



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Análisis y diseño didáctico en la ***EDUCACIÓN INFANTIL***

Alumno/a: Desiree Anguita Ortiz

Tutor/a: Prof. D. Fco. Javier García García

Dpto.: Didáctica de las Ciencias

Índice

1) Introducción.....	Pág. 4
2) Objetivos.....	Pág. 4
3) Marco teórico:	
3.1. El aprendizaje por adaptación al medio.....	Pág. 5
3.2. La teoría de las situaciones didácticas.....	Pág. 9
3.3. La actividad matemática (praxeologías).....	Pág. 15
4) Análisis	
4.1. Dimensión epistemológica (saber matemático a enseñar).....	Pág. 16
4.2. Dimensión curricular.....	Pág. 20
4.3. Actividad matemática en un libro de texto (tipos de tareas y técnicas)..	Pág. 22
5) Diseño de una propuesta para la EI.....	Pág. 28
6) Conclusiones.....	Pág. 38
7) Referencias bibliográficas.....	Pág. 39
8) Anexos.....	Pág. 41

RESUMEN

El presente trabajo de fin de grado, desarrolla en primer lugar, un análisis de la actividad matemática que se lleva a cabo en educación infantil, concretamente en la enseñanza de la composición y la descomposición aditiva. Para ello se ha utilizado de modelo una serie de fichas matemáticas propuestas por el cuadernillo “Muchas mates” de la editorial Algaida. El segundo objetivo que plantea este trabajo es mejorar el proceso de enseñanza- aprendizaje, por lo que se presenta una propuesta de diseño didáctico con la que se pretende atender a la enseñanza de la resolución de problemas aritméticos de suma y resta, a través de situaciones didácticas significativas, funcionales y activas. Todo previamente argumentado y justificado mediante un marco teórico con el que se pretende dar a conocer cómo se desarrolla el aprendizaje matemático en la etapa de infantil.

Palabras clave: Didáctica de las matemáticas, metodología constructivista, educación infantil, teoría de las situaciones didácticas, descomposiciones, composiciones aditivas, conteo.

ABSTRACT

The present dissertation exposes, firstly, the analysis about mathematics activities effected at Pre-primary School, specifically at composition and additive decomposition training. To do this, it has been chosen a mathematics exercise guide from "Muchas mates" Algaida Publisher. The second object in this project is about how to improve the teaching-learning process. It is for this reason why this kind of didactic model is proposed. A didactic model based in a instruction which teaches arithmetic problems (addition and subtraction) through didactic and functional situations, where the students lead their own learning. Everything has previously been argued and justified following a theoretical framework, that helps to know how the mathematical learning is during Pre-primary School.

Keywords: mathematical didactic, constructive methodology, pre primary school, didactic situations theory, decompositions, additive composition, counting.

1. Introducción

La actividad matemática ha de iniciarse desde edades tempranas, en la etapa de educación infantil especialmente y debe partir de situaciones concretas, lo más realistas posible, para que el aprendizaje que se obtenga sea significativo, funcional y duradero. Tal y como indica el actual currículum infantil, se deberá iniciar a los alumnos en las habilidades matemáticas mediante la resolución de sencillos problemas matemáticos de su vida cotidiana. En cambio la actividad matemática propuesta por los actuales libros o cuadernos de educación infantil en algunas ocasiones presentan carencias o incompletitudes con respecto a estos estudios constructivistas.

Este trabajo de fin de grado se centrará por tanto en el análisis de un libro de educación infantil, concretamente en los problemas aritméticos que este propone para la enseñanza de la composición y descomposición.

Aunque si bien es cierto, en el currículum de infantil no aparece como objetivo la enseñanza de la aritmética informal pero muchos son los autores que defienden que desde edades tempranas los alumnos son sensibles a los cambios en las colecciones. Las técnicas y habilidades derivadas de este como son el conteo, el sobreconteo, el descuento o el recuento constituyen uno de los aprendizajes básicos de la escuela infantil, sobre los que se construirá gran parte del aprendizaje matemático de la educación primaria.

Por ello, en los siguientes apartados nos centraremos en identificar cuáles son aquellos contextos o aquellas situaciones que dan sentido a las operaciones de suma y resta, con el objetivo de diseñar posteriormente una propuesta didáctica donde emerja el significado de las operaciones aritméticas elementales para la correcta enseñanza-aprendizaje de este tipo de situaciones y problemas.

2. Objetivos

- Identificar modelos teóricos constructivistas para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas mediante la adaptación al medio.

- Reconocer dentro de la dimensión curricular de educación infantil los objetivos, contenidos y criterios de evaluación en torno a los saberes matemáticos que se van a desarrollar en este trabajo.
- Estudiar las características de la enseñanza de la aritmética así como las estrategias y procesos de aprendizaje por parte del alumnado.
- Analizar la enseñanza de conocimientos aritméticos en un libro de educación infantil identificando posibles carencias o incompletitudes.
- Diseñar una propuesta didáctica con una serie de situaciones didácticas donde el proceso de enseñanza-aprendizaje de la aritmética sea constructivista, significativa y funcional.

3. Marco teórico

En el siguiente marco teórico se presentará un resumen personal, elaborado a partir de diferentes fuentes bibliográficas. En él se expondrán teorías e hipótesis que nos sirven de apoyo, en primer lugar para explicar cómo ocurre el aprendizaje matemático en la etapa de educación infantil, en segundo lugar como herramientas esenciales para el análisis didáctico que se va a llevar a cabo y por último para poder diseñar una propuesta didáctica.

3.1. El aprendizaje por adaptación al medio.

La idea del aprendizaje por adaptación al medio surge a raíz de la teoría del constructivismo de Jean Piaget. En ella su autor defiende que los nuevos conocimientos se producen como una herramienta para adaptarse al medio. Esta teoría por tanto percibe al alumno como el propio protagonista de su aprendizaje.

Partiendo de la base del constructivismo, muchos han sido los autores que han ido desarrollando diferentes teorías e hipótesis acerca de este planteamiento, pero todas ellas como señala Ruiz-Higueras (2005) tienen como idea fundamental que: “Aprender matemáticas significa construir matemáticas” (p. 15).

Algunas de estas hipótesis son extraídas de la psicología genética y de la psicología social. Utilizándolas como referencia vamos a poder introducir un conjunto de principios que dan respuesta a comportamientos e intervenciones tanto de los alumnos

como del profesorado, tratando de entender y mejorar así el proceso de enseñanza-aprendizaje, en este caso de las matemáticas.

Por tanto las hipótesis principales sobre las que nos vamos a apoyar para desarrollar este trabajo, basándonos en Ruiz-Higueras (2005), las podemos resumir de la siguiente forma:

1ª Hipótesis: *El aprendizaje se apoya en la acción.*

Esta idea es fundamental en la obra de Piaget. En ella el término acción se entiende como la anticipación de una acción concreta por parte del sujeto ante una determinada situación. El alumno al llevar a cabo esta acción, es decir al anticiparse es capaz de construir una solución sin tener en su posesión el objeto real. Tal y como indica Ruiz-Higueras (2005): “Las “acciones” a las que nos referimos en esta primera hipótesis, si bien pueden tener su origen en manipulaciones reales previas, que podría evocar mentalmente o incluso verbalmente el sujeto, no tienen necesidad de identificarse siempre con manipulaciones efectivas” (p. 15).

Por tanto, teniendo en cuenta esta hipótesis, para conseguir estas anticipaciones es esencial que el alumnado de educación infantil manipule y esté en continuo contacto con objeto reales que les permitan construir el conocimiento matemático.

Afirma Ruiz-Higueras (2005) que a través de estas manipulaciones sobre objetos reales los niños podrán comprobar la validez o invalidez de sus procedimientos y con estos resultados en forma de aprendizajes, podrán apropiarse de los problemas, comprender la naturaleza de las cuestiones formuladas y configurar representaciones de situaciones propuestas.

2ª Hipótesis: *La teoría de la equilibración de Piaget.*

En esta teoría Piaget declara que al adquirir, organizar e integrar los nuevos aprendizajes, en nuestros conocimientos se producen unos estados transitorios de desequilibrios. Estos desequilibrios se producen entre los esquemas previos que ya poseíamos y los nuevos estímulos que el medio nos está proporcionando. En este momento es cuando el individuo se siente inadaptado ya que sus esquemas anteriores no son suficientes para afrontar esta nueva situación.

Piaget postulaba la existencia de dos procesos básicos en el desarrollo cognitivo y que forman parte de la teoría de la equilibración: procesos de asimilación y de acomodación.

Se entiende por asimilación la manera en como el sujeto se intenta adaptar a este nuevo cambio, incorporando para ello la nueva información a sus anteriores esquemas mentales, modificando los antiguos de forma que los nuevos se encajen a su base de conocimientos. Mientras que en el proceso de la acomodación el sujeto no puede adaptar la nueva información a sus esquemas mentales, por lo que debe de realizar una importante reestructuración de estos, llegando incluso a tener que deshacerse de ellos y crear unos esquemas distintos generando así nuevos aprendizajes.

“En el curso de la acción sobre un determinado medio, las contradicciones aparecen en el sujeto como producto de los desequilibrios, y debe modificar sus representaciones, se produce lo que Piaget ha denominado acomodación, que supone, básicamente, una modificación en el sujeto causada por el medio. De manera recíproca, las transformaciones realizadas por el sujeto para dar respuesta a las perturbaciones modifican su organización del medio, produciéndose entonces un proceso de asimilación. El doble juego acomodación/asimilación está en el centro de los mecanismos de los procesos de equilibración” (Chamorro, 1991, p. 58).

3ª Hipótesis: *La formación de obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas.*

En esta hipótesis Brousseau afirma, que en el proceso de aprendizaje, los conocimientos previos que han ido desarrollando los alumnos pueden dificultar en algunas ocasiones la adquisición de otros nuevos. En tal caso, se dice que estos conocimientos previos pasan a ser “obstáculos” para el aprendizaje. Con esta hipótesis Brousseau trata de explicar la formación de los obstáculos en el aprendizaje de las matemáticas, ya que según él “la utilización y la destrucción de los conocimientos precedentes forman parte del acto de aprender” (Brousseau, 1998, p. 120, citado en Ruiz-Higueras, 2005, p. 23).

Estos obstáculos pueden tener diferentes orígenes, y son los que les llevan a cometer errores, pero aunque esto pueda parecer algo negativo es una parte fundamental de la enseñanza ya que al enfrentarse a ellos y superarlos generan así nuevos saberes que les permiten por tanto la adaptación al medio.

El origen de estos obstáculos puede ser:

- **Epistemológico:** Son los que se desarrollan inevitablemente a la hora de generar un conocimiento de matemáticas porque están estrechamente vinculados con el saber matemático la estructura y organización del mismo.
- **Ontogénico:** Son aquellos ligados al desarrollo cognitivo del alumno, dicho de otro modo son los que residen en él, por ejemplo: inmadurez para aprender un determinado concepto, falta de conservación de la cantidad, imposibilidad de llevar a cabo la reversibilidad en operaciones mentales, etc...
- **Didáctico:** Son los obstáculos que provienen de dificultades que se originan en la enseñanza, es decir son los aprendizajes que los alumnos han ido construyendo como resultado de las decisiones didácticas por parte del docente o del sistema educativo en un determinado momento.

Esta hipótesis por tanto habla de la importancia de conocer y trabajar con los aprendizajes previos de los alumnos para que puedan así construir nuevos, como bien expresa Ruiz-Higueras (2005), los conocimientos no surgen de la nada, su elaboración está sometida a adaptaciones, rupturas y reestructuras, a veces radicales, de los conocimientos anteriores.

4ª Hipótesis: *Los conflictos cognitivos entre miembros de un mismo grupo social.*

Esta hipótesis, extraída de Vygotsky, es de especial interés en este trabajo ya que, como indica su autor, cualquier alumno o alumna se puede enfrentar en un determinado momento a un conflicto cognitivo que tenga su origen en la interacciones que se producen dentro del grupo, lo que les llevaría a iniciar un proceso de adaptación a este nuevo problema que les plantea el medio social en este caso. Mediante este proceso aprenderán nuevos saberes tanto interindividuales como interindividuales provocados por los diferentes desequilibrios que entre ellos se han producido.

El papel de estos conflictos como potenciadores del aprendizaje puede vincularse con lo que Vygotsky denomino como la zona de desarrollo próxima (ZDP): “es la distancia entre el nivel de desarrollo actual, que podemos determinar a través de la forma en que un niño resuelve sus problemas él solo, y el nivel de desarrollo potencial, tal y como podemos lo determinar a través de la forma en la que un niño resuelve sus problemas cuando esta asistido por un adulto o en colaboración con otros niños más avanzados” (Vygotsky, 1978, p. 86, citado en Ruiz-Higueras, 2005, p. 24).

Por lo tanto, como expresa Ruiz-Higueras (2005), Vygotsky consideraba preciso tener en cuenta lo que un individuo puede hacer con la ayuda de otros, ya que el aprendizaje se produce en un medio social en el que abundan las interacciones tanto horizontales (niño-niño) como las verticales (niño- adulto).

Según Blaye (1994, citado en Ruiz-Higueras, 2005) estos conflictos tanto horizontales como verticales ayudan al proceso del aprendizaje de manera que:

- Permiten al alumno tomar conciencia de otras respuestas diferentes a la suya, lo que le obliga a descentrar su respuesta inicial
- La necesidad de llevar a cabo regulaciones sociales, para llegar a un consenso, implica que el alumno sea más activo cognitivamente.
- La respuesta diferente de otros es portadora de informaciones y llama la atención del sujeto sobre aspectos de la tarea que no había considerado.

3.2. La teoría de las situaciones didácticas

Brousseau siguiendo la corriente constructivista entiende que “el alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Ese saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje” (Brousseau, 1986, p. 11).

Pero para Brousseau se debía de cambiar la perspectiva que se tenía del medio ya que él comenzó a observar tras sus estudios que lo que se estaba haciendo para la enseñanza de las matemáticas era diseñar “medios” es decir problemas, experimentos, actividades... que lo que pretendían era revelar el pensamiento de los niños y niñas. Por consiguiente se entendía que los comportamientos de los alumnos eran los que revelaban el funcionamiento del “medio”, el cual era considerado como un sistema.

Brousseau se dio cuenta que no se estaban preocupando en reconocer qué características tenían estos medios para que provocasen esos aprendizajes o comportamientos en los estudiantes. Por lo tanto, desarrolló la teoría de las situaciones didácticas en la que propuso una inversión de esta relación, de forma que no se considerara el medio como el que revela el pensamiento de los alumnos, sino que “son

los comportamientos de los alumnos los que revelan el funcionamiento del medio” (Brousseau, 2007, p. 15). Lo que se necesita modelizar es el medio, de manera que un problema o un ejercicio no pueden considerarse como una simple reformulación de un saber, sino como un dispositivo, como un medio que responde al sujeto.

Consecuentemente generar una “situación” juega un rol fundamental en esta teoría, ya que para el constructivismo aprender es algo que los alumnos deben hacer por sí mismos y el papel del profesor o profesora en este proceso debe ser el de provocarlo y ponerlo a su alcance a través de un diseño cuidadoso del “medio” que les propone, y al que ellos se deben adaptar.

“Hemos llamado “situación” a un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina a un conocimiento dado como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas “situaciones” requieren de la adquisición ‘anterior’ de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que ofrecen una posibilidad al sujeto para construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso genético” (Brousseau, 2007, p. 16).

Situación didáctica

Guy Brousseau, distinguió por tanto una serie de **tipología de las situaciones didácticas**, se consideran didácticas todas aquellas situaciones que se dan en el entorno de un alumno, incluyendo en él al docente y el sistema educativo.

La situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado. Brousseau (1982, citado por Ávila, 2001, p. 8) la definía de esta manera:

“Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o implícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.”.

Brousseau (2007) las clasifica en situaciones de acción, formulación y validación, a la que añade posteriormente la de institucionalización, abarcando así todas las posibilidades:

- Situación de acción: En estas circunstancias es cuando el alumno comienza a recibir la información que le plantea el medio y actúa intentando resolver el problema mediante ensayos y errores. De acuerdo con Belmonte (2007, p. 8) “las retroacciones proporcionadas por el medio funcionan como sanciones de sus acciones, positivas o negativas según el caso, lo que le permite al sujeto adaptarlas a efectos de aceptar o rechazar una hipótesis o escoger entre varias soluciones”. Depende de la estrategia que decida utilizar el alumno en cuestión obtendrá un conocimiento u otro. No obstante, no siempre la estrategia utilizada será la correcta por lo que el resultado en algunos casos será eficaz y en otros no.

En la (figura 1) se muestra un esquema que recoge la información y estructura fundamental que aparece en una situación de acción propuesto por Brousseau (2007).

- Situación de formulación: El alumno en esta situación es donde mantiene intercambios de información que pueden ser con uno o varios interlocutores, alumnos o con el profesor o profesora.

La formulación de un conocimiento según Brousseau (2007) corresponde a la capacidad del sujeto a la hora de reconocer e identificar el problema que plantea el medio y ser capaz de reproducirlo de manera oral, en otras palabras reconstruirlo en un sistema lingüístico para que pueda transmitirlo a otro sujeto o sujetos involucrados en este proceso.

Como señala Belmonte (2007, p. 8): “El fracaso de un mensaje obliga al interlocutor a su revisión y pone muchas veces en tela de juicio el procedimiento empleado para su obtención, de forma que la sanción en forma de fracaso reenvía a la revisión de la acción”.

El siguiente esquema (figura 1) propuesto por Brousseau (2007) recoge la estructura de una situación de formulación.

- Situación de validación: La validación según Belmonte (2007, p. 9), “tiene como objetivo poner de manifiesto las pruebas empíricas o implícitas que han funcionado a nivel de la acción o con motivo de la formulación”.

En esta situación es cuando el alumno explica o justifica la estrategia que ha desarrollado para llevarlo a cabo. Como plantea Brousseau (2007), deberá de hacerlo ante un público que posean las mismas informaciones necesarias para tratar

la cuestión. En una situación de validación, tal y como señala Belmonte (2007, p. 9), “el medio debe estar específicamente organizado para que el alumno pueda hacer declaraciones que se someterán a juicio de su interlocutor, este debe protestar, y rechazar las justificaciones que considere falsas”.

El siguiente esquema (figura 1), propuesto por Brousseau (2007), recoge la estructura de las diferentes situaciones didácticas de acción, formulación y validación.

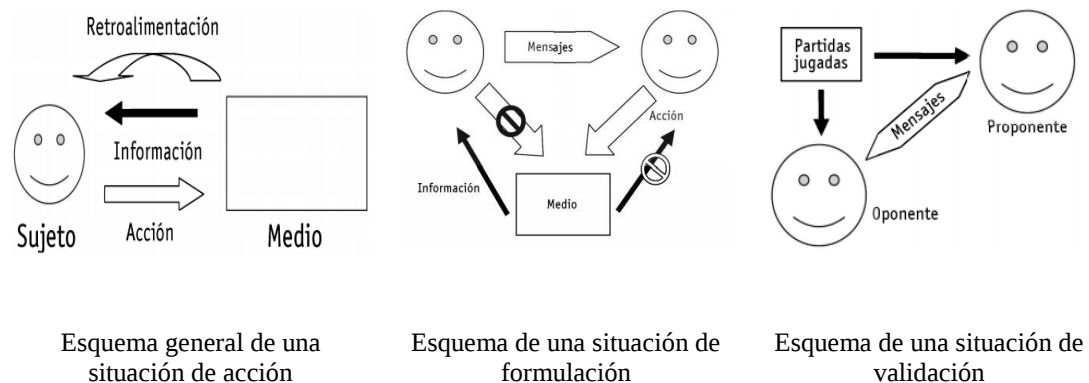


Figura 1: Esquema de las situaciones didácticas (Brousseau, 2007, p. 25).

- Situación de institucionalización: Esta última situación se añadió más tarde, al darse cuenta, tal y como se describe en Brousseau (2007), de que tanto los docentes como los alumnos necesitaban describir lo que había sucedido y lo que está vinculado con el conocimiento en cuestión.

Por tanto, la institucionalización es aquella situación que se debe llevar a cabo cuando el alumno ha encontrado la solución al problema ya que él no es consciente de que esta le puede servir para otras ocasiones o situaciones, es decir no sabe que ha adquirido un saber cultural reutilizable. Por ello, el docente ha de dotar de un reconocimiento social al conocimiento que el alumno construye.

Situación a-didáctica

El alumno, por tanto, no habrá adquirido verdaderamente un conocimiento si no es capaz de utilizar el aprendizaje generado de una situación didáctica que el docente le ha planteado en una situación fuera de todo contexto escolar y sin ninguna indicación intencional, por lo que aparece el concepto de la situación a-didáctica.

Definida así por Brousseau (1986, citado por Panizza, 2003, p. 4): “El término de situación a-didáctica designa toda situación que, por una parte no puede ser dominada

de manera conveniente sin la puesta en práctica de los conocimientos o del saber que se pretende y que, por la otra, sanciona las decisiones que toma el alumno sin intervención del maestro en lo concerniente al saber que se pone en juego”

Los profesores juegan un papel primordial en este proceso. Según Brousseau (2007), como el alumno no puede resolver de entrada cualquier situación a-didáctica, es el maestro el que le debe procurar aquellas que estén a su alcance.

Siguiendo esta teoría, para que los niños y niñas aprendan matemáticas los docentes debemos de exponerlos a situaciones y problemas que sean significativos y auténticos, para que permitan a los alumnos resolverlos generando así nuevas estrategias y conocimientos.

“El trabajo del docente consiste, pues, en proponer al alumno una situación de aprendizaje para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta, y los haga funcionar o los modifique como respuesta a las exigencias del medio (situación-problema) y no a un deseo del maestro” (Ruiz-Higueras, 2005, p. 28).

Situación fundamental

Por tanto entendemos que para cada conocimiento matemático existe una situación o conjunto de situaciones que lo construyen. Así lo expresa Brousseau (1986, citado por Belmonte, 2007): “para todo saber matemático, existe una familia de situaciones susceptibles de darle un sentido correcto”.

Es aquí donde aparece el término de situación fundamental definida por Belmonte (2007) como “un grupo restringido de situaciones en las que la noción a enseñar juega para el alumno el papel de respuesta adaptativa óptima” (p. 12).

“Una situación fundamental no es a priori una situación "ideal" para la enseñanza, ni siquiera una solución más eficaz. El valor de una situación para su uso didáctico se aprecia en función de un gran número de otros parámetros externos, tales como la posibilidad efectiva de ponerlos a disposición en un ambiente psico-socio-cultural determinado”. (Brousseau, 2000, p. 13)

Belmonte (2007) la define como crucial, “ya que se trata de la situación a través de la cual el sujeto encuentra el conocimiento, dejando una huella muy duradera sobre el

sentido que el sujeto atribuye al conocimiento, fijando en parte las posibilidades de evolución de su relación con el saber” (p. 13).

Variables didácticas

De acuerdo a lo que acabamos de ver, existen situaciones que son cruciales por su significación para el alumno a la hora de aprender matemáticas, Estas situaciones están constituidas por una serie de elementos que los docentes pueden modificar con el objetivo de provocar adaptaciones y nuevos aprendizajes en el alumnado, a estos elementos se les denomina variables didácticas.

Briand y Chevalier (1995, p. 68) definen una variable didáctica como “un elemento de la situación que puede ser modificado por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno (por el costo, por la validez, por la complejidad, etc.)”.

El siguiente esquema (figura 2) propuesto por Ruiz-Higueras (2005, p. 31) muestra la conexión que debe existir entre las hipótesis de aprendizaje constructivistas adoptadas por el maestro (véanse apartados anteriores) y la gestión que este ha de ejercer sobre las variables didácticas de una situación de enseñanza.

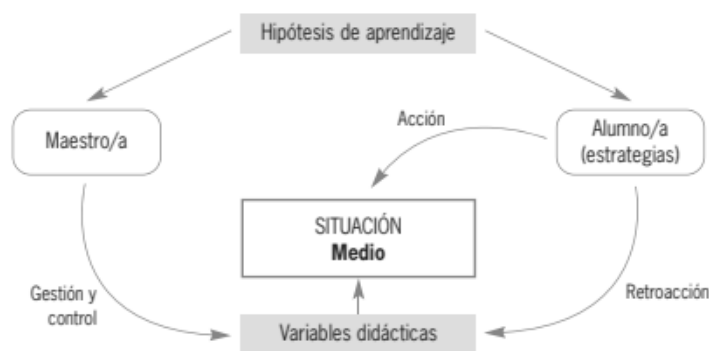


Figura 2. Relación entre hipótesis de aprendizaje constructivistas y la gestión de variables didácticas en situaciones de enseñanza (Ruiz-Higueras, 2005, p. 31).

Como bien dice Ruiz-Higueras (2005), construir por parte de los docentes este tipo de situaciones de enseñanza-aprendizaje en la que los alumnos desarrollan nuevas destrezas así como elecciones, anticipaciones y toma de decisiones para llevar a cabo las

tareas propuestas no es una tarea fácil, ya que estas deben permitir al alumno posteriormente comprobar si estaban o no en lo cierto es decir validarlo, por lo tanto se debe realizar un serio análisis didáctico previamente y una elaborada ingeniería didáctica para la realización de dichas variables didácticas.

3.3. La actividad matemática (praxeologías).

Como afirma Ruiz-Higueras (2005, p. 15), “aprender matemáticas significa construir matemáticas”. Desde esta perspectiva, sería interesante disponer de un modelo teórico que permita describir la actividad humana, en general, y la actividad matemática, en particular. La noción de praxeología, introducida por Chevallard (1999) nos dotaría de tal modelo.

La noción de praxeología, tal y como indica Castela (2009), es una herramienta a la que le corresponden las siguientes intenciones:

- Luchar contra una visión monumental de la obra matemática, donde se pierden las cuestiones que generaron el desarrollo de los saberes sabios.
- Proponer un modelo universal de las actividades humanas y de los recursos que los grupos humanos producen para llevar a cabo las tareas problemáticas que enfrentan socialmente, es decir, en ciertas instituciones.

Los modelos praxeológicos se representan mediante una cuaterna $[T, \tau; \theta, \Theta]$. Están formados por dos bloques:

- **La praxis**, representada por el binomio (T, τ) , se refiere al saber-hacer. Es decir enfrentar tipos de tareas (problemas, situaciones problemáticas) movilizando una determinada técnica o técnicas.

Por tanto dentro de la praxis encontramos:

- **T** que representa el tipo de tareas.
- **τ** que hace referencia a la técnica que utilizamos para las tareas del tipo T.

- **El logos**, representado por el binomio (θ, Θ) , hace referencia al saber.

Este saber tiene como objetivo según Castela (2009) justificar y hacer inteligible la producción de la técnica (τ) mediante un discurso (tecnología) y esta a su vez

justificado mediante un discurso más general, que denominamos (teoría) que sirve para garantizar la validez de la (tecnología).

Por tanto dentro del logos encontramos:

- θ representando a la tecnología.
- Θ haciendo referencia a la teoría.

En este trabajo utilizaremos el modelo praxeológico para analizar las actividades matemáticas propuestas por un libro de educación infantil. En este caso solo estudiaremos la parte de la praxis en determinadas fichas, con el objetivo de conocer qué tareas plantea se plantean en el mismo, y qué técnicas se espera que pongan en funcionamiento los estudiantes para resolverlas.

4. Análisis

4.1. Dimensión epistemológica

Este trabajo de fin de grado se centra concretamente en la introducción de la aritmética en educación infantil. Por ello, en el análisis que vamos a llevar a cabo, tanto del currículum como de la actividad matemática propuesta por un libro de educación infantil, nos vamos a centrar concretamente en cómo se abordan las nociones de suma y resta, es decir las situaciones didácticas planteadas para la introducción de la adición y sustracción. Para ello introduciremos en este apartado algunos elementos teóricos necesarios para dicho análisis.

Como afirma Chamorro (2005, p. 229) “Se ha constatado que si bien los niños muy pequeños son muy sensibles a las transformaciones aditivas, y a los 4 años pueden resolver pequeños problemas aditivos y sustractivos verbalmente o con un material concreto”.

Para fomentar este aprendizaje los docentes debemos diseñar diferentes situaciones didácticas partiendo de contextos concretos, realistas y significativos, con el objetivo de que le den sentido a las operaciones de suma y resta. Estas situaciones se deberán construir partiendo de la situación fundamental, y a raíz de esta generar diferentes variables didácticas.

Para poder generar situaciones de aprendizaje de operaciones aritméticas con sentido, lo primero sería preguntarnos qué significa sumar o restar. Esto es crucial ya que, si existen diferentes significados, entonces los tipos de problemas aritméticos que podamos plantear en las aulas de Educación Infantil deben variarse recorriendo estas diferentes interpretaciones.

Para que exista un problema aditivo (bien sea de suma o de resta), la situación más sencilla es que haya tres cantidades, siendo dos de ellas conocidas y otra desconocida. El resolutor debe interpretar el enunciado y determinar el valor de la cantidad desconocida operando, para ello, mediante una suma o una resta con las dos cantidades conocidas.

El tipo de relación que se establezca entre estas tres cantidades determina un tipo de problema aditivo. Tal y como recogen Cid, Godino y Bernabeu (2003), se pueden distinguir al menos tres significados diferentes: combinación, cambio y comparación. Brevemente:

Significado de combinación: Estado – Estado – Estado (EEE)

En esta situación, tenemos una cantidad e_t que se refiere a un todo, y dos cantidades e_{p1} y e_{p2} , que corresponden a partes en que descompone ese todo. Se representa mediante el diagrama de la figura 3.

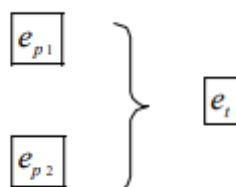


Figura 3. Esquema de situación de aditiva de combinación

En este contexto, y según qué cantidades sean conocidas y cuál sea la cantidad a determinar, se pueden formular dos tipos diferentes de problemas:

- Parte-parte: se conocen las dos partes e_{p1} y e_{p2} , y se pregunta por el estado total e_t . Se resuelven mediante una suma.
- Parte-todo: se conocen una de las partes, por ejemplo e_{p1} , y el estado total e_t , y se pregunta por la otra parte e_{p2} . Se resuelven mediante una resta.

Significado de cambio: Estado -Transformación -Estado (ETE)

En esta situación tenemos una cantidad e_i , que se refiere al estado inicial de un objeto o colección de objetos que sufre una transformación en el tiempo, dando lugar a una cantidad e_f , que indica el estado final del objeto o de la colección. La cantidad t cuantifica la transformación sufrida por el objeto (que puede ser en términos de ganancia/aumento, o en términos de pérdida/disminución). La situación se representa mediante el diagrama de la figura 4.

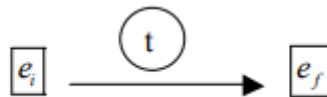


Figura 4. Esquema de situación de aditiva de cambio.

En este contexto, y según qué cantidades sean conocidas y cuál sea la cantidad a determinar, se pueden formular seis tipos diferentes de problemas:

- E. Inicial-Cambio en aumento: se conoce la cantidad inicial e_i y conocemos la transformación que ha sufrido, es decir la cantidad t , este cambio es en sentido creciente. Se pregunta por tanto cual es el estado final e_f . Se resuelve mediante una suma.
- E. Inicial-Cambio en disminución: se conoce la cantidad inicial e_i y conocemos la transformación que ha sufrido, es decir la cantidad t , este cambio es en disminución. Se pregunta por tanto cual es la cantidad final e_f . Se resuelve mediante una resta
- E. Inicial-E. Final en aumento: se conoce la cantidad inicial e_i y la cantidad final e_f . Se pregunta por el cambio creciente que ha sufrido es decir, la cantidad t . Se resuelve mediante una resta.
- E. Inicial-E. Final en disminución: se conoce la cantidad inicial e_i y la cantidad final e_f se pregunta por el cambio decreciente que ha sufrido, es decir la cantidad t . Se resuelve mediante una resta.
- Cambio- E. Final en aumento: se conoce la transformación sufrida es decir, la cantidad t y conocemos la cantidad o estado final e_f . se pregunta por la cantidad inicial que ha sufrido un aumento. Se resuelve con una resta.
- Cambio- E. Final en disminución: se conoce la transformación sufrida es decir, la cantidad t y conocemos la cantidad o estado final e_f . se pregunta

por la cantidad inicial que ha sufrido una disminución. Se resuelve mediante una suma.

Significado de comparación: Estado -Comparación -Estado (ECE)

Es una situación en la que se comparan dos estados e_1 y e_2 . Al no ser iguales (habrá una comparación del tipo “más que” o “menos que”), la cantidad c cuantifica la diferencia que hay entre dichas cantidades. Al existir una comparación, el estado e_1 es la cantidad comparada frente al estado e_2 que será la cantidad de referencia. La situación se representa mediante el diagrama de la figura 5.



Figura 5. Esquema de situación de aditiva de comparación.

En este contexto, y según qué cantidades sean conocidas y cuál sea la cantidad a determinar, se pueden formular seis tipos diferentes de problemas:

- Comparar 1: se conoce la cantidad comparada, es decir, el estado e_1 y conocemos la cantidad de referencia, que se refiere al estado e_2 . Se pregunta por la cantidad c , comparación de tipo “más que” entre e_1 y e_2 . Esta comparación se resuelve mediante una resta.
- Comparar 2: se conoce la cantidad comparada, es decir, el estado e_1 y conocemos la cantidad de referencia, que se refiere al estado e_2 . Se pregunta por la cantidad c , comparación de tipo “menos que” entre e_1 y e_2 . Esta comparación se resuelve mediante una resta.
- Comparar 3: se conoce la cantidad comparada e_1 y conocemos la diferencia “más que” entre e_1 y e_2 , es decir, la cantidad c . Se pregunta, por tanto, por la cantidad de referencia, que se refiere al estado e_2 . Se resuelve mediante una suma.
- Comparar 4: se conoce la cantidad comparada e_1 y conocemos la diferencia “menos que” entre e_1 y e_2 , es decir, la cantidad c . Se pregunta, por tanto, por la cantidad de referencia, que se refiere al estado e_2 . Se resuelve mediante una resta.

- Comparar 5: se conoce la cantidad de referencia, que se refiere al estado e_2 , y conocemos la diferencia “más que” entre e_1 y e_2 . Se pregunta por la cantidad o estado e_1 . Se resuelve mediante una resta.
- Comparar 6: se conoce la cantidad de referencia, que se refiere al estado e_2 , y conocemos la cantidad c , es decir la diferencia “menos que” entre e_1 y e_2 . Se pregunta por la cantidad o estado e_1 . Se resuelve mediante una suma.

Para resolver los diferentes problemas aritméticos los niños utilizan una serie de destrezas o estrategias basadas en la manipulación de colecciones y derivadas del conteo, como son el sobreconteo rápido o no, el recuento y el descuento para resolver problemas aditivos en los que hay que resolver sumas o restas. En el anexo 1 se encuentra una tabla donde se explican con más detalle.

4.2. Dimensión curricular

Según el REAL DECRETO 1630/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación infantil, la actividad matemática se encuentra recogida dentro del área de conocimiento del entorno.

Destacaremos de esta los objetivos, contenidos y criterios de evaluación que estén en concordancia con el contenido que se desarrolla en este trabajo.

En relación con esta área, la intervención educativa tendrá como objetivo el desarrollo de la siguiente capacidad:

- Iniciarse en las habilidades matemáticas, manipulando funcionalmente elementos y colecciones, identificando sus atributos y cualidades, y estableciendo relaciones de agrupamientos, clasificación, orden y cuantificación.

Dentro del área, es en el bloque 1. Medio físico: Elementos, relaciones y medida, donde se especifican los contenidos matemáticos que se deben trabajar en el aula.

- Los objetos y materias presentes en el medio, sus funciones y usos cotidianos. Interés por su exploración y actitud de respeto y cuidado hacia objetos propios y ajenos.

- Percepción de atributos y cualidades de objetos y materias. Interés por la clasificación de elementos y por explorar sus cualidades y grados. Uso contextualizado de los primeros números ordinales.
- Aproximación a la cuantificación de colecciones. Utilización del conteo como estrategia de estimación y uso de los números cardinales referidos a cantidades manejables.
- Aproximación a la serie numérica y su utilización oral para contar. Observación y toma de conciencia de la funcionalidad de los números en la vida cotidiana.

En cuanto a los criterios de evaluación en los que se basa el currículo para comprobar la adquisición de los conocimientos matemáticos, encontramos el siguiente:

1. Discriminar objetos y elementos del entorno inmediato y actuar sobre ellos. Agrupar, clasificar y ordenar elementos y colecciones según semejanzas y diferencias ostensibles, discriminar y comparar algunas magnitudes y cuantificar colecciones mediante el uso de la serie numérica.

Se pretende valorar con este criterio la capacidad para identificar los objetos y materias presentes en su entorno, el interés por explorarlos mediante actividades manipulativas y establecer relaciones entre sus características o atributos (forma, color, tamaño, peso...) y su comportamiento físico (caer, rodar, resbalar, botar...).

Se refiere, asimismo, al modo en que niños y niñas van desarrollando determinadas habilidades lógico matemáticas, como consecuencia del establecimiento de relaciones cualitativas y cuantitativas entre elementos y colecciones. También se observará la capacidad desarrollada para resolver sencillos problemas matemáticos de su vida cotidiana.

Se valorará el interés por la exploración de las relaciones numéricas con materiales manipulativos y el reconocimiento de las magnitudes relativas a los números elementales (p.ej. que el número cinco representa cinco cosas, independientemente del espacio que ocupen, de su tamaño, forma o de otras características) así como el acercamiento a la comprensión de los números en su doble vertiente cardinal y ordinal, el conocimiento de algunos de sus usos y su capacidad para utilizarlos en situaciones propias de la vida cotidiana.

Tras la identificación de objetivos, contenidos y criterios de evaluación acerca del conocimiento aritmético en el currículo, encontramos que no entra en detalle a describir este tipo de conocimiento, más allá de un genérico, y algo ambiguo, “resolver problemas matemáticos de su vida cotidiana”. Sin embargo, diferentes autores han puesto en evidencia que los niños pueden iniciarse en la construcción de ciertos significados aditivos, resolviendo situaciones en las que se plantean problemas de cambio, combinación y comparación, de forma paralela a la construcción que van haciendo del significado del número y de su designación.

4.3. Actividad matemática en un libro de texto

Una vez introducidos los aspectos teóricos necesarios para llevar a cabo el análisis de la actividad matemática propuesta por el Cuaderno: “Muchas mates” de la editorial algaída, pasaremos a dicho análisis, en él nos centraremos solo en las tareas o tipos de ejercicios propuestos en las diferentes fichas en las que únicamente se trabajen las nociones de suma y resta.

Los diferentes tipos de ejercicios estarán clasificados según el tipo de problema aditivo es decir: situaciones problema de combinación, cambio o comparación. Dentro de cada uno de estos se expondrán los diferentes tipos de problemas que ofrecen, así como las estrategias que deben utilizar los alumnos para resolverlas.

- Situaciones problema de combinación

En la siguiente ficha (ilustración 1) encontramos 2 tipos de ejercicios de combinación del tipo Parte-parte.

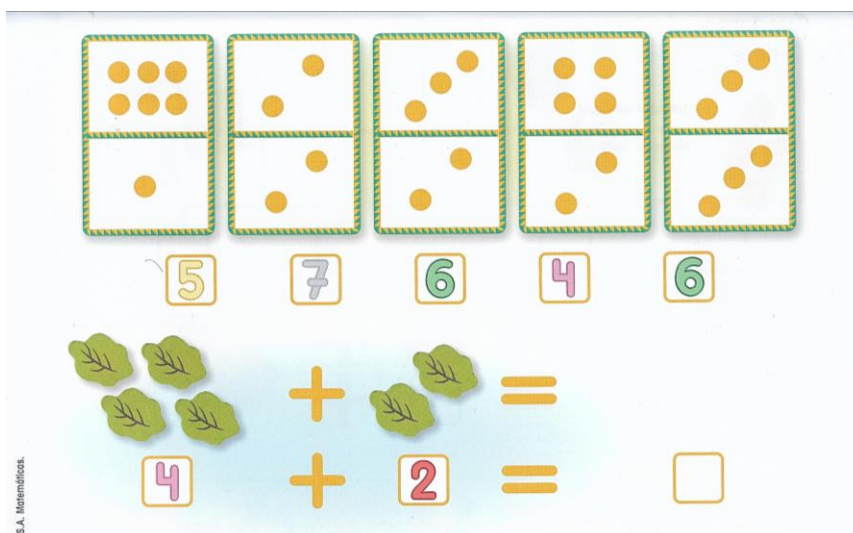


Ilustración 1. Ficha de ejercicios de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

1º Ejercicio: Aparecen cinco conjuntos, divididos cada uno a su vez en dos subconjuntos disjuntos. Cada uno de estos conjuntos por tanto tienen dos partes que unidas forman el total. En cada una de estas aparecen diferentes colecciones de puntos. Se les pide a los alumnos que cuenten los puntos de ambas partes, y con ello averigüen el número de puntos del total. Posteriormente deberán relacionar la cantidad obtenida con su representación simbólica.

2º Ejercicio: Aparece dos conjuntos, cada uno de ellos dividido a su vez por dos subconjuntos disjuntos separados entre sí por el símbolo de la suma (+), con determinado número de colecciones cada uno de estos. Debajo de cada uno aparece su representación numérica. Se les pide a los alumnos que, por un lado, cuenten cada una de las colecciones o partes y, por otro lado, que representen mediante un dibujo la unión de ambos conjuntos. Además, debajo del conjunto unión deben indicar el total de la colección (en cifra). Es decir, en este caso lo deben indicar escribiendo su representación pictográfica y simbólica.

Por las cantidades que son conocidas, estamos ante un problema de combinación del tipo (Parte-parte), donde se dan dos colecciones e_{p1} y e_{p2} , representadas de forma pictórica. Los niños tienen primero que relacionar, pictóricamente, el conjunto unión (estado total et) y segundo escribir, usando cifras, el cardinal del conjunto et. En algunas ocasiones el cardinal de las partes e_{p1} y e_{p2} viene dado, mientras que, en otras ocasiones, los niños también deben escribir, usando cifras, la medida o el cardinal de cada parte.

Este tipo de ejercicios se repite hasta en once ocasiones (ver anexo 2).

Las Técnicas que deben utilizar los alumnos para llevar a cabo estos problemas viene indicada en la parte posterior de cada ficha, en este caso se le pide a los alumnos que sumen los puntos de cada ficha y busquen el resultado entre los números que hay debajo y que realicen las sumas propuestas. Por tanto para realizar este ejercicio los alumnos deben controlar la reproducción de e_{p1} y e_{p2} , utilizando para ello la correspondencia término a término, o bien el conteo.

En el siguiente ejercicio (ilustración 2) encontramos otro ejercicio de combinación pero del tipo Parte-todo.

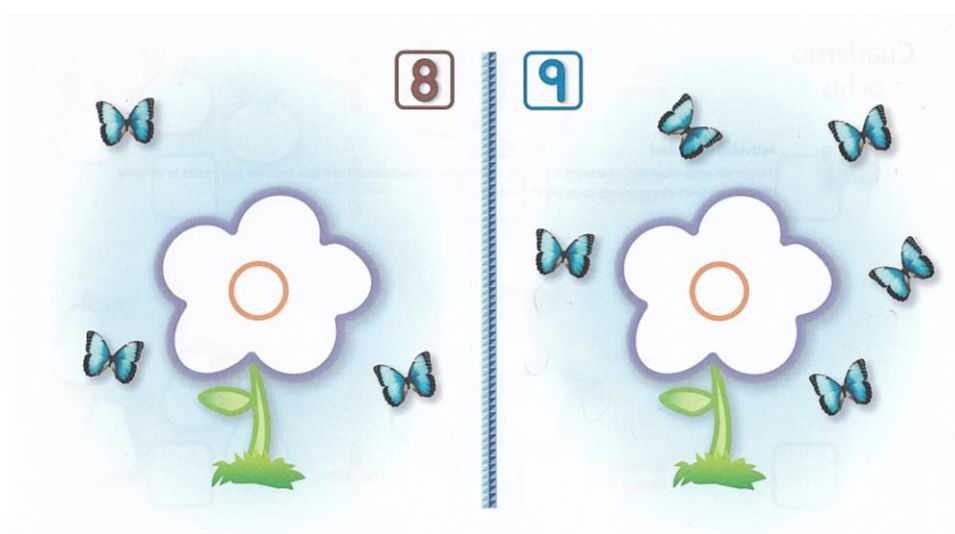


Ilustración 2. Ejercicios de combinación (Parte-todo) del cuaderno “Muchas mates”.

En este encontramos dos problemas iguales, en ellos aparecen un determinado número de elementos y una representación numérica que representa la cantidad total, se les pide al alumnado que dibujen los elementos que faltan para conseguir la cantidad que indica este número.

Por tanto, estamos ante una problema de combinación (Parte-todo), en la que se conocen una de las partes, e_{p1} , y el estado total e_t , y se pregunta por la otra parte e_{p2} .

La técnica que se deben llevar a cabo los alumnos viene indicada en la parte posterior de la ficha, en la que se indica que dibujen las mariposas necesarias para que haya las que indica la etiqueta. Los alumnos deberán por tanto realizar una resta. Principalmente a través de técnicas apoyadas en el conteo (ver tabla en anexo 1).

- Situaciones problema de cambio

En la siguiente ficha (Ilustración 3) encontramos un ejercicio de situación problema de cambio.

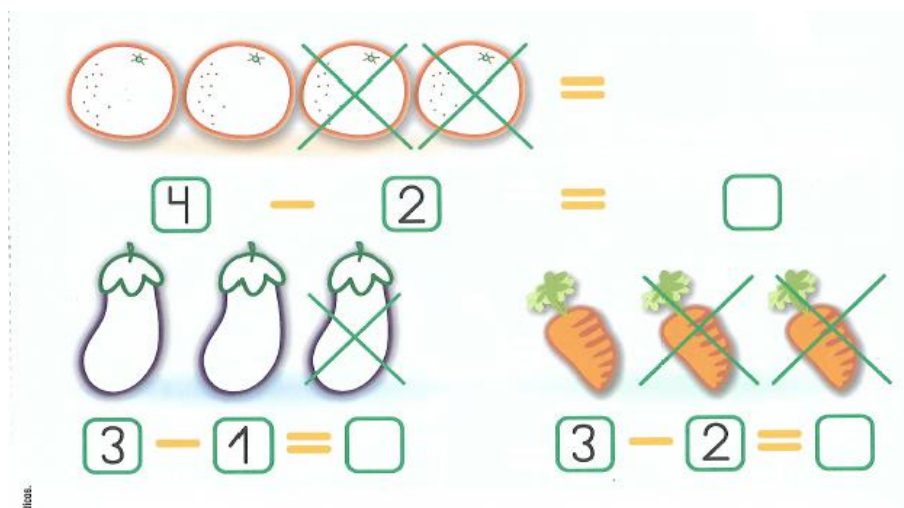


Ilustración 3. Ficha de ejercicios de cambio del cuaderno “Muchas mates”.

En este ejercicio aparecen tres conjuntos de elementos, debajo de cada uno aparece su representación numérica, algunos de estos elementos aparecen tachados. Se les pide a los alumnos por tanto que dibujen los elementos que quedan en cada conjunto después de eliminar de la colección los marcados y escriban su representación simbólica.

Por el tipo de ejercicio estamos ante un problema de cambio del tipo (E. Inicial-Cambio en disminución) donde se conoce la cantidad inicial e_i y conocemos la transformación que ha sufrido, es decir la cantidad t , en un contexto de pérdida o de disminución. Se pregunta por tanto cual es la cantidad final e_f .

Este tipo de ejercicios se repite en dos ocasiones (véase anexo 3).

Las técnicas que deben utilizar los alumnos para llevar a cabo estos problemas viene indicada en la parte posterior de la ficha donde se les indica que deben dibujar los alimentos que quedan después de tachar dos y que realicen las restas. Por tanto para llevar a cabo esta tarea los alumnos se apoyarán en la representación y el conteo de colecciones, o bien en técnicas derivadas del conteo (ver anexo 1).

- Situaciones problema de comparación

En la siguiente imagen (Ilustración 4) encontramos un ejercicio de comparación. En este caso es del tipo “más que”.

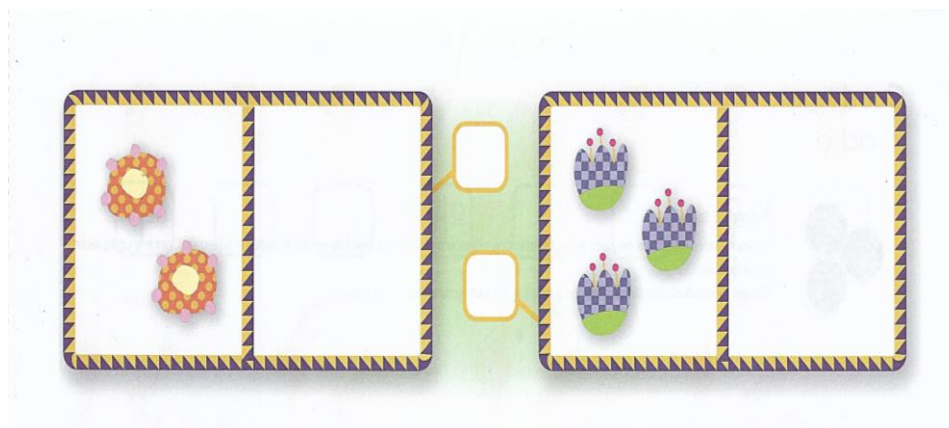


Ilustración 4. Ejercicio de comparación 3 (del tipo “más que”, con incógnita en la cantidad comparada) en el cuaderno “Muchas mates”

En este ejercicio aparecen dos conjuntos, divididos cada uno a su vez en dos partes. En la primera parte de cada uno de los conjuntos hay una colección de elementos pictográficos, que juegan el papel de cantidad de referencia. Se les pide que cuenten cada uno de estos elementos y en la parte donde no aparece nada dibujen otra colección, pero con dos elementos más que en la anterior. Posteriormente deben indicar la cantidad total de elementos.

Por tanto, este tipo de problema según la clasificación que hemos hecho en la parte de dimensión epistemológica sería del tipo “**Comparar 3**” ya que se conoce la cantidad de referencia e_2 y conocemos la diferencia “más que” entre e_1 y e_2 , es decir, la cantidad c . Se pregunta, por tanto, por la cantidad comparada, que se refiere al estado e_1 .

Este tipo de ejercicio se repite en dos ocasiones, (véase anexo 4) ejercicios de comparación del tipo “más que” del cuaderno “Muchas mates”.

En la siguiente imagen (ilustración 5) encontramos un ejercicio de comparación del tipo “menos que”.

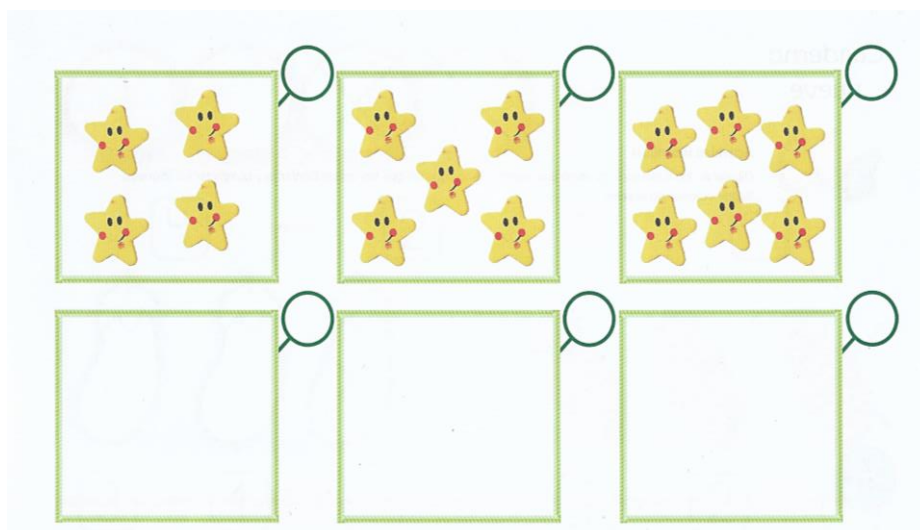


Ilustración 5. Ejercicio de comparación 4 (del tipo “menos que”, con incógnita en la cantidad comparada) en el cuaderno “Muchas mates”.

En la siguiente actividad aparecen 3 conjuntos, divididos a su vez en dos subconjuntos disjuntos, en una de las partes de cada uno de los conjuntos aparecen una serie de elementos, en la otra parte de los conjuntos, se pide al alumnado que dibujen un elemento menos de los que se presentan en la primera parte.

Este tipo de problema según la clasificación que hemos hecho en la parte de dimensión epistemológica sería del tipo “**Comparar 4**” ya que se conoce la cantidad de referencia e_2 y conocemos la diferencia “menos que” entre e_1 y e_2 , es decir, la cantidad c . Se pregunta, por tanto, por la cantidad comparada que se refiere al estado e_1 .

La solución que se esperaría en este tipo de ejercicios sería en el primer caso (ilustración 4), realizar una suma y, en el segundo caso (ilustración 5), realizar una resta, utilizando para ello, en ambos casos, las diferentes estrategias basadas en el conteo (ver anexo 1). Pero al trabajarse a nivel de colecciones, la idea de resta es bastante implícita: se pretende que los niños reproduzcan la colección, dibujando uno menos. Se podría hacer por biyección (uno de arriba, con uno de abajo, pero omitiendo uno de arriba) o por conteo (cuento los de arriba, y dibujo abajo tantos como palabras número hay desde “uno” hasta la anterior a la recitada arriba), o por subitización (identifican, con un golpe de vista, cuántos hay arriba, y dibujan abajo controlando, por subitización, que haya uno menos).

Operaciones aritméticas

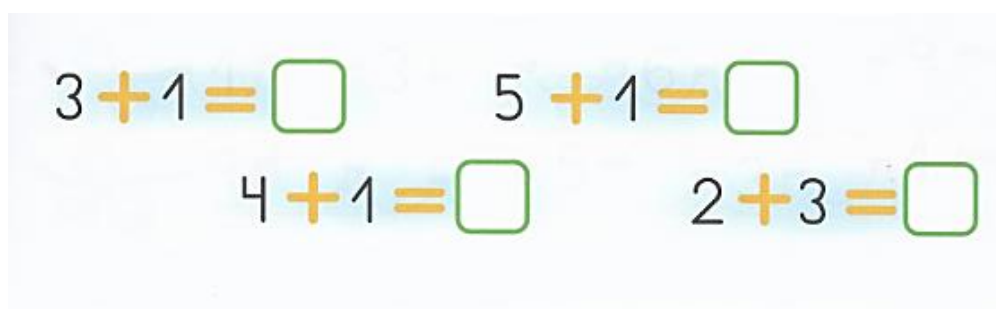

$$\begin{array}{l} 3 + 1 = \square \\ 5 + 1 = \square \\ 4 + 1 = \square \\ 2 + 3 = \square \end{array}$$

Ilustración 6. Ejercicio de operaciones aritméticas aditivas horizontales del cuaderno “Muchas mates”

Este tipo de ejercicio que encontramos en diferentes fichas proponen una institucionalización temprana de ciertos tipos de escrituras aditivas ($a+b=c$), así como de los símbolos “+”, “-” e “=”.


$$\begin{array}{r} 4 \\ +2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ +1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ +5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ +3 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ +6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +2 \\ \hline \end{array}$$

Ilustración 7. Ejercicio de operaciones aritméticas aditivas verticales del cuaderno “Muchas mates”

También encontramos algunos ejercicios en los que se presenta la suma o la resta verticalmente. Como en el caso de la institucionalización de las operaciones en línea, se trata de presentaciones ostensivas y con cierto carácter arbitrario. El objetivo de estos ejercicios es que los niños se familiaricen con “la forma oficial” de expresar las sumas y restas, ya que luego será necesaria cuando se quiera introducir el algoritmo de la suma y resta con números de dos o más cifras (en primaria).

Este tipo de ejercicios se repiten en cinco ocasiones (ver anexo 5)

5. Diseño de una propuesta para la EI

En este apartado del trabajo expondremos el diseño de una propuesta educativa basada en un aprendizaje constructivista por adaptación al medio.

Se trata de un recurso educativo titulado “Mi primer mercado”. Es un material físico, manipulativo y llamativo, que simula un mercado de productos alimenticios. Mediante él los alumnos podrán interactuar tanto con el docente como entre iguales a través de unas situaciones adidácticas y didácticas significativas y funcionales que ofrece este medio, ayudándoles a comprender mejor las nociones de composición y descomposición aditiva.

La situación fundamental:

Esta propuesta, está diseñada a partir de un modelo situación-problema de combinación, por lo que nos centraremos únicamente en este tipo de significado.

Los problemas de combinación son aquellas situaciones en las que existe un todo, en este caso este todo se refiere al valor total (e_t) y dos partes, es decir dos valores (e_{p1}) y (e_{p2}) que corresponden a las partes en que descompone ese todo. Estas cantidades indican, en el caso que desarrollaré aquí, el valor de las colecciones de diferentes alimentos a las que están asociadas. En estos problemas, donde hay tres cantidades en juego, dos de ellas deben ser conocidas para poder determinar la tercera, logrando así el resultado, para ello se deberá de sumar o restar según la situación. Por tanto estas combinaciones pueden ser tanto aditivas como sustractivas. Generando las siguientes situaciones fundamentales:

Situación fundamental de composición

Dadas dos colecciones de alimentos con sus respectivos valores (e_{p1} y e_{p2}), identificar el valor de la cantidad total (e_t). De tal modo que la unión entre (e_{p1} y e_{p2}) sea coordinable con la colección (e_t). Esta situación fundamental de composición se ve representada en la ilustración 8.

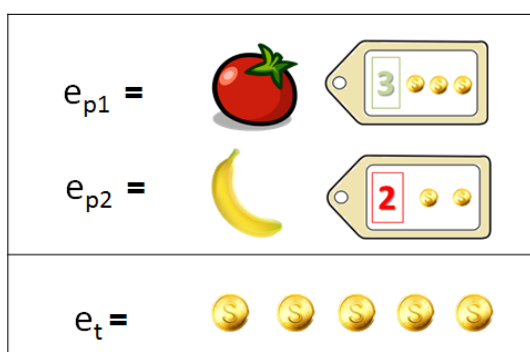


Ilustración 8. Esquema de situación fundamental de composición

Situación fundamental de descomposición

Dada la colección (e_t), construir dos colecciones de tal modo que la unión entre los valores de ambas colecciones es decir (e_{p1} y e_{p2}), sea coordinable con (e_t). Esta situación la podemos ver representada en la siguiente ilustración 9.

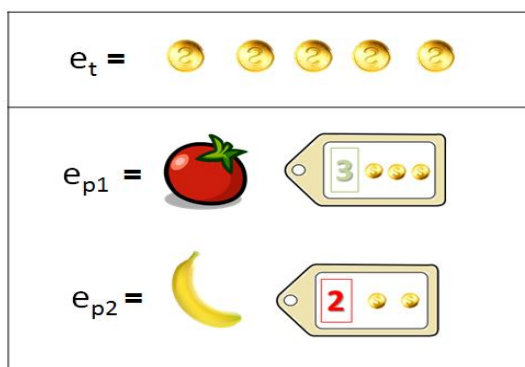


Ilustración 9. Esquema de situación fundamental de descomposición.

Posibles variables didácticas y estrategias potenciales.

Las variables de la situación que podrá gestionar el maestro/a, para provocar cambios cualitativos y nuevos aprendizajes en el alumno, podrían ser las siguientes:

- El campo numérico (tamaño de la colección, tamaño de los números)
- Los objetos de las colecciones (manipulables o fijos)
- La ubicación de las colecciones: próximas y visibles para el niño, o bien, ausentes, evocadas.
- El número de viajes, limitado o no, entre la(s) colección(es) dadas y la colección(es) que tienen que producir.
- Las reglas y consignas utilizadas por el o la docente. En particular, si indica a los niños que pueden ellos construir las colecciones, o que tienen que pedir las, oralmente o por escrito.
- Variaciones en los sumandos (situaciones de composición/descomposición con dos sumandos, o con más de dos sumandos)

Diseño de situaciones a-didácticas y estructuración del medio:

Utilizando como base la situación fundamental y gestionando correctamente las diferentes variables didácticas anteriormente citadas, los docentes podremos diseñar una gran variedad de situaciones a-didácticas.

Algunas de las situaciones a-didácticas que se pueden promover con la implantación de este recurso en el aula, son las siguientes:

- **Situaciones de autocomunicación:** En la esta situación, es el propio alumno el que al realizar las diferentes operaciones aritméticas de combinación aditiva o sustractiva podrá adquirir por su cuenta las cantidad de monedas o los productos de las diferentes colecciones de alimentos necesarios para resolver la operación. También será el encargado de comprobar si su solución es correcta o no.

- **Situaciones de comunicación oral:** En esta situación el niño o la niña deberá de pedir al docente de forma oral, el valor o las diferentes colecciones necesarias para resolver los problemas propuestos.

- **Situaciones de comunicación escrita:** El alumno en esta situación deberá pedir por escrito al docente el valor o las diferentes colecciones necesarias para resolver los problemas propuestos.

El tipo de notaciones escritas dependerán de la etapa educativa en la que se encuentre el alumno, pudiendo ser de tipo icónico, simbólico o pictográfico.

Determinación del medio en el que tendrá lugar la situación y del problema.

Este recurso educativo, simula un mercado de alimentos, en el que los alumnos podrán adquirir una serie de productos cada uno con un determinado valor, mediante unas monedas ficticias. Para comprobar si han realizado correctamente la compra, el docente les facilitará posteriormente unos tiques con la cantidad exacta, que les servirá de autovalidación.

Por lo tanto, este material está estructurado en varias partes:

- **Los productos:** En cuanto a los productos que se pueden encontrar en este mercado son representaciones, dibujos de alimentos de cualquier tipo. Estarán divididos por diferentes conjuntos, cada uno con un tipo de alimento distinto, con una o varias cantidades del producto, tal y como podemos observar en la ilustración 10.

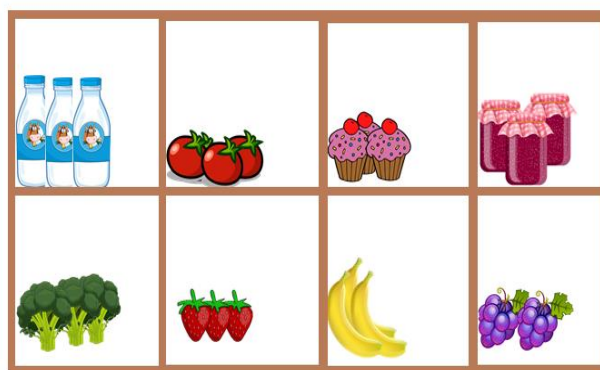


Ilustración 10. Ejemplo de representación de los productos del mercado.

- **Las etiquetas:** Cada uno de los productos tendrá una etiqueta con su valor numérico representativo, tanto simbólico como pictográfico. Hay etiquetas con diferentes valores, esto nos permitirá por un lado, adaptarnos al nivel académico de cada niño y, por otro, lado nos dará la libertad de crear diferentes situaciones didácticas. Los números están representados en diferentes colores de acuerdo con las regletas de Cuisenaire. En la siguiente ilustración 11 podemos observar un ejemplo de representación de las etiquetas.

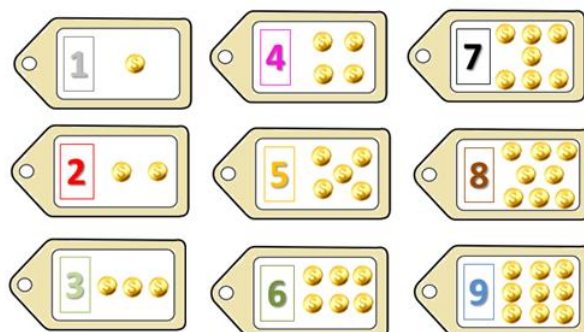


Ilustración 11. Ejemplo de representación de las etiquetas.

- **Las monedas:** Se trata de una representación ficticia de monedas, cada una de estas tendrá el valor de una unidad. Mediante estas monedas se puede adquirir los diferentes productos. En la siguiente imagen (ilustración 12) podemos observar un ejemplo de representación de las monedas. figura 12.



Ilustración 12. Ejemplo de representación de las monedas.

- **Los tiques:** es un material con forma rectangular que recuerda a un tique de la compra, el o la docente se lo entregará a los alumnos una vez han formulado la operación, cada tique contiene un número tanto simbólico como numérico, con la misma representación de colores que las etiquetas, el docente le dará el tique con el número de la solución de su operación. Para que el alumno pueda autovalidar su resultado. En la siguiente imagen (ilustración 13) encontramos un ejemplo de la representación de los tiques.



Ilustración 13. Ejemplo de representación de los tiques.

• Cuestionamiento de su carácter adidáctico.

La forma en que la situación ha sido diseñada, para que el medio realmente devuelva al alumno información sobre el resultado de sus acciones, de manera que sea realmente adidáctica, es a través de los tiques anteriormente mencionados. Mediante estos los alumnos podrán validar de forma autónoma si su solución a la operación es correcta o incorrecta.

Para comprobar si están en lo cierto, estos tiques contienen tanto el valor simbólico numérico como su representación en monedas de la solución correcta, de manera que cuando autovaliden deberán colocar las monedas físicas encima de su representación en dicho tique, observando así si sobran, faltan o si por el contrario han resuelto correctamente la combinación .

Cada tique tendrá un valor que partirá desde el 1 hasta el número que queramos formar o trabajar en el aula a través de las diferentes combinaciones.

- Adecuación a las restricciones y condiciones el grupo en el que se usará.

Este recurso está enfocado al 3º año del 2º ciclo de educación infantil, que comprende las edades de 5 a 6 años. El motivo por el cual está diseñado en especial para esta edad, es porque para poder superar situaciones de adición o sustracción, deben poseer una serie de conocimientos previos que en esta etapa educativa la mayoría del alumnado presenta o se espera que lo presenten durante ese curso académico. Por tanto los niños y niñas de estas edades tienen un perfecto dominio de la secuencia numérica es decir, la cantinela hasta mínimo el número veinte, han adquirido el sentido cardinal del número, utilizan la estrategia del conteo, así como la de la correspondencia término a término, sin problemas.

- Caracterización de a priori de posibles estrategias.

Los procedimientos que deben poner en práctica los alumnos para la resolución de las situaciones que este recurso plantea son:

Correspondencia término a término: poder comparar y crear asociaciones de dos conjuntos, de manera que construyan una colección equipotente a una colección dada.

Conteo: saber llevar a cabo el algoritmo de contar, este conocimiento implica saber enumerar y conocer la secuencia numérica.

Recontar: procedimiento para determinar la colección final tras el conteo de todos los elementos de dos o más colecciones empezando por el principio.

Descontar: procedimiento para determinar una parte cuando se conoce colección final y la otra parte, que consiste en recitar la serie numérica en orden inverso, a partir del cardinal del conjunto total, y hasta el cardinal de la parte conocida.

Sobrecontar: procedimiento para determinar la colección final de los elementos de dos o más colecciones, contando a partir de un número dado es decir, sin necesidad de empezar a contar por el principio.

- Gestión de las variables didácticas.

Situación 0: devolución

Esta primera fase tiene como objetivo enseñar a los alumnos el funcionamiento del juego, así como motivarlos y hacer que se interesen por jugar. Para ello el docente dará a cada niño una cantidad de monedas, les pedirá que elijan un producto del mercado que puedan comprar con esas monedas, sin que le sobren ni le falten monedas. Pasarán por la caja, recibirán el tique y en él tendrán que colocar las monedas.

Consigna: “con las monedas que os he dado, tenéis que ir a la tienda y comprar un producto. Solo uno. No os pueden sobrar ni faltar monedas. Cuando lo tengáis, debéis pasar por la caja a pagar”.

Situación 1: composición (parte-parte)

Dadas dos colecciones de productos del mercado con sus respectivos valores cada uno (e_{p1} y e_{p2}), los alumnos deben realizar la operación aritmética aditiva para saber cuántas monedas necesitan coger para conseguir el valor total de la unión de ambos (e_t).

Una vez hayan adquirido las monedas, el docente les dará el tique con la solución de la operación (autovalidación).

Consigna: “Debes coger solo las monedas que necesitas para poder pagar lo que has comprado, después tienes que pasar por la caja a pagar esos productos y, la cajera que en este caso es la profesora, te dará el tique de la compra”.

En esta situación podemos introducir las siguientes variables didácticas:

- El campo numérico: en esta situación podemos jugar con el número de colecciones, de manera que podemos presentarle al alumno solo dos colecciones de productos con los que el docente quiere trabajar o diferentes colecciones de productos, de las cuales es el alumno el que deberá decidir cuales quiere adquirir.

También se puede variar el tamaño de los números según nuestros intereses o según las capacidades del alumno, ya que existen etiquetas con diferentes valores.

- Los objetos de las colecciones: en cuanto a los productos y etiquetas del mercado, los docentes en esta situación podemos decidir si los alumnos pueden manipularlo a la hora de resolver el problema o en su defecto deberán resolverlo sin manipulación.
- La ubicación de las colecciones: en este caso el docente podrá decidir si las monedas están próximas al conjunto de productos, de manera que puedan asociar visualmente las monedas que necesitan con las representadas en las etiquetas o en su defecto las monedas estarán en un lugar apartado del “mercado” de manera que no puedan visualizar las etiquetas a la hora de adquirir las monedas necesarias.
- Número de viajes: en esta situación, para adquirir las monedas correctas, los alumnos podrán tener los viajes limitados, de manera que solo puedan ir una vez a por ellas.
- Las reglas y consignas: para que los niños obtengan las monedas necesarias, los docentes podemos jugar con tres reglas, la primera será que puede coger las monedas que necesite por él mismo (situación de autocomunicación), otra forma de adquirirlas será pidiéndoselas a algún compañero o a la docente de forma oral (situación de comunicación oral) o por ultimo las podrá adquirir tras escribir en un papel las que necesita (situación de comunicación escrita).
- Variaciones en los sumandos: Según el número de productos que puedan adquirir los niños, trabajaremos las sumas de diferentes sumandos.

Situación 2: descomposición

Dada una determinada colección de monedas (e_t), los alumnos deben pedir al docente los productos del mercado que desean adquirir es decir, (e_{p1} y e_{p2}), de tal modo que la unión del valor de los productos sea el mismo que la cantidad de monedas total ($e_{p1}+e_{p2}=e_t$). Por cada producto elegido el docente le entregara un tique con el valor de este, para la posterior validación.

Consigna: “me tenéis que pedir los productos que queréis comprar. Tened en cuenta que cada producto lleva su precio en el tique, y que tenéis que poder pagarlos con el dinero que lleváis, sin que os sobre ni os falte”.

La colección e_t sería las monedas, mientras que las colecciones e_{p1} y e_{p2} los tiques de los productos.

En esta situación podemos introducir las siguientes variables didácticas:

- El campo numérico: en esta variable didáctica podemos jugar con las diferentes descomposiciones de los números.

Para ello el docente preparará el valor de las etiquetas de manera que para cada conjunto de monedas (e_t), solo haya unos posibles productos para adquirir (e_{p1} y e_{p2}) del conjunto total que conforma el mercado.

Ejemplo: si el alumno tiene cinco monedas y solo puede comprar dos productos, el docente deberá prever etiquetas en los productos de valor 3 y de valor 2 o de valor 4 y 1. Las demás restantes deberán ser valores diferentes a estos, de manera que el alumno solo pueda adquirir estos productos, aprendiendo de esta forma las diferentes descomposiciones de cada número.

También se puede variar el tamaño de los números según nuestros intereses o según las capacidades del alumno, ya que existen etiquetas con diferentes valores.

- Los objetos de las colecciones: en cuanto a los productos y etiquetas del mercado, los docentes en esta situación podemos decidir si los alumnos pueden manipularlo a la hora de resolver el problema o en su defecto deberán resolverlo sin manipulación.
- Número de viajes: los alumnos podrán tener los viajes limitados o no a la hora de comprar sus productos, de manera que al principio puedan ir a mirar sus monedas las veces que necesiten. Esto, les servirá como colección de referencia para determinar cuántos productos pueden comprar, según su valor. Más adelante, por el contrario, podemos limitar estos viajes de manera que tengan que hacer un control mental de sus monedas y de lo que vale cada producto.
- Las reglas y consignas: para que los niños obtengan los productos necesarios, los docentes podemos jugar con tres reglas, la primera será, que puede coger los productos que pueda comprar por él mismo (situación de autocomunicación),

otra forma de adquirirlos será, pidiéndoselas a algún compañero o a la docente de forma oral (situación de comunicación oral) o por ultimo los podrá adquirir tras escribir en un papel los valores de los productos que necesita (situación de comunicación escrita).

- Variaciones en los sumandos: Podemos decidir la cantidad de productos que pueden comprar, para trabajar las diferentes descomposiciones de los números.

6. Conclusiones

Tras la realización del presente trabajo de fin de grado, me gustaría señalar la importancia de conocer en profundidad como se desarrolla el aprendizaje de los niños y niñas en la etapa de infantil. En el caso del aprendizaje de las matemáticas saber que estrategias utilizan para resolver los diferentes problemas y que enfoque les debemos dar a estos para que el aprendizaje que obtengan sea significativo, duradero y lo más importante que lo sepan utilizar en diferentes contextos de su vida cotidiana es decir, que sea funcional, pues este es el objetivo principal de cualquier aprendizaje.

Esta formación y conocimientos nos ayudaran también a tener un espíritu crítico a la hora de determinar qué podemos o qué debemos enseñar a nuestros alumnos. Como bien sabemos todos los docentes el currículum infantil es fundamental en nuestra labor, pero en mi opinión este no debe considerarse como algo inalterable sino como un modelo que nos guiará y nos ayudará a organizar nuestras enseñanzas, pero siempre podemos contrastarlo con otros especialistas o autores que nos ayuden a mejorarlo o completarlo. Como es el caso de las operaciones aritméticas que como hemos podido demostrar en este trabajo, aunque no estén recogidas en el currículum actual de manera explícita, los alumnos de infantil poseen las destrezas suficientes para realizarlas siempre y cuando les guiemos y les formemos adecuadamente para este proceso.

También es muy importante no solo ser crítico con lo que podemos o no enseñar sino con que materiales o métodos vamos a trabajar. Los docentes debemos antes de adquirir cualquier material o recurso, realizar un exhaustivo análisis identificando posibles carencias o incompletitudes. Ya que como hemos podido observar en el cuadernillo de actividades matemáticas “Muchas mates” los problemas aritméticos a los que son sometidos los alumnos en algunas ocasiones carecen de contextos realistas y

significativos, utilizando métodos poco constructivistas donde no se le ofrece la oportunidad al alumno de autovalidar sus respuestas, convirtiéndolos así en aprendices pasivos.

Para finalizar quiero subrayar que realizar este trabajo ha sido muy enriquecedor, me ha ayudado a sentirme una futura docente mucho más preparada para enseñar correctamente la actividad matemática, así como a tener un espíritu más crítico a la hora de elegir o diseñar recursos didácticos.

Referencias bibliográficas

Ávila, A. (2001). El maestro y el contrato en la teoría brousseauiana. *Educación matemática*, 13(3), 5-21.

Belmonte, J.M. (2007). *Evolución de las nociones temporales en alumnos de educación primaria*. (Tesis inédita de doctorado). Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Blaye, A. (1994). Interacctions sociales et constructions cognitives. En N. Bernanz y C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs*. Quebec: Cirade

Briand, J. y Chevalier, M. C. (1995). *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des Mathématiques*. París: Hatier.

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de la Matemática. *Recherches en didactique des mathematiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (2000). Educación y didáctica de las matemáticas. *Educación matemática*, 12(1), 5-38.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. (Vol. 7) Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Castela, C. (2009). *La noción de praxeología: un instrumento de la teoría antropológica de lo didáctico posible útil para la socioepistemología*. En Lestón, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1195-1205). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C

- Chamorro, C. (1991) *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas*. Madrid: Alhambra Longman.
- Chamorro, M.C. (2005). Aritmética informal. En M.C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las matemáticas en educación infantil* (pp. 221-254). Madrid: Pearson Educación.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Cid, E., Godino, J. D., & Bernabeu, M. D. C. B. (2003). *Sistemas numéricos y su didáctica para maestros*. Granada: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- GOBIERNO, D. E. (2006). Real decreto 1630/2006, del 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas del segundo ciclo de Educación Infantil. *Boletín oficial del Estado*, 4, 474, 482.
- Panizza, M. (2003). Enseñar matemáticas en el nivel inicial y primer ciclo de la EGB. Buenos Aires: Paidós.
- Ruiz-Higueras, L. (2005). Aprendizaje y matemáticas. La construcción del conocimiento matemático en la Escuela Infantil. En M.C. Chamorro (Coord.), *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil* (pp. 1-38). Madrid: Pearson Educación.

Anexos

Anexo 1: tablas de estrategias para resolver problemas aditivos

Utilizando como referencia a Lemaire (2002), citado por Chamorro (2005), en el siguiente cuadro (tabla 1) se detallan las estrategias usadas por los alumnos de educación infantil para resolver problemas aditivos en los que hay que realizar una suma.

Estrategia	Descripción	Ejemplo
Conteo: contar con los dedos a partir de 1	Cada número del problema se representa con los dedos. Después el niño cuenta los dedos, empezando por 1.	Para resolver 3 + 4, el niño cuenta 3 dedos en una mano, después 4 en la otra. A continuación, recuenta todos los dedos empezando por 1.
Conteo: conteo verbal a partir de 1.	El niño cuenta mentalmente comenzando por 1.	Para hacer 3 + 4, efectúa mentalmente 1, 2, 3, después 4, 5, 6, 7.
Conteo: conteo verbal empezando por el primer número.	El niño inicializa un contador interno para el primer operador, después incrementa mentalmente el contador en pasos de 1, y así tantas unidades como estén contenidas en el segundo número.	Para resolver 3 + 4 el niño hace: (3), 4, 5, 6, 7.
Mínimo: conteo verbal empezando por el mayor de los dos números (minimizar el número de pasos a contar)	El niño inicializa un contador interno con el mayor de los dos números, después incrementa este contador en pasos de 1, tantas unidades como haya contenidas en el menor de los dos números.	Para resolver 3 + 4, el niño hace: (4), 5, 6, 7.
Descomposición: cálculo a partir de hechos numéricos derivados	Uno de los dos operandos se descompone en dos números, de manera que uno de los dos números dé justamente 10 una vez añadido al otro operando. El otro número es añadido entonces a esta suma.	Para resolver 8 + 4, el niño hace: 4 + 2 = 6; 6 + 2 = 8; 8 + 2 = 10; 10 + 2 = 12.
Recuperación: recuperación en memoria	El niño recupera directamente la solución almacenada en la memoria.	Para hacer 8 + 4, responde directamente 12.

Adivinanza	El niño dice haber adivinado la solución.	
------------	---	--

Tabla 1. Procedimientos de suma en educación infantil (Chamorro, 2005, p. 229-230).

Por su parte, la tabla 2 sintetiza las estrategias utilizadas por niños de educación infantil en la resolución de problemas aditivos que implican la realización de una resta.

Estrategia	Descripción	Ejemplo
Contar los objetos	Cada número del problema se representa por objetos. Los objetos que representan el número que hay que sustraer se quitan. Los objetos que quedan constituyen la respuesta.	Para resolver $4 - 2$, el niño junta 4 objetos y quita 2. Los 2 objetos restantes constituyen la respuesta.
Añadir objetos	El número sustraído se representa por objetos. Después, el niño añade tantos objetos como sea necesario para formar el número del que se sustrae.	Para resolver $4 - 2$, el niño toma 2 objetos, después añade 2 para obtener 4. Los 2 objetos añadidos indican la respuesta.
Emparejar	Dos hileras de objetos representando cada una de las cantidades que constituyen los operandos. Los objetos de una hilera se emparejan con los de la otra. Los objetos restantes indican la diferencia.	Para hacer $4 - 2$, se disponen 4 objetos enfrentados a 2 objetos. Los 2 objetos no emparejados indican que la diferencia es 2.
Contar con los dedos	El niño levanta tantos dedos como indica el número del que hay que quitar, después baja tantos dedos como indica el número a sustraer.	Para hacer $4 - 2$, el niño levanta 4 dedos, después baja 2 y cuenta los dedos que quedan levantados.
Contar a partir del número del que hay que sustraer	El niño cuenta verbalmente, en sentido creciente (incremento), a partir del número que va a sustraer. Se para cuándo ha alcanzado el número del que hay que restar. La cantidad de números contados indica la diferencia.	Para hacer $4 - 2$, el niño cuenta: (2), 3, 4: la respuesta es 2.
Contar hacia atrás a partir del número del que hay que	El niño cuenta hacia atrás (disminución) a partir del	Para hacer $4 - 2$, el niño cuenta: (4), 3, 2, e indica 2

sustraer	número del que hay que quitar. Se para cuando la disminución es igual al número que hay que sustraer. La cantidad de números contados es la respuesta.	como respuesta.
Recuperación en memoria	Recupera directamente la solución almacenada en la memoria.	Para hacer $4 - 2$, el niño recupera directamente 2 de la memoria.

Tabla 2. Procedimientos de resta en educación infantil (Chamorro, 2005, p. 230)

Anexo 2: Ilustraciones problemas de combinación del cuaderno “Muchas mates”.

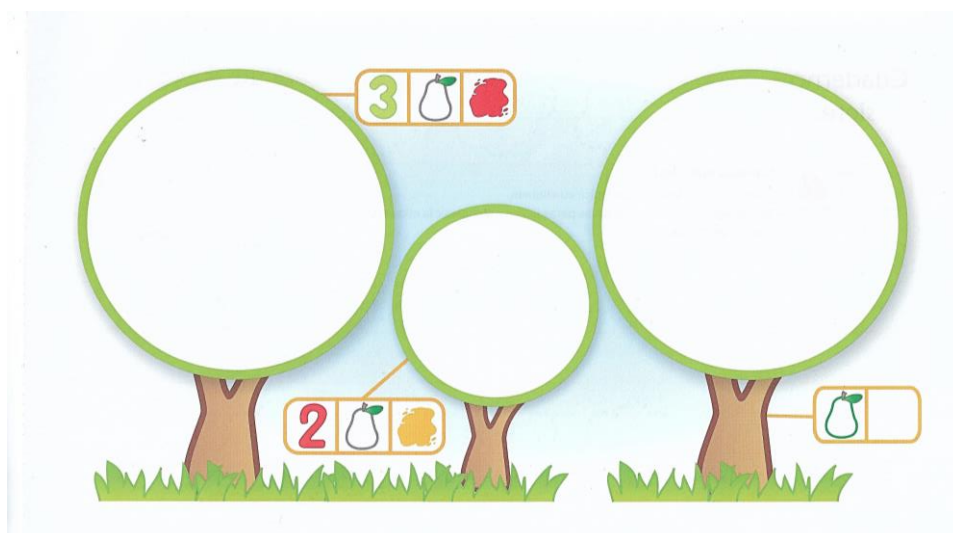


Ilustración 14. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

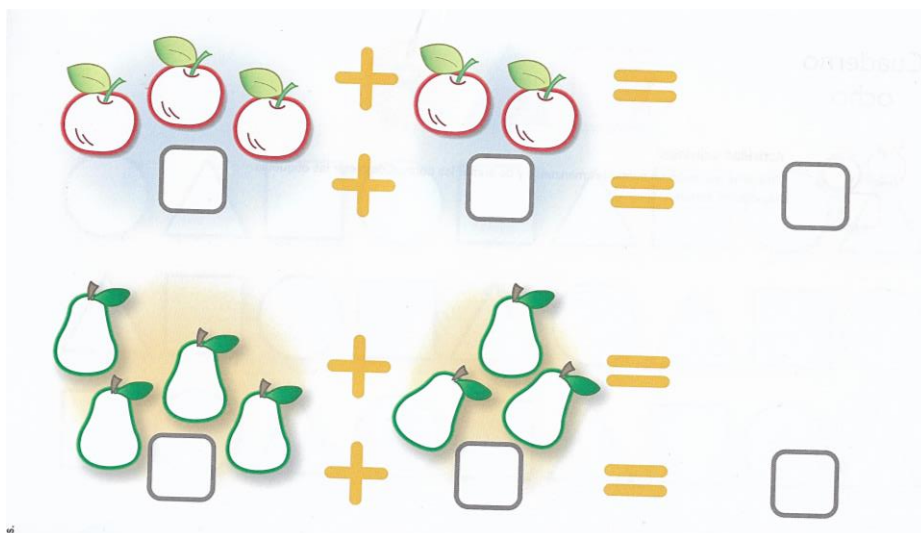


Ilustración 15. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

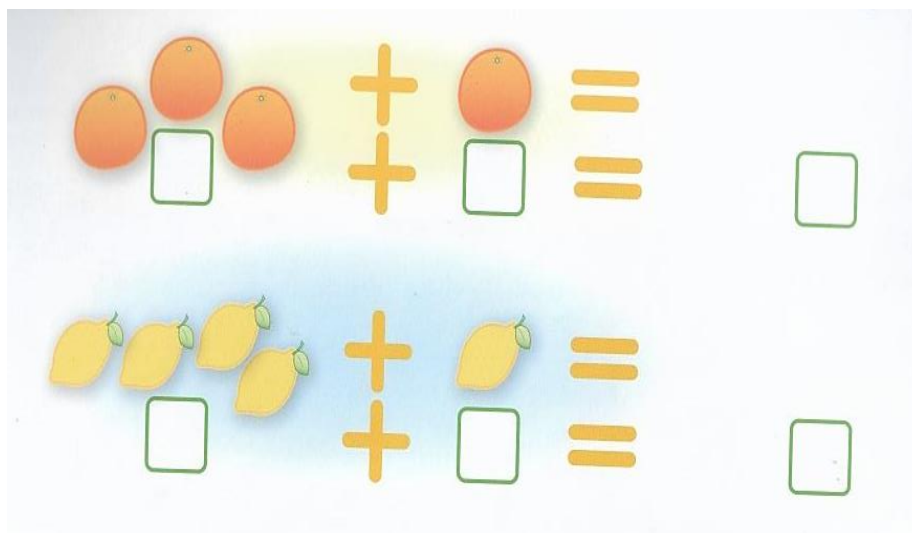


Ilustración 16. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

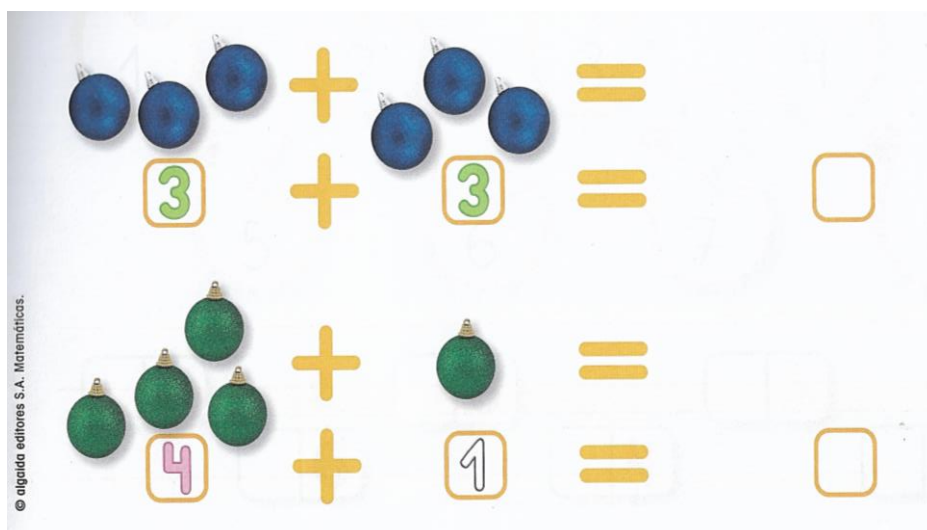


Ilustración 17. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

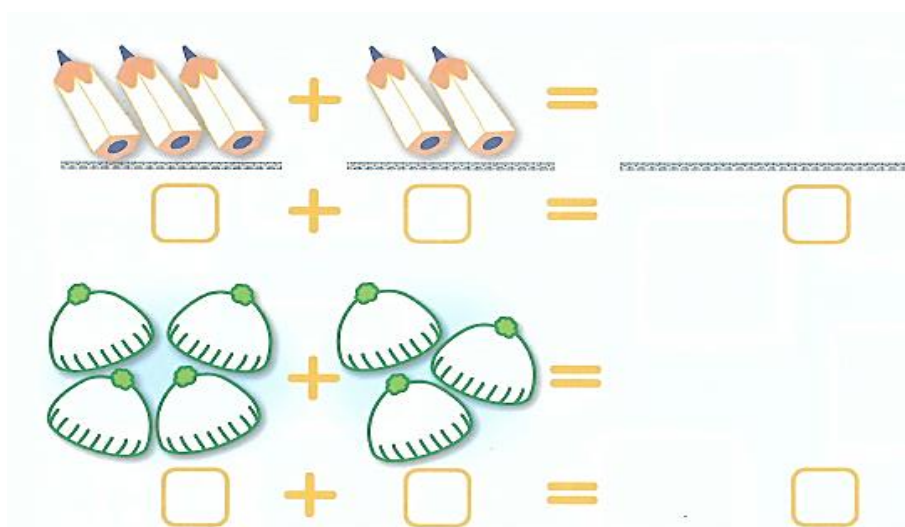


Ilustración 18. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

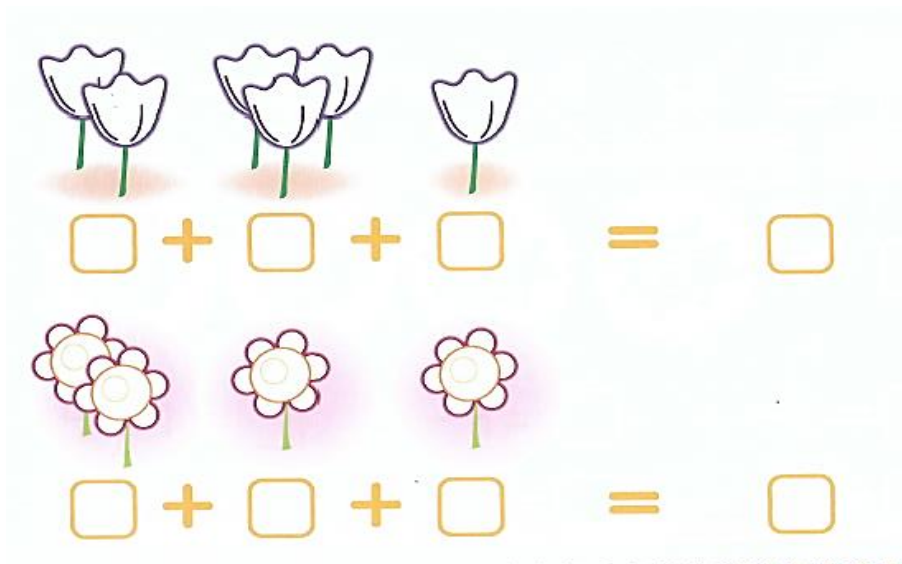


Ilustración 19. Ejercicio de combinación (Parte-parte) con tres sumandos del cuaderno “Muchas mates”.

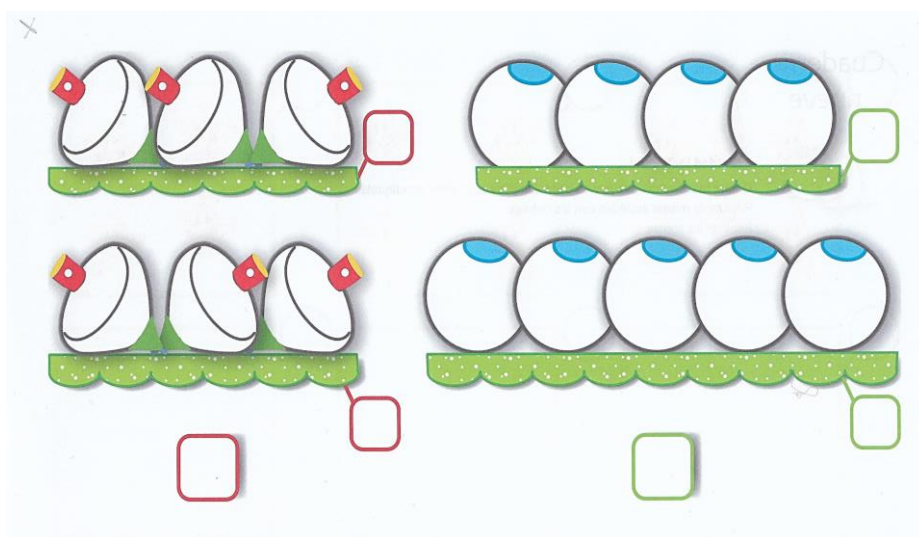


Ilustración 20. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

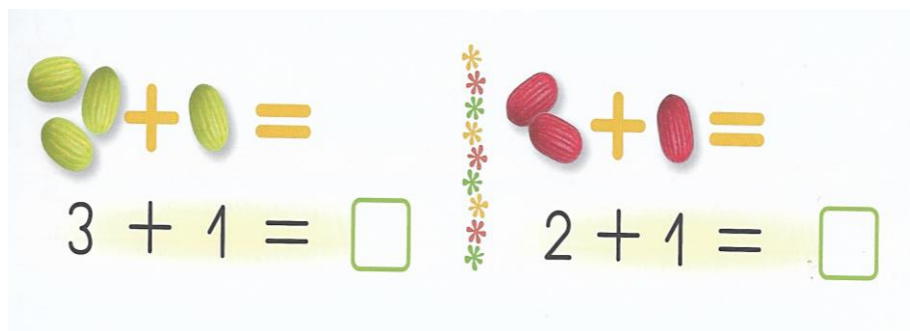


Ilustración 21. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

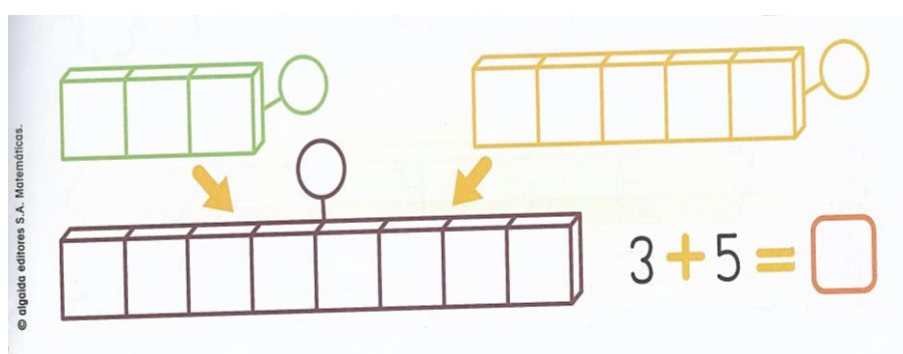


Ilustración 22. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.



Ilustración 23. Ejercicio de combinación (Parte-parte) con 4 sumandos del cuaderno “Muchas mates”.

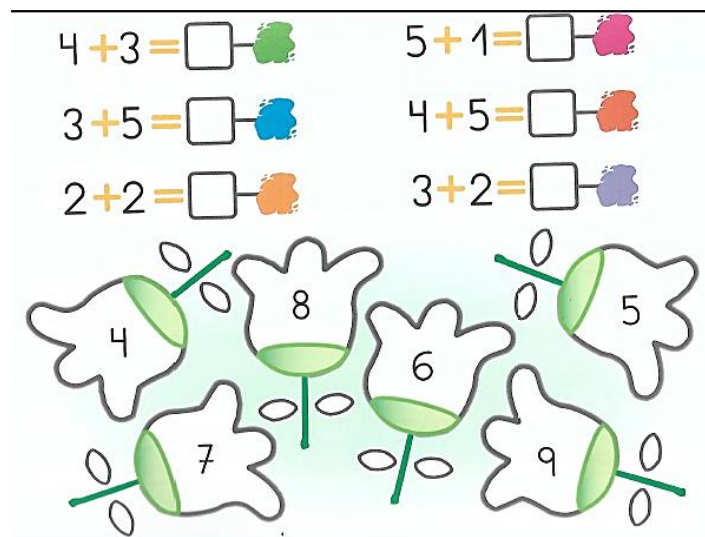


Ilustración 24. Ejercicio de combinación (Parte-parte) del cuaderno “Muchas mates”.

Anexo 3: ejercicios de cambio del cuaderno “Muchas mates”.

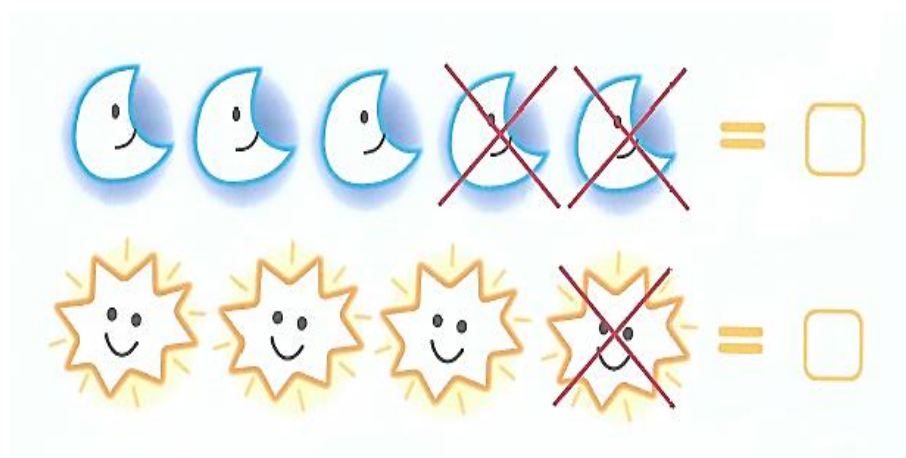


Ilustración 25. Ejercicios de cambio del cuaderno “Muchas mates”.

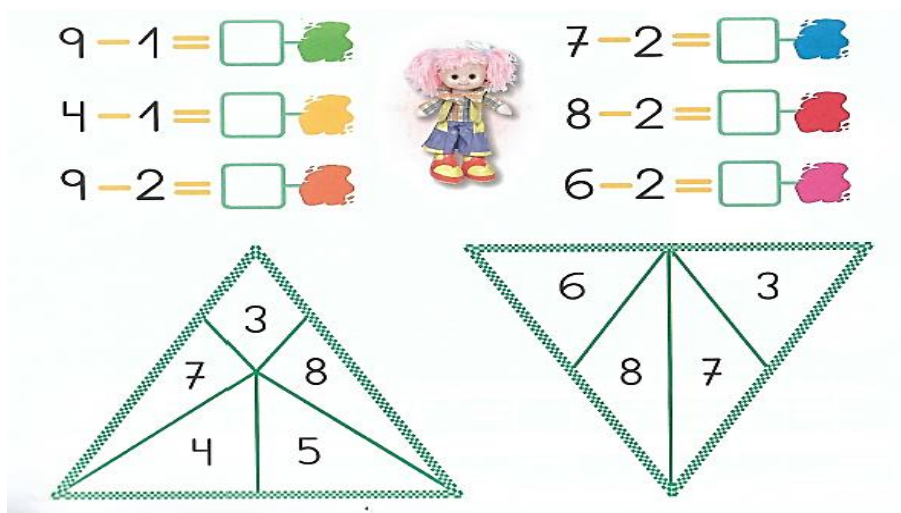


Ilustración 26. Ficha de ejercicios de cambio del cuaderno “Muchas mates”.

Anexo 4: Ejercicio de comparación del tipo “más que” en el cuaderno “Muchas mates”.

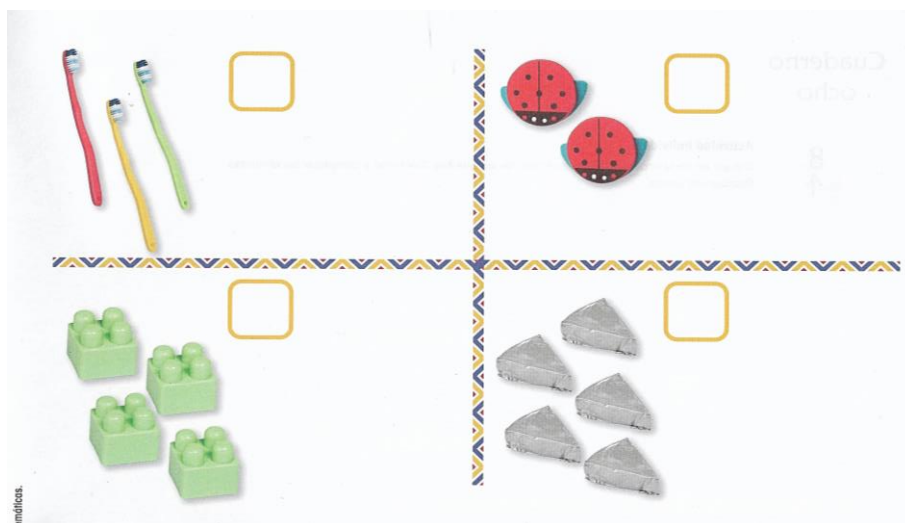


Ilustración 27. Ejercicio de comparación del tipo “más que” en el cuaderno “Muchas mates”.

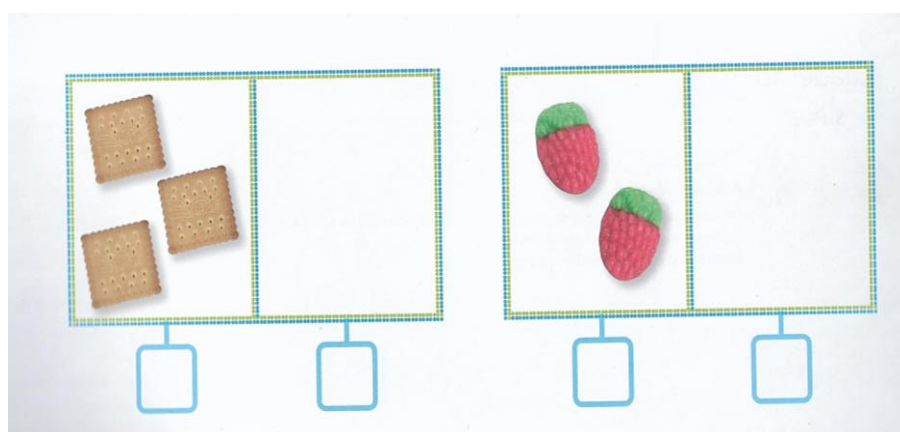


Ilustración 28. Ejercicio de comparación del tipo “más que” en el cuaderno “Muchas mates”.

Anexo 5: Ejercicios de operaciones aritméticas de adición y sustracción del cuaderno “Muchas mates”.

$$3+1+1=\square \quad 2+2+3=\square$$

Ilustración 29. Ejercicio de operaciones aritméticas aditivas del cuaderno “Muchas mates”

$$\begin{array}{cc} 5+2+2=\square & 4+3+1=\square \\ 6+1+1=\square & 5+2+1=\square \end{array}$$

Ilustración 30. Ejercicio de operaciones aritméticas aditivas del cuaderno “Muchas mates”

$$\begin{array}{ccccc} 3+3=\square & 4+1=\square & 5+2=\square & & \\ \begin{array}{r} 3 \\ +1 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{r} 4 \\ +5 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{r} 3 \\ +2 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{r} 4 \\ +3 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{r} 1 \\ +4 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Ilustración 31. Ejercicio de operaciones aritméticas aditivas del cuaderno “Muchas mates”

$4 - 1 = \square$	$5 - 4 = \square$	$6 - 2 = \square$
$2 - 1 = \square$	$7 - 3 = \square$	$9 - 8 = \square$
$\begin{array}{r} 4 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 3 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -3 \\ \hline \end{array}$
	$\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -5 \\ \hline \end{array}$

Ilustración 32. Ejercicio de operaciones aritméticas sustractivas del cuaderno “Muchas mates”

$\begin{array}{r} 4 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5 \\ -1 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 7 \\ -2 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--	--

Ilustración 33. Ejercicio de operaciones aritméticas sustractivas del cuaderno “Muchas mates”