, 30, 29, 28, 33, 32, 32, 30, 30, 34, 33, 33, 29, 29, 30, 31, 31, 30.

- Calcula la media aritmética y la moda.
- Calcula la mediana.
- Representa los datos gráficamente.
- Halla la varianza y la desviación típica.

Ejercicio 3. La siguiente tabla muestra las edades de las personas que acuden a un bibliobús de barrio solicitando préstamos de libros en un día cualquiera.

Edad	Número de personas
[6,8)	9
[8,10)	12
[10,12)	15
[12,14)	13
[14,16)	5
[16,18)	3

Tabla 24. Edades de las personas en un bibliobús.

- Halla la media, la moda y el tercer cuartil.

- Calcula la desviación típica.
- Representa los datos gráficamente.

Ejercicio 4. La tabla adjunta muestra el color de ojos de la clase de 4 ºESO.

Color de ojos	Nº de personas
Marrones	16
Azules	3
Verdes	5

Tabla 25. Color de ojos de la clase 4ºESO.

- Qué tipo de variables es.
- Representa los datos gráficamente.

Anexo II. Encuesta.

1. **Género:** ☐ Masculino ☐ Femenino
2. **Edad:**
☐ 10-17 años ☐ 18-30 años ☐ 31-45 años ☐ 46-85 años
3. **¿Te gusta pasar tu tiempo libre en las redes sociales?** Sí ☐ No ☐
4. **¿Te gusta publicar fotos a las redes sociales?** Sí ☐ No ☐
5. **Sueles dedicar más tiempo...** Redes sociales ☐ Juegos ☐
6. **En caso de ir redes sociales, ¿cuántas veces sueles usarlo a lo largo de la semana?**
☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5
7. **¿Qué tecnología utilizas más?** ☐ Móvil ☐ Tablet ☐ Ordenador
8. **Cuando utilizas las redes sociales, ¿cuánto tiempo le dedicas?**
☐ Menos de una hora ☐ Una hora ☐ Más de una hora
9. **¿Qué red social te gusta más?**
☐ Facebook ☐ Instagram ☐ Twitter
10. **¿En qué horario sueles usar más las redes sociales?**
☐ 9 a 12 de la mañana ☐ 12 a 2 de la tarde
☐ 5 a 7 de la tarde ☐ 7 a 9 de la noche