Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas

Grado en Administración y Dirección de Empresas

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Ciencias Sociales y Jurídicas

Trabajo Fin de Grado

PLANIFICACIÓN, PROGRAMACIÓN Y CONTROL DE PROYECTOS: PERT Y CPM.

Alumno: Almudena López Aguilar

Junio, 2017

RESUMEN

El PERT y CPM son métodos de administración de proyectos basados en redes, que ayudan en la planificación, la programación y el control de proyectos. Ambos poseen idéntico objetivo, proporcionar medios analíticos para programar actividades, pero entre ellos existen diferencias. El PERT es utilizado cuando la duración de las actividades del proyecto tienen un carácter incierto, en cambio, el CPM es utilizado cuando la duración de las tareas son conocidas con relativa certeza.

En este trabajo, vamos a tratar ambos métodos teniendo en cuenta la duración del proyecto y el costo para programar los proyectos de forma que sean lo más beneficioso posible para la empresa. Además, vamos a adaptar la programación a los recursos que la empresa posea. Por último, veremos un método de simulación aplicado a PERT.

Se incluye también un ejemplo ilustrativo donde se pone en práctica todos los contenidos vistos en el trabajo.

ABSTRACT

PERT and CPM are network-based project management methods that aid in project planning, scheduling and control. Both have the same goal, provide analytical means to program activities, but there are differences between them. PERT is used when the duration of the project activities is uncertain, whereas CPM is used when the duration of the tasks is known with relative certainty.

In this work, we will try both methods taking into account the duration of the project and the cost. Doing that, we are going to be able to schedule the projects to get the biggest benefit to the company. Moreover, we can adapt the programming to the resources that the company already has. Finally, we will see a simulation method applied to PERT.

An illustrative example is also included where all the contents mentioned are put into practice.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN 5
CAPÍTULO 2: MODELO TEÓRICO 6
2.1 ORIGEN Y EVOLUCIÓN 6
2.2 GESTIÓN DE PROYECTOS 7
2.2.1 Identificar las actividades que integran el proyecto 8
2.2.2 Obtener una estimación del tiempo en el que se va a terminar cada actividad 8
2.2.3 Identificar qué posibles relaciones hay entre las actividades y el tiempo, si es necesario terminar unas antes que otras 9
2.2.4 Dibujar un diagrama de red de proyectos 9
2.3 EL DIAGRAMA DE GANTT 12
2.4 TÉCNICAS DE GESTIÓN Y ADMINISTRACIÓN DE PROYECTOS 13
2.4.1 Tiempos determinísticos (CPM) 13
2.4.2 PERT 17
2.4.3 PERT COSTO 21
2.5 PROGRAMACIÓN LINEAL 25
2.6 NIVELACIÓN DE RECURSOS 35
Algoritmo de nivelación de Burgess-Killebrew 36
2.7 SIMULACIÓN 41
2.7.1 Simulación de redes PERT 42
CAPÍTULO 3: EJEMPLO ILUSTRATIVO 44
3.1 Camino crítico 45
3.2 Diagrama de Gantt 47
3.3 Actividades con duración incierta. 47
3.4 Coste del proyecto 49
Coste de choque 50
3.5 Nivelación de recursos 53
3.6 Simulación de PERT 56
CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES 58
BIBLIOGRAFÍA: 60

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

A diario, las empresas se enfrentan para realizar su actividad a proyectos compuestos por diferentes tareas independientemente de la complejidad de estos. Hay empresas que simplemente necesitan para mostrar su producto o servicio al público realizar unas pocas tareas, como una tienda de barrio, que se limita a comprar a los proveedores, colocar los productos y cobrarlos en caja. En cambio, otras empresas llevan implícitas una gran cantidad de actividades como puede ser la construcción de un avión donde se combinan la creación de las piezas, comprar los materiales, el ensamblaje de todas ellas, etc. Si estos proyectos no se gestionan adecuadamente teniendo en cuenta las tareas, su precedencia y el momento en que se debe realizar cada una de ellas puede provocar el retraso del proyecto lo que llevaría a un aumento de los costes, incluso puede producir un sentimiento de rechazo en el cliente que pone en peligro su relación. Por tanto, es necesario utilizar en las empresas un programa de gestión de proyectos para producir de forma óptima, aumentando la calidad de nuestra actividad y la satisfacción del cliente. Tras la sugerencia de diferentes temas por parte de mi tutora, la importancia de estos métodos en la empresa es lo que me hizo decantarme por realizar mi trabajo fin de grado (TFG), sobre las técnicas de planificación, programación y control de proyectos: PERT y CPM.

Otro de los motivos por el que este ha sido el tema elegido es que, en el doble grado de Derecho y ADE, no encontramos ninguna asignatura que aborde estos métodos. Por ello, me pareció interesante estudiar un tema desconocido para mí y así ampliar los conocimientos adquiridos en la asignatura de investigación operativa.

En este trabajo nos hemos centrado en el estudio del método PERT (Program Evaluation and Review Technique- Técnica de evaluación y revisión de programas) y CPM (Critical Path Method- Método de Ruta Crítica) son métodos de administración de proyectos basados en redes, que ayudan en la planificación, la programación y el control de grandes proyectos (Taha, 1998). El objetivo de ellos es proporcionar medios analíticos para programar actividades, pero aunque el objetivo de ambos sea idéntico existen diferencias entre ambos métodos.

El PERT, se utiliza cuando la duración para ejecutar las actividades no se conozca con certeza. Así, incorpora incertidumbre con la introducción de probabilidades de los tiempos de actividades. Por otra parte el CPM, se utiliza cuando se conoce con relativa certeza la

duración de las actividades del proyecto. Tiene un carácter determinista y supone que existe una proporción entre los recursos necesarios para una actividad y su tiempo asociado (Ríos Insua, 1996). Actualmente, en el uso que se le da a estos métodos desaparecen estas diferencias en gran medida. Es habitual, que para la gestión de proyectos hablemos de PERT/CPM combinando las características de ambos, considerando la incertidumbre de tiempo de las actividades así como los intercambios entre tiempo y costo (Alonso Revenga, 2008). A pesar de que se combinen actualmente, en este trabajo vamos a diferenciarlos para ahondar más específicamente en las características de cada uno de ellos.

CAPÍTULO 2: MODELO TEÓRICO

2.1 ORIGEN Y EVOLUCIÓN

El PERT fue desarrollado en 1956 por el Ejército de los Estados Unidos a causa de la desesperación, debido a que su intención era controlar el progreso de la construcción del proyectil submarino Polaris de la Marina de los Estados Unidos. Para este proyecto deberían coordinar un gran número de empresas y centros de investigación por ello en las primeras etapas se abrió una Oficina de Proyectos Especiales.

Los trabajadores de esta oficina encontraron que todos los métodos antes utilizados eran inadecuados para este proyecto y además existía la incertidumbre del momento en que finalizarían las etapas cruciales de la investigación y el desarrollo.

El Sr. Willard Fazar trabajador de esta oficina, ideó la técnica PERT con la colaboración de la División de Proyectiles y Asuntos Espaciales de la Lockheed y de consultores de Booz, Allen y Hamilton. En la técnica se asigna a cada actividad tres aproximaciones de tiempo de realización: la optimista, la normal y la pesimista. De forma que este método se idea como un diagrama de flujo de tipo red con incertidumbre incorporada (Thierauf, 1982).

La técnica se puso en marcha en 1958, consiguiendo que el primer proyectil Polaris fuese terminado dos años antes del tiempo que se había calculado antes de aplicar este método. Esto supuso que se utilizara en otros proyectos de envergadura como la misión Apolo, o a ámbitos distintos del militar. Algunos ejemplos pueden ser programas de investigación y desarrollo, planificación de mantenimiento y desarrollo de grandes programas de ordenador o la construcción de edificios.

El CPM, llamado Método de ruta Crítica fue creado por la Compañía Dupont junto con la División UNIVAC de la Remington Rand, para los proyectos de plantas químicas que llevaba a cabo esta compañía. Su objetivo era administrar proyectos en el que el tiempo para finalizar las actividades se conociese con relativa certeza. También barajaban la posibilidad de reducir el tiempo necesario para la finalización de un proyecto aunque esto conlleva al aumento del coste previsto para finalizar el proyecto (Mathur y Slow, 1996).

Entre el PERT, que consideraba las duraciones de las actividades como una variable aleatoria, para manejar las actividades que no tenían un tiempo de finalización cierto, y el método CPM, con el que existía la posibilidad de hacer cambios entre el tiempo y el coste y se conocían los tiempos de duración de las tareas, encontramos diferencias notables. Actualmente, en el uso que se le da a estos métodos desaparecen estas diferencias en gran medida ya que como hemos dicho anteriormente se suelen combinar ambos de manera que se trabaja con los dos métodos al mismo tiempo considerando las distintas características: la incertidumbre de tiempo de las actividades y los intercambios entre tiempo y costo (Alonso Revenga, 2008).

2.2 GESTIÓN DE PROYECTOS

Un proyecto es un conjunto de cientos actividades interrelacionadas; cada una de ellas tiene un tiempo asignado de realización y ciertos requisitos como puede ser que para realizar una de ellas antes sea necesario que haya acabado otra (Taha, 1998).

La administración de proyectos es el proceso a través del cual un proyecto es definido e iniciado, el control producido en el desarrollo y la conclusión realizada de manera exitosa.

Hay que seguir cuatro pasos cuando usamos las técnicas de administración para determinar el tiempo en el concluirá el proyecto (Mathur y Slow, 1996):

- Identificar las actividades que integran el proyecto.
- Obtener una estimación del tiempo en el que se va a terminar cada actividad.
- Identificar qué posibles relaciones hay entre las actividades y el tiempo, si es necesario terminar unas antes que otras.
- Dibujar un diagrama de red de proyectos.

A continuación se describen estos cuatro pasos con detalle.

2.2.1 Identificar las actividades que integran el proyecto

Hay que identificar en primer lugar las distintas tareas que componen un proyecto. Algunas de ellas por su complejidad requieren ser divididas en tareas más sencillas aún, ya que podrían ser consideradas como proyectos. No existe ninguna norma que diga el tamaño que deben tener las tareas, pero sí podemos acudir a unas pautas para guiarnos un poco sobre la posible división de las tareas.

En primer lugar, cada tarea tiene que tener tanto un principio como un final claro. Por ejemplo una persona que se encargue del proyecto de realizar una prenda de vestir, el comienzo sería en el momento que se firma el contrato con los modistos para comenzar a realizarlo y el final se produciría cuando se entrega la mercancía. En cambio, no podríamos decir cuál es el final de la tarea si esta mercancía es puesta en venta porque no podemos predecir cuando el cliente va a optar por comprarla.

En segundo lugar, las tareas anteriores a la finalización del proyecto deben ser necesarias para su terminación e importantes para el progreso de éste. Por ejemplo, para la finalización de la realización de las prendas de vestir son necesarias unas materias primas de calidad y, que se realicen patrones acorde a la moda actual, entre otros.

El tamaño que la tarea posea va a depender del punto de vista de la persona que lo controle. Por ejemplo en el caso de Inditex, Amancio Ortega tendrá la preocupación de obtener toda la mercancía en buenas condiciones, en cambio los modistos que realizan las prendas se preocuparán porque los instrumentos para realizarlas sean los necesarios, que tengan calidad, etc.

Por último, cada tarea tiene que tener un responsable para la conclusión. Puede ser el caso de un responsable en el departamento de marketing, que dé publicidad e intente persuadir a la gente para que quiera comprar esa prenda, el departamento post venta para dar una atención al cliente, etc.

Hay que incluir todas las tareas relevantes desde el principio del proceso, ya que si surgen tareas inesperadas una vez que se ha comenzado el proyecto estas pueden retrasarlo.

2.2.2 Obtener una estimación del tiempo en el que se va a terminar cada actividad

El tiempo total para la terminación del proyecto depende del tiempo que tarda cada tarea en realizarse. Se debe realizar una estimación de cada tarea fijándonos, en el tiempo que ha

durado en otras ocasiones cuando se hayan realizado las tareas en proyectos similares, consultándole a las personas que estén al cargo de cada tarea individualmente o usando datos que ya posea la empresa anteriormente.

Existen proyectos que salvo algún contratiempo se conoce con bastante certeza el tiempo de duración de cada tarea sin que haya ninguna variabilidad significativa. En cambio, otros proyectos implican tareas que no se conoce el momento de finalización a ciencia cierta, por lo que habría que estimar este tiempo incierto con una cantidad de incertidumbre significativa.

2.2.3 Identificar qué posibles relaciones hay entre las actividades y el tiempo, si es necesario terminar unas antes que otras

El tiempo que dura el proyecto no corresponde a la suma de tiempo que tarda en realizarse cada actividad ya que algunas se pueden ir realizando al mismo tiempo sin necesidad de esperar que una termine para iniciar otra. Sin embargo, otras no pueden comenzar hasta que alguna tarea concreta no haya terminado.

Por ello para conocer el tiempo de terminación del proyecto hay que tener en cuenta cómo se relacionan las tareas entre sí, y conocer cuál es predecesora de las otras. Hay que realizar una tabla de precedencia donde se recojan todas las actividades y el orden que conllevan en el proyecto.

Las tareas inmediatamente predecesoras son aquellas que tienen que concluirse antes de realizar otras y además aquellas que no necesitan de la finalización de ninguna tarea anterior para iniciar su actividad.

2.2.4 Dibujar un diagrama de red de proyectos

El siguiente paso es establecer una red de proyectos a través de la información de precedencia que conocemos. Una red está compuesta por nodos y arcos, los cuales tienen un significado especial en el contexto del problema que está realizando el proyecto. Un arco es una flecha que conecta un nodo con otro.

Se pueden realizar dos enfoques distintos de los que depende el significado del arco y del nodo. Por un lado se puede representar la actividad en un arco, por lo que cada tarea correspondería a un arco, y los nodos representarían el principio y el fin de cada tarea. Por otro lado se puede representar cada actividad como un nodo, y en este caso el arco significaría la conexión de una actividad que precede a otra.

Ninguna de las dos posibilidades prevalece frente a la otra, la elección dependerá de aquél que esté realizando el trazo de la red de proyectos.

Un ejemplo de la representación de las actividades recogidas en las Tablas 1 y 2 se muestra en las Ilustraciones 1 y 2:

TAREA	PREDECESORAS INMEDIATAS
A	Ninguna
B	A
C	B

Tabla 1: Precedencia para actividades en arco (Mathur y Slow, 1996).

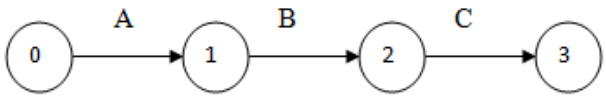

Ilustración 1: Red relativa a la Tabla 1.

TAREA	PREDECESORAS INMEDIATAS
0	Ninguna
1	0
2	1
3	1

Tabla 2: Precedencia para actividades en nodo. (Elaboración propia)

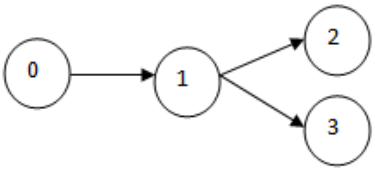

Ilustración 2: Red relativa a la tabla 2.

En este trabajo vamos a seguir la representación de actividades en arco.

Para trazar la red correctamente hay que seguir una serie de pautas (Rodríguez y Gámez, 2002):

- Una red tiene que tener un inicio representado por un nodo inicial que da comienzo al proyecto. Los arcos que salen de este primer nodo son las actividades que no tienen precedencia. Antes de empezar una actividad, tienen que haber finalizado todas las predecesoras a esta.

- La red tiene que tener un final por lo que se debe terminar con un último nodo que represente el final del proyecto.
- La numeración de los nodos tiene que cumplir la condición de que el nodo que representa el fin de una actividad debe tener un número superior al que indica el inicio de esa actividad.
- Dos nodos no pueden estar conectados por varias actividades.
- Los arcos deben dirigirse de izquierda a derecha, y no puede haber distintos arcos que representan la misma actividad.
- Cuando se puedan realizar dos actividades a la vez, debe ser reflejado en la red. Esto favorece a la reducción del tiempo necesario para finalizar el proyecto.

Si existe algún problema para representar correctamente la precedencia debido al principio o fin de las actividades, o al tiempo que no posibilita en la representación el inicio de otras actividades cuando en la práctica si se puede llegar a comenzar debemos acudir a la representación de arcos y nodos ficticios o figurados.

Los arcos y nodos ficticios se crean para asegurar las relaciones de preferencia entre las distintas tareas. Las tareas figuradas no tienen tiempo asignado. Por otra parte, los nodos ficticios se crean para representar un punto en el tiempo en el que algunas de las actividades están concluidas.

Podemos acudir para resolver este problema a tres posibilidades distintas:

- Combinación de nodos: Consiste en reemplazar dos nodos por uno sencillo. Se puede dar en el caso de que para poder comenzar una actividad deban haber terminado otras dos, de forma que esas dos actividades se unirían a un nodo del que saldría la próxima actividad.
- Creación de actividad ficticia: Consiste en crear una actividad carente de tiempo y figurada para facilitar la representación. Por ejemplo en el mismo caso de combinación de nodos podríamos optar por esta opción. Se realizaría cuando a cada una de las dos actividades que preceden a la que vamos a representar se le asigna un nodo independiente. En este caso, como para comenzar la actividad es necesario el fin de las dos anteriores, crearemos una actividad ficticia de un nodo de la actividad anterior hacia la otra y sería desde ese último nodo de donde saldría la nueva actividad a representar.

- Creación de nodos figurados. Siguiendo el mismo ejemplo podríamos llegar a esta opción cuando decidamos que pongan fin a la actividad anterior dos nodos independientes. De cada uno de ellos saldría una actividad ficticia, y ambas se unirían a un nodo figurado del que sale el arco que representa la actividad que necesita la precedencia de las anteriores.

En ocasiones como acabamos de comprobar, se pueden acudir a las tres opciones anteriores para resolver el problema de precedencia, pero en otros casos sólo sería viable alguna de ellas por lo que cada proyecto es necesario que sea estudiado detenidamente.

Por lo tanto en el caso de la representación de las actividades en arcos, para que se represente correctamente la red, se necesita la utilización de los arcos ficticios o figurados.

2.3 EL DIAGRAMA DE GANTT

El diagrama de Gantt se utiliza para representar las actividades en una escala de tiempo, la longitud de sus barras equivale a la duración de cada una de las tareas. El diagrama contiene dos líneas, una línea vertical donde se encuentran enumeradas las distintas actividades y una línea horizontal que contiene la escala de tiempos, su longitud equivale a la duración del proyecto.

A cada actividad se le asigna una barra de una extensión igual a la duración necesaria para completarla. Estas barras son dibujadas según el orden de precedencia entre las distintas tareas. Esta representación se puede utilizar para comprobar cuándo puede comenzar y terminar una actividad.

En el diagrama de Gantt se realiza un seguimiento y control, donde se señala el estado en el que se encuentra el proyecto según va progresando en el tiempo. Existe un testigo que indica la fecha actual, de forma que podamos comprobar qué tareas están al día, atrasadas o adelantadas.

Un ejemplo de esta representación la podemos ver en la Ilustración 3:

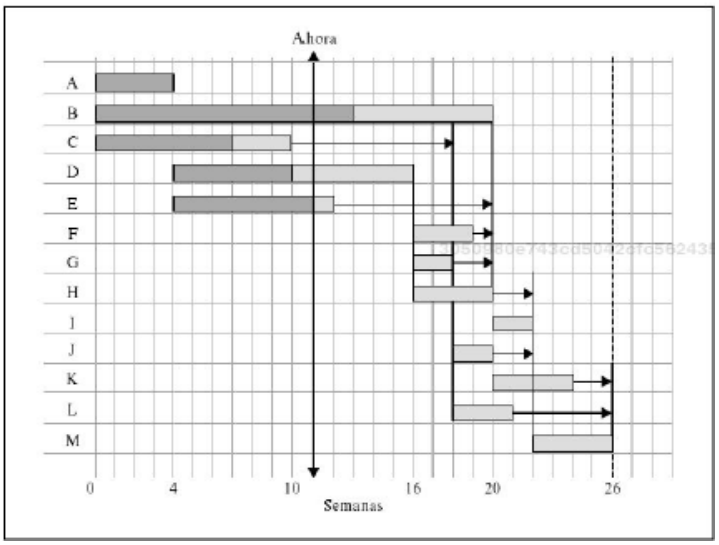

Ilustración 3: Diagrama de Gantt (Velasco y Campins, 2013)

En este momento en nuestro ejemplo nos encontramos en la semana 11 del proyecto. Las barras oscuras representan la parte del proceso ya terminado. Podemos comprobar cómo la actividad B está adelantada dos semanas y por el contrario como la actividad C y D va retrasada con respecto a la programación del proyecto que habíamos previsto anteriormente (Velasco y Campins, 2013).

2.4 TÉCNICAS DE GESTIÓN Y ADMINISTRACIÓN DE PROYECTOS

Como anteriormente hemos dicho, en la actualidad es común encontrarnos con un solo método denominado PERT/CPM, debido a que las versiones de ordenador contienen opciones que permiten combinar ambos. Además del tiempo y el costo, estos métodos tienen en cuenta los recursos que la empresa posee, y los necesarios para completar el proyecto e ir terminando las actividades posibles al mismo tiempo. Así, este método puede identificar los momentos en que la falta de recursos va a provocar contratiempos y por ello puede producirse una demora del proyecto en el tiempo (Alonso Revenga, 2008).

En este trabajo, vamos a analizar cada uno de los métodos por separado para conocer más datos sobre ellos.

2.4.1 Tiempos determinísticos (CPM)

Lo que queremos conocer con el CPM es el tiempo mínimo que necesita el proyecto para finalizar y para ello debemos conocer los tiempos requeridos para realizar las tareas y conocer cuáles de ellas se pueden retrasar sin influir en la duración total del proyecto y cuáles no. Este

método se utiliza en aquellos proyectos en los que la empresa ya tiene información anterior sobre el tiempo necesario para finalizar cada tarea.

El problema que encontramos en este método es que al considerar que conoce los tiempos de duración de las actividades con certeza no tiene en cuenta los retrasos imprevistos que pueden surgir en el proceso y que retrasarían todo el proyecto.

Cálculo del tiempo de realización del proyecto

Para conocer el tiempo en el que se va a terminar un proyecto, debemos conocer una serie de parámetros para cada tarea (Ríos Insua, 1996):

- PC: El momento de tiempo más pronto en que puede comenzar una actividad, es decir, el tiempo en el que como pronto puede iniciarse la tarea. En cuanto a la primera actividad, es el momento en el que se inicia el proyecto.
- PT: Instante en el que más pronto puede terminar una actividad, momento mínimo en el que la tarea se puede finalizar. En la tarea final sería el tiempo mínimo requerido para realizar todas las tareas del proyecto estudiado.
- TC: Momento que más tarde puede comenzar una actividad, para cumplir con el tiempo previsto de finalización del proyecto. Depende de sus predecesoras.
- TT: Instante de tiempo en que más tarde puede terminar una actividad para cumplir con el proyecto.

Para calcular estos datos tenemos que tener en cuenta algunas normas básicas:

- PC: corresponde a la suma de los tiempos mínimos necesarios de finalización de las tareas predecesoras por ello hay que conocer los tiempos de terminación más breves de las tareas anteriores. En la primera actividad sería el momento 0.
- El tiempo de terminación más breve (PT) es el tiempo de inicio más inmediato sumado a la duración mínima de la actividad. Por lo que en la primera actividad sería la duración de esta ya que comienza en el momento 0.
- TT: Para conocer este dato, tenemos que comenzar desde atrás hacia delante es decir desde la última actividad. Equivale en la última actividad al tiempo en que está previsto que el proyecto finalice. Para las actividades predecesoras le restaríamos la duración de la actividad que le sucede.
- TC: Equivale al momento en que como muy tarde termina la tarea que le precede.

Categorización de las tareas como críticas o no críticas

Una tarea crítica es aquella que si se produjese un retraso en ella también se produciría un retraso en el proyecto en su conjunto. Un retraso puede provocar consecuencias negativas en la empresa tanto por el exceso de gasto producido, como por el exceso de tiempo requerido o por no cumplir con el cliente en la entrega en el momento acordado. En cambio una actividad no crítica permite cierta holgura en la programación, así, estas actividades se pueden adelantar o demorar dentro de ciertos límites sin afectar a la fecha programada de terminación de todo el proyecto. Si sobrepasa la holgura también provocaría el retraso del proyecto por lo que es conveniente tener también un control respecto a estas. Por lo tanto la ruta crítica, sería la secuencia de las actividades críticas que compone el proyecto.

Los cálculos de las rutas críticas conllevan a dos pasos: (Taha, 1998)

a) Hacia delante: con este paso calculamos los PC Y PT. Se calcula comenzando desde el nodo 0 que es el momento en el que se inicia el proyecto (momento 0) y se le va sumando la duración estimada para la finalización de cada tarea sucesivamente hasta que finalice el proyecto. Así, conoceremos además, el momento que como mínimo el proyecto habrá terminado. Puede ser interesante plasmar estos datos en la red, para facilitar su comprensión.

En la Ilustración 4 se muestra un ejemplo de revisión hacia adelante. La actividad a es la que inicia el proyecto, con una duración de 5 y siendo predecesora de b. La actividad b tiene una duración de 3.

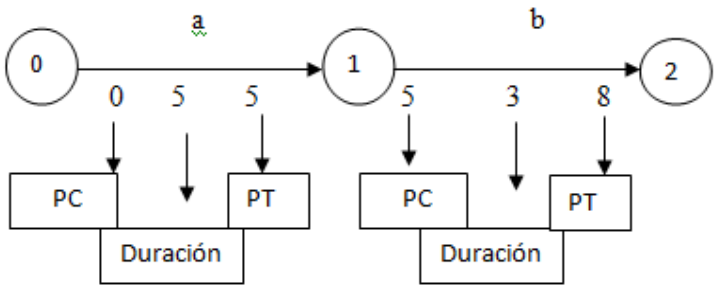

Ilustración 4. Paso hacia delante (Elaboración propia).

b) Paso hacia atrás: con este paso vamos a calcular los TC, y TT, sin que suponga un retraso en el tiempo previsto como finalización del proyecto calculado en el paso hacia delante. Para ello recorremos la red desde el nodo final al inicial. Su TT será el tiempo de finalización estimado del proyecto. A partir de este punto, se le

disminuirá el tiempo de duración de cada actividad para conocer el TC. Se realizará el proceso varias veces hasta llegar al nodo inicial.

En la Ilustración 5 se muestra un ejemplo de revisión hacia atrás. El proyecto tarda 15 horas realizarse y la última actividad tiene una duración de 2

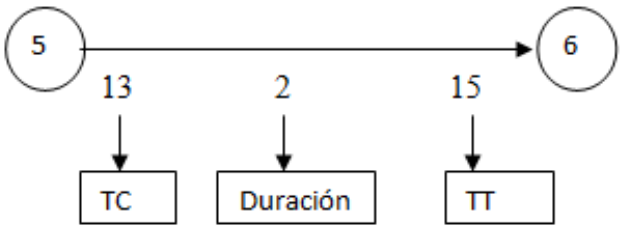

Ilustración 5: Paso hacia atrás (Elaboración propia).

Como hemos visto, puede comenzar una actividad en PC como mínimo y terminar como máximo en TT. Por lo tanto TT-PC es el tiempo máximo en que se puede realizar una tarea. La holgura se calcula con la fórmula: $holgura: TC - PC - T_{ij}$ donde T_{ij} corresponde a la duración programada para la actividad. Si el resultado es 0 podemos comprobar que estamos ante una actividad crítica para el proyecto ya que tiene holgura nula.

La ruta crítica se encuentra en toda la red, desde su inicio hasta su fin. Debe ser ininterrumpida, formada por un conjunto de actividades críticas.

Análisis de reducción de la duración del proyecto.

Para analizar la posible reducción de la duración de un proyecto la información necesaria sería el tiempo que se va a requerir para finalizar el proyecto y el costo usual de realizar todas las actividades en este tiempo. En cambio, el tiempo reducido es el tiempo mínimo en el que se puede terminar el conjunto de tareas, este conlleva un coste superior debido a que se va a necesitar más recursos para en un menor periodo de tiempo llevar a cabo todas las actividades que requiere el proyecto. Debemos determinar la duración óptima del proyecto donde se minimice el coste para su producción. Lo vamos a determinar a través de dos métodos (Ríos Insua, 1996):

a) Método de reducción enumerativa.

   Es válido únicamente para pequeños proyectos. Consiste en la reducción del tiempo en las tareas críticas y estudiar el efecto producido así como el coste que supone esta modificación. La minoración del tiempo es aplicado a las tareas críticas puesto que aunque otras tareas del proyecto no críticas puedan reducir su tiempo, estas no afectan

a la disminución del tiempo del proyecto en su conjunto, solo supondría un coste superior para la realización de la actividad. El problema lo encontramos cuando a causa de la reducción de tiempo el camino crítico cambia y lo encontramos a través de otras actividades anteriormente no críticas. Además, otro inconveniente, es que al reducir las tareas críticas pueden aparecer caminos críticos paralelos que comienzan y terminan en la misma actividad pero están compuestos por distintas tareas. Estas distintas posibilidades de rutas críticas que aparecen pueden complicar el proceso.

b) Método basado en la programación lineal.

Es utilizado para los proyectos de tamaño medio o grande con los que no puede utilizarse el anterior método. Como sabemos una reducción del tiempo de duración de la actividad lleva implícito un coste. Lo que intentamos con la programación lineal es minimizar el coste cuando reducimos la duración del proyecto. Este método lo veremos de forma más detallada en el apartado 2.5.

2.4.2 PERT

Este método es utilizado en proyectos en los que se tiene una considerable incertidumbre sobre el tiempo requerido para finalizar las tareas que lo integran. Por ello hay que utilizar un análisis probabilístico.

El primer paso que hay que seguir en cada proyecto es enumerar las tareas necesarias para conseguir completarlo. Además, hay que relacionar estas según las relaciones de precedencia y dibujar la red tal y como hemos explicado para el método CPM.

Seguidamente debemos estimar el tiempo en el que cada actividad seria finalizada. Por diversos motivos, este tiempo puede variar dependiendo de las características del entorno del proyecto, --necesitamos para poder trabajar unas condiciones climatológicas concretas; para realizar distintas actividades necesitamos que otras se hayan realizado; dependemos de algún proveedor que nos suministre los recursos necesarios; problemas del personal que trabaja en el proyecto…-- de ahí que sea necesario realizar para cada actividad tres estimaciones de tiempo que vendrían a ser (Markland y Sweigart, 1987):

— Optimista: es la estimación del tiempo mínimo en el que una actividad terminaría si su se realización se hubiese hecho sin contratiempos y según al plan establecido.

— Tiempo más probable: es la estimación del tiempo normal en el que se realizaría una tarea. Si realizásemos la tarea varias veces, este resultado correspondería con el que más se repetiría.

— Pesimista: es la estimación del tiempo máximo necesario para finalizar una actividad. Es decir, sería el tiempo mínimo requerido si todo lo planeado saliese mal, hay que tener en cuenta la posibilidad de un fracaso inicial y el posterior inicio de la actividad. Lo que no es necesario tener en cuenta es que surja una catástrofe salvo que esta sea un riesgo propio para la tarea a realizar.

Debemos conocer la distribución de probabilidad del tiempo necesario para finalizar una tarea, así, como sus parámetros (media y varianza). Vamos a utilizar para las distribuciones desconocidas una aproximación a la distribución beta, puesto que ha sido probado que es el planteamiento en el que más se confía en la práctica. Esta distribución requiere del conocimiento de tres parámetros con valor mínimo, máximo y probable que corresponden a las tres estimaciones de tiempo que hemos hecho.

La función de densidad de una distribución beta aparece en la Ilustración 6.

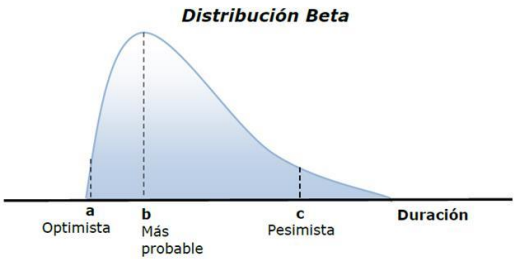

Ilustración 6: Distribución beta.

Donde:

— "a" es el tiempo optimista de cada tarea.

— "b" es el tiempo más probable para finalizar la tarea.

— "c" es el tiempo pesimista.

Para conocer sus parámetros debemos aplicar las siguientes fórmulas:

— Tiempo medio= $\frac{a+4b+c}{6}$

— Desviación típica= $\frac{c-a}{6}$

El siguiente paso sería calcular el tiempo de terminación esperado para el proyecto completo. Lo haríamos, como hicimos para calcular el tiempo en el método CPM, creando la

red del proyecto y utilizando los tiempos medios esperados en cada tarea. Debemos hacerlo con paso hacia delante y hacia atrás, de forma que a la vez conozcamos las tareas críticas.

El tiempo esperado puede no ser el tiempo real en que un proyecto termine puesto que los tiempos de cada tarea son variables y pueden cambiar si algún factor les influye o hay algún problema en la realización de la actividad. Cuando calculamos el tiempo esperado en el que termine el proyecto, existe la posibilidad que este no se dé. Por ello debemos conocer cuál es la probabilidad tanto de que se cumpla el tiempo esperado, como de otro tiempo distinto al calculado. Además también sería bueno conocer en qué tiempo está previsto que termine el proyecto si contamos con el grado de confianza que consideremos oportuno.

Debido a que existen relaciones de precedencia entre las distintas tareas es difícil obtener una distribución de probabilidad, que sería lo necesario para responder a las cuestiones anteriormente planteadas. Por este motivo, en la práctica nos aproximamos a una distribución normal. Para utilizar esta aproximación, son necesarias las siguientes suposiciones (Mathur y Slow, 1996):

1. Las tareas críticas que han sido determinadas durante el proceso van a seguir siéndolo aunque los tiempos reales de estas varíen. Esta suposición puede ser o no verdadera, en el caso de que lo fuera, la terminación del proyecto correspondería a la suma de los tiempos de terminación de las tareas críticas que componen el camino crítico.

   Decimos que puede ser falsa la suposición, puesto que se puede dar el caso de que una tarea no crítica tarde en realizarse más que el tiempo esperado e incluso más que la tarea crítica que se está realizando en su mismo momento. Como consecuencia cambia el camino crítico convirtiéndose la tarea no crítica en crítica finalmente, y perdiendo la otra esta condición.

2. Suponemos que el tiempo de terminación de cada tarea es independiente a las demás. Esta suposición puede también ser o no cierta, puede darse el caso que para realizar una tarea se dependa de otra o de los mismos medios para poder realizarla y por ello la afirmación no se cumpliría.

Si aceptamos estas dos suposiciones podemos decir que:

- El tiempo de terminación esperado del proyecto es el resultado de la suma de los tiempos esperados de finalización de cada actividad crítica que compone la ruta crítica.
- La varianza del tiempo de terminación del proyecto, es la suma de las varianzas de los tiempos de terminación de las actividades críticas que componen el camino crítico.

Si estamos ante un proyecto compuesto por distintas rutas críticas, hay que calcular estos datos de cada una de ellas. Si todas tienen el mismo tiempo esperado, debemos elegir la trayectoria que tenga una varianza mayor.

3. El tiempo de terminación del proyecto y la varianza siguen una *distribución normal* con los parámetros calculados por las anteriores suposiciones. Esta suposición es aceptada si estamos ante un proyecto con una importante cantidad de tareas críticas en la ruta crítica debido al *teorema del central del límite.*

Con estas tres suposiciones podemos conocer los datos que buscábamos anteriormente:

- La probabilidad de terminar un proyecto en cierto tiempo (x). Tenemos que conocer cuál es el área que se encuentra a la izquierda de este tiempo. Para ello tipificamos restando la media y dividiendo por la desviación típica: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$. El valor resultante de esta fórmula lo podemos buscar en la tabla de la distribución normal o utilizarlo con cualquier programa de ordenador para encontrar la probabilidad que estábamos buscando.
- A un cierto grado de confianza, en qué momento terminará el proyecto. El proceso sería el mismo que el anterior pero despejando x, que es el tiempo que se necesita para finalizar todas las actividades de la ruta crítica.

Es interesante conocer la probabilidad de terminación del proyecto en distintos tiempos puesto que de esta forma podremos ofrecerle al cliente el tiempo factible para terminar el proyecto que se contrató, teniendo un margen de confianza con el que podamos cumplir con lo prometido según lo programado.

Podemos encontrar una serie de problemas en la aplicación de este método (Rodríguez y Gámez, 2002):

- Como anteriormente hemos dicho, las tareas no suelen ser independientes por lo que un contratiempo en una de ellas puede afectar a otra y por consiguiente retrasar todo el proyecto.
- Los tiempos de duración de las actividades pueden no seguir una distribución beta.
- El camino crítico puede variar debido a la realización de la actividad de forma real, siempre que se superen las holguras previstas en algunas de las tareas no críticas por lo que cambiaría su condición.

Algunos de ellos, pueden ser resueltos realizando una gran cantidad de simulaciones de la ejecución del proyecto por el método Monte Carlo y a través de los resultados de la simulación estimar la probabilidad que se requiera. En el apartado 2.7 lo veremos.

2.4.3 PERT COSTO

En este documento, hasta el momento nos hemos centrado tanto para el método CPM como PERT, en la duración que tiene el proyecto y la probabilidad que este termine en el tiempo planeado. Esto es, la variable tiempo que aborda cada actividad y por consiguiente todo el proyecto. Hemos dejado de lado otro aspecto importante como es el costo del proyecto.

En este apartado, vamos a continuar aplicando el método PERT añadiendo la variable costo además del tiempo requerido para completarlo.

Planificación del proyecto

Como hemos visto anteriormente el primer paso sería identificar qué actividades componen el proyecto. A cada actividad se le asociará la duración y el coste que lleve implícito para realizar la tarea.

Este coste engloba a su vez dos tipos (Velasco y Campins, 2013):

- Coste directo: es el coste derivado de la realización de la actividad. Pueden englobar, materias primas, maquinaria, energía… En el caso de que la tarea se eliminara este coste desaparecería.
- Coste indirecto o costes de estructura: son los que provienen de la capacidad de producción. Gastos comunes de realización del proyecto, por ejemplo,

alquileres, equipo, cargas financieras y fiscales, gastos generales de marketing, administrativos… En el caso de que la actividad se eliminara, estos costes seguirían en el proyecto.

Si pretendemos acelerar la marcha de la actividad para terminar el proyecto antes, los costes directos aumentarían por la necesidad de gastar más recursos en esa actividad pero a su vez, disminuirían los costes indirectos, puesto que estos gastos se producirían menos días y el costo sería menor.

Al sumar ambos costes en una gráfica obtendríamos una forma de u. En esta podríamos averiguar cuál es el costo total mínimo en una determinada duración que es lo que queremos conocer (Ilustración 7).

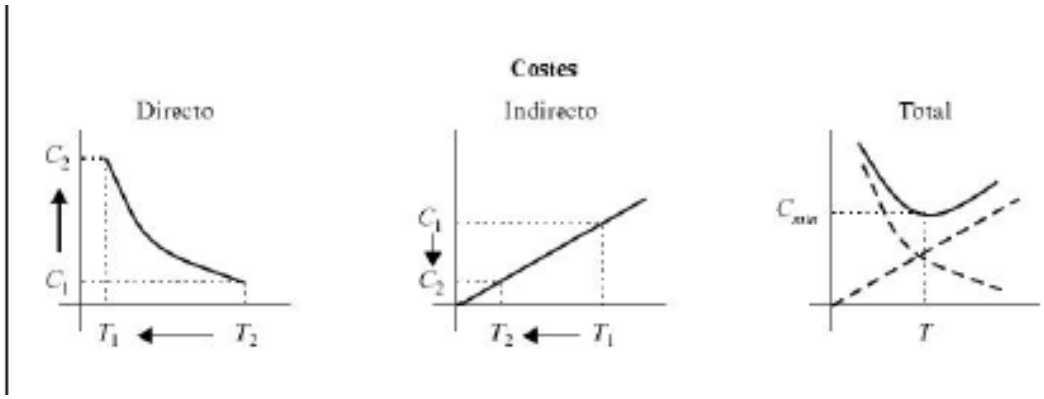

Ilustración 7: Costes directo, indirecto y total de una actividad (Velasco y Campins, 2013).

Este costo será dividido entre el tiempo necesario para cada una de ellas de forma que sepamos el precio de una unidad de tiempo en cada una de las actividades empleadas. En la Tabla 3 mostramos una propuesta de plantilla donde recoger estos datos para facilitar la estimación del coste total del proyecto.

Actividad	Tiempo estimado para cada actividad	Coste estimado de cada actividad.	Coste de cada actividad por unidad de tiempo
Coste total estimado=			

Tabla 3: Plantilla para estimar el coste total del proyecto (Elaboración propia)

Puede darse el caso que en proyectos muy grandes es muy difícil llevar un exhaustivo control del coste de cada actividad. La solución que encontramos sería agrupar algunas de las

actividades, de esta forma se controlaría el coste de ellas en un conjunto para que el número que resultase una vez hechas las agrupaciones fuese más manejable para poder estimar los datos.

Como en los métodos anteriores vamos a dibujar la red teniendo en cuenta las actividades que preceden a otras. También asociaremos a cada actividad el tiempo requerido para realizarla. La vamos a realizar dos veces una con el paso hacia adelante asociándole el tiempo PC la actividad; y con el paso hacia atrás, TC. De esta forma podremos conocer cuáles son las actividades críticas y por lo consiguiente su camino crítico.

El coste de cada unidad de tiempo va a depender de las actividades que se realicen en el mismo tiempo, de cuando comienzan y terminan estas. Por ello la previsión dependerá si para su estimación seguimos el paso hacia delante o hacia atrás. Para facilitar el proceso y conocer qué gasto tendríamos según los dos pasos vamos a realizar dos veces la plantilla que proponemos en la Tabla 4, la primera siguiendo el paso hacia delante y posteriormente en la segunda el paso hacia atrás para así poder compararlas. La Tabla 4 muestra es el calendario del proyecto

Costo	Unidades de tiempo necesarias para finalizar el proyecto.					
Actividades	1	2	3	4	5	6
A						
B						
C						
TOTAL coste al mes						
Total coste hasta la fecha (∑)						

Tabla 4: Calendario del proyecto (Elaboración propia).

Veremos cómo las actividades críticas comenzarán en ambas tablas al mismo tiempo mientras que en las tareas no críticas pueden comenzar en momentos distintos dependiendo de cuál de los pasos sea el utilizado. Hay que tener en cuenta que cada actividad puede comenzar entre el tiempo estimado desde el momento que PC una actividad, o TC. No tiene que comenzar en estos puntos concretamente.

Podemos realizar una gráfica donde mostremos a la misma vez ambos pasos, de forma que quedará una figura unida entre el principio del proyecto y el final. El interior de la figura

muestra la holgura que pueden tener las actividades y en el espacio de tiempo que pueden variar su comienzo y fin de realización.

Control del costo del proyecto

Hasta ahora solo hemos planificado el proyecto como en los anteriores modelos. El costo lo hemos tenido como una información añadida de lo que puede suponer la finalización del proyecto. Pero estos datos son orientativos, puede que en la práctica no sean esos los costes exactos. Nuestro objetivo es controlar que los costes se encuentren entre lo que hemos planificado y minimizar los excesos de coste de las distintas tareas que engloban el proyecto.

Para conseguir nuestro objetivo hay que seguir una serie de pasos. En primer lugar debemos conocer el coste real de las tareas terminadas, así como las que ya han sido empezadas. De esta forma podríamos comparar la estimación presupuestaria que habíamos hecho y el costo real que en la práctica ha supuesto realizar la tarea. De esta forma podremos conocer los excesos de costos que existen en el proyecto, de manera que el gerente tome medidas correctivas para resolverlo.

Necesitamos hacer un análisis en un momento determinado del proyecto, por ejemplo, a la mitad de su realización donde ya algunas de las tareas estuviesen finalizadas y otras al menos hubiesen comenzado. Para hacerlo deberíamos conocer: el porcentaje de finalización en el que las actividades se encuentran y el costo real que cada actividad está suponiendo para el proyecto.

Vamos a realizar una tabla donde se recojan estos datos y los costes que habíamos presupuestado de forma que pueda ser más fácil llevar una comparativa de lo estimado y lo real. Un modelo de tabla a seguir puede ser el que muestra la Tabla 5 (Markland y Sweigart, 1987).

Actividad	Porcentaje de actividad realizada	Presupuesto	Valor del trabajo en este momento	Coste real en ese momento	Diferencia entre el presupuesto en ese momento y el coste real
Total					

Tabla 5: Comparación del presupuesto y el costo real de cada actividad (Elaboración propia).

El valor del trabajo en el momento en el que se realiza el análisis sería el resultado de multiplicar el porcentaje de actividad finalizada y el coste estimado de cada actividad. De esta forma conoceremos el coste que hemos utilizado en el momento de realizar este análisis según el presupuesto que habíamos hecho anteriormente.

La diferencia del costo será el costo real de la actividad realizada menos la estimación del porcentaje en el que se encuentra la tarea que ha sido hecha previamente. Pueden ser positivas o negativas dependiendo si la estimación de la actividad fue superior o inferior al costo real.

Podemos también comprobar qué porcentaje de ahorro o de exceso de costo hemos tenido. Esto lo conoceríamos con la división del total de la columna de la diferencia de presupuesto y la suma de la columna del valor del trabajo realizado según el presupuesto en ese momento. Si este porcentaje fuese positivo, diríamos que en el proyecto se ha ahorrado esa cantidad en cambio si fuera negativo, implicaría un costo superior al presupuesto establecido. Así, gracias a este dato podemos tomar medidas correctivas en las actividades que están por finalizar o incluso por empezar para poder adaptarnos al presupuesto monetario que tenemos.

El PERT costo, es un método que se encarga de controlar los costes del proyecto de una forma muy efectiva. A pesar de ello, tiene algunos inconvenientes puesto que al ser un método tan exhaustivo se necesita de sistemas de supervisión y control de costos que requieren recolección de datos y por lo tanto de personal para analizarlos. Es por eso, que puede que el ahorro de minimizar el costo del proyecto con este método se vea compensado con el aumento de personal, los sueldos que conllevan por supuesto esta ampliación de plantilla y el esfuerzo por la recopilación de los datos.

2.5 PROGRAMACIÓN LINEAL

Las técnicas de programación lineal son las que mejor se adaptan a los distintos tipos de proyectos, por lo que son fundamentales para la planificación de estos. Estas técnicas, implican la creación de modelos propios, con numerosas restricciones distintas en cada uno de los proyectos lo que provoca que crear estos modelos sea muy dificultoso. En muchos casos, son necesarias un excesivo número de restricciones y variables que provocan un aumento de su dificultad, pero si se logran obtener todas ellas, y la función objetivo obtendremos la solución óptima que estamos buscando en el proyecto.

Son numerosas, las respuestas que dan estas técnicas. Una de ellas, puede ser la duración mínima en el que se puede finalizar un proyecto, sus tareas críticas y en el momento que se encuentra cada uno de sus nodos.

A continuación ilustramos estas ideas con un ejemplo de Rodríguez y Gámez (2002). La Tabla 6 muestra los datos con los que vamos a realizar el ejemplo y la Ilustración 8 la red resultado de estos datos.

Actividades	Predecesoras	Duración
a) Contratar trabajadores	-	24
b) Conseguir el material	-	36
c) Producir el componente 1	a, b	32
d) Producir el componente 2	a, b	28
e) Tiempo de secado del componente 2	d	40
f) Ensamblar ambos componentes	c, e	48

Tabla 6: Datos del ejemplo (Rodríguez y Gámez 2002).

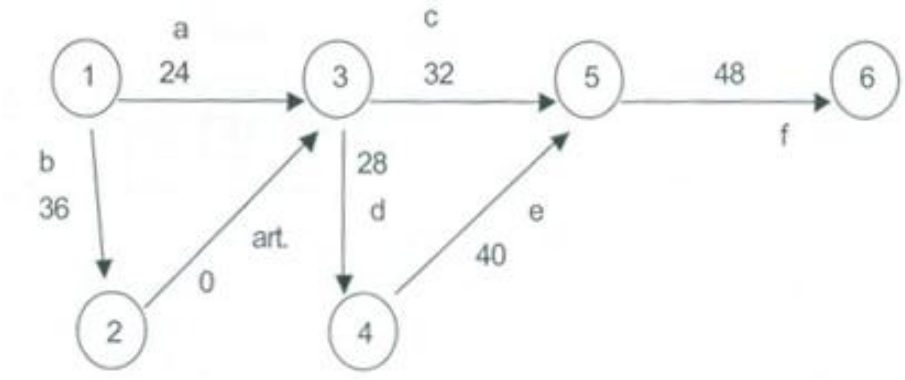

Ilustración 8: Red del proyecto anterior (Rodríguez y Gámez, 2002)

Para plantear el problema tendremos en cuenta que, X_i corresponde al momento en el que finalizan las tareas que preceden al nodo i, y donde comienzan las que suceden a ese nodo. X_1 es el momento en el que se da inicio al proyecto y X_6 nodo en el que se pone fin. Cómo lo que queremos es conocer el tiempo mínimo en el que el proyecto puede terminar, estaríamos ante una función de minimizar. El problema sería el siguiente:

Min: Z= X_6 - X_1

Sujeto a: $\begin{cases} X_3 - X_1 \geq 24;\ X_2 - X_1 \geq 36;\ X_5 - X_3 \geq 32;\ X_4 - X_3 \geq 28; \\ X_5 - X_4 \geq 40;\ X_6 - X_5 \geq 48;\ X_3 - X_2 \geq 0;\ X_i \geq 0 \end{cases}$

Realizando los cálculos con el software POM-QM los resultados serían que se muestran en las Tablas 7 y 8:

Linear Programming Results

(untitled) Solution

	X1	X2	X3	X4	X5	X6		RHS	Shadow Price
Minimize	-1	0	0	0	0	1			
Constraint 1	-1	0	1	0	0	0	>=	24	0
Constraint 2	-1	1	0	0	0	0	>=	36	-1
Constraint 3	0	0	-1	0	1	0	>=	32	0
Constraint 4	0	0	-1	1	0	0	>=	28	-1
Constraint 5	0	0	0	-1	1	0	>=	40	-1
Constraint 6	0	0	0	0	-1	1	>=	48	-1
Constraint 7	0	-1	1	0	0	0	>=	0	-1
Solution->	0	36	36	64	104	152		152	

Tabla 7: Resultados del ejemplo producidos por el software POM-QM.

Ranging

Variable	Value	Reduced Cost	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
X1	0	0	-1	-1	Infinity
X2	36	0	0	0	Infinity
X3	36	0	0	0	Infinity
X4	64	0	0	0	Infinity
X5	104	0	0	0	Infinity
X6	152	0	1	1	Infinity
Constraint	Shadow Price	Slack/Surplus	Original Val	Lower Bound	Upper Bound
Constraint 1	0	12	24	-Infinity	36
Constraint 2	-1	0	36	24	Infinity
Constraint 3	0	36	32	-Infinity	68
Constraint 4	-1	0	28	-8	Infinity
Constraint 5	-1	0	40	4	Infinity
Constraint 6	-1	0	48	-104	Infinity
Constraint 7	-1	0	0	-12	Infinity

Tabla 8: Resultados del ejemplo producidos por el software POM-QM.

De estos resultados podemos desprender diferentes conclusiones:

— Como hemos dicho anteriormente, los nodos corresponden a las variables X_j, por ello la solución (solution) de cada uno de ellos nos muestra en qué momento del tiempo se encuentra cada nodo que une a las actividades predecesoras que ponen fin en él, y a las sucesoras donde se da comienzo la actividad.

— Podemos comprobar, como el tiempo mínimo requerido para finalizar el proyecto va a ser 152 unidades de tiempo, que es el valor que corresponde al último nodo donde todas las actividades ya han terminado.

— Las restricciones corresponde a las distintas actividades que se encuentran en el proyecto. Con respecto a las actividades críticas, comprobamos que todas ellas son actividades críticas excepto la actividad A y la actividad C. Esto lo podemos observar en la columna "Strack /Superplus" donde se indica que estas son las únicas que tienen una holgura de 12 y 36 respectivamente.

La programación lineal también la podemos emplear para usar en la planificación de proyectos técnicas de choque. Estas técnicas son utilizadas para programar la finalización del proyecto cuando la empresa desea terminar el proyecto antes del momento mínimo necesario anteriormente estipulado. Si gozamos de unos recursos adicionales, podríamos reducir el tiempo de duración a cambio de un aumento en el coste (Mathur y Slow, 1996).

Para llevar a cabo esta técnica, necesitamos conocer el tiempo mínimo en el que se puede realizar una tarea si utilizamos recursos adicionales, y este tiene que ser realista. Lo denominaremos tiempo de choque. El costo de choque, por lo tanto será el costo de los recursos adicionales que se necesitan para acortar la tarea. Supondremos que los costos se comportan linealmente. Para conocer el costo que supone cada unidad de tiempo que dure el proyecto debemos resolver la siguiente ecuación.

$$Costo\ por\ unidad\ = \frac{(Costo\ de\ choque) - \ (Costo\ al\ tiempo\ normal)}{(Tiempo\ normal) - \ (Tiempo\ de\ choque)}$$

Ahora debemos analizar qué actividades tenemos que acortar para que al menor costo posible se pueda reducir al máximo el tiempo del proyecto. Denominaremos $Y_{j,}$ a las variables que representan el número de unidades de tiempo que se reduce la actividad "j". Por lo tanto estas variables estarán limitadas entre 0 (no reducir ninguna unidad de tiempo la actividad) y el número máximo de unidades que sea realmente posible reducirlas.

Como hemos explicado, nuestra meta es reducir el proyecto pero minimizando el costo por ello la función objetivo consiste en minimizar la suma del producto de cada variable por su coste de choque unitario. Hay que tener en cuenta que en las tareas que no sea posible reducir su duración, no vamos a considerar el coste que conllevaría si aumentamos la plantilla para esa actividad.

Tenemos que determinar la duración del proyecto y en el tiempo que se encuentra cada nodo en la red. Al ser los valores desconocidos tendremos que nombrar de nuevo otras variables. Nosotros, las vamos a denominar X_i, donde "i" corresponde con el número de nodo al que pertenece la variable. Al ampliar las variables para conocer el tiempo de terminación del proyecto y la duración de sus actividades tenemos que realizar algunas restricciones además de las anteriormente numeradas.

Debemos restringir el proyecto donde X_0 sea igual a 0, momento donde comienza el proyecto al que anteriormente no le precede ninguna actividad. Igualmente al X_i, que es el último nodo le corresponderá el valor del proyecto final limitándolo a que cómo máximo tiene que tener esta duración. En esta restricción es donde podemos intentar reducir en unidades de tiempo la duración del proyecto de lo planificado conociendo el coste adicional necesario para conseguirlo.

Como queremos saber el tiempo que corresponde a cada nodo este sería igual al anterior añadiendo la duración de la actividad que precede al nodo y restando el tiempo que acortamos esa actividad.

Para aclarar el proceso vamos a realizar un ejemplo práctico. La tabla 9 muestra los datos (Biernam, Bonini y Hausman, 1996). En la Ilustración 9 observamos la red de los datos mostrados en la tabla 9.

Actividades	Precedencia	Tiempo normal	Costo normal	Tiempo de choque	Costo de choque	Reducción máxima	Costo por unidad
A	---	2	100	1,5	150	0,5	100
B	A	3	200	2	250	1	50
C	A	4	300	3	375	1	75
D	B, C	6	500	4,5	740	1,5	160
E	---	2	180	1,5	210	0,5	60
F	E	8	1000	5,5	1200	2,5	80

Tabla 9: Elaboración propia.

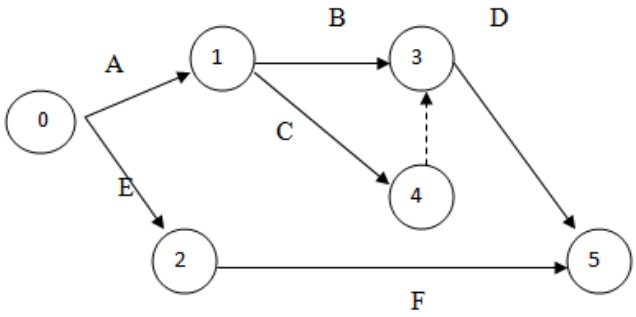

Ilustración 9: Red relativa a la tabla 9 (Biernam, Bonini y Hausman, 1996).

Con las revisiones hacia delante y hacia atrás, podemos comprobar que el camino crítico corresponde a las actividades A, C y D con una duración de 12 semanas. Para aplicar la técnica de choque vamos a solicitar que como máximo el proyecto termine a las 10 semanas al menor coste posible, de esta forma vamos a conocer qué tareas debemos acortar así como el incremento de precio del proyecto que nos va a suponer. Por lo tanto el ejemplo quedaría planteado de la siguiente manera:

Variables:

- $Y_A, Y_B, \ldots, Y_F$ = Tiempo posible de acortar en las actividades A,…F.
- $X_0, \ldots, X_5$= Nodos de la red. Cada número, que acompaña a X, corresponde al mismo de la red.

Función objetivo: $Min: Z = 100Y_A + 50Y_B + 75Y_C + 160Y_D + 60Y_E + 80Y_F$

Sujeto a:

- $0 \leq Y_A \leq 0{,}5$
- $0 \leq Y_B \leq 1$
- $0 \leq Y_C \leq 1$
- $0 \leq Y_D \leq 1{,}5$
- $0 \leq Y_E \leq 0{,}5$
- $0 \leq Y_F \leq 2{,}5$
- $X_0 = 0$
- $X_5 \leq 10$
- $X_1 \geq X_0 + (2 - Y_A)$
- $X_2 \geq X_0 + (2 - Y_E)$

- $X_3 \geq X_1 + (3 - Y_B)$
- $X_4 \geq X_1 + (4 - Y_C)$
- $X_3 \geq X_4 + 0$ (Figurada)
- $X_5 \geq X_3 + (6 - Y_D)$
- $X_5 \geq X_2 + (8 - Y_F)$
- $X_i \geq 0$

Realizamos los cálculos con el software POM-QM. En las tablas 10 y 11 mostramos los resultados que ha producido el programa. Analizando las tablas:

- Podemos ver que las tareas que tenemos que reducir para conseguir terminar el proyecto en 10 semanas al mínimo coste serían la actividad A, C Y D en 0,5 semanas, 1 semana y 0,5 semanas respectivamente. Todas ellas son actividades críticas que son las primeras que hay que reducir si lo que deseamos es acortar el proyecto.
- También de la solución de estas tablas comprobamos el momento en el que se encuentra el proyecto en cada nodo.
    - Nodo 0, se encuentra en la semana 0, da comienzo al proyecto.
    - Nodo 1, se encuentra a la semana y media del comienzo del proyecto y da fin a la actividad A al reducirse media semana.
    - Nodo 2, se encuentra en la segunda semana y da fin a la actividad E.
    - Nodo 3, se encuentra a cuatro semanas y media del inicio del proyecto al igual que el Nodo 4, estos nodos dan fin a la actividad B y C respectivamente. Ambos están unidos a una actividad ficticia puesto que las dos actividades son predecesoras a la D que comienza tras estas semanas.
    - El nodo 5, pone fin al proyecto en su actividad 10 con el fin de las actividades D y F.

Objective
- Maximize
- Minimize

Note
Multiple optimal solutions exist

	YA	YB	YC	YD	YE	YF
Minimize	100	50	75	160	60	80
Constraint 1	1	0	0	0	0	0
Constraint 2	1	0	0	0	0	0
Constraint 3	0	1	0	0	0	0
Constraint 4	0	1	0	0	0	0
Constraint 5	0	0	1	0	0	0
Constraint 6	0	0	1	0	0	0
Constraint 7	0	0	0	1	0	0
Constraint 8	0	0	0	1	0	0
Constraint 9	0	0	0	0	1	0
Constraint 10	0	0	0	0	1	0
Constraint 11	0	0	0	0	0	1
Constraint 12	0	0	0	0	0	1
Constraint 13	0	0	0	0	0	0
Constraint 14	0	0	0	0	0	0
Constraint 15	1	0	0	0	0	0
Constraint 16	0	0	0	0	1	0
Constraint 17	0	1	0	0	0	0
Constraint 18	0	0	1	0	0	0
Constraint 19	0	0	0	0	0	0
Constraint 20	0	0	0	1	0	0
Constraint 21	0	0	0	0	0	1
Solution->	,5	0	1	,5	0	0

Tabla 10: Resultados del ejemplo producidos por el software POM-QM.

(untitled) Solution

X0	X1	X2	X3	X4	X5		RHS	Shadow Price
0	0	0	0	0	0			
0	0	0	0	0	0	<=	,5	60
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	1	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	1	35
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	1,5	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	,5	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	2,5	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	-20
1	0	0	0	0	0	=	0	-220
0	0	0	0	0	1	<=	10	220
-1	1	0	0	0	0	>=	2	-160
-1	0	1	0	0	0	>=	2	-60
0	-1	0	1	0	0	>=	3	-50
0	-1	0	0	1	0	>=	4	-110
0	0	0	1	-1	0	>=	0	-110
0	0	0	-1	0	1	>=	6	-160
0	0	-1	0	0	1	>=	8	-60
0	1,5	2	4,5	4,5	10		205	

Tabla 11: Continuación de la Tabla 10.

Existe otro método de esta técnica de choque que consiste en con un presupuesto adicional limitado conocer qué tiempo puede reducirse el proyecto. Lo vamos a realizar con el ejemplo que venimos utilizando (Biernam, Bonini y Hausman, 1996). Vamos a considerar que tenemos un presupuesto adicional de 125 unidades.

Para plantear el problema utilizamos las mismas variables que en el ejemplo anterior.

La nueva función objetivo es: $Min: Z = X_5$

Sujeta a:

- $0 \leq Y_A \leq 0{,}5$
- $0 \leq Y_B \leq 1$
- $0 \leq Y_C \leq 1$
- $0 \leq Y_D \leq 1{,}5$
- $0 \leq Y_E \leq 0{,}5$
- $0 \leq Y_F \leq 2{,}5$
- $X_0 = 0$
- $100Y_A + 50Y_B + 75Y_C + 160Y_D + 60Y_E + 80Y_F \leq 125$ (Restricción de presupuesto)
- $X_1 \geq X_0 + (2 - Y_A)$
- $X_2 \geq X_0 + (2 - Y_E)$
- $X_3 \geq X_1 + (3 - Y_B)$
- $X_4 \geq X_1 + (4 - Y_C)$
- $X_3 \geq X_4 + 0$ (Figurada)
- $X_5 \geq X_3 + (6 - Y_D)$
- $X_5 \geq X_2 + (8 - Y_F)$
- $X_i \geq 0$

Las Tablas 12 y 13 muestran los resultados de este problema obtenidos por el software POM-QM. Los resultados que podemos analizar de ellas son los siguientes:

- Vemos que utilizando unos recursos adicionales de 125€ el proceso se acorta desde 12 semanas que es lo que estaba planeado en un principio a 10 semanas y media reduciendo las actividades A y C en media semana y una respectivamente.
- También como en el modelo anterior podemos ver en el momento que se encuentra cada nodo:
    - El nodo 0, da comienzo al proyecto por lo que se encuentra en el momento 0.
    - El nodo 1, lo vemos que se encuentra a semana y media del comienzo del proyecto.

- El nodo 2, que pone fin a la actividad E se encuentra en la segunda semana y media del proyecto.
- Los nodos 3 y 4, se encuentran en la cuarta semana y media.
- El nodo 5, pone fin al proyecto en la décima semana y media.

Objective
Maximize
Minimize

Note
Multiple optimal solutions exist

	YA	YB	YC	YD	YE	YF
Minimize	0	0	0	0	0	0
Constraint 1	1	0	0	0	0	0
Constraint 2	1	0	0	0	0	0
Constraint 3	0	1	0	0	0	0
Constraint 4	0	1	0	0	0	0
Constraint 5	0	0	1	0	0	0
Constraint 6	0	0	1	0	0	0
Constraint 7	0	0	0	1	0	0
Constraint 8	0	0	0	1	0	0
Constraint 9	0	0	0	0	1	0
Constraint 10	0	0	0	0	1	0
Constraint 11	0	0	0	0	0	1
Constraint 12	0	0	0	0	0	1
Constraint 13	0	0	0	0	0	0
Constraint 14	100	50	75	160	60	80
Constraint 15	1	0	0	0	0	0
Constraint 16	0	0	0	0	1	0
Constraint 17	0	1	0	0	0	0
Constraint 18	0	0	1	0	0	0
Constraint 19	0	0	0	0	0	0
Constraint 20	0	0	0	1	0	0
Constraint 21	0	0	0	0	0	1
Solution->	,5	0	1	0	0	0

Tabla 12: Resultados del ejemplo producidos por el software POM-QM para el segundo método de la técnica de choque.

(untitled) Solution

X0	X1	X2	X3	X4	X5		RHS	Shadow Price
0	0	0	0	0	1			
0	0	0	0	0	0	<=	,5	,375
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	1	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	1	,2188
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	1,5	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	0
0	0	0	0	0	0	<=	,5	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	-,375
0	0	0	0	0	0	<=	2,5	0
0	0	0	0	0	0	>=	0	-,5
1	0	0	0	0	0	=	0	-1
0	0	0	0	0	0	<=	125	,0063
-1	1	0	0	0	0	>=	2	-1
-1	0	1	0	0	0	>=	2	0
0	-1	0	1	0	0	>=	3	-,3125
0	-1	0	0	1	0	>=	4	-,6875
0	0	0	1	-1	0	>=	0	-,6875
0	0	0	-1	0	1	>=	6	-1
0	0	-1	0	0	1	>=	8	0
0	1,5	2,5	4,5	4,5	10,5		10,5	

Tabla 13: Continuación de la Tabla 12.

2.6 NIVELACIÓN DE RECURSOS

Para llevar a cabo un proyecto es necesario una serie de recursos en cada una de las actividades, incluso, se puede necesitar un mismo recurso en varias de ellas. Los recursos son limitados, por ello, para que la planificación de un proyecto sea exitosa debe realizarse la asignación y nivelación de recursos de forma precisa y concreta para así obtener una correcta programación del proyecto.

La planificación de los recursos de un proyecto determina los recursos que hacen falta, en la cantidad y cuándo van a ser necesarios durante el proyecto, además de cuáles están disponibles para el proyecto. Los recursos que pueden ser programados son: los recursos humanos, la materia prima, el dinero y la maquinaria. En la asignación de recursos hay que dar prioridad a las actividades críticas y posteriormente a las que gocen de menos holgura puesto que de ellas depende que se alargue el proceso. En este punto también conocemos la duración de las actividades y el tiempo mínimo necesario para finalizar el proyecto. Se realizará un diagrama de Gantt para reflejar las distintas actividades, incluiremos su duración, los recursos necesarios cada día que se ejecuta el proyecto, es decir, la carga diaria y la carga diaria al cuadrado. Una vez que tengamos todos estos datos, debemos reajustar el proyecto teniendo en cuenta la dotación de recursos que poseemos y las distintas necesidades en cada una de las actividades. Vamos a intentar que la carga diaria sea tan uniforme durante la duración del proyecto como sea posible porque si durante distintas etapas del proyecto se requiere altos números de este recurso y en otras una cantidad muy baja puede ocasionar grandes costes para la empresa que se podrían resolver retrasando la realización de las actividades no críticas siempre que no supere la holgura. La falta de recursos, puede provocar el retraso de terminación del proyecto sobre el tiempo mínimo que habíamos planeado.

Distintas son las técnicas que se puede utilizar para la asignación y nivelación de recursos. Entre ellas encontramos la programación lineal que se puede adaptar a cada proyecto en particular. El inconveniente de esta técnica, es la dificultad de plantear el problema puesto que para cada proyecto es necesario realizar un modelo propio con una gran cantidad de variables y restricciones que aumentan notablemente su grado de dificultad. Pero en el caso de poder crearlo, el resultado que nos proporcionaría sería óptimo.

Por ello las técnicas más utilizadas para esta parte del proceso son las técnicas heurísticas tradicionales. Estas no aseguran la obtención de un resultado óptimo pero si un subóptimo, que nos resuelve de una manera aproximada el problema de nivelación de

recursos con una reducción de trabajo considerable con respecto a los métodos matemáticos. Los modelos de programación matemática es el único método por el que se puede resolver con exactitud el problema de nivelación de recursos. El inconveniente es que la programación matemática para poder resolverse conlleva a grandes modelos, con cálculos desproporcionados, que implican un coste muy alto que las empresas no suelen estar dispuestas a pagar (Romero López, 2010).

Algoritmo de nivelación de Burgess-Killebrew

Es uno de los primeros y a su vez de los más eficientes. Para aplicarlo son necesarios realizar una serie de pasos.

Paso 1: Hay que atenerse al calendario en que está previsto la ejecución del proyecto, buscando la actividad que tenga la fecha temprana de finalización más avanzada y sea no crítica. Se retrasará unidad por unidad de tiempo sin sobrepasar la holgura que la tarea tenga. Se va a elegir como fecha más temprana de finalización aquella que con el retraso de la actividad consiga que se haga mínima la suma de la carga al cuadrado. Si varias actividades tienen la misma fecha temprana de finalización, escogeremos aquella que posea una holgura más amplia. Siempre tenemos que tener en cuenta en este proceso las holguras puesto que no podemos retrasar las actividades no críticas más de esta cantidad o retrasaríamos el proyecto al convertirlas en actividades críticas.

Paso 2: Descartamos la actividad que hemos elegido y retrasado en el primer paso y volvemos a realizar el mismo proceso escogiendo la siguiente actividad no crítica que tenga la fecha temprana de finalización más avanzada y se vuelve a realizar el mismo proceso del paso anterior. Esto se irá repitiendo con cada una de las tareas no críticas que compongan el proyecto.

Paso 3: una vez terminado con el primer ciclo de iteraciones se vuelve a realizar uno nuevo si es necesario. El proceso se terminará cuando, finalizado un ciclo, no resulte posible disminuir la suma de los cuadrados de las cargas.

Aunque nosotros hemos explicado este proceso utilizando la fecha temprana de finalización más avanzada, también podemos utilizar la tardía y el resultado será el mismo aunque pueden cambiar el número de iteraciones que se tienen que realizar para llegar a él.

El problema que encontramos con este método heurístico es que nunca nos va a indicar si tenemos una solución óptima, salvo en los casos que encontremos la nivelación de recursos de forma uniforme, es decir, nos encontremos con un alisado óptimo que quedará plasmado en el diagrama de cargas con forma rectangular, donde se comprueba que en cada unidad de tiempo del proyecto se utilizan el mismo número de recursos. Otro problema de este método es que está pensado para un único recurso por lo que no podríamos analizar varios en el mismo proceso.

Vamos a realizar un ejemplo para aclarar el proceso. (Datos utilizados de Romero López, 2010). La Ilustración 10 muestra la red con los datos del ejemplo que vamos a realizar.

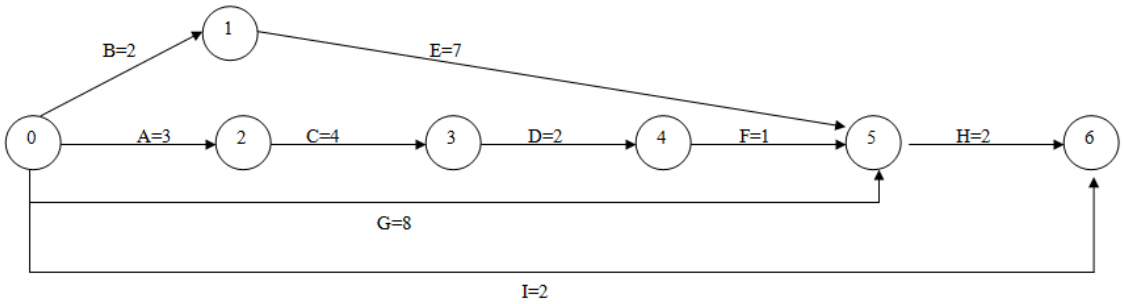

Ilustración 10: Red de un proyecto. Ejemplo (Romero López, 2010).

Sabemos que las actividades A e I necesitan 10 obreros para ser realizadas en los tiempos previstos y el resto de actividades necesitan 5 obreros cada una de ellas. Así, si seguimos el recorrido de la red marcada tal y como vemos en la figura anterior y en los primeros días del proyecto necesitaríamos 30 obreros trabajando y los últimos 5. Esto provocaría un gasto superior ya que tendríamos que contratar un número de obreros superior al que necesitaríamos si reestructuramos el proyecto intentando que el número de mano de obra que se requiere sea lo más uniforme posible. En este caso correspondería a un total de 15 obreros si calculamos todos los obreros necesarios en cada unidad de tiempo dividida por las unidades de tiempo necesarias como mínimo para terminar el proyecto (180 obreros/12 unidades de tiempo).

La Ilustración 11 refleja el diagrama de Gantt, donde las actividades críticas las identificamos de color rojo y las no críticas de color azul. La Tabla 14, muestra la carga de la mano de obra en cada unidad de tiempo y el cuadrado de la carga diaria. Además la Ilustración 12 representa el diagrama de cargas.

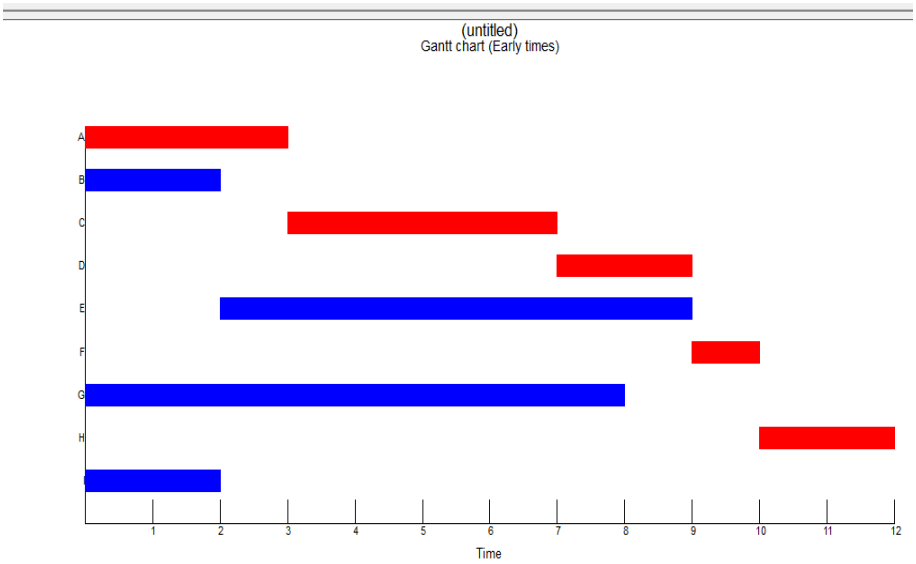

Ilustración 11: Diagrama de Gantt del ejemplo anterior (Romero López, 2010).

Días	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**Total**
Carga	30	30	20	15	15	15	15	15	10	5	5	5	**180**
Carga^2	900	900	400	225	225	225	225	225	100	25	25	25	**3500**

Tabla 14: Diagrama de Gantt y tabla de cargas del ejemplo anterior (Romero López, 2010).

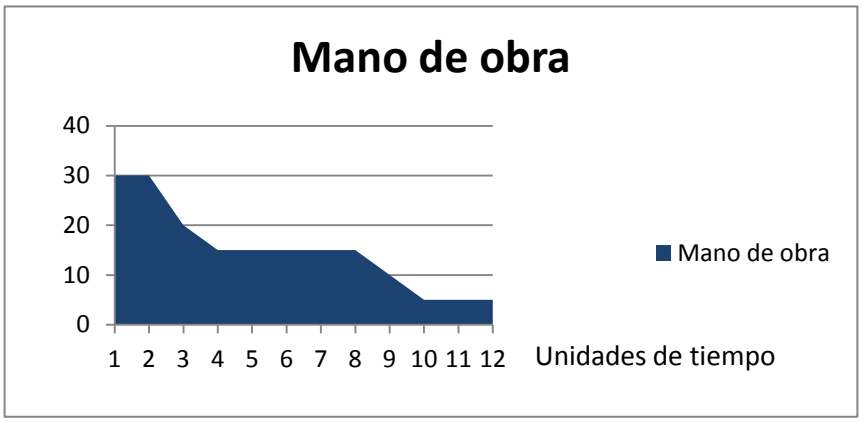

Ilustración 12: Diagrama de cargas inicial (Elaboración propia).

En este ejemplo la actividad no crítica que tiene la fecha de finalización más avanzada es la actividad E. Por ello, esta es la que hay que retrasar en primer lugar.

La Ilustración 13 muestra el Diagrama de Gantt después de haber retrasado la actividad E en una unidad. La Tabla 15 y la Ilustración 14 reflejan las cargas en cada unidad de tiempo y las cargas al cuadrado tras haber atrasado la actividad E una unidad.

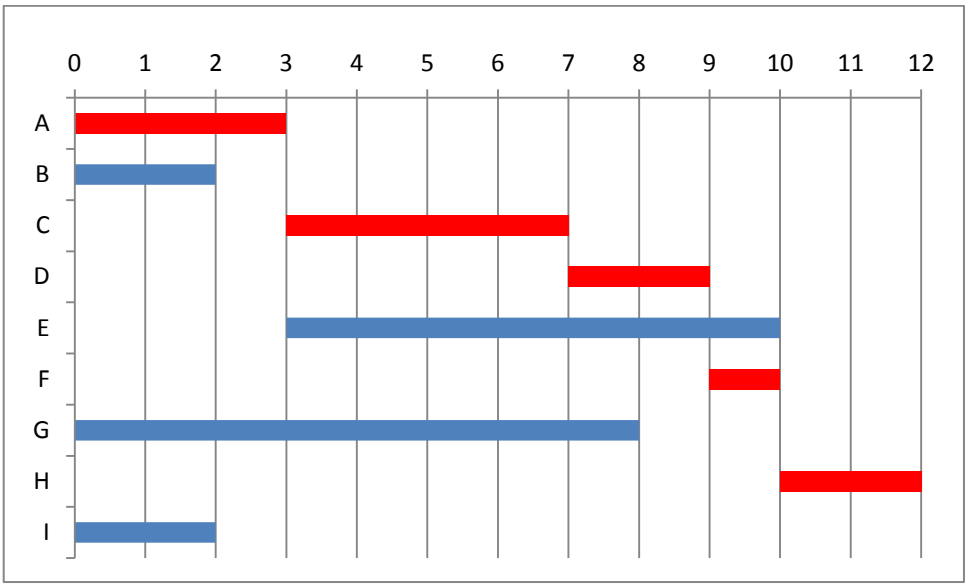

Ilustración 13: Diagrama de Gantt después de haber atrasado la actividad E en el ejemplo (Romero López, 2010).

Días	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**Total**
Carga	30	30	15	15	15	15	15	15	10	10	5	5	**180**
Carga^2	900	900	400	225	225	225	225	225	100	25	25	25	**3400**

Tabla 15: Tabla de cargas tras el atraso de la actividad E en el ejemplo (Romero López, 2010).

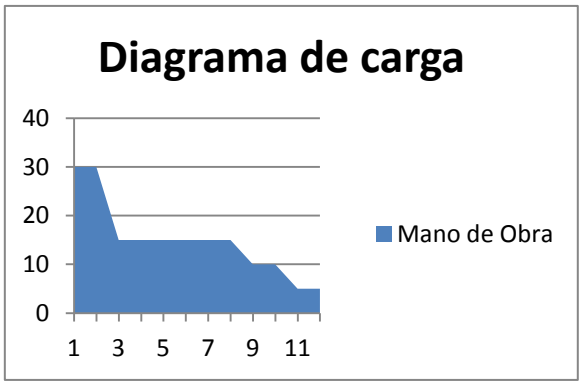

Ilustración 14: Diagrama de cargas cuando atrasamos la actividad E en el ejemplo (Romero López, 2010).

Como podemos observar, ha mejorado el proyecto con este retraso ya que la suma de las cargas al cuadrado ha disminuido con respecto a la tabla de carga anterior. Estos pasos se realizarán tantas veces como sea necesario hasta que comprobemos que la suma de las cargas al cuadrado no se reduce, en ese momento se dará fin al proceso (Romero López, 2010).

La siguiente actividad no critíca que deberíamos retrasar sería la actividad "G", esta tiene una holgura de dos unidades por lo que en primer lugar la retrasaríamos una unidad y después otra comprobando que es beneficioso retrasarla dos unidades ya que el total de la

carga al cuadrado se reduce en 300 unidades. Volveríamos a realizar el proceso esta vez retrasando la actividad "I", la atrasaremos 10 días puesto que esta actividad dispone de esta holgura y da la posibilidad de realizarla en los últimos días del proyecto. Con esta última modificación conseguiríamos la uniformidad de la mano de obra reduciéndose el total de las cargas al cuadrado en 400 unidades más. El diagrama de Gantt y la tabla de cargas y el diagrama de cargas se encontrarían la Ilustración 15 y 16, y en la Tabla 16.

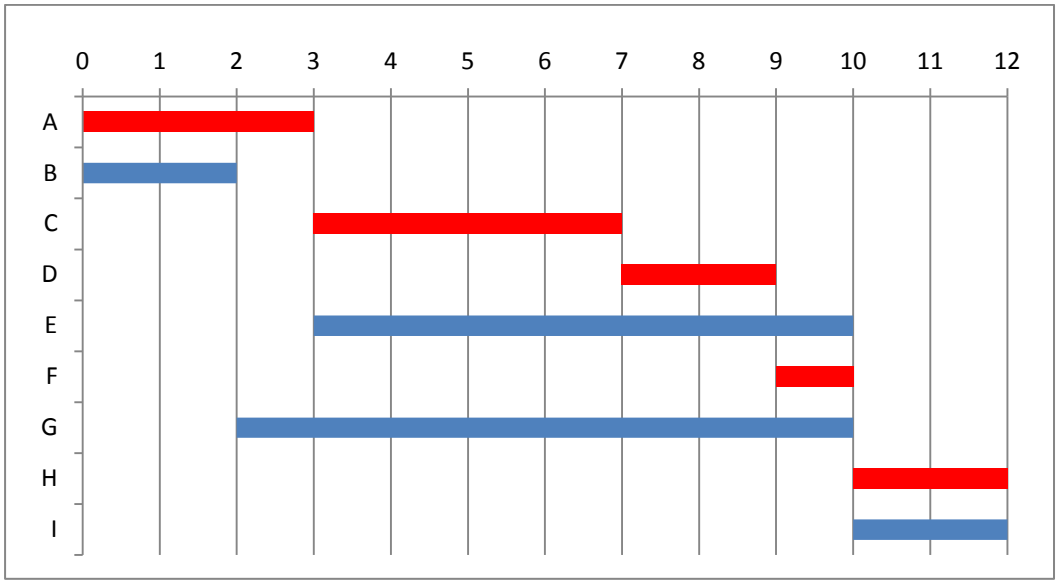

Ilustración 15: Diagrama de Gantt después de realizar todos los pasos enunciados (Romero López, 2010).

Días	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**Total**
Carga	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	**180**
Carga^2	225	225	225	225	225	225	225	225	225	225	225	225	**2700**

Tabla 16: Tabla de cargas una vez realizados todos los pasos enunciados (Romero López, 2010).

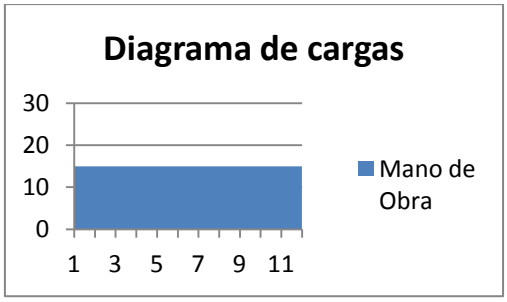

Ilustración 16: Diagrama de cargas uniforme tras realizar los pasos anteriores (Romero López, 2010)

En este ejemplo debido a la uniformidad que ha resultado podemos comprobar que hemos llegado al resultado óptimo, pero esto no suele pasar debido a que estamos utilizando con el algoritmo Burgess-Killebrew un modelo de tipo heurístico. No nos confirma que

hemos llegado a la solución óptima salvo en casos en que como estos encontremos la uniformidad necesaria.

2.7 SIMULACIÓN

Es un método utilizado desde finales del siglo XX en distintas áreas como puede ser la ingeniería. Se lleva a cabo utilizando representaciones simplificadas como puede ser maquetas, que tratan de reflejar la realidad. Estas maquetas pueden ser físicas o abstractas en el caso de que se esté estudiando un proyecto matemático. Así, la simulación permite estudiar sistemas complejos de diversa naturaleza, es decir, áreas del mundo real.

Los modelos de simulación se caracterizan por (Biernam, Bonini y Hausman, 1999):

— No se diseñan para encontrar las soluciones óptimas, como ocurre con otros métodos como puede ser el de programación lineal. Se encarga de estudiar diversas propuestas y comparando los resultados obtenidos con ellas se toma la decisión que se crea más favorable. Se encarga de evaluar el rendimiento de un sistema previamente especificado.
— Generalmente se enfocan en operaciones detalladas (físicas o financieras) del sistema. Este estudia la forma como el sistema funciona a través del tiempo y se incluyen los efectos que van a provocar los resultados del estudio de un periodo en el siguiente.

Existen diferentes métodos de simulación, entre ellos el método Monte Carlo, que lo aplicaremos a la programación y control de proyectos. Incluye elementos aleatorios o probabilísticos. Se desarrolló a finales de los años cuarenta por los matemáticos N. Metrópolis y S. Ulam. El método intenta resolver problemas demasiado complicados para ser resueltos analíticamente. Por ello, los intenta resolver a través de un procedimiento con base en el azar, que exige la utilización de muestras aleatorias como ya anunciamos anteriormente. Su denominación corresponde a uno de los casinos más famosos del mundo, por caracterizarse por la utilización del azar (Romero López, 2010).

Las formas matemáticas son preferibles para resolver el problema frente a la simulación, pero puede darse el caso que para el conflicto en el que nos encontramos no sea posible resolverlas fácilmente con las matemáticas como puede ser las situaciones de colas.

La simulación puede ser realizada de diferentes maneras dependiendo del proyecto al que nos enfrentemos. Podemos utilizarla para sistemas de colas, para modelización y control

de inventarios, para hacer análisis de riesgo e incluso para el tema que nos compete en nuestro trabajo como es las redes PERT.

2.7.1 Simulación de redes PERT

Nos podemos encontrar ante el problema de que los tiempos de actividad de los proyectos sean inciertos, es decir, que no son conocidos con certeza. Vamos a tratar los tiempos de actividades como se tratan variables aleatorias. Para ello necesitamos información sobre las funciones de densidad de probabilidad de estas variables aleatorias con el fin de manipularlas.

Para superar este problema podemos acudir a la simulación, porque las redes PERT tienen la posibilidad de ser simuladas. Los pasos a seguir para ello son:

1) Hay que generar datos aleatorios a través de un software, para ello vamos a usar una distribución normal (por ejemplo) de los tiempos de cada actividad, la media y su desviación típica. Estas serán calculadas con dos ecuaciones:
    - Ecuación para estimar el tiempo esperado para la actividad:

      $t_i = (^1/_6)(a_i + 4m_i + b_i)$ donde:
      - a_i = Tiempo más optimista para la actividad i.
      - b_i =Tiempo más pesimista para la actividad i.
      - m_i = Tiempo más probable para la actividad i.
    - Ecuación para estimar la desviación típica del tiempo requerido para completar una actividad, con base en las estimaciones de tiempo optimista y pesimista: $\sigma_i = (^1/_6)(b_i - a_i)$

    Con ellas se genera una variable aleatoria del tiempo necesario para completar cada tarea del proyecto.
2) Tenemos que tratar los tiempos generados como tiempos reales para cada actividad y encontrar la ruta crítica real simulada, así como la duración del proyecto a través de los dos pasos (hacia delante y hacia atrás) que vimos anteriormente.
3) Repetir los dos pasos anteriores para un gran número de ensayos, registrando un diagrama de los tiempos de finalización del proyecto, y una tabla donde reflejemos el porcentaje de tiempo que cada actividad estuvo en la ruta crítica.

Vamos a ilustrar esto con un ejemplo de simulación de PERT (Biernam, Bonini y Hausman, 1996) cuyos datos se resumen en la Tabla 17.

Actividades	Tiempo optimista a_i	Tiempo pesimista b_i	Tiempo más probable m_i	Tiempo esperado t_i	Desviación típica σ_i	Varianza ${\sigma_i}^2$
A	1	3	2	2	0.33	0.11
B	1	5	3	3	0.67	0.45
C	2	6	4	4	0.67	0.45
D	4	8	6	6	0.67	0.45
E	1	3	2	2	0.33	0.11
F	1	15	8	8	2.33	5.43

Tabla 17: Datos del ejemplo de simulación PERT (Biernam, Bonini y Hausman, 1996)

Con estos datos de tiempo esperado y la desviación típica generamos datos aleatorios de una distribución normal y considerando que son reales analizamos la ruta crítica con cada uno de ellos en las distintas tareas que componen el proyecto. Analizamos estos datos y los resumimos en las Tablas 18, 19 y en la Ilustración 17:

Duración del proyecto (días)	Frecuencia de duración del proyecto.
7	0
8	0
9	0
10	4
11	23
12	40
13	25
14	5
15	1
16	1
17	1
18	0
19	0

Tabla 18: Frecuencia de la duración del proyecto según los datos aleatorios generados (Biernam, Bonini y Hausman, 1996).

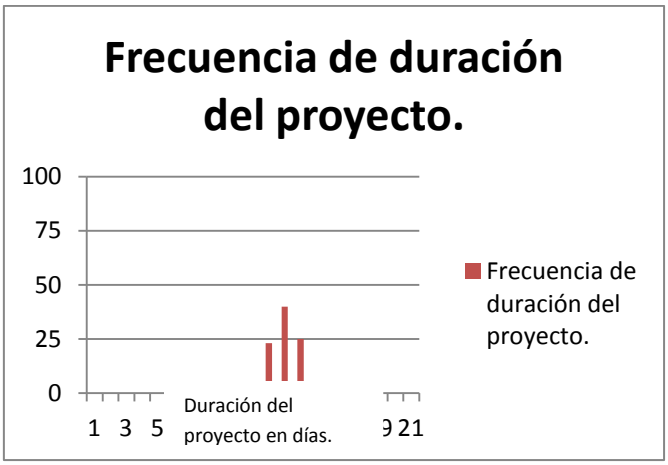

Ilustración 17: Diagrama que mide la frecuencia en que el proyecto llega a su fin en un tiempo determinado (Biernam, Bonini y Hausman, 1996).

Actividades	% de tiempo en el que las actividades fueron críticas	% en el que las tareas fueron críticas cuando la duración del proyecto fueron mayor que 12 días.
A	71	49
B	5	3
C	66	46
D	71	49
E	30	54
F	30	54

Tabla 19: Porcentaje de tiempo en las que las actividades son críticas según la duración del proyecto (Biernam, Bonini y Hausman, 1996).

Teniendo en cuenta la información obtenida en la Tabla 19, podríamos concluir que si quisiésemos reducir el tiempo del proyecto deberíamos reducir aquellas tareas en las que el porcentaje de tiempo de que fueron actividades críticas es mayor, en concreto la actividad A y D. La tercera columna de esta tabla se puede utilizar para conocer a qué actividades podría aplicarse un plan de trabajo urgente para que reduzca lo máximo posible cuando la duración del proyecto sea mayor de 12 días.

CAPÍTULO 3: EJEMPLO ILUSTRATIVO

Vamos a desarrollar un ejemplo para ilustrar lo anteriormente explicado. Parte de los datos han sido proporcionados por un ejercicio (Hilier y Lieberman, 1998) y el resto son de elaboración propia. Para la realización de este ejemplo vamos a utilizar dos softwares, en primer lugar el software POM-QM, que ha sido el que hemos utilizado durante todo el

trabajo. En el apartado simulación, vamos a recurrir al programa WINQSB, debido a que el programa que veníamos utilizando no nos resuelve el problema de simulación en el método PERT.

Nos encontramos ante un proyecto con 8 actividades cuya procedencia y duración las mostramos en la Tabla 20. Dibujamos la red que corresponde a estos datos y la encontramos en la Ilustración 18.

ACTIVIDADES	PRECEDENCIA	DURACIÓN
A	-	5 días
B	-	3 días
C	A	4 días
D	A	6 días
E	B	5 días
F	B	7 días
G	C, E	9 días
H	D, F	8 días

Tabla 20: Datos del ejemplo ilustrado (Elaboración propia)

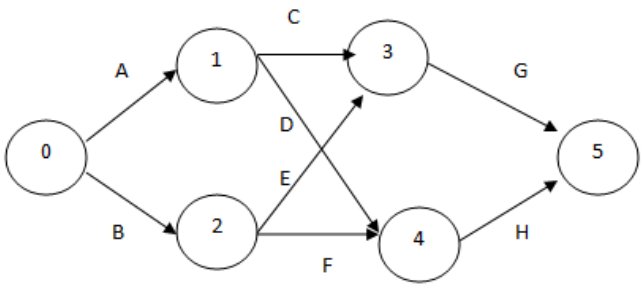

Ilustración 18: Red correspondiente al ejemplo descrito en la Tabla 20.

3.1 Camino crítico

Vamos a comprobar cuáles son las actividades críticas, realizando los pasos hacia delante y hacia atrás. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 21.

Network type
- Precedence list
- Start/end node numbers

Method: Single time estimate

	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack
Project	19					
A	5	0	5	0	5	0
B	3	0	3	1	4	1
C	4	5	9	6	10	1
D	6	5	11	5	11	0
E	5	3	8	5	10	2
F	7	3	10	4	11	1
G	9	9	18	10	19	1
H	8	11	19	11	19	0

Tabla 21: Resultados obtenidos por el software POM-QM respecto a actividades críticas.

Teniendo en cuenta los datos anteriores observamos como la duración del proyecto va a ser 19 días. De esta tabla desprendemos los distintos tiempos de las actividades: como pronto comienza la actividad (PC, Early Start), pronto termina (PT, Early Finish), tarde comienza (TC, Late Start) y tarde termina (TT, Late Finish). La última columna representa la holgura (Slack), es el resultado de la fórmula: $Slack = TT - PC - T_{ij}$. Donde T_{ij} es la duración programada para la actividad.

En la tabla 21 aparecen en color rojo las actividades A, D, y H, que son las actividades cuya holgura es 0, y por lo tanto son las actividades críticas. También lo podemos ver en la red de la Ilustración 19.

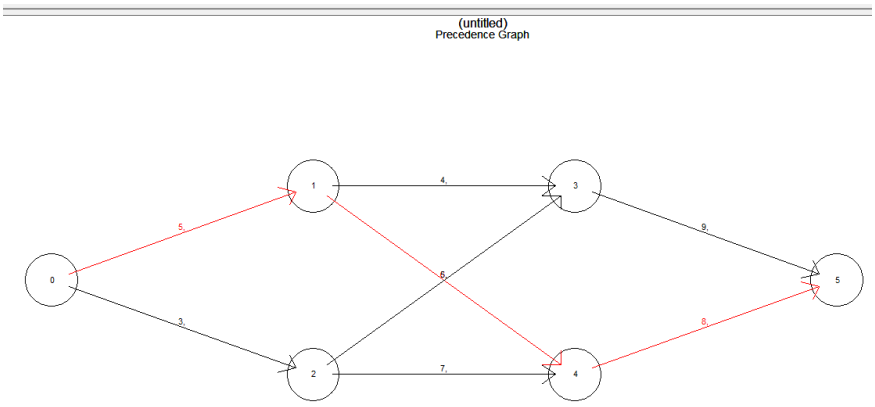

Ilustración 19: Red del ejemplo ilustrado proporcionada por POM-QM.

3.2 Diagrama de Gantt

El diagrama de Gantt que corresponde al ejemplo que estamos realizando se muestra en la Ilustración 20. En color rojo encontramos las actividades críticas, y las no críticas en color azul.

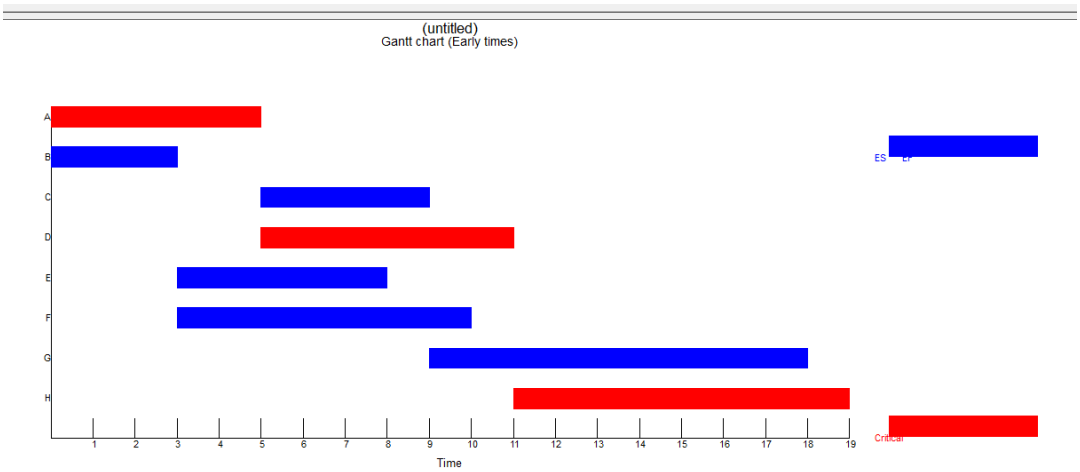

Ilustración 20: Diagrama de Gantt del ejemplo ilustrado.

3.3 Actividades con duración incierta.

Continuamos nuestro ejemplo, esta vez lo vamos a realizar suponiendo que las actividades que lo componen tienen una incertidumbre de su duración considerable. Por ello, debemos conocer como ya hemos visto su distribución probabilística y sus parámetros (media y varianza) teniendo en cuenta que estamos ante una función de densidad de una distribución beta. Debemos conocer el tiempo optimista, pesimista y probable que tarda en realizarse una actividad (Tabla 22).

ACTIVIDADES	Tiempo optimista a_i	Tiempo más probable m_i	Tiempo pesimista b_i
A	4	5	12
B	3	3	9
C	3	4	5
D	4	6	8
E	4	5	12
F	5	7	9
G	7	9	11
H	7	8	15

Tabla 22: Datos del ejemplo (Elaboración propia)

Los resultados del

programa cuando la duración de las actividades son inciertas y utilizamos las tres estimaciones de tiempo están reflejados en la Tabla 23.

Project Management (PERT/CPM) Results

	Activity time	Early Start	Early Finish	Late Start	Late Finish	Slack	Standard Deviation
Project	21						2
A	6	0	6	0	6	0	1,33
B	4	0	4	1	5	1	1
C	4	6	10	8	12	2	,33
D	6	6	12	6	12	0	,67
E	6	4	10	6	12	2	1,33
F	7	4	11	5	12	1	,67
G	9	10	19	12	21	2	,67
H	9	12	21	12	21	0	1,33

Task time computations

	Optimistic time	Most Likely time	Pessimistic time	Activity time	Standard Deviation	Variance
A	4	5	12	6	1,33	1,78
B	3	3	9	4	1	1
C	3	4	5	4	,33	,11
D	4	6	8	6	,67	,44
E	4	5	12	6	1,33	1,78
F	5	7	9	7	,67	,44
G	7	9	11	9	,67	,44
H	7	8	15	9	1,33	1,78
Project results						
Total of critical Activities						4
Square root of total					2	

Tabla 23: Resultados proporcionados por el programa POM-QM cuando tenemos tres estimaciones de tiempo.

Debido a la incertidumbre y los cálculos realizados podemos observar como el proyecto tendría una duración superior respecto al anterior análisis realizado, exactamente 21 días lo que supone 2 días más. Comprobamos que a pesar del cambio en la duración de las actividades el camino crítico es el mismo, compuesto por las tareas A, D y H. Además en la tabla el tiempo esperado o la media que es "Activity time" es la duración estimada que va a tener cada actividad. También calcula la desviación típica y la varianza.

Para conocer la probabilidad de terminar el proyecto en 21 días tendríamos que tipificar y el resultado con estos datos sería que a un 99% de probabilidad el proyecto terminaría en este tiempo (Ilustración 21).

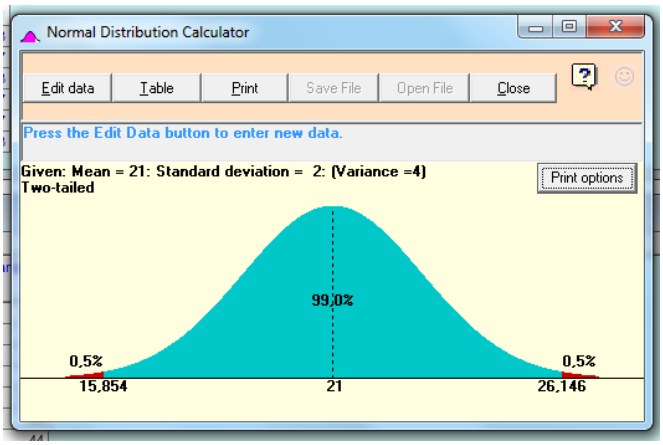

Ilustración 21: Probabilidad de terminar el proyecto en 21 días.

3.4 Coste del proyecto

Hasta ahora, en este ejemplo no hemos tenido en cuenta el costo de cada actividad. Vamos a realizar un análisis para controlar el coste necesario teniendo en cuenta el tiempo estimado de duración de cada actividad para realizar el proyecto que hemos calculado anteriormente, los datos se muestran en la Tabla 24.

Actividad	Tiempo estimado para cada actividad	Coste estimado de cada actividad.	Coste de cada actividad por unidad de tiempo
A	6	20	3.33
B	4	10	2.5
C	4	16	4
D	6	25	4.17
E	6	22	3.67
F	7	30	4.28
G	9	25	2.78
H	9	30	3.33
Coste total estimado= 178			

Tabla 24: Coste total estimado del proyecto (Elaboración propia).

Network type: Precedence list / Start/end node numbers — Method: Cost Budgeting — Note: Multiple critical paths exist.

(untitled) Solution

	Period 1	Period 2	Period 3	Period 4	Period 5	Period 6	Period 7	Period 8	Period 9	Period 10	Period 11	Period 12	Period 13	Period 14	Period 15	Period 16	Period 17	Period 18	Period 19	Period 20	Period 21
A	3,33	3,33	3,33	3,33	3,33	3,33															
B	2,5	2,5	2,5	2,5																	
C							4	4	4	4											
D							4,17	4,17	4,17	4,17	4,17	4,17									
E					3,67	3,67	3,67	3,67	3,67	3,67											
F					4,29	4,29	4,29	4,29	4,29	4,29	4,29										
G											2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78	2,78		
H													3,33	3,33	3,33	3,33	3,33	3,33	3,33	3,33	3,33
Total in Period	5,83	5,83	5,83	5,83	11,29	11,29	16,12	16,12	16,12	16,12	11,23	6,94	6,11	6,11	6,11	6,11	6,11	6,11	6,11	3,33	3,33
Cumulative from start	5,83	11,67	17,5	23,33	34,62	45,9	62,02	78,14	94,26	110,38	121,61	128,56	134,67	140,78	146,89	153	159,11	165,22	171,33	174,67	178

Tabla 25: Calendario de actividades con el coste correspondiente en cada unidad de tiempo.

En la Tabla 25 se muestra el calendario de actividades con el coste que es necesario cada día, para realizar el proyecto en los 21 días previstos. Una vez que hayamos comenzado el proyecto, vamos a controlar el coste que teníamos estimado y el coste real de cada actividad y de cada periodo para así controlar la forma en que nos va a afectar al presupuesto que hubiésemos estimado.

Coste de choque

Suponiendo que podemos reducir el proyecto a cambio de un incremento del coste vamos a analizar cómo aumenta el coste con cada día de tiempo que reducimos el proyecto. Este análisis lo realizamos con el tiempo de choque y coste de choque. Lo podemos realizar en el software de dos formas, una se realiza a través del análisis del PERT-CPM en el método "crashing". También, como explicamos en el trabajo a través de programación lineal.

Crashing

Como tiempo de la actividad vamos a utilizar el tiempo esperado anteriormente calculado. La Tabla 26 muestra los datos necesarios para el análisis.

Actividad	Tiempo estimado	Tiempo de choque	Coste estimado	Coste de choque
A	6	3	20	30
B	4	2	10	20
C	4	2	16	24
D	6	3	25	43
E	6	4	22	30
F	7	4	30	48
G	9	5	25	45
H	9	6	30	44

Tabla 26: Datos del ejemplo para realizar el análisis de costo de choque.

Network type
- Precedence list
- Start/end node numbers

Method: Crashing

Project Management (PERT/CPM) Results

	Normal time	Crash time	Normal Cost	Crash Cost	Crash cost/pd	Crash by	Crashing cost
Project	21	12					
A	6	3	20	30	3,33	3	10
B	4	2	10	20	5	2	10
C	4	2	16	24	4	0	0
D	6	3	25	43	6	3	18
E	6	4	22	30	4	1	4
F	7	4	30	48	6	3	18
G	9	5	25	45	5	4	20
H	9	6	30	44	4,67	3	14
TOTALS			178				94

Tabla 27: Resultados del análisis de coste de choque.

Crash schedule

(untitled) Solution

Project time	Period cost	Cumulative cost	A	B	C	D	E	F	G	H
21	0	0								
20	3,33	3,33	1							
19	4,67	8	1							1
18	8,33	16,33	2	1						1
17	8,33	24,67	3	2						1
16	8,67	33,33	3	2			1			2
15	9,67	43	3	2			1		1	3
14	17	60	3	2		1	1	1	2	3
13	17	77	3	2		2	1	2	3	3
12	17	94	3	2		3	1	3	4	3

Tabla 28: Resultado del coste que supone reducir cada día el proyecto.

La Tabla 27 muestra que el proyecto podría reducirse como máximo debido a su tiempo de choque 9 días, así la duración del proyecto equivaldría a 12 días. Reducir en 9 días el proyecto incrementaría el coste del mismo en 94 unidades que se añaden a las 178 que ya habíamos estimado. También muestra cuánto cuesta reducir en cada actividad una unidad de duración así como la acumulación de la reducción en cada una de las actividades.

La Tabla 28, refleja en cuantas unidades habrá que reducir cada una de las actividades dependiendo del número de días que queramos reducir el proyecto hasta el máximo que es 12 días. Además, muestra cómo va incrementando el coste por día que se va reduciendo el proyecto.

<u>Programación lineal.</u>

Vamos a suponer que queremos reducir el proyecto a 17 días minimizando el costo de choque que provoca esta reducción.

Variables:

- Y_A, Y_B,…Y_H= Tiempo acortado en las actividades A,…, H.
- X_0,…,X_5= Nodos de la red

Función objetivo:

$$Min: Z = 20Y_A + 10Y_B + 16Y_C + 25Y_D + 22Y_E + 30Y_F + 25Y_G + 30Y_H$$

Sujeto a:

- $0 \leq Y_A \leq 3$
- $0 \leq Y_B \leq 2$
- $0 \leq Y_C \leq 2$
- $0 \leq Y_D \leq 3$
- $0 \leq Y_E \leq 2$
- $0 \leq Y_F \leq 3$
- $0 \leq Y_G \leq 4$
- $0 \leq Y_H \leq 4$
- $X_0 = 0$
- $X_5 \leq 17$ (Ya que hemos supuesto que queremos reducir en 4 días el proyecto)
- $X_1 \leq X_0 + (6 - Y_A)$
- $X_2 \leq X_0 + (4 - Y_B)$
- $X_3 \leq X_2 + (6 - Y_E)$
- $X_3 \leq X_1 + (4 - Y_C)$
- $X_4 \leq X_2 + (7 - Y_F)$
- $X_4 \leq X_1 + (6 - Y_D)$
- $X_5 \leq X_3 + (9 - Y_G)$
- $X_5 \leq X_4 + (9 - Y_H)$
- $X_i \geq 0$

Linear Programming Results

(untitled) Solution

	X0	X1	X2	X3	X4	X5	YA	YB	YC	YD	YE	YF	YG	YH		RHS	Shadow Price
Minimize	0	0	0	0	0	0	20	10	16	25	22	30	25	30			
Constraint 1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	>=	0	0
Constraint 2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	<=	3	5
Constraint 3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	>=	0	0
Constraint 4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	<=	2	17
Constraint 5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	>=	0	0
Constraint 6	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	<=	2	0
Constraint 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	>=	0	0
Constraint 8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	<=	3	0
Constraint 9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	>=	0	0
Constraint 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	<=	2	0
Constraint 11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	>=	0	-25
Constraint 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	<=	3	0
Constraint 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	>=	0	-3
Constraint 14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	<=	4	0
Constraint 15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	>=	0	0
Constraint 16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	<=	4	0
Constraint 17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	=	0	-52
Constraint 18	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	17	52
Constraint 19	-1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	>=	6	-25
Constraint 20	-1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	>=	4	-27
Constraint 21	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	>=	6	-22
Constraint 22	0	-1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	>=	4	0
Constraint 23	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	>=	7	-5
Constraint 24	0	-1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	>=	6	-25
Constraint 25	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	>=	9	-22
Constraint 26	0	0	0	0	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	>=	9	-30
Solution->	0	3	2	8	9	17	3	2	0	0	0	0	0	1		110	

Tabla 29: Resultado al problema de programación lineal planteado.

La solución recogida en la tabla 29 muestra que hay que reducir las mismas actividades y en las mismas cantidades que reducíamos según el resultado que nos mostraba el software con el método crashing cuando queremos reducir el proyecto minimizando el costo en 4 unidades de tiempo. La actividad A se reduce en 3 días, la actividad B en 2, y la actividad H en 1. Además podemos ver el tiempo en que se encuentran en los distintos nodos.

3.5 Nivelación de recursos

La Tabla 30 refleja la necesidad de trabajadores que necesita cada actividad para realizarla. Vamos a intentar darle la mayor uniformidad posible para reducir el coste de la empresa.

Actividad	Tiempo estimado	Mano de obra
A	6	12
B	4	20
C	4	16
D	6	24
E	6	18
F	7	14
G	9	9
H	9	27

Tabla 30: Datos del ejemplo (Elaboración propia).

Network type
Precedence list
Start/end node numbers

Method
Cost Budgeting

Note
Multiple critical paths exist.

(untitled) Solution

	Period 1	Period 2	Period 3	Period 4	Period 5	Period 6	Period 7	Period 8	Period 9	Period 10	Period 11	Period 12	Period 13	Period 14	Period 15	Period 16	Period 17	Period 18	Period 19	Period 20	Period 21
A	2	2	2	2	2	2															
B	5	5	5	5																	
C							4	4	4	4											
D							4	4	4	4	4	4									
E					3	3	3	3	3	3											
F					2	2	2	2	2	2	2										
G											1	1	1	1	1	1	1	1	1		
H													3	3	3	3	3	3	3	3	3
Total in Period	7	7	7	7	7	7	13	13	13	13	7	5	4	4	4	4	4	4	4	3	3
Cumulative from start	7	14	21	28	35	42	55	68	81	94	101	106	110	114	118	122	126	130	134	137	140

Tabla 31: Calendario del proyecto incluyendo la mano de obra necesaria cada unidad de tiempo.

Este calendario del proyecto recogido en la Tabla 31, muestra la cantidad de mano de obra que se va a producir en cada unidad del proyecto. El Diagrama de cargas y de Gantt correspondientes se encuentran reflejados en las Ilustraciones 22 y 23 y en la Tabla 32.

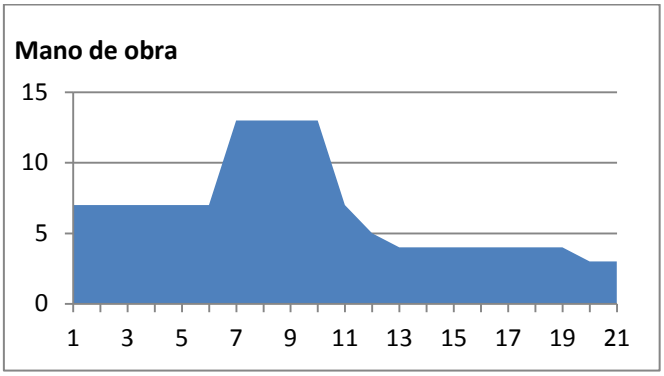

Ilustración 22: Diagrama de cargas.

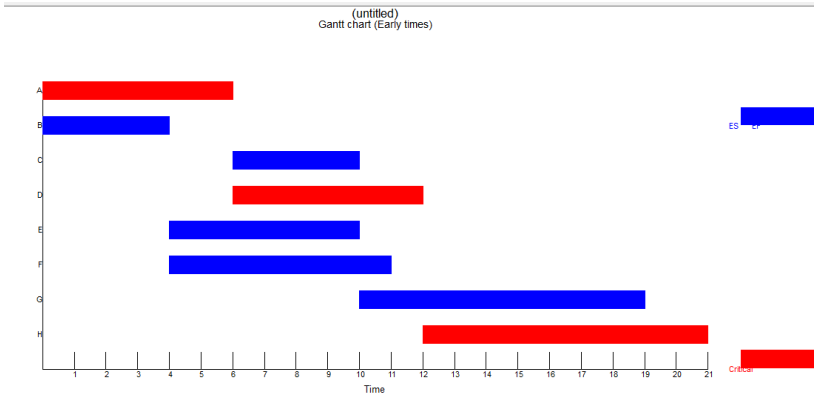

Ilustración 23: Diagrama de Gantt.

Días	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	TOTAL
Carga	7	7	7	7	7	7	13	13	13	13	7	5	4	4	4	4	4	4	4	3	3	**140**
Carga^2	49	49	49	49	49	49	169	169	169	169	49	25	16	16	16	16	16	16	16	9	9	**1174**

Tabla 32: Calendario del proyecto incluyendo la suma de las cargas y la suma de las cargas al cuadrado.

Realizando los pasos del algoritmo Burgess-Killebrew vistos en el trabajo vamos a atrasar actividades teniendo en cuenta la holgura de cada una de ellas. En este caso, hay que atrasar las actividades: G en 2 unidades, F en 1 unidad y C en 2 unidades, de forma que reduzcamos al máximo posible la carga al cuadrado, en este caso 60 unidades. Debido a esta modificación el nuevo calendario del proyecto se observa en la Tabla 33.

Días	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**	**21**	**Total**
A	2	2	2	2	2	2																**12**
B	5	5	5	5																		**20**
C									4	4	4	4										**16**
D							4	4	4	4	4	4										**24**
E					3	3	3	3	3	3												**18**
F						2	2	2	2	2	2	2										**14**
G													1	1	1	1	1	1	1	1	1	**9**
H													3	3	3	3	3	3	3	3	3	**24**
Carga	7	7	7	7	5	7	9	9	13	13	10	10	4	4	4	4	4	4	4	4	4	**140**
Carga^2	49	49	49	49	25	49	81	81	169	169	100	100	16	16	16	16	6	16	16	16	16	**1114**

Tabla 33: Calendario del proyecto tras atrasar las actividades.

Así el nuevo diagrama de Gantt y diagrama de cargas se recogen en las ilustraciones 24 y 25.

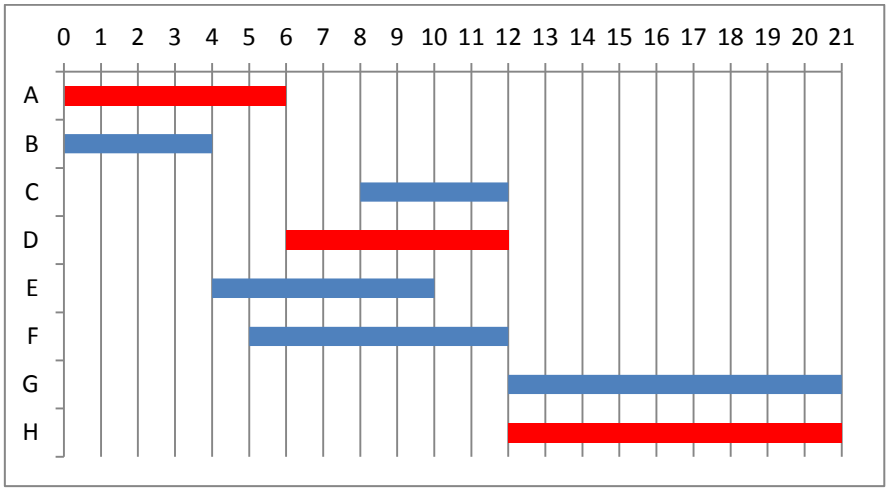

Ilustración 24: Diagrama de Gantt tras retrasar las actividades.

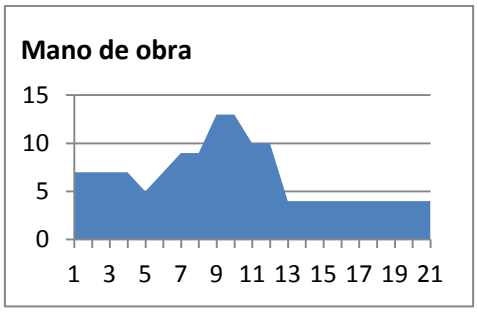

Ilustración 25: Diagrama de cargas tras retrasar las actividades.

3.6 Simulación de PERT

Vamos a considerar los datos anteriores utilizados cuando la duración de las actividades no se conoce con certeza. Estos son los tiempos estimados de finalización de las tareas: optimista, pesimista y más probable. Este análisis lo vamos a realizar con el programa WINQSB.

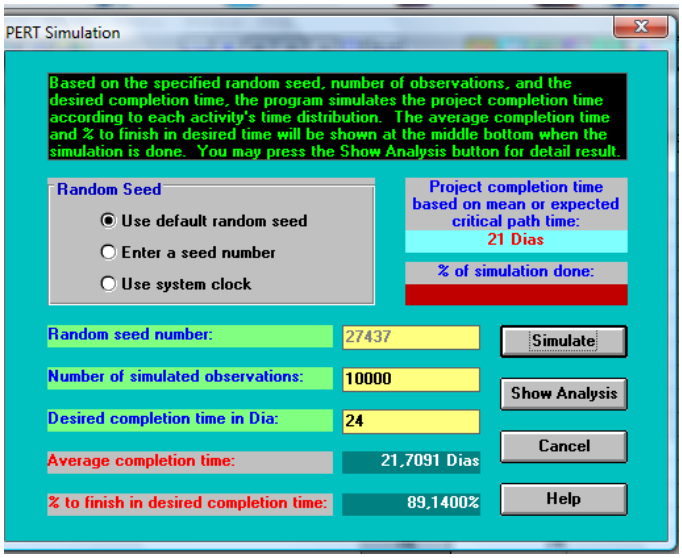

Ilustración 26: Análisis de simulación PERT (WINQSB).

Realizamos el análisis con 10.000 observaciones aleatorias y suponemos que queremos saber de entre todas estas simulaciones que cantidad ha terminado el proyecto a los 24 días de su inicio (Ilustración 26).

06-21-2017	Completion Time From	To (included)	Frequency	%	Cumulative %
0	0	16	0	0,0000	0,0000
1	16	16	0	0,0000	0,0000
2	16	17	0	0,0000	0,0000
3	17	17	0	0,0000	0,0000
4	17	18	15	0,1500	0,1500
5	18	18	82	0,8200	0,9700
6	18	19	241	2,4100	3,3800
7	19	19	474	4,7400	8,1200
8	19	20	745	7,4500	15,5700
9	20	20	1008	10,0800	25,6500
10	20	21	1165	11,6500	37,3000
11	21	22	1194	11,9400	49,2400
12	22	22	1214	12,1400	61,3800
13	22	23	1046	10,4600	71,8400
14	23	23	812	8,1200	79,9600
15	23	24	673	6,7300	86,6900
16	24	24	483	4,8300	91,5200
17	24	25	331	3,3100	94,8300
18	25	25	217	2,1700	97,0000
19	25	26	142	1,4200	98,4200
20	26	26	66	0,6600	99,0800
21	26	and over	92	0,9200	100,0000
	Total	Observations =	10000	Random Seed =	27437
	Average	Completion	Time =	22 Dias	
	Chance	to finish in	24 Dias	= 89,1400%	

Tabla 34: Tabla de simulación PERT (WINQSB)

La Tabla 35 muestra que en las 10.000 observaciones aleatorias realizadas, la mayor parte de la duración del proyecto es 22 días. Nosotros tuvimos el deseo de saber qué porcentaje de observaciones habría finalizado el proyecto a los 24 días de su inicio, la tabla muestra que el 89,14% de las observaciones dieron por concluido el proyecto en esa fecha. También nos muestra como ninguna de las observaciones realizadas con números aleatorios según las estimaciones de tiempo y la desviación típica dada, ha finalizado el proyecto a los 17 días de su inicio.

El gráfico de la Ilustración 27 refleja los datos de la Tabla 35. Se puede observar que la duración que más veces se repite es la de 22 (average). Además muestra el dato que deseamos conocer, que el proyecto diese fin a los 24 días del inicio (desired). A la izquierda de la línea roja que lo ilustra muestra todas las observaciones que se han realizado en un periodo inferior a 24 días, y a su derecha aquellas que han tenido una duración superior.

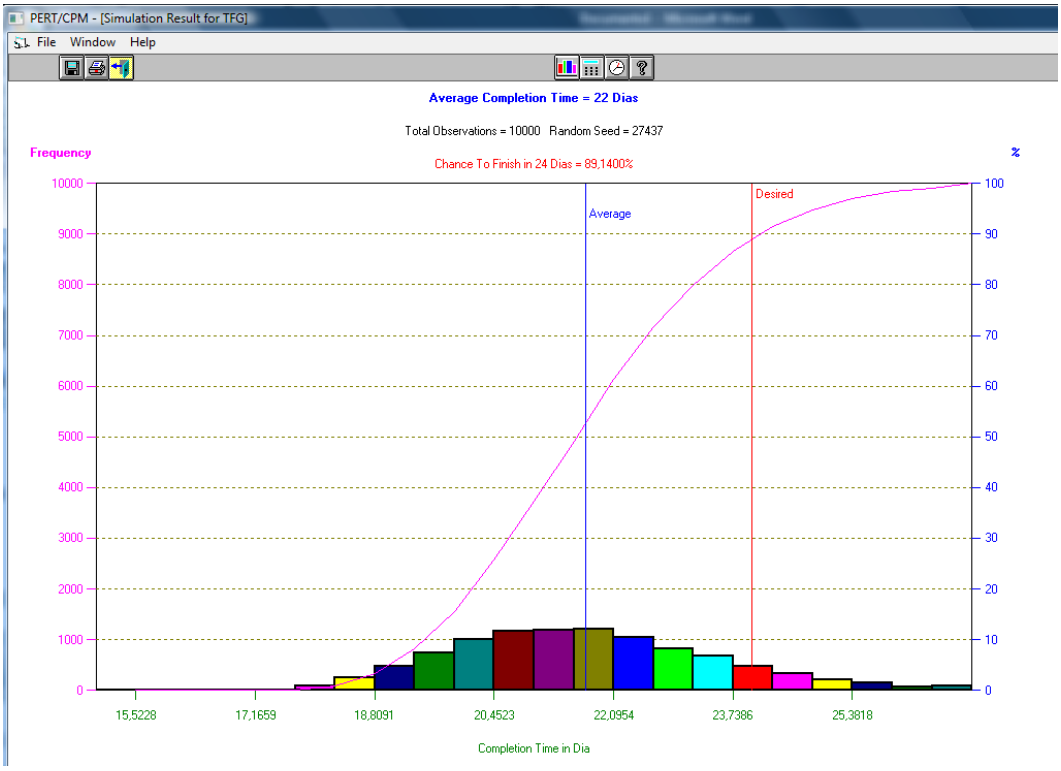

Ilustración 27: Gráfico de simulación PERT (WINQSB).

CAPÍTULO 4: CONCLUSIONES

En este trabajo se han revisado los métodos de programación, planificación y control de proyectos, PERT Y CPM. Hemos comprobado cómo se pueden realizar distintos análisis dependiendo de las características que la empresa posea sobre: el conocimiento de sus actividades y duraciones, la necesidad de reducir la duración de un proyecto o de realizarlo en un tiempo determinado, el coste que está dispuesto a asumir o el presupuesto del que dispone así como los recursos que posee para realizar las actividades.

Así, dependiendo de las características de cada empresa se analizará una de las modalidades de estos métodos, en concreto, aquella que se adapte más a sus necesidades.

En este TFG, hemos analizado los modelos más usuales de estas técnicas, el análisis con duraciones determinadas de las actividades o con estimaciones, el análisis del costo o la mano de obra necesaria para realizar un proyecto. También, hemos analizado la simulación de proyectos con tiempos inciertos de duración, para comprobar con las sucesivas repeticiones cuál es la duración más usual del proyecto y qué porcentaje de las observaciones hechas determinan que el proyecto concluye en un determinado periodo de tiempo. Debido a esta investigación he comprendido la importancia de estos métodos para la empresa, creo que

todas las sociedades deberían plantearse su utilización puesto que la planificación y programación de proyectos beneficia tanto a la duración como al costo de proyecto y puede realizar su actividad productiva de forma más eficiente.

Una vez analizados estos métodos, hemos realizado un ejemplo ilustrado que pone en práctica todas las modalidades estudiadas. El ejemplo ha sido realizado con dos softwares. Durante todo el análisis hemos ido utilizando el programa POM-QM, pero debido a que este software no nos facilita el análisis de simulación para los métodos PERT, este apartado lo hemos realizado con el programa WINQSB. Hemos ido modificando las características de un mismo ejemplo y poniendo algunas restricciones. Dependiendo de las características impuestas, observamos como los resultados van difiriendo en el mismo ejemplo a pesar de utilizar la misma duración del proyecto pues por la restricción el software nos proporcionará la solución más beneficiosa para la empresa. A partir de esta solución, la empresa tendría el patrón con el que debería actuar modificando la planificación de producción que tuviese prevista llevar a cabo antes del análisis.

BIBLIOGRAFÍA:

1. Alonso Revenga, J.M., (2008), *Flujo en redes y gestión de proyectos,* La Coruña (España), Netbiblio.
2. Bierman, H. Jr., Bonini, C. P., Hausman, W. H., (1996), *Análisis cuantitativo para la toma de decisiones*, España, Irwin.
3. Bonini, C. P., Hausman, W. H., Bierman, H. Jr., (1999), *Análisis cuantitativo para los negocios,* España, Irwin.
4. Hilier, F. S., Lieberman, G. J., (1998), *Introducción a la investigación de operaciones,* Mexico, McGraw-Hill.
5. Markland, R.E., Sweigart P, J.R., (1987) *Quantitive methods: applications to managerial decision making.* United States of Amweica, John Wiley and sons.
6. Mathur K, Slow, D. (1996), *Investigación de operaciones. El arte de la toma de decisiones.* México, Prentice Hall.
7. Ríos Insua, S. (1996), *Investigación Operativa. Programación Lineal y Aplicaciones.* Madrid (España), Centro de Estudios Ramón Areces, S.A.
8. Rodríguez Huertas, R., Gámez Mellado, A., (2002). *Investigación operativa. Teoría, ejercicios y prácticas con ordenador.* Cádiz (España), Universidad de Cádiz. Servicio de publicaciones.
9. Romero López, C., (2010), *Técnicas de programación y control de proyectos.* España, Pirámide.
10. Taha, H.A., (1997), *Investigación de operaciones. Una introducción.* México, Prentice Hall.
11. Thierauf, R. J., (1982), *Introducción a la investigación de operaciones.* Mexico, Limusa.
12. Velasco Sánchez, J., Campins Masriera, J.A., (2013). *Gestión de proyectos en la empresa: planificación, programación y control.* Madrid (España), Larousse, ediciones Pirámide.