



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Trabajo Fin de Grado

Gráficos y Probabilidad en Educación Primaria

Alumno/a: Begoña Contreras de Toro

Tutor/a: Antonio Estepa Castro
Dpto.: Didáctica de las Ciencias

Octubre, 2016

Resumen: El aprendizaje de la Estadística y la Probabilidad es necesario en la actualidad para comprender datos de gráficos y tablas y construir posibles predicciones. Se debe enseñar esta parte de las matemáticas para poder analizar, interpretar y tener una actitud crítica ante los datos que se nos ofrecen. Para ello mi presente trabajo consiste en una unidad didáctica dirigida a 4º curso de Primaria. La propuesta se desarrolla en torno a la construcción de gráficas e interpretación y el desarrollo de la probabilidad, explicando los sucesos posibles, imposibles y probables. Esto permite trabajar contenidos del currículo del área de Matemáticas e iniciarlos en Estadística y Probabilidad.

Palabras Clave: Estadística, probabilidad, gráficos, Educación primaria.

Abstract: The learning of statistics and probability is necessary today to understand data and construct graphs and charts possible predictions. It should teach this part of mathematics to analyze, interpret and have a critical attitude to data that are offered. My present job is a teaching unit aimed at 4th grade. The proposal is developed around the construction of graphs and interpretation and development of probability, explaining the possible, impossible and probable events. This allows for curriculum content area of Mathematics and introduce Statistics and Probability.

Key words: Statistics, probability, graphs, Primary Education.

Índice.

1. Introducción y objetivos.....	pág. 1
2. Marco teórico.....	pág. 1
2.1 Definición y tipos de estadística.....	pág. 1
2.2 Legislación.....	pág. 3
2.3 Estadística en la sociedad.....	pág. 4
2.4 Estadística en la escuela.....	pág. 6
2.5 Los gráficos y tablas estadísticas.....	pág. 10
2.6 Probabilidad.....	pág. 13
2.7 Significado de la probabilidad.....	pág. 15
2.8 Conceptos y propiedades del significado de intuición.....	pág. 17
3. Propuesta didáctica.....	pág. 18
3.1 Justificación.....	pág. 19
3.2 Objetivos.....	pág. 19
3.3 Contenidos.....	pág. 20
3.4 Temporalización.....	pág. 20
3.5 Competencias.....	pág. 21
3.6 Metodología.....	pág. 22
3.7 Actividades.....	pág. 22
3.8 Evaluación.....	pág. 27
3.9 Recursos y materiales.....	pág. 28
4. Bibliografía.....	pág. 29

1. Introducción y objetivos.

Mi trabajo fin de grado se divide y estructura en dos partes. La primera parte, teórica, donde se ofrece una presentación de la estadística y como viene recogida actualmente en las leyes. Se va además a presentar los antecedentes y la importancia de este tema. Separo las nociones de probabilidad y estadística, aunque están estrechamente relacionados, para su mayor comprensión. La segunda parte presento mi propuesta de intervención educativa que consiste en una unidad didáctica de Estadística y Probabilidad en un curso en concreto, en mi caso de 4º de primaria. En este apartado enseño las actividades programadas, las competencias que deben adquirir para su futuro haciendo hincapié en el análisis crítico de gráficas y su construcción. Además de una iniciación en la probabilidad mediante juegos de azar.

Los objetivos que me propongo para este trabajo fin de grado son los siguientes:

- Ofrecer una visión de la situación actual de la enseñanza de la estadística y la probabilidad en la Educación Primaria., para poder así poder fomentar algún cambio, desde la práctica diaria en clase.
- Proporcionar un marco teórico amplio y general, que permita una visión en su conjunto y una competencia profesional suficiente acerca de la estadística y la probabilidad.
- Plasmar teóricamente una propuesta didáctica, para poder llevarla a cabo en un futuro en la práctica docente.
- Conseguir que los alumnos utilicen las gráficas como un medio de razonamiento y utilización como argumentos y así tener una buena actitud crítica.

2. Marco teórico.

2.1 Definición y tipos de estadística.

La Estadística se define como *“la rama de las Matemáticas que se sirve de un conjunto de métodos, normas, reglas y principios para la observación, toma, organización, descripción, presentación y análisis de comportamientos de un grupo de datos para la conclusión sobre un experimento o fenómeno”* (Córdoba Navarro y Cortés León, 2008, p. 12). El fundador de esta disciplina se considera al profesor y economista alemán Godofredo Achenwall (1719-1772) quién escribió sobre el descubrimiento de esta nueva disciplina. La definió como *“el conocimiento profundo de la situación respectiva y comparativa de cada Estado”* (Córdoba Navarro y Cortés León, 2008, p. 13).

La Estadística actual es el resultado de la combinación de dos disciplinas: el cálculo de Probabilidades y la Estadística definida por Achenwall (Borrego del Pino, 2008). La Estadística se clasifica en dos divisiones relacionadas con ambas disciplinas anteriormente citadas (Borrego del Pino, 2008; Córdoba Navarro y Cortés León, 2008, p. 14):

- Estadística descriptiva: Es aquella que utiliza técnicas y medidas que indican características de los datos disponibles. La información recogida se suele plasmar en gráficos, tablas, cuadros e índices que son como un resumen y descripción de las características principales de los datos conseguidos.

- Estadística inferencial: Parte de la Estadística que intenta dar una explicación, conclusión o inferir sobre los experimentos y fenómenos observados, mediante la ayuda de la probabilidad, de la estadística descriptiva o distribución de la probabilidad para tomar decisiones futuras.

Cada una de las cualidades observables que se recojan de los fenómenos o personas se denomina características y se distingue dos tipos (Cantero Castillo, 2011):

- Cualitativa: Las características que se describen se hacen mediante palabras y no se pueden medir. Sus modalidades se llaman atributos.

- Cuantitativa: Las características que se describen se pueden medir y los valores que toman son números. Sus modalidades se llaman datos. Las características cuantitativas a su vez pueden ser discretas o continuas.

La Estadística descriptiva es la más utilizada y las medidas que se suele utilizar para analizar la información son (Borrego del Pino, 2008):

- Medidas de centralización: media, moda, mediana.

- Medidas de orden: cuartiles, deciles y percentiles.

- Medidas de dispersión: varianza, desviación típica, rango, rango intercuartílico...

- Medidas de forma: coeficiente de variación de Pearson, Curtosis de Fisher...

- Relación entre variables: coeficiente de correlación lineal, recta de regresión...

2.2 Legislación.

En la actualidad la Estadística y Probabilidad está recogida en la Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE, 2014) y Ley de Educación de Andalucía (LEA) modificada por la orden del Boletín Oficial de la Junta de Andalucía (BOJA) en el decreto 96/2015. Está recogido en el área de Matemáticas en el bloque 5 de contenidos “Estadística y Probabilidad”. Los contenidos fijados por ciclo en Primaria son los siguientes (Batanero et al., 2014):

- Primer Ciclo (niños de 6 y 7 años):

- Gráficos estadísticos: Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos. Utilización de técnicas elementales para la recogida y ordenación de datos en contextos familiares y cercanos.

- Azar y probabilidad: Carácter aleatorio de algunas experiencias. Distinción entre lo imposible, lo seguro y aquello que es posible pero no seguro, y utilización en el lenguaje habitual, de expresiones relacionadas con la probabilidad.

- Segundo Ciclo (8-9 años):

- Gráficos y tablas: Tablas de datos. Iniciación al uso de estrategias eficaces de recuento de datos. Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Lectura e interpretación de tablas de doble entrada de uso habitual en la vida cotidiana. Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares.

- Azar y probabilidad: Valoración de los resultados de experiencias en las que interviene el azar, para apreciar que hay sucesos más o menos probables y la imposibilidad de predecir un resultado concreto. Introducción al lenguaje del azar.

- Tercer Ciclo (10-11 años)

- Gráficos y parámetros estadísticos: Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos. La media aritmética, la moda y el rango, aplicación a situaciones familiares.

- Azar y probabilidad: Presencia del azar en la vida cotidiana. Estimación del grado de probabilidad de un suceso.

Las tablas que se suelen utilizar en Primaria deben ser (Cantero Castillo, 2011):

- Tablas de frecuencias: El alumnado recoge valores de una variable y las frecuencias correspondientes.

- Tablas de doble entrada: Los estudiantes recogen valores de dos variables. Se recogen las frecuencias de ambas mediante filas y columnas, además, de las relaciones entre ellas.

Los gráficos utilizados en primaria frecuentemente son (Cantero Castillo, 2011):

- Gráfico de líneas: Los estudiantes aprenderán a representar los puntos correspondientes a cada una de las modalidades de la característica y a unirlos con segmentos rectilíneos.
- Gráficos de sectores: Los estudiantes representan las frecuencias y lo representan mediante una circunferencia los porcentajes. Se utiliza con valores de variables recogidos que no son muy grandes.
- Gráficos de barras: Es la más utilizada y fácil de entender y comprender para los alumnos.
- Histograma: Se utiliza para agrupar intervalos. Son rectángulos unidos unos a otros.
- Pictograma: Se utiliza como iniciación para hacer gráficos. Parecido al gráfico de barra solo que se representa con dibujos y se ponen tantos dibujos según las veces que se repite.

2.3 Estadística en la sociedad.

La Estadística se ha afianzado a en el siglo XX como una ciencia moderna de gran ayuda en la investigación empírica. Donde se recogen datos para obtener unas conclusiones de las poblaciones estudiadas. Esta disciplina se utiliza en otras ciencias como la salud, las ciencias sociales o ciencias humanas (Molina Fernández, 2010). La relación entre el desarrollo de un país y el grado en que su sistema estadístico nacional produce estadísticas completas y sólidas es clara, porque esta información es necesaria para la toma de decisiones acertadas de tipo económico, social y político (Batanero, 2001, p. 3) Debido a esto, en la actualidad la estadística está presente en la sociedad. Grandes Instituciones como la Unión Europea o la Organización de las Naciones Unidas necesitan conocer mediante mediciones distintas variables de una

sociedad como puede ser la calidad de vida, la riqueza, la cohesión social, el progreso, etc. (Arteaga et al., 2011). Con el aumento de la información, el auge de la tecnología y la necesidad de interpretar y analizar información sobre las variables descritas anteriormente es en la actualidad en que la estadística sea un conocimiento imprescindible para que la gente participe y tome decisiones en la vida pública como en la privada (Ruiz López, 2014).

Todos estos datos recogidos y a los que puede tener acceso la ciudadanía están en diversas instituciones para promover la estadística como su acceso a la información como son por ejemplo: Instituto Internacional de Estadística (ISI), Instituto de Estadística de la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) o el Instituto Nacional de Estadística creado en 1945 en nuestro país para recoger información de España (Molina Fernández, 2010).

Estas instituciones son de libre acceso a los ciudadanos y es un objetivo importante en una sociedad democrática (Arteaga et al., 2011). El ciudadano/a debe poseer una “cultura estadística” (statistical literacy) que significa que la ciudadanía debe tener unos conocimientos estadísticos mínimos para comprender el mundo que le rodea y saber interpretarlo (Batanero 2013 citado de Ruiz López, 2014). Hay tres autores que definen la cultura estadística y los componentes que intervienen como afirma Arteaga et al. (2011).

- Gal (2002) define la cultura estadística “como la unión de dos competencias relacionadas: a) Interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos b) discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales informaciones estadísticas cuando sea relevantes”.

- Watson (1997) lo define como “la implicación de ser capaz de comprender el texto, significado e implicaciones de la información estadística en el contexto en que se presenta y que incluye tres componentes de sofisticación progresiva: el conocimiento básico de los conceptos estadísticos, la comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio de algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo y una actitud crítica que se muestra al ser capaz de cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística sesgada”.

- Garfield (1999) lo define como “componentes de la cultura estadística la comprensión del lenguaje estadístico y capacidad de interpretar tablas y gráficos, así como el poder dar sentido a los datos que aparecen en la prensa, encuestas y otras situaciones cotidianas”.

Los componentes según Batanero (2004) (citado de Méndez Vargas et al, 2013) son los siguientes:

- 1) Conocimientos y destrezas: necesidad de enseñar los conceptos y procedimientos indispensables de la estadística.
- 2) Razonamiento estadístico: reconocimiento de la necesidad de los datos, en el contexto en el cual está situado.
- 3) Intuiciones: hace hincapié en la formación sobre la probabilidad, de tal manera que se sea capaz de razonar estadísticamente en situaciones de peligro.
- 4) Actitudes: respalda la importancia que debe tener la estadística y el papel que cumple en la sociedad actual.

En un informe sobre la cultura estadística (Department of Education, National Center for Education Statistic, 2006) los resultados decían que solo el 13% tenían la capacidad de alcanzar un nivel superior dentro de los cuatro niveles posibles y el 22% está a niveles mínimos, es decir no tenían las capacidades estadísticas para desarrollarse en la sociedad de la información (Arteaga et al., 2011). Por estos motivos el profesorado debe fomentar la cultura estadística en el aula (Méndez de Vargas et al., 2013).

2.4 Estadística en la escuela.

Hace poco tiempo que la Estadística se ha incorporado de forma generalizada al currículo de matemáticas en Primaria y Secundaria y a las diferentes especialidades universitarias en la mayoría de países desarrollados. (Batanero, 2001, p. 3). Las razones por la que se enseña Estadística como dice Holmes (1980) (Batanero y Díaz, 2011, p. 9; Batanero, 2002) son estas:

- La estadística forma parte de la educación general que deseamos para los ciudadanos adultos futuros, que necesitarán para adquirir la capacidad de leer e interpretar tablas y gráficas estadísticas que a menudo a parecen en los medios de comunicación.
- Es conveniente para después de nuestros estudios, ya que en muchos trabajos se necesitan unos conocimientos básicos sobre el tema
- Su estudio favorece el desarrollo personal, fomentando una actitud crítica razonada basándose en la valoración de la evidencia objetiva.
- Favorece la comprensión de temas que hay en el currículo, ya sea en educación obligatoria como no, donde a menudo aparecen gráficos, resúmenes o conceptos estadísticos.

La diferencia entre Estadística y las Matemáticas es el enfoque sobre la variabilidad. Por tanto, no es una diferencia de índole matemática sino conceptual. Algunas características que diferencian la Estadística frente a modelos matemáticos son (Pino y Estrella, 2012):

- La obtención de datos es importante en la inferencia estadística, mientras que es irrelevante desde el punto de vista matemático.
- La incerteza, la variabilidad y los errores de medición son normalmente ignorados en los modelos matemáticos, en cambio en estadística se tienen muy en cuenta.
- Los gráficos estadísticos son importantes los números para evitar engaños y como están representados por lo que la alfabetización estadística es importante, estos números son más de carácter psicológico que matemático.

La Estadística requiere un pensamiento distinto, con respecto a las matemáticas, ya que los datos no son solo números, sino números dentro de un contexto. El contexto le da significado a los datos y se debe tener en cuenta a la hora de programar actividades de estadísticas en las diferentes etapas de la educación (Ruiz López, 2014).

La Estadística se ha enseñado de manera tradicional y ha provocado (Díaz-Levicoy, Aguayo Arriagada, y Cortés Toro, 2014) los siguientes aspectos:

- La aparición de una actitud negativa hacia su estudio, debido a que es considerada como un contenido monótono y aburrido.
- Los contenidos no se enseñan en profundidad y se ponen pocos ejemplos de aplicaciones reales.
- Ausencia de trabajo con datos reales y aspectos de razonamiento estadístico.
- Se suele enseñar en los últimos meses del año académico sin darle la importancia que merece e incluso no se trabaja.
- Falta de preparación en el área estadística de los docentes en las etapas obligatorias de la educación.
- Se estudia en la universidad, pero no se tienen los recursos suficientes para desarrollarlo adecuadamente.
- El alumnado, como en cualquier etapa educativa, son diferentes tanto en conocimientos como en su forma de aprender, provocando situaciones difíciles en los procesos formativos.

En España, por ejemplo, el hecho es que muchos docentes no se sienten cómodos con esta materia, la dejan como último tema y cuando es posible la excluyen (Batanero 2002). También se plantea en la didáctica algunas concepciones en la que el sujeto muestra resistencia a cambiar la mentalidad de la estadística, surgiendo obstáculos, que provocan errores y dificultades especiales (Batanero et al., 1994). Esos obstáculos son:

- Obstáculos ontogénicos: debido a las características de los estudiantes
- Obstáculos didácticos: las elecciones didácticas para establecer la situación de enseñanza.
- Obstáculos epistemológicos: Relacionados con el concepto y contenido y por tanto su significado.

La cuantificación de la sociedad ha ido mejorando debido al avance de la tecnología. Los cambios en la informática, las comunicaciones y multimedia han hecho que cambiemos la forma de enseñar así como la enseñanza de nuevos contenidos en estadística (Moore, 1997).

La manera adecuada de enseñar estadística es a través de proyectos permite contextualizarla y hacerla más relevante (Díaz-Levicoy, Aguayo Arriagada, y Cortés Toro, 2014). Estos proyectos siguen la fase de una investigación en cuatro pasos: Plantear un problema que puede recogerse con datos; Decidir qué datos recoger; Obtención y análisis de datos; Interpretación de los resultados (Franklin y Mewborn, 2008; Pino y Estrella, 2012). La enseñanza tradicional permite trabajar un concepto mientras que los proyectos permiten trabajar distintas capacidades y contenidos (Díaz-Levicoy, Aguayo Arriagada, y Cortés Toro, 2014):

- Comprensión conceptual: Definir conceptos, verbalizarlos. Manejo de notaciones y representaciones
- Comprensión procedimental: Adecuarse a un procedimiento y decidir cuál es la mejor manera de obtener datos dependiendo si son cuantitativos o cualitativos.
- Resolución de problemas: Formular y resolver problemas cercanos que les afectan aplicando estrategias adecuadas.
- Formulación y comunicación matemática: expresar ideas estadísticas de forma oral, escrita o mediante gráficos visuales.
- Razonamiento matemático: Aprender razonamiento inductivo para reconocer patrones y plantear hipótesis o aprender razonamiento deductivo para contrastar conclusiones.

- Actitud: Valoración de la estadística para analizar datos reales, construir tablas y gráficos estadísticos.

Además, tiene ciertas ventajas (Holmes 1997 citado de Batanero y Díaz, 2011, p.22):

- Los proyectos permiten contextualizar la estadística y hacerla más destacable. Los datos al surgir de un problema planteado por los alumnos, son datos con significado y deben ser interpretados,

- Refuerzan el interés. Debido a la elección del tema por parte del alumnado se implica y quiere resolverlo, no es impuesto por el profesor.

- El aprendizaje es mejor de lo que son los datos reales y se introducen ideas que no aparecen con datos inventados del profesor: precisión, fiabilidad, variabilidad, sesgo, posibilidad de medición.

- Se muestra que la estadística no se reduce a contenidos matemáticos.

Esta metodología se centra en el papel activo del alumnado en su proceso de aprendizaje mientras que el profesor es un guía y fuente de información de los estudiantes para afrontar los problemas que se han planteado (Díaz-Levicoy, Aguayo Arriagada, y Cortés Toro, 2014).

Aunque debido al peso de la enseñanza tradicional, los libros siguen teniendo su peso en el aula, se plasman los conocimientos científicos y culturales que se desean enseñar en los estudiantes en un determinado espacio y tiempo. (Díaz-Levicoy et al., 2016). Debido a las distintas metodologías y recursos se tienen que tener en cuenta las seis dimensiones de la idoneidad didáctica (Díaz-Levicoy et al., 2016; Estrada, 2007):

- Idoneidad epistémica: Grado de representatividad de los conceptos matemáticos que se están estudiando (gráficos estadísticos).

- Idoneidad cognitiva: Grado de comprensión por parte de los estudiantes de los temas que se van a desarrollar.

- Idoneidad interaccional: Grado en la organización que permite reconocer posibles conflictos de enseñanza así como soluciones a esos conflictos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

- Idoneidad mediacional: Grado en que el proceso de enseñanza y aprendizaje cuenta con todos los recursos necesarios para su adecuado desarrollo.

- Idoneidad afectiva (emocional): Grado en que los estudiantes están implicados con su proceso de aprendizaje. Esta idoneidad se ve influenciada por varios factores.

- Idoneidad ecológica: Grado en que el proceso de enseñanza concuerda con el proyecto del centro, la escuela, la sociedad y el entorno próximo.

La cultura estadística tiene un componente que implican en la estadística, el razonamiento estadístico que es la que debe enseñar a los estudiantes principalmente (Batanero, 2002; Batanero, 2013; Díaz-Levicoy, 2014, p. 14) que incluye cinco componentes fundamentales:

- Reconocer la necesidad de los datos: Lo principal de la investigación estadística es la hipótesis que se dan en diferentes situaciones de la vida real en las que son necesarios un análisis de datos que han sido recogidas de forma adecuada para comprenderse. La experiencia personal o las anécdotas no son fiables y llevan a la confusión en las tomas de decisiones.

-Transnumeración: Esta palabra se utiliza para señalar que la comprensión que puede surgir al cambiar la representación de los datos. Puede haber tres tipos de trasnumeración: a) Partiendo de la medida que consigue las cualidades o características del mundo real; b) Pasar los datos conseguidos a una tabla o gráfica que permita extraer su significado para poder interpretarlos; c) Comunicar el significado de esos datos, de manera que sea comprensible a otras personas.

- Percepción de la variación: La recogida de datos y los juicios correctos sobre los mismos requieren comprensión de la variación que hay en los datos, así como la incertidumbre de la variación no explicada. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto.

- Razonamiento con modelos estadísticos: Cualquier tipo de gráfico visual puede contemplarse como modelo, ya que representa la realidad de otra manera. Lo esencial es representar los datos y al mismo tiempo relacionar el modelo con los datos.

- Integración de la estadística y el contexto: Componente esencial del razonamiento.

En la escuela la manera de aprender estadística se basa mediante la construcción de gráficos y la lectura de los mismos, adecuando gráficos a las distintas edades (Díaz-Levicoy et al., 2015).

2.5 Los gráficos y tablas estadísticas.

Los gráficos y tablas son instrumentos de transnumeración debido a su papel a la hora de organizar, describir y analizar los datos (Arteaga et al., 2011). Los gráficos y tablas son la mejor manera de conectar la escuela con la realidad (Arteaga, Batanero y Contreras, 2011). Los

gráficos y tablas permiten construir y comunicar conceptos y favorecen a establecer y comprender las relaciones que existe entre las distintas variables de cualquier fenómeno social o natural. Los estudiantes deben ser competentes a la hora de construirlos e interpretarlos. (Díaz-Levicoy, 2014, p.4).

Los gráficos tienen los siguientes componentes a la hora de construirlos (Friel, Curcio y Bright, citado de Arteaga et al., 2011; Arteaga, Batanero y Contreras, 2011; Díaz-Levicoy et al., 2015):

- **Título y etiquetas:** señalan el contenido contextual y las variables que se representan. Este elemento aparece en las tablas.

- **Marco del gráfico:** Incluye los ejes, las escalas y las marcas de referencia en cada eje. Proporciona información sobre las unidades de magnitud que se representan. Hay distintos tipos de marcos y sistemas de coordenadas. En las tablas también aparecen las etiquetas que diferencian las variables, sus valores y los distintos tipos de frecuencias y porcentajes.

- **Especificadores:** Son los elementos visuales usados dependiendo del tipo del gráfico como los rectángulos (histograma o barras) de puntos (diagrama de dispersión). Los especificadores dependiendo de algunos son difíciles de comprender según el orden de dificultad se sitúan así: Posición en una escala homogénea (gráficos de línea, de barras, de puntos, histograma y algunos pictogramas); posición en una escala no homogénea (gráficos polares, gráficos bivariantes); longitud (gráficos poligonales, estrellados, árboles); ángulo (sectores); área (círculos, pictogramas); volumen (cubos, mapas estadísticos), color (mapas estadísticos con color).

Las competencias que se desarrollan en el alumnado con la construcción de los gráficos son las siguientes (Arteaga, Batanero y Contreras, 2011):

- Reconocer los elementos estructurales del gráfico anteriormente citados y sus relaciones. Decidir si es adecuado el elemento o no según el gráfico.

- Apreciar cómo afectaría la presentación de los datos eligiendo uno u otro gráfico.

- Traducir las relaciones entre los datos y el gráfico y viceversa.

- Reconocer cuando un gráfico es mejor que otro a la hora de representar los datos, es decir, saber elegir el gráfico adecuado al tipo de variable y al tipo de problema.

Para poder leer e interpretar tablas y gráficos se necesita conocer estos elementos estructurales para poder interpretarlos y sacar unas conclusiones acerca de esos gráficos (Arteaga et al., 2011).

Existen 4 niveles de lectura e interpretación de las tablas y de los gráficos para poder interpretarlo y tener una actitud crítica (Friel, Curcio y Bright, 2001, citado de Díaz-Levicoy, 2015; Díaz-Levicoy et al., 2015; Arteaga et al., 2011; Arteaga, Batanero y Contreras, 2011):

- **Nivel 1. Leer los datos:** Lectura literal del gráfico sin interpretación de la información que hay
- **Nivel 2. Leer dentro de los datos:** Supone aplicar procedimientos matemáticos simples (comparaciones, adiciones etc.,) para sacar una lectura de algo que no está explícitamente.
- **Nivel 3. Leer más allá de los datos:** Se intenta solicitar información que no está representada en el gráfico y no vale con procedimientos matemáticos simples.
- **Nivel 4. Leer detrás de los datos:** Tener una actitud crítica a la hora de interpretar los datos según la forma de recolectarlos y la calidad de los mismos, así como su fiabilidad y validez. Supone un conocimiento del contexto utilizado además del matemático.

Las competencias que se desarrollan con estos niveles de lectura son tres en la comprensión de gráficos, es decir en el último nivel descrito anteriormente, que se mostrarán a continuación (Arteaga et al., 2011; Arteaga, Batanero y Contreras, 2011):

- Nivel Racional/Literal: El alumnado leen correctamente el gráfico o tabla, pueden predecir o detectar tendencias, pero no rebaten la información, ni intentan dar explicaciones alternativas. Buscan relaciones entre las variables, pero no explicaciones.
- Nivel Crítico: El alumnado leen los gráficos comprendiendo el contexto y evaluando la validez y fiabilidad de la información. Los estudiantes no son capaces de plantear hipótesis que expliquen los datos y sus interpretaciones.
- Nivel Hipotético: La lectura que hacen los estudiantes de los gráficos es de interpretación y evaluación de la información, formando sus hipótesis y modelos explicativos.

En el ámbito de la educación estadística, la comprensión de un gráfico, se necesita una gran comprensión lectora, es un prerequisite para que la comprensión tenga lugar. (Triviño Durán, Sola Martínez y Rivas Olivo, 2013).

En un estudio de textos españoles de Educación Primaria, los gráficos estadísticos aumentan su presencia conforme se avanza en los cursos. Había un predominio de gráficos de barras; de nivel de lectura “lectura de datos”. Las actividades que más aparecen son relacionadas con las de leer gráficos y construirlo (Díaz-Levicoy, Arteaga, López-Martín, 2016). Todo esto indica

que no se entra en profundidad en la enseñanza de la estadística y es una visión muy simple de la materia.

2.6 Probabilidad.

La Estadística, hace unos 30 años se ha separado en una división clásica que ha sido la estadística descriptiva que consistía en presentar resúmenes de un conjunto de datos y representarlos gráficamente, mientras que por otro lado está la estadística inferencial que consiste en utilizar principios probabilísticos (Rodríguez, 2004). Para potenciar el aprendizaje de probabilidad, que se caracteriza por un carácter no determinista, hace falta enseñarlo en contextos significativos donde haya problemas abiertos con cierta carga de indeterminación para exponer argumentos estadísticos que puedan interpretar y tomar decisiones (Zamir Chaparro y Leguizamón, 2015). La probabilidad se ha incorporado en los últimos 25 años por lo que es reciente esta disciplina (Vásquez y Alsina, 2014). El azar está vigente en la vida en muchos contextos en los que aparecen nociones de incertidumbre, riesgo y probabilidad (Batanero, 2006). Esto es debido al desarrollo de la ciencia, de comportamientos sociales y culturales y el pensamiento cotidiano en el que se ha desarrollado un pensamiento aleatorio, de ahí su interés por estudiarlo (Zamir Chaparro y Leguizamón, 2015). La sociedad debe tener conocimientos de probabilidad para (Pazos Crespo, 2001):

- Mantener una actitud crítica ante los juegos de azar.
- Aprender a detectar timos y engaños.
- Potenciar la autonomía y la imaginación en busca de hipótesis que den explicaciones practicando el método científico como una herramienta eficaz para estudiar la realidad.

La Probabilidad en la escuela ha estado más presente en Secundaria que en Primaria, aunque habría que adelantarla (Batanero, 2013) y las razones de por qué se enseña son las siguientes (Batanero, 2006; Pazos Crespo, 2001):

- La Probabilidad es parte de la rama de las matemáticas y de otras ciencias.
- La Probabilidad es indispensable para preparar al alumnado, ya que el azar y los fenómenos aleatorios están en nuestra vida y entorno.
- Las regularidades del azar nos permite hacer suposiciones y facilita la toma de decisiones.
- Nos ayuda a entender los porcentajes, fracciones, recuentos y comprenderlos en el mundo actual.

- Es una fuente de motivación debido a la utilización de juegos de probabilidad en clase.
- Es importante que los estudiantes construyan su red conceptual mediante experiencias aleatorias para diferenciar las intuiciones del conocimiento probabilístico
- Permite interpretar y comprender el grado de cumplimiento de ciertas predicciones.

Un ciudadano culto estadísticamente debe ser capaz de controlar sus intuiciones sobre el azar, diferenciando lo que es correcto de lo incorrecto y aplicando un razonamiento estadístico para controlar esas intuiciones en situaciones de riesgo y toma de decisión (Batanero, 2002). La enseñanza de la Probabilidad en los estudiantes es difícil debido a que se tratan ideas abstractas (Batanero, 2013). Se encuentran diferencias entre la intuición que tienen los estudiantes y la formalización de la probabilidad, una de las causas de la dificultad conceptual. Otra es la reversibilidad que consiste en volver a los primeros datos al deshacer una operación, pero eso en la probabilidad en los casos aleatorios no se da, ya que se obtienen resultados diferentes cada vez que se lleva a cabo un experimento, esto hace difícil el aprendizaje de la Probabilidad (Batanero y Díaz, 2012). Otro elemento que dificulta el aprendizaje es que los profesores evitan su enseñanza por falta de formación o porque lo consideran un contenido de menor importancia que puede causarle dificultades al alumnado (Vásquez y Alsina, 2014).

Las intuiciones debe ser el punto de partida de la enseñanza de la probabilidad (Vásquez y Alsina, 2014) para ello Fischbein (1987) (citado en Batanero, 2013) distingue entre:

- Intuiciones primarias se adquieren con la experiencia sin necesidad de instrucción.
- Intuiciones secundarias se adquieren en la escuela como consecuencia de la educación.

Vásquez y Alsina (2014) partiendo de las intuiciones se deben enseñar probabilidad de la siguiente forma:

- Proporcionar múltiples experiencias que ayuden a observar los fenómenos aleatorios y diferenciarlos de los deterministas.
- Estimular las predicciones sobre el comportamiento de estos fenómenos y los resultados, así como la probabilidad.
- Organizar los datos recogidos del experimento de manera que los estudiantes tengan la posibilidad de contrastar sus predicciones con los resultados obtenidos y revisar sus creencias según esos resultados.
- Destacar el carácter imprevisible de cada resultado aislado, así como la variabilidad de pequeñas muestras, mediante la comparación de pequeños grupos o individualmente.
- Favorece a apreciar el fenómeno de la convergencia mediante la acumulación de resultados de la clase entera y compara la fiabilidad de pequeñas y grandes muestras.

2.7 Significado de la probabilidad.

Tras indicar como se debe enseñar la Probabilidad, este concepto tiene diferentes significados que a veces está relacionado entre sí. Existen 5 tipos de significados (Batanero, 2006; Batanero y Díaz, 2012; Gómez-Torres, Ortiz y Gea, 2014; Gómez-Torres, Contreras y Batanero, 2015; Zamir Chaparro y Leguizamón, 2015); que describiremos a continuación:

- **Significado intuitivo:** Surgen las primeras ideas intuitivas sobre el azar y probabilidad en los juegos de las diferentes culturas. Aparecen en personas que no han estudiado probabilidad. Consiste en asignar una idea a sucesos de los cuáles no estamos seguros de que va a pasar usando los términos: posible, previsible, seguro, factible entre otros. Este tipo de probabilidad tiene un carácter dual. Uno se refiere al lado estadístico que se refiere a las normas estocásticas de procesos aleatorios reconociendo la impredecibilidad de los resultados y otorgando a algunos sucesos mayor confianza y el otro lado el epistémico considera la probabilidad como grado de creencia, es decir, se puede afirmar un cierto enunciado rotundamente o gradualmente comparando la verosimilitud de sucesos con palabras del lenguaje habitual.
- **Significado clásico:** Este significado es el que ha predominado en la escuela. Laplace (1816) definió este significado considerando que la probabilidad es simplemente una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador es el número de todos los

casos posibles. Esta definición no es aplicable cuando los experimentos tienen infinitas posibilidades. Esta definición no se puede aplicar más allá de los juegos de azar. Con los juegos de azar es con lo que se enseña a los niños este significado (monedas, cartas). Este significado promueve el sesgo de equiprobabilidad (misma posibilidad de salir un resultado) ya que solo se da en los juegos de azar y nada más.

- **Significado frecuencial:** Este significado indica que hay cierta objetividad en la probabilidad. Publicada en 1713 por Bernoulli tras la demostración de los grandes números. La probabilidad se define como el valor hipotético hacia el cual tiende la frecuencia relativa de un suceso al estabilizarse, asumiendo la repetición del ensayo. Es decir, que cuando un experimento aleatorio se repite muchas veces en las mismas condiciones, aparecen regularidades. Algunos de los problemas que presenta esta definición es que no se obtiene un valor exacto para la probabilidad, sino aproximaciones o estimaciones; no se sabe cuántas veces hay que repetir un experimento para que sea idóneo para aceptar la estimación; es imposible contar con idénticas condiciones en el experimento; no se puede aplicar en algunos campos del conocimiento como fenómenos históricos o económicos ya que se dan en circunstancias irrepetibles. La ventaja que tiene es que es amplia el significado clásico y conecta estadística y probabilidad.

- **Significado subjetivo:** Se define como el grado de creencia o percepción personal de un suceso a partir de las experiencias. Esta definición fue recogida por Bayes en 1793. Esta forma de calcular (estimar) probabilidades es la que a menudo en nuestra vida real tomamos decisiones prácticas, ya que a veces, resulta más efectivo que cálculos matemáticos. Es decir los datos que hemos obtenido de las experiencias pasadas nos sirven para estimar lo que puede ocurrir cuando tomemos una decisión. Este significado se utiliza para tomar decisiones en casos de incertidumbre denominado atajos heurísticos. Algunos problemas de esta definición son que se pierde el carácter objetivo de la probabilidad dejándola a la subjetividad del sujeto y el problema de asignarles valores numéricos al grado de creencia de las personas. Escasa presencia en los currículos de primaria, didácticamente utilizada para aprender probabilidad intuitiva desde la experiencia.

- **Significado matemático:** Se desarrolló la teoría matemática de la probabilidad. Utilizado por Kolmogorov, que aplica conjuntos y teorías de medidas para derivar un conjunto de axiomas. Permite cuantificar la incertidumbre de resultados en experimentos aleatorios abstractos. Este significado plantea hipótesis teóricas que necesitan ser evaluadas empíricamente.

La enseñanza de la probabilidad y sus diferentes significados se deben tomar de manera progresiva empezando por las ideas intuitivas de los alumnos de azar y la probabilidad y la visión subjetiva de la probabilidad como un grado de creencia. Con el fin de conectar la estadística y probabilidad, se sugiere la aplicación de un enfoque experimental para la probabilidad, a través de experimentos y simulaciones con el fin de preparar a los estudiantes a entender la ley de los grandes números y comprender las conexiones entre las nociones de frecuencia relativa y probabilidad. En los juegos de azar sencillos, donde equiprobabilidad es una suposición razonable, el enfoque clásico será útil. Dado que la comprensión es un proceso constructivo continua, los estudiantes deben adquirir progresivamente y se relacionan los diferentes significados del concepto y en la etapa final llegan al formalismo matemático y axiomático (Batanero y Díaz, 2012).

2.8 Conceptos y propiedades del significado de intuición.

El significado de intuición es el que trabajemos en nuestro trabajo fin de grado por lo que mencionare los conceptos y propiedades que están relacionados con este significado y que se trabajan en los libros además de ser el punto de partida para enseñar la probabilidad (Gómez-Torres, Ortiz y Gea, 2014; Gómez-Torres, Contreras y Batanero, 2015):

- Conceptos

- Azar y variabilidad: El azar y la variabilidad, utilizados intuitivamente en la vida y lenguaje cotidianos, aparecen implícitos en la definición de experiencia de azar. Su presentación enfatiza la existencia de múltiples resultados, y está ligado principalmente a la ignorancia o inseguridad de obtener un resultado particular en una realización de un experimento. Una experiencia es de azar si conocemos los posibles resultados, pero no podemos asegurar cuál de ellos saldrá al final.
- Suceso: En una experiencia aleatoria, un conjunto que reúna algunos de los resultados posibles se llama suceso. Según la posibilidad de ocurra hay tres tipos: seguro, posible e imposible.
- Posibilidad del grado de creencia: Se pide clasificar los tipos de sucesos anteriormente descritos según la creencia del alumno.

- Propiedades

- No se puede predecir con seguridad un resultado: La impredecibilidad es la primera propiedad de los experimentos aleatorios
- Tipos de sucesos: Seguro (siempre ocurre); probable (cualquier resultado puede salir); imposible (nunca ocurre). Los estudiantes deben identificarlos y relacionarlos.
- La posibilidad de ocurrencia se puede comparar: La distinción entre sucesos según su grado de creencia sirve como introducción del concepto probabilidad, sugiere la necesidad de medirla numéricamente. La comprensión de una escala ordinal en la verosimilitud de ocurrencia de los sucesos ayudará, posteriormente, a la asignación de probabilidades con el significado subjetivo. Hay dos tipos de situaciones didácticas: comparación de un mismo suceso en diferentes condiciones experimentales o de varios sucesos en un mismo experimento aleatorio.
- La posibilidad, como grado de creencia, se puede aproximar analizando el fenómeno: Esta propiedad vincula el significado intuitivo con el resto de significados permite analizar cuándo es más conveniente utilizar una forma u otra para la asignación de la probabilidad.
- La posibilidad, como grado de creencia, se puede revisar con la experiencia: Esta propiedad relaciona con facilidad el significado intuitivo con los significados frecuencial y subjetivo. Se diferencia con respecto de la propiedad anterior en que referencia al análisis de la verosimilitud en fenómenos aleatorios a partir de información previa o experiencia personal.

3. Propuesta didáctica.

Esta unidad didáctica pertenece al bloque 5 ``Estadística y Probabilidad``. En esta unidad empezaremos con conceptos utilizados anteriormente y de forma sucesiva vamos a trabajar con los diferentes tipos de gráficos, clasificación y reconocimiento de distintos tipos de sucesos y probabilidad. Todos los objetivos, contenidos y competencias vienen recogidos en la LOMCE 126/2014 y el BOJA 95/2015.

Incluiremos actividades interactivas en las que el docente utilizará la pizarra virtual para fomentar la motivación y participación de los alumnos.

3.1 Justificación.

Esta propuesta será una unidad didáctica de “Estadística y probabilidad” va dirigida al alumnado del 2º ciclo, concretamente para el alumnado de 4º de Primaria en el colegio CEIP TUCCI, situado en la localidad de Martos. El grupo está formado por 25 alumnos de los cuales 13 son niñas y 12 niños. Asisten regularmente a clase y tienen la misma edad. No presentan ningún problema excepto dos alumnas que respecto al resto presentan un leve déficit de atención. En general es un grupo muy bueno con el que se puede trabajar perfectamente en el aula ya que les motiva aprender y siempre están dispuestos a participar en las diferentes actividades que se presenten.

Uno de los puntos a destacar de este grupo es que llevan en el mismo centro compartiendo la misma aula desde Educación Infantil, lo que favorece un clima más positivo y un ambiente de participación y cooperación. En cuanto a la situación del alumnado, estaríamos hablando de una clase media.

Esta unidad didáctica nos va a permitir centrarnos tanto en el reconocimiento y realización de gráficos y poder interpretarlos como en la importancia de la probabilidad. Y el uso que ambos pueden tener fuera del área de matemáticas. Utilizaremos varias competencias a parte de la competencia matemática, como es la lingüística o la competencia social y cívica.

3.2 Objetivos.

3.2.1 Objetivos de área.

Los objetivos de área vienen reflejados en el BOJA 95/2015 y los que se trabajan son los siguientes:

6. Interpretar, individualmente o en equipo, los fenómenos ambientales y sociales del entorno más cercano, utilizando técnicas elementales de recogida de datos, representarlas de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.

3.2.2 Objetivos específicos.

Los objetivos siguientes son los específicos y los que quiero que se trabajen en el aula:

- Conocer los distintos tipos de gráficos.
- Diferenciar los distintos tipos de gráficos.
- Analizar diferentes tipos de gráficos y sacar conclusiones.

- Interpretar gráficos en sus diferentes tipos de lectura.
- Valorar el uso de las gráficas en la vida social.
- Examinar sucesos aleatorios.
- Comprender la probabilidad de los sucesos aleatorios.
- Separar los sucesos en; seguros, imposibles o probables.

3.3 Contenidos.

Los contenidos que pongo a continuación viene recogidos en la LOMCE en el decreto 124/2014 y el BOJA 95/2015 y están recogidos en el bloque de contenidos 5: “Estadística y probabilidad”.

Los contenidos específicos son los siguientes:

- Gráficos y parámetros estadísticos: tablas de datos, diagramas de barras, diagramas lineales.
- Análisis de las informaciones que se presentan mediante gráficos sencillos.
- Descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares
- Utilización e interpretación de tablas de datos, diagramas de barras, diagramas lineales.
- Orden y organización de datos cuantitativos utilizando la encuesta, observación y cálculo.
- Reconocimiento de sucesos aleatorios.
- Sucesos posibles y sucesos imposibles.
- Carácter aleatorio de algunas experiencias.
- Iniciación a la probabilidad.
- Cálculo de la probabilidad de un suceso.
- Reconocimiento y aceptación de distintas opiniones.
- Claridad en la realización y presentación de gráficos.
- Valoración a la utilidad de la interpretación de gráficos.

3.4 Temporalización.

La Unidad Didáctica se incluirá en la programación General del curso. Se desarrollará con un tiempo estimado de 10 días de duración, durante el mes de marzo, en los cuales se deberán desenvolver los contenidos expuestos anteriormente con el objetivo de alcanzar los objetivos propuestos. Trabajaremos con el libro de texto siguiendo la programación indicada por el centro educativo y se realizarán distintos tipos de actividades para afianzar el conocimiento, para

terminar con esta unidad se realizará un examen escrito con el fin de superar las metas fijadas en los criterios de evaluación que se encuentran a continuación.

3.5 Competencias.

Primero nombraremos las distintas competencias del currículo que se recogen en el R.D. 126/2014 (LOMCE).

1. ° Comunicación lingüística.
2. ° Competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología.
3. ° Competencia digital.
4. ° Aprender a aprender.
5. ° Competencias sociales y cívicas.
6. ° Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.
7. ° Conciencia y expresiones culturales.

Ahora, se muestran las competencias del currículo que se van a trabajar en esta unidad.

- Integrar a la expresión oral del alumnado los términos de la Estadística y la Probabilidad a través de las destrezas aleatorias para aumentar sus capacidades comunicativas.
- Apreciar el trabajo estadístico de un grupo de datos y el estudio de la probabilidad como un instrumento para lograr conclusiones que no se expresan de una manera clara.
- Valorar el esquema y los resúmenes como un utensilio útil y concreto para expresar lo aprendido.
- Desarrollar la seguridad del alumnado para resolver situaciones de progresiva dificultad.

3.6 Metodología.

En la Unidad Didáctica se desarrollan ejemplos de la vida cotidiana, expuestos de forma distinta. Se provocarán situaciones para que el alumnado tenga y pueda expresarse con una argumentación razonada y participar en todas las actividades, se trabajará en grupo cuando sea posible.

Se insertarán juegos para favorecer la memoria y el desarrollo de diversas técnicas. La metodología será activa y participativa, integrando sus distintas experiencias y aprendizajes. A su vez integramos una metodología también lúdica y motivante que conduzca al alumnado a la investigación y la búsqueda de información.

3.7 Actividades.

Para comenzar empezaremos con una actividad en forma de juego. Dividimos la clase en grupos de 4 y se les entrega a cada grupo un par de dados. Cada grupo va a tirar los dados 4 veces apuntando la suma de los puntos obtenidos en los dos dados. A continuación expondremos los resultados en común, para que el alumnado observe que números tienen más probabilidad de salir, y cuales menos. Más tarde, explicaré todos los sucesos posibles que tiene este juego, probando de esta forma por qué los números 7, 8 y 9 se han repetido más que los otros números.

(Experiencias aleatorias)

1. Indica cuáles de los siguientes fenómenos son aleatorios:

- Extraer de la baraja completa un rey.
- Esta noche anochece.
- Si tiras a portería meterás gol.
- Si rajo la pelota, se desinflará.
- Ganar el bingo.

2. Colorea estas caras para que se cumpla que:

a) Es muy probable sacar una cara azul.

b) Es poco probable sacar una cara naranja.

c) Es imposible sacar una cara morada.

d) Sacar una cara rosa o una gris tiene la misma probabilidad.



(Seguro, posible, imposible)

3. De los siguientes sucesos que se exponen a continuación señala cuales son; a) posible, b) seguro, c) imposible.
 - El año que viene, el año tendrá 365 días.
 - Mañana por la mañana saldrá la luna.
 - Que Pablo tire a canasta y meta.
 - Que en verano nieve en Jaén.
 - Que tires un vaso y se caiga.
 - Que te resfríes en invierno.
4. En una cesta hay 8 pelotas de fútbol y 4 de baloncesto. Clasifica los sucesos de posible, seguro o imposible.
 - a) Sacar 6 pelotas de fútbol.
 - b) Sacar 5 pelotas de baloncesto.
 - c) Sacar 8 pelotas de fútbol y 4 de baloncesto.
 - d) Sacar 3 pelotas de baloncesto.
5. En una competición de atletismo colaboran estos países: Alemania, Chipre, Eslovenia, Italia, Irlanda, Grecia, España y Dinamarca. Se considera que los equipos de los ocho países son de un nivel muy parecido, ¿te parece muy probable que España consiga es primer puesto, Dinamarca el segundo puesto e Italia el tercer puesto?

(Gráficos de líneas y barras)

6. Nos volvemos a dividir en grupos de 4 para realizar otra actividad y empezar a realizar gráficos. Repartimos un vaso con caramelos a cada grupo y los colocamos en una hoja en la cual dibujamos varias rectas.
Respondemos a las preguntas:
¿Número total de caramelos que hay en cada vaso? ¿Número de colores distintos que hay? Los colocamos por filas separándolos por colores encima de la recta como si fuese un diagrama de barras. ¿Cuál es el color que tiene más caramelos? ¿Qué color es el que tiene menor número de caramelos? Analizamos el diagrama de barras que hemos formado con los caramelos.

7. Hacemos una encuesta sobre los deportes favoritos que tiene el alumnado en la clase. Hemos obtenido los siguientes resultados que son apuntados en sus cuadernos y en la pizarra:

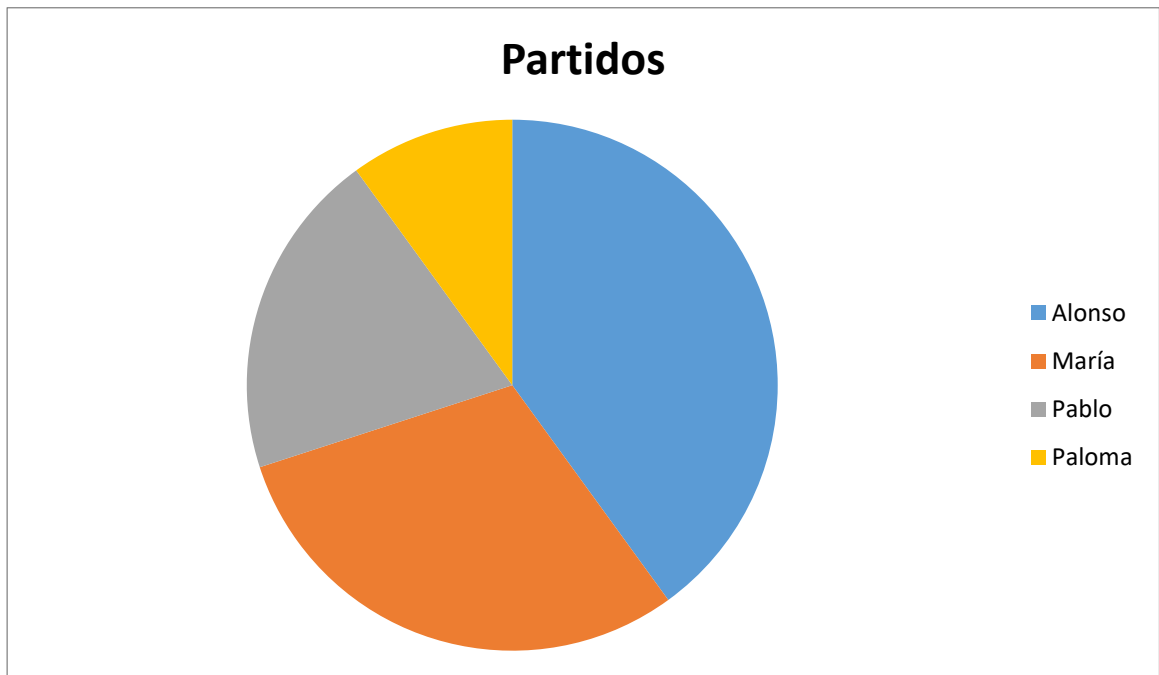
Fútbol: 12

Tenis: 5

Comba: 8

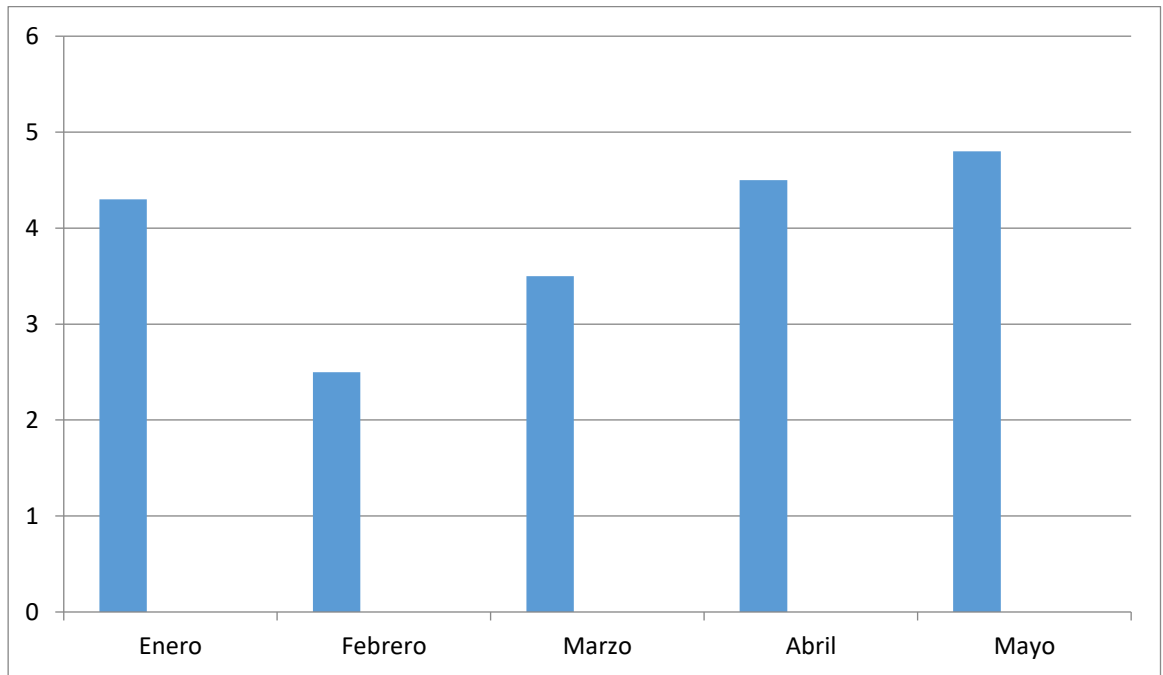
Realizaremos un gráfico de barras con el resultado obtenido, y comentaremos el gráfico para que ellos expliquen los porqués.

8. Este es el número de partidos que han jugado esta semana los amigos y amigas de Begoña.



- a) ¿Quién ha jugado menos partidos?
- b) ¿Cuántos partidos más ha jugado María que Alonso?
- c) ¿Quién ha jugado mínimo tres partidos?
- d) ¿Quién ha jugado más partidos?

9. Observa los litros de cada mes caídos en Martos, y contesta.

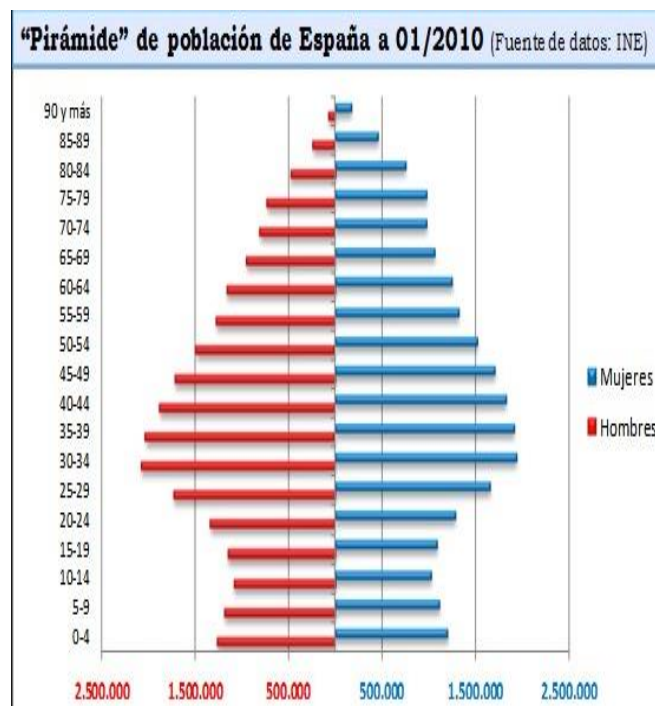


- ¿En qué mes ha llovido más?
- ¿Cuál ha sido el mes menos lluvioso?
- ¿Qué diferencia de litros hay entre Abril y Febrero?
- ¿Cuántos litros ha tenido el mes más lluvioso?

10. Buscar un gráfico de barras en Internet o en una revista, pégalo en tu cuaderno. Interpreta y desarrolla lo que se trata en ese gráfico. ¿Lo entiendes? ¿Sabes lo que quiere decir? ¿Sirve para emitir la información que se desea?

11. Interpretación de gráficas.





Estas gráficas serán utilizadas para que vean los alumnos como el uso de la Estadística sirve para prever lo que sucede en el futuro. Se le harán una serie de preguntas:

- Señala los componentes de las gráficas.
- ¿Para que sirve cada gráfica, que interpreta?
- ¿Para que te sirve a ti estas gráficas?
- ¿Por qué en los meses de verano el paro baja? ¿Ocurre lo mismo en los meses de invierno?
- ¿Cómo era la población española en 1970 y en 2010? ¿A qué se debe?
- ¿Qué ocurrirá en el futuro si se mantiene la tendencia?
- ¿Qué harías para mejorar el paro? ¿Qué harías para que la población española tuviera más natalidad?
- ¿Crees que entre la gráfica del paro y la pirámide de población puede tener relación?
- Realiza una gráfica sobre el paro de tu ciudad y distribúyelo por franjas de edad.

11. Los alumnos realizarán una encuesta sobre si tienen animales domésticos. Preguntarán a los compañeros. En caso afirmativo, le tienen que decir que tipo de animal tienen. Al final se clasificarán las personas que tienen y no. Las personas que tienen, a su vez se clasifican los tipos de animales. Se construirá un gráfico de barras por separado.

12. Realizar una encuesta sobre actividad física. Hacer grupos de 4 y que cada grupo realice una encuesta. Puesta en común de porqué se han elegido esas variables. Sacar entre todos, una encuesta en común. Realizarla en la clase conjuntamente sabiendo las respuestas del alumnado. Realizar un gráfico e interpretarla a que puede ser debido.

13. Tras realizar dos encuestas, dejaremos a los grupos que realicen una encuesta sobre el tema que quieran, cada grupo debe de hablar de un tema distinto que pueda afectar a la clase (ayuda del profesor en proponer temas como videojuegos, maneras de venir al cole, uso de las nuevas tecnologías, tareas del hogar, etc). Tras realizar la encuesta, llevarla a cabo con los compañeros, cada grupo llevará a cabo una gráfica, describiéndola y motivos de porqué han salido los resultados de esas gráficas. Luego con todas las gráficas se describirá a la clase en general sobre los temas elegidos. Tras sacar una idea general de cómo es la clase, se hará un pequeño informe donde tienen que poner que problemas han encontrado a la hora de hacer una encuesta que es lo más difícil y fácil de hacer.

3.8 Evaluación.

3.8.1 Instrumentos de evaluación.

La evaluación como dicho anteriormente va a seguir el Proyecto Curricular del Centro en el que pertenece esta unidad didáctica. En la evaluación vamos a utilizar dos instrumentos de evaluación:

1. Cuadernos de clase. En este ciclo es muy importante el cuaderno de clase ya que en el mismo se reflejan la inmensa mayoría de las actividades que el alumnado realiza. En el cuaderno valoraremos distintos aspectos como:

- Orden limpieza, márgenes, etc.
- Realización de todas las actividades.
- Corrección de las actividades.

2. Prueba escrita donde se expondrán actividades muy parecidas a las que hemos realizado en la unidad.

Los porcentajes para evaluar, son los siguientes:

- 10% Participación en clase y responder a preguntas orales.
- 20% Cuaderno y comportamiento.
- 70% Pruebas escritas.

3.8.2 Criterios de evaluación.

A continuación, se recogen los criterios de evaluación que se aplicarán para evaluar al alumnado a través de los instrumentos descritos en el apartado anterior:

- Reconoce y diferencia los distintos tipos de gráficos estadísticos.
- Analiza los gráficos y saca conclusiones sobre el mismo.
- Interpreta los gráficos en sus distintos niveles de lectura.
- Valora el uso de las gráficas en la vida social.
- Halla la probabilidad de sucesos.
- Distingue y clasifica los distintos tipos de sucesos.
- Realiza gráficos y saber resolver problemas con ellos.
- Resuelve problemas utilizando la Estadística y Probabilidad.

3.9 Recursos y Materiales.

Los recursos y materiales utilizados son los más utilizados en una clase común: cuaderno, lápiz, goma, lápices de colores, bolígrafos, pizarra digital y ordenador.

4. Bibliografía.

Alsina, Á. y Vásquez, C. (2014). Enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números*, 85, 5-23.

Arteaga, P., Batanero, C., Cañadas, G. y Contreras, J. M. (2011). Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, 76, 55-67.

Arteaga, P., Batanero, C. y Contreras, J. M. (2011). Gráficos estadísticos en la educación primaria y la formación de profesores. *Indivisa. Boletín de Estudios e Investigación*, 12, 123-135

Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Granda: Grupo de Investigación en Educación Estadística.

Batanero, C (2002). Los retos de la cultura estadística. *Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires. Conferencia inaugural.

Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: Un desafío educativo. En P. Flores y J. Lupiañez (Eds.), *Investigación en el aula de matemáticas. Estadística y Azar*. Granda: Sociedad de Educación Matemática Thales. CD ROOM.

Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación? En J.A. Fernandes, P.F. Correia, M.H. Martinho & F. Viseu (Eds.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (9-21). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.

Batanero, C. (2013). Sentido estadístico: componentes y desarrollo. *Probabilidad Condicionada: Revista de didáctica de la Estadística*, 2, 55-61.

Batanero, C. y Díaz, C. (Eds.). (2011). *Estadística con proyectos*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.

Batanero, C. y Díaz, C. (2012). Training school teachers to teach probability: reflections and challenges. *Chilean Journal of Statistics*, 3(1), 3-13.

Batanero, C., Gea, M., Arteaga, J. y Contreras, J. M. (2014). *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 14(2), 1-10.

- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P. y Vallecillos A. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *Internation Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Borrego del Pino, S. (2008). Estadística descriptiva e inferencial. *Innovación y experiencias educativas*, 13, 1-12.
- Cantero Castillo, N. P. (2011). La estadística en Educación Primaria. *Innovación y experiencias educativas*, 38, 1-9.
- Córdoba Navarro, V. M. y Cortés León, A. U. (2008). *Probabilidad y Estadística I. Módulo de aprendizaje*. México: Departamento de Desarrollo Curricular.
- Díaz-Levicoy, D. (2014). *Un estudio empírico de los gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria española*. (Trabajo fin de máster). Universidad de Granada. Granada.
- Díaz-Levicoy, D. A., Aguayo Arriagada, C. G. y Cortés Toro, C. I. (2014). Enseñanza de la estadística mediante proyectos y su relación con teorías del aprendizaje. *Revista Premisa*, 16(62), 16-23.
- Díaz-Levicoy, D., Arteaga, P. y López-Martín, M. M. (2016, abril). Gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria española: Estudio de sus tipos y niveles de lectura. *Actas del 6º Congreso Uruguayo de Educación Matemática*. Montevideo. 302-310.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero Bernabeu, C., Arteaga Cezón, P. y Gea Serrano, M. M. (2015). Análisis de gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria española. *Unión revista iberoamericana de educación matemática*, 44, 90-112.
- Díaz-Levicoy, D., Batanero, C., Arteaga, P. y López-Martín, M. M. (2015). Análisis de los gráficos estadísticos presentados en libros de texto de educación primaria chilena. *Educação Matematica Pesquisa*, 17(4), 715-739.
- Díaz-Levicoy, D., Giacomone, B., López-Martín, M. M. y Piñeiro, J. L. (2016). Estudio sobre los gráficos estadísticos en libros de textos digitales de educación primaria española. *Profesorado Revista de currículum y formación del profesorado* 20(1), 134-156.
- Estrada, A. (2007). Actitudes hacia la estadística: un estudio con profesores de educación primaria en formación y en ejercicio. En M. Camacho, P. Flores, & P. Bolea (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 121-140). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Gómez-Torres, E., Contreras, J. M. y Batanero, C. (2015, septiembre). Significados de la probabilidad en libros de texto para educación primaria en Andalucía. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (69-72). Alicante: SEIEM.

Gómez-Torres, E., Ortiz, J. J. y Gea, M. M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en los libros de texto españoles de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 49 – 71.

Ley Educación de Andalucía. BOJA nº60, Sevilla, 17 de marzo de 2015.

Ley Orgánica de Mejora de la Calidad Educativa 126. BOE nº 238, España, 28 de febrero de 2014.

Méndez Vargas, D. F., Vargas Delgado, L., Rendón Mesa, P. A. y Esteban Duarte, P. V. (2013). Una experiencia de la cultura estadística en grado 5º de básica primaria. *Revista Científica educación científica y tecnológica*. Número especial, 368-372.

Molina Fernández, M. (2010). La estadística, un pilar básico de la educación. *Autodidacta* 1(12), 5-9.

Moore, D. (1997). New Pedagogy and New Content: The Case of Statistics. *International Statistical Review*, 65, 123-165.

Pazos Crespo, M. (2001). La probabilidad en Educación Primaria, ¿una casualidad? *X Jornadas para el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas (JAEM)*. (467-484). Zaragoza.

Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación estadística: relaciones con la matemática. Pensamiento educativo. *Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 49(1), 53-64.

Rodríguez, M. I. (2004). Dificultades en el significado y la comprensión de conceptos estadísticos y de probabilidad. *Revista Premisa de la SOAREM (Sociedad Argentina de Educación Matemática)*, 6(22), 13-22.

Ruiz López, N. (2014). La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina. *Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 13(1), 103-121.

Triviño Durán, L. S., Sola Martínez, T. y Rivas Olivo, M. A. (2013). Comprensión lectora y gráficos estadísticos en alumnos de cuarto grado de primaria. *Educere*, 17(58), 455-464.

Zamir Chaparro, A. y Leguizamón, J. (2015). Interacciones sociales en el patio de recreo que tienen el potencial de apoyar el aprendizaje del concepto de probabilidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(3), 8-24.

Franklin, C. y Mewborn, D. (2008). Statistics in the elementary grades: Exploring distributions of data. *Teaching children Mathematics*, 15(1), 10-16.