Escuela Politécnica Superior de Linares

Grado en Ingeniería Mecánica

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL

Alumno: **Francisco Cuadros Boiza**

Tutor: Luis Felipe Sesé
Depto.: Ingeniería Mecánica y Minera

Febrero, 2020

Contenido

0 RESUMEN 4

1 INTRODUCCIÓN 5

1.1 Descripciones y funcionamiento 5

1.2 Bloqueos 8

1.2.1 Diferencial autoblocante de discos 8

1.2.2 Diferencial autoblocante de rampas 9

1.2.3 Diferencial Torsen 10

1.2.4 Diferencial Viscoso 12

1.2.5 Sistema Haldex 13

2 OBJETIVOS 13

3 MATERIALES Y MÉTODOS 15

3.1 Plataforma 15

3.2 Datos iniciales 16

3.2.1 Motor 16

3.2.2 Cotas de la plataforma 17

3.2.3 Relaciones de transmisión y desarrollos 17

3.2.4 Supuestos de cálculo 20

3.2.5 Aceros empleados 21

3.2.6 Otros datos de partida 23

3.3 Dimensionamiento de los engranajes 23

3.3.1 Introducción 23

3.3.2 Criterio de flexión del diente (Fórmula de Lewis) 25

3.3.3 Criterio de fallos superficiales (Fórmula de Hertz) 30

3.3.4 Equivalencias helicoidales 34

3.3.5 Cálculos 36

3.4 Dimensionamiento de los ejes 38

3.5 Elección de los rodamientos 45

3.6 Elección de los tornillos 48

4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN 50
4.1 Introducción 50
4.2 Simulación de elementos finitos del conjunto de engranajes interior: 52
4.2.1 Propiedades de estudio 52
4.2.2 Unidades 52
4.2.3 Propiedades de material 53
4.2.4 Sujeciones 54
4.2.5 Cargas 55
4.2.6 Contactos establecidos entre componentes 55
4.2.7 Información de malla 56
4.2.8 Fuerzas resultantes 56
4.2.9 Resultados del estudio 57
4.3 Simulación de elementos finitos del conjunto de engranajes exterior: 61
4.3.1 Propiedades de estudio 61
4.3.2 Unidades 61
4.3.3 Propiedades de material 62
4.3.4 Sujeciones 63
4.3.5 Cargas 64
4.3.6 Contactos establecidos entre componentes 65
4.3.7 Información de malla 65
4.3.8 Fuerzas resultantes 66
4.3.9 Resultados del estudio 67
4.4 Simulación de elementos finitos del conjunto de engranajes exterior: 71
4.4.1 Propiedades de estudio 71
4.4.2 Unidades 71
4.4.3 Propiedades de material 72
4.4.4 Sujeciones 73
4.4.5 Cargas 73
4.4.6 Información de malla 74

4.4.7 Fuerzas resultantes 75
4.4.8 Resultados del estudio 76
5 CONCLUSIONES 80
6 PLANOS Y ANEXOS 82
6.1 Planos 82
6.2 Anexo: Procedimiento constructivo del modelo en SolidWorks 83
6.2.1 Introducción 83
6.2.2 Engranajes 83
6.3.1 Ejes 89
6.3.2 Núcleo 91
7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 93
7.1 Referencias que aparecen en el texto 93
7.2 TFG/PFC consultados 94
7.3 Normas UNE de referencia consultadas 94

0 RESUMEN

Este Estudio Técnico es una aproximación al diseño de un diferencial de automóvil. En primer lugar se explica su objetivo y funcionamiento, se describen los tipos usuales y se enumeran los componentes clave a tener en cuenta en el cálculo. Después se realiza un dimensionamiento previo de los engranajes y ejes con criterios sencillos en base a un criterio de cargas determinado. Posteriormente se verifican estos resultados aplicando un análisis de elementos finitos a un modelo tridimensional realizado en SolidWorks a través del módulo de simulación del mismo programa. Se presentan los resultados del mismo y se extraen conclusiones al respecto.

Junto con la memoria y anexos se adjuntan los modelos completos y una animación en vídeo que describe el funcionamiento del conjunto bajo distintas circunstancias.

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Descripciones y funcionamiento

Un diferencial es el elemento mecánico de la transmisión de un vehículo cuya función principal es permitir que dos ejes de salida giren a distinta velocidad mientras se transmite el par a los mismos desde el eje de entrada.

En su aplicación más habitual, se encuentra intercalado entre las ruedas izquierda y derecha de un mismo eje para transmitirles el par a su velocidad correspondiente según el vehículo se encuentre tomando una curva hacia un lado o hacia el otro.

También posee una función secundaria pero fundamental, es el conjunto reductor que aporta la desmultiplicación final al giro que proviene del eje secundario de la caja de cambios para acoplar el mismo a las ruedas a una velocidad angular adecuada[1].

La relación de transmisión del diferencial (también llamada relación del puente) dicta la relación final del conjunto de transmisión y sus valores típicos en un turismo pueden oscilar aproximadamente entre 1:2,5 y 1:4,5. Este dato varía mucho en función de si es un vehículo diésel o gasolina, las relaciones de la caja de cambios incorporada o el diámetro de las ruedas. Veamos algunos ejemplos orientativos obtenidos de una web de referencia[2]:

2007 Alfa Romeo 147 1.9 JTDm 16V - 3,56:1

2012 Honda Civic 1.8 S - 4,29:1

2008 Audi A3 2.0 TDI - 2,76:1

2015 BMW 320d - 3,15:1

2015 Citroen C4 BlueHDi - 3,74:1

2014 Ford Focus 1.0 EcoBoost - 4,25:1

2012 Hyundai i30 1.6 CRDi - 3,47:1

1999 Seat Toledo 1.6 Stella - 4,25:1

2012 Mercedes A 200 CDI - 4,13:1

2016 Volvo V40 D3 - 3,61:1

2003 Volkswagen Golf 1.9 TDI - 3,39:1

2006 Fiat Stilo 1.9 Multijet - 3,63:1

2013 Skoda Octavia 1.4 TSI - 3,43:1

2012 Subaru BRZ Sport - 3,73:1

Centrándonos en su función primaria, cuando un vehículo toma una curva por ejemplo hacia la derecha, la rueda derecha recorre un camino más corto que la rueda izquierda. Como ejemplo típico, en una pista de atletismo el corredor que da la curva abierta recorre más distancia que el contrincante de la vuelta cerrada[3].

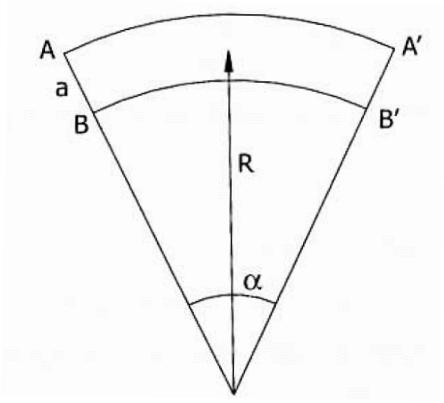


Figura 1. Diagrama de trayectorias. La rueda exterior recorre el arco A-A' y la interior el B-B', más corto[4]

En los primeros vehículos, las ruedas estaban ambas montadas de forma fija sobre el eje. Este hecho significaba que una de las dos ruedas no podía girar adecuadamente si la otra mantenía la adherencia, consecuentemente provocaba el deslizamiento y desestabilización el vehículo. Hoy en día esta disposición de eje rígido se sigue empleando en karts, cuadriciclos y maquinaria sencilla, resultado evidente el efecto negativo sobre la conducción de los mismos. Mediante el diferencial se consigue que cada rueda pueda girar individualmente en una curva a su velocidad correcta dictada por la trazada, sin perder por ello la fijación sobre su semieje. De esta manera la tracción del motor actúa con la misma fuerza sobre cada una de las dos ruedas en condiciones de adherencia normales, obteniéndose además de la corrección sobre el deslizamiento tres ventajas directas[5]:

- Se absorbe menos potencia del motor para girar.
- Se consigue un menor radio de giro del vehículo para un determinado ángulo de giro de las ruedas.
- Se permite realizar maniobras a baja velocidad con precisión.

Dado que un diferencial ordinario o libre (también llamado diferencial abierto) en principio reparte el par por igual entre ambas ruedas (50%-50%), la capacidad de tracción máxima es siempre el doble de la de la rueda con menor capacidad de tracción[3]. En caso de que esta sea nula en una de las ruedas, la capacidad de tracción total es por lo tanto cero ya que el par se pierde a través de la rueda que no ejerce resistencia al giro. Para solucionar este problema se emplean diferenciales con bloqueo, ya sean autoblocantes o bloqueables manualmente. Estos pueden hacer solidarios los semiejes y forzar a ambas ruedas a girar a la misma velocidad, eliminando el efecto diferencial y enviando hasta el

100% del par disponible a una sola rueda en caso de ser la única que posea adherencia sobre el suelo.

Constructivamente, el diferencial consiste en separar el eje rígido en dos semiejes independientes intercalando entre ambos un mecanismo de tren epicicloidal, unido a un soporte llamado caja de satélites (habitualmente una horquilla o una jaula) que recibe el par proveniente del motor. El eje de entrada del conjunto hace girar esta caja a través de un piñón de ataque y una corona exterior con una relación de transmisión desmultiplicada.

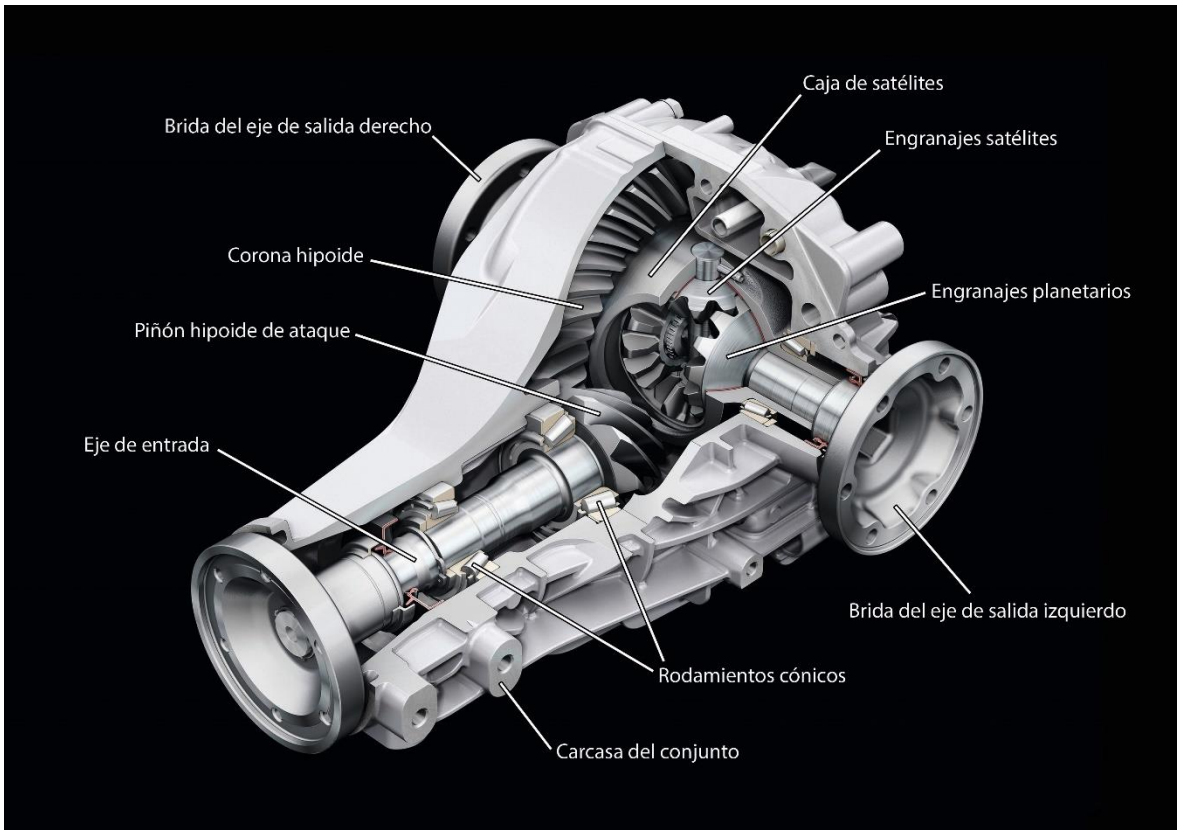


Figura 2. Partes de un diferencial

Cuando ambas ruedas recorren la misma distancia por ir el vehículo en línea recta, el engranaje se mantiene en situación neutra, es decir, los planetarios no giran y el esfuerzo se transmite por contacto estático entre los dientes. Sin embargo, en una curva cuando las distancias a recorrer de las ruedas difieren, el conjunto de engranajes planetarios gira compensando con ello las diferentes velocidades de rotación de los semiejes.

La diferencia de giro también se produce entre los dos ejes delantero y trasero. Las ruedas directrices describen una circunferencia de radio mayor que las no directrices. En el hipotético caso de que ambos ejes sean directrices, el que tenga mayor ángulo de giro describirá un radio mayor. Por ello se añade el diferencial central en los vehículos de tracción integral, así un vehículo con tracción en las cuatro ruedas puede tener hasta tres diferenciales: uno en el eje frontal, uno en el eje trasero y uno central[3].

1.2 Bloqueos

El diferencial libre tiene ciertas limitaciones, aunque es un sistema totalmente válido en situaciones dónde la (baja) resistencia que genera es importante y las pérdidas de tracción no son habituales o por lo menos no representan un problema[5]. De ahí su uso mayoritario en la mayoría de vehículos turismo.

Sin embargo, a veces se hace necesario eliminar la función diferencial del eje o entre ambos ejes si las condiciones de adherencia son desfavorables, tales como terrenos gran variabilidad de adherencia o posibilidad de descargar una de las ruedas. Para ello existen los sistemas de bloqueo manuales, electrónicos y autoblocantes, como se ha comentado anteriormente.

Un bloqueo manual acciona un dispositivo que une de forma física ambos ejes de salida como si no existiera el diferencial. Puede conectarse a voluntad para ocasiones puntuales y trabaja sin problemas siempre que la dirección permanezca recta. Los ejes bloqueados aportan un momento estabilizador produciendo subviraje, cualquier intento de hacer girar al vehículo trae como consecuencia que una de las ruedas trate de frenarse (la exterior) y la otra de acelerarse (la interior), por lo que la unión rígida pone en sobreesfuerzo los distintos elementos mecánicos implicados en caso de viraje[5]. Muy empleado en vehículos tipo todo terreno puros que circulan fuera del asfalto.

Un bloqueo electrónico se basa en el sistema ABS (frenos antibloqueo) del vehículo, que posee la capacidad de monitorizar en todo momento la velocidad de giro individual de cada rueda y aplicar de forma aislada presión de freno a las mismas en función de la circunstancia. De esta forma, se puede frenar selectivamente la rueda sin adherencia que gira libre simulando así un sistema autoblocante mecánico y recuperando la tracción. Supone una solución de bajo coste en plataformas donde el ABS ya está instalado, a costa de inconvenientes como el sobrecalentamiento del sistema de frenos bajo el uso intensivo[6].

La tercera solución y más optimizada consiste en instalar un diferencial autoblocante o diferencial de deslizamiento limitado, también conocido como LSD por sus siglas en inglés (Limited Slip Differential). Este dispositivo bloquea ambos ejes de salida en mayor o menor proporción de forma autónoma en función de las condiciones de entrada y adherencia disponible. Existen varios tipos:

1.2.1 Diferencial autoblocante de discos

Estos diferenciales se suelen montar en vehículos de tracción trasera de gran potencia. En este tipo de diferenciales, un paquete de discos similares a los de un embrague, fabricados en acero endurecido y funcionando con lubricantes especiales

bloquean los dos palieres de forma solidaria bajo determinadas condiciones de trabajo. La carga aplicada sobre los discos se consigue mediante dos métodos. El primero es comprimiendo los juegos de discos mediante un muelle helicoidal o una arandela Belleville (arandela de presión) escogidos para proporcionar un valor mínimo de par que haga que se rompa la barrera estática que mantiene los ejes solidarios. La segunda, se consigue mediante un tallado de los dientes de los satélites especial, diseñado cuidadosamente para cargar los juegos de discos a medida que el par aumenta.

Los cambios en la precarga del diferencial se consiguen cambiando el muelle helicoidal o la arandela de presión. Los cambios en la parte sensible al par aplicado son función de los ángulos de presión de los engranajes y por tanto solo pueden ser modificados por el fabricante[5].

1.2.2 Diferencial autoblocante de rampas

Otra variante de diferencial de deslizamiento limitado es el diferencial de rampas o “Salisbury Axle”. Este diferencial también emplea un juego de discos para bloquear progresivamente los dos ejes de salida del diferencial juntos.

En esta variante de diferencial de discos, el eje de los satélites se apoya sobre unas rampas y se desplaza por ellas en función del par que entra al diferencial, ejerciendo la fuerza de bloqueo sobre el paquete de discos. Con este sistema el reparto de par puede variar en función de si estamos en fase de aceleración o de retención.

Existen muchas configuraciones de precarga, juegos de discos e inclinación de rampas que permiten que modificar las características de comportamiento sea relativamente sencillo. Este es el diferencial más utilizado en competición porque permite un amplio rango de configuraciones[5].

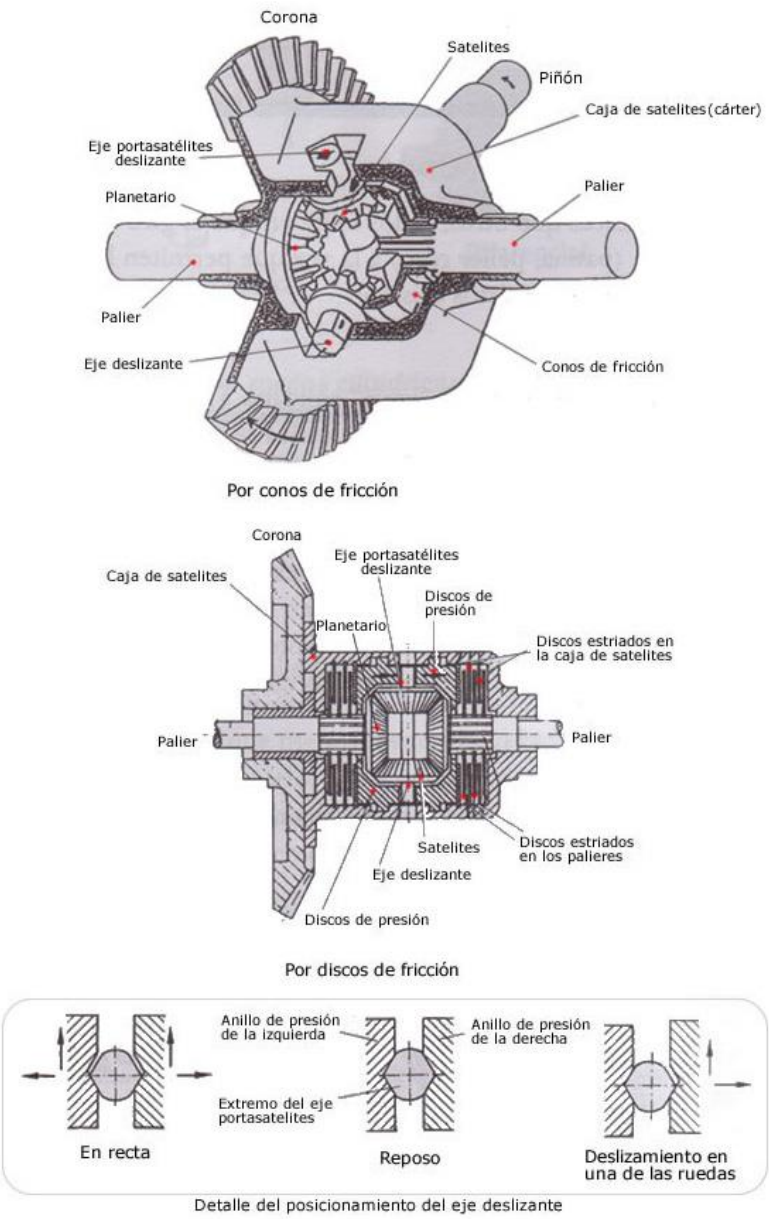


Figura 3. Diferencial autoblocante de rampas

1.2.3 Diferencial Torsen

El diferencial Torsen original usa una combinación de trenes de engranajes donde se pueden encontrar tanto dientes rectos como dientes con un gran ángulo de inclinación que sustituyen a los satélites de un diferencial libre convencional.

El nombre de Torsen viene de las palabras en inglés «Torque Sensing» (sensible al par) queriendo decir que en función del par de entrada pueden cambiar las condiciones de operación del diferencial.

El Torsen es el único sistema capaz de repartir el deslizamiento de forma independiente a la velocidad de giro de los semiejes. Funciona mediante la combinación de tres pares de ruedas helicoidales que engranan a través de dientes rectos situados en

sus extremos (engranajes de concatenación). La retención o el aumento de la fricción se produce porque las ruedas helicoidales actúan como un mecanismo de tornillo sin fin: el punto de contacto entre los dientes se desplaza sobre una línea recta a lo largo del propio diente, lo que significa la unión del movimiento de giro de las ruedas con el movimiento de deslizamiento que supone fricción. El tarado o grado de resistencia se determina precisamente por el ángulo de la hélice de estas ruedas helicoidales[7].

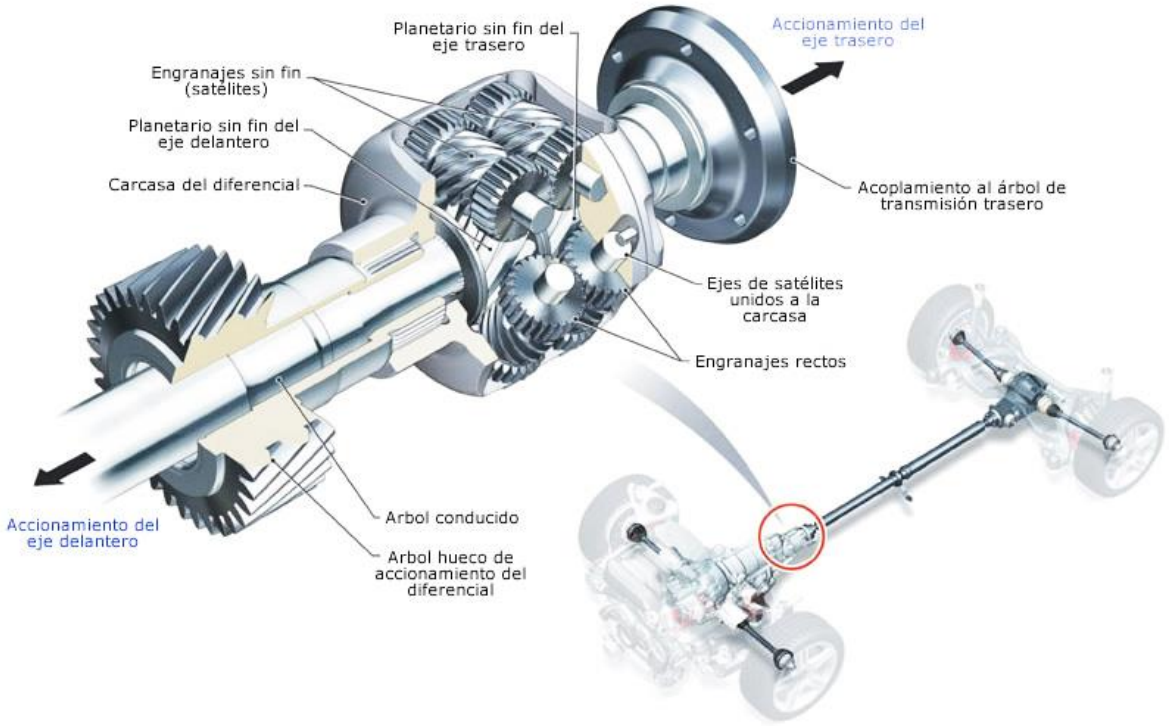


Figura 4. Sección de un diferencial Torsen

Cuando el par que entra en el diferencial es pequeño, los engranajes se encuentran poco cargados y si una rueda queda en el aire, el diferencial se comportará como un diferencial libre convencional. Es decir, en una situación donde una rueda queda en el aire o con muy poca fricción, el diferencial no logrará bloquear. A medida que se incrementa el par, los trenes de engranajes se cargan bajo una relación de fuerzas denominada Torque Bias Ratio o TBR. En un Torsen, mientras que el neumático con menos tracción pueda asimilar el par enviado hasta el diferencial no habrá deslizamiento relativo. Si se supera la adherencia del neumático, el lado que gira más lento recibe el par de la rueda que se ha acelerado multiplicado por el TBR. Es decir, con un TBR 2:1 estaremos mandando el 33% del par a un neumático y el 66% restante al otro, que en principio se encuentra en mejores condiciones para transmitir el par al suelo.

El resultado es que bajo condiciones de alto par se comporta prácticamente como un eje solidario mientras que cuando el par de entrada es pequeño, por ejemplo en una curva, se comporta casi como un diferencial libre[5].

1.2.4 Diferencial Viscoso

El funcionamiento del diferencial viscoso o viscoacoplador se basa en la utilización de un fluido de alta viscosidad no newtoniano dilatante, a menudo aceites de silicona. Los dos palieres están conectados mediante un mecanismo que incorpora unos juegos de discos que giran con escasa distancia entre ellos.

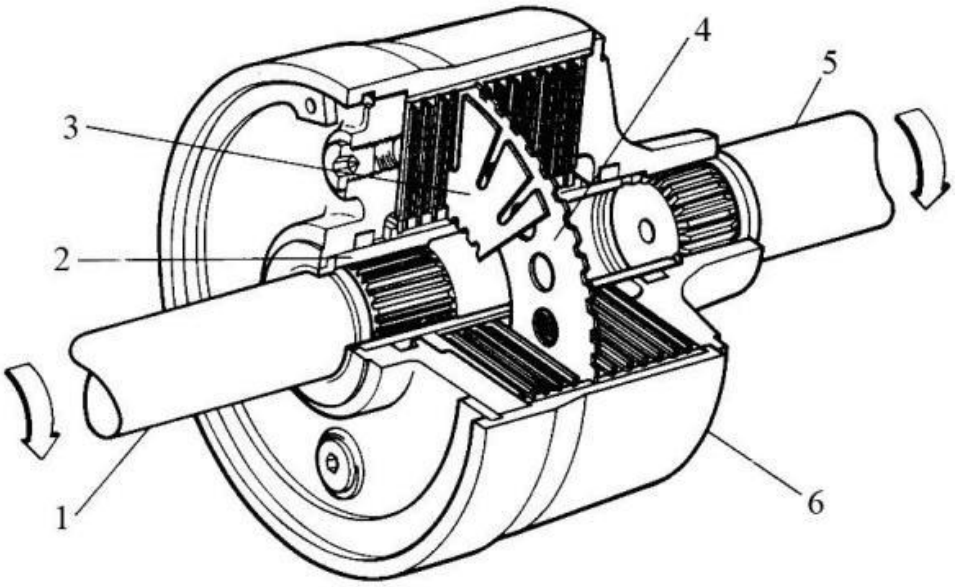


Figura 5. Diferencial de acoplamiento viscoso.

1-Semieje de transmisión, 2-Portadiscos solidario al árbol de salida, 3-Disco interno, 4-Disco externo, 5-Semieje de transmisión, 6-Carcasa

Mientras que la mayoría de los fluidos y lubricantes pierden viscosidad con la temperatura, el fluido utilizado en el diferencial aumenta su viscosidad conforme la temperatura sube. Cuando hay diferencia de giro entre los semiejes, el fluido se vuelve más viscoso y tiende a hacer solidarios los dos juegos de discos, igualando sus velocidades de giro y pudiendo transmitir hasta el cien por cien de la fuerza al eje con mayor adherencia[8].

Las pequeñas diferencias de velocidad producidas en las curvas no son suficientes como para bloquear el diferencial de modo que trabaja casi en condiciones de diferencial libre, con pérdidas mínimas. Solamente el deslizamiento de un neumático genera suficiente calor como para bloquear el diferencial. El aumento de temperatura y por tanto el bloqueo tardan cierto tiempo en ocurrir, como consecuencia existe cierto retraso de respuesta, manteniéndose la condición de transferencia de par durante un tiempo hasta que el calor es disipado. Ya que el bloqueo no es total, la diferencia de giro en curva se sigue absorbiendo por el conjunto a costa de mayores pérdidas de energía. Este tipo de diferenciales, por tanto, tiene más aplicación como diferencial central[5].

1.2.5 Sistema Haldex

Este sistema es un caso especial de los llamados embragues o acopladores multidisco. Consiste también en un paquete de discos conductores y conducidos en el que los discos transfieren el movimiento entre ellos por fricción, pero incorporando sistema hidráulico de control que los presiona entre sí de igual modo que un embrague convencional.

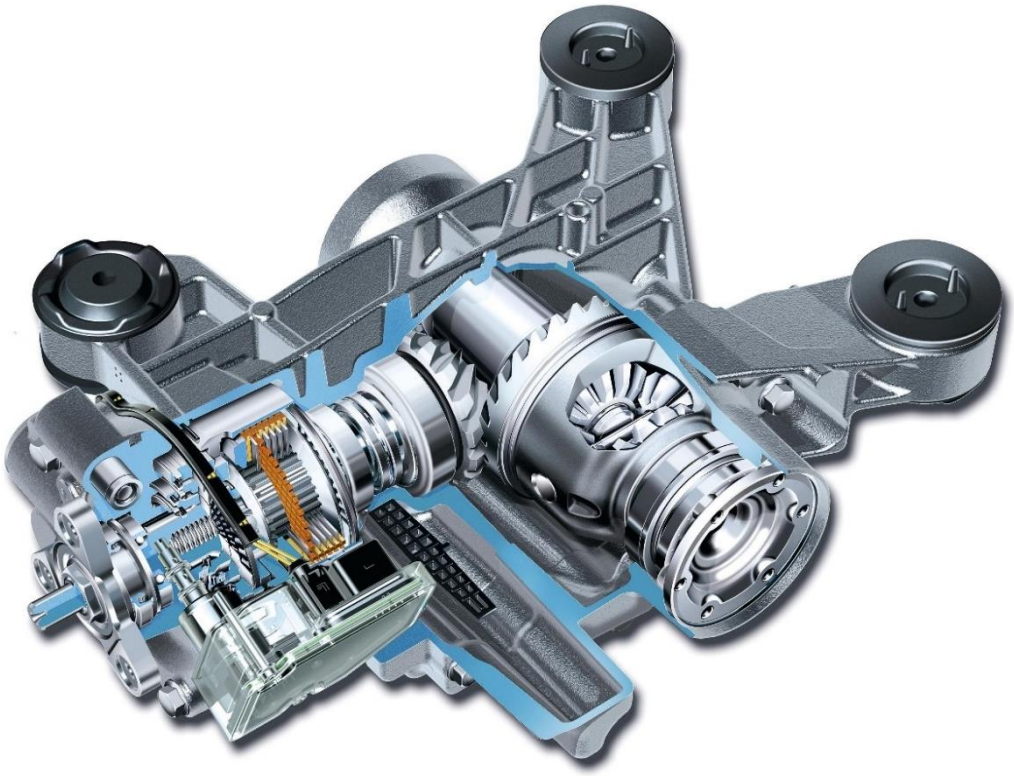


Figura 6. Sección de un sistema Haldex junto a un diferencial trasero

Este sistema puede mandar par según la presión ejercida sobre los discos por el circuito hidráulico, no requiriendo un deslizamiento entre ellos para que actúe. Esto permite controlar el reparto de forma independiente de la diferencia de velocidad de giro[9].

Es muy útil, porque se pueden generar repartos de par a uno y otro eje en función del uso requerido del vehículo, cambiando este reparto sobre la marcha. Así se puede derivar más par al tren trasero o delantero en función de cada momento mediante una gestión electrónica que contempla la demanda del conductor además del deslizamiento en alguna de las ruedas.

2 OBJETIVOS

Una vez presentados la importancia del mecanismo diferencial, y siendo este un sistema mecánico complejo, se ha considerado que es un elemento interesante para poder acometer la elaboración del Trabajo Final de Grado. En concreto, la finalidad del presente

estudio técnico es diseñar los elementos principales y demostrar el funcionamiento del mecanismo diferencial libre de un vehículo de propulsión trasera, cuya resistencia mecánica cumpla con unas especificaciones de par de entrada determinadas y aporte la desmultiplicación final necesaria para acoplar la caja de cambios a los semiejes posteriores.

Los elementos que se van a calcular y representar serán las piezas clave que componen el grupo diferencial desde el eje de entrada hasta los semiejes de salida. Esto incluye:

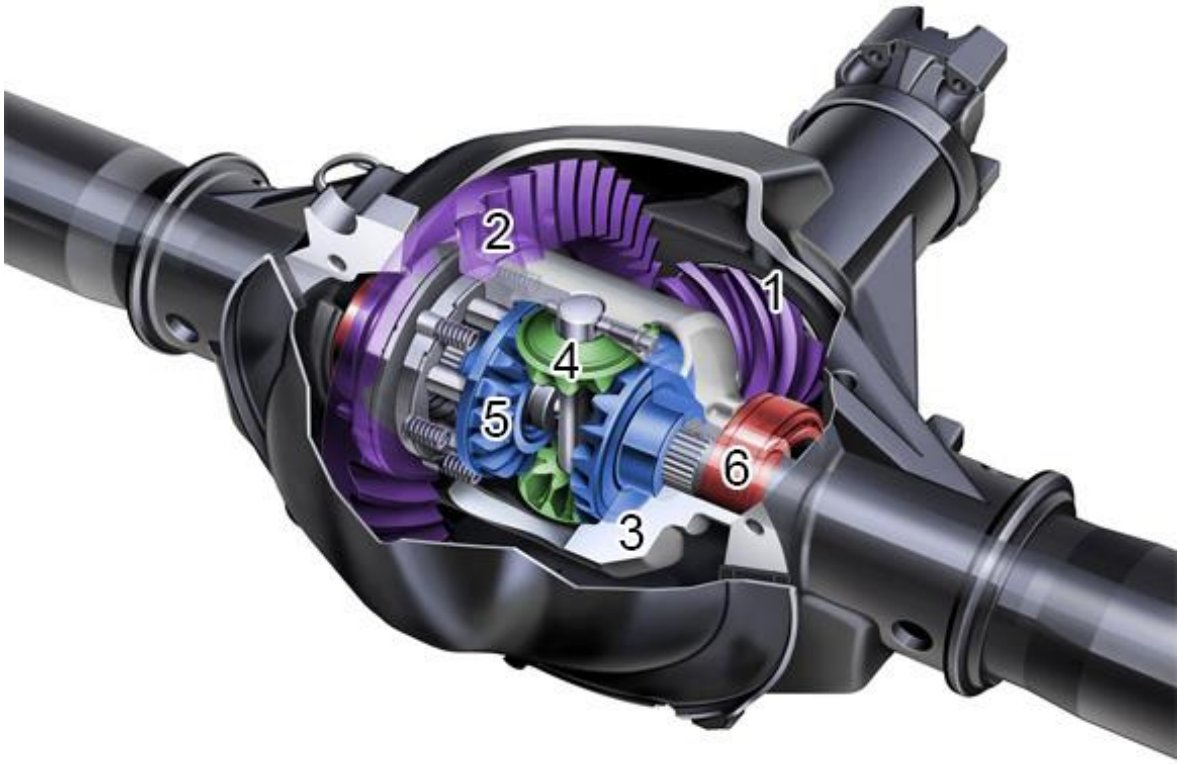


Figura 7. Diagrama de elementos del diferencial

1 - Eje de entrada con piñón helicoidal de ataque y rodamientos de apoyo

2 - Corona helicoidal y tornillería adjunta

3 - Jaula portasatélites (núcleo) y rodamientos de apoyo

4 - Engranajes cónicos satélites y eje de los mismos

5 - Engranajes cónicos planetarios de salida

6 - Ejes de salida y rodamientos de apoyo

El diseño tendrá una aproximación inicial basada en el cálculo analítico sencillo basado en un criterio de flexión para los engranajes y ejes. Posteriormente se realizará un

modelo CAD con el software SolidWorks de las diferentes partes con la referencia previa aproximada de los cálculos teóricos.

Se comprobará la integridad de las partes críticas del modelo con una simulación estática de elementos finitos y por último se obtendrán animaciones que expliquen el funcionamiento del conjunto en vídeo.

3 MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Plataforma

En el presente estudio técnico, nos basaremos en un vehículo indeterminado que sirve como plataforma para el elemento que vamos a diseñar. Los datos de partida del mismo están basados en su mayoría en ejemplos reales, mientras que otros serán adaptados para simplificar el problema.

El vehículo posee las cotas propias de un turismo, está dotado de propulsión trasera y cuenta con un motor de ciclo Diésel de cuatro cilindros colocado longitudinalmente en la parte delantera, incorporando una caja de cambios manual de seis relaciones. Suponemos la masa resultante en orden de marcha del conjunto de 1350 kilogramos.

El eje de entrada del diferencial está por tanto situado también longitudinalmente y se cruza con los ejes de salida (son coplanares), al no existir descentramiento vertical del mismo será empleado un conjunto de entrada piñón-corona cónico espiral no hipoide, concretamente circular. Esto responde a una simplificación del diseño de los engranajes en la medida de lo posible.

Si bien en los vehículos de turismo rara vez se encuentra esta configuración en lugar de la hipoide, sí que existe en otras plataformas donde la altura del eje de transmisión no es determinante. Existen varios tipos de espiral, de distinta complejidad constructiva, por lo que este dato será definido a posteriori durante el modelado. En cualquier caso, se establecerá el ángulo de la espiral como β_a = 30º que es el necesario para cálculos posteriores (este ángulo es típicamente de 35º)[10].

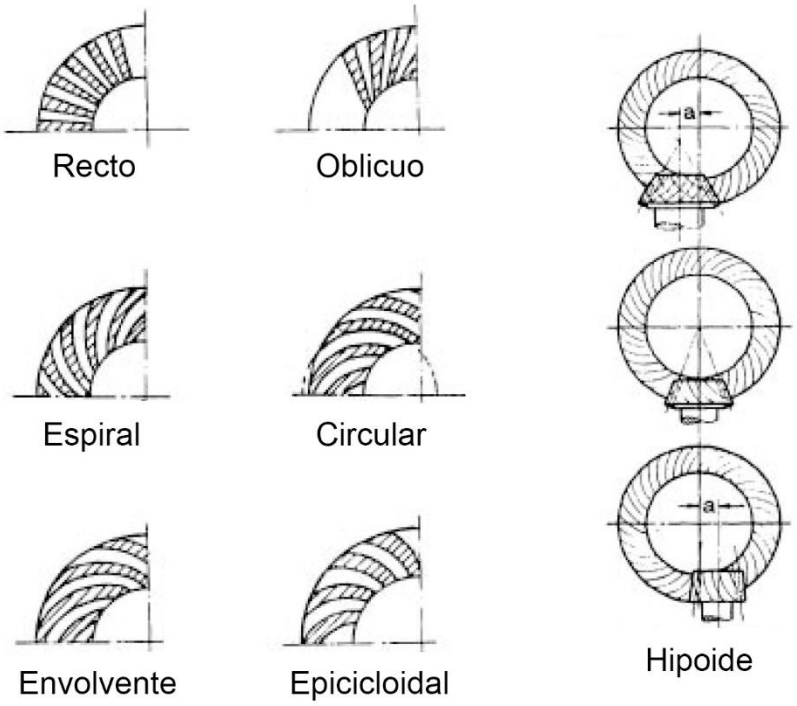


Figura 8. Diferentes disposiciones de dientes en una corona cónica[10].

Cabe aclarar que en los vehículos de producción se intenta acercar el eje de entrada del diferencial al suelo instalando un conjunto hipoide por dos motivos fundamentales, bajar el centro de gravedad (recordemos que el árbol de transmisión es un elemento pesado cuya colocación depende de este parámetro) y conseguir un mayor espacio disponible en el interior del habitáculo.

La relación de transmisión escogida para el grupo diferencial ha de corresponder a un valor común en turismos y condiciona de ahora en adelante el diseño de todo lo demás:

- **Número de dientes del piñón de entrada = 12**
- **Número de dientes de la corona de entrada = 40**
- **Relación de desmultiplicación del grupo diferencial = 40 / 12 = 3,333**

Realmente sólo nos interesan para nuestro diseño los datos de salida del motor (par máximo, régimen de revoluciones medio y régimen máximo) y las relaciones de la caja de cambios. El resto de detalles serán omitidos por simplicidad. Los datos de partida tomados serán igualmente obtenidos de algunos ejemplos de referencia.

3.2 Datos iniciales

3.2.1 Motor

Se parte de un motor de ciclo Diésel de 4 cilindros que entrega un par máximo de 305 Nm a 2000 rpm (63,88 kW de potencia instantánea). El dato de potencia máxima no nos es necesario para dimensionar el diferencial. El régimen de funcionamiento máximo

(corte de inyección) son 5000 rpm y supondremos una velocidad media de uso del vehículo a lo largo de su vida útil de 60 Km/h.

3.2.2 Cotas de la plataforma

Medidas y masas:	*Diámetro de giro entre bordillos = 11500 mm.* *Ancho de vías delantero = 1500 mm.* *Ancho de vías trasero = 1500 mm.* *Batalla (L) = 2600 mm.* *Distancia del CG al eje delantero (l_1) = 1118 mm.* *Distancia del CG al eje trasero (l_2) = 1482 mm.* *Masa total = 1350 kg (57% delantero – 43% trasero)* *Altura del CG (h) = 570 mm.*

3.2.3 Relaciones de transmisión y desarrollos

Para los valores de la relación de transmisión tomamos como ejemplo una caja de velocidades C.530.6 del fabricante FPT (Fiat Powertrain Technologies), aunque integra el grupo diferencial y se instala junto a motores transversales en plataformas (no necesariamente turismos) de tracción delantera, su aplicación típica es un caso similar al nuestro, una entrega de par hasta 400 Nm y 6 velocidades. Por lo tanto, nos quedamos con sus datos de relaciones en caja como referencia:

Relaciones en la caja:	**Relación en el puente:**	**Relaciones finales:**
I: 4,0261 **II: 2,3679** **III: 1,4408** **IV: 1,0289** **V: 0,8084** **VI: 0,6505** **R: -3,7558**	**3,333**	**I: 13,4189913** **II: 7,8922107** **III: 4,8021864** **IV: 3,4293237** **V: 2,6943972** **VI: 2,1681165** **R: -12,5180814**

Figura 9. Cuadro de relaciones de velocidades

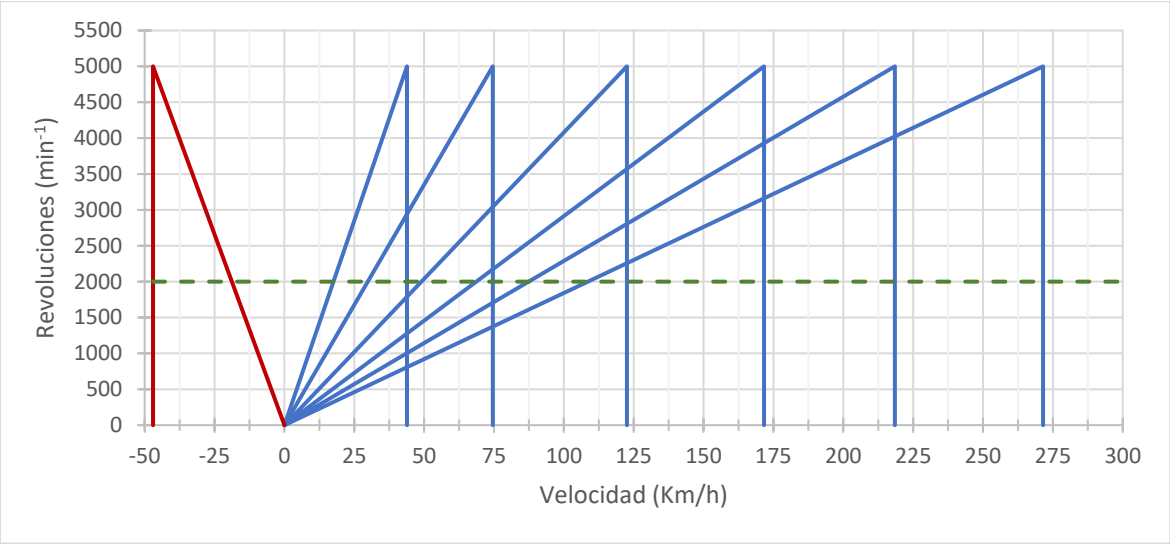


Figura 10. Diagrama de velocidades para las relaciones de transmisión de la caja de cambios (en línea discontinua el régimen de par máximo)

Para un neumático instalado de medidas 225/40R18 resultan aproximadamente 2,002 metros de perímetro y por lo tanto 55,4 km/h por cada 1000 rpm en el desarrollo más largo. Aplicando un coeficiente corrector por deformación para el perímetro debido al peso del 98% obtenemos 1,96196 metros de circunferencia y 54,29 km/h por cada 1000 rpm en sexta velocidad. El radio efectivo será aproximado en base a este dato como 0,3123 metros.

Dentro del diferencial actuarán varias velocidades de giro distintas a la vez. La velocidad del eje de entrada (y por lo tanto del piñón) es siempre conocida porque está determinada por la velocidad de giro del motor y la marcha engranada en ese momento. En cambio, la velocidad de los satélites depende de la velocidad relativa de las dos ruedas del eje trasero y esta a su vez depende del radio de la curva.

Como tenemos las medidas entre ejes y el ancho de vías, realizamos un esquema con los diámetros de giro mínimos de todas las ruedas:

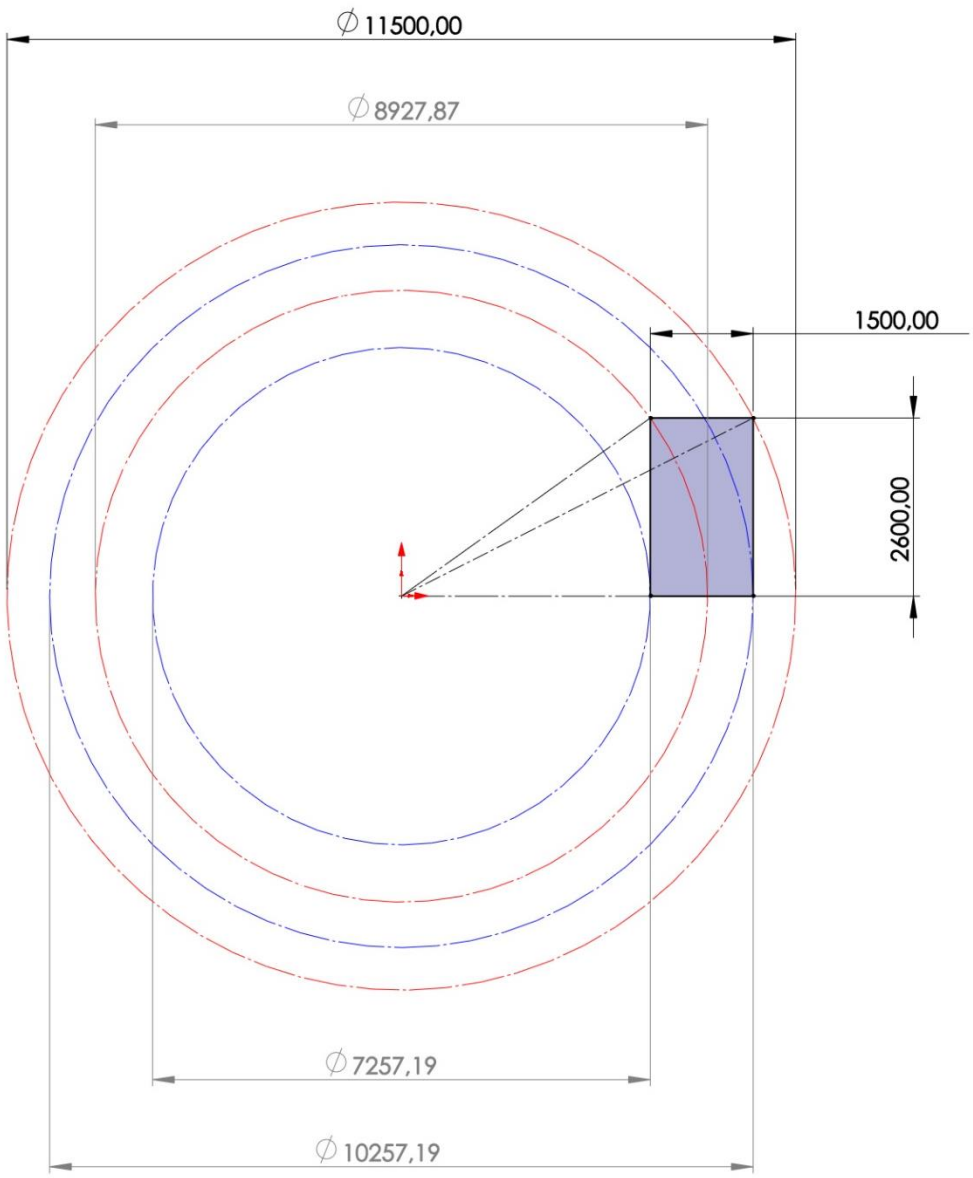


Figura 11. Diámetros de giro mínimos en milímetros de la plataforma (en azul las ruedas traseras)

Como resultado se obtiene que trazando el radio mínimo la relación de giro entre las dos ruedas traseras es de $V_{ext} = 1{,}41338 \cdot V_{int}$ (caso más desfavorable).

Suponiendo un coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo de 1,2 (caso extremo, ya que el valor superior como mucho suele ser 1) y aplicando la fórmula simplificada de la velocidad máxima a la que podría darse la curva de diámetro mínimo, que se obtiene de igualar la fuerza de rozamiento ($\mu \cdot m \cdot g$) con la fuerza radial ($m \cdot v^2/R$) nos queda:

$$V_{max} = \sqrt{\mu \cdot g \cdot R} = 7{,}77\ m/s$$

Por lo que, aplicando la relación antes hallada y dividiendo entre el diámetro conocido de las ruedas, en el caso de mayor velocidad relativa entre los dos engranajes planetarios

tenemos 37,03 revoluciones por minuto respecto a otro. Cuando más abierto es el radio de la curva mayor es la velocidad máxima permitida por la adherencia, pero menor es la relación entre velocidades de ambas ruedas. Trazando en una gráfica los cálculos anteriores para múltiples radios de curva se observa lo siguiente:

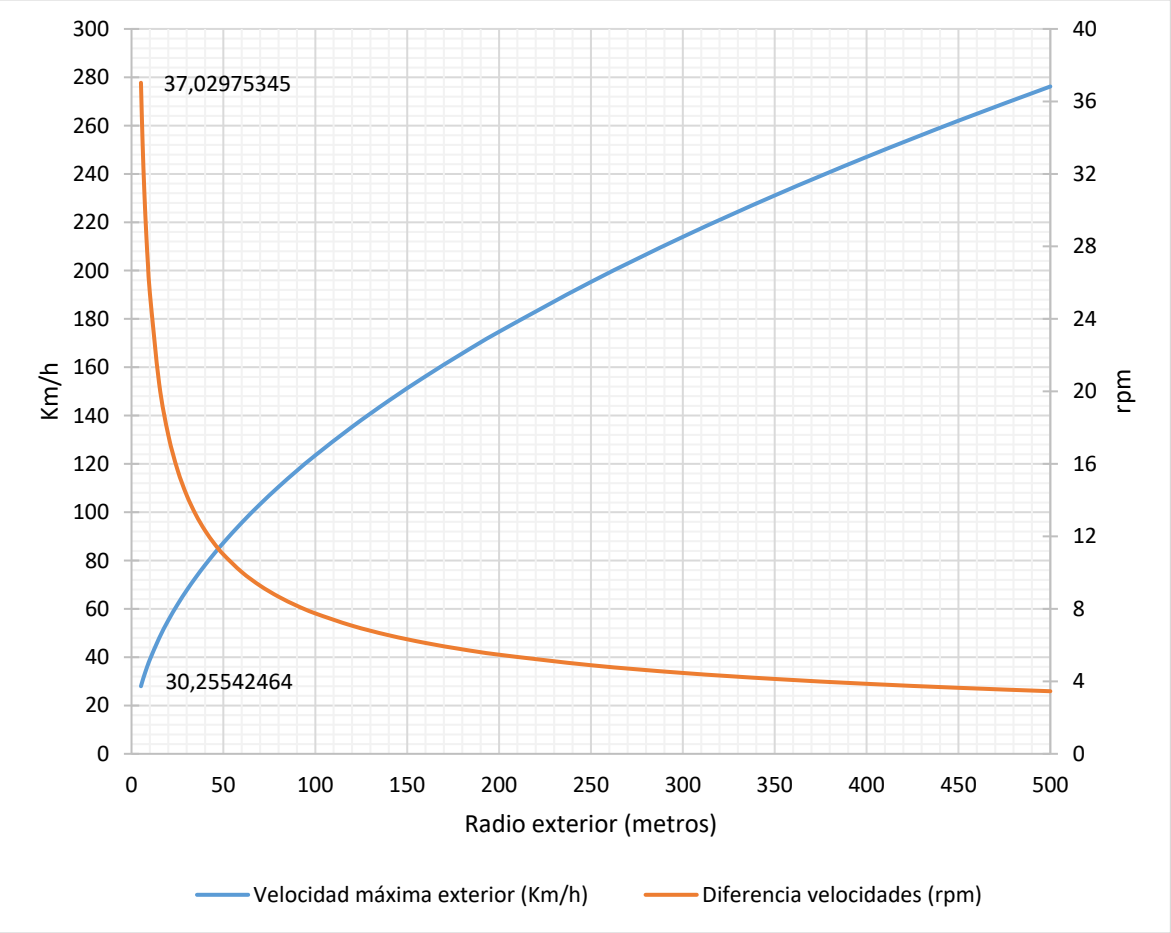


Figura 12. Diagrama de velocidades relativas entre las ruedas en función del radio exterior

La mayor velocidad relativa se observa durante la trazada mínima de giro, y supone en el peor de los casos menos de 40 revoluciones por minuto. Por otra parte, a lo largo de una trayectoria recta los planetarios no giran entre sí, por lo que los satélites no giran en absoluto. También es de destacar que en curvas de amplio radio (en carretera) la velocidad entre ambos ejes es despreciable. Este cálculo demuestra que esta velocidad de giro no merece ser tenida en consideración en el dimensionamiento.

3.2.4 Supuestos de cálculo

El conjunto de salida (satélites y planetarios) sufre una gran solicitación en relaciones de transmisión cortas cuando el motor se encuentra en su zona de par máximo y las condiciones de adherencia son óptimas. Un ejemplo de esta circunstancia es una salida desde parado donde al embragar súbitamente con el motor a 2000 rpm puede suponer aplicar un pico de alrededor de 4000 Nm (par máximo del motor multiplicado por la relación

final de transmisión más larga posible) de par sobre la caja de satélites del diferencial (sin tener en cuenta las pérdidas de la cadena cinemática) si las ruedas no deslizan contra el suelo.

Si aplicamos la fórmula del esfuerzo tractor máximo limitado por la adherencia tenemos, en el caso de la propulsión trasera (nuevamente μ = 1,2 como extremo conservador). Esta fórmula viene de aplicar el equilibrio de momentos de giro con la rueda trasera como pivote:

$$FT_{t,max} = \frac{\mu \cdot g \cdot m \cdot l_1}{L - \mu \cdot h} = 9273{,}2\ N$$

(Esta fórmula viene de aplicar el equilibrio de momentos de giro

con la rueda trasera como pivote)

Que al multiplicar por los 0,3123 metros de radio de las ruedas nos da 2895 Nm resistentes en el eje. Pero a este resultado habría que sumar el par de freno producido por el freno de mano (sobre 2 kN por rueda en el frenómetro para este caso) que suponen otros 1250 Nm a sumar a los anteriores en el caso de querer obtener el peor supuesto de par resistente posible. La suma excede los 4000 Nm disponibles.

La conclusión es que conviene tomar el pico de par de 305 Nm proveniente del motor (aunque descontando las pérdidas por transmisión que siempre van a estar presentes) junto a la relación de transmisión más corta (13,42) como supuesto de cálculo estático para los engranajes del tren de salida del diferencial.

En el caso de la pareja de engranajes de entrada (piñón y corona) haremos una estimación a flexión estática con par máximo como con los anteriores y la compararemos con un cálculo de fallo superficial que también tiene en cuenta la vida estimada de los mismos junto al par máximo aplicado. Nos quedaremos con el supuesto más desfavorable entre ambos.

3.2.5 Aceros empleados

Material para engranajes: Acero F-154 cementado templado. El acero F-154 es, dentro de los aceros finos de construcción en general (serie F-100), el perteneciente al grupo de los aceros para cementar (grupo de F-150 a F-160). Más concretamente es un acero semiduro para piezas al cromo-níquel con una resistencia sobre 85-125 kg/mm^2 en el núcleo y 600 kg/mm^2 en superficie después de cementadas y templadas. El acero F-154 se utiliza generalmente en piezas de gran responsabilidad que requieran una tenacidad elevada y una buena resistencia en el núcleo. Por otra parte, los productos más comunes que se realizan mediante este tipo de acero son, engranajes, cajas de velocidad,

mecanismos diferenciales, reductores, cigüeñales y bielas. Por ser una opción típica sus características están bien documentadas.

COMPOSICIÓN (% EN PESO)	PROPIEDADES MECÁNICAS
C (%) = 0.14~0.20 Si (%) ≤ 0.40 Mn (%) = 0.40~0.70 P (%) ≤ 0.025 S (%) ≤ 0.025 Cr (%) = 0.60~0.90 Ni (%) = 3.00~3.50 Mo (%) = -	Tensile strength MPa ≥ 930~1280 Yield strength MPa ≥ 785 Elongation (%) ≥ 10 Reduction of area (%) = 45

Material para ejes: Acero F-125. Es un acero al cromo-molibdeno dentro del grupo de los aceros F-120 y F-130, aceros aleados de gran resistencia. El acero F-125 pertenece en función del porcentaje de carbono a los aceros medios en contenido en carbono, pues su contenido es del 0,38 al 0,45% en peso de C. Estos aceros pueden ser tratados térmicamente mediante austenización, temple y revenido con el objetivo de mejorar sus propiedades mecánicas. La microestructura habitualmente es martensita revenida. Estos aceros son más resistentes que los aceros bajos en carbono, pero menos dúctiles y maleables. El acero F-125 admite temple por inducción y soldadura en aplicaciones para piezas de espesores no muy elevados sometidas a grandes esfuerzos de fatiga, siendo por ello muy utilizado en el los sectores de automoción y aeronáutica. Permite alcanzar resistencias de 80-120 Kg/mm² manteniendo una buena tenacidad en piezas de secciones pequeñas. Se suele utilizar para piezas de no muy grandes dimensiones que deban tener gran resistencia y buena tenacidad: engranajes, cigüeñales, bielas, piñones, manguitos, transmisiones, ejes, semiejes y en general piezas y componentes para maquinaria y motores.

COMPOSICIÓN (% EN PESO)	PROPIEDADES MECÁNICAS
C (%) = 0.38~0.45 Si (%) ≤ 0.40 Mn (%) = 0.60~0.90 P (%) ≤ 0.035 S (%) ≤ 0.035 Cr (%) = 0.90~1.20 Ni (%) = - Mo (%) = 0.15~0.30	*Steel dimension (mm): ≤16* Tensile strength MPa ≥ 1100~1300 Yield strength MPa ≥ 900 Elongation (%) ≥ 10 Reduction of area (%) = 40 *Steel dimension (mm): 17-40* Tensile strength MPa ≥ 1000~1200 Yield strength MPa ≥ 750 Elongation (%) ≥ 11 Reduction of area (%) = 45 *Steel dimension (mm): 41-100* Tensile strength MPa ≥ 900~1000 Yield strength MPa ≥ 650 Elongation (%) ≥ 12 Reduction of area (%) = 40

3.2.6 Otros datos de partida

Anteriormente se ha definido el dato de velocidad media a lo largo de la vida del vehículo como 60 km/h. Puede decirse que en un vehículo una vida útil mínima estimada por encima de 200.000 km es un valor aceptable. Multiplicaremos este valor por 1,5 veces para aumentar la confiabilidad y nos queda un tiempo de servicio estimado de: 300.000 km / 60 km/h de media = 5000 horas de uso.

3.3 Dimensionamiento de los engranajes

(Este apartado se desarrolla en base al Tema 10 "Cálculo del módulo de engranajes rectos" del curso OCW Diseño de Máquinas de la UPV[11])

3.3.1 Introducción

Se denomina engranaje al mecanismo utilizado para transmitir potencia mecánica de un componente a otro mediante contacto directo. Los engranajes están formados por dos ruedas dentadas, de las cuales la mayor se denomina corona y el menor piñón. Un engranaje sirve para transmitir movimiento circular mediante el contacto de ruedas dentadas a través de una fuerza de contacto F o fuerza de empuje[12].

La fuerza de empuje F se puede descomponer en sus componentes tangencial F_t y radial F_r. La componente tangencial es la encargada de transmitir la potencia, mientras que la componente radial tiene el efecto indeseado de separar los ejes entre sí. Al ángulo que forma la fuerza F con el plano tangente a las ruedas en la generatriz de contacto se le denomina ángulo de presión α, y su valor en nuestro caso será de 20º (valor común normalizado).

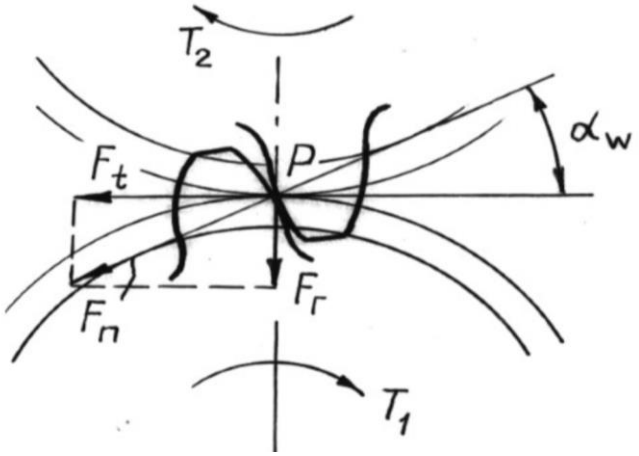


Figura 13. Diagrama de fuerzas en un engranaje recto

Los engranajes más habituales son cilíndricos (transmiten movimiento entre ejes paralelos) sin embargo en este mecanismo se emplean engranajes cónicos para transmitir el par ya que los ejes son perpendiculares entre sí. Emplearemos cuatro tipos de ruedas

dentadas cónicas diferentes, dos de ellas de entrada para transmitir el movimiento a la caja de planetarios (un piñón y una corona) y otros dos de salida de diferente tipo para hacer girar los ejes de salida (dos satélites y de dos a cuatro planetarios).

Las principales dimensiones geométricas de una rueda dentada están definidas en base al valor de su módulo. El módulo (*m*) de un engranaje es la relación que existe entre el diámetro primitivo y el número de dientes, que es el mismo que la relación entre el paso y pi[13].

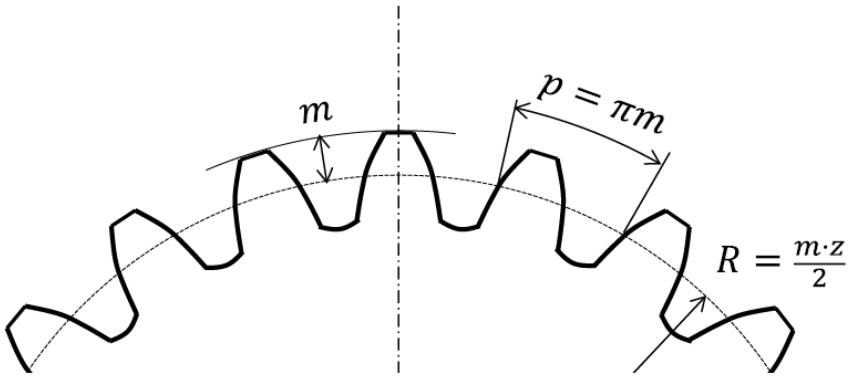


Figura 14. Dimensiones principales del engranaje respecto al módulo[11]

Siendo "*m*" el parámetro básico de una rueda dentada, sus valores están normalizados (ver tabla). La serie I es la serie de uso recomendado, que se debe utilizar preferentemente; la serie II es la serie complementaria, y la serie III es la serie especial, a utilizar sólo en casos excepcionales, debiendo evitarse en lo posible.

Módulos pequeños									
Serie I	1	1,25	1,5	2	2,5	3	4	5	6
Serie II	1,125	1,375	1,75	2,25	2,75	3,5	4,5	5,5	7
Serie III	3,25	3,75	6,5						

Módulos grandes									
Serie I	8	10	12	16	20	25	32	40	50
Serie II	9	11	14	18	22	28	26	45	

Figura 15. Series normalizadas de módulos de engranajes (en mm)[11]

El deterioro que puede desarrollar el dentado de los engranajes es básicamente de dos tipos:

a) Rotura del diente: se refiere a la fractura del diente por las tensiones debidas a las fuerzas transmitidas por el engranaje, básicamente por las tensiones normales de flexión.

Este fallo es catastrófico ya que, al producirse, las condiciones de funcionamiento empeoran considerablemente (partículas sueltas que interfieren con otros componentes, choques ocasionados por falta de un diente o parte del mismo, etc.).

b) Fallos superficiales en el diente se manifiestan en forma de desgastes, gripado, picado y exfoliación (los dos primeros por lubricación defectuosa, los dos últimos por tensiones de contacto excesivas). Este fallo es progresivo, en algunas ocasiones puede ser detectado antes de que se vean afectados otros componentes mecánicos, en otras ocasiones se debe a tensiones de contacto de Hertz que son más difíciles de prever

Por lo tanto, a la hora de diseñar un engranaje, el primer paso consiste en calcular el módulo que es necesario para evitar estos dos tipos de fallo, mediante los correspondientes **criterio de flexión del diente (Lewis)** y **criterio de fallo superficial (Hertz)**. Empleamos estos criterios por ser la base sobre la que se establece el criterio AGMA[14], sin embargo no empleamos este último por simplicidad en los cálculos.

3.3.2 Criterio de flexión del diente (Fórmula de Lewis)

El diseño de engranajes a rotura del diente es un problema complejo. El método más sencillo, eminentemente teórico, da como resultado la fórmula de Lewis de cálculo del módulo. Pese a su simplicidad, esta fórmula es útil para un cálculo preliminar del módulo, e incluso es suficiente para diseños de poca responsabilidad.

Es de destacar que para cálculos que requieran mayor exactitud, la fórmula de Lewis es adaptada de acuerdo a una de las normas existentes respecto al diseño de engranajes que se emplean mayoritariamente (AGMA, ISO, etc.)[14].

La fórmula de Lewis se basa en el cálculo de la tensión en la base del diente del engranaje, analizando dicho diente como si fuera una viga empotrada en voladizo sometida a la fuerza entre dientes *"F"*. Durante el proceso de engrane entre dos dientes, el contacto se produce a diferentes alturas a lo largo del tiempo, pero el instante de más solicitación mecánica (más desfavorable) es aquel en el que la fuerza actúa en la punta exterior del diente al producir un momento máximo en la raíz. Según se ha mencionado antes, la fuerza *"F"* se puede dividir en dos componentes:

$$F_t = F \cdot \cos(\alpha)$$

$$F_r = F \cdot \operatorname{sen}(\alpha) = F_t \cdot \tan(\alpha)$$

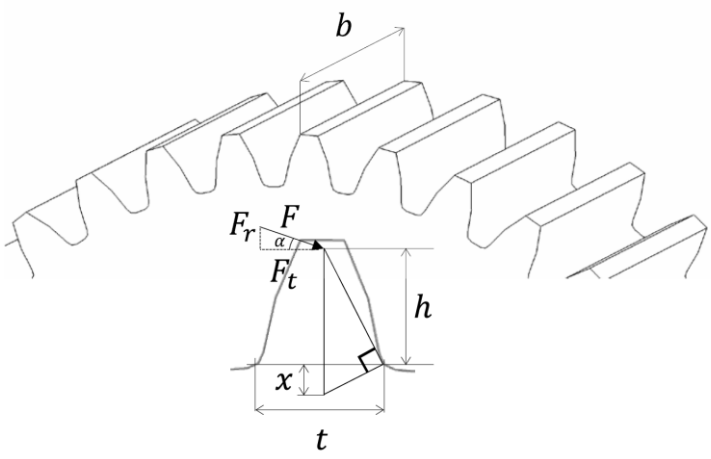


Figura 16. Esquema de fuerzas en el diente[11]

La componente radial *"F_r"* produce una tensión de compresión uniforme en la sección de la base del diente, mientras que la componente tangencial *"F_t"* produce una tensión de flexión sencilla con media sección a tracción y media a compresión. La tensión por compresión se suele despreciar por dos razones, por un lado, su magnitud es considerablemente menor que las otras tensiones mencionadas. Por otro lado, los materiales empleados para la fabricación de engranajes tienen a menudo una mayor resistencia a compresión que a tracción, con lo que esta simplificación está del lado de la seguridad.

Según este supuesto, si se trata el diente como una viga empotrada en la base y sometida únicamente a la fuerza tangencial *"F_t"* la tensión máxima resulta:

$$\sigma = \frac{M \cdot t/2}{I} = \frac{F_t \cdot h \cdot t/2}{b \cdot t^3/12} = \frac{6 \cdot F_t \cdot h}{b \cdot t^2}$$

Como existe una relación tal que *(0,5 ·t) / x = h / (0,5 · t)* escribimos:

$$\sigma = \frac{F_t}{b \cdot 2 \cdot x/3}$$

Multiplicando y dividiendo el denominador por el paso *(p = π · m)*:

$$\sigma = \frac{F_t}{b \cdot p \cdot 2 \cdot x/(3p)} = \frac{F_t}{b \cdot p \cdot y}$$

Donde *(y = 2x / 3p)*. Como *"p"* y *"x"* son parámetros geométricos que dependen del tamaño y perfil del diente, el factor *"y"* también lo es.

Pero normalmente en lugar de *"y"* se suele emplear el denominado factor de forma de Lewis, de valor *(Y = π · y)* que podemos encontrar en gráficas o tablas. Está definido en función del número de dientes de la rueda dentada.

No Teeth	Load Near Tip of Teeth							
	14 1/2 deg		20 deg FD		20 deg Stub		25 deg	
	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y
10	0,176	0,056	0,201	0,064	0,261	0,083	0,238	0,076
11	0,192	0,061	0,226	0,072	0,289	0,092	0,259	0,082
12	0,21	0,067	0,245	0,078	0,311	0,099	0,277	0,088
13	0,223	0,071	0,264	0,084	0,324	0,103	0,293	0,093
14	0,236	0,075	0,276	0,088	0,339	0,108	0,307	0,098
15	0,245	0,078	0,289	0,092	0,349	0,111	0,32	0,102
16	0,255	0,081	0,295	0,094	0,36	0,115	0,332	0,106
17	0,264	0,084	0,302	0,096	0,368	0,117	0,342	0,109
18	0,27	0,086	0,308	0,098	0,377	0,12	0,352	0,112
19	0,277	0,088	0,314	0,1	0,386	0,123	0,361	0,115
20	0,283	0,09	0,32	0,102	0,393	0,125	0,369	0,117
21	0,289	0,092	0,326	0,104	0,399	0,127	0,377	0,12
22	0,292	0,093	0,33	0,105	0,404	0,129	0,384	0,122
23	0,296	0,094	0,333	0,106	0,408	0,13	0,390	0,124
24	0,302	0,096	0,337	0,107	0,411	0,131	0,396	0,126
25	0,305	0,097	0,34	0,108	0,416	0,132	0,402	0,128
26	0,308	0,098	0,344	0,109	0,421	0,134	0,407	0,13
27	0,311	0,099	0,348	0,111	0,426	0,136	0,412	0,131
28	0,314	0,1	0,352	0,112	0,43	0,137	0,417	0,133
29	0,316	0,101	0,355	0,113	0,434	0,138	0,421	0,134
30	0,318	0,101	0,358	0,114	0,437	0,139	0,425	0,135
31	0,32	0,101	0,361	0,115	0,44	0,14	0,429	0,137
32	0,322	0,101	0,364	0,116	0,443	0,141	0,433	0,138
33	0,324	0,103	0,367	0,117	0,445	0,142	0,436	0,139
34	0,326	0,104	0,371	0,118	0,447	0,142	0,44	0,14
35	0,327	0,104	0,373	0,119	0,449	0,143	0,443	0,141
36	0,329	0,105	0,377	0,12	0,451	0,144	0,446	0,142
37	0,33	0,105	0,38	0,121	0,454	0,145	0,449	0,143
38	0,333	0,106	0,384	0,122	0,455	0,145	0,452	0,144
39	0,335	0,107	0,386	0,123	0,457	0,145	0,454	0,145
40	0,336	0,107	0,389	0,124	0,459	0,146	0,457	0,145
43	0,339	0,108	0,397	0,126	0,467	0,149	0,464	0,148
45	0,34	0,108	0,399	0,127	0,468	0,149	0,468	0,149
50	0,346	0,11	0,408	0,13	0,474	0,151	0,477	0,152
55	0,352	0,112	0,415	0,132	0,48	0,153	0,484	0,154
60	0,355	0,113	0,421	0,134	0,484	0,154	0,491	0,156
65	0,358	0,114	0,425	0,135	0,488	0,155	0,496	0,158
70	0,36	0,115	0,429	0,137	0,493	0,157	0,501	0,159
75	0,361	0,115	0,433	0,138	0,496	0,158	0,506	0,161
80	0,363	0,116	0,436	0,139	0,499	0,159	0,509	0,162
90	0,366	0,117	0,442	0,141	0,503	0,16	0,516	0,164
100	0,368	0,117	0,446	0,142	0,506	0,161	0,521	0,166
150	0,375	0,119	0,458	0,146	0,518	0,165	0,537	0,171
200	0,378	0,12	0,463	0,147	0,524	0,167	0,545	0,173
300	0,38	0,122	0,471	0,15	0,534	0,17	0,554	0,176
Rack	0,39	0,124	0,484	0,154	0,55	0,175	0,566	0,18

Figura 17. Tabla que expresa el valor del factor de forma en función del número de dientes[15]

Sustituyendo *($p = \pi \cdot m$)* y *($Y = \pi \cdot y$)* en la expresión anterior, se llega a la forma final de la ecuación de Lewis:

$$\sigma = \frac{F_t}{b \cdot m \cdot Y}$$

El ancho del diente *"b"* se expresa en base al módulo *"m"* a través del factor de guiado *"Ψ"* a través de la relación *(Ψ = m / b)*. El factor de guiado es un parámetro clave adimensional, nos limita en el dimensionamiento y suele adoptar valores mínimos recomendados en función de la aplicación del engranaje. La idea clave es que al colocar un diente más ancho se reparte el esfuerzo a lo largo de una mayor superficie resultando en un esfuerzo menor, y por lo tanto requiriendo menos módulo. Pero ensanchar el diente requiere de tolerancias más exactas para que el apoyo sea efectivo en todo momento. Siempre tendremos en cuenta esta relación para determinar el valor de *"b"*.

FACTOR DE GUIADO Ψ	
Flancos en bruto, poca velocidad y montaje deficiente	5
Calidad y condiciones normales	10
Tallado muy exacto, montaje muy preciso y buen asiento de cojinetes y apoyo rígido de estos	15-20 (casos excepcionales hasta 30)

Figura 18. Valores recomendados para el factor de forma[11]

En nuestro caso adaptamos la fórmula de Lewis sustituyendo el valor de *"F_t"* con el par dividido por el radio de aplicación de la fuerza, que a su vez es *(R = m · z / 2)*.

$$\sigma = \frac{2 \cdot \Gamma}{b \cdot m^2 \cdot z \cdot Y}$$

$$Despejando\ el\ valor\ del\ módulo \rightarrow\ m = \sqrt{\frac{2 \cdot \Gamma}{\sigma_{adm} \cdot b \cdot z \cdot Y}}$$

Las unidades de la fórmula han de ser coherentes, y para obtener el módulo en metros (para obtener posteriormente su valor en milímetros al multiplicar por 10^3) ha de expresarse el par *"Γ"* en newtons por metro (Nm), la tensión en pascales (Pa o N/m^2), el ancho *"b"* en metros, y tanto *"z"* como *"Y"* son adimensionales.

Según se ha explicado, las dos ruedas del engranaje siempre deben tener el mismo módulo para engranar de forma correcta. Es importante indicar que el módulo limitante se calcula para la rueda más pequeña del engranaje ya que, según la ecuación de Lewis es la que proporciona unos valores más restrictivos por su menor número de dientes.

Esto tiene su lógica si se piensa que la rueda pequeña siempre gira a mayor velocidad, de forma que para cuando un diente de la rueda grande engrana, un diente de la rueda pequeña ya ha engranado varias veces, por lo que trabaja más y por tanto es más susceptible de sufrir un fallo.

Por último, nos queda determinar el esfuerzo de tensión máximo admisible, en función del material utilizado y adaptado al tipo de engranaje que estemos calculando. De

esta forma, no es lo mismo la distribución de esfuerzos en un engrane recto que en uno cónico y por lo tanto se aplican valores de tensión admisible diferentes

MATERIAL	TRATAMIENTO TÉRMICO	DUREZA O RESISTENCIA MÍNIMA	TENSIÓN ADMISIBLE σ_{adm}(Mpa)	
			Recto, Helicoidal y Doble helicoidal	Cónico
Acero	Normalizado	140 BHN	130-172	76
	Temple y revenido	180 BHN	172-227	96
	Temple y revenido	300 BHN	248-323	131
	Temple y revenido	450 BHN	303-406	172
	Carburizado	55 Rc	375-447	189
	Carburizado	60 Rc	413-482	207
	Temple por inducción o a la llama. Patrón de dureza 1*	54 Rc	310-375	
	Patrón de dureza 1*	54 Rc en la superficie	151	93
	AISI 4140 Nitrurado	53Rc en la superficie y 300 BHN en el núcleo	254-289	138
Fundición gris				
AGMA Grado 20			34	19
AGMA Grado 30		175 BHN	58	32
AGMA Grado 40		200 BHN	89	48
Fundición nodular				
ASTM Grado 60-40-18	Recocido		103	55
ASTM Grado 80-55-06			137	76
ASTM Grado 100-70-03	Normalizado		179	96
ASTM Grado 120-90-02	Templado y revenido		206	127
Bronce				
AGMA 2e (10%-12% Tin)		275.8 Mpa	39	21
Aleación bronce - aluminio				
ASTM B-148-52				
Alloy 9C-H.T.		620.1 Mpa	162	83

1*: Para valores de dientes de m>4 mm.

Figura 19. Tabla de valores de tensión admisible para el fallo de rotura del diente[11]

Es importante indicar que el método de cálculo presentado es un método sencillo y aproximado, basado en las siguientes simplificaciones:

a) No se considera el coeficiente de engrane, que por ejemplo en engranajes cilíndricos rectos suele valer en torno a 1,7. Esto significa que durante el 70% del tiempo hay dos pares de dientes en contacto, mientras que en el 30% restante hay un solo par en

contacto. En consecuencia, cada diente soporta en promedio una carga considerablemente menor que nuestra *"F"*. En este caso al omitir el coeficiente de engrane nos vamos muy del lado de la seguridad sobredimensionando el módulo.

b) Considera una distribución uniforme de la fuerza *"F"* a lo largo del ancho *"b"* del diente. Sin embargo, las ruedas dentadas, sus ejes, los soportes, etc., son elementos elásticos que se deforman por efecto de las cargas y, en consecuencia, la distribución de cargas en el flanco del diente no es uniforme. Obviando este hecho se supone que los apoyos y elementos estructurales son todos perfectamente rígidos.

c) No se consideran posibles oscilaciones en el valor de la fuerza *"F"*, las cuales provocan choques y esfuerzos dinámicos perjudiciales para el diente.

d) No se considera la concentración de tensiones en la base del diente. Suponemos que cada diente tiene un radio de entalle en el pie suficientemente grande como para que este efecto no sea determinante a la hora del cálculo.

e) No se considera el efecto de la componente radial *"F_r"* de la fuerza *"F"*.

Las normas AGMA e ISO toman como base este método, pero implican utilizar una serie de coeficientes correctores de naturaleza empírica (experimentales) para considerar el efecto de cada uno de estos factores y obtener de esta manera un valor más preciso del módulo. Además, otra diferencia fundamental es que se emplean factores geométricos que tienen en cuenta las dimensiones de la rueda conjugada en lugar del factor de forma *"Y"* que sólo tiene en cuenta el número de dientes del engranaje que estamos calculando.

3.3.3 Criterio de fallos superficiales (Fórmula de Hertz)

Los fallos superficiales son causados por las tensiones generadas por el contacto entre sí de los dientes. Si los engranajes fueran geométricamente perfectos y completamente rígidos el contacto se daría sobre una línea a lo largo del ancho del diente, al no ser así en la práctica el contacto se da sobre una superficie, a menudo irregular.

Al cálculo del módulo a fallos superficiales se le denomina habitualmente cálculo a duración y desgaste, ya que a los siguientes tipos de fallo superficial se les considera bajo el nombre general de desgaste. Se distinguen los siguientes tipos:

a) Desgaste abrasivo: fallo debido a la presencia de materia extraña en el lubricante que erosiona las superficies de contacto del engranaje.

b) Desgaste corrosivo: fallo por una reacción química que ataca el material de la superficie del diente.

c) Picadura: fallo localizado a fatiga debido a la aplicación repetida de múltiples ciclos de esfuerzo en una zona determinada.

d) Rayado: fallo inherente debido al propio contacto de metal con metal que el lubricante siempre debe intentar evitar interponiendo una película deslizante entre ambas piezas.

Varios de estos tipos de desgaste son producidos por una lubricación inadecuada; para evitarlo es necesario seleccionar un lubricante con una viscosidad adecuada a las condiciones de carga y velocidad del engranaje. La picadura es principalmente un fallo a fatiga contra el cual el diseñador puede protegerse determinando la carga admisible al desgaste.

Para obtener el cálculo del esfuerzo real de compresión en el contacto entre dientes, se parte de la ecuación de Hertz para el contacto entre dos cilindros.

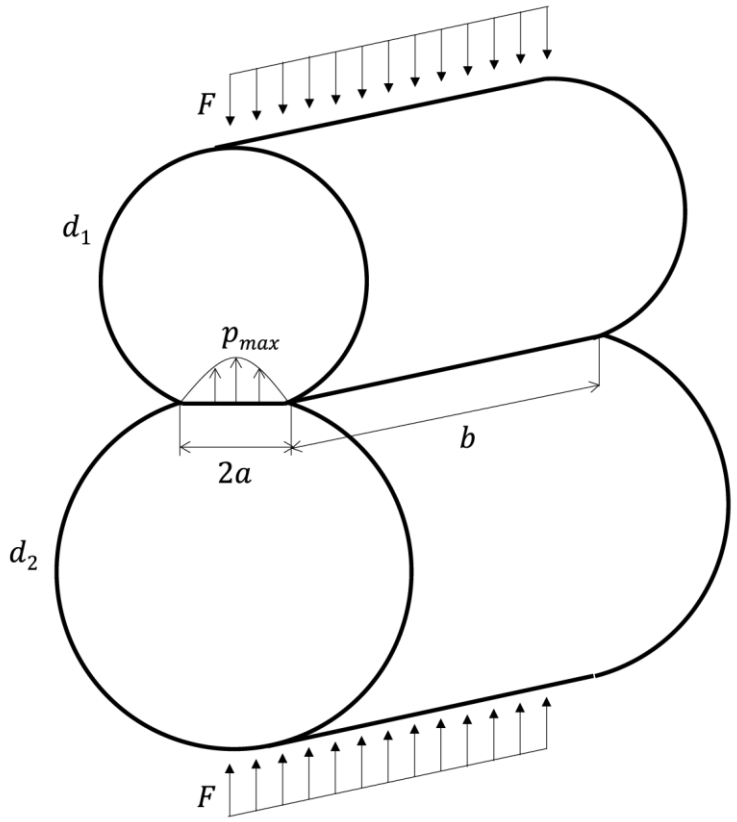


Figura 20. Diagrama de fuerzas en el contacto entre dos cilindros

Asumiendo que el área de contacto es pequeña en relación a las dimensiones de los cilindros, la mitad *"a"* del ancho de área de contacto *"2a"* de dos cilindros de diámetro *"d_1"* y *"d_2"* y anchura *"b"* comprimidos entre sí por una fuerza *"F"* es:

$$a = \sqrt{\frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b} \cdot \frac{\frac{1-\upsilon_1^2}{E_1} + \frac{1-\upsilon_2^2}{E_2}}{\frac{1}{d_1} \pm \frac{1}{d_2}}}$$

Donde *"E_1"* y *"E_2"* son los módulos elásticos, y *"υ_1"* y *"υ_2"* son los coeficientes de Poisson de los materiales de cada cilindro. La presión de contacto tiene una distribución semielíptica, como se ilustra en la figura anterior, con un valor máximo en la mitad:

$$p_{max} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot a \cdot b}$$

Y combinando ambas expresiones queda:

$$a^2 = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b} \cdot \frac{\frac{1}{d_1} \pm \frac{1}{d_2}}{\frac{1-\upsilon_1^2}{E_1} + \frac{1-\upsilon_2^2}{E_2}}$$

Al adaptar la ecuación de Hertz a engranajes rectos, se considera que el contacto entre dientes se da en el punto de intersección de las circunferencias primitivas. El perfil de los dientes tiene forma de evolvente y no de circunferencia, es decir no se puede considerar que el contacto entre dos dientes sea un contacto entre dos cilindros. No obstante, por las propiedades de la evolvente se sabe que en las proximidades del punto de contacto, el perfil de evolvente se puede aproximar por una circunferencia de radio *"$R_i \cdot sen(\alpha)$"*.

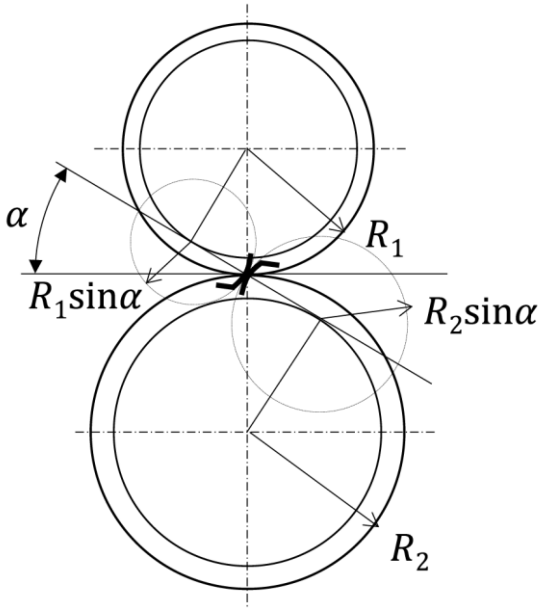


Figura 21. Aproximación mediante circunferencias en el punto de contacto

De esta forma, el contacto entre dientes se puede estudiar como si de un contacto entre cilindros de diámetro *"$d_1 = 2 \cdot R_1 \cdot sen(\alpha)$"*, *"$d_2 = 2 \cdot R_2 \cdot sen(\alpha)$"* y anchura *"b"* se tratara, donde *"α"* es el ángulo de presión de los dientes, una cota fundamental ya conocida de antemano (valor típico de 20º).

Suponiendo que el material de los dos dientes en contacto es acero (coeficiente de Poisson de 0.3 y módulo de elasticidad *"E"* igual en ambos componentes), y definiendo *"r_m"* como el valor medio entre *"r_1"* y *"r_2"*:

$$\sigma_c^2 = 0{,}35 \cdot \frac{F}{b} \cdot \frac{\frac{1}{r_m}}{\frac{2}{E}}$$

Despejando la fuerza de contacto entre dientes *"F":*

$$F = \frac{b \cdot \sigma_c^2 \cdot r_m}{0{,}175 \cdot E}$$

Si agrupamos y empleamos el término de presión de rodadura *"K"* en lugar de *"σ_c"*:

$$K = 2{,}86 \cdot \frac{\sigma_c^2}{E} \rightarrow F = 2 \cdot K \cdot b \cdot r_m$$

Si tenemos en cuenta las relaciones anteriormente obtenidas *"$r_1 = R_1 \cdot sen(\alpha)$"*, *"$r_2 = R_2 \cdot sen(\alpha)$"* y que la relación de transmisión *"i"* es igual a *(R_2/R_1)*:

$$F = 2 \cdot K \cdot b \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1 \cdot \mathrm{sen}(\alpha)} \pm \frac{1}{R_2 \cdot \mathrm{sen}(\alpha)}} = 2 \cdot K \cdot b \cdot R_1 \cdot sen(\alpha) \cdot \frac{i}{i \pm 1}$$

Como en el caso de la ecuación de Lewis, podemos aplicar las relaciones geométricas conocidas como *($D = 2 \cdot R = m \cdot z$)*. También sabemos que *"$F_t = F \cdot cos(\alpha)$"* y si expresamos la fuerza en función del par de giro:

$$F_t = \frac{T_1}{R_1} = 2 \cdot \frac{T_1}{m \cdot z_1} = 2 \cdot K \cdot b \cdot \frac{m \cdot z_1}{2} \cdot sen(\alpha) \cdot \frac{i}{i \pm 1} \cdot \cos(\alpha)$$

Por último queda despejar el módulo *"m"* de la fórmula y establecemos un valor máximo de *"K"* llamado *"K_{adm}"* a partir del cual se produce el fallo superficial y que define el valor mínimo del módulo:

$$m \geq \sqrt{\frac{2 \cdot \Gamma \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot b \cdot z^2 \cdot i \cdot sen(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}}$$

Donde, guardando la coherencia de las unidades, el par *"Γ"* está en Nm, *"K_{adm}"* está en pascales y *"b"* en metros, siendo el resto de parámetros adimensionales. El valor de

"K_{adm}" depende de la dureza Brinell (HB), el módulo de elasticidad del material de los engranajes, y del número de ciclos que debe soportar (duración prevista de servicio). Puede obtenerse a través de la fórmula que relaciona estos parámetros:

$$K_{adm} \approx 6800 \cdot \frac{HB^2}{\sqrt[3]{c} \cdot E}$$

Con *"c"* expresado en millones de ciclos (vueltas), *"E"* y *"K_{adm}"* en kg/cm^2 y HB en kg/mm^2. También puede ser consultado de forma directa en tablas como la siguiente:

VALORES DE K_{ADM} [kg/cm²] PARA UNA DURACIÓN DE SERVICIO DE 5000 HORAS													
Piñón o rueda de		Dureza Brinell DB (kg/mm²)	Revoluciones/minuto del piñón o rueda										K min
			10	25	50	100	250	500	750	1000	1500	2500	
Fundición	GG-18	170	32	24	19	15	11	8.8	7.7	-	-	-	3.5
	GG-26	220	60	44	35	28	21	16.5	14.4	13	11.5	-	7
Acero moldeado	GS o St 42	125	35	26	20	16	12	9.5	8.3	7.5	6.6	5.6	4.3
Acero al carbono	St 50	155	53	39	31	25	18	14	12.5	11.5	10	8.5	5.3
	St 60	180	73	53	42	34	25	20	17	16	14	11.0	6.7
	St 70	210	98	72	57	45	33	27	23	21	18.5	15.5	9.0
Acero aleado	Acero al Mn 80-95 kg/mm²	230	-	87	69	55	41	32	28	26	22	19	22
	Acero al Mn 90-105 kg/mm²	260	-	-	89	70	52	41	36	33	28	24	30
	Acero templado	450	-	-		210	155	120	105	95	83	70	60
	Acero cement. templado	600	-	-	-	370	270	215	190	170	150	125	80

Figura 22. Tabla de valores de Kadm para una duración prevista de 5000 horas

Los valores de *"K_{adm}"* para una tabla de duración de servicio determinada pueden corregirse para otros valores de tiempo diferentes aplicando un coeficiente corrector *"φ"*:

Para un valor de h diferente de 5000 horas, el valor de K_{adm} se hará = $\varphi \cdot K_{5000}$. Los valores se extraen de la siguiente tabla										
Horas servicio h	150	312	625	1200	2500	5000	10000	40000	80000	150000
φ	3.2	2.5	2	1.6	1.25	1	0.8	0.5	0.4	0.32

Figura 23. Coeficiente corrector φ para la tabla de h = 5000 horas mostrada arriba

3.3.4 Equivalencias helicoidales

En nuestro caso, además de las expresiones antes deducidas para el cálculo del módulo en dientes rectos, nos es necesaria la variante para dientes helicoidales, ya que en la pareja de engranajes de entrada del diferencial tenemos una configuración de este tipo.

A diferencia de los engranajes de dientes rectos, en los helicoidales aparece una componente axial de fuerza, además de las ya conocidos componentes tangencial y radial. Esto es una desventaja ya que los ejes y rodamientos en los que éstos se apoyan deberán absorber dicha carga axial.

Las fuerzas siguientes aparecen en función del ángulo de presión *(α_r)* y el ángulo de la hélice *(α_a)*, tal y como se ilustra en el diagrama:

$$F_r = F \cdot sin\alpha_r$$

$$F_t = F \cdot cos\alpha_r \cdot cos\beta_a$$

$$F_a = F \cdot cos\alpha_r \cdot sin\beta_a$$

$$\frac{tg\alpha_r}{tg\beta_a} = cos\alpha_a$$

$$\frac{tg\alpha_r}{tg\alpha_a} = cos\beta_a$$

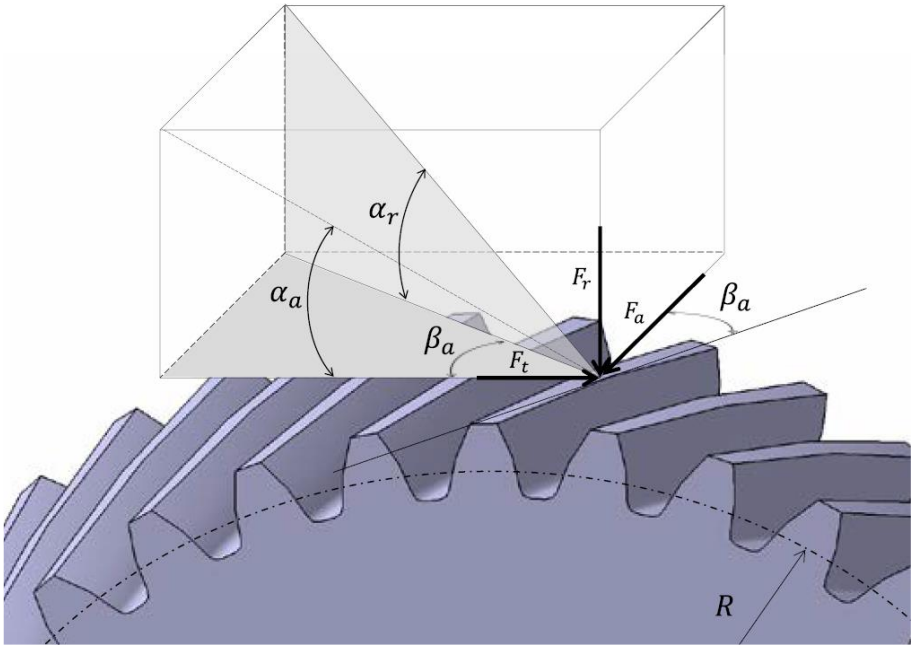


Figura 24. Diagrama de fuerzas de un diente helicoidal

En el caso de las ruedas helicoidales, el radio primitivo *"R"* es:

$$R = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos(\beta_a)}$$

Donde *"m_n"* es el denominado módulo normal, equivalente al módulo *"m"* de las ruedas rectas. Evidentemente el módulo normal *"m_n"* debe ser igual en las dos ruedas que engranan. Al ser *"β_a"* también el mismo en las dos ruedas, la relación de transmisión también se cumple.

Se trata de establecer una semejanza entre los dos casos. Una rueda de dientes helicoidales de *"z_n"* dientes, radio primitivo *"R"*, ángulo de hélice *"β_a"*, módulo *"m_n"* y ancho *"b_n"*, es equivalente a un engranaje de dientes rectos recto de *"z"* dientes, radio primitivo *"R"*, módulo *"m"* y ancho *"b"*.

$$R_n = \frac{R}{\cos^2(\beta_a)} \quad ; \quad z_n = \frac{z}{\cos^3(\beta_a)} \quad ; \quad b_n = \frac{b}{\cos(\beta_a)}$$

Este concepto de equivalencia permite estudiar y diseñar el engranaje helicoidal como si de un engranaje recto se tratara, aplicando los mismos procedimientos. De esta forma, se obtienen las fórmulas de Lewis y Hertz para dientes helicoidales:

$$m \geq \sqrt{\frac{2 \cdot \Gamma \cdot \cos(\beta_a)}{1{,}5 \cdot \sigma_{adm} \cdot b \cdot z \cdot Y}} \quad (Lewis)$$

$$m \geq \sqrt{\frac{2 \cdot \Gamma \cdot \cos^4(\beta_a) \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot b \cdot z^2 \cdot i \cdot sen(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}} \quad (Hertz)$$

3.3.5 Cálculos

Comenzando por el conjunto de salida del diferencial, esto es, engranajes planetarios y satélites. De ellos el caso más desfavorable son los satélites por su menor tamaño.

Como hemos planteado antes, los piñones satélites deben soportar en carga estática un par máximo de 305 Nm a rueda bloqueada (máximo a la salida del motor) · 4,0261 (RT de la 1ª velocidad) · 3,3333 (RT del puente). **Esto supone un total de 4093,16 Nm**.

Por estar siempre presente, podemos aplicar un rendimiento de la transmisión de 0,85 (valor resultante de las pérdidas por fricción en la caja de velocidades y el árbol de transmisión) que, siendo alto, nos sirve para situarnos del lado de la seguridad en cualquier circunstancia. **4093,16 · 0,85 = 3479,2 Nm.**

Como estamos planteando un cálculo de resistencia a flexión del diente, si disponemos de DOS engranajes satélites, cada uno de ellos posee DOS engranes con los planetarios de salida. Esto supone que el par total ha de repartirse entre CUATRO contactos. Esto nos deja (3479,2 / 4) Nm que son **870 Nm por contacto** redondeando al alza.

Las proporciones generales del piñón para este propósito basándonos en ejemplos de casos reales han de ser dimensiones reducidas, número de dientes reducido, módulo alto y factor de guiado muy bajo.

El valor de *"z"* lo estableceremos en 12 basándonos en que a menudo 12 dientes es el número inferior que aparece en las tablas de diseño y existen modelos de producción con un recuento de dientes similar.

Por otra parte, asignaremos una *"b"* inicial de 30mm y en caso de ser necesario recalculamos si el factor de guiado se aleja de valores normales para nuestra aplicación.

El valor del factor de forma *"Y"* según la figura 12 es de (Y = 0,245) para z = 12.

El valor de la tensión admisible según la tabla 14 es de 207 MPa para aceros cementados 60 Rc en engranaje cónico.

Aplicamos la fórmula de Lewis:

$$m\ (metros) = \sqrt{\frac{2 \cdot \Gamma}{\sigma_{adm} \cdot b \cdot z \cdot Y}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 870\ \mathrm{Nm}}{207000000\ Pa \cdot 0{,}03\ m \cdot 12 \cdot 0{,}245}} = 0{,}00976\ m$$

Redondeando *"m"* al valor superior de las series normalizadas tenemos para los satélites y planetarios un **módulo = 10mm (serie recomendada)**.

Por otra parte, el factor de guiado resulta (b / m = 0,03 / 0,01 = 3) lo cual es un valor bajo que podemos aceptar ya que está muy lejos de exigir exactitudes en las tolerancias.

El número de dientes del engranaje conjugado, es decir del planetario, ha de estar supeditado a las dimensiones internas del mecanismo porque el módulo ha de ser 10 mm forzosamente. En nuestro caso por la limitación de espacio en el hueco interior del portasatélites escogemos un valor de 15 dientes, aunque esta decisión es ciertamente arbitraria dentro del margen del que disponemos.

Para el caso del conjunto de entrada piñón-corona helicoidal, establecemos dos criterios de diseño diferentes.

En primer lugar, un cálculo a flexión estático del piñón de 12 dientes similar al anterior, sometido a 305 Nm · 4,0261 (RT de la 1ª velocidad) · 0,85 (rendimiento de la transmisión) = **1043,77 Nm sobre un solo contacto de dientes**. Pongamos el ángulo de la hélice como 30º por ser un valor intermedio y lógico en este caso.

En este caso partimos de un valor de ancho de contacto "b" de 50 mm por estimación aproximada viendo las proporciones del modelo.

$$m \geq \sqrt{\frac{2 \cdot \Gamma \cdot \cos(\beta_a)}{1{,}5 \cdot \sigma_{adm} \cdot b \cdot z \cdot Y}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1043{,}77\ \mathrm{Nm} \cdot \cos(30º)}{1{,}5 \cdot 207000000\ Pa \cdot 0{,}050\ m \cdot 12 \cdot 0{,}245}} = 0{,}00629\ m$$

En segundo lugar, un cálculo a fallo superficial con una vida estimada de 5000 horas a par máximo:

$$m \geq \sqrt{\frac{2 \cdot \Gamma \cdot \cos^4(\beta_a) \cdot (i \pm 1)}{K_{adm} \cdot b \cdot z^2 \cdot i \cdot sen(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}} =$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1043{,}77\ \mathrm{Nm} \cdot \cos^4(30º) \cdot (4{,}333)}{7848000\ Pa \cdot 0{,}050\ m \cdot 144 \cdot 3{,}333 \cdot sen(20º) \cdot \cos\ (20º)}} = 0{,}00917\ m$$

Al ser más restrictivo el dimensionamiento por fallo superficial bajo 5000 horas, deberíamos establecer el módulo normalizado superior a 9, es decir 10 mm ya que el de 9 resulta insuficiente por poco.

El módulo m = 10 mm resulta en un factor de guiado resultante en las ruedas de (b / m = 0,05 / 0,01 = 5) que es un valor aún muy bajo.

Este resultado no es óptimo porque las dimensiones globales de la corona helicoidal resultantes de 40 dientes y módulo 10 mm son muy grandes en comparación con la medida exterior de la jaula de satélites que ha de colocarse en el hueco interno. Para hacer el conjunto lo más compacto en la medida de lo posible interesa aumentar el ancho de apoyo *"b"* hasta los 55 mm para intentar reducir el módulo:

$$m \geq \sqrt{\frac{2 \cdot 1043{,}77\ \mathrm{Nm} \cdot \cos^4(30º) \cdot (4{,}333)}{7848000\ Pa \cdot 0{,}055\ m \cdot 144 \cdot 3{,}333 \cdot sen(20º) \cdot \cos\,(20º)}} = 0{,}00874\ m$$

Lo cual nos deja dentro de la elección para piñón y corona helicoidal de **módulo = 9 mm (serie complementaria)** y reduce las dimensiones del engranaje a medidas más acordes al resto del conjunto.

Esta configuración incrementa no obstante el factor de guiado hasta (b / m = 0,055 / 0,009 = 6,11) pero sigue siendo un valor bastante bajo y no supone un problema.

3.4 Dimensionamiento de los ejes

Tenemos tres tipos de eje en el conjunto.

En primer lugar, el eje de los satélites que trabaja únicamente a cizalladura ya que los piñones giran libremente en él.

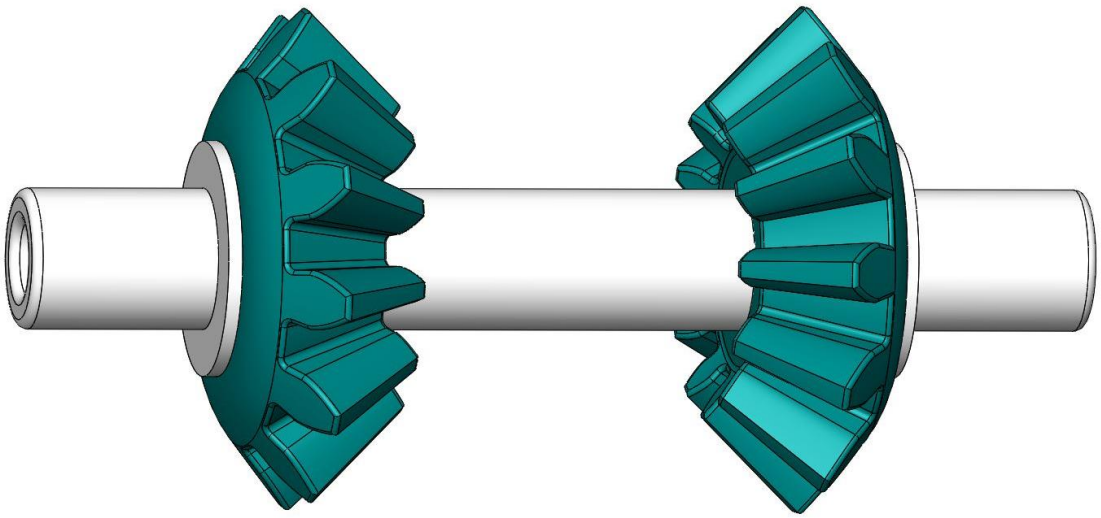


Figura 25. Vista tridimensional del eje de los satélites

Su fuerza cortante máxima es el par estático transmitido por los dos apoyos de uno de los piñones satélites dividido por el radio de giro en el plano de cizalladura. 870 Nm (por contacto) · 2 contactos / 0,072029 metros = 24,16 kN. Si la barra hueca colocada en la primera aproximación de diseño (30 mm de diámetro exterior y 16 mm de diámetro interior) tiene un área de 505,8 mm^2 nos deja una tensión cortante máxima de $4V_z$ / 3A = 63,69 MPa que es un valor muy alejado de los límites del acero F-125 (750 MPa de límite elástico).

En segundo lugar tenemos los semiejes de salida, solidarios a los piñones planetarios.

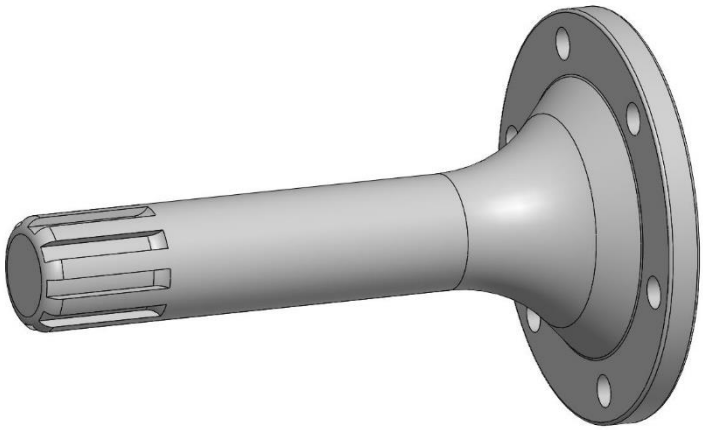


Figura 26. Vista tridimensional de uno de los ejes de salida

Un cálculo sencillo bajo las condiciones de par máximas nuevamente, nos lleva al dato de llegar a recibir 1740 Nm por eje (suponemos adherencia perfecta en las dos ruedas) de momento torsor. Si el módulo de torsión de la barra maciza con los datos del diseño preliminar (en la sección más desfavorable: R = 15 mm) es[16]:

$$J = \frac{\pi}{2} R^4 = 79521{,}6\ mm^4$$

Tenemos un esfuerzo cortante máximo de:

$$\tau_{max} = \frac{T \cdot R}{J} = \frac{1740000\ N \cdot mm \cdot 15\ mm}{79521{,}6\ mm^4} = 328{,}2\ MPa$$

Que no suponen un problema de resistencia ya que los datos de partida del acero para ejes en las medidas de 17 a 40 mm de espesor eran los siguientes: *Resistencia última en MPa ≥ 1000;* ***Módulo elástico en MPa ≥ 750****.*

Es importante aclarar que debido a la existencia de juntas homocinéticas colocadas tras las bridas externas de los semiejes que evitan la transferencia del momento flector, el esfuerzo de flexión es despreciable a la hora de dimensionar puesto que sólo se debe al peso propio de los componentes y <u>este actúa sobre un voladizo muy corto</u> (la distancia

entre el rodamiento y la brida). Aunque este componente gira a altas velocidades, ya que despreciamos la flexión del mismo no tiene sentido realizar un análisis de fatiga mediante el método tradicional, ya que además se desconocen las variaciones del torsor respecto al tiempo

Por último, el eje de entrada solidario al piñón de ataque sí que requiere de un dimensionamiento más preciso. Antes de calcular, definimos la geometría del conjunto.

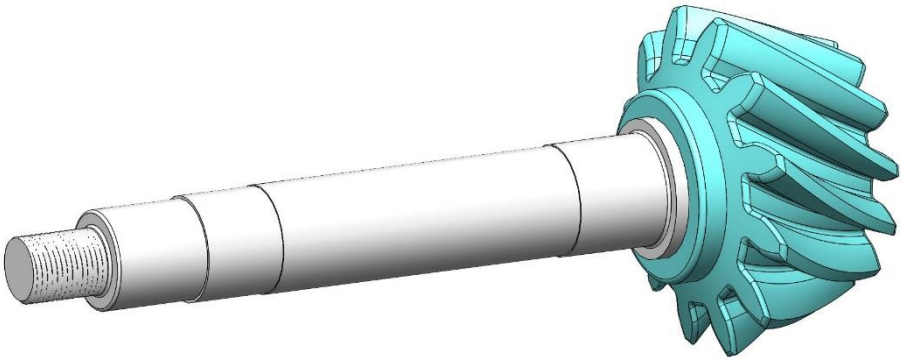


Figura 27. Vista tridimensional de eje de entrada con el piñón helicoidal.

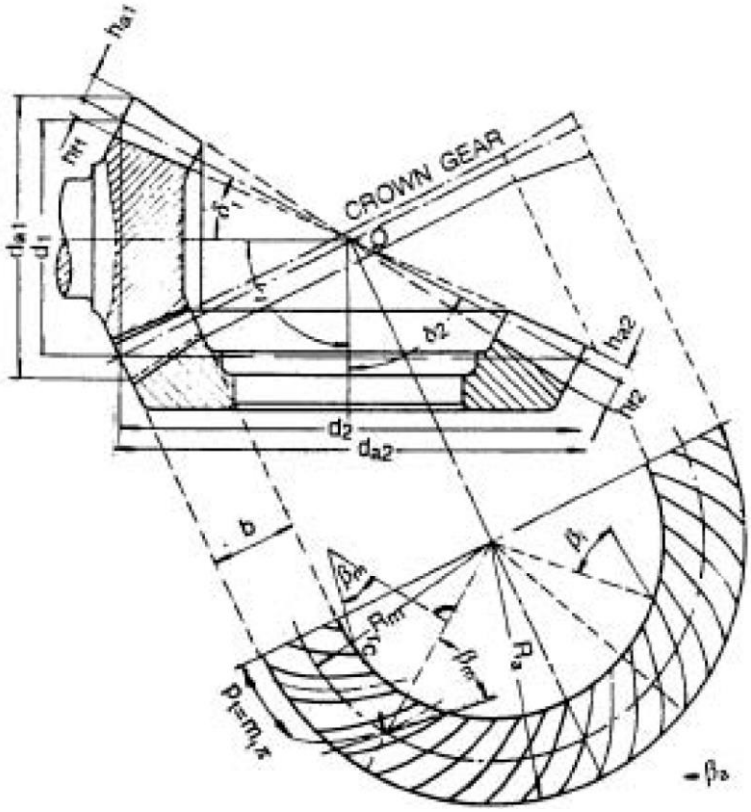


Figura 28. Geometría del conjunto piñon-corona helicoidal

(En nuestro caso los valores de los ángulos en el piñón son α = 20º, β = 30º, δ = 16,7º)

a) Momento torsor de entrada: 305 Nm · 4,0261 (RT de la 1ª velocidad) · 0,85 (rendimiento de la transmisión) = **1043,77 Nm**

b) Fuerza tangencial (tangential tooth load) vertical en la punta del eje en nuestro caso:

$$\mathrm{F_t} = \frac{2 \cdot \mathrm{T}}{\mathrm{d_{m1}}} = \frac{2 \cdot 1043{,}77\ Nm}{0{,}3068\ m} = 6{,}804\ kN$$

c) Fuerza de empuje axial en el eje debido a la inclinación de la hélice:

Dirección de la espiral (conductor)	Dirección de rotación (conductor)	Magnitud del empuje axial
Derecha	Horaria	Conductor $F_a = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot sen\ \delta - sen\ \beta \cdot \cos\delta)$
Izquierda	Antihoraria	Conducido $F_a = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot sen + sen\ \beta \cdot \cos\delta)$
Derecha	Antihoraria	Conductor $F_a = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot sen\ \delta + sen\ \beta \cdot \cos\delta)$
Izquierda	Horaria	Conducido $F_a = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot sen\ \delta - sen\ \beta \cdot \cos\delta)$

Figura 29. Fórmulas de la fuerza de empuje en la dirección axial del piñón (axial thrust)

$$\mathrm{F_a} = \frac{\mathrm{F_t}}{\cos\beta}(\tan\alpha \cdot \sin\delta + \sin\beta \cdot \cos\delta) = \frac{6{,}804\ kN}{0{,}866}(0{,}5835) = 4{,}584\ kN$$

d) Fuerza radial de separación de los dientes:

Dirección de la espiral (conductor)	Dirección de rotación (conductor)	Magnitud de la fuerza radial
Derecha	Horaria	Conductor $F_r = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot cos\ \delta + sen\ \beta \cdot \mathrm{sen}\,\delta)$
Izquierda	Antihoraria	Conducido $F_r = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot cos\ \delta - sen\ \beta \cdot \mathrm{sen}\,\delta)$
Derecha	Antihoraria	Conductor $F_r = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot cos\ \delta - sen\ \beta \cdot \mathrm{sen}\,\delta)$
Izquierda	Horaria	Conducido $F_r = \frac{F_t}{\cos(\beta)}(\tan\alpha \cdot cos\ \delta + sen\ \beta \cdot \mathrm{sen}\,\delta)$

Figura 30. Fórmulas de la fuerza de separación en la dirección radial del piñón (radial separating force)

$$\mathrm{F_r} = \frac{\mathrm{F_t}}{\cos\beta}(\tan\alpha \cdot \cos\delta + \sin\beta \cdot \sin\delta) = \frac{6{,}804\ kN}{0{,}866}(0{,}4923) = 3{,}868\ kN$$

Como la distancia entre el apoyo (rodamiento cónico interior) y el punto de aplicación de las cargas es de 61,814 mm tomamos 62 mm de voladizo interior. También definimos

la separación de apoyos del eje como 150 mm (valor arbitrario) y el voladizo exterior como 50mm (no tiene influencia en el cálculo).

Para el plano vertical tenemos la siguiente distribución de esfuerzos:

Figura 31. Diagrama de cargas para el plano vertical del eje

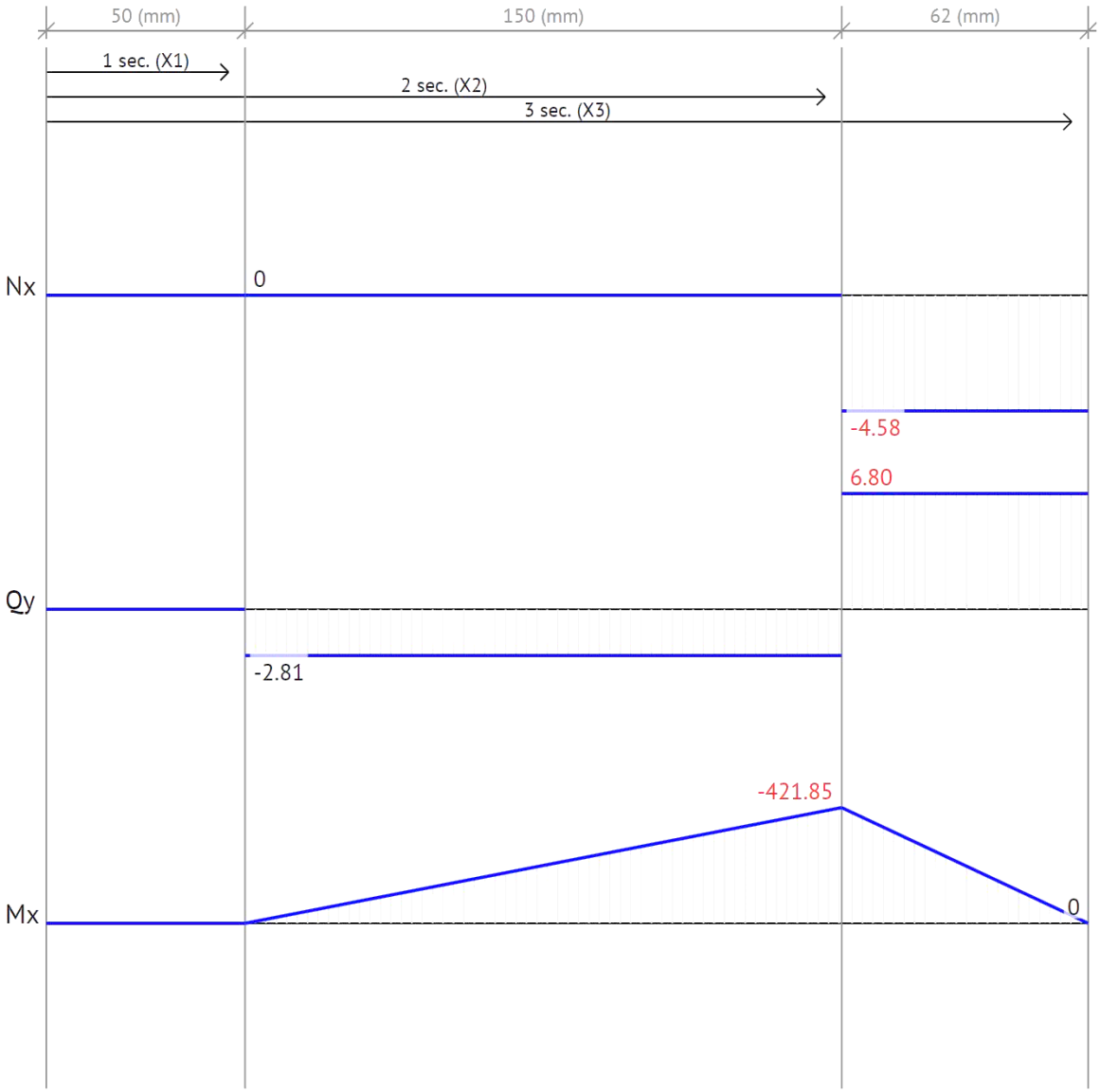


Figura 32. Distribución de esfuerzos a lo largo de la viga para el plano vertical del eje

En el caso del plano horizontal tenemos la siguiente distribución de esfuerzos:

Figura 33. Diagrama de cargas para el plano horizontal del eje

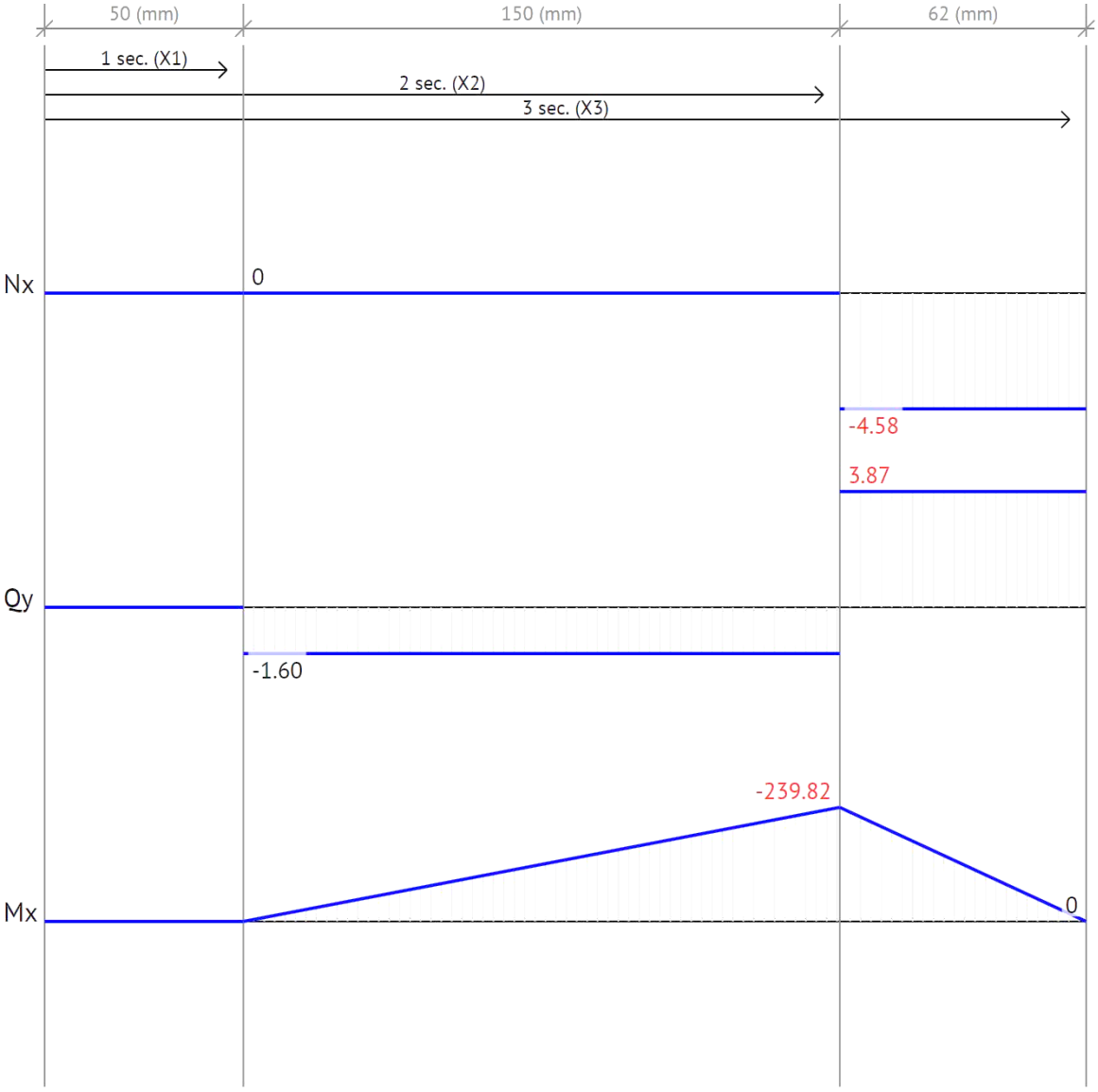


Figura 34. Distribución de esfuerzos a lo largo de la viga para el plano horizontal del eje

Para el dimensionamiento final del diámetro del eje, despreciamos el axil por ser de un valor muy bajo en comparación al momento flector. Tomamos la ecuación compatible con ANSI B106.1M-1985 proveniente de la Teoría de la Falla por Distorsión de la energía (Teoría de Von Mises)[17]:

$$\gamma = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{K_f \cdot M_{max}}{S_n}\right)^2 + \frac{3}{4}\left(\frac{T}{S_y}\right)^2}} \qquad Donde\ S_n = C_b \cdot\ C_s \cdot\ C_r\ \cdot C_o \cdot S'_n$$

S'_n es el límite de fatiga del material. Para aceros dúctiles $S'_n = 0.5 \cdot S_u$.

S_u es la Resistencia máxima del material.

C_b es el Factor de corrección por temperatura (en nuestro caso $C_b = 1$)

C_s es el Factor de corrección por superficie y depende de cómo esté fabricado el eje (en nuestro caso $C_s = 0{,}85$ para una superficie mecanizada con buen acabado)

C_r: Factor de Confiabilidad funcional $C_r = 1 - A \cdot B$ (A = 0.076 para aceros; B = ratio de supervivencia, que en nuestro caso para el 99% es de 2,3) ($C_r = 0{,}8252$ en nuestro eje)

C_o: Factor de corrección para esfuerzos residuales (en nuestro caso $C_o = 1$)

K_f = Factor de concentración de esfuerzos, en el punto crítico de la sección tenemos un rebaje con forma de patín → $K_f = 1{,}3$

$$2 = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{K_f \cdot \sqrt{M_{xy}^2 + M_{xz}^2}}{C_b \cdot\ C_s \cdot\ C_r\ \cdot C_o \cdot S'_n}\right)^2 + 0{,}75\left(\frac{T}{S_y}\right)^2}} =$$

$$= \frac{\pi \cdot d^3}{32} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1{,}3 \cdot 485{,}25\ mm \cdot kN}{1 \cdot\ 0{,}85 \cdot\ 0{,}8252 \cdot 1 \cdot 0{,}5\frac{kN}{mm^2}}\right)^2 + 0{,}75\left(\frac{1043{,}77\ kN \cdot mm}{0{,}75\frac{kN}{mm^2}}\right)^2}}$$

$$= \frac{\pi \cdot d^3}{32} \frac{1}{\sqrt{3235351{,}6\ mm^2 + 1452607{,}8\ mm^2}} = 2\ (factor\ seguridad)$$

Por lo que el resultado final de diámetro mínimo para el eje es de 35,33 milímetros de sección. Redondeamos este dato a 36 mm. Es necesario tener en cuenta el correcto escalonamiento del eje que permita su montaje.

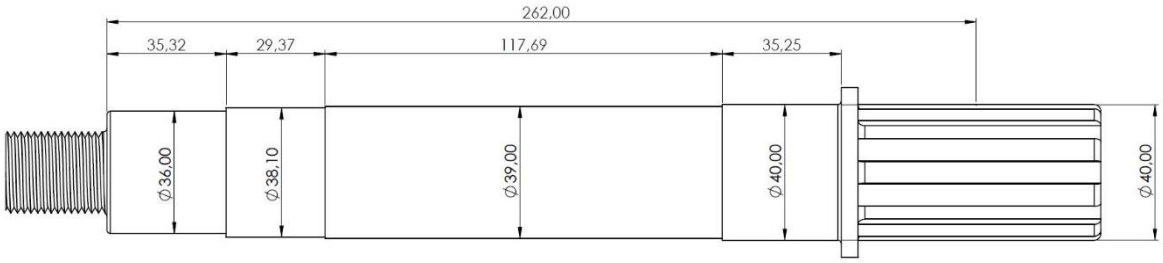


Figura 35. Dimensiones finales del eje

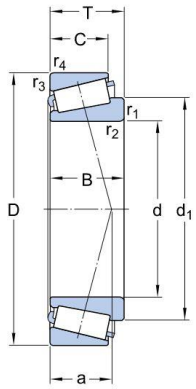
3.5 Elección de los rodamientos

Primer caso: Rodamientos de rodillos cónicos de apoyo del eje de entrada (I): Según el régimen máximo de giro del motor (5000 rpm) multiplicado por la relación de transmisión más larga en la caja, tenemos una velocidad angular límite de 7686,4 rpm a la entrada del diferencial (se trata de un caso puntual, no de servicio).

Hallamos la componente resultante diagonal de las cargas vertical y horizontal en el apoyo más desfavorable (el de dentro), según los diagramas de cortantes del eje tenemos 7,82 kN. La carga por axil es de 4,58 kN pero recae sobre el rodamiento exterior.

Rodamiento interior: SKF 32308 (90x40x33 mm)[18]

Dimensiones



d		40	mm
D		90	mm
T		35.25	mm
d_1	≈	62.95	mm
B		33	mm
C		27	mm
$r_{1,2}$	min.	2	mm
$r_{3,4}$	min.	1.5	mm

Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	143	kN
Capacidad de carga estática básica	C_0	140	kN
Carga límite de fatiga	P_u	16	kN
Velocidad de referencia		6000	r/min
Velocidad límite		8000	r/min
Factor de cálculo	e	0.35	
Factor de cálculo	Y	1.7	
Factor de cálculo	Y_0	0.9	

Figura 36. Dimensiones y datos de cálculo del rodamiento tipo 32308[18]

La carga equivalente para rodamiento cónico sería[19]: $F_e = 0{,}4F_r + KF_a$ pero al ser inferior a la carga original por no haber componente axial, adoptamos la original. No conocemos la distribución de velocidades, pero aplicamos una hipótesis aproximada para comprobar la durabilidad a 5000 horas o 300.000 km a 60 km/h de media[19]:

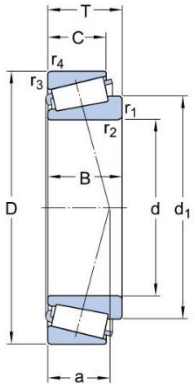
$$C_{10} = F_R = F_D \left(\frac{L_D}{L_R}\right)^{1/a} = F_D \left(\frac{\mathcal{L}_D n_D 60}{\mathcal{L}_R n_R 60}\right)^{1/a}$$

$$Para\ 300000\ km: 143\ kN = L_D \left(\frac{151515151{,}5 * 3{,}33}{10^6}\right)^{0{,}3} \rightarrow L_D = 22{,}1\ kN$$

Con el peor supuesto posible, carga máxima permanente durante 300.000 km, el rodamiento no debería tener problemas de durabilidad.

Rodamiento exterior: SKF HM 801346/310 (82,55x38,1x28,575 mm)[18]

Dimensiones



d		38.1	mm
D		82.55	mm
T		29.37	mm
d_1	≈	64.1	mm
B		28.575	mm
C		23.02	mm
$r_{1,2}$	min.	0.8	mm
$r_{3,4}$	min.	3.3	mm

Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	106	kN
Capacidad de carga estática básica	C_0	118	kN
Carga límite de fatiga	P_u	13.4	kN
Velocidad de referencia		6700	r/min
Velocidad límite		8000	r/min
Factor de cálculo	e	0.54	
Factor de cálculo	Y	1.1	
Factor de cálculo	Y_0	0.6	

Figura 37. Dimensiones y datos de cálculo del rodamiento tipo HM 801346/310[18]

La carga equivalente para rodamiento cónico sería[19]: $F_e = 0{,}4F_r + KF_a = 1{,}1 \cdot 4{,}58 = 5{,}038\ kN$.

durabilidad a 5000 horas[19]:

$$Para\ 300000\ km: 106\ kN = L_D \left(\frac{151515151{,}5 * 3{,}33}{10^6}\right)^{0{,}3} \rightarrow L_D = 16{,}38\ kN$$

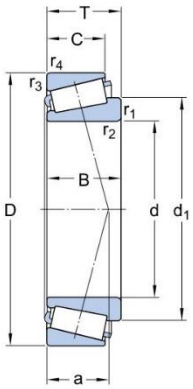
En este caso también la carga queda dentro del límite.

Segundo caso: Rodamientos de rodillos cónicos de apoyo del núcleo (II). Nuevamente tenemos unas cargas resultantes (en este caso el momento que produce las fuerzas radial y tangencial del piñón) muy inferiores a las que admite un rodamiento de las dimensiones requeridas (60 mm diámetro interior), por lo tanto las despreciaremos para simplificar el cálculo. Las revoluciones máximas son inferiores al caso anterior, ya que dividimos por la RT del grupo de entrada (3,333) resultando 2306,1 rpm. En este caso

intentaremos encontrar el modelo de menor tamaño exterior que cumpla las especificaciones.

Rodamientos: 2x SKF 33012 (95x60x27 mm)[18]

Dimensiones



d		60	mm
D		95	mm
T		27	mm
d_1	≈	77.2	mm
B		27	mm
C		21	mm
$r_{1,2}$	min.	1.5	mm
$r_{3,4}$	min.	1.5	mm

Datos del cálculo

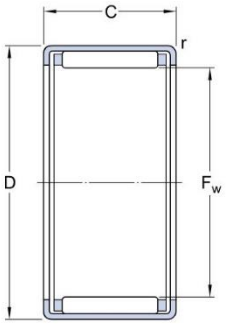
Capacidad de carga dinámica básica	C	113	kN
Capacidad de carga estática básica	C_0	143	kN
Carga límite de fatiga	P_u	16	kN
Velocidad de referencia		5300	r/min
Velocidad límite		6700	r/min
Factor de cálculo	e	0.33	
Factor de cálculo	Y	1.8	
Factor de cálculo	Y_0	1	

Figura 38. Dimensiones y datos de cálculo del rodamiento tipo 33012[18]

Tercer caso: Rodamientos de agujas de apoyo de los ejes de salida (III). Esta vez tenemos la misma velocidad angular máxima de los anteriores (2306,1 rpm), pero como en el caso anterior, la solicitación de carga es muy baja (casi despreciable) porque sólo soportan peso propio de los elementos de transmisión conectados a la brida externa. Simplemente necesitamos un elemento antifricción que concuerde con las dimensiones del eje de salida (35 mm).

Rodamientos: 2x SKF HK 3520 (42x35x20 mm)

Dimensiones



F_w		35	mm
D		42	mm
C		20	mm
r	min.	0.8	mm

Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	22.9	kN
Capacidad de carga estática básica	C_0	46.5	kN
Carga límite de fatiga	P_u	5.6	kN
Velocidad de referencia		7000	r/min
Velocidad límite		8000	r/min

Figura 39. Dimensiones y datos de cálculo del rodamiento tipo HK 3520

3.6 Elección de los tornillos

Disponemos de una unión estructural crítica atornillada entre el disco solidario al núcleo del diferencial y la corona helicoidal de entrada. Se dispondrán de orificios ciegos roscados en la parte trasera de la corona, puesto que esta pieza posee sección suficiente para ello y se colocarán una serie de tornillos en patrón circular centrado, equidistante de los bordes.

Realizamos un cálculo a cortante simple con el dato de par de entrada máximo y el radio medio de la cara trasera de la corona: **3479,2 Nm / 0,1466 metros = 23,73 kN en total.**

Lógicamente este es el esfuerzo a repartir entre la superficie efectiva de todos los tornillos instalados. Nos basaremos en principio en el uso de tornillos de alta resistencia tipo 10.9. Este tornillo, como su denominación indica posee 1000 N/mm^2 de límite de rotura a tracción y 90% del mismo como límite elástico.

La expresión a utilizar en este caso es [20]:

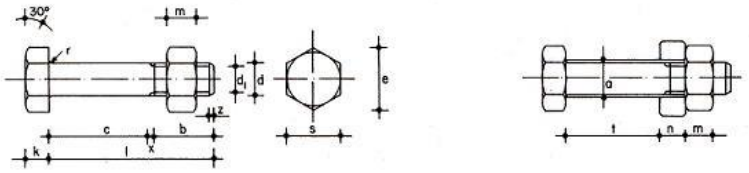
$$F_{v,Rd} = \frac{\alpha_v \cdot f_{ub} \cdot A_s \cdot n}{\gamma_{M2}}$$

Donde α_v = 0,5 para tornillos del tipo 10.9, “n” es el número de planos de corte, “f_{ub}” es el límite a tracción del tornillo (1000 MPa) y “A_s” es el área efectiva a cortante (zona de la rosca), suponemos una unión perfectamente rígida entre ambas superficies.

“γ_{M2}” es un coeficiente de seguridad parcial aplicado de 1.25 en este caso.

$$F_{v,Rd} = 23700N = \frac{0{,}5 \cdot 1000\ N/mm^2 \cdot (A_s \cdot n)}{1{,}25} \rightarrow Área\ total\ resistente = 59{,}25\ mm^2$$

Consultando las tablas de área resistente efectiva para diferentes medidas de tornillo hallamos una combinación válida:



Tornillo tipo	Vástago: Diámetro de la caña d mm	Vástago: Diámetro interior d_1 mm	Vástago: Longitud roscada b mm	Vástago: Longitud de la salida x mm	Vástago: Longitud del chaflán z mm	Cabeza: Espesor k mm	Cabeza: Medida entre caras s mm	Cabeza: Medida entre aristas e mm	Cabeza: Radio del acuerdo r mm	Diámetro del agujero a mm	Area neta del núcleo An cm²	Area resis-tente Ar cm²
T 10	10	8.160	17.5	2.5	1.7	7	17	19.6	0.5	11	0.523	0.580
T 12	12	9.853	19.5	2.5	2.0	8	19	21.9	1.0	13	0.762	0.843
T 16	16	13.546	23.0	3.0	2.5	10	24	27.7	1.0	17	1.440	1.570
T 20	20	16.933	25.0	4.0	3.0	13	30	34.6	1.0	21	2.250	2.750
(T 22)	22	18.933	28.0	4.0	3.3	14	32	36.9	1.0	23	2.820	3.030
T 24	24	20.319	29.5	4.5	4.0	15	36	41.6	1.0	25	3.240	3.530
(T 27)	27	23.319	32.5	4.5	4.0	17	41	47.3	1.0	28	4.270	4.560
T 30	30	25.706	35.0	5.0	5.0	19	46	53.1	1.0	31	5.190	5.610
(T 33)	33	28.706	38.0	5.0	5.0	21	50	57.7	1.0	34	6.470	6.940
T 36	36	31.093	40.0	6.0	6.0	23	55	63.5	1.0	37	7.590	8.170

Se recomienda no utilizar los tornillos cuyo tipo figura entre paréntesis.

Figura 40. Datos geométricos de la serie métrica de tornillos

Como podemos ver en la figura, con solamente dos tornillos M10 tipo 10.9 dispuestos diametralmente sería suficiente para soportar el esfuerzo cortante (52,3x2 mm^2).

Concluimos por lo tanto que esta solicitación no supone un problema de diseño y cualquier disposición que emplee tornillos a partir de M10 es válida. En nuestro caso emplearemos tornillos de una talla más (M12x1,50) para poder aplicar un par de apriete sensiblemente mayor que soporte las vibraciones a las que está sometido el conjunto.

El par de apriete de los tornillos M10 y M12 bajo diferentes coeficientes de rozamiento en las superficies es el siguiente:

Rosca y paso	Pares de apriete en función del coeficiente de rozamiento superficial en Nm					
	0,07	0,08	0,1	0,11	0,12	0,14
M10x1,50	40,2	42,2	49,1	52,0	54,9	58,9
M10x1,00	43,2	46,1	54,0	58,9	63,8	68,7
M12x1,75	66,7	73,6	83,4	88,3	93,2	103,0
M12x1,50	71,6	78,5	88,3	93,2	98,1	107,9

Figura 41. Tabla de pares de apriete para el rango de tornillos seleccionado (Norma CETA 00520-11.69)

Para unos tornillos M12 de paso fino con coeficientes de rozamientos medios podemos aplicar sobre 90 Nm de par de apriete.

4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Introducción

En base a los resultados obtenidos, se ha ensamblado el modelo de pruebas, sobre el cual se aplicarán las mismas hipótesis de cargas que hemos introducido en los apartados anteriores, junto con las restricciones adecuadas para que las piezas no se muevan fuera de los límites previstos.

Debido a la gran carga de cálculo que implica la simulación de elementos finitos, es conveniente simular partes críticas aisladas que interactúan entre sí, en lugar de definir, mallar y ejecutar la simulación de todo el conjunto. Esto es muy importante para conseguir resultados en tiempos asumibles. También es conveniente marcar las caras que van a entrar en contacto a mano en lugar de dejar que el programa las calcule automáticamente, ya que aumenta dramáticamente los tiempos de ejecución del solver y es una función propensa a fallos en geometrías complejas.

Puede decirse que el cálculo de tensiones sólo requiere de la pieza en sí y su distribución de cargas, pero si queremos averiguar los desplazamientos, las deformaciones unitarias y la distribución del factor de seguridad (muy importante) como en estos ejemplos, hemos de definir un material para cada uno de los sólidos. Por defecto, SolidWorks incluye una biblioteca de materiales bastante variada, pero nuestro acero para engranajes no se encuentra entre ellos. Es posible definir materiales personalizados siempre que se sepan sus propiedades como módulo elástico, límite elástico, límite de rotura, coeficiente de Poisson, etc.

Para este estudio se realizarán tres simulaciones, una del conjunto interior de satélites y planetarios en posición de engrane, otra del par corona-piñón helicoidal y la tercera del núcleo como sólido suelto. Existen variaciones a la hora de mallar los conjuntos en función de su geometría, de tal forma que las piezas con ángulos agudos y de mayor detalle constructivo requieren un mallado más fino o especialmente adaptado (caso del piñón), en contraposición a las piezas grandes y romas con pocas concentraciones de tensiones como puede ser el núcleo. Una malla más detallada ofrece una mayor precisión en los resultados a costa de un mayor tiempo de cálculo, pero siempre hay un valor mínimo de subdivisiones por debajo del cual se produce un error del propio módulo y la simulación no es posible.

Los resultados se reflejan en varias tablas de información inicial y unas fichas para cada valor clave calculado (VON, URES, ESTRN y FDS) que muestran su valor mínimo, su valor máximo, y una imagen con escala de colores que muestra la distribución del mismo por todo el volumen de la pieza. También se muestra en la imagen dónde se encuentra el

valor más desfavorable en caso de tensiones y factor de seguridad (deben coincidir en el mismo punto) lo cual resulta de gran utilidad siendo un método muy intuitivo para ver las concentraciones de esfuerzo en la pieza.

Hay que aclarar que los gráficos han de escalarse a un rango conveniente para que sea de utilidad el resultado visual (por ejemplo, en el caso del FDS entre 0.5 y 10) y no perdamos la información al diluirse entre valores extremos.

Por su parte los resultados de desplazamientos y deformaciones unitarias se visualizan sobre una deformada del conjunto. Normalmente la deformada ha de escalarse (en nuestro ejemplo se multiplica por 200, 500 y 742,96) para ver un efecto apreciable del cambio de forma. Esta función también es de utilidad para saber si la hipótesis de cargas y restricciones está bien planteada

Debido a las simplificaciones implicadas en el cálculo, es de esperar que las tensiones en la simulación sean menores aunque por supuesto del mismo orden de magnitud, esto será discutido en las conclusiones.

4.2 Simulación de elementos finitos del conjunto de engranajes interior:

4.2.1 Propiedades de estudio

Definimos las opciones de configuración empleadas en el análisis:

Nombre de estudio	Análisis estático NÚCLEO
Tipo de análisis	Análisis estático
Tipo de malla	Malla sólida
Efecto térmico:	Activar
Opción térmica	Incluir cargas térmicas
Temperatura a tensión cero	298 Kelvin
Incluir los efectos de la presión de fluidos desde SOLIDWORKS Flow Simulation	Desactivar
Tipo de solver	FFEPlus
Efecto de rigidización por tensión (Inplane):	Desactivar
Muelle blando:	Desactivar
Desahogo inercial:	Desactivar
Opciones de unión rígida incompatibles	Automático
Gran desplazamiento	Desactivar
Calcular fuerzas de cuerpo libre	Activar
Fricción	Desactivar
Utilizar método adaptativo:	Desactivar
Carpeta de resultados	Documento de SOLIDWORKS (C:\Users\Fran\Google Drive\Estudios\TFG\MODELO)

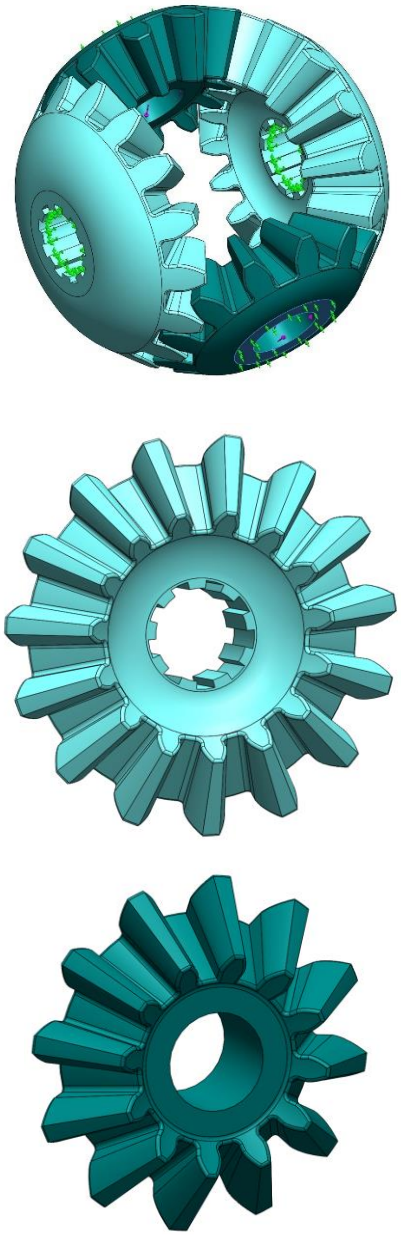
4.2.2 Unidades

Definimos las unidades utilizadas:

Sistema de unidades:	Métrico (MKS)
Longitud/Desplazamiento	mm
Temperatura	Kelvin
Velocidad angular	Rad/seg
Presión/Tensión	N/m^2

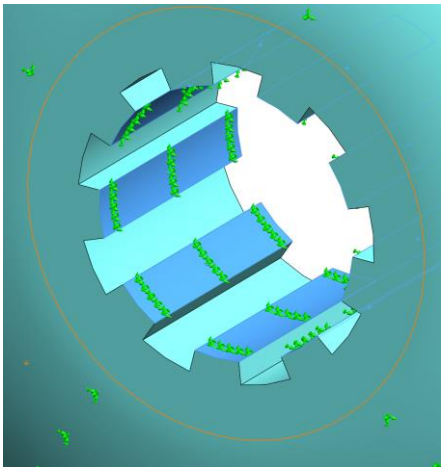
4.2.3 Propiedades de material

Aquí tenemos las características del material personalizado que hemos definido y empleado, acero F-154 cementado y templado:

Referencia de modelo	Propiedades	
	**Nombre:**	F-154 C+T
	Tipo de modelo:	Isotrópico elástico lineal
	Criterio de error:	Tensión de Von Mises máx.
	Límite elástico:	7,85e+08 N/m^2
	Límite de tracción:	1,1e+09 N/m^2
	Módulo elástico:	2,1e+11 N/m^2
	Coeficiente de Poisson:	0,3
	Densidad:	7.800 kg/m^3
	Módulo cortante:	7,9e+10 N/m^2
	Coeficiente de dilatación térmica:	1,1e-05 /Kelvin
Datos de curva: N/A		

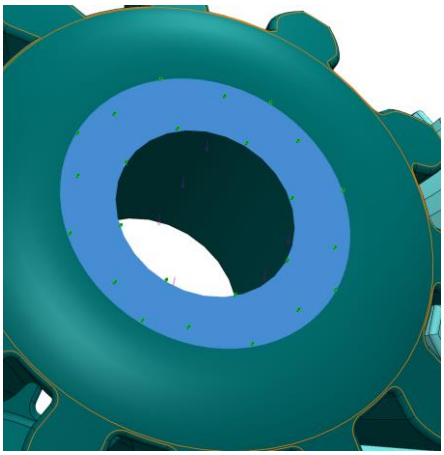
4.2.4 Sujeciones

Aquí se definen las restricciones al movimiento que colocamos en cada pieza, “fijo” implica restricción absoluta (simulamos un empotramiento en el estriado del eje) mientras que en el segundo caso se impide el desplazamiento normal al plano (z = 0) mientras se permite el giro y el desplazamiento transversal en todas direcciones.

Nombre de sujeción	Imagen de sujeción	Detalles de sujeción
Fijo-1		**Entidades:** 18 cara(s) **Tipo:** Geometría fija

Fuerzas resultantes:

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de reacción (N)	2.508,43	-1.775,75	-0,0321417	3.073,36
Momento de reacción (N.m)	0	0	0	0

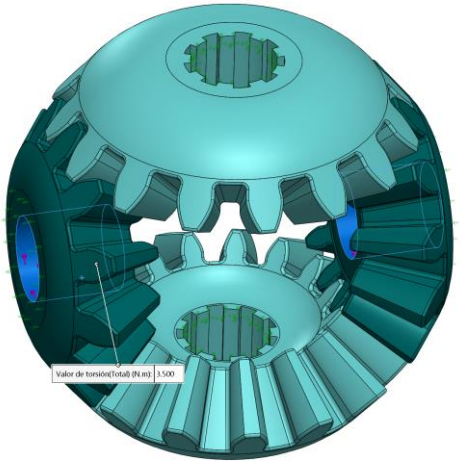
Sobre caras planas-1		**Entidades:** 2 cara(s) **Tipo:** Sobre caras planas **Traslación:** ---; ---; 0 **Unidades:** mm

Fuerzas resultantes:

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de reacción (N)	-2.504,98	1.774,42	0	3.069,77
Momento de reacción (N.m)	0	0	0	0

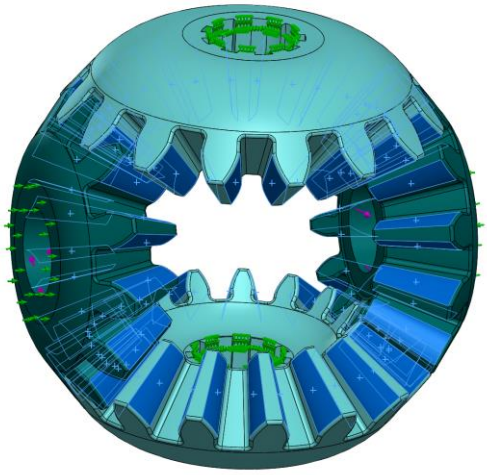
4.2.5 Cargas

Aquí se definen las cargas, en nuestro caso un par torsor aplicado en las caras cilíndricas de los planetarios:

Nombre de carga	Imagen de referencia	Detalles de la carga
Torsión-1		**Entidades:** 2 cara(s) **Referencia:** Cara< 1 > **Tipo:** Aplicar momento Torsor **Valor:** 3.500 N.m

4.2.6 Contactos establecidos entre componentes

En este apartado se definen las caras de los sólidos que pueden entrar en contacto una vez que las cargas sean aplicadas (caras del diente):

Contacto	Imagen del contacto	Propiedades del contacto
Contacto-1		**Tipo:** Sin par de contacto de penetración **Entidades:** 108 cara(s) **Avanzado:** Nodo a superficie

Fuerza de contacto/rozamiento

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de contacto(N)	5,798E-12	-5,6843E-12	4,7748E-12	9,4196E-12

4.2.7 Información de malla

Se define el tipo de malla que hemos construido para resolver el análisis, en este caso nos sirve una malla estándar de refinamiento medio:

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla estándar
Transición automática:	Desactivar
Incluir bucles automáticos de malla:	Desactivar
Puntos jacobianos para malla de alta calidad	16 puntos
Tamaño de elementos	6 mm
Tolerancia	0,3 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden

4.2.8 Fuerzas resultantes

En este apartado aparecen las componentes y resultantes generales:

Fuerzas de reacción

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	N	3,4577	-1,33542	-1,17363	3,88799

Momentos de reacción

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	Nm	0	0	0	0

Fuerzas de cuerpo libre

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	N	0,437523	-0,515257	-0,910255	1,13379

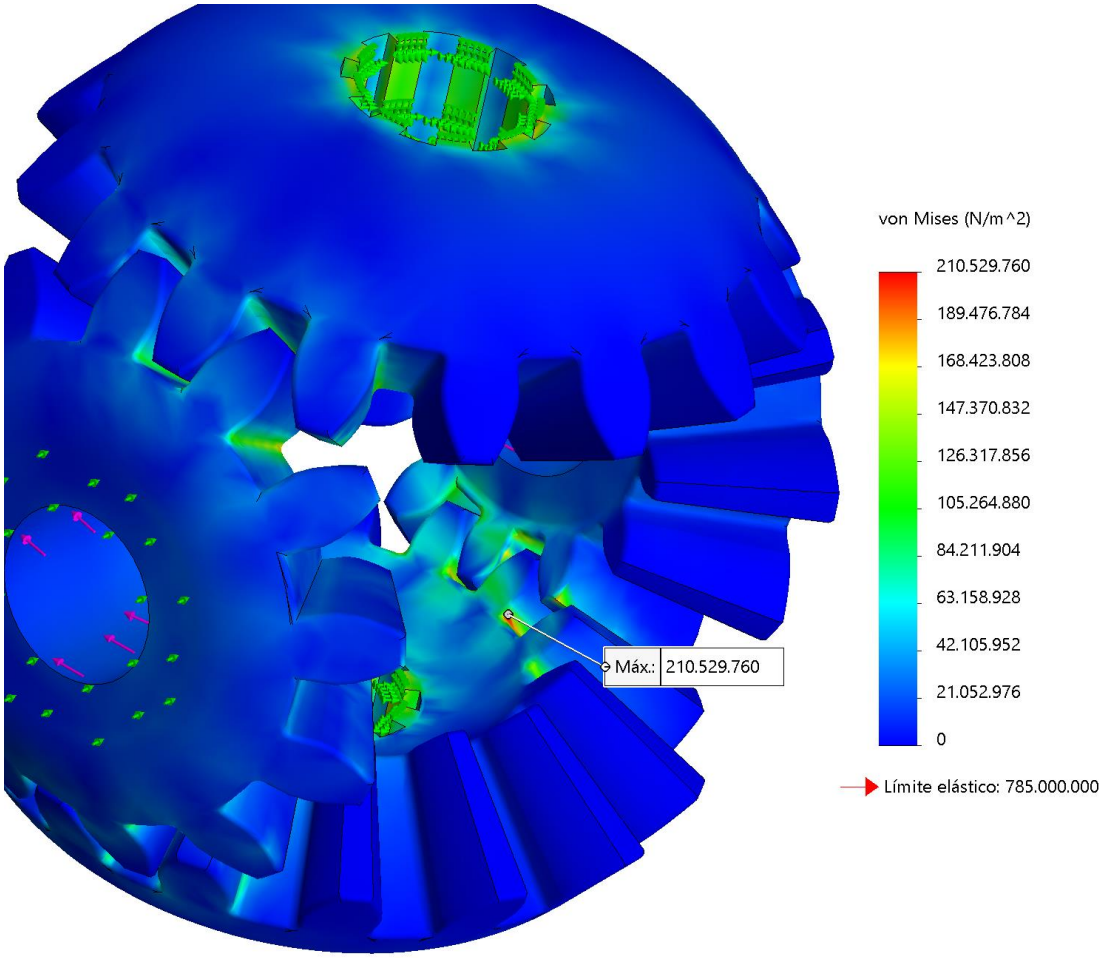
Momentos de cuerpo libre

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	Nm	0	0	0	1e-33

4.2.9 Resultados del estudio

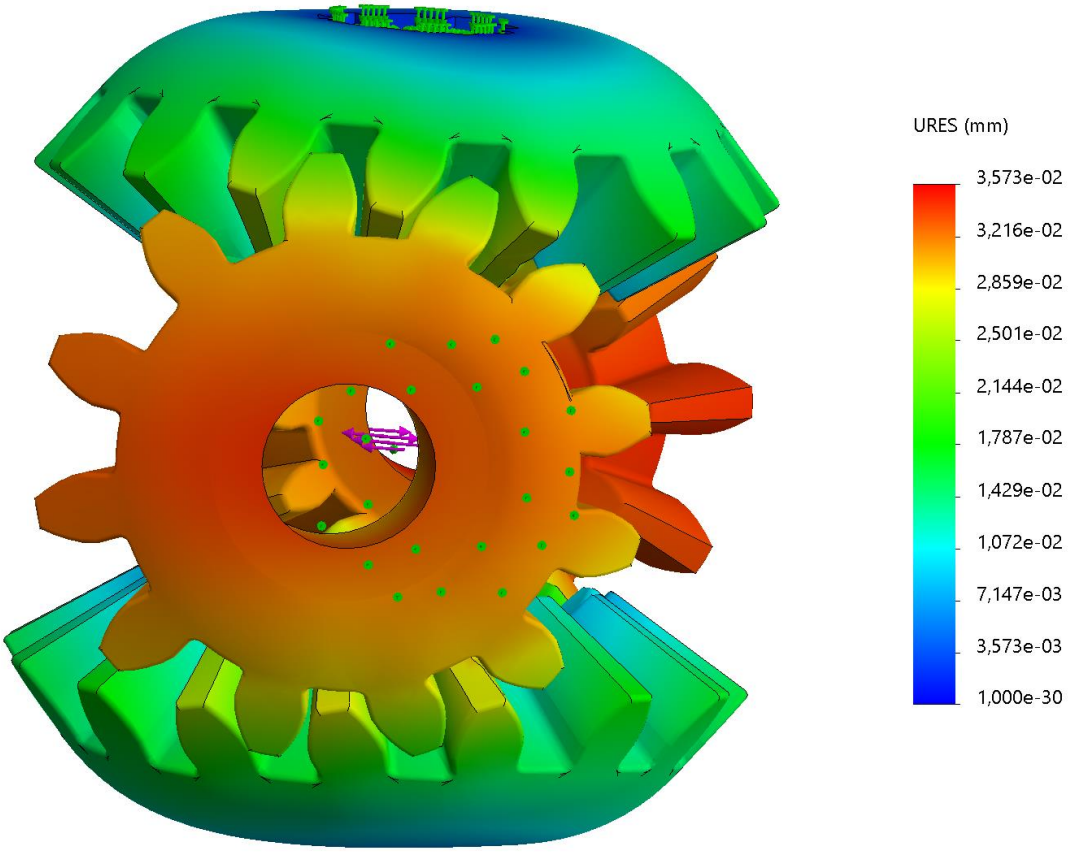
En primer lugar, se obtienen las tensiones de Von Mises en la pieza, vemos un valor máximo de 210,5 MPa en la zona interior de la base del diente, ya que en la misma se produce una concentración de tensiones. Es muy importante notar que esta concentración de tensiones depende directamente del radio del entalle del engranaje.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Tensiones1	**VON: Tensión de Von Mises**	**17.640N/m^2 Nodo: 38808**	**210.529.760N/m^2 Nodo: 43034**



Aquí se muestran los desplazamientos absolutos de cada punto respecto de la geometría inicial. En la imagen se muestra la deformada con una escala de 500, en la realidad el punto que más se desplaza bajo las cargas lo hace 0,0357mm y está situado en el plano de aplicación de las mismas. Los puntos que menos se desplazan están en la zona de fijación, y por lo general, ya que este tipo de resultados es muy intuitivo, sirve para comprobar que las hipótesis de fijaciones y cargas se han establecido correctamente.

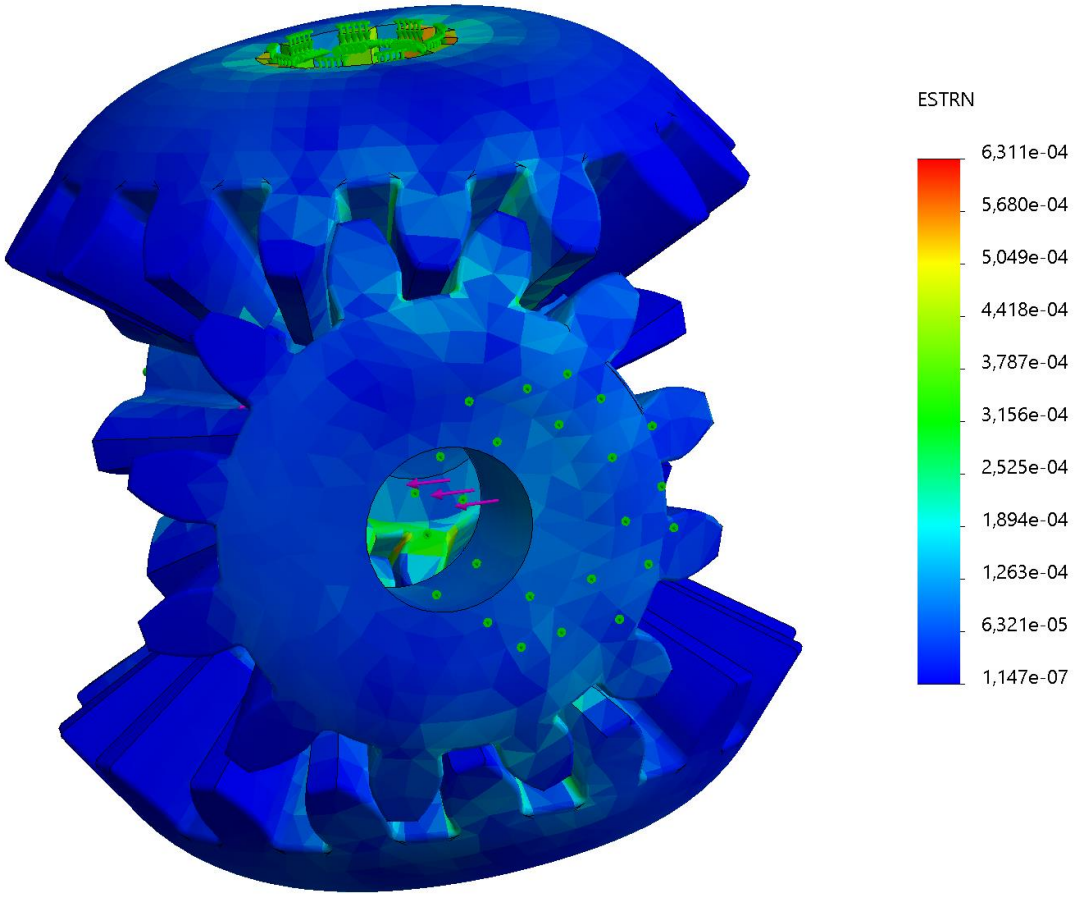
Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Desplazamientos1	URES: Desplazamientos resultantes	0,000e+00mm Nodo: 576	3,573e-02mm Nodo: 61822



ESCALA DE LA DEFORMACIÓN: 500

En este apartado tenemos la misma deformada del caso anterior, pero se muestran las deformaciones unitarias equivalentes de cada zona de la malla, de ahí que podamos ver una subdivisión en triángulos. El valor máximo es de 0,0006311 en las bases de los dientes en contacto y también alrededor de las fijaciones. Esto se corresponde con los resultados de la deformada, son las zonas que más cambian su geometría.

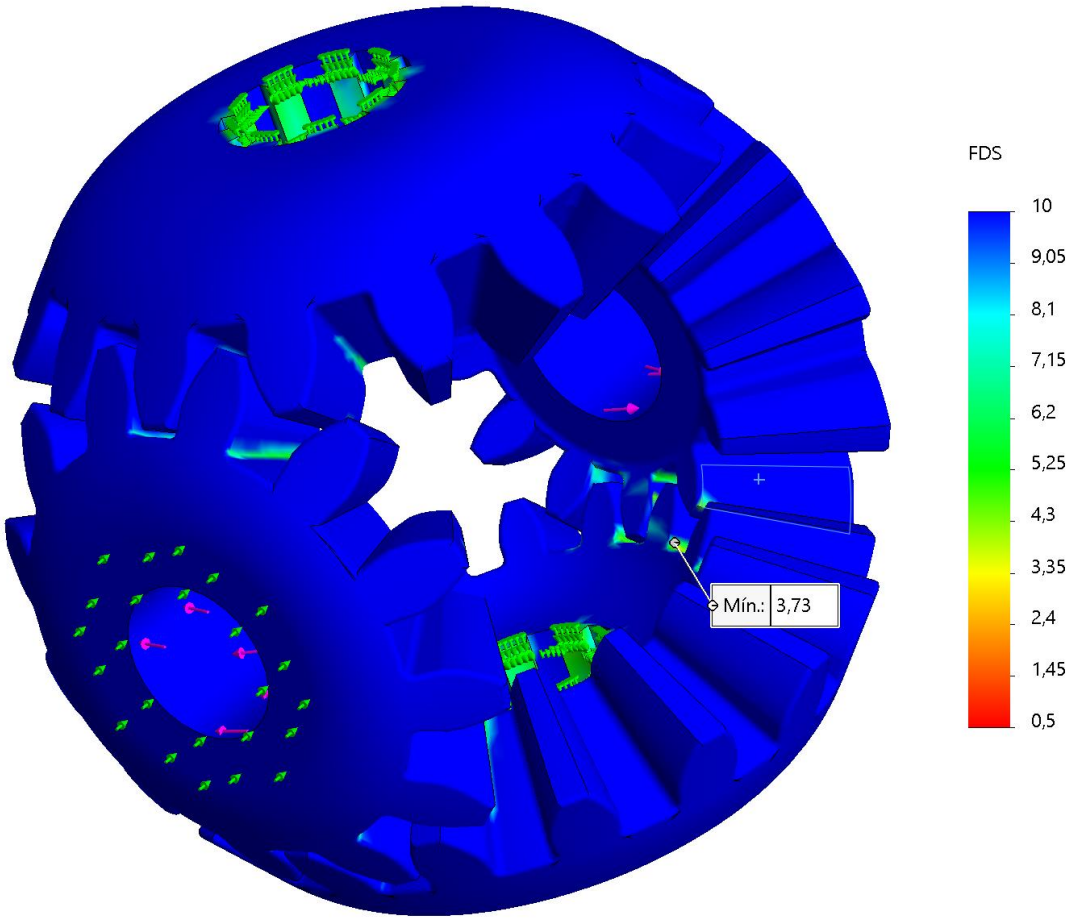
Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Deformaciones unitarias 1	**ESTRN: Deformación unitaria equivalente**	**1,147e-07 Elemento: 14598**	**6,311e-04 Elemento: 22121**



ESCALA DE LA DEFORMACIÓN: 500

Aquí se muestra el valor del factor de seguridad en una escala de 0,5 a 10. Este resultado resulta de dividir el límite elástico del material entre las tensiones resultantes de Von Mises del primer apartado. Es un resultado muy interesante para saber en un vistazo hasta qué punto están comprometida la resistencia de la pieza y en qué zonas. En nuestro caso en el punto más desfavorable conseguimos un valor mínimo de 3,73.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Factor de seguridad 1	**FDS**	**3,73** **Nodo: 43034**	**4,45e+04** **Nodo: 38808**



4.3 Simulación de elementos finitos del conjunto de engranajes exterior:

Definimos las opciones de configuración empleadas en el análisis:

4.3.1 Propiedades de estudio

Nombre de estudio	Análisis estático EXTERIOR
Tipo de análisis	Análisis estático
Tipo de malla	Malla sólida
Efecto térmico:	Activar
Opción térmica	Incluir cargas térmicas
Temperatura a tensión cero	298 Kelvin
Incluir los efectos de la presión de fluidos desde SOLIDWORKS Flow Simulation	Desactivar
Tipo de solver	FFEPlus
Efecto de rigidización por tensión (Inplane):	Desactivar
Muelle blando:	Desactivar
Desahogo inercial:	Desactivar
Opciones de unión rígida incompatibles	Automático
Gran desplazamiento	Desactivar
Calcular fuerzas de cuerpo libre	Activar
Fricción	Desactivar
Utilizar método adaptativo:	Desactivar
Carpeta de resultados	Documento de SOLIDWORKS (C:\Users\Fran\Google Drive\Estudios\TFG\MODELO)

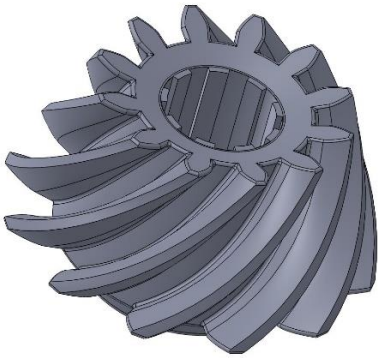
4.3.2 Unidades

Definimos las unidades utilizadas:

Sistema de unidades:	Métrico (MKS)
Longitud/Desplazamiento	mm
Temperatura	Kelvin
Velocidad angular	Rad/seg
Presión/Tensión	N/m^2

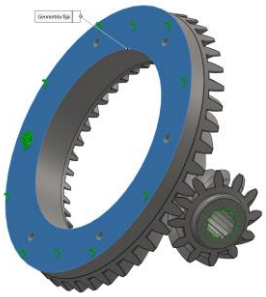
4.3.3 Propiedades de material

Aquí tenemos las características del material personalizado, nuevamente igual que en el caso anterior, acero F-154 cementado y templado:

Referencia de modelo	Propiedades	
	**Nombre:**	F-154 C+T
	Tipo de modelo:	Isotrópico elástico lineal
	Criterio de error:	Tensión de Von Mises máx.
	Límite elástico:	7,85e+08 N/m^2
	Límite de tracción:	1,1e+09 N/m^2
	Módulo elástico:	2,1e+11 N/m^2
	Coeficiente de Poisson:	0,3
	Densidad:	7.800 kg/m^3
	Módulo cortante:	7,9e+10 N/m^2
	Coeficiente de dilatación térmica:	1,1e-05 /Kelvin
Datos de curva: N/A		

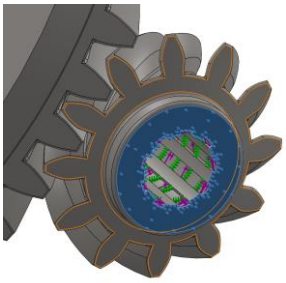
4.3.4 Sujeciones

En este caso las sujeciones son fijar la cara trasera de la corona (va atornillada al núcleo siendo un conjunto de gran rigidez) y en el caso del piñón colocamos una restricción de tipo bisagra en la cara interior cilíndrica, esto es, se permite el giro sobre su eje y el desplazamiento longitudinal. Para limitar este último grado de libertad se aplica también una restricción deslizante (z = 0) en la cara plana de atrás:

Nombre de sujeción	Imagen de sujeción	Detalles de sujeción
Fijo-1		**Entidades:** 1 cara(s) **Tipo:** Geometría fija

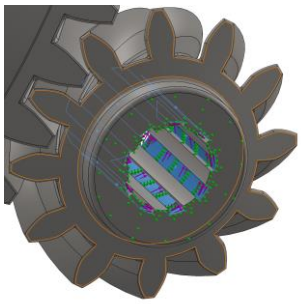
Fuerzas resultantes:

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de reacción (N)	5.433,91	22.458,1	18.774,9	29.772,3
Momento de reacción (N.m)	0	0	0	0

Rodillo/ Control deslizante-1		**Entidades:** 1 cara(s) **Tipo:** Rodillo/Control deslizante **Traslación:** ---; ---; 0 **Unidades:** mm

Fuerzas resultantes:

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de reacción (N)	-557,198	-221,683	-6.770,42	6.796,92
Momento de reacción (N.m)	0	0	0	0

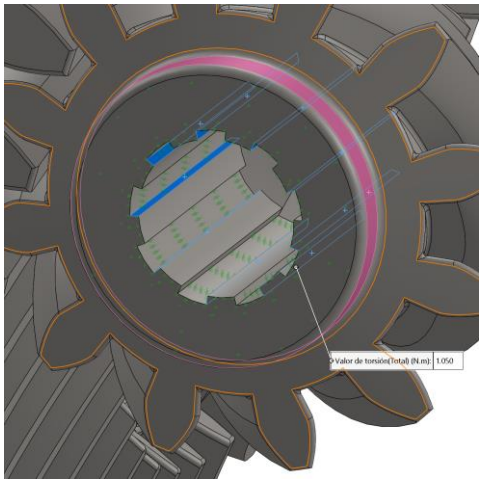
Nombre de sujeción	Imagen de sujeción	Detalles de sujeción
Bisagra-fija-1		**Entidades:** 9 cara(s) **Tipo:** Bisagra fija **Traslación:** ---; ---; 0 **Unidades:** mm

Fuerzas resultantes:

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de reacción (N)	-5.433,85	-22.458,1	-11.874,9	25.978,9
Momento de reacción (N.m)	0	0	0	0

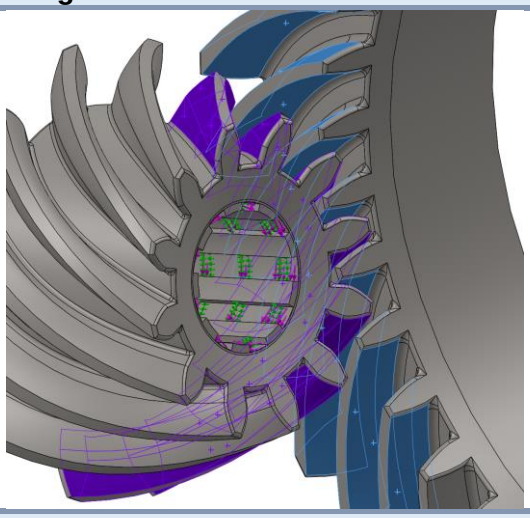
4.3.5 Cargas

El piñón recibe el momento torsor del eje a través de las caras del estriado:

Nombre de carga	Imagen de referencia	Detalles de la carga
Torsión-1		**Entidades:** 9 cara(s) **Referencia:** Cara< 1 > **Tipo:** Aplicar momento torsor **Valor:** 1.050 N.m

4.3.6 Contactos establecidos entre componentes

Igual que en el análisis anterior se marcan las caras de los dientes que van a entrar en contacto:

Contacto	Imagen del contacto	Propiedades del contacto
Contacto-1		**Tipo:** Sin par de contacto de penetración **Entidades:** 42 cara(s) **Valor de fricción:** 0,05

Fuerza de contacto/rozamiento

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de contacto(N)	**-1,4476E-11**	**7,9538E-11**	**5,7909E-12**	**8,1052E-11**
Fuerza de fricción(N)	**4,0878E-13**	**1,4788E-13**	**8,554E-12**	**8,5651E-12**

4.3.7 Información de malla

En este caso debido a la mayor complejidad de formas del conjunto (sobre todo por los ángulos agudos de los dientes del piñón) es necesario emplear una malla adaptada, basada en curvatura:

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla basada en curvatura
Puntos jacobianos para malla de alta calidad	16 Puntos
Tamaño máximo de elemento	20 mm
Tamaño mínimo del elemento	4 mm
Calidad de malla	Elementos cuadráticos de alto orden
Regenerar la malla de piezas fallidas con malla incompatible	Desactivar
Tipo de malla	Malla sólida

Número total de nodos	276981
Número total de elementos	178647
Cociente máximo de aspecto	82,94
% de elementos cuyo cociente de aspecto es < 3	90,5
% de elementos cuyo cociente de aspecto es > 10	0,568
% de elementos distorsionados (Jacobiana)	0
Tiempo para completar la malla (hh;mm;ss):	00:00:29
Nombre de computadora:	SP4

4.3.8 Fuerzas resultantes

Componentes de fuerzas y resultantes generales:

Fuerzas de reacción

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	N	0,0500374	0,0117283	0,0326204	0,0608719

Momentos de reacción

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	Nm	0	0	0	0

Fuerzas de cuerpo libre

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	N	0,0574084	-0,00843837	-0,00739544	0,0584946

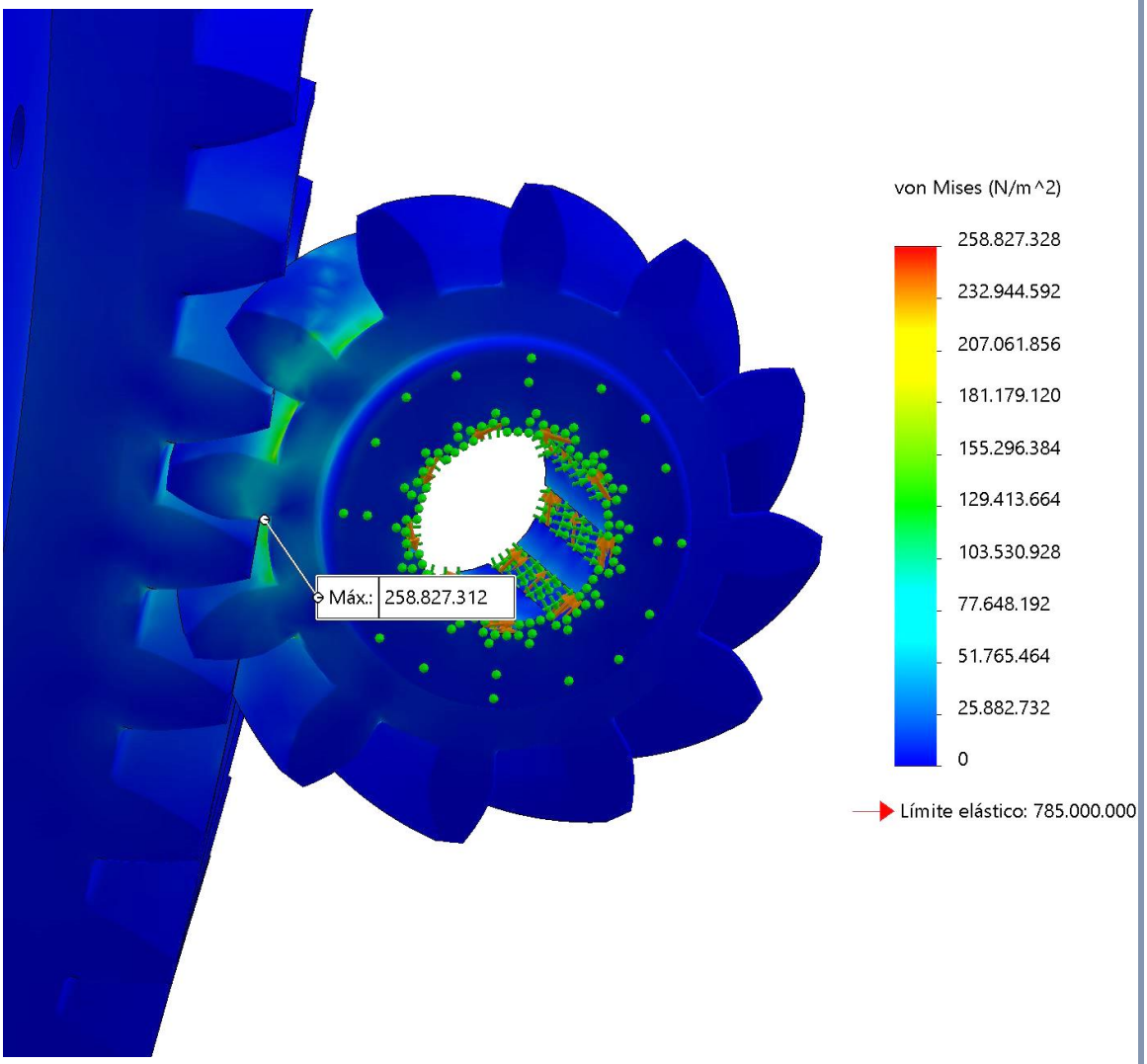
Momentos de cuerpo libre

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	Nm	0	0	0	1e-33

4.3.9 Resultados del estudio

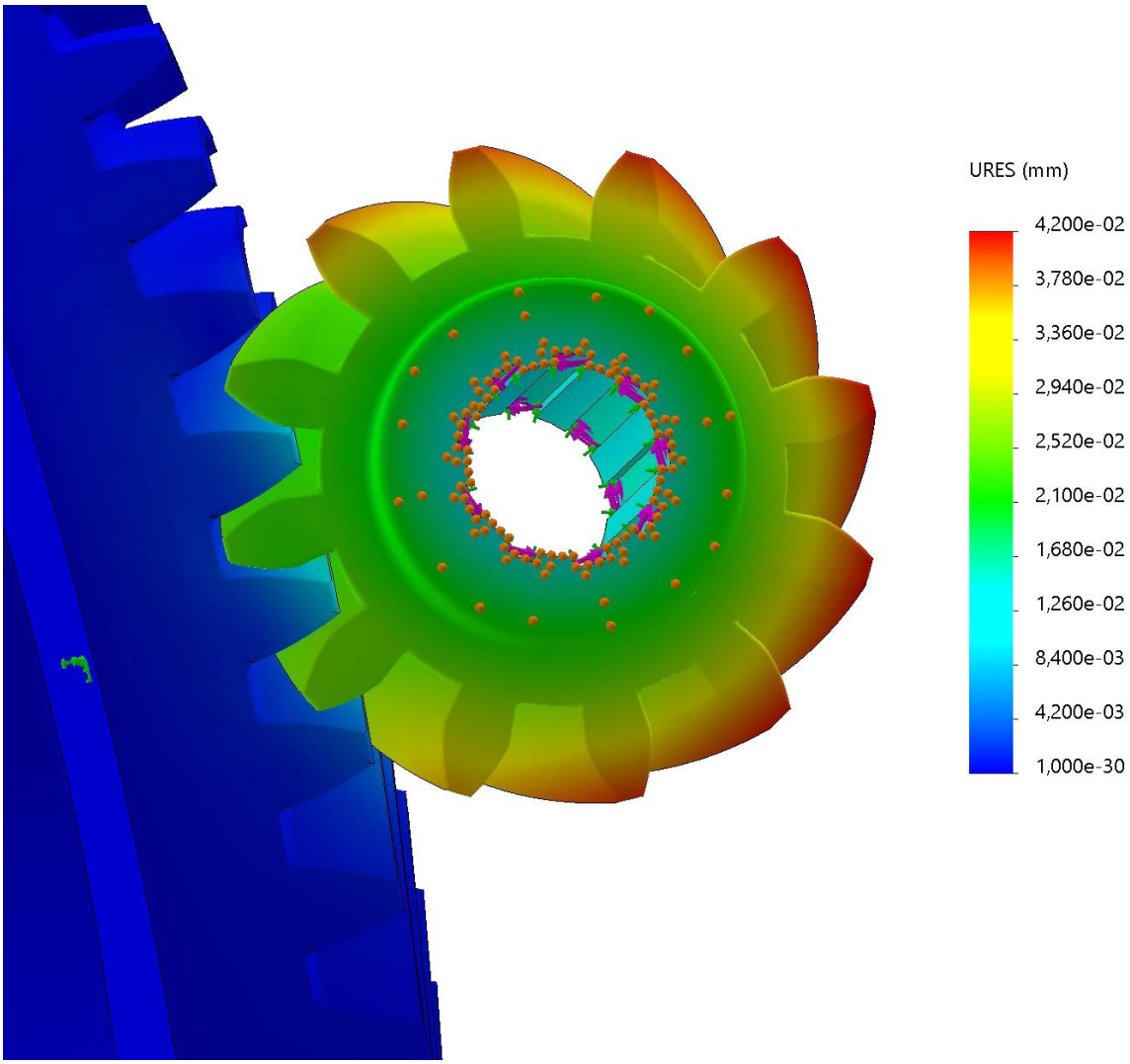
En este caso vemos la distribución de altas tensiones que cabría esperar, una línea curva más o menos homogénea que discurre por la base del diente del piñón, llegando a un valor máximo de 258,8 MPa en el entalle de la cara traccionada. Se pone nuevamente de manifiesto la importancia en el diseño del radio del entalle.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Tensiones1	**VON: Tensión de Von Mises**	**0N/m^2 Nodo: 173437**	**258.827.312N/m^2 Nodo: 19814**



El resultado de desplazamientos absolutos muestra unos valores máximos de 0,042mm en las puntas de los dientes no engranados del piñón. La corona por el contrario apenas se desplaza salvo las puntas de los dientes engranados.

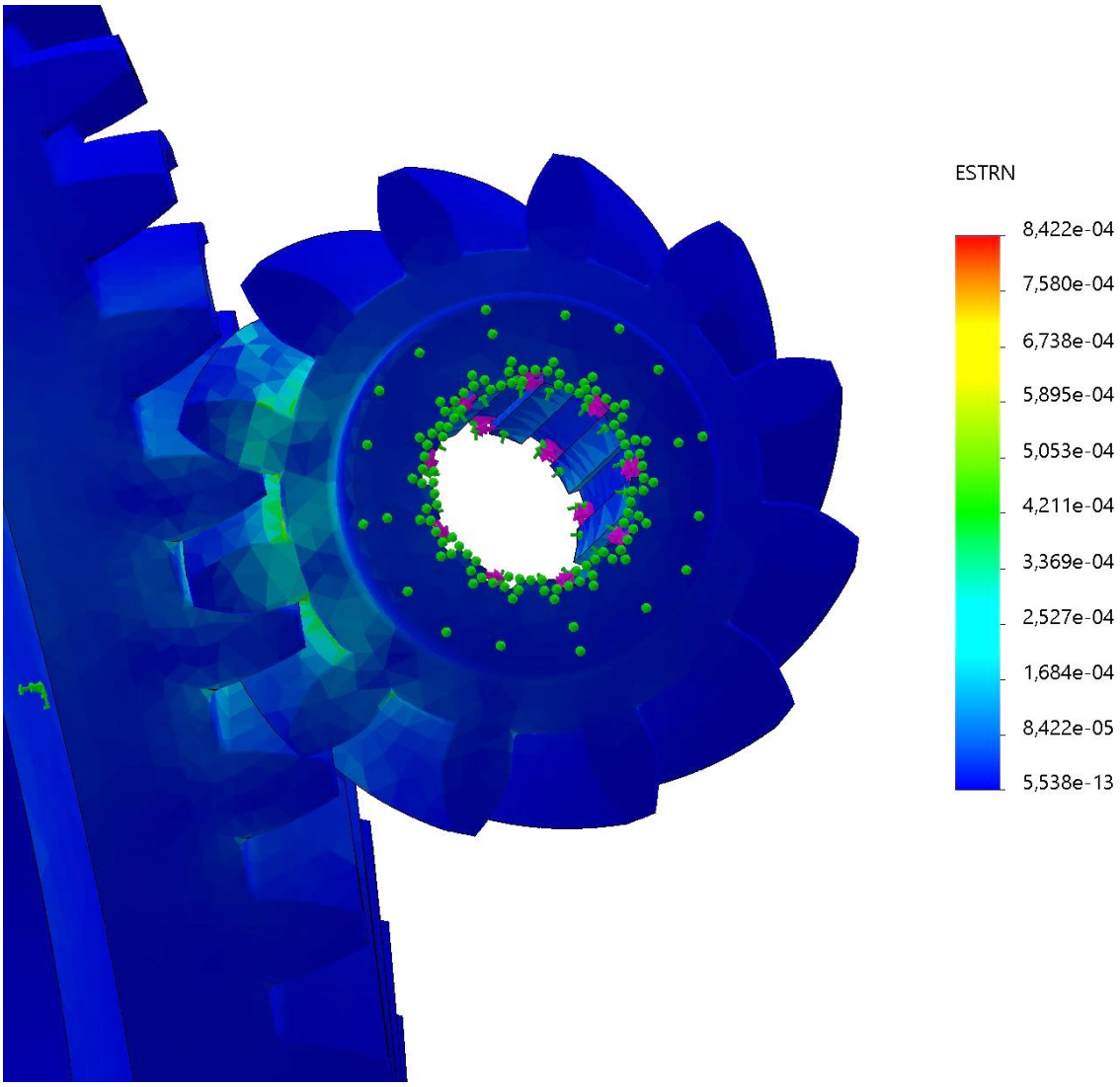
Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Desplazamientos1	**URES: Desplazamientos resultantes**	**0,000e+00mm Nodo: 63814**	**4,200e-02mm Nodo: 10018**



ESCALA DE LA DEFORMACIÓN: 200

En el resultado de deformaciones unitarias vemos nuevamente una coincidencia con la concentración de tensiones en la base de los dientes.

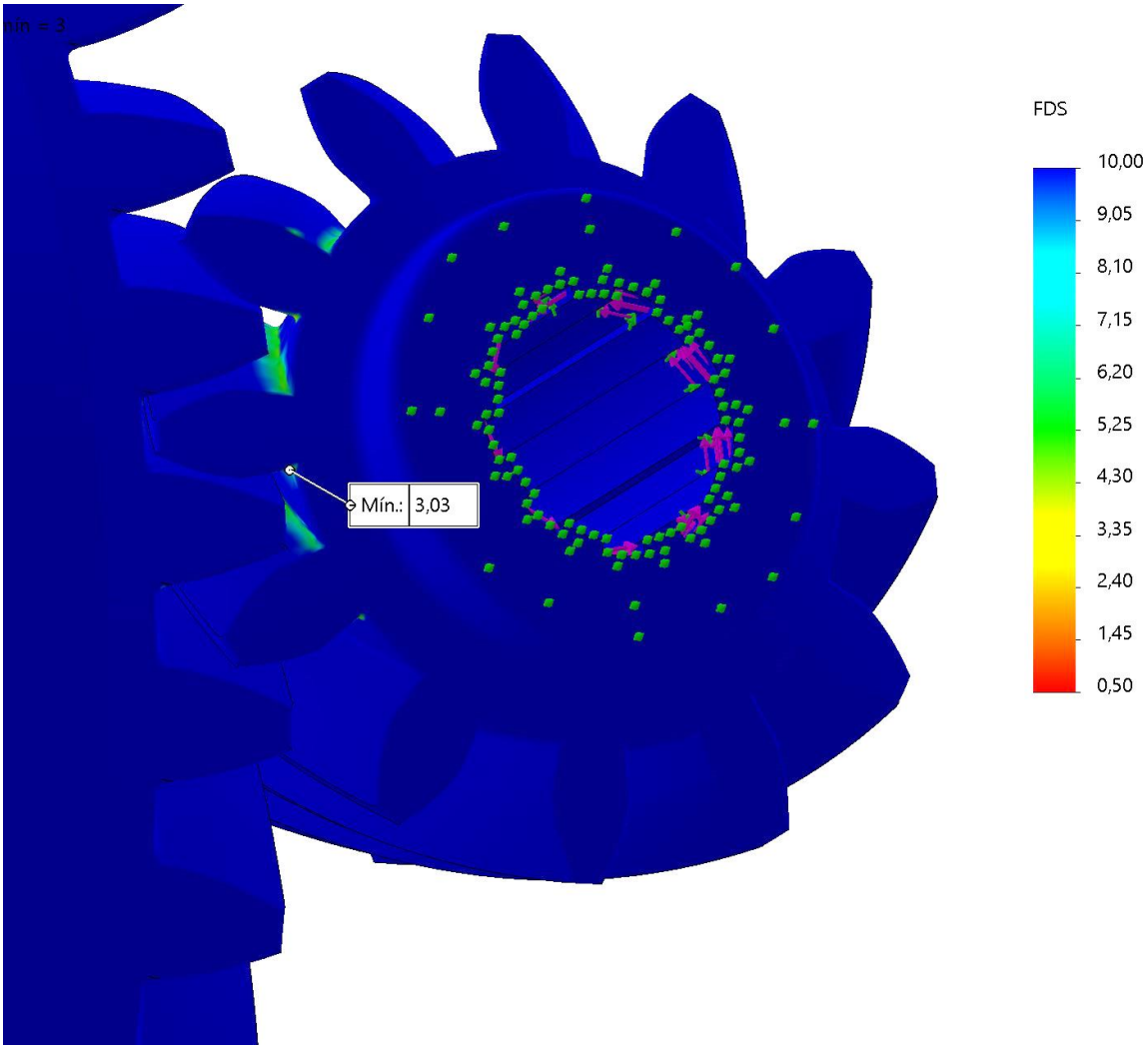
Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Deformaciones unitarias 1	**ESTRN: Deformación unitaria equivalente**	**5,538e-13 Elemento: 58567**	**8,422e-04 Elemento: 12759**



ESCALA DE LA DEFORMACIÓN: 500

Y por último en la distribución de factor de seguridad tenemos un valor mínimo de 3,03 que coincide con el punto de tensión de Von Mises máxima. Es importante escalar correctamente este dato de factor de seguridad dentro de un rango útil, porque el valor máximo es muy elevado (tensiones casi nulas) y tal cual aparecen los resultados autoescalados del programa se pierde la información relevante.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Factor de seguridad 1	**FDS**	**3,03** **Nodo: 19814**	**8.741.416.960,00** **Nodo: 173437**



4.4 Simulación de elementos finitos del conjunto de engranajes exterior:

4.4.1 Propiedades de estudio

Datos de partida del análisis:

Nombre de estudio	Análisis estático JAULA
Tipo de análisis	Análisis estático
Tipo de malla	Malla sólida
Efecto térmico:	Activar
Opción térmica	Incluir cargas térmicas
Temperatura a tensión cero	298 Kelvin
Incluir los efectos de la presión de fluidos desde SOLIDWORKS Flow Simulation	Desactivar
Tipo de solver	FFEPlus
Efecto de rigidización por tensión (Inplane):	Desactivar
Muelle blando:	Desactivar
Desahogo inercial:	Desactivar
Opciones de unión rígida incompatibles	Automático
Gran desplazamiento	Desactivar
Calcular fuerzas de cuerpo libre	Activar
Fricción	Desactivar
Utilizar método adaptativo:	Desactivar
Carpeta de resultados	Documento de SOLIDWORKS (C:\Users\Fran\Google Drive\Estudios\TFG\MODELO)

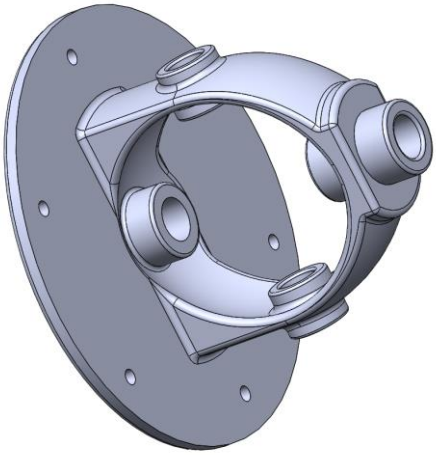
4.4.2 Unidades

Unidades empleadas en el estudio:

Sistema de unidades:	Métrico (MKS)
Longitud/Desplazamiento	mm
Temperatura	Kelvin
Velocidad angular	Rad/seg
Presión/Tensión	N/m^2

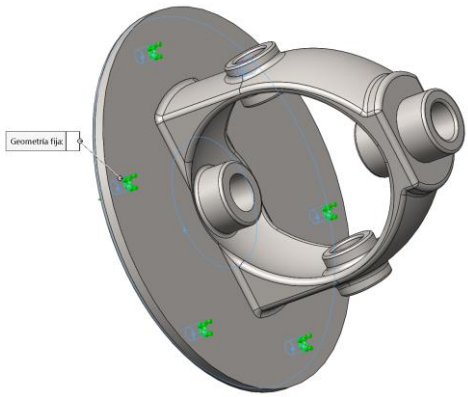
4.4.3 Propiedades de material

En este caso hemos escogido un material ya existente en la biblioteca de materiales de solidworks, un acero aleado de media resistencia tipo 16NiCr4:

Referencia de modelo	Propiedades	
	**Nombre:**	1.5714 (16NiCr4)
	Tipo de modelo:	Isotrópico elástico lineal
	Criterio de error predeterminado:	Tensión de von Mises máx.
	Límite elástico:	2,95594e+08 N/m^2
	Límite de tracción:	9,00826e+08 N/m^2
	Módulo elástico:	2,1e+11 N/m^2
	Coeficiente de Poisson:	0,28
	Densidad:	7.800 kg/m^3
	Módulo cortante:	7,9e+10 N/m^2
	Coeficiente de dilatación térmica:	1,1e-05 /Kelvin
Datos de curva: N/A		

4.4.4 Sujeciones

Las sujeciones definidas para el núcleo son 6 caras cilíndricas fijas que sirven de alojamiento para los tornillos de unión con la corona del ejemplo anterior:

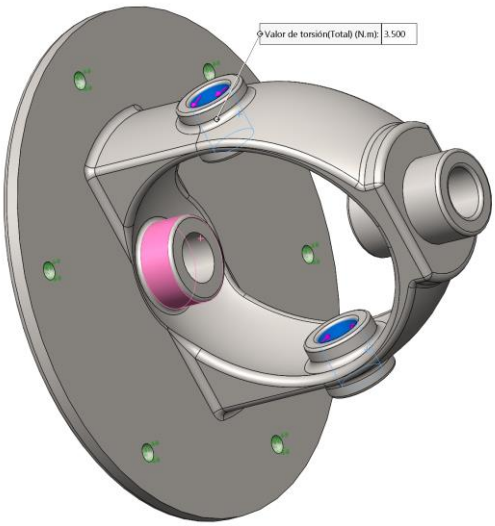
Nombre de sujeción	Imagen de sujeción	Detalles de sujeción
Fijo-1		**Entidades:** 6 cara(s) **Tipo:** Geometría fija

Fuerzas resultantes:

Componentes	X	Y	Z	Resultante
Fuerza de reacción (N)	64,6867	5,53107	3,17031	65,0001
Momento de reacción (N.m)	0	0	0	0

4.4.5 Cargas

Para las cargas, se define un par torsor en la dirección del eje principal aplicado a las caras del eje de satélites, que sería coincidente con el del primer ejemplo:

Nombre de carga	Imagen de referencia	Detalles de la carga
Torsión-1		**Entidades:** 2 cara(s) **Referencia:** Cara< 1 > **Tipo:** Aplicar Momento torsor **Valor:** 1.050 N.m

4.4.6 Información de malla

En este caso volvemos a la malla estándar con un refinamiento medio:

Tipo de malla	Malla sólida
Mallador utilizado:	Malla estándar
Puntos jacobianos para malla de alta calidad	Desactivar
Tamaño máximo de elemento	Desactivar
Tamaño mínimo del elemento	16 Puntos
Calidad de malla	13,4397 mm
Regenerar la malla de piezas fallidas con malla incompatible	0,671984 mm
Tipo de malla	Elementos cuadráticos de alto orden

Número total de nodos	23733
Número total de elementos	13171
Cociente máximo de aspecto	18,359
% de elementos cuyo cociente de aspecto es < 3	85
% de elementos cuyo cociente de aspecto es > 10	0,433
% de elementos distorsionados (Jacobiana)	0
Tiempo para completar la malla (hh;mm;ss):	00:00:04
Nombre de computadora:	SP4

4.4.7 Fuerzas resultantes

Componentes y resultantes totales de fuerzas:

Fuerzas de reacción

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	N	64,6867	5,53107	3,17031	65,0001

Momentos de reacción

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	Nm	0	0	0	0

Fuerzas de cuerpo libre

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	N	18,9833	27,9354	3,97304	34,0079

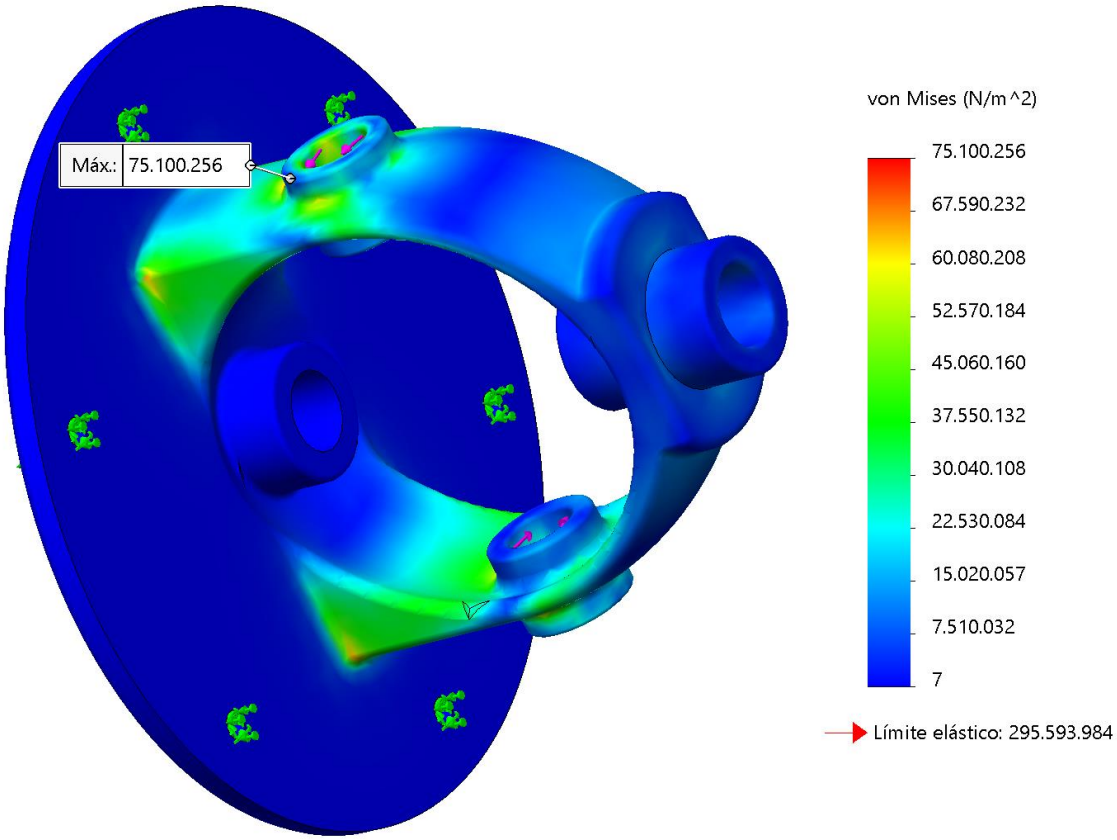
Momentos de cuerpo libre

Conjunto de selecciones	Unidades	Sum X	Sum Y	Sum Z	Resultante
Todo el modelo	Nm	0	0	0	1e-33

4.4.8 Resultados del estudio

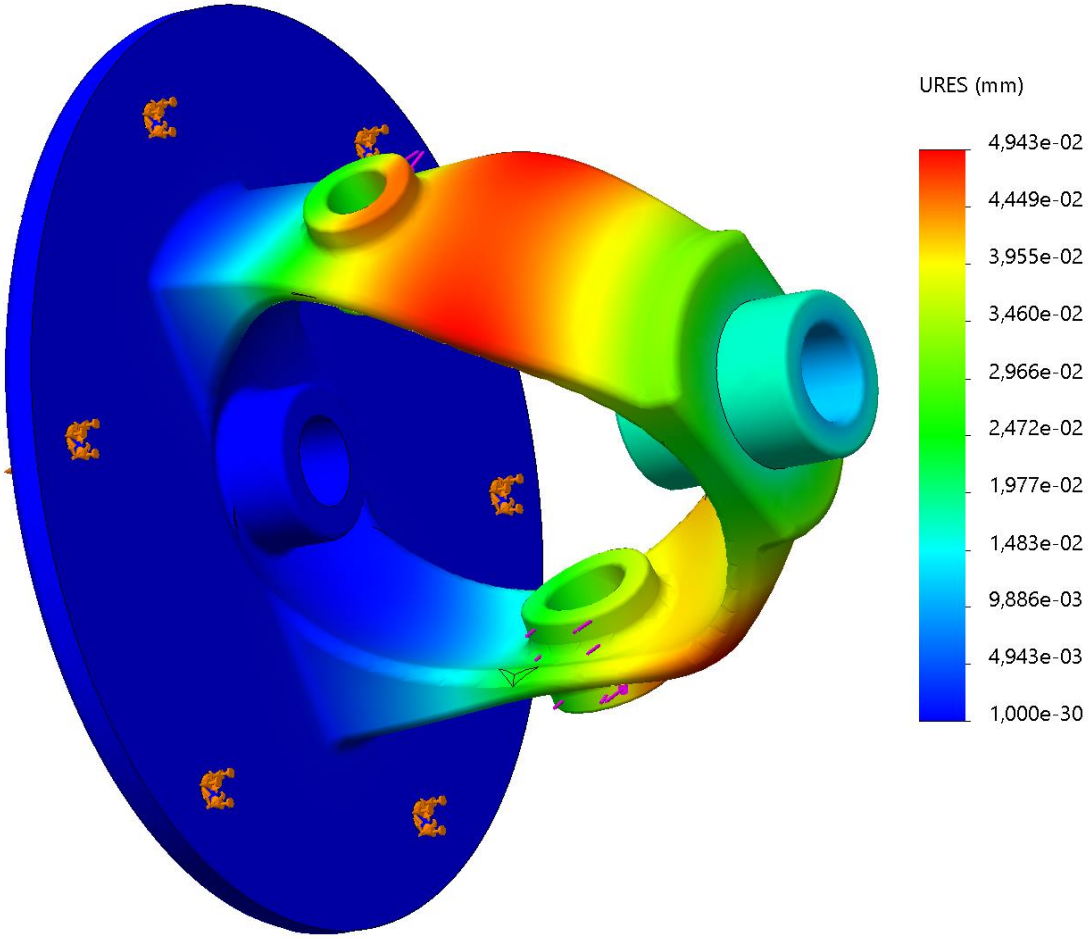
Vemos en la distribución de tensiones que las partes más solicitadas están alrededor del eje de satélites donde se aplica la carga (valor máximo de 75,1 MPa) y en la base de los brazos de la jaula, viéndose a modo de curiosidad como en la parte inferior de la arista externa las tensiones casi se igualan a las máximas. Por el contrario, en la zona alrededor de los tornillos hay material suficiente para que las tensiones sean bajas.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Tensiones1	**VON: Tensión de Von Mises**	**7N/m^2 Nodo: 23491**	**75.100.256N/m^2 Nodo: 21974**



En esta deformada tenemos una escala de 742,96 y se pueden ver claramente las zonas más desviadas de su origen, con un valor máximo de 0,04943 mm. Como dijimos en los ejemplos anteriores el valor de este resultado es sobre todo comprobar de forma intuitiva que nuestra hipótesis planteada de puntos de fijación y puntos de aplicación de cargas es correcta.

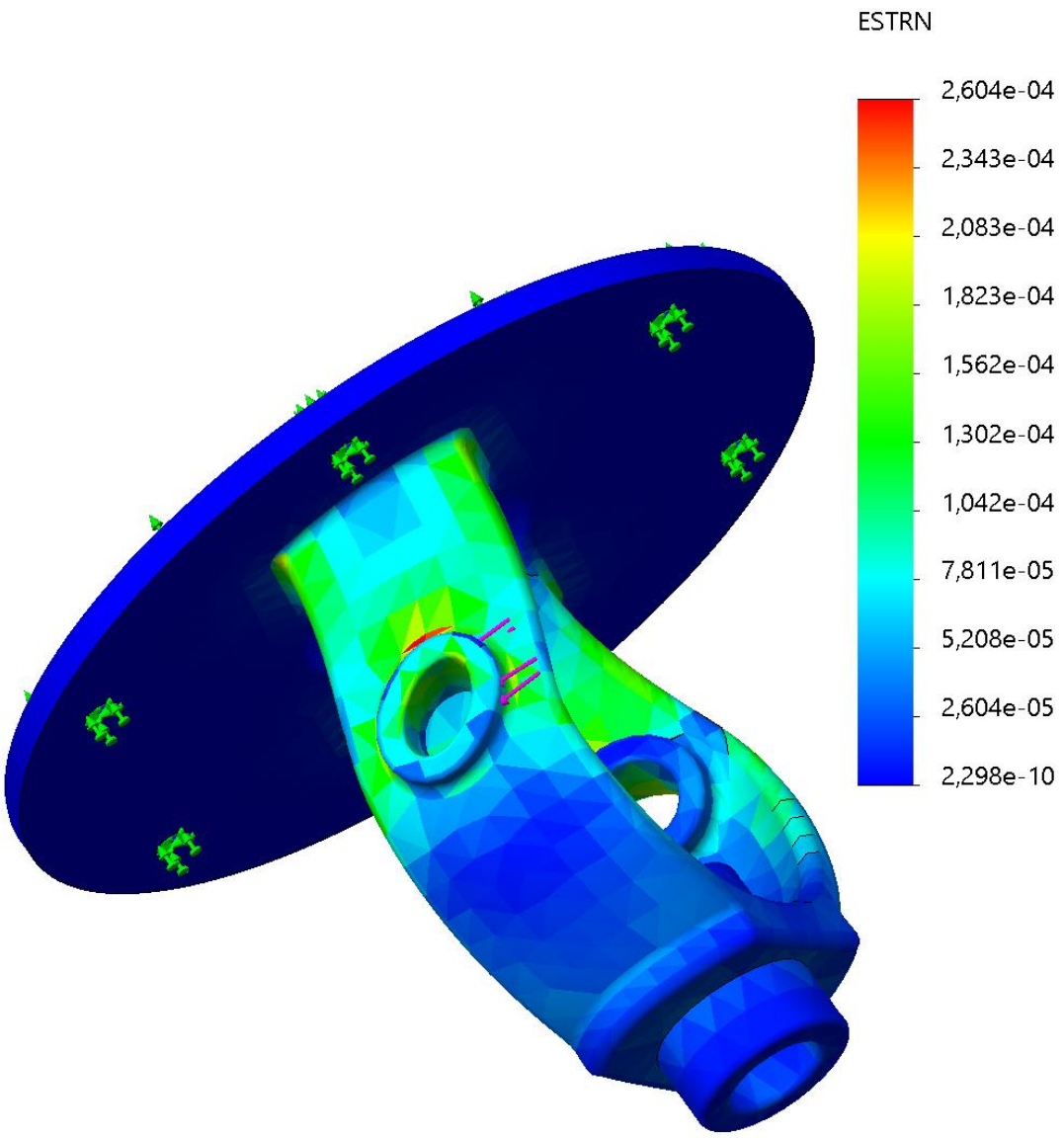
Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Desplazamientos1	**URES: Desplazamientos resultantes**	**0,000e+00mm Nodo: 1**	**4,943e-02mm Nodo: 13084**



ESCALA DE LA DEFORMACIÓN: 742,96

Las deformaciones unitarias coinciden con las zonas de tensión máxima, alcanzan su mayor valor (0,0002604) alrededor del orificio del eje y nos muestran que el plato donde se atornilla la corona no sufre deformación significativa.

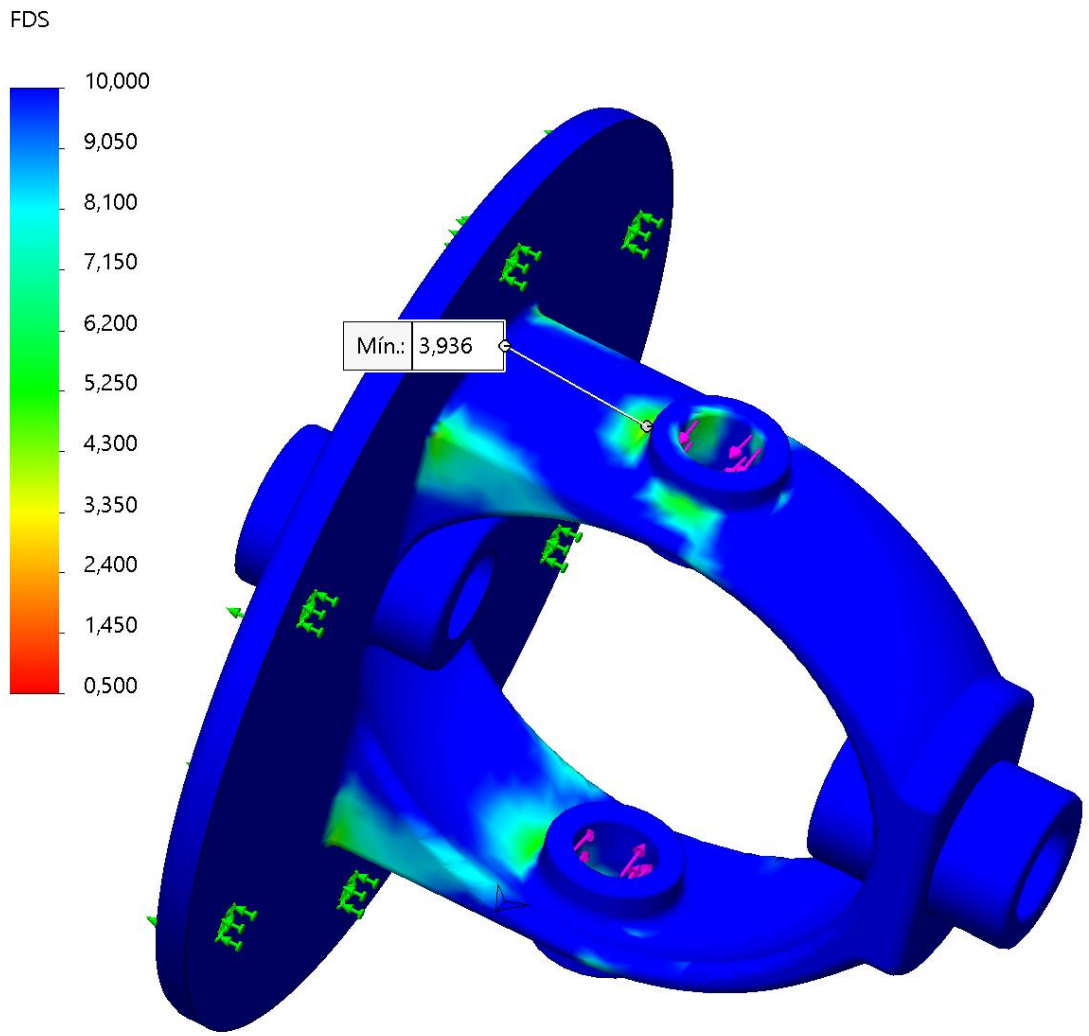
Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Deformaciones unitarias 1	**ESTRN: Deformación unitaria equivalente**	**2,298e-10 Elemento: 11128**	**2,604e-04 Elemento: 9951**



ESCALA DE LA DEFORMACIÓN: 742,96

El factor de seguridad mínimo en este caso es de 3,936, justo en el punto donde termina el refuerzo del orificio del eje y hay un cambio de sección en el material que produce el aumento de tensión.

Nombre	Tipo	Mín.	Máx.
Factor de seguridad 1	**FDS**	**3,936 Nodo: 21974**	**40.790.532,000 Nodo: 23491**



5 CONCLUSIONES

La elección de este tema para el desarrollo del presente Trabajo Final de Grado tiene su origen en las dificultades iniciales del autor para comprender el funcionamiento preciso de este tipo de mecanismo, ya que el diferencial es un elemento de vital importancia en los vehículos pero su funcionamiento a priori puede parecer poco intuitivo observando los resultados desde fuera. Sin embargo, resulta fácil de entender cuando analizamos los elementos que lo componen internamente, el papel que tiene cada uno y cómo interactúan entre sí.

El diferencial, por su naturaleza constructiva, posee inconvenientes a la hora de cumplir su cometido en condiciones de adherencia no óptimas, de ahí el uso muy extendido de mecanismos de bloqueo que anulan total o parcialmente su función en un momento determinado. Este hecho es de destacar, aunque este trabajo se haya centrado en un diferencial libre.

En el presente estudio técnico se ha intentado dar una aproximación al diseño de dicho mecanismo, principalmente a su elemento clave que son los engranajes.

Desde el punto de vista teórico, con una serie de fórmulas de uso común y sencillas que sufren una serie de limitaciones y simplificaciones en los supuestos y nos llevan a unos resultados que, aunque sencillos de obtener, nos alejan de los resultados reales del lado de la seguridad.

Posteriormente, mediante simulaciones de elementos finitos, consideradas un cálculo más complejo que tiene en cuenta la geometría de la pieza en su totalidad, las deformaciones bajo las cargas aplicadas y factores omitidos deliberadamente en el cálculo teórico como que existan varios pares de caras de dientes en contacto a la hora de transmitir el esfuerzo.

Aunque los resultados de las simulaciones no se pueden extrapolar de forma directa a los resultados obtenidos con las fórmulas en el caso del criterio de Hertz, ya que en las simulaciones no tenemos en cuenta de ninguna forma la vida útil del material, en el caso del criterio de Lewis sí que se podrían considerar del mismo tipo. El criterio de Lewis intenta predecir (para el caso más desfavorable) las tensiones máximas en la base del diente, que es justamente lo que vemos en los resultados de los análisis por elementos finitos en carga estática.

En ambos casos se verifican unos resultados favorables para el diseño inicial, situando en el peor de los supuestos el factor de seguridad en torno a 3, aunque estos resultados responden a un momento del engrane determinado que no tiene por qué ser el

de mayor concentración de carga. Habría sido necesario para un mayor rigor, repetir todos estos análisis en varios momentos de la transición del engrane de un diente a otro. Aún así nos sirven para obtener una idea aproximada de los valores resultantes y sobre todo qué partes del material son las más solicitadas a la hora de transmitir las cargas.

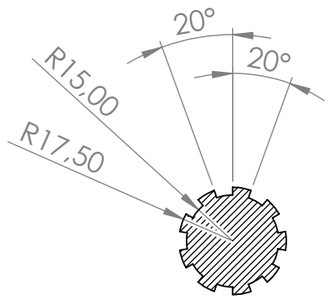
Cuando calculamos el módulo de un engranaje con la fórmula de Lewis consideramos un único diente soportando toda la carga en la punta de manera individual. Pero en la realidad este esfuerzo se reparte entre varias superficies y las tensiones bajan, como puede apreciarse en los resultados.

También conviene tener en cuenta que las dimensiones de los engranajes y por tanto las generales del diseño sobrepasan a las de cualquier diferencial de turismo de producción. Esto viene explicado por el supuesto de cálculo en extremo desfavorable adoptado.

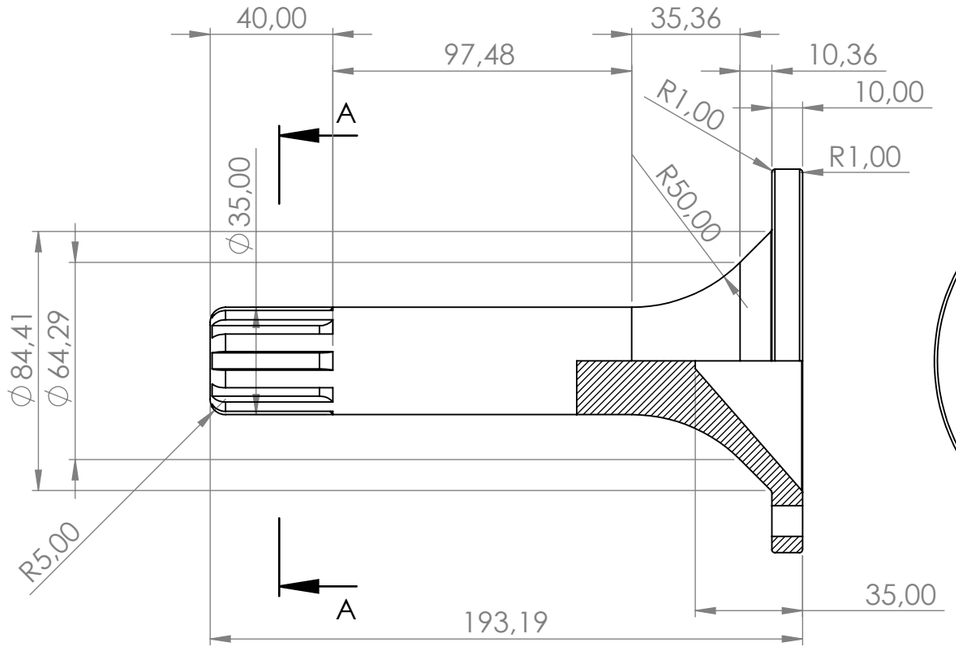
Obviamente las simulaciones planteadas en este estudio no son del todo exhaustivas y podrían realizarse con un mucho mayor nivel de detalle, incluyendo análisis de fatiga. Se ha intentado dar una aproximación en la medida de las posibilidades limitadas del autor, tanto por conocimientos teóricos como por el manejo del software.

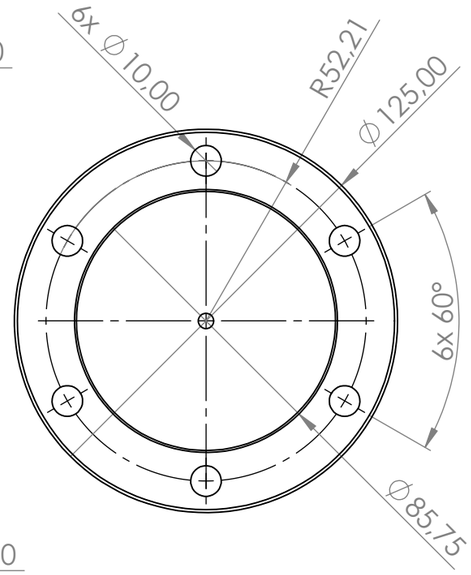
6 PLANOS Y ANEXOS

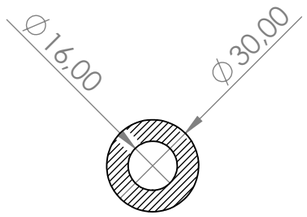
6.1 Planos



SECCIÓN A-A
ESCALA 1 : 2

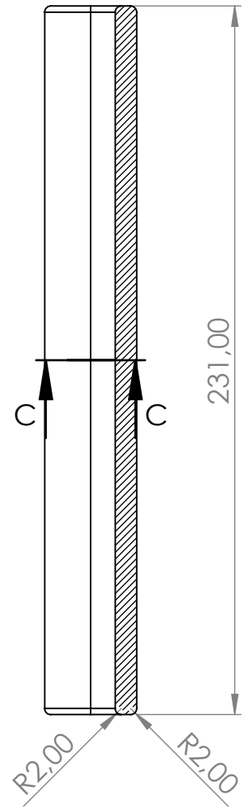




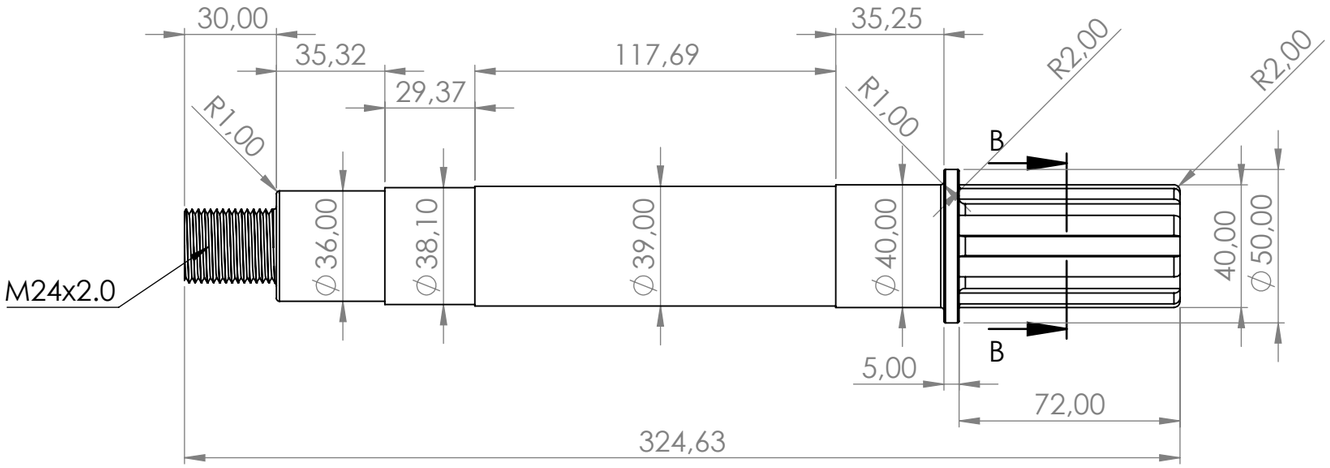


SECCIÓN C-C
ESCALA 1 : 2

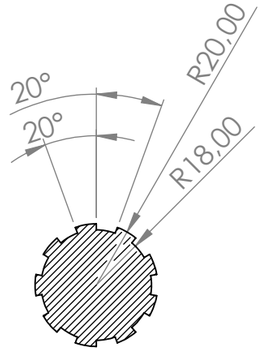
EJES DE SALIDA



EJE DE SATÉLITES



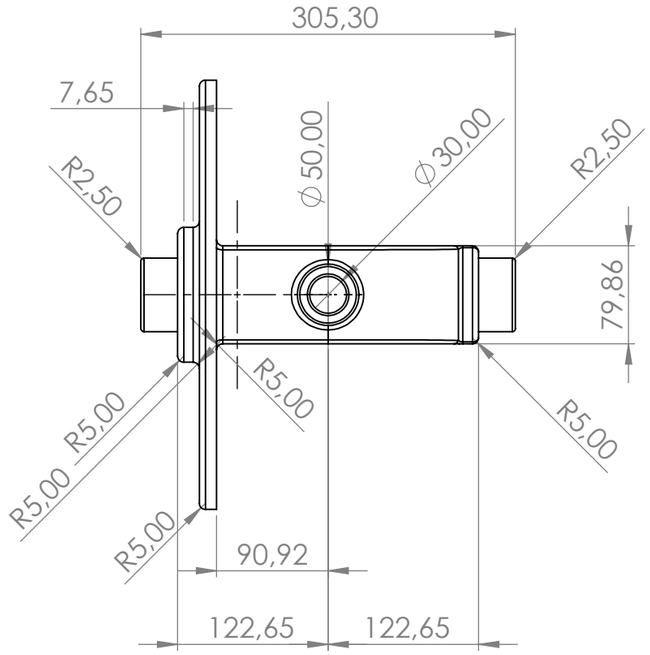
EJE DE ENTRADA

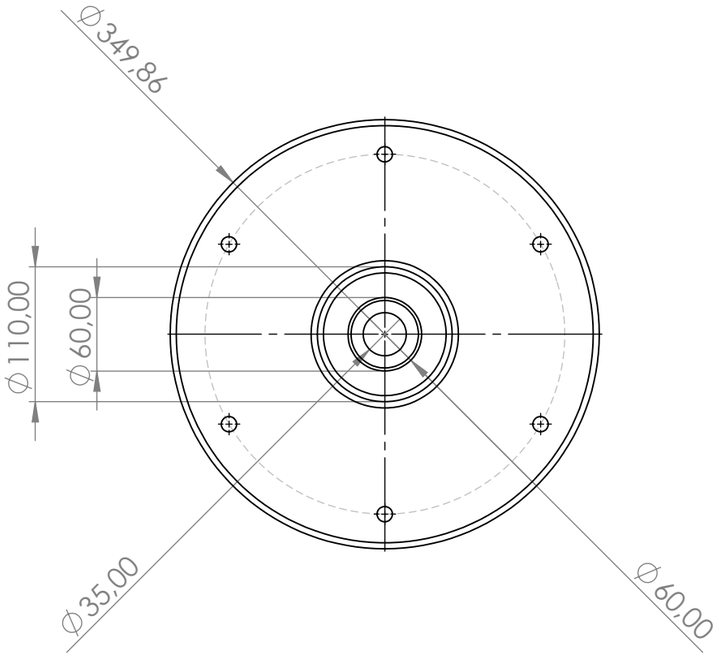


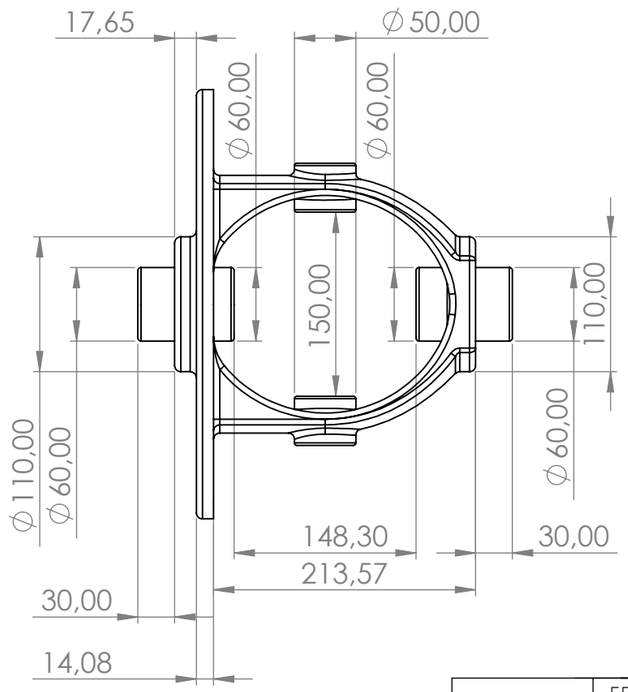
SECCIÓN B-B
ESCALA 1 : 2

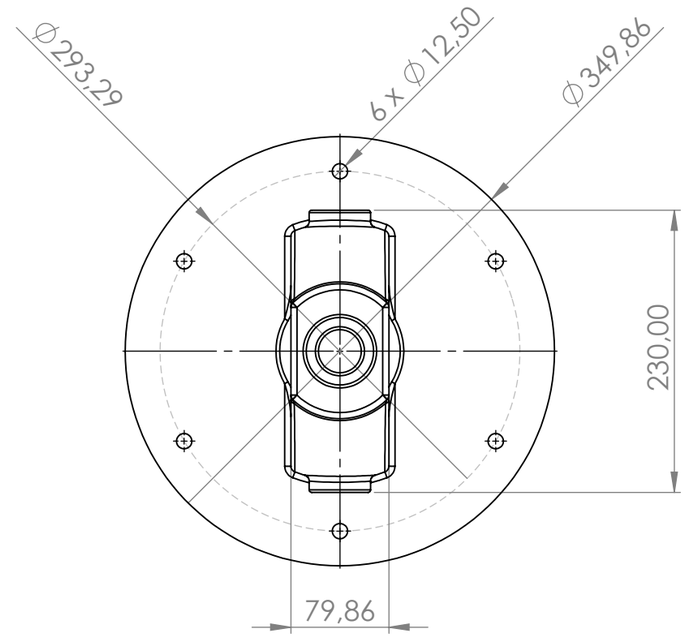
	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

ESCALA: 1:2	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL Ejes	Nº PLANO 1
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:



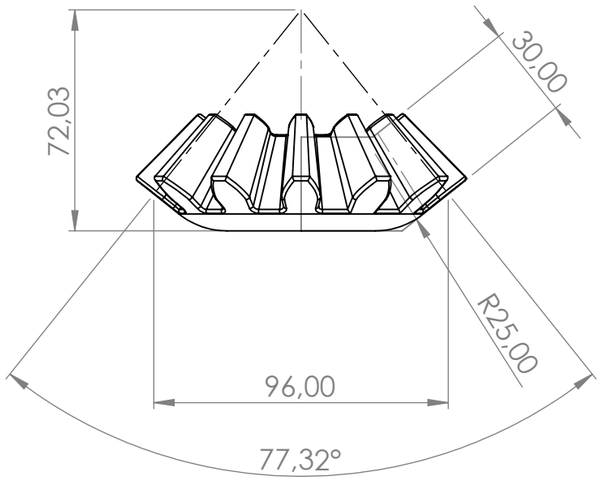


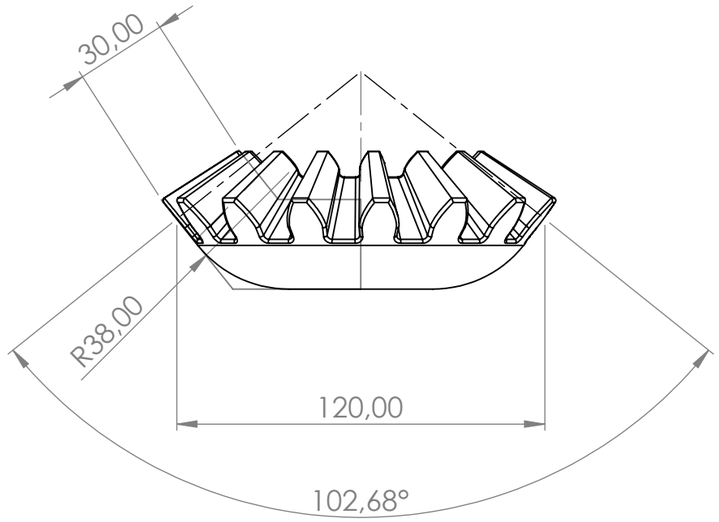




	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

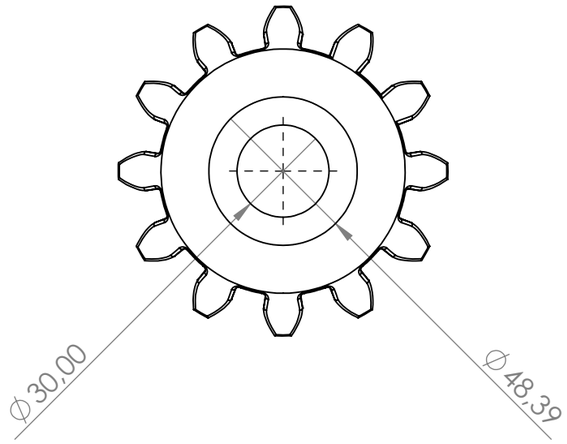
ESCALA:	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL	Nº PLANO
1:5	Núcleo	2
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:





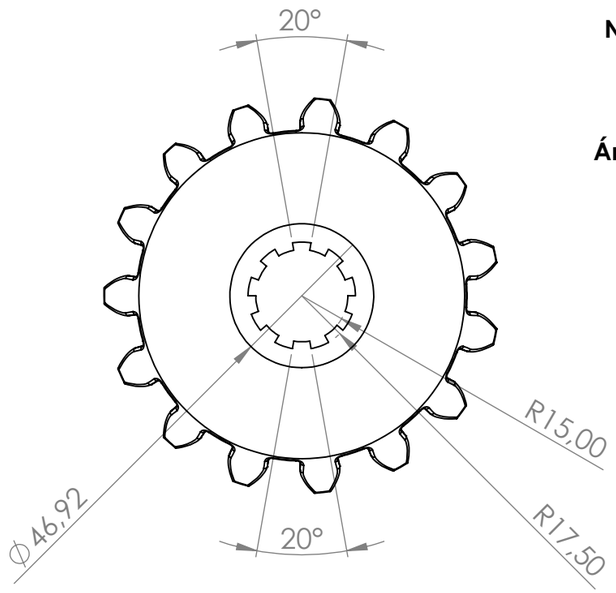
ENGRANAJE SATÉLITE

Número de dientes: 12
Nº de dientes del conjugado: 15
Módulo: 8 mm
Ángulo de presión: 20º
Ancho del diente: 30 mm
Diámetro primitivo: 96mm
Ángulo del cono primitivo: 77,32º



ENGRANAJE PLANETARIO

Número de dientes: 15
Nº de dientes del conjugado: 12
Módulo: 8 mm
Ángulo de presión: 20º
Ancho del diente: 30 mm
Diámetro primitivo: 120mm
Ángulo del cono primitivo: 102,68º



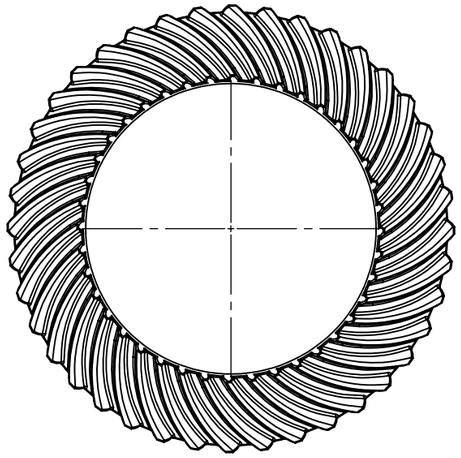
	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

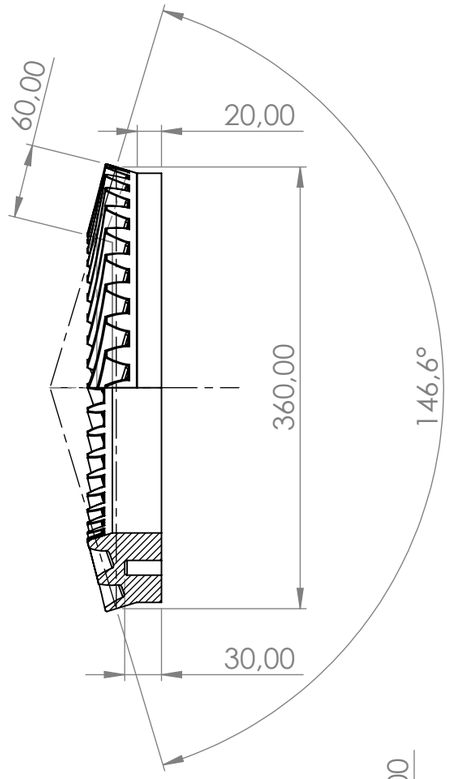
ESCALA:	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL	Nº PLANO
1:2	Engranajes I	3
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:

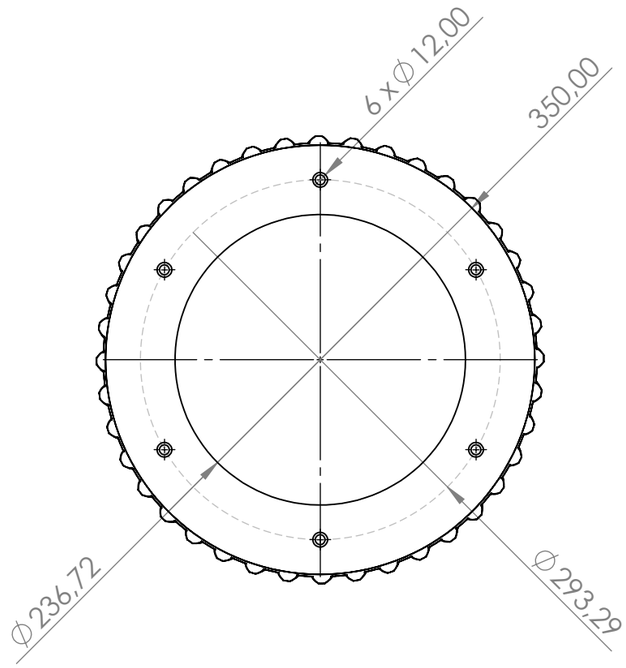
CORONA HELICOIDAL

Número de dientes: 40
Nº de dientes del conjugado: 12
Módulo: 9 mm
Ángulo de presión: 20º
Ancho del diente: 60 mm
Diámetro primitivo: 360 mm
Ángulo del cono primitivo: 146,6º

ESCALA 1:5



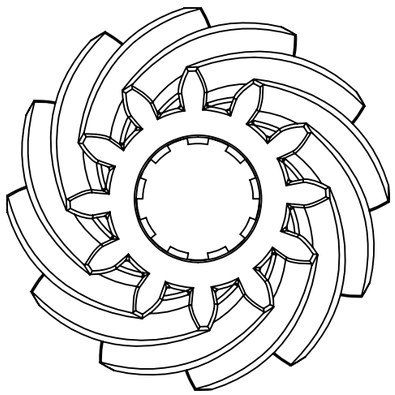


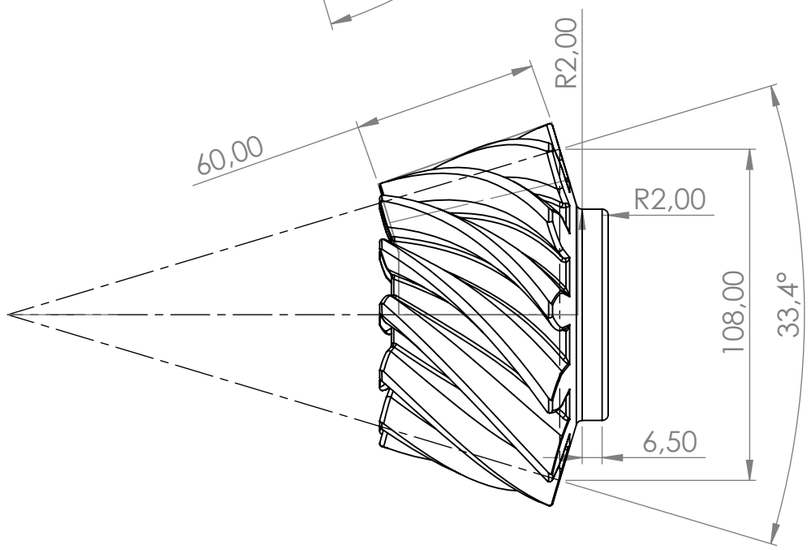


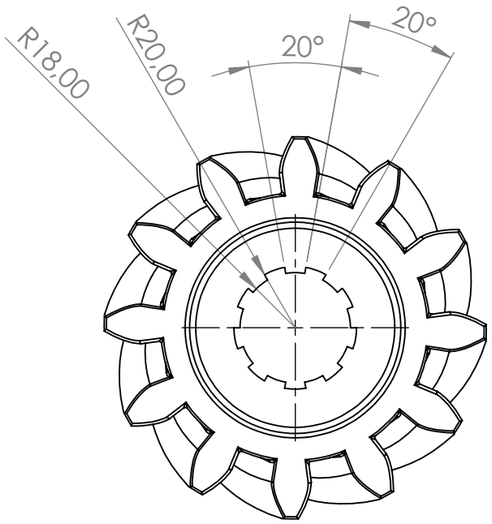
PIÑÓN HELICOIDAL

Número de dientes: 40
Nº de dientes del conjugado: 12
Módulo: 9 mm
Ángulo de presión: 20º
Ancho del diente: 60 mm
Diámetro primitivo: 108 mm
Ángulo del cono primitivo: 33,4º

ESCALA 1:2

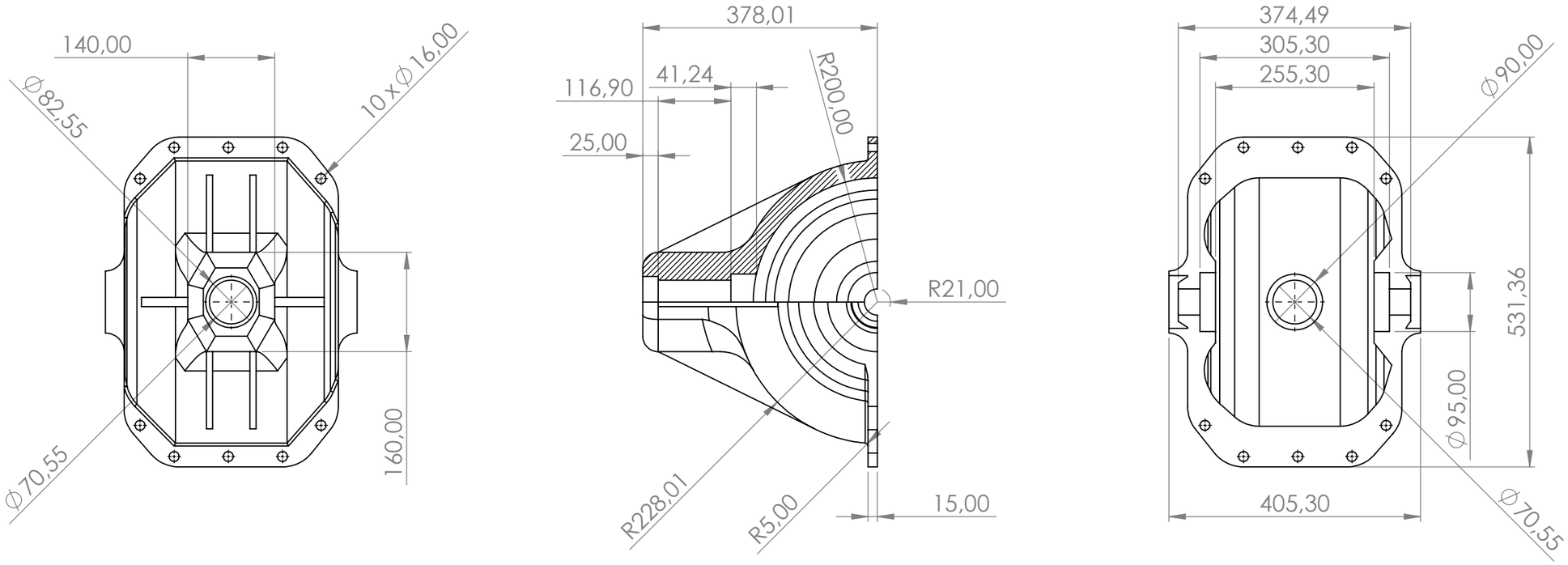


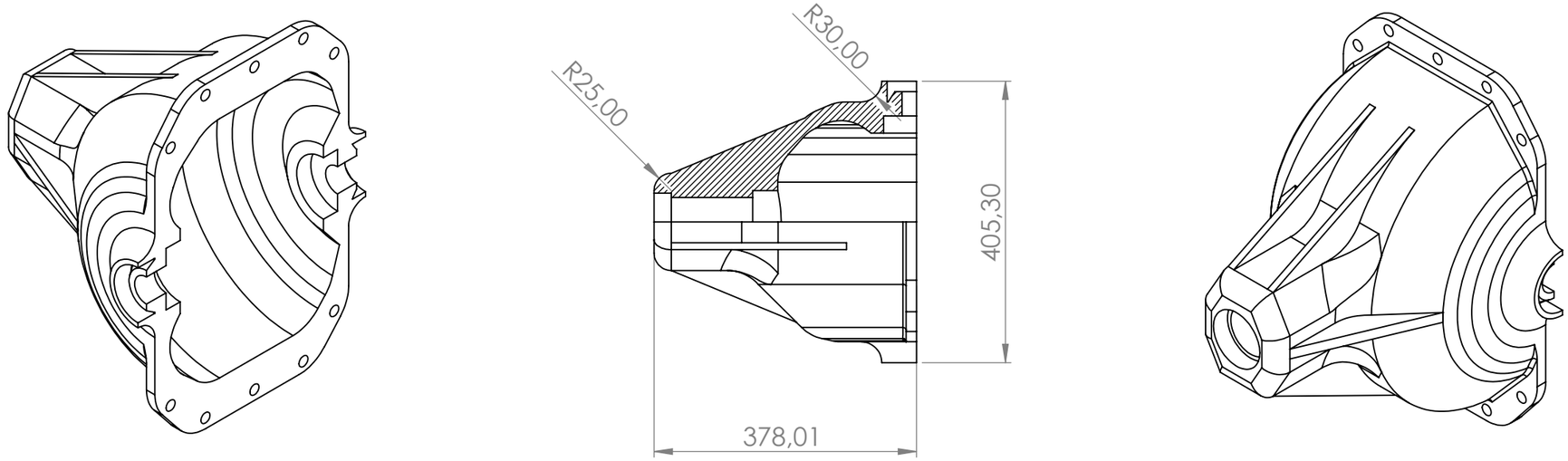




	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

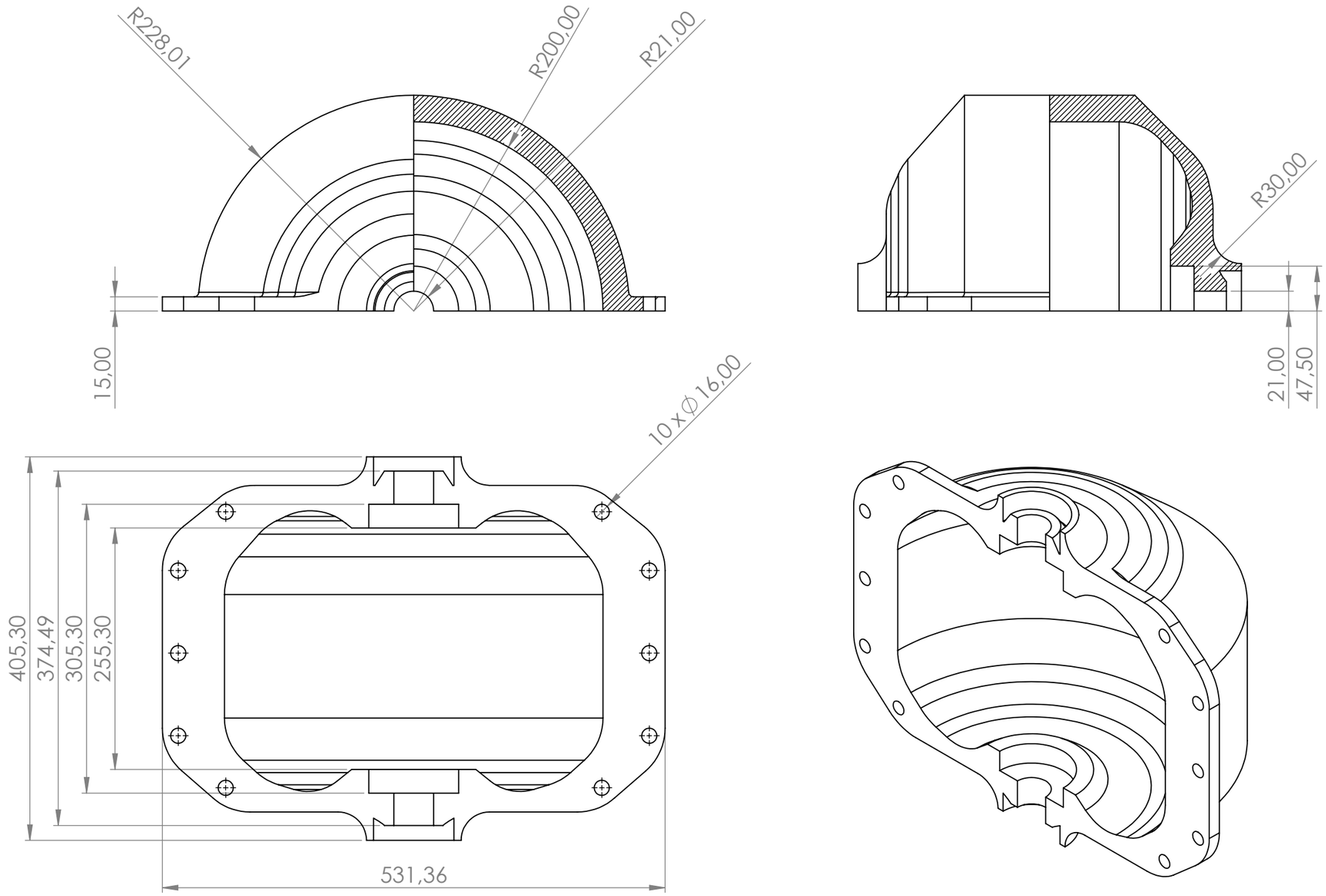
ESCALA:	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL	Nº PLANO
1:5 1:2	Engranajes II	4
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:





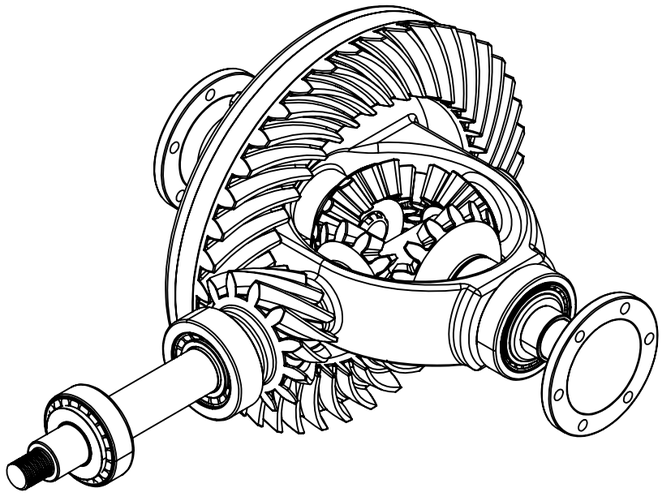
	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

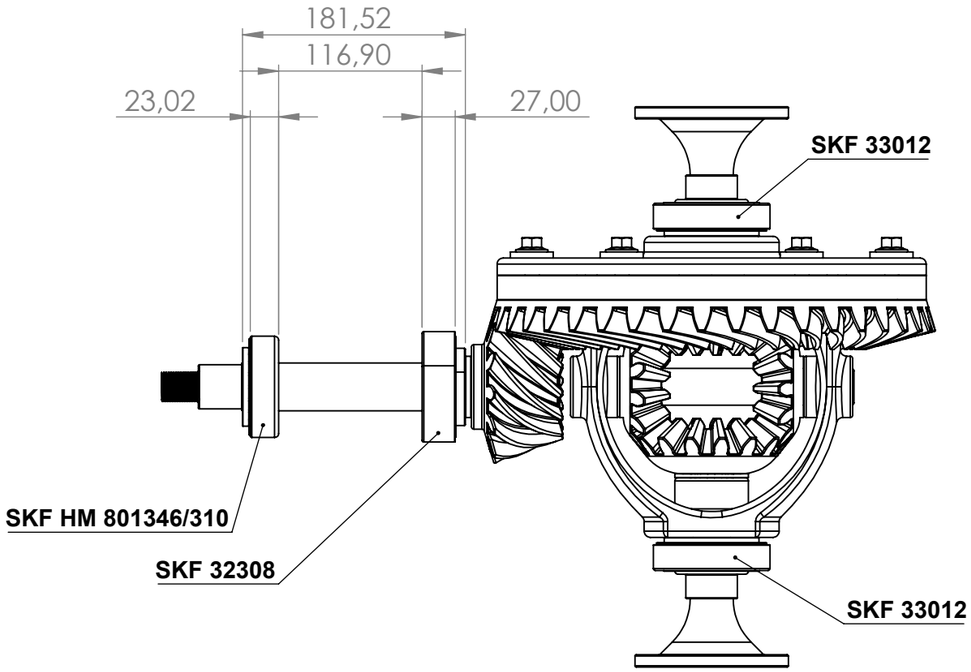
ESCALA: 1:6	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL Carcasa	Nº PLANO 5
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:

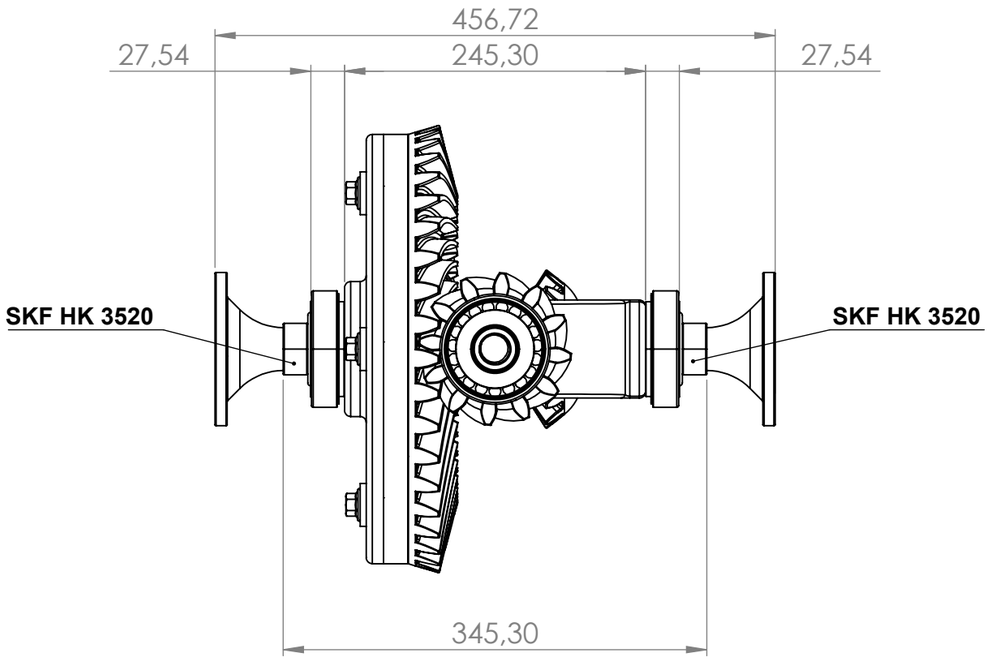


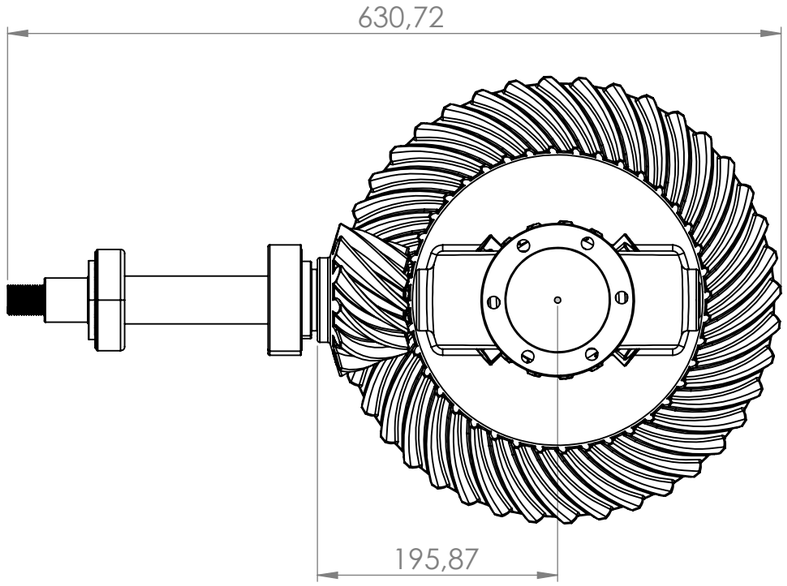
	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

ESCALA: 1:5	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL Tapa	Nº PLANO 6
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:



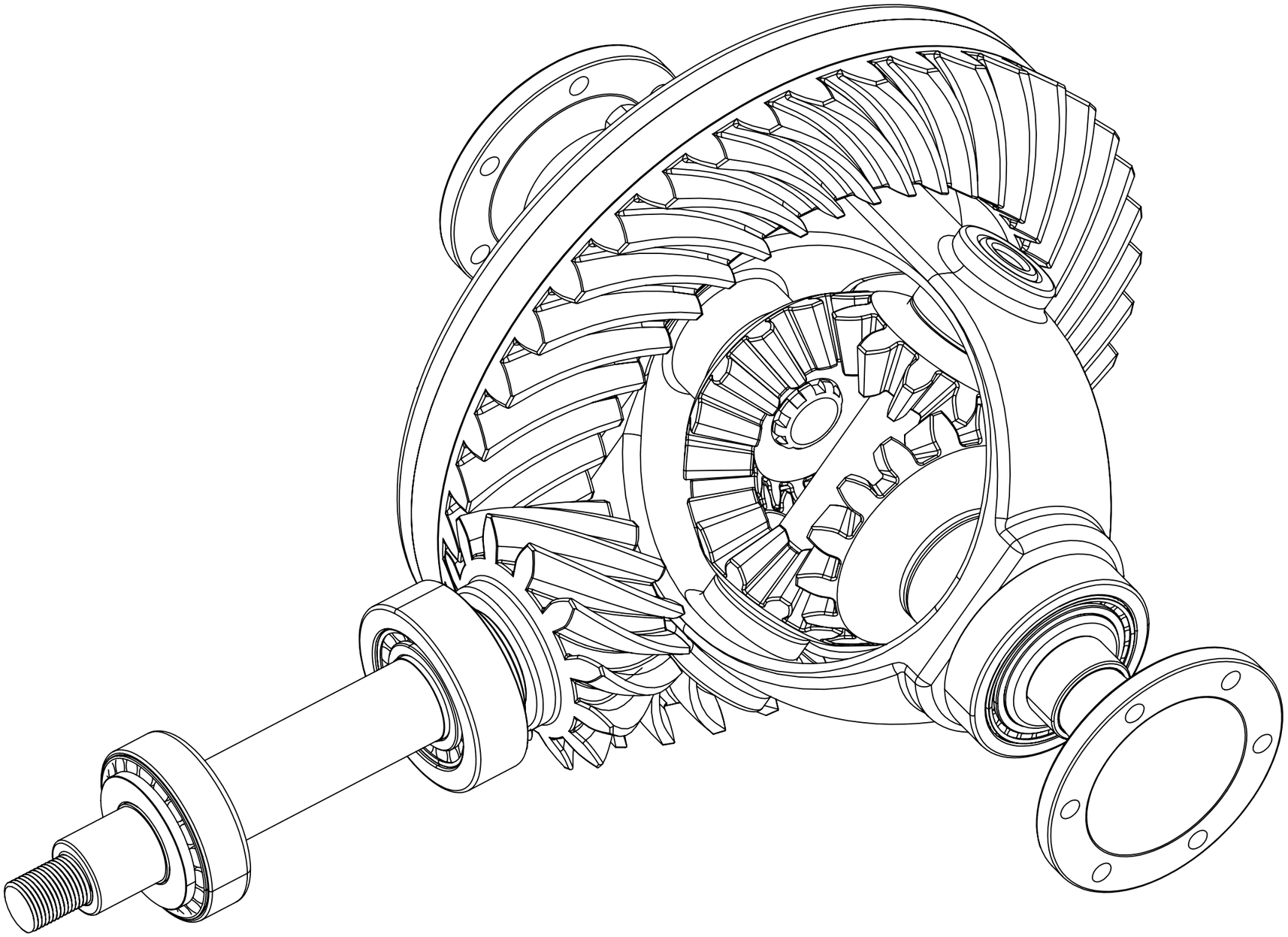






	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

ESCALA: 1:5	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL Conjunto	Nº PLANO 7
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:



	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO				
COMPROBADO				

ESCALA: 1:2	ESTUDIO TÉCNICO DE UN MECANISMO DIFERENCIAL DE AUTOMÓVIL Perspectiva completa	Nº PLANO 8
		SUSTITUYE A:
		SUSTITUIDO POR:

6.2 Anexo: Procedimiento constructivo del modelo en SolidWorks

6.2.1 Introducción

En este anexo se desarrollará de forma simplificada el procedimiento seguido para obtener las partes del modelo objeto de este TFG en SolidWorks. Para construir el ensamblaje general, en este caso el conjunto completo del diferencial, los sólidos independientes o partes se relacionan entre sí mediante restricciones o relaciones de posición. Estas últimas, bien definidas, también permiten el movimiento y animación del modelo con los grados de libertad que le corresponderían en la realidad. Estas animaciones añaden utilidad extra al programa a la hora de comprender el funcionamiento del conjunto que estamos montando.

6.2.2 Engranajes

De todas las partes modeladas, la de mayor complejidad son sin duda los engranajes, ya que responden a unas ecuaciones de diseño que han de cumplirse para que la geometría de engrane sea correcta.

En primer lugar, se necesita calcular las cotas. Los cálculos pueden realizarse a mano empleando la ecuación de la envolvente[21] para el perfil del diente, pero existen bastantes fuentes fiables en la red que ofrecen hojas de cálculo[22][23], en las cuales se introducen las cotas características del engrane y se obtienen todas las cotas constructivas y ecuaciones paramétricas. Es una forma de simplificar el problema de diseño.

Ángulo de presión (PA)	**20**
Número de dientes (N)	**30**
Módulo (MDL)	**1,25**
Número de dientes de salida	**15**
Diámetro de paso (PD) mm	37,5
Addendum (ADD) mm	1,25
Dedendum (DED) mm	1,44625
Profundidad total (WD) mm	2,69625
Holgura (CL) mm	0,19625
Diametro externo (OD) mm	40
Diámetro de raíz (RD) mm	34,6075
Círculo base (BC) mm	35,23847328
Paso circular (CP) mm	3,926990817
Espesor circular diente (T) mm	1,963495408
Espesor de cabeza de diente (ADDc) mm	1,275702095
Profundidad de trabajo (WKG) mm	2,5
Ángulo del diente (grados)	6,00
Radio R de Grant (mm)	5,075
Radio r de Grant (mm)	3,45
Ángulo cónico de paso (grados)	63,43494882
Radio cónico de paso (mm)	20,96313729
Ancho de cara 2.5 CP (mm)	9,817477042
Ancho de cara 1.5 CP (mm)	5,890486225
Altura de Addendum angular (mm)	0,559016994
Diámetro exterior	38,61803399
Radio exterior	19,30901699
Angulo de Addendum (grados)	3,412419687
Ángulo de Dedendum (grados)	3,946590937

Figura 42. Resultado de una hoja de cálculo de engranajes cónicos

Sin embargo, puede resultar aún más útil construir un croquis de cálculo que haga las mismas operaciones con los datos de partida, pero dentro del dibujo. De esta forma no será necesario reconstruir toda la pieza cada vez que queramos hacer un cambio en los valores iniciales, estos son: número de dientes propio y conjugado (*N* y *Ns*), módulo (*MDL*) y ángulo de presión de los dientes (*PA*). Además, esto brinda la posibilidad de hacer cambios mediante tablas de diseño, aunque para el objeto de este trabajo, esa funcionalidad no nos es necesaria.

En este croquis de cálculo que será nuestra primera operación (tras marcar los ejes) a la hora de construir la pieza, en este caso el engranaje, han de definirse los valores clave mediante cotas que posteriormente incluiremos dentro de las fórmulas constructivas. Es un croquis como cualquier otro del modelo pero podríamos ver su función como la de un formulario o una hoja de cálculo.

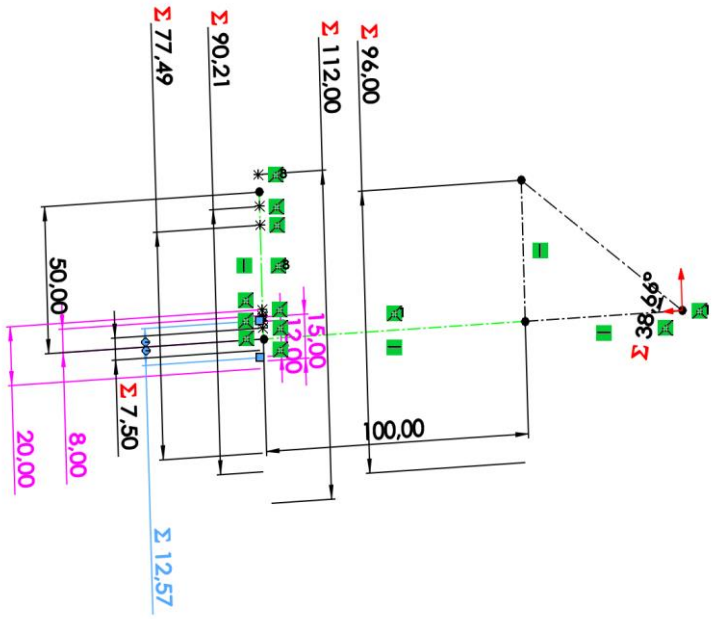


Figura 43. Croquis de cálculo de un engranaje cónico (valores de partida en color magenta)

Estos valores de entrada dan lugar al resto de cotas constructivas (aparecen en el croquis anterior marcadas con un símbolo ∑) a través de una tabla de ecuaciones como la siguiente:

Ecuaciones, variables globales y cotas

Filtrar todos los campos | Predeterminado

Nombre	Valor/Ecuación	Equivale a	Comentarios
Variables globales			
Agregar variable global			
Operaciones			
Agregar supresión de operación			
Ecuaciones			
"PD@Croquis1"	= "MDL@Croquis1" * "N@Croquis1"	96mm	
"ACP@Croquis1"	= arccotan ("NS@Croquis1" / "N@Croquis1")	38.66°	
"T@Croquis1"	= 1.5708 * "MDL@Croquis1"	12.57mm	
"ADG@Croquis1"	= ("T@Croquis1" * 180) / ("PD@Croquis1" * PI)	7.5mm	
"D1@Plano1"	= "ACP@Croquis1"	38.66°	
"OD@Croquis1"	= "PD@Croquis1" + 2 * "MDL@Croquis1"	112mm	
"BC@Croquis1"	= "PD@Croquis1" * cos ("PA@Croquis1")	90.21mm	
"RD@Croquis1"	= "PD@Croquis1" - (2.314 * "MDL@Croquis1")	77.49mm	
"D1@Croquis2"	= "OD@Croquis1"	112mm	
"D2@Croquis2"	= "PD@Croquis1"	96mm	
"D3@Croquis2"	= "BC@Croquis1"	90.21mm	
"D4@Croquis2"	= "RD@Croquis1"	77.49mm	
"D5@Croquis2"	= "ADG@Croquis1"	7.5°	
"D6@Croquis2"	= "D5@Croquis2"	7.5°	
"D2@Croquis8"	= "D1@Croquis8"	5mm	
"D1@MatrizC1"	= "N@Croquis1"	12	
Agregar ecuación			

Aceptar | Cancelar | Importar... | Exportar... | Ayuda

Reconstruir automáticamente | Unidades de ángulo: | Solucionar orden automát.

Vínculo a archivo externo:

Figura 44. Tabla de ecuaciones del modelo

Posteriormente definimos un plano en la cara donde vamos a calcular el perfil del diente e insertamos el croquis de cálculo correspondiente:

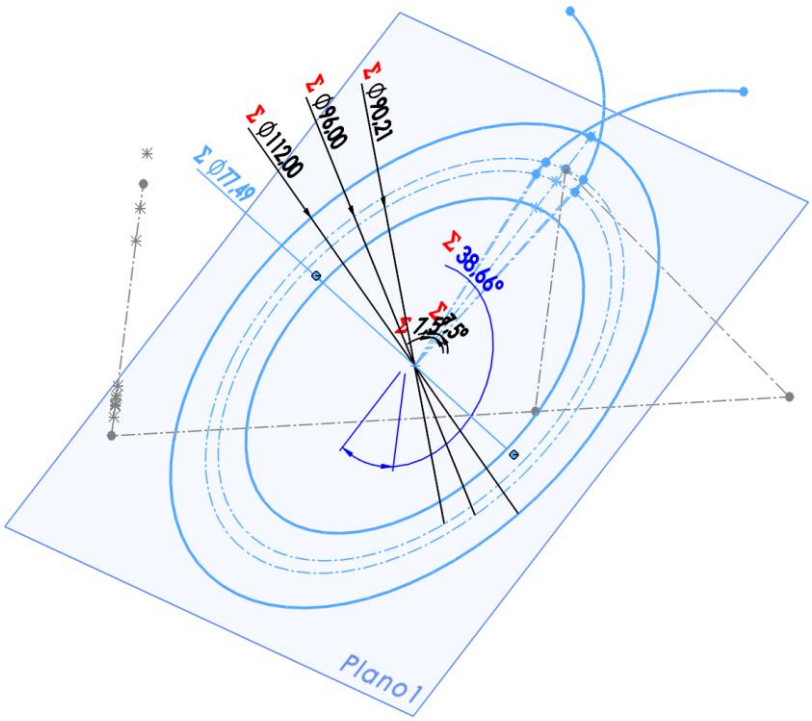


Figura 45. Croquis de cálculo del perfil del diente

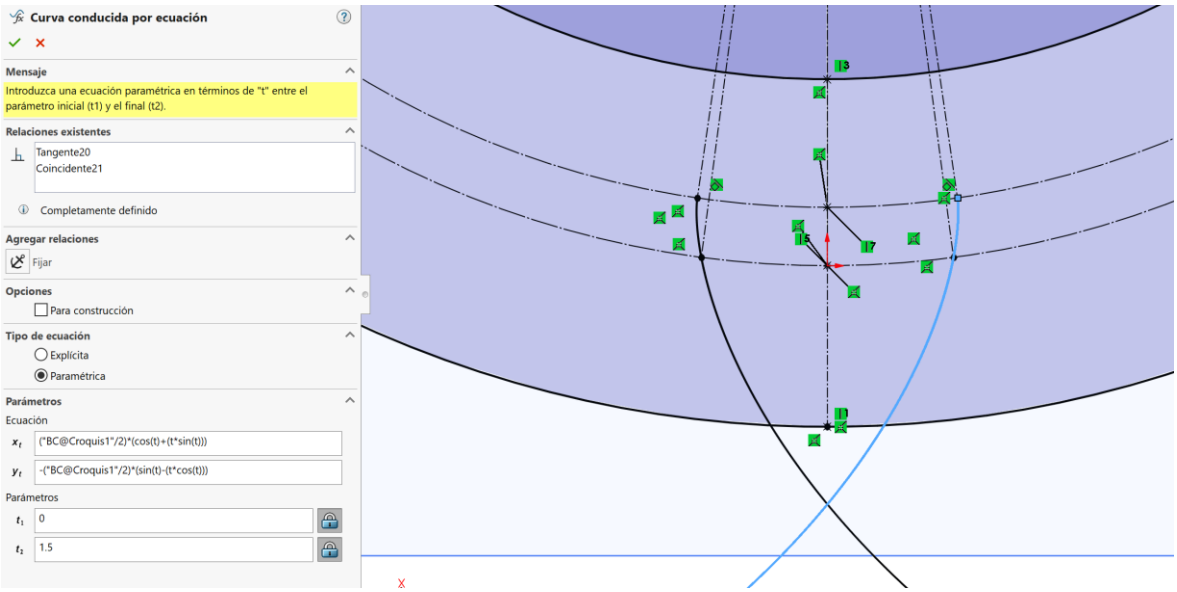


Figura 46. Curva paramétrica definiendo la envolvente

Y finalmente, recubriendo este contorno hasta el vértice del cono del engranaje, se obtiene el perfil del diente. Recubrir es una operación de barrido entre varios perfiles o entre perfiles y punto, para generar un sólido:

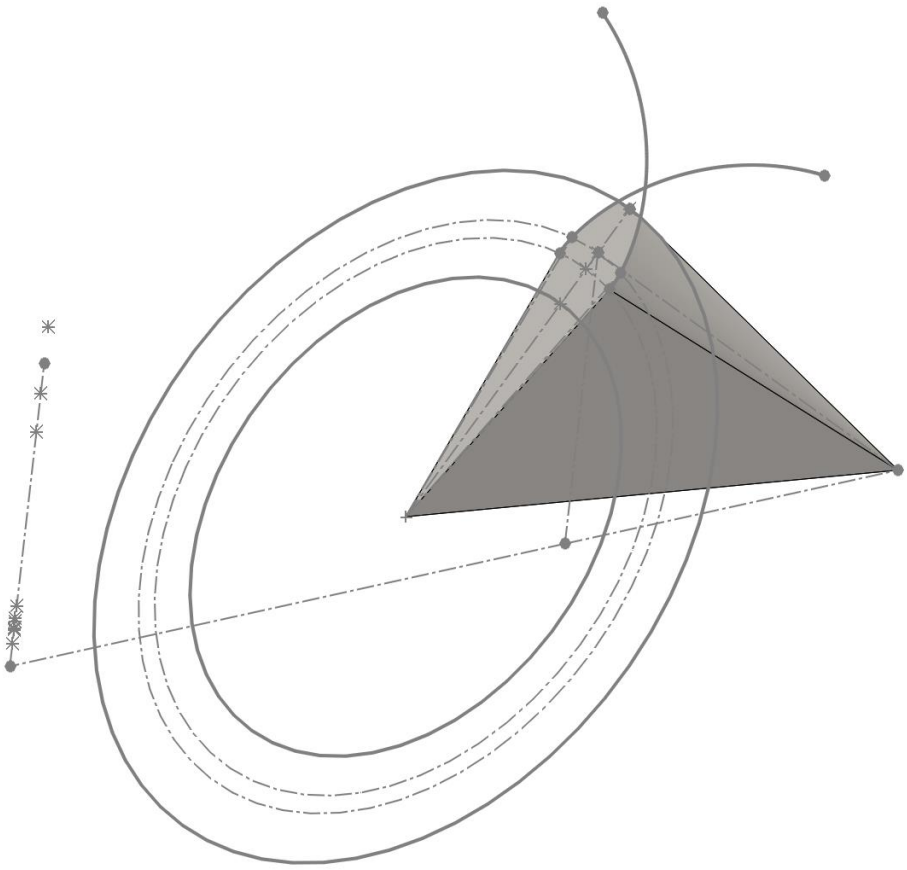


Figura 47. Perfil del diente en bruto obtenido con la operación recubrir

Después hay que generar el cuerpo del engranaje por revolución, siempre atendiendo a las cotas constructivas antes calculadas:

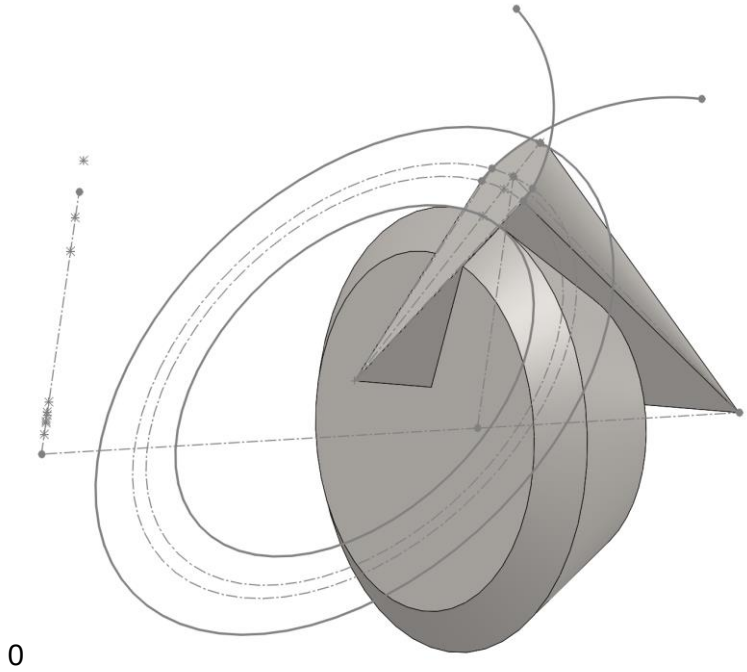


Figura 48. Cuerpo del engranaje cónico en bruto

Se elimina el sólido sobrante y se realiza una operación de matriz circular para repetir el volumen del diente “N” veces en todo el contorno:

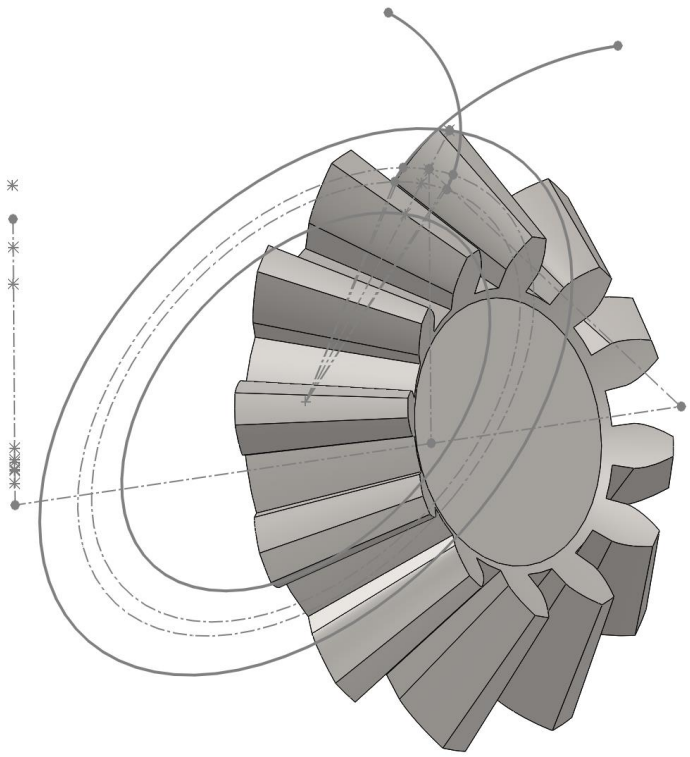


Figura 49. Operación matriz circular para colocar todos los dientes en el contorno

Por último hacemos el agujero del eje y redondeamos las bases de los dientes (entalles) y las aristas exteriores (despuntes):

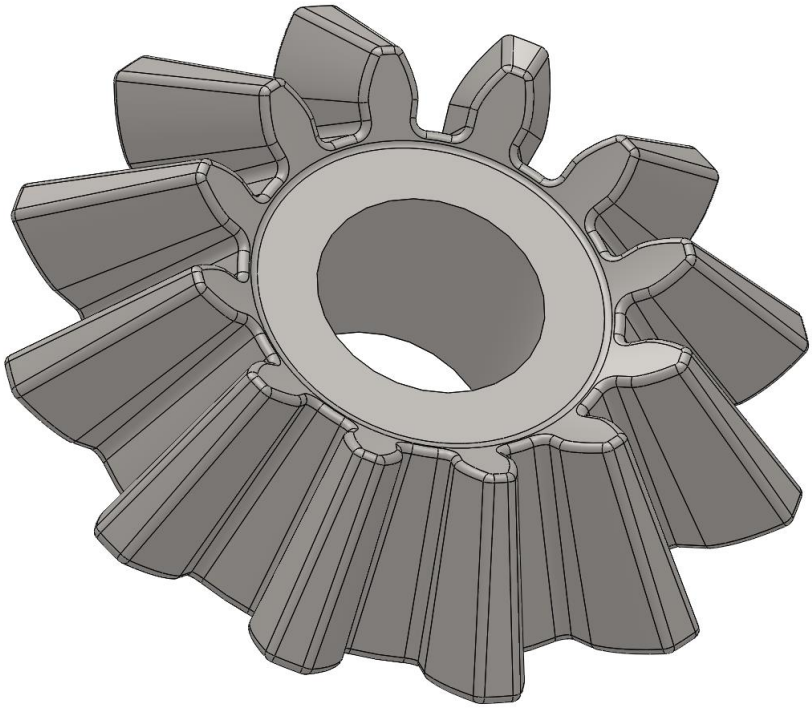


Figura 51. Engranaje terminado

En el caso de los engranajes helicoidales la diferencia fundamental estriba en la operación de recubrir el diente, ya que en lugar de seguir una línea recta se sigue una curva:

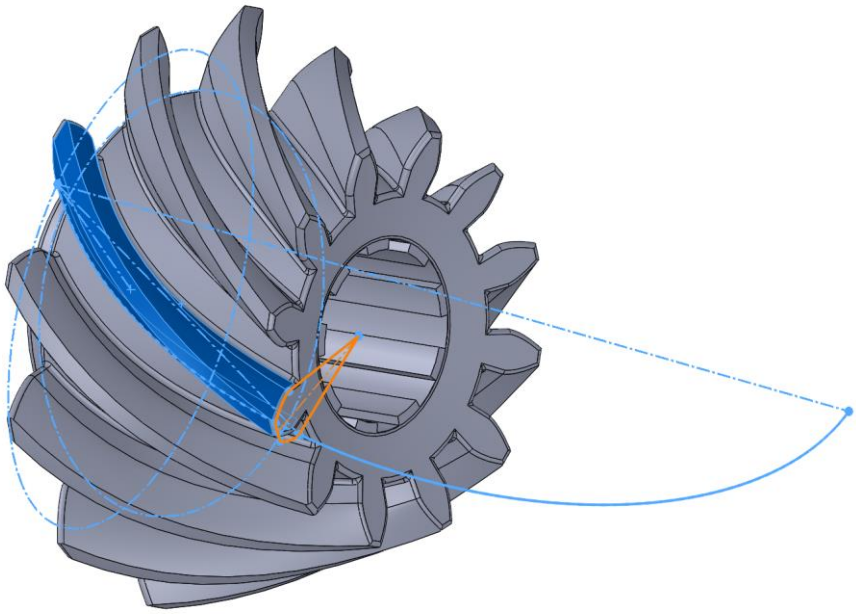


Figura 52. Trayectoria de la operación recubrir para construir el diente helicoidal

6.3.1 Ejes

En el caso de los ejes, se trata de un procedimiento mucho más sencillo. En primer lugar, se define un croquis con las secciones y luego se construye el sólido por revolución.

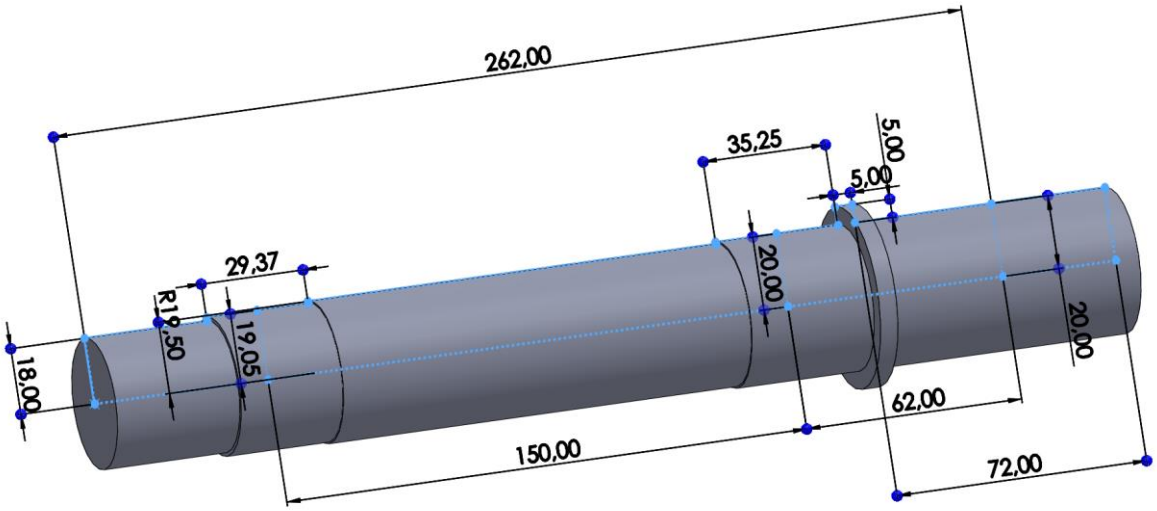


Figura 53. Construcción del cuerpo del eje mediante revolución

El estriado se corta a partir de un perfil de un croquis colocado en la cara plana del extremo:

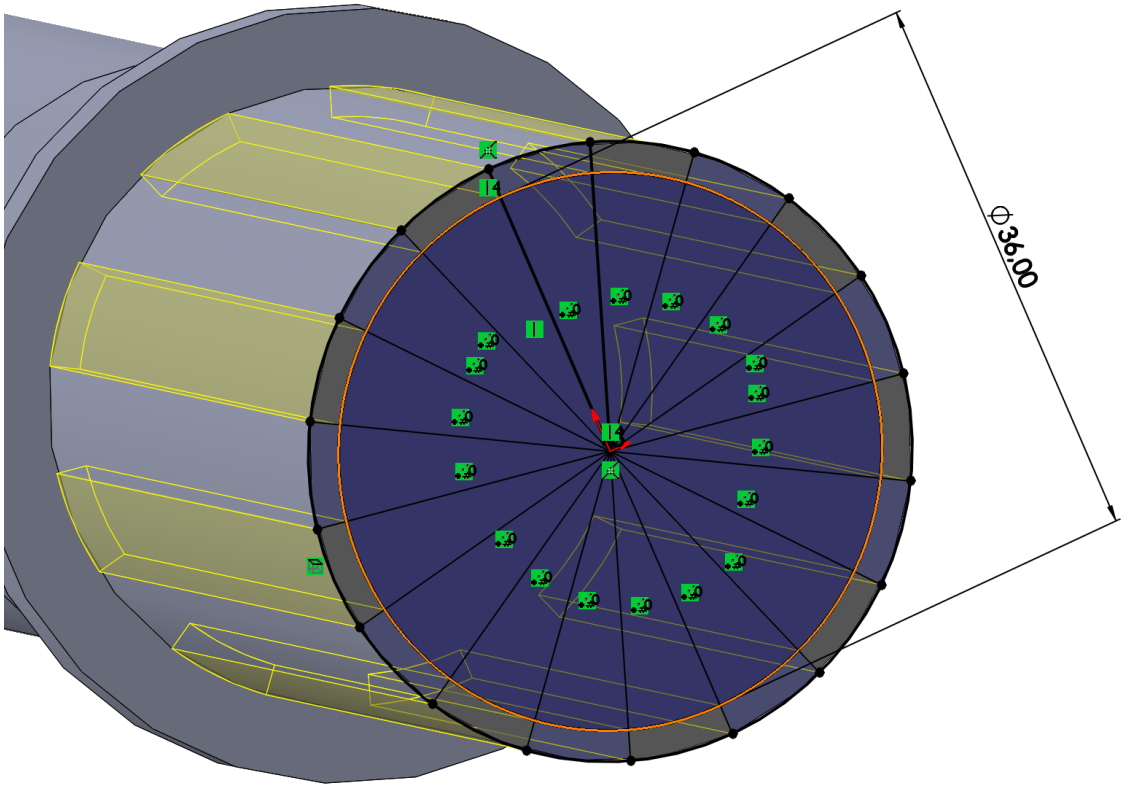


Figura 54. Corte extruido para conseguir el estriado del eje

Después se hacen todos los redondeos, chaflanes, extruir la punta cilíndrica de 24 mm y tallarle la rosca mediante una curva espiral (corte por barrido de un perfil triangular).

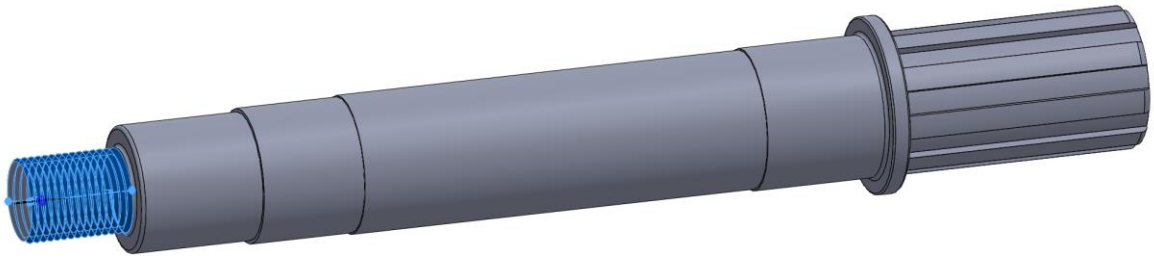


Figura 55. Eje de entrada terminado con rosca M24x2.00

Los ejes de salida se construyen de la misma forma (a través de revolución) y posterior corte del estriado igual que el ejemplo anterior, con la diferencia de necesitar los orificios de la brida, simplemente se consiguen con un corte extruido de la misma forma que el estriado, pero con unas circunferencias en disposición de matriz circular. Posteriormente como siempre se añaden chaflanes y redondeos de acabado como en cualquier pieza:

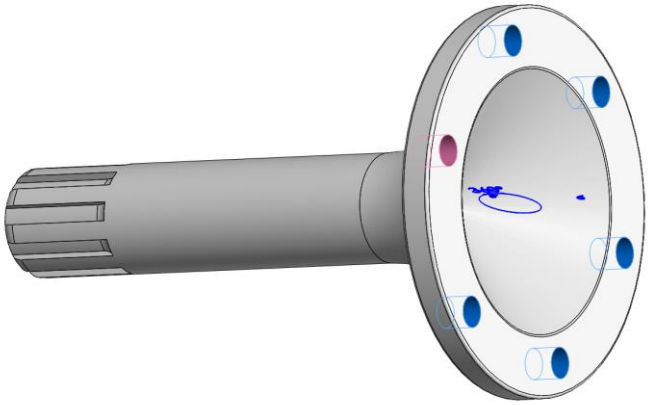


Figura 56. Eje de salida con orificios mediante corte extruido

El último eje no es más que una extrusión de dos circunferencias concéntricas, a la que posteriormente se añaden unos redondeos en las aristas vivas:

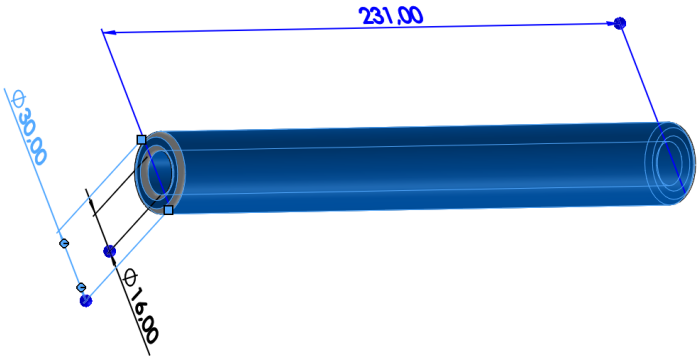


Figura 57. Eje de satélites obtenido por extrusión sencilla

6.3.2 Núcleo

Una vez más, la operación clave para construir el contorno primitivo de la pieza es realizar el croquis adecuado de una de las mitades, incluyendo la pared interior, y revolucionarla a partir de su eje principal:

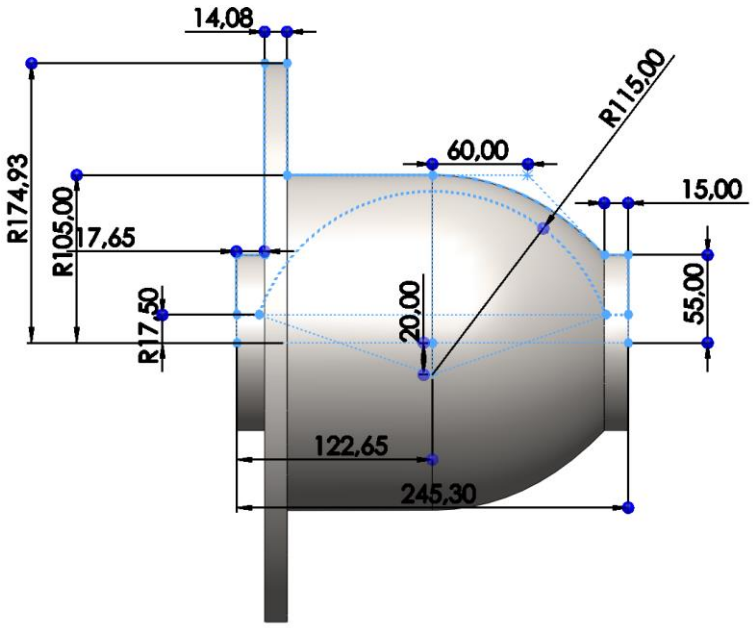


Figura 58. Croquis de revolución para conseguir el contorno inicial del núcleo

Ahora es necesario eliminar mediante un corte extruido el material a los lados, aprovechando la operación para conseguir los agujeros. El perfil que puede verse en la figura excede los límites de la pieza justo para conseguir este propósito. Se realiza el corte extruido en ambas direcciones y por todo el volumen de la pieza.

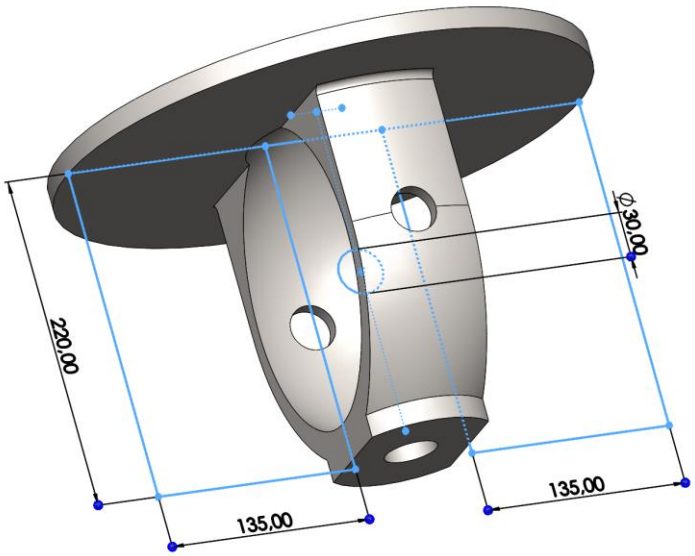


Figura 59. Corte del cuerpo original mediante un *croquis de varios contornos*

Ahora es necesario realizar las cuatro extrusiones cilíndricas integradas a modo de casquillo que sirven de apoyo para los engranajes. Situando el croquis para ello en las caras planas resultantes a los lados, y en el caso de las centrales colocándolo en el plano planta, que divide el sólido por la mitad, ya que las extrusiones pueden hacerse a partir de cierta distancia y hacia ambos lados:

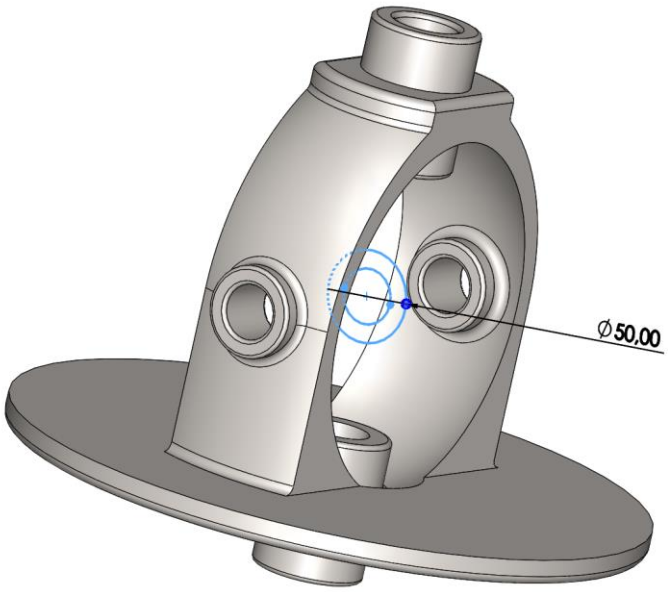


Figura 60. Sólido anterior con los casquillos ya desarrollados

Y por último se añaden los redondeos a los contornos y se hacen los agujeros con patrón circular como en casos anteriores:

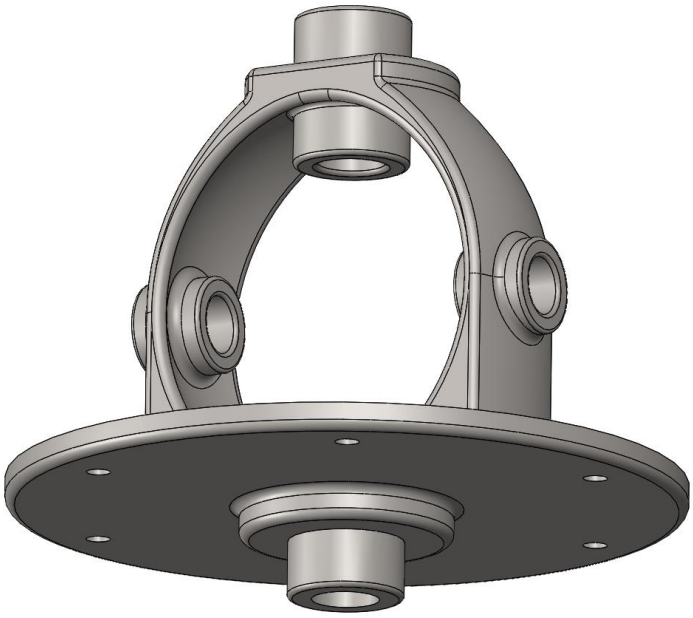


Figura 61. Núcleo terminado

7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

(Nota: la numeración entre paréntesis intercalada puntualmente en el texto está asociada con cada una de las referencias bibliográficas abajo indicadas)

7.1 Referencias que aparecen en el texto

[1]ARIAS PAZ, M. *Manual de Automóviles. 55ª Edición.* Cie Dossat 2000. 2004

[2]https://www.cars-data.com/ (Cars Data - Web de datos técnicos de automóviles)

[3]https://es.wikipedia.org/wiki/Mecanismo_diferencial

[4]CASCAJOSA, M. Ingeniería de Vehículos – Sistemas y Cálculos. 2ª Edición. Alfaomega Grupo Editor. 2005

[5]https://8000vueltas.com/2008/04/16/diferenciales-de-deslizamiento-limitado-una-vision-general-1-de-2 (8000vueltas - Blog de artículos sobre la técnica del automóvil)

[6]https://en.wikipedia.org/wiki/Limited-slip_differential

[7]https://en.wikipedia.org/wiki/Torsen

[8]https://es.wikipedia.org/wiki/Diferencial_de_acoplamiento_viscoso

[9]http://www.aficionadosalamecanica.net/diferencial-autoblocante.htm (Aficionados a la Mecánica - Web de mecánica del automóvil)

[10]MAITRA, G. M. *Handbook of Gear Design. 2nd Edition*. Tata McGraw-Hill, 1994

[11]https://ocw.ehu.eus/course/view.php?id=441 (Curso OCW - Diseño de Máquinas)

[12]https://es.wikipedia.org/wiki/Engranaje

[13]https://es.wikipedia.org/wiki/Cálculo_de_engranajes

[14]Norma ANSI/AGMA 2001-D04, Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth.

[15]NORTON, ROBERT L. *Machine Design – An Integrated Approach. 4th Edition.* Prentice Hall. 2011

[16]https://es.wikipedia.org/wiki/Torsi%C3%B3n_mec%C3%A1nica

[17]A.S.M.E. Code for Shaft Design (1927)

[18]https://www.skf.com/ (Catálogo SKF)

[19]BUDYNAS, R. G. y KEITH NISBETT, J. *Diseño en ingeniería en mecánica de Shigley. 9ª Edición*. McGraw-Hill. 2011

[20]https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn32.html (Tutorial - Diseño y Cálculo de las Uniones Atornilladas)

[21]https://es.wikipedia.org/wiki/Evolvente

[22]http://www.otvinta.com/ (OTVINTA: Web sobre diseño de mecanismos en Blender)

[23]https://www.youtube.com/channel/UCv-K9S60yOdbCTYkLW7fYhQ (YouTube: César Real Díez)

7.2 TFG/PFC consultados

CÁLCULO Y DISEÑO DE ENGRANAJES CONFORME A LA NORMA ANSI/AGMA 2101-D04 - Juan Manuel Regalado González (UC3M, 2015)

MODELADO Y SIMULACIÓN VIRTUAL DE UN DIFERENCIAL MECÁNICO EN ENTORNO VRML - Jesús Serrano Tenorio (UC3M, 2012)

APLICACIÓN ANDROID PARA EL CÁLCULO DE ENGRANAJES - Álvaro Rafael Jiménez Abad (UC3M, 2013)

DISEÑO DE LA TRANSMISIÓN DE UN AUTOMÓVIL - Asier Hormaetxe de Lucas (UPV, 2015)

DISEÑO Y CÁLCULO DE LA TRANSMISIÓN DE UN VOLKSWAGEN GOLF TDI - Ane González Jiménez (UPV, 2017)

7.3 Normas UNE de referencia consultadas

Norma UNE-EN ISO 683-3:2019, Aceros para tratamiento térmico, aceros aleados y aceros de fácil mecanización. Parte 3: Aceros para cementar.

Norma UNE 18-004-93, Engranajes. Vocabulario y definiciones geométricas. Parte 1: definiciones generales, engranajes y pares de engranajes cilíndricos, cónicos e hipoides.

Norma UNE 18-005-84, Engranajes cilíndricos para mecánica general y mecánica pesada. Módulos diametrales Pitch.

Norma UNE 18-016-84, Engranajes cilíndricos para mecánica general y mecánica pesada. Cremallera de referencia.

Norma UNE 18-051, Engranajes conicorrectos.

Norma UNE 18-066, Engranajes. Rectos y helicoidales.

Norma UNE 18-097-91, Rodamientos. Capacidad de carga estática.

Norma UNE 18-113-83, Rodamientos. Capacidad de carga dinámica y vida útil. Métodos de cálculo.

Norma UNE 18-184-90, Engranajes cónicos con dentado recto de mecánica general y mecánica pesada.

Norma UNE 18-185-89, Engranajes cónicos rectos para mecánica general y mecánica pesada. Módulos y pasos diametrales.