



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

**ESTUDIO COMPUTACIONAL DEL
CONTACTO RUEDA-CARRIL PARA
EL DESARROLLO DE TABLAS
PRECALCULADAS DE CONTACTO.**

Alumno/a: Antonio Jesús Cortés Pérez

Tutor: Prof. D. Javier F. Aceituno

Depto.: Ingeniería Mecánica y Minera

Mayo, 2022



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Campus Científico – Tecnológico de Linares

Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera

Don Javier Fernández Aceituno como tutor del Trabajo Fin de Grado titulado: Estudio computacional del contacto rueda-carril para el desarrollo de tablas precalculadas de contacto, autoriza su presentación para la defensa y evaluación en el Campus Científico – Tecnológico de Linares.

Jaén, mayo de 2022.

El alumno:

El tutor:

Antonio Jesús Cortés Pérez

Javier Fernández Aceituno

Agradecimientos:

Quiero dedicarles este trabajo a todas aquellas personas que directa o indirectamente me han ayudado a poder llevarlo a cabo:

En primer lugar, a toda mi familia, mis padres Antonio y Trinidad y mi hermano Rubén, que tanto apoyo me han dado, removiendo cielo y tierra si fuera necesario. A mi tío Ildefonso, por su experiencia en Renfe. A Lucía que, con su cariño, también ha aportado su granito de arena.

También se merece mi agradecimiento el tutor de este trabajo, Javier, que humildemente me dedicó su tiempo para concederme la oportunidad de realizar el proyecto y orientarme.

A Juan, técnico de ADIF, por su ofrecimiento en las prácticas y todas las personas que me acompañaron.

A todos, siempre les estaré agradecido, sin ellos, todo esto no hubiese sido posible.

ÍNDICE GENERAL

1. Resumen y Objetivos	7
1.1. Resumen	8
1.2. Abstract.....	9
1.3. Objetivos.....	10
2. Introducción	11
2.1. Introducción a la dinámica ferroviaria computacional	12
2.2. Ecuaciones de movimiento de los sistemas mecánicos.	14
2.3. Partes básicas de un tren	15
2.4. Partes básicas de la vía	19
2.5. Conicidad, oscilación cinemática, movimiento y estabilidad	21
3. Conceptos previos	29
3.1. Introducción.....	30
3.2. Teoría de curvas.....	30
3.3. Geometría de la vía.....	34
3.4. Sistemas de referencia	37
3.5. Teorías de contacto	40
4. Cinemática del Contacto rueda-carril	43
4.1. Introducción.....	44
4.2. Cinemática del eje ferroviario	44
4.3. Cinemática de la vía	47
4.4. Formulaciones de contacto rueda-carril	48
4.5. Simplificación del contacto con restricciones	50
4.6. Inclusión de las irregularidades de vía	51
5. Generación de tablas precalculadas de contacto rueda-carril en Matlab	53
5.1. Determinación de perfiles rueda-carril reales.....	54
5.2. Funciones cinemáticas para obtener los puntos de contacto rueda-carril. 60	
5.3. Formulación del contacto	62
5.4. Determinación del contacto en flanco	64
5.5. Algoritmo de cálculo de la tabla precalculada.....	64
6. Resultados	71
6.1. Descripción general de los estudios	72
6.2. Perfil de rueda cónica simple.....	72
6.3. Perfil de rueda mediante ajuste polinómico de grado 3 y 5.....	75

6.4.	Perfil de rueda real S1002 y S1002 con desgaste.....	78
6.5.	Variación del ancho de vía (irregularidades).....	82
6.6.	Coste computacional	88
7.	Conclusiones y trabajos futuros	90
7.1.	Conclusión.....	91
7.2.	Aplicaciones de este TFG.....	92
7.3.	Trabajos futuros.....	92
8.	Bibliografía.....	93
8.1.	Libros y artículos consultados	94
8.2.	Normativa	95
8.3.	Videos de interés	95
9.	Anexos.....	96
9.1.	Programa Matlab	97
9.2.	Planos	100

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1:	Sobreanchos para trazado de curvas.....	36
Tabla 2:	Ejemplo tabla de resultados.....	66
Tabla 3:	Características del PC con el que se ha realizado la simulación	88
Tabla 4:	Resultados coste computacional.....	89

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Tren de alta velocidad Renfe S-130 con ancho de vía variable	12
Figura 2: Representación tren en curva. Pivote de los bogies. Fuente: Wikipedia.....	13
Figura 3: Izquierda: Coches serie 2.000 de Renfe conocidos como "Arco" Derecha: Plataforma Renfe de 2 ejes tipo MQ (serie internacional Kgs).....	15
Figura 4: Partes básicas de un bogie tipo "Gran Confort":.....	16
Figura 5: Izquierda: Eje montado de un bogie Gran Confort.....	17
Figura 6: Representación de las partes de una rueda de ferrocarril	18
Figura 7: Perfil Vignole UIC 54. Partes	19
Figura 8: Izquierda: Perfil de garganta. Derecha: Perfil de bloque. Fuente: ArcelorMittal..	19
Figura 9: Posición de equilibrio de un eje montado	22
Figura 10: Eje montado en el movimiento de lazo inestable	23
Figura 11: Tipos de movimiento lateral en función de las conicidades [2]	25
Figura 12: Fenómeno de descarrilo del tren	26
Figura 13: Fuerzas laterales de un tren en curva. Comparación con el sistema Talgo. Fuente: Trains Magazine	27
Figura 14: Partes de un desvío	28
Figura 15: Parámetros para describir una superficie en general [11]	31
Figura 16: Sistema de referencia en el carril. Parámetros de superficie del carril	32
Figura 17: Parámetros de superficie de la rueda y del carril.....	33
Figura 18: Representación trazado de vía. Rectas, curvas y clotoideas. [5].....	34
Figura 19: Poste información del desnivel	35
Figura 20: Peralte y ancho de vía.....	35
Figura 21: Medición del ancho de vía por parte del autor	36
Figura 22: Sistemas de referencia para una simulación computacional [11].....	37
Figura 23: Esquema sistemas de referencia móviles y definición de distintos vectores de posición en ellos	39
Figura 24: Diferentes tipos de contacto. Fuente: [8].....	40
Figura 25: Contacto Hertziano. Fuente: Internet	41
Figura 26: Velocidades en la zona de contacto.....	42
Figura 27: Áreas de adhesión y deslizamiento en un contacto tangencial [8]	42
Figura 28: Vectores del eje y rueda	45
Figura 29: Detalle de los parámetros de superficie del perfil de la rueda.....	45
Figura 30: Vectores carril	47
Figura 31: Sistemas de referencia, vectores tangentes y vectores de posición	49
Figura 32: Irregularidades de vía distribuidas [1].....	51
Figura 33: Desplazamientos verticales y/o horizontales del trazado ideal.	52
Figura 34: Mallado del perfil de la rueda en AutoCAD.	54
Figura 35: Mallado del perfil del carril en AutoCAD.....	55
Figura 36: Puntos de la cabeza del carril.	55
Figura 37: Puntos en el perfil de rueda.	56
Figura 38: Izquierda: Medición del espesor y altura de pestaña. Derecha: Comprobación de los límites de desgaste.	56
Figura 39: Algoritmo para generar perfiles de rueda mediante curvas polinómicas.	57
Figura 40: Generación del perfil cónico con polinomio de grado 1.	57
Figura 41: Generación del perfil cónico con polinomio de grado 5.....	58
Figura 42: Algoritmo de cálculo de las diferencias finitas.	59
Figura 43: Algoritmo para el cálculo del vector posición de la rueda.	60
Figura 44: Algoritmo para el cálculo del vector posición del carril.	61
Figura 45: Algoritmo de cálculo de las restricciones de contacto.	62

Figura 46: Función para ensamblar las restricciones de contacto.....	63
Figura 47: Algoritmo de cálculo de las restricciones de contacto en el flanco.....	64
Figura 48: Algoritmo para el cálculo de la tabla solución.	65
Figura 49: Función "representar_puntos_contacto".....	67
Figura 50: Entrada función "animarPerfilReal".....	68
Figura 51: Cálculo puntos de contacto en la función "animarPerfilReal".	68
Figura 52: Salida función "animarPerfilReal".	69
Figura 53: Sintaxis de las funciones para realizar videos.	70
Figura 54: Simulación del perfil cónico simple.....	72
Figura 55: Distribución de los puntos de contacto en el carril para un perfil cónico simple.....	73
Figura 56: Distribución de los puntos de contacto en la rueda cónica simple.	73
Figura 57: Desplazamientos del eje para perfil de rueda cónica simple.	74
Figura 58: Ángulo de roll para perfil de rueda cónica simple.	74
Figura 59: Simulación del perfil cónico de grado 3.....	75
Figura 60: Puntos de contacto en el carril para un perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).....	75
Figura 61: Puntos de contacto en la rueda para un perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).....	76
Figura 62: Desplazamientos del eje para perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).....	76
Figura 63: Ángulos de roll para perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).	77
Figura 64: Puntos de contacto para perfil S1002 y carril UIC 60.....	78
Figura 65: Problemas de penetración debido al inexistente contacto en flanco.	78
Figura 66: Doble punto de contacto. Perfil S1002.....	79
Figura 67: Diferencias perfil S1002 con y sin desgaste.....	79
Figura 68: Problemas de contacto conforme.	80
Figura 69: Contacto conformal y no conforme.....	80
Figura 70: Desplazamientos del eje para los distintos casos de perfiles de rueda real. Caso a (izquierda), caso b (derecha).	81
Figura 71: Ángulo de roll para los distintos casos de perfiles de rueda real. Caso a (izquierda), caso b (derecha).....	82
Figura 72: Desplazamientos para distintos anchos de vía en un perfil polinómico de grado 5 83	83
Figura 73: Ángulo de roll para distintos anchos de vía en un perfil polinómico de grado 5.....	84
Figura 74: Variación de los parámetros de superficie del carril para perfil de grado 5.....	84
Figura 75: Variación de los parámetros de superficie de la rueda para perfil de grado 5.....	85
Figura 76: Desplazamientos del eje para distintas irregularidades de vía y perfil S1002.....	85
Figura 77: Ángulo de roll para distintos anchos de vía y perfil S1002.....	86
Figura 78: Parámetros de superficie del carril para la simulación del perfil de rueda S1002.	87
Figura 79: Parámetros de superficie de la rueda para la simulación del perfil de rueda S1002.	87
Figura 80: Proporción del tiempo empleado para la simulación 89	89
Figura 81: Función principal para perfiles cónicos simples. Carga de datos.....	97
Figura 82: Función principal para perfiles cónicos simples. Resolución 97	97
Figura 83: Función principal para perfiles reales. Carga y preprocesado de datos.....	98
Figura 84: Función principal para perfiles reales. Resolución.....	98
Figura 85: Función principal para perfiles reales. Resolución flanco y remonte.....	99

1. Resumen y Objetivos

1.1. Resumen

Los avances en la tecnología del transporte ferroviario, como el resto de la industria, van acompañados de un crecimiento de las simulaciones y estudios computacionales en softwares cada vez más especializados.

El contacto rueda-carril es el fenómeno que más caracteriza la dinámica ferroviaria y que ha sido estudiado en numerosas ocasiones a lo largo de los siglos. En este sentido, se encauza este trabajo.

El objeto y finalidad del mismo se divide en los siguientes puntos:

- Realizar un estudio de los fundamentos y conceptos previos de dinámica ferroviaria, analizando las características más relevantes que influyen en la dinámica los vehículos ferroviarios.
- Diseño de las geometrías de distintas combinaciones de rueda-carril, partiendo de los análisis realizados sobre el terreno y la normativa reguladora existente.
- Realizar un estudio del programa informático empleado, para perfeccionar los conocimientos necesarios de programación.
- Desarrollo de un algoritmo de cálculo para la obtención de tablas precalculadas del contacto.

1.2. Abstract

Advances in rail transport technology, like the rest of the industry, are accompanied by a growth in simulations and computational studies in increasingly specialized software.

Wheel-rail contact is the phenomenon that most characterizes railway dynamics and has been studied numerous times over the centuries. In this sense, this work is channeled. The object and purpose of the same is divided into the following points:

- Carry out a study of the fundamentals and previous concepts of railway dynamics, analyzing the most relevant characteristics that influence the dynamics of railway vehicles.
- Design of the geometries of different wheel-rail combinations, based on the analyzes carried out on the ground and the existing regulations.
- Carry out a study of the computer program used, to perfect the necessary knowledge of programming.
- Development of a calculation algorithm to obtain precalculated contact tables.

1.3. Objetivos

El objetivo fundamental de este TFG es el de desarrollar un algoritmo numérico para la creación de tablas precalculadas de contacto rueda-carril, las cuales son utilizadas en la simulación numérica de vehículos ferroviarios. Dicho algoritmo implementado en Matlab, constará de varias sub-funciones que emplearán distintas combinaciones de perfiles rueda-carril reales y se analizarán los resultados cinemáticos producidos en relación a posición relativa de los ejes ferroviarios en la vía.

Para tal fin, se identifican los siguientes objetivos:

- 1) Búsqueda bibliográfica relativa a los fundamentos de dinámica ferroviaria y del uso de sistemas de referencia móviles.
- 2) Obtención de la geometría de distintas combinaciones de rueda-carril.
- 3) Desarrollo y programación de un algoritmo matemático que permita el cálculo de los vectores posición de los puntos de contacto en distintos sistemas de referencia.
- 4) Analizar el punto de contacto, en función del movimiento del eje.
- 5) Representación gráfica de los resultados.

Se justifica este objetivo ya que, en una simulación numérica en la que se pretenda estudiar el comportamiento dinámico de los vehículos ferroviarios, se deben seguir los siguientes pasos fundamentales:

- El primero es el paso de geometría, en el que se determinan las ubicaciones de los puntos de contacto entre la rueda y el carril.
- El segundo es el paso cinemático, en el que se determinan cantidades cinemáticas normalizadas llamadas “*creepages*” que miden las velocidades relativas entre la rueda y el carril en los puntos de contacto.
- En el tercer paso, llamado paso dinámico, se determinan las fuerzas que actúan sobre la rueda y el raíl como resultado del contacto.

2. Introducción

2.1. Introducción a la dinámica ferroviaria computacional

Durante más de un siglo los trenes se han utilizado para el transporte de mercancías y viajeros, pero en las últimas décadas, se han producido grandes avances en la tecnología del transporte ferroviario. La seguridad y el confort son preocupaciones primordiales a medida que aumentan las velocidades de operación del tren.

Los trenes de alta velocidad (**Figura 1**) están diseñados para garantizar operaciones seguras al intentar identificar y eliminar las causas del descarrilamiento. La comodidad, por otro lado, se puede lograr controlando las fuentes de ruido y vibraciones no deseadas.



Figura 1: Tren de alta velocidad Renfe S-130 con ancho de vía variable

Estos modernos trenes, tienen sistemas mecánicos complejos que, utilizando técnicas de mecánica computacional, pueden analizarse y diseñarse mejor, permitiendo reducir el número de ensayos experimentales, con el consecuente ahorro económico en las fases de desarrollo de los vehículos ferroviarios. Para ello, es necesario desarrollar modelos matemáticos detallados de convoyes ferroviarios de alta velocidad para estudiar, por ejemplo, el comportamiento dinámico de los vehículos, mejorar los diseños existentes y desarrollar otros nuevos. Además de desarrollar pautas de seguridad para diferentes condiciones de operación y carga.

Los avances recientes en los campos de la mecánica computacional y los métodos numéricos son directamente aplicables en el análisis dinámico no lineal de sistemas de vehículos ferroviarios. La no linealidad se debe a varios factores, como la geometría de la rueda y del carril, la mecánica del contacto, la rotación de algunos componentes, la flexibilidad de los elementos que forman el sistema o simplemente la geometría del trazado, como cuando un tren viaja por una curva (**Figura 2**).

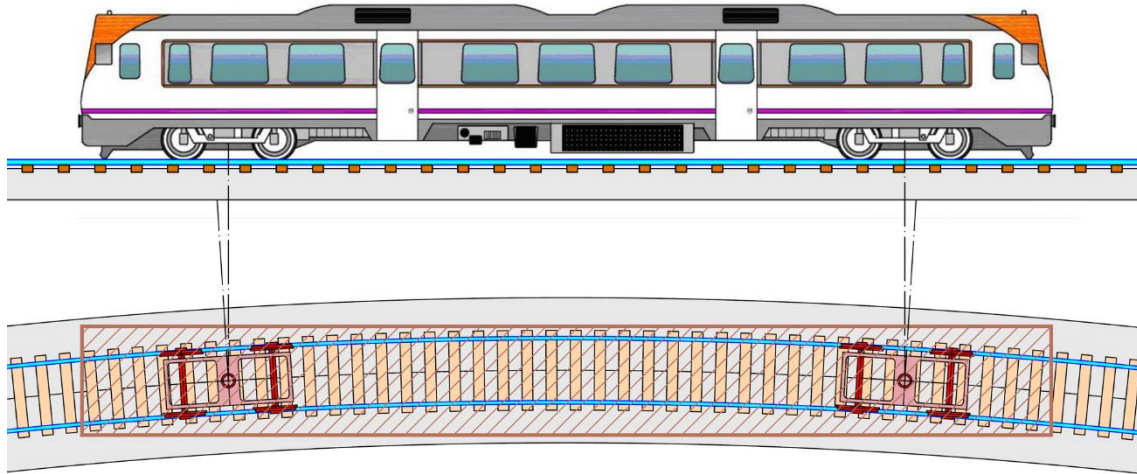


Figura 2: Representación tren en curva. Pivote de los bogies. Fuente: Wikipedia

El estudio del comportamiento dinámico de varios sólidos en el espacio sujetos a distintas restricciones se denomina dinámica de sistemas multicuerpo y se ocupa de desarrollar y resolver las ecuaciones no lineales del movimiento del sistema mecánico. Sin embargo, los vehículos ferroviarios tienen como peculiaridad dos problemas fundamentales: la geometría (de la superficie de la rueda y el carril) y los problemas de contacto. Por lo que deben de tenerse en cuenta en la formulación de las ecuaciones de movimiento y en la formulación del contacto rueda-carril. Este último apartado será el objetivo principal de este trabajo.

2.2. Ecuaciones de movimiento de los sistemas mecánicos.

Las ecuaciones de movimiento de los sistemas mecánicos se pueden formular utilizando el enfoque newtoniano o lagrangiano.

El enfoque newtoniano, el equilibrio de cada cuerpo se estudia primero por separado, debido a que, las **fuerzas** son la base del origen del movimiento. Se puede utilizar para sistemas relativamente simples, pero no es adecuado para el análisis de sistemas complejos como los vehículos ferroviarios. Partiendo de la segunda ley de Newton ($F = m \cdot \ddot{a}$) y del teorema de Euler, el cual establece que la suma de los momentos debidos a las fuerzas aplicadas más la suma de los pares es igual a la derivada temporal del momento angular, se puede definir las ecuaciones del enfoque newtoniano:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \boldsymbol{\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \cdot \mathbf{I}_3 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{cm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{cm} \\ \boldsymbol{\alpha} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}_{cm} \cdot \boldsymbol{\omega} \end{pmatrix}$$

Donde $\mathbf{F}$ es el vector de fuerzas, m es la masa del objeto, $\mathbf{I}_3$ es la matriz identidad de 3x3, $\mathbf{a}_{cm}$ es la aceleración del centro de masas, $\boldsymbol{\tau}$ es el par total que actúa sobre el centro de masa, $\boldsymbol{\alpha}$ es la aceleración angular y $\boldsymbol{\omega}$ la velocidad angular

En el enfoque lagrangiano, **el trabajo virtual y las energías** cinética y potencial se pueden utilizar para desarrollar las ecuaciones de movimiento. La principal ventaja de la mecánica lagrangiana es que no tenemos que considerar las fuerzas de las restricciones y dadas las energías cinéticas y potenciales totales del sistema.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L(q_i(t), \dot{q}_i(t), t)}{\partial \dot{q}_i(t)} \right) - \left(\frac{\partial L(q_i(t), \dot{q}_i(t), t)}{\partial q_i(t)} \right) = 0$$

Donde L se denomina como el “Lagrangiano” y representa la energía cinética total del sistema (es decir, la suma de las energías cinéticas de las partículas). Esta función depende de $q_i(t)$ (cada grado de libertad del sistema se representa con una coordenada generalizada), $\dot{q}_i(t)$ es la derivada temporal de las coordenadas generalizadas y t es la variable temporal.

El problema para conocer el movimiento de cada sólido rígido en el espacio depende de 6 variables si utilizamos un sistema de referencia tradicional cartesiano (x , y , z), asociadas a los grados de libertad independientes de cada sólido (3 variables de traslación y 3 de rotación). Sin embargo, este número de variables por sólido puede reducirse si se formulan las ecuaciones del movimiento únicamente en coordenadas independientes (es decir, en grados de libertad), de forma que, a través de las restricciones al movimiento que pueda tener el sistema entre los distintos sólidos que lo forman, se reduce el número de ecuaciones del movimiento únicamente al número de grados de libertad del sistema. Se obtiene un sistema de ecuaciones diferenciales se pueden integrar numéricamente, aunque estas ecuaciones son computacionalmente más costosas de resolver.

2.3. Partes básicas de un tren

En esta sección, se mostrará brevemente los elementos principales de los vehículos ferroviarios, que pueden identificarse como: eje ferroviario, bogie y vagón.

2.3.1. Vehículos ferroviarios:

Cada **vagón**, usualmente denominados “**coches**” para los vehículos destinados al transporte de viajeros, incluyen carrocería, elementos de suspensión, cojinetes, bogies (**Figura 3**) que pueden tener movimientos independientes. El movimiento de estos componentes, sin embargo, puede no ser completamente libre y estar sujeto a restricciones cinemáticas que son el resultado de uniones mecánicas y trayectorias de movimiento especificadas.



Figura 3: Izquierda: Coches serie 2.000 de Renfe conocidos como "Arco" Derecha: Plataforma Renfe de 2 ejes tipo MQ (serie internacional Kgs)

Actualmente, no existe ningún material convencional en servicio en la flota de Renfe, excepto los vehículos históricos, militares, de servicio o trenes turísticos. En cambio, se utilizan composiciones completas (como la que se muestra en la **Figura 1**) donde sus coches comparten un mismo bogie. Del mismo modo, existen vehículos ferroviarios en los que no es necesario un bogie, sino que directamente se utiliza un eje montado (**Figura 3**).

En general, los coches se centran en la comodidad y confort de los viajeros, permitiendo velocidades más elevadas, suspensiones optimizadas para reducir las vibraciones y un ligero peso por eje. En cambio, los trenes de mercancías no necesitan adquirir tanta velocidad y se centran en aumentar su capacidad de carga despreciando los factores de confort.

2.3.2. Bogies:

El bogie es un conjunto de dos (a veces tres o más, según modelo) pares de ruedas montadas cuyos ejes son paralelos, próximos y solidarios. La carrocería del vehículo puede describir curvas muy cerradas (**Figura 2**) debido a que se apoya sobre un eje vertical pivotante en cada uno de los bogies. En definitiva, es la estructura rodante sobre la que descansan los vagones, coches de ferrocarril y locomotoras actuales, que no utilizan ejes simples.

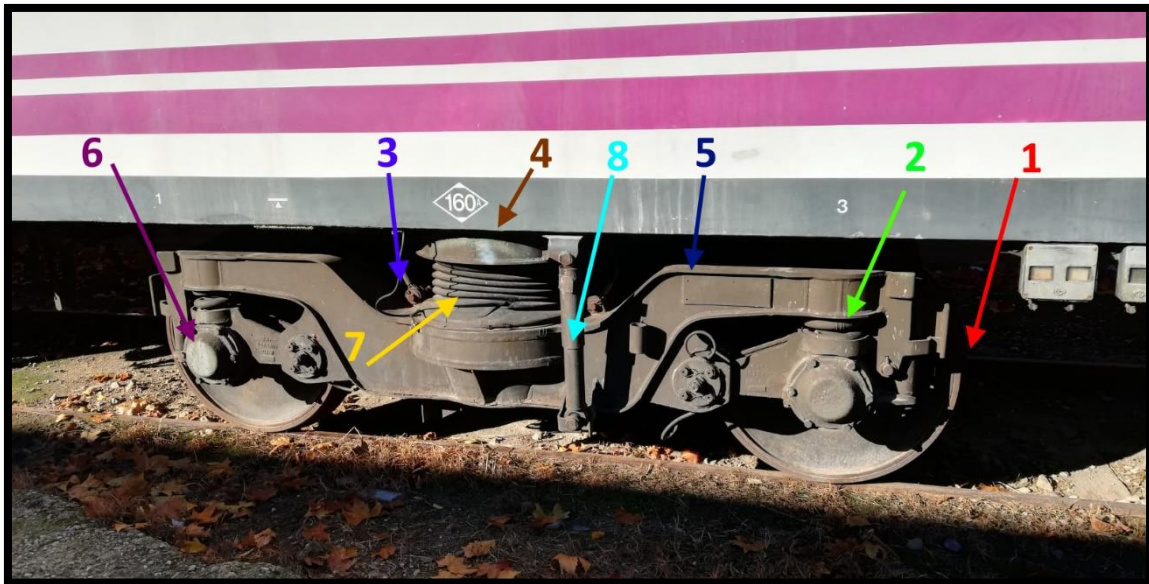


Figura 4: Partes básicas de un bogie tipo “Gran Confort”:

Aunque existen distintos tipos de bogie dependiendo del fabricante y el uso al que estará destinado, la mayoría comparten las siguientes partes básicas representadas en la **Figura 4**:

- 1 – Soporte de pastillas de freno (zapatas).
- 2 – Muelles de suspensión primaria
- 3 – Eslinga de seguridad
- 4 – Bandeja giratoria
- 5 – Bastidor
- 6 – Rodamiento del eje (caja de grasa)
- 7 – Alojamiento muelles de suspensión secundaria
- 8 – Amortiguador secundario

2.3.3. Ejes:

El conjunto de un eje y sus dos ruedas se denomina **eje montado**. Éste es soportado por los rodamientos del eje (caja de grasas).

La construcción del eje depende de diversos factores:

- El tipo de vehículo, puede ser propulsor o remolque.
- El tipo de sistema de frenado (freno mediante zapata en la rueda o freno de disco en el eje como se muestra en la [Figura 5](#))
- La posición de los rodamientos en el eje, que pueden estar dentro o fuera.



Figura 5: Izquierda: Eje montado de un bogie Gran Confort.
Derecha: Autor del TFG realizando la medición del eje.

2.3.4. Rueda de ferrocarril:

El eje ferroviario se puede dividir en el eje propiamente dicho, y en la rueda. Las ruedas de ferrocarril han ido evolucionando a lo largo de la historia. En los principios, se usaban ruedas con llantas desmontables separadas del “velo” por una banda metálica denominada “cintillo”, esto se utilizaba para facilitar las reparaciones una vez la banda de rodadura se desgastaba. Hoy en día, la mayoría de ruedas están hechas de acero en una sola pieza.

Partes de una rueda de ferrocarril.

Existen una gran variedad de perfiles de ruedas, pero tienen unas características similares:

- El ancho del perfil varía entre 125 y 135mm.
- La altura de la pestaña ronda entre 28 y 30mm.
- El ángulo de inclinación γ es normalmente entre 65 y 70°.

A continuación, se describe cada una de las partes visibles en la **Figura 6**:

1. **Pestaña.** Su función principal es evitar el descarrilo, guiando al vehículo ferroviario. El espesor varía entre 28,5 y 32,5 mm y la altura entre 28 y 30mm. Los límites de desgaste en la pestaña, que se regulan mediante la normativa **UNE-EN 13715:2021**, se establecen para garantizar la seguridad del guiado.
2. **Banda de rodadura.** Es la parte que está principalmente en contacto con el carril, soporta las cargas verticales, como el peso o longitudinales a la vía, como la resistencia a la rodadura.
3. **Llanta.** Corona circular que rodea el núcleo y que constituye la superficie de rodadura de la rueda sobre el carril. Esta parte se puede separar mediante dilatación por calor en las ruedas desmontables para su reparación.
4. **Velo.** Corona circular de perfil variable según el fabricante y que une la llanta con el cubo.
5. **Cubo.** Elemento mecánico donde se establece la unión entre la rueda y el eje.
6. **Marca límite de desgaste.** Cuando la banda de rodadura se desgasta y necesita un perfilado, es necesario establecer el límite hasta el cual se puede realizar dicha operación en condiciones de seguridad.

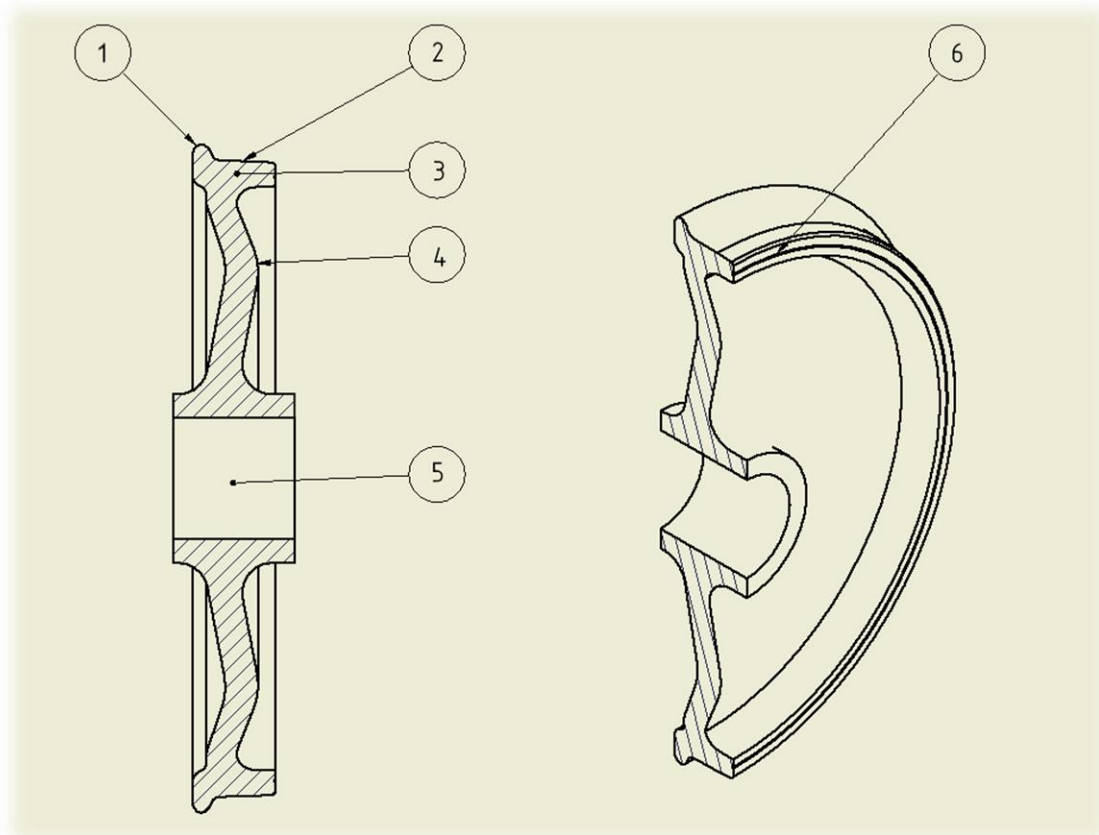


Figura 6: Representación de las partes de una rueda de ferrocarril

2.4. Partes básicas de la vía

De manera similar a lo que ocurre con las ruedas, el carril también tiene una terminología específica.

El perfil más utilizado en las líneas convencionales de ferrocarril es el de tipo “Vignole” (**Figura 7**) aunque existen otros tipos de perfiles denominados “de garganta” para los tranvías o “de bloque” utilizados en grúas y en la construcción (**Figura 8**).

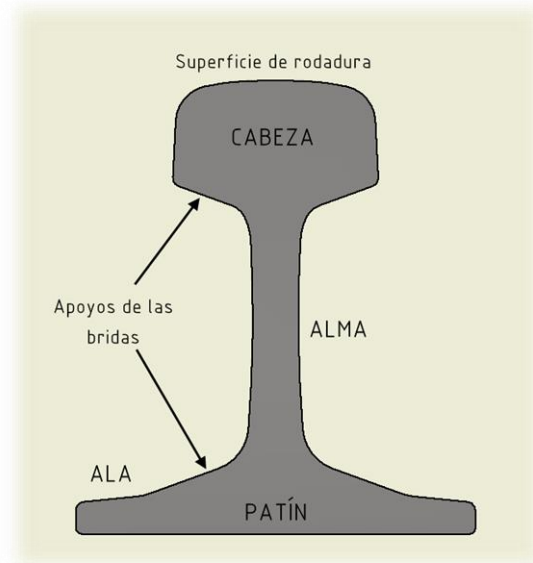
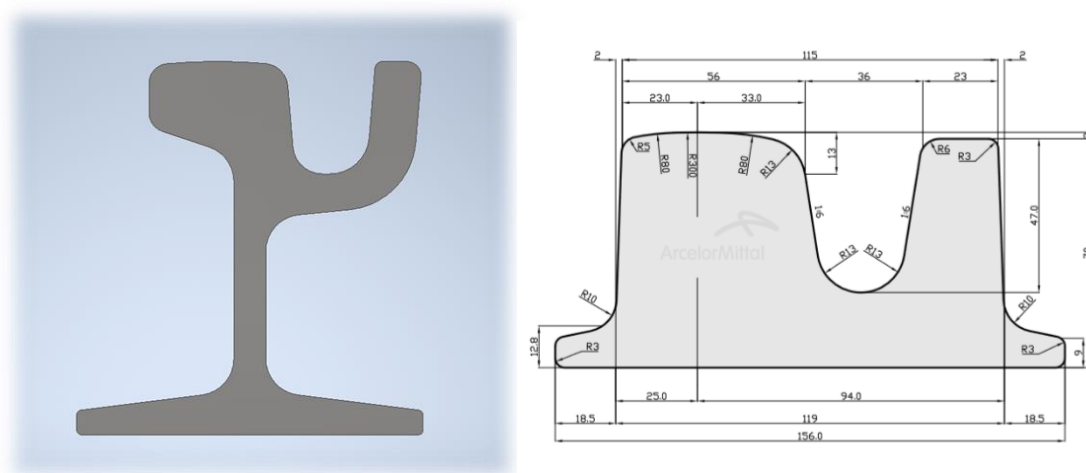


Figura 7: Perfil Vignole UIC 54. Partes

Las características de los perfiles Vignole empleados en la red ferroviaria española en están normalizadas por la Unión Internacional de Ferrocarriles, UIC¹



A continuación, se describe en detalle cada una de las partes de un perfil Vignole:

1. **Cabeza:** Es la parte que interacciona directamente con las ruedas del material rodante y soporta los esfuerzos producidos por el dicho contacto. Las dimensiones de la cabeza están estudiadas para que el contacto rueda-carril permita el adecuado reparto de cargas, que pueda transmitir los esfuerzos al alma y para que mantenga un margen de desgaste lateral producido en las curvas y un margen de desgaste vertical producido por el efecto del rozamiento.
 - a. Para que el reparto de cargas sea el adecuado, la anchura de la cabeza debe tener entre 65 y 72 mm. De lo contrario, con un ancho inferior se tendría una cabeza débil y frágil, mientras que, si fuese mayor, podría provocar desequilibrio de masas.
 - b. La altura es aproximadamente de 50 mm, el cual permite un equilibrio adecuado entre la masa del patín y cabeza.
 - c. El radio de la curvatura superior, también denominado el bombeo de la parte superior de la cabeza, varía entre 200 y 500 mm.
 - d. La inclinación de las caras laterales varía entre 1:4 y 1:3, evitando de esta forma, el desgaste lateral de la pestaña que se produce por el paso por curvas, además de facilitar los radios de acuerdo con el alma.
2. **Alma:** Une la cabeza con el patín, tal y como ocurre en las vigas metálicas, el espesor es el parámetro principal que caracteriza el alma, para que sea capaz de resistir los esfuerzos cortantes producidos por el apoyo de las ruedas. Las dimensiones para el espesor varían entre 15 y 17 mm. Los radios de uniones entre alma y cabeza así también para el alma y el patín varían entre 15 y 35 mm.
3. **Patín:** Se encarga de proporcionar el apoyo y el reparto de cargas, para evitar el vuelco que se transmite a las traviesas mediante las sujeciones. Los parámetros que definen estas características son el ancho, forma y espesor de las alas. La relación optima que debe cumplir alto/ancho está entre 1,1 a 1,2.

2.5. Conicidad, oscilación cinemática, movimiento y estabilidad

El movimiento del tren, se produce como resultado de la fricción. entre las ruedas giratorias y los rieles. Las fuerzas de la interacción dinámica entre las ruedas y los rieles influyen significativamente en la dinámica y la estabilidad del ferrocarril vehículos.

2.5.1. Conicidad

Las ruedas de ferrocarril tienen un perfil cónico para reducir el rozamiento de la pestaña con el carril, además de facilitar el paso por curva de los vehículos. La diferencia entre el diámetro menor (situado en el exterior) y el diámetro mayor (situado en el interior de la rueda) se denomina conicidad.

Normalmente para los perfiles de ruedas cónicas se utiliza una relación de conicidad equivalente² de 1:20. Para el carril UIC 54 se utiliza una conicidad equivalente de 1:40, que es la más habitual en Europa.

En este link se muestra un video en el que explica, con ejemplos gráficos, las funciones y características de la conicidad en las ruedas de ferrocarril: <https://youtu.be/OQWBoSySIP0>

2.5.2. Movimiento de lazo

Se trata de una serie de oscilaciones laterales que contribuyen a la inestabilidad del vehículo, especialmente a determinadas velocidades de funcionamiento. Esto se debe a la propia “naturaleza” de la rueda, por su forma cónica y se demuestra a través de la ecuación de Klingel.

Para demostrar esta ecuación, se parte de un eje montado en su posición inicial (**Figura 9**), es decir, los radios de las dos ruedas son el mismo.

$$R_r = R_l = R_0 \quad (1.1)$$

Por alguna irregularidad del terreno, se provoca algún tipo de desviación, por la cual el eje se desplaza lateralmente un cierto valor (y). La conicidad de la rueda es la pendiente del perfil de la rueda, se muestra en la **Figura 9** con el símbolo γ .

² El término de conicidad equivalente se utiliza porque las ruedas actuales de ferrocarril no son perfectamente cónicas, sino que incluyen variaciones de su radio no constantes por motivos de disminución del desgaste.

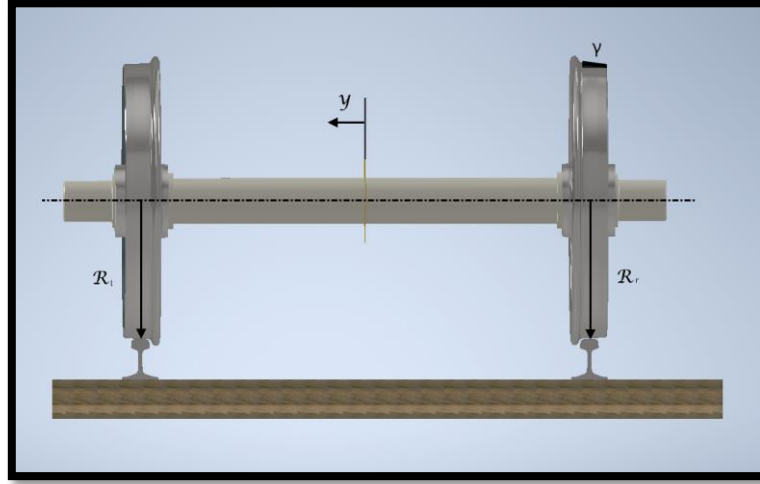


Figura 9: Posición de equilibrio de un eje montado

Por la hipótesis de ángulos pequeños, la diferencia de radios ΔR se puede obtener en función del movimiento lateral del eje de la siguiente manera:

$$\Delta R = y \cdot \gamma \quad (1.2)$$

De esta forma, podemos deducir los radios de las diferentes ruedas en cualquier instante:

$$R_r = R_0 - y \cdot \gamma \quad (1.3)$$

$$R_l = R_0 + y \cdot \gamma \quad (1.4)$$

Como el eje es rígido y la velocidad angular es constante, las respectivas velocidades de las ruedas se pueden calcular como:

$$V_r = R_r \cdot \omega \quad (1.5)$$

$$V_l = R_l \cdot \omega \quad (1.6)$$

La velocidad del eje ferroviario será la media de las dos velocidades anteriores.

$$V = \frac{V_r + V_l}{2} = \frac{R_r \cdot \omega + R_l \cdot \omega}{2} = \frac{(R_0 - y \cdot \gamma + R_0 + y \cdot \gamma) \cdot \omega}{2} = R_0 \cdot \omega \quad (1.7)$$

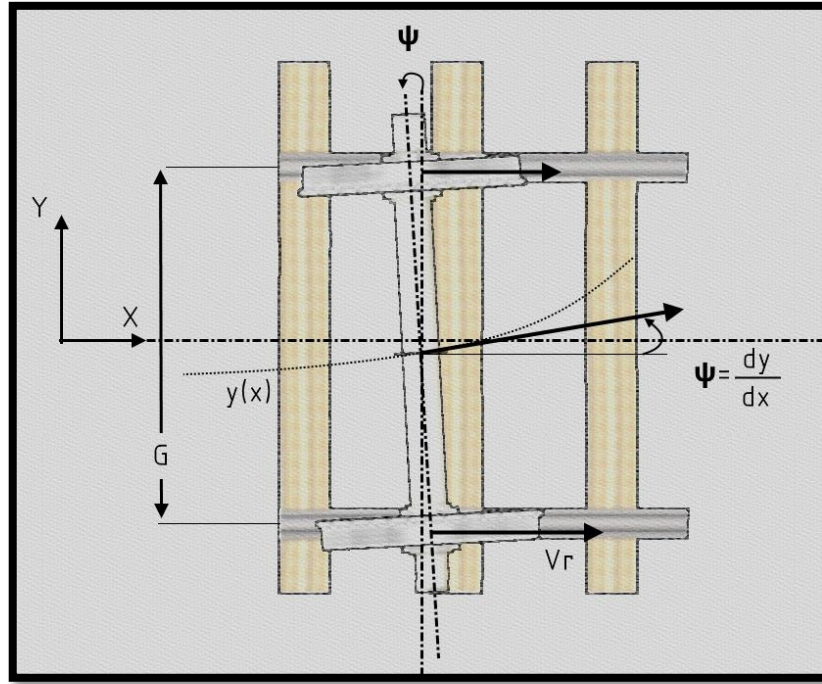


Figura 10: Eje montado en el movimiento de lazo inestable

Si el ángulo de yaw (o de guiñada) girado en planta es muy pequeño (**Figura 10**), podemos asumir que: $\tan \psi \approx \psi$ ta, por lo tanto, la velocidad de desplazamiento lateral se puede calcular de la siguiente manera:

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \psi \cdot V = \psi \cdot R_0 \cdot \omega \quad (1.8)$$

Se puede obtener la velocidad del ángulo yaw con el cociente de las velocidades de las ruedas entre el ancho de la vía.

$$\dot{\psi} = \frac{V_r - V_l}{G} = \frac{(R_0 - y \cdot \gamma + R_0 + y \cdot \gamma) \cdot \omega}{G} = \frac{-2 \cdot y \cdot \gamma \cdot \omega}{G} \quad (1.9)$$

Derivando la **Ec. (1.8)** respecto al tiempo y sustituyendo la **Ec. (1.9)**, se obtiene la ecuación que se puede utilizar para el movimiento lateral del eje montado.

$$\begin{aligned} \ddot{y} &= \frac{d\dot{y}}{dt} = \frac{d\dot{y}}{d\psi} \cdot \frac{d\psi}{dt} = R_0 \cdot \omega \cdot \dot{\psi} \\ \ddot{y} &= R_0 \cdot \omega \cdot \left(\frac{-2 \cdot y \cdot \gamma \cdot \omega}{G} \right) \end{aligned}$$

Finalmente, se llega a una ecuación diferencial de 2º orden de coeficientes constantes:

$$\ddot{y} + \left(\frac{2R_0 \cdot \omega^2 \cdot \gamma}{G} \right) \cdot y = 0 \quad (1.10)$$

Si el coeficiente (γ) es positivo, la solución de esta ecuación puede ser de la siguiente forma:

$$\frac{2R_0 \cdot \omega^2 \cdot \gamma}{G} > 0$$

$$y = A \cdot \sin(\omega_n \cdot t + C) \quad (1.11)$$

Siendo A y C constantes que se pueden obtener usando las condiciones de contorno. La frecuencia natural se puede obtener por:

$$\begin{aligned} \frac{2R_0 \cdot \omega^2 \cdot \gamma}{G} &= \omega_n^2 \\ \omega_n &= \sqrt{\frac{2R_0 \cdot \omega^2 \cdot \gamma}{G} \cdot \frac{R_0}{R_0}} = \sqrt{\frac{2 \cdot V^2 \cdot \gamma}{G \cdot R_0}} \end{aligned} \quad (1.12)$$

La solución de la Ec. (1.11), se obtiene suponiendo que γ es positivo, lo cual presenta una oscilación con amplitud constante. Si la conicidad es positiva, el coeficiente (γ) también lo será. El periodo de oscilación se obtiene de la siguiente manera:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} = \frac{2\pi}{V} \cdot \sqrt{\frac{G \cdot R_0}{2 \cdot \gamma}} \quad (1.13)$$

En función de la conicidad de las ruedas, el movimiento es autoguiado, constante o inestable, siendo el autoguiado el movimiento deseado para poder trazar las curvas.

Sin embargo, en la realidad, debido a la presencia de las fuerzas de contacto (fricción principalmente), estas pueden ocasionar que el movimiento de lazo se vaya autoamplificando, transformándose en ese caso en un movimiento inestable. Es decir, en estos casos, el eje se desplaza lateralmente de forma periódica pero su amplitud va creciendo a lo largo del tiempo, llegando a producir el descarrilamiento en los casos más severos en los que las pestañas no lo puedan evitar (esta inestabilidad es la conocida como *Hunting*).

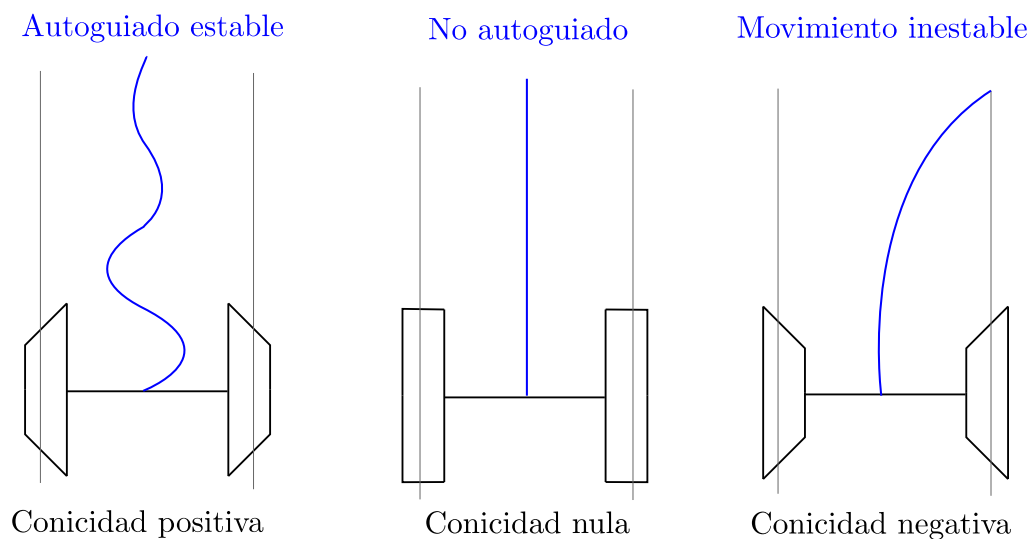


Figura 11: Tipos de movimiento lateral en función de las conicidades [2]

En la **Figura 11** se muestran tres ejes montados con diferentes conicidades.

- Es un eje montado con una conicidad positiva, por lo tanto, la frecuencia va a ser positiva y también el movimiento de lazo. En ese caso la solución que se va a obtener es un movimiento oscilatorio estable.
- Es un eje con ruedas cilíndricas, lo cual la conicidad es 0 y el resultado de la [Ec. \(1.11\)](#), es la ecuación de una recta. De tal manera que no presenta oscilaciones solo muestra un movimiento recto.
- En este caso la conicidad es negativa, el coeficiente de la [Ec. \(1.11\)](#), es negativo, lo cual presenta una solución en función del tiempo que aumenta exponencialmente.

Por encima de una determinada velocidad “crítica”, el tren está sometido a fuerzas significativamente mayores debido al movimiento de lazo y se produce un impacto entre la pestaña de la rueda y el carril (provocando los famosos “chirridos”). Esto se le conoce como el segundo punto de contacto, asumiendo que hay un primer punto de contacto entre la banda de rodadura y la superficie del carril. Por debajo de la velocidad crítica, el segundo punto de contacto asegura la estabilidad del vehículo y evita descarrilamientos.

2.5.3. Descarrilamiento

Una elevada presión en el contacto pestaña-carril combinada con un ángulo de ataque α rueda-carril, puede conducir al remonte de la rueda exterior sobre el carril, por rodadura lateral de la pestaña sobre dicho carril. Este fenómeno se conoce como descarrilo (véase **Figura 12**: Fenómeno de descarrilo del tren).



Figura 12: Fenómeno de descarrilo del tren

Este fenómeno se puede producir por otros factores como inclusiones en la vía, velocidad inadecuada, falta de mantenimiento de la infraestructura... Los algoritmos de simulación también pueden ser utilizados para estudiar escenarios de descarrilamiento y desarrollar algunos criterios. Por ejemplo, el **criterio de Nadal**, evalúa el riesgo de descarrilo de un vehículo ferroviario según las fuerzas aplicadas, el ángulo de contacto entre la pestaña de la rueda y el carril y el coeficiente de rozamiento. Si la fuerza lateral generada en el punto de contacto entre la pestaña de la rueda y el carril es relativamente alta, puede provocar el desplazamiento lateral del raíl. Este desplazamiento ferroviario produce lo que es conocido como ensanchamiento del calibre que puede conducir a una separación de rueda - carril.

2.5.4. Movimiento en curva

La fuerza centrífuga tiende a empujar el vehículo fuera de la curva hacia lo que se conoce como el carril alto. Estas fuerzas, son absorbidas por el contacto rueda-carril, salvo cuando son muy elevadas (radios de curva pequeños o altas velocidades de operación). Cuando esto ocurre, las ruedas deslizan hasta tocar la pestaña con el carril. Por este motivo, para disminuir este efecto, se utiliza el peralte. Por lo tanto, si la curva tiene cierta curvatura y superelevación o peralte, existe un equilibrio velocidad a la que la componente de la fuerza centrífuga es igual a la componente lateral. Algunos fabricantes como *Talgo*, también compensan esa fuerza mediante el sistema de suspensión (véase [Figura 13](#)).

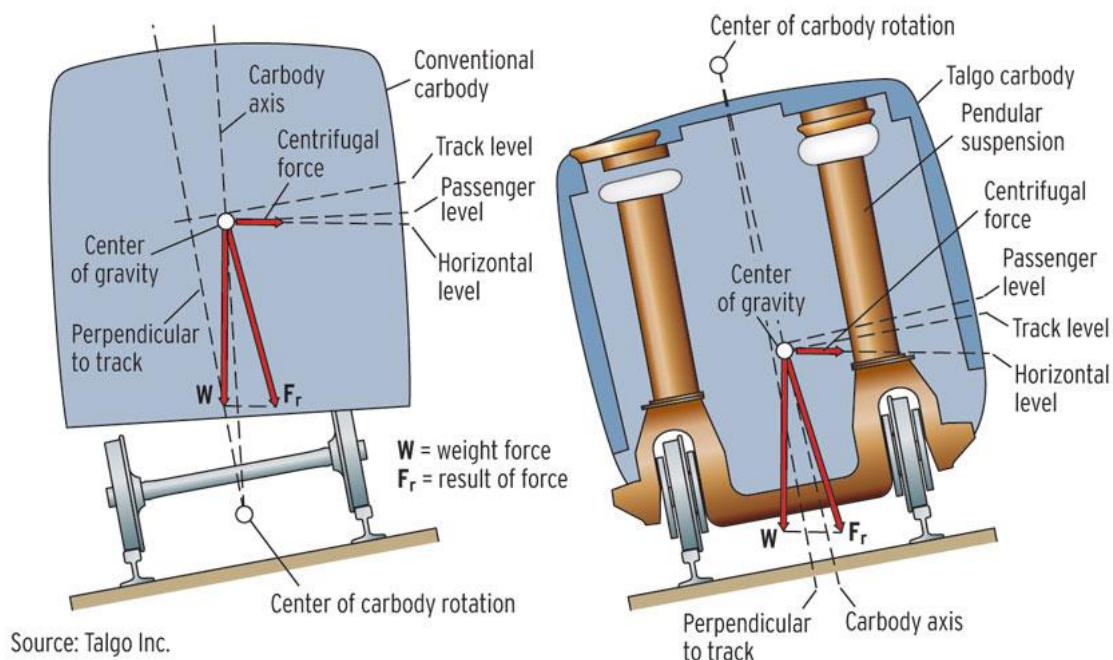


Figura 13: Fuerzas laterales de un tren en curva. Comparación con el sistema Talgo. Fuente: *Trains Magazine*

En una curva, cuando el eje montado se mueve hacia la derecha, el diámetro de la rueda derecha expondrá un radio mayor y el de la izquierda tendrá un diámetro menor. Esto significa que el cilindro de una rueda tiene que recorrer una distancia mayor en el carril exterior que en el carril interior. Mientras, el movimiento de las ruedas en el carril interior y exterior debe tener el mismo número de rotaciones por unidad de tiempo, por lo que el tren no necesita de un mecanismo diferencial que permita que una rueda gire más que la otra.

2.5.5. Movimiento de cambio de carril

Otro escenario de movimiento importante en el estudio del contacto rueda-carril es cuando se desea cambiar la dirección del tren mediante un desvío. El desvío consta de tres partes fundamentales: la zona del cambio, zona intermedia y el cruzamiento (**Figura 14**: Partes de un desvío).

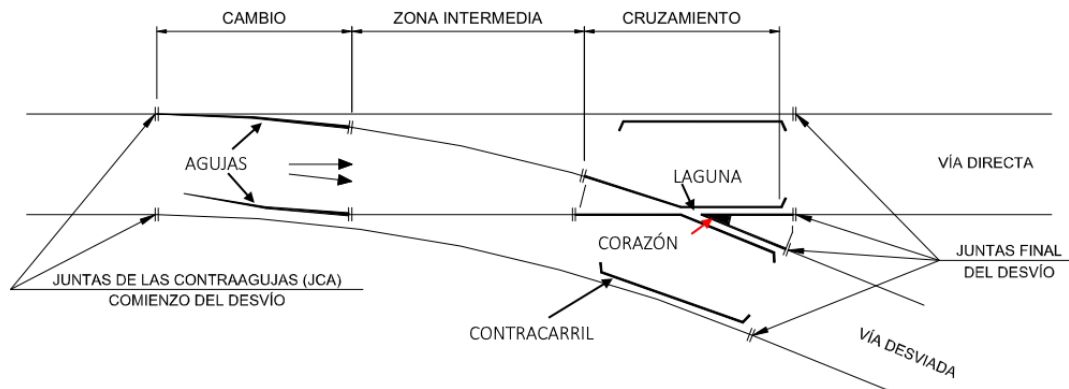


Figura 14: Partes de un desvío

Cuando se produce un cambio de carril, en la zona del cambio, las agujas rozan con la pestaña de la rueda para producir el movimiento del tren. En esta zona se produce un sobre ancho de entre 2 y 5 mm debido al espesor de la propia aguja. Posteriormente, se va reduciendo el ancho a razón de 1 mm por metro hasta llegar al ancho de vía estándar en la línea (bien 1668 mm para el ibérico o bien 1435 mm para el internacional).

En la zona de cruzamiento, la pestaña debe de tener unas dimensiones máximas para evitar el choque con los contracarriles (que tratan de evitar el descarrilamiento). Además, en la zona del corazón la pestaña no debe exceder la altura máxima, de lo contrario, rozaría en la laguna.

3. Conceptos previos

3.1. Introducción

En este capítulo se van a describir aspectos técnicos necesarios para poder abordar el cálculo computacional del contacto rueda-carril. Ello implica los siguientes subapartados:

- La descripción matemática de la geometría de las superficies de la rueda-carril, que se realizará a través de la teoría de curvas y superficies.
- La descripción matemática de la línea central de la vía, que permitirá posicionar los carriles izquierdo y derecho según su descripción geométrica ideal.
- Descripción de diferentes sistemas de referencia (móviles, fijos, etc.) que permitirán la simplificación de las ecuaciones que gobiernan el contacto rueda carril.
- Teorías de contacto. Se describirán las teorías de contacto más conocidas para abordar la transmisión de fuerzas normales y tangenciales entre las superficies rueda-carril.

3.2. Teoría de curvas

En esta sección se detallará brevemente la teoría de curvas a partir de la cual, se podrá describir la superficie de un sólido en el espacio mediante el empleo de parámetros curvilíneos. Seguidamente, se aplicará esta teoría a las geometrías de rueda y carril, de forma que un punto arbitrario de estos sólidos quedará definido a través de dos parámetros curvilíneos (denominados también parámetros de superficie).

Una curva se define como una función vectorial real que se puede expresar de forma única en términos de un parámetro, t . Es decir, las componentes de la función vectorial pueden ser determinadas una vez que se especifica este parámetro.

3.2.1. Superficies en general

Utilizando el sistema cartesiano, cada punto de la superficie tiene un vector de posición único ($\mathbf{x}$) que puede definir el espacio tridimensional en términos de los dos parámetros independientes de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}(s_1, s_2) = [x_1(s_1, s_2) \quad x_2(s_1, s_2) \quad x_3(s_1, s_2)]^T$$

Donde s_1 y s_2 son dos parámetros utilizados para describir la geometría denominados “parámetros de superficie”. La **Figura 15** muestra la definición de una superficie arbitraria mediante los parámetros s_1 y s_2 , así como los vectores tangentes en un punto intermedio con respecto a dichos parámetros de superficie. De esta forma, cualquier superficie en el espacio tridimensional podrá estar definida mediante funciones que relacionen a los dos parámetros de superficie"

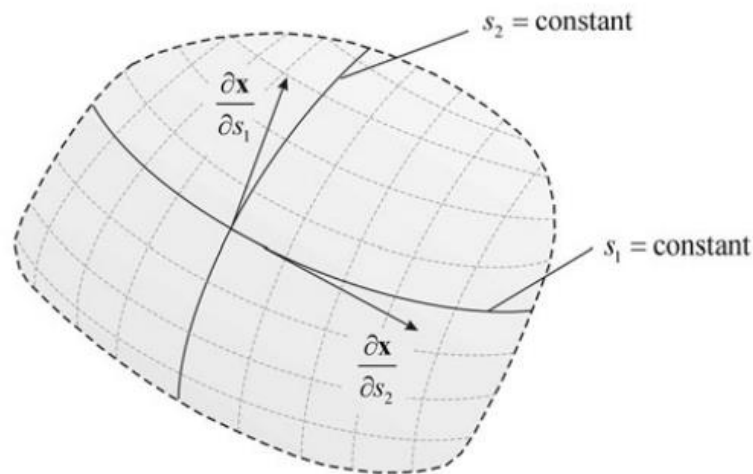


Figura 15: Parámetros para describir una superficie en general [11]

3.2.2. Superficie carril

Para aplicar la teoría de curvas para la geometría del carril y definir cualquier punto de su superficie, podemos hacerlo utilizando como parámetros de superficie la variable longitudinal (s_1) y una variable lateral (s_2) tal y como muestra la **Figura 16**. De esta forma, cualquier punto situado en la cabeza del carril puede conocerse a partir de estos dos parámetros.

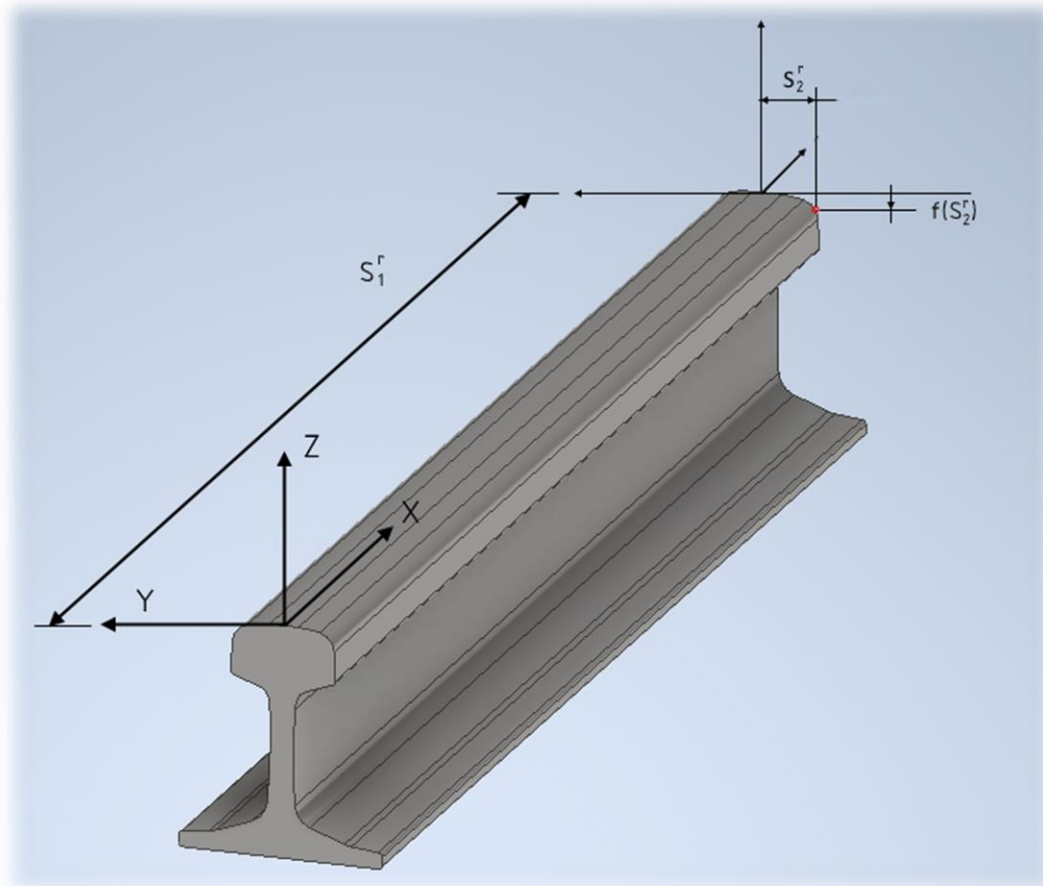


Figura 16: Sistema de referencia en el carril. Parámetros de superficie del carril

- El parámetro s_1 representa la longitud desde el punto de contacto al origen en el sistema de referencia en la cabeza del carril.
- El parámetro s_2 representa la coordenada lateral en la cual, la función $f(s_2)$ viene determinado por el perfil del carril.

De esta forma, el vector posición de un punto del carril con respecto a un sistema de referencia localizado en el centro de la vía y ancho (G) es:

$$\bar{u}^r = (s_1^r, s_2^r) = \begin{bmatrix} s_1^r \\ \pm G + s_2^w \\ f(s_2^r) \end{bmatrix}$$

3.2.3. Superficie rueda

En cuanto a la superficie de la rueda, puede definirse matemáticamente en un sistema de coordenadas localizado en el centro de la rueda mediante una variable independiente s_1^w que representa el parámetro de superficie lateral para el perfil de la rueda y otra variable s_2^w que representa la rotación del perfil de la rueda alrededor de su eje. De esta forma, el vector posición de un punto de la rueda de parámetros s_1^w y s_2^w , con respecto a un sistema de referencia localizado en el centro de la rueda es:

$$\bar{u}^w = (s_1^w, s_2^w) = \begin{bmatrix} g \cdot s_1^w \cdot \sin(s_2^w) \\ s_1^w \\ -g \cdot s_1^w \cdot \cos(s_2^w) \end{bmatrix}$$

donde g es la función que determina el perfil de rueda según el parámetro s_1^w , tal y como se muestra en la **Figura 17**.

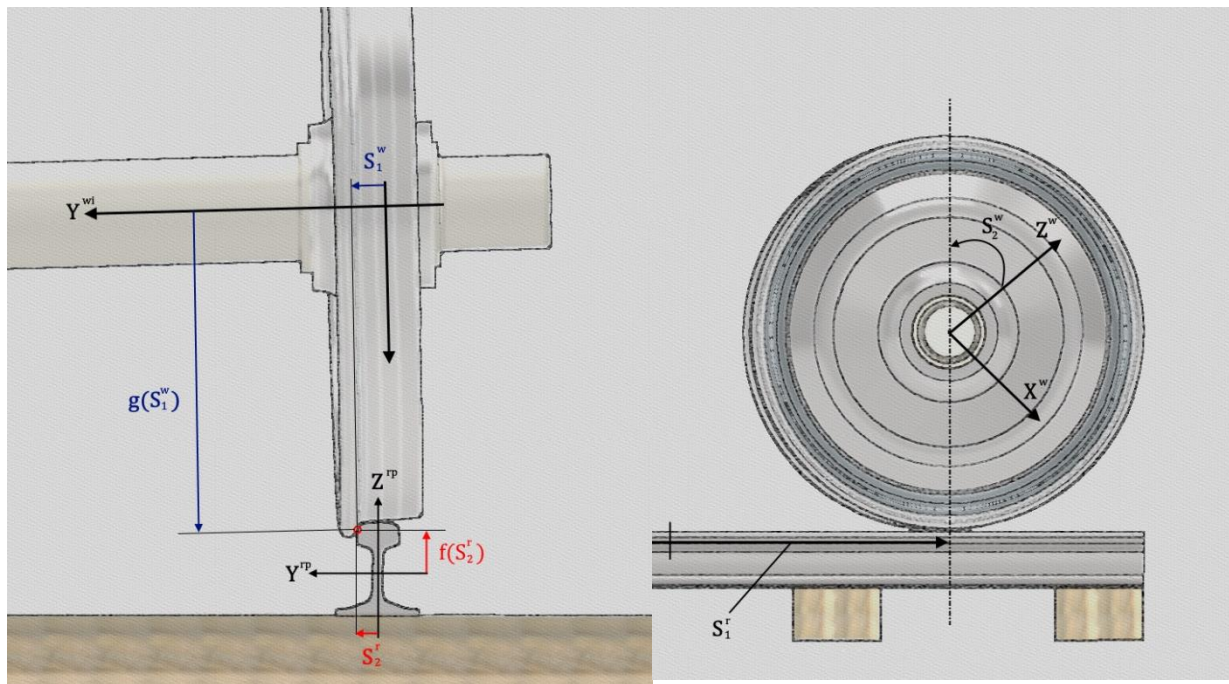


Figura 17: Parámetros de superficie de la rueda y del carril

Esta función se obtiene mediante el mallado de puntos descrito en el **apartado 5.1.** y se representan como una tabla de valores x e y .

3.3. Geometría de la vía

Una vez definido cualquier punto arbitrario de la superficie de la rueda y del carril, es necesario definir el trazado por el que pasa la vía, ya que sobre éste se posicionarán los carriles. En este sentido, la posición de los carriles de una vía puede determinarse a partir de la línea central de la vía (línea localizada entre los carriles izquierdo y derecho) y que se define mediante parámetros de trazado en planta y de trazado vertical que dependerán de la longitud de arco de la línea central (s).

Los parámetros de trazado en planta pueden ser de 3 tipos: Vía recta, vía curva y transición o clotoide (**Figura 18**).

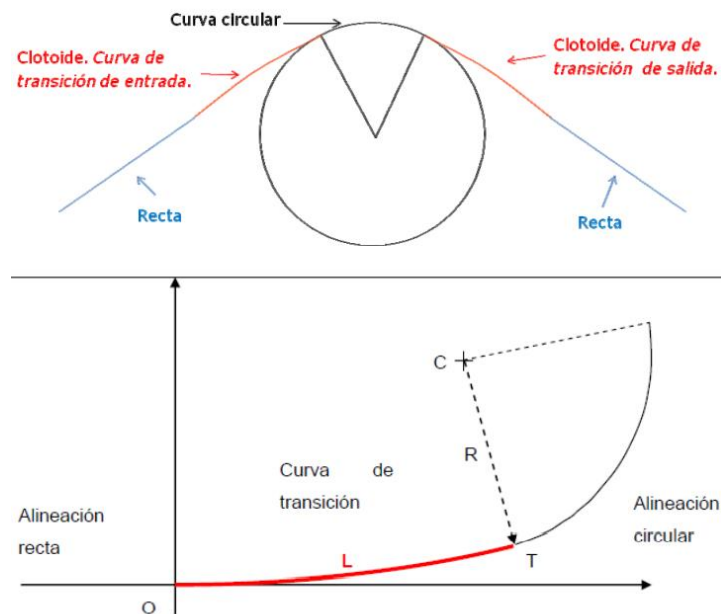


Figura 18: Representación trazado de vía. Rectas, curvas y clotoides. [5]

- **Vías rectas:** Es el tipo de trazado más natural, puesto que la distancia más corta entre dos puntos es una recta.
- **Vías curvas:** El trazado de curvas se caracteriza por su radio (o por su grado de curva) y por su desarrollo.
- **La clotoide** también se denomina radioide de arcos o espiral de Cornú, cumple la ecuación:

$$A^2 = R * L$$

- A es el arco recorrido sobre la curva de transición, es idéntico en todos los puntos de la curva.
- R es el radio en un punto determinado. Este radio no es constante ya que varía linealmente con la longitud de la clotoide.
- L es el desarrollo de la clotoide en un punto determinado.

Estas curvas de transición se utilizan para pasar de la recta (de radio infinito), al arco de circunferencia (con radio constante).

En cuanto a los parámetros de trazado vertical, se pueden encontrar tramos rectos (de distinta pendiente) y tramos de acuerdo vertical que unen, de forma parabólica, los tramos de distinta pendiente.

A la hora de determinar el trazado en alzado de la línea ferroviaria, habrá que tener en cuenta aspectos fundamentales como la capacidad que tienen los trenes de superar una rampa como la resistencia al avance o la capacidad tractora de los trenes. Éstos son informados en todo momento mediante postes (Figura 19). En general, se denomina “rampa” a las inclinaciones positivas del terreno (subidas) y “pendientes” a las inclinaciones negativas (bajadas).



Figura 19: Poste información del desnivel

Una vez definida la línea central de la vía, la posición de los carriles izquierdo y derecho en el espacio se localiza aplicando los siguientes parámetros:

- **El ancho de vía (G)** se define como la distancia lateral entre dos puntos en las caras internas de la derecha y la izquierda del raíl. En función de la geometría de vía en planta se puede necesitar la implantación de sobreanchos, estos facilitarán que el vehículo se inscriba mejor en la curva. (Tabla 1)
- **El peralte (h)**, se define como la distancia vertical entre los carriles derecho e izquierdo (véase Figura 20). Éste se puede calcular de forma simplificada en función del radio de la curva (R) y la velocidad del tren (V) de la siguiente forma:

$$h = \frac{9.1 * V^2}{R} \leq 160 \text{ mm}$$

Existen limitaciones máximas de peralte debido a la dificultad de arrancar los trenes de mercancías en caso que se hayan detenido, estabilidad del talud, comodidad de los viajeros...

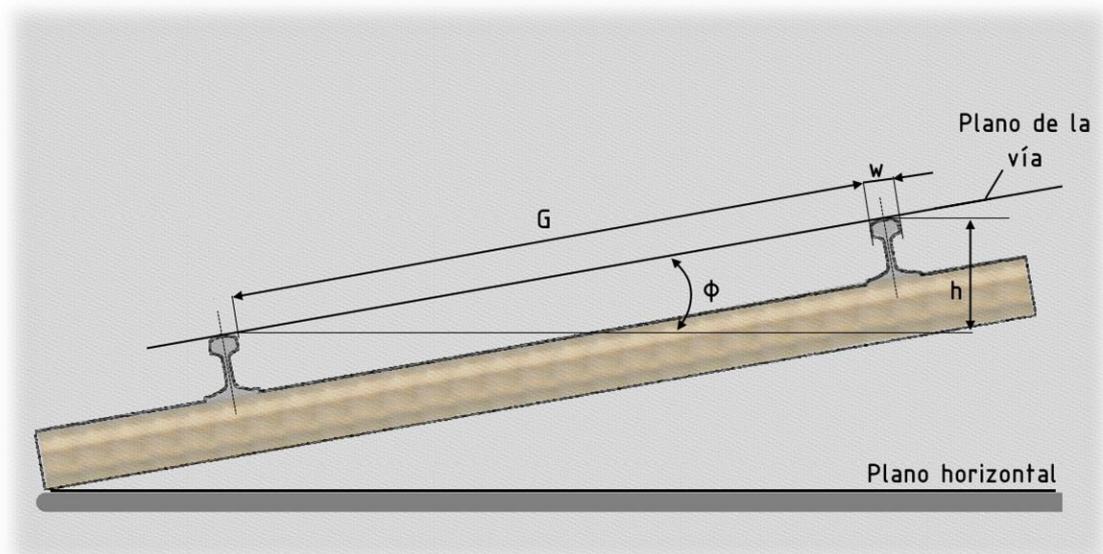


Figura 20: Peralte y ancho de vía

- **Alabeo:** En la práctica, el alabeo de una vía se determina por la diferencia de los peraltes de dos secciones transversales de la vía, separadas por una distancia determinada (base de medida). El alabeo máximo es de 1 mm por metro o por traviesa (cada traviesa está separada 0.6 m según la normativa de ADIF).

La calidad de la vía se rige por la norma **UNE-EN 13848-5:2018** sobre las Aplicaciones ferroviarias, Vía, Calidad de la geometría de la vía, Parte 5: Niveles de calidad geométrica. Más adelante, se creará un vector que indicará las posibles irregularidades de la vía.

Tabla 1: Sobreanchos para trazado de curvas

Valores del radio de la curva en metros	Ancho de vía en milímetros	
	Vía de ancho ibérico	Vía de ancho internacional
$R \geq 250$	1668	1435
$250 > R \geq 200$	1673	1435
$200 > R \geq 150$	1678	1438
$150 > R \geq 125$	1683	1443
$125 > R \geq 100$	1688	1448
Tolerancia límite -3, +15 mm		

Por tanto, se puede parametrizar la geometría de la vía mediante la longitud del arco de la línea central (parámetro S) y conociendo el ancho de vía y peralte. Después, a partir de ese valor, junto con los parámetros S_1^r y S_2^r de la sección transversal de los carriles (S_1^r) y de cualquier punto de la longitud de este (S_2^r), se conoce cualquier punto de la cabeza del carril en el espacio.



Figura 21: Medición del ancho de vía por parte del autor

3.4. Sistemas de referencia

El objetivo de esta sección es la de presentar las características de algunos sistemas de referencia móviles, los cuales, al utilizarse en la formulación cinemática de los vehículos ferroviarios permitirán considerar un contacto bidimensional en lugar de tridimensional, con la consecuente simplificación del problema y ventaja computacional.

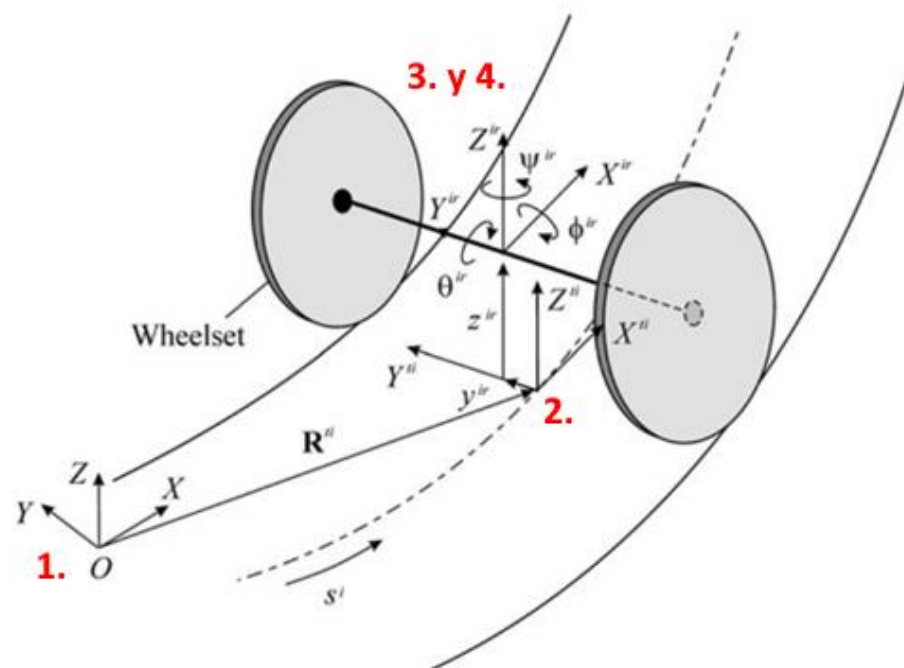


Figura 22: Sistemas de referencia para una simulación computacional [11]

Una vez resuelto el problema de contacto, se puede utilizar el sistema de referencia móvil en el centro de la vía para realizar las futuras simulaciones y estudios que no entran en este trabajo.

En este sentido, se definen las características de los siguientes sistemas de referencia:

3.4.1. Sistema de referencia global

Es un sistema inercial (que está quieto) donde se pueden aplicar las ecuaciones de Newton-Euler del movimiento de vehículos. El objetivo será, que no se escriban las ecuaciones del movimiento directamente en este sistema de referencia, sino que se empleen sistemas intermedios hasta llegar al sistema global, para poder utilizar las ventajas que los sistemas intermedios pueden proporcionar.

3.4.2. Para la vía:

3.4.2.1. Sistema de referencia móvil “Track Frame” para cada sólido

Debido al escaso movimiento del eje respecto a la vía (es decir, siempre va a seguir el trazado de la vía), interesa estudiar el problema desde un sistema de referencia móvil. Se trata de un sistema de referencia en el **centro del eje de la vía** y que **sigue la trayectoria del vehículo**. Éste se sitúa en el centro de la vía, siguiendo el eje de la misma. El vector **Y** une las cabezas de los carriles, por lo que, si existe peralte, estará inclinado respecto al sistema de referencia global. El vector **X** siempre será tangente a la línea central de la vía

3.4.3. Para los ejes ferroviarios

3.4.3.1. Sistema de referencia local del eje ferroviario

Es el sistema de referencia local de cada sólido, y que se utiliza en cualquier formulación cinemática de mecanismos. Se caracteriza porque se encuentra solidario al sólido (rota y se desplaza según su centro de gravedad).

Por lo tanto, existen 3 giros respecto al sistema de referencia local en el centro del eje de la vía, los denominados ángulos de *pitch* (θ), *roll* (ϕ) y *yaw* (ψ). Esto no es conveniente, por lo que se utilizará un sistema que tenga el mismo centro la dirección y coincida, pero no rote.

3.4.3.2. Sistema de referencia intermedio

Este sistema de referencia es igual que el anterior y se caracteriza porque también se encuentra solidario al centro de gravedad del sólido. Sin embargo, tiene la peculiaridad de que no gira con respecto al eje, es decir se elimina el giro respecto al eje de rotación conocido como ángulo de *pitch* (θ).

Finalmente, un esquema de los sistemas de referencia móviles puede verse en la **Figura 23** a excepción del sistema de referencia global, que no se muestra en la misma.

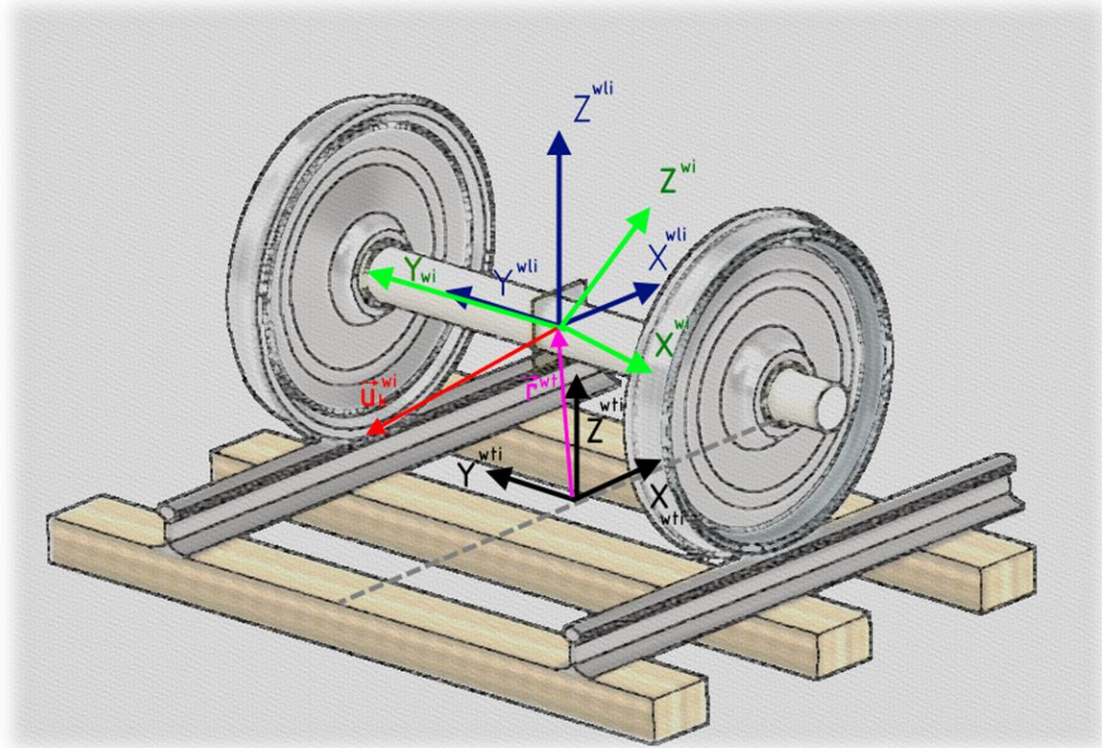


Figura 23: Esquema sistemas de referencia móviles y definición de distintos vectores de posición en ellos

3.4.4. Ventajas de usar estos sistemas de referencia:

Son numerosas las ventajas que se obtienen al realizar sistemas de referencias locales o móviles, aunque también conlleva el inconveniente de multiplicar por una matriz de transformación en aquellos cálculos que lo necesiten. Las ventajas son las siguientes:

- El sistema de referencia móvil “*Track Frame*” tiene la ventaja de que, al escribir la cinemática de los sólidos respecto a su sistema de referencia de la vía, las coordenadas generalizadas de los sólidos son siempre de pequeño valor, y no se incrementan con el tiempo. Por lo tanto, no se pierde eficiencia computacional en simulaciones de largo recorrido.
- Otra ventaja es que permite analizar movimientos estacionarios en curva con coordenadas generalizadas constantes, cosa que en el sistema global no ocurre.
- La peculiaridad del sistema de referencia intermedio en el eje le otorga la ventaja de que el punto de contacto rueda-carril visto desde este sistema de referencia, siempre se encuentra contenido en el plano YZ. Por lo tanto, a la hora de localizar los puntos de contacto rueda-carril, sólo será necesario un parámetro de superficie para la rueda (s_2^w) y un parámetro de superficie para el carril (s_1^r) según la **Figura 17**

3.5. Teorías de contacto

En esta sección se van a describir brevemente las teorías de contacto rueda-carril que se utilizan para determinar la mecánica del contacto, es decir, la transmisión de fuerzas normales y tangenciales como consecuencia del movimiento relativo del eje sobre la vía.

En este sentido, el cálculo de estas fuerzas no es un objetivo en sí de este TFG, pero tras la definición de estas teorías, se demostrará que necesitan la solución geométrica del contacto que se desarrolla en este TFG y, de ahí su importancia en la simulación dinámica de estos vehículos.

Dependiendo de la forma y de las características de los cuerpos, el contacto entre ellos puede ser en un solo punto o un área. Estos dos tipos de contacto se conocen como contacto *no conforme* y *conforme*, respectivamente [11]

Si la forma de los dos cuerpos encaja en la región de contacto, de forma que no queda claramente identificado un único punto de contacto, se define como contacto conforme. Si los dos cuerpos, se tocan en un punto, el contacto se llama no conforme.

Si se aplica una carga externa en cada cuerpo, los dos cuerpos se deformarán en el punto de contacto para formar un área de contacto. En el caso del contacto no conforme, el área es pequeña en comparación con las dimensiones de los dos cuerpos.

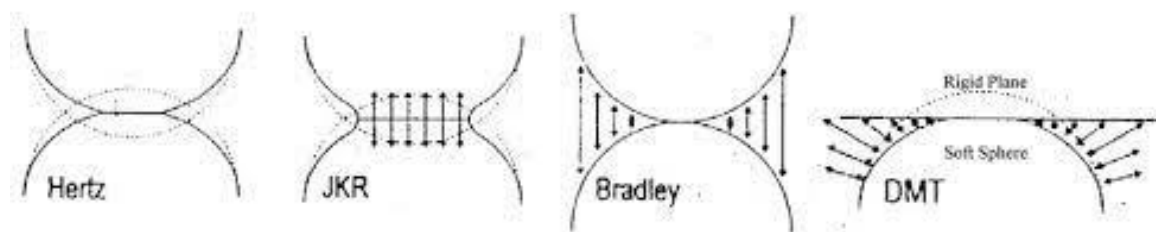


Figura 24: Diferentes tipos de contacto. Fuente: [8]

3.5.1. Contacto normal

Hertz estudió el problema del contacto no conforme entre dos superficies [11]. La suposición de contacto no conforme entre rueda-carril, es válido por la forma de las superficies de los mismos. Sin embargo, debido a la elasticidad de los cuerpos y a la carga normal, así como con algunas combinaciones de rueda-carril y del desgaste de los mismos, algunas zonas de contacto en las superficies pueden dar lugar a contactos conformes.

Esto no se tendrá en cuenta a la hora de los cálculos y se justifica debido a que, en la mayor parte de las situaciones de contacto rueda-carril, con perfiles reales ideales y en condiciones de operación estándar de los vehículos, dan lugar a contactos conformes.

Según la teoría elaborada por Hertz, el área de contacto se supone que es elíptica si las superficies de los sólidos elásticos están en contacto y tienen grandes radios de curvatura. En este caso, la superficie de contacto tendrá una distribución de presiones en forma de elipsoide.

La teoría de Hertz se basa en la suposición de una pequeña deformación de dos cuerpos elásticos debido a la compresión estática, en la cual no se considera el efecto que pueden provocar las fuerzas de fricción.

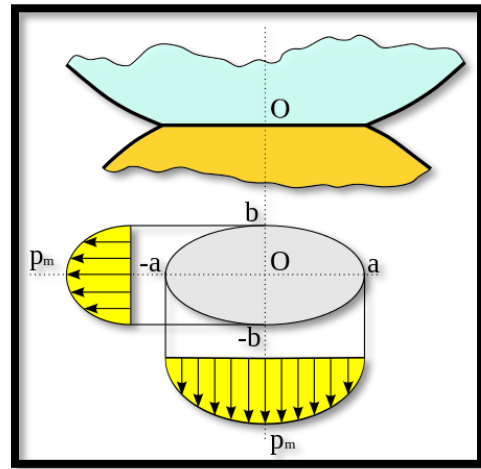


Figura 25: Contacto Hertziano. Fuente: Internet

Para determinar la forma del área de contacto y la deformación de las superficies de la rueda y carril, la teoría de Hertz es la más utilizada. Ésta se puede resumir en los siguientes puntos:

- Las superficies de dos cuerpos son continuos y no conformes.
- La tensión resultante de la fuerza del contacto desaparece a una distancia lejana del área de contacto.
- Los cuerpos son elásticos y no se produce deformación plástica en el área de contacto.

El cálculo de la fuerza normal del contacto es un cálculo que depende de la geometría de las superficies, material y de la indentación o penetración entre ellas. Por lo tanto, la fuerza de Hertz o la fuerza normal se puede definir de la siguiente manera:

$$F_n = K_h \cdot \delta^{3/2} \quad (3.4.1)$$

En esta ecuación K_h , es una constante de Hertz, que viene dada por la siguiente formula y cuyos términos pueden obtenerse con mayor profundidad de detalle en [11].

$$F_n = \frac{4\beta}{3(K_1 + K_2)\sqrt{A+B}} \delta^{3/2} \quad (3.4.2)$$

3.5.2. Contacto tangencial.

En un contacto de fricción por rodadura, tal y como ocurre en el contacto rueda-carril, se presentan dos áreas, un área de adhesión y la otra de deslizamiento. Por tanto, es necesario determinar qué zona del área de contacto está en adhesión y qué zona está en deslizamiento. Esto se puede estudiar calculando las velocidades en la zona de contacto (**Figura 26**).

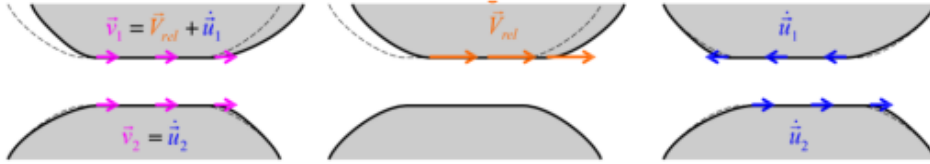


Figura 26: Velocidades en la zona de contacto

La velocidad de la deformación en el contacto se determina de la siguiente forma:

$$\dot{u} = \dot{u}_1 - \dot{u}_2 \quad (3.5.1)$$

La velocidad relativa en el contacto es:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 = \vec{V}_{real} + \dot{u} \quad (3.5.2)$$

La velocidad relativa será nula si en una zona existe adhesión y la velocidad de deformación será:

$$\Delta \vec{v} = 0; \vec{V}_{real} = -\dot{u} \quad (3.5.3)$$

Para un contacto en el que se produce deslizamiento la velocidad relativa tendrá un valor diferente que cero.

El cálculo de las fuerzas tangenciales de contacto dependerá de si el punto de contacto se encuentra en adhesión o deslizamiento (**Figura 27**). En el caso de que la zona se encuentre en deslizamiento, la fuerza tangencial es máxima e igual a la fricción de Coulomb. Si se da el caso de una zona de adhesión, la fuerza tangencial depende de las velocidades adimensionalizadas de los puntos de contacto, conocidas como *creepages*.

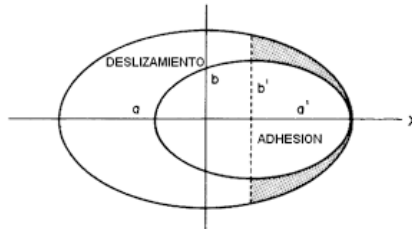


Figura 27: Áreas de adhesión y deslizamiento en un contacto tangencial [8]

Para calcular las fuerzas en función de los *creepages* se puede aplicar la teoría lineal de Kalker, ya que es una de las más utilizadas por su alta eficiencia computacional.

Kalker sugirió que, para *creepages* muy pequeños, el área de deslizamiento es muy pequeña y su efecto puede pasar por alto. Por lo tanto, el área de adhesión puede ser igual al área de contacto. Esta teoría se puede estudiar en detalle en [\[11\]](#)

4. Cinemática del Contacto rueda-carril

4.1. Introducción

En este capítulo presentará la formulación cinemática basada en los sistemas de referencia móviles mostrados en la [sección 3.4](#), para determinar geoméricamente el vector posición de un punto arbitrario de la vía y de un punto arbitrario del eje ferroviario.

De esta forma, se podrá implementar en Matlab, las funciones que determinen estos puntos de contacto sujetas a las restricciones del método de contacto con restricciones, que serán resueltas numéricamente para generar las tablas precalculadas de contacto.

4.2. Cinemática del eje ferroviario

El vector posición que va desde el sistema de referencia en el centro de la vía al punto de contacto de la rueda, se obtiene mediante la suma de tres vectores:

1. Vector $[0, Y_w, Z_w]$. Representa la posición del centro de gravedad del eje respecto al sistema de referencia de la vía.

2. Vector $[0, L_w, 0]$. Representa la longitud en la coordenada Y entre el centro de gravedad del eje y el centro donde se posiciona el sistema de referencia de la rueda. Este valor será la suma del semiancho del eje (proporcionado por Renfe o fabricantes) y el semiancho del perfil (dado por la norma mencionada en el [apartado 3.2.3](#)) y que se representa gráficamente en Autocad.

$$L_w = \frac{1.594}{2} + 0.07 \text{ m}$$

3. Vector $V, [0, S_w, f(S_w)]$. Representa las coordenadas del vector desde el centro de la rueda, al perfil de la misma.

$$\mathbf{r}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} + \mathbf{A}^{t-wl} \cdot \left(\begin{bmatrix} 0 \\ L^w \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \right) \quad \text{Siendo: } \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 \\ S^w \\ f(S^w) \end{bmatrix}$$

Estos vectores son visibles en la [Figura 28](#) así como los parámetros de superficie de la rueda que componen el tercer vector mencionado en la [Figura 29](#).

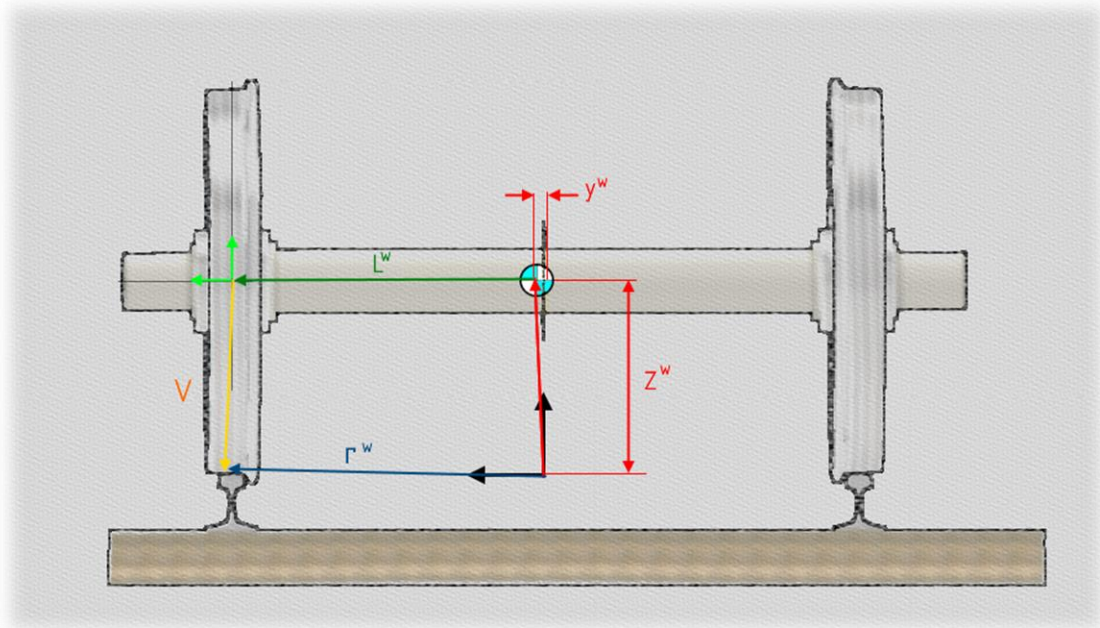


Figura 28: Vectores del eje y rueda

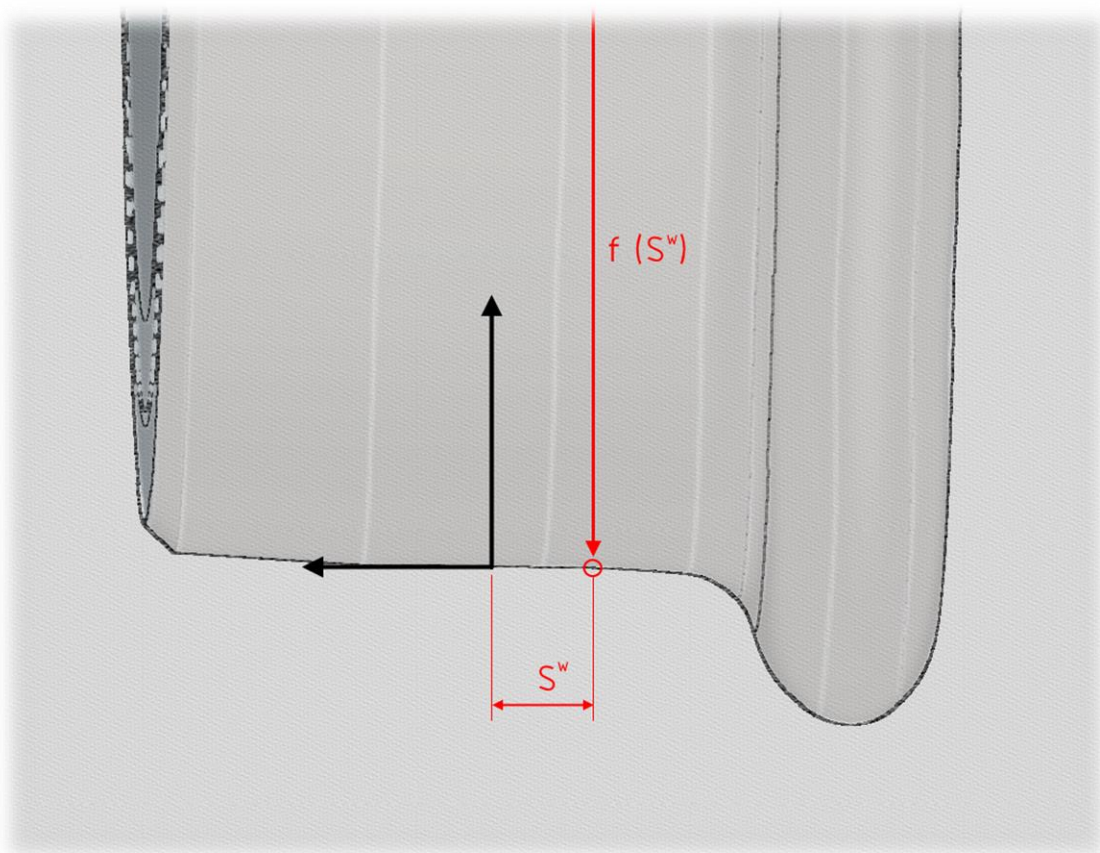


Figura 29: Detalle de los parámetros de superficie del perfil de la rueda

Los vectores mencionados anteriormente están escritos en el sistema de referencia intermedio del eje. Sin embargo, para la cinemática de la vía, se escribirán los vectores en el sistema de referencia del "*track frame*". Esto implica que, para imponer las restricciones de contacto, se deben emplear todos los vectores en el mismo sistema de referencia. Por este motivo, los vectores de este apartado escritos en el sistema de ref. intermedio, se premultiplicarán por la siguiente matriz de transformación para así expresarlos en el sistema de referencia del *track frame*.

$$\mathbf{A}^{t_wl} = \mathbf{A}_x * \mathbf{A}_z$$
$$\text{Donde: } \mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & -\sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \quad \mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Esta matriz de transformación se crea multiplicando la matriz debido al giro en X y la matriz debido al giro en Z. El giro en Y no existe ya que se trata del sistema de referencia intermedio, es decir, el que no gira solidario al eje.

Para simplificar los cálculos, se realizan aproximaciones para ángulos pequeños en los que: $\sin \varphi \approx \varphi$ y $\cos \varphi \approx 1$

4.3. Cinemática de la vía

El vector posición que va desde el sistema de referencia en el centro de la vía al punto de contacto del carril, es algo más sencillo, ya que se obtiene mediante la suma de dos vectores (véase [Figura 30](#)):

$$\mathbf{r}_r = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{Parametros.Lr} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{A}^{t_rp} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{S}_r \\ \mathbf{F}_r \end{bmatrix} + \mathbf{u_irr}$$

En primer lugar, el vector posición del *track frame* al *global frame* (solo depende de la coordenada de la trayectoria del eje (s)) y en segundo lugar el vector posición del punto del carril con respecto al *track frame*.

- **[0 Parametros.Lr 0]:** Representa el semiancho de vía (el ancho de vía depende de la línea y la red ferroviaria en España existen dos medidas: 1,668 m para ancho ibérico y 1,435 m para ancho UIC).
- **$\mathbf{A}_{t_rp} * \mathbf{v}$:** El vector “v” representa las coordenadas del vector desde el centro del carril, $\mathbf{v} = [0, S_r, F_r]$. Va multiplicado por una matriz de transformación $\mathbf{A}_{t_rp}$ ya que se debe pasar del sistema de referencia en la cabeza del carril al sistema de referencia de la vía.
- **$\mathbf{u_irr}$:** Es el vector de irregularidades. Debido a que el trazado de la vía no es ideal, se producen sobrecanchos del carril ([Tabla 1](#)), que, entre otras ventajas, favorecen el paso por curva. Este concepto se desarrollará en la [sección 4.6](#).

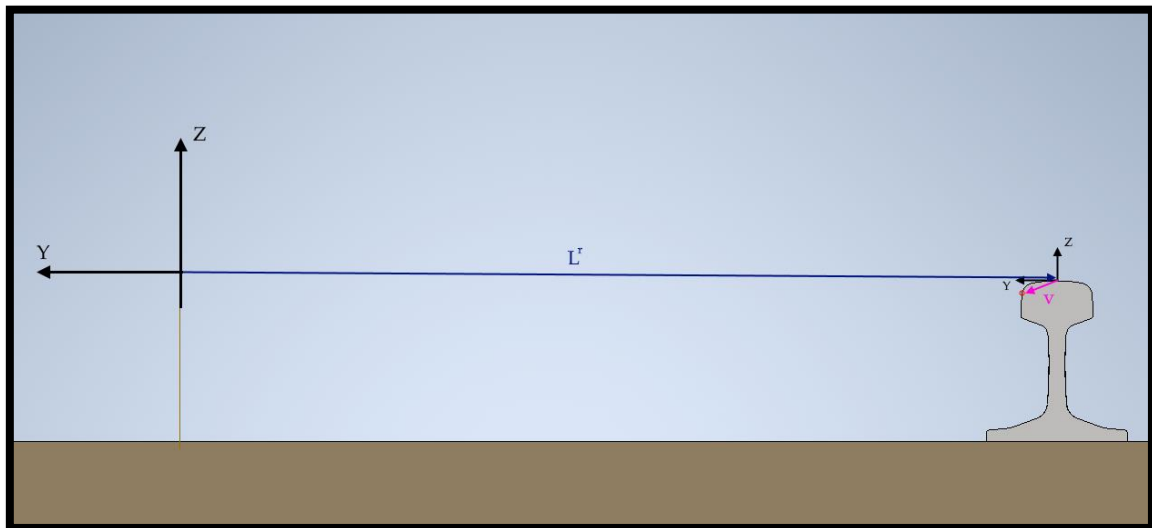


Figura 30: Vectores carril

4.4. Formulaciones de contacto rueda-carril

En esta sección se estudiará cómo se determinan los puntos de contacto rueda-carril desde el punto de la simulación dinámica mediante sistemas multicuerpo.

Como se dedujo en el capítulo anterior, si se desea evaluar las fuerzas de contacto tangenciales (o *creep forces*) y el momento de giro, se debe conocer la fuerza de contacto normal, así como el material de la rueda/carril y los parámetros geométricos. Hay dos enfoques principales que pueden utilizarse en las formulaciones de sistemas multicuerpo para determinar la fuerza de contacto normal cuando se considera la interacción rueda/carril.

En la primera hipótesis, formulación con restricciones, el contacto entre la rueda y el riel se describe usando ecuaciones de restricciones cinemáticas. La fuerza de contacto normal se puede determinar como la fuerza de reacción debida a la imposición de las ecuaciones de restricción de contacto. Cuando se utilizan restricciones de igualdad, se supone que no hay penetración o separación entre la rueda y el riel.

En el segundo enfoque, formulación elástica, una fuerza (con coeficientes de rigidez y amortiguamiento conocidos) se utiliza para describir el contacto rueda/carril. En este enfoque, la rueda tiene seis grados de libertad con respecto al riel y la separación rueda/riel es posible.

4.4.1. Formulación general elástica

Cuando dos sólidos están en contacto, se debe satisfacer dos tipos de condiciones. En primer lugar, dos puntos (puntos de contacto) en las dos superficies deben coincidir. En segundo lugar, las dos superficies deben tener los mismos planos tangentes en el punto de contacto. Estas dos condiciones, junto con el cálculo de los vectores posición del apartado 4.2 y 4.3, definen las siguientes cinco ecuaciones de restricción que se requieren para describir el contacto no conforme entre la rueda y el carril:

$$C^c = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{1c}^r \cdot \mathbf{r}_c^{wr} \\ \mathbf{t}_{2c}^r \cdot \mathbf{r}_c^{wr} \\ \mathbf{t}_{1c}^w \cdot \mathbf{r}_c^{wr} \\ \mathbf{t}_{2c}^w \cdot \mathbf{r}_c^{wr} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.4.1)$$

Siendo $\mathbf{r}_c^{wr}$:

$$\mathbf{r}_c^{wr} = \mathbf{r}_c^w - \mathbf{r}_c^r \quad (4.4.2)$$

Donde los superíndices r y w se refieren al carril (*rail*) y a la rueda (*wheel*), respectivamente; q_w y q_r son, respectivamente, las coordenadas generalizadas de la rueda y el carril; y $\mathbf{t}_1$, $\mathbf{t}_2$ y $\mathbf{n}$ son las dos tangentes y la normal a la superficie (**Figura 31**).

En un contacto elástico, las tangentes al punto de contacto en la rueda son paralelas a las tangentes en el carril **Ec. (4.4.1)**. Estas 4 ecuaciones no eliminan ningún grado de libertad del eje, puesto que, a las 4 ecuaciones, se añaden 4 parámetros de superficie (incógnitas). Esto quiere decir, que se permitirá la penetración o separación de las superficies rueda-carril en contacto.

4.4.2. Formulación general del contacto con restricciones

En un contacto con restricciones, el punto de contacto es el mismo para la rueda que para el carril, siendo los planos de contacto paralelos. Se imponen 5 restricciones cinemáticas por cada pareja de rueda-carril, por lo que, como son 4 parámetros de superficie, cada conjunto rueda-carril elimina un grado de libertad del eje. Como hay 2 parejas rueda-carril, significa que se eliminarán 2 grados de libertad del eje. Por este motivo, no se permitirá la penetración-separación de las superficies rueda-carril en contacto.

$$\mathbf{C}^c = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_c^w - \mathbf{r}_c^r \\ \mathbf{t}_{1c}^w \cdot \mathbf{r}_c^{wr} \\ \mathbf{t}_{2c}^w \cdot \mathbf{r}_c^{wr} \end{bmatrix} = 0 \quad (4.4.3)$$

Este TFG se centrará en el contacto con restricciones.

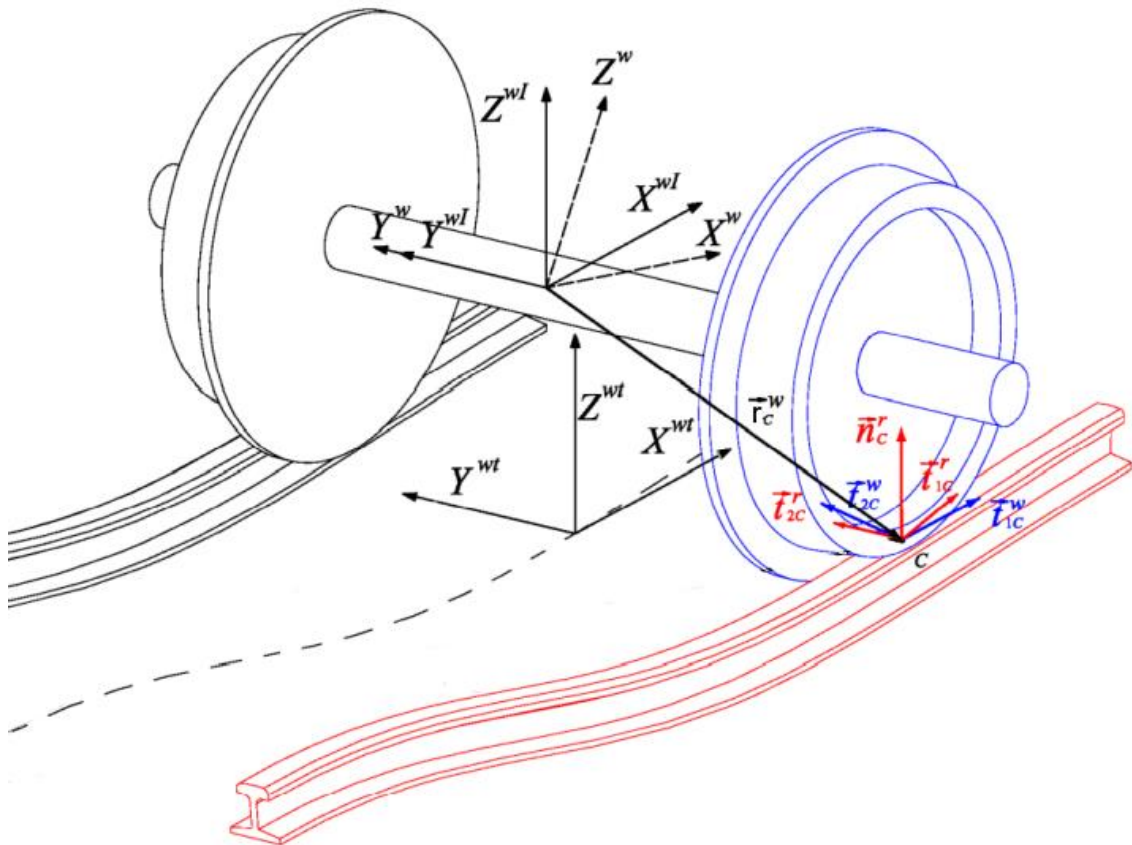


Figura 31: Sistemas de referencia, vectores tangentes y vectores de posición

4.5. Simplificación del contacto con restricciones

La rueda puede tener cinco grados de libertad con respecto al carril: Dos traslaciones en el plano tangente en el punto de contacto y tres rotaciones relativas (θ para el eje Y, ψ para el Z y φ para el eje X tal y como se muestra en la **Figura 22**. De esta forma, obtenemos cuatro incógnitas debido a los parámetros geométricos (mencionados en el **apartado 0.**). Según las restricciones aplicadas en el caso de un contacto no conforme y las restricciones que enumeraremos más adelante, estos grados de libertad se reducen a 3.

Las restricciones son:

En este caso, se supone que no hay movimiento relativo a lo largo de la normal al plano tangente en el punto de contacto. Esto implica que imponer las condiciones de contacto no conforme eliminan un grado de libertad; esta es la libertad del movimiento relativo a lo largo de la normal al plano tangente en el punto de contacto.

Por lo tanto, cada contacto rueda-carril elimina un grado de libertad al movimiento del juego de ruedas, porque agrega 4 variables (parámetros de superficie) pero también 5 ecuaciones algebraicas no lineales que deben cumplirse.

Las ecuaciones de restricción son las restricciones de posición de 3 puntos de contacto y las restricciones de orientación de 2 planos tangentes. Las restricciones de la posición del punto de contacto establecen que el valor absoluto de la posición del punto de contacto en el carril es la misma que la posición absoluta del contacto, el punto en la rueda.

Las restricciones de contacto, se simplifican utilizando los siguientes supuestos geométricos:

- La sección transversal del plano que contiene el centro del juego de ruedas también contiene los puntos de contacto del carril izquierdo y derecho, es decir:
$$s^{wi} = s^{rr} = s^{lr}$$
- Los puntos de contacto en los perfiles de rueda de carril izquierdo y derecho están contenidos en el plano $Y^{wli} - Z^{wli}$, es decir:

$$s_2^{lw} = s_2^{rw} = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

De esta manera, aplicando estas restricciones, el contacto se reduce de un problema tridimensional con 4 grados de libertad que darían 10 ecuaciones no lineales a un contacto bidimensional que sólo dependerá de una variable para determinar los puntos de contacto, el desplazamiento lateral del eje en la vía.

4.6. Inclusión de las irregularidades de vía

Las irregularidades de la vía se pueden considerar desviaciones geométricas de las cabezas del carril de sus posiciones ideales (ver [Figura 33](#)). Existen dos tipos para caracterizarlos: defectos de vía aislados y distribuidos [1].

Los defectos aislados de vía son la principal causa de inseguridad, aunque son casos excepcionales que pocas veces aparecen. Suelen estar presentes en trabajos de vías especiales, en áreas de drenaje deficiente y en cruces de carreteras, puentes o desvíos. Su frecuencia de ocurrencia depende de las características de la vía y su mantenimiento, pero su influencia relevante en la dinámica del vehículo requiere un cuidado especial al tratar con ellos.

Las irregularidades de vía distribuidas están presentes a lo largo del carril y presenta patrones regulares. En la industria ferroviaria, se definen como irregularidades en la línea central de la vía en los siguientes cuatro parámetros mostrados en la [Figura 32](#)

- Variación del ancho de vía ζ_g
- Alineación lateral, ζ_a
- Peralte o nivel transversal ζ_p
- Nivelación o perfil vertical ζ_n

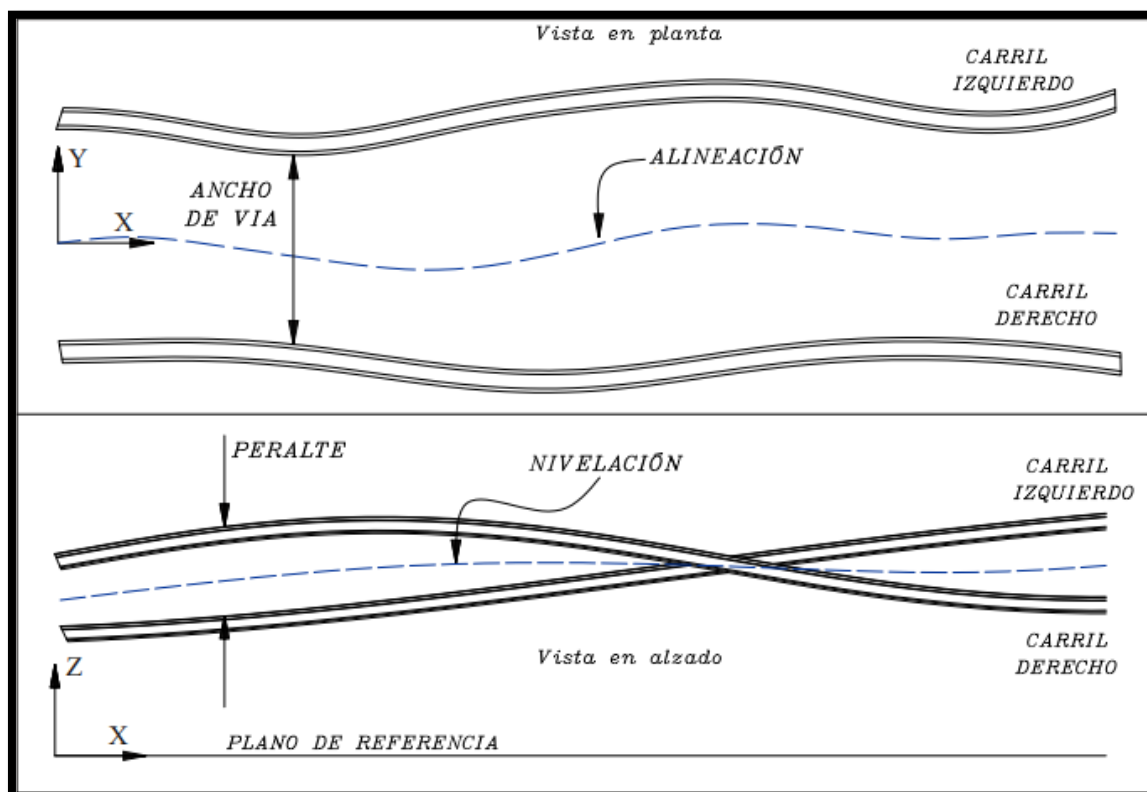


Figura 32: Irregularidades de vía distribuidas [1]

Estas últimas irregularidades de vía son las que se incluirán en el vector mencionado en el apartado 4.3, ya que se pueden definir matemáticamente como desplazamientos verticales y/o horizontales del trazado ideal o teórico de la siguiente forma:

$$\zeta_g = (u_y^L - u_y^R), \quad \zeta_a = (u_y^L - u_y^R)/2$$

$$\zeta_p = (u_z^L - u_z^R), \quad \zeta_n = (u_z^L - u_z^R)/2$$

Donde L y R se refieren al carril izquierdo y derecho respectivamente, y el desplazamiento horizontal y vertical se denotan con las letras Y, Z.

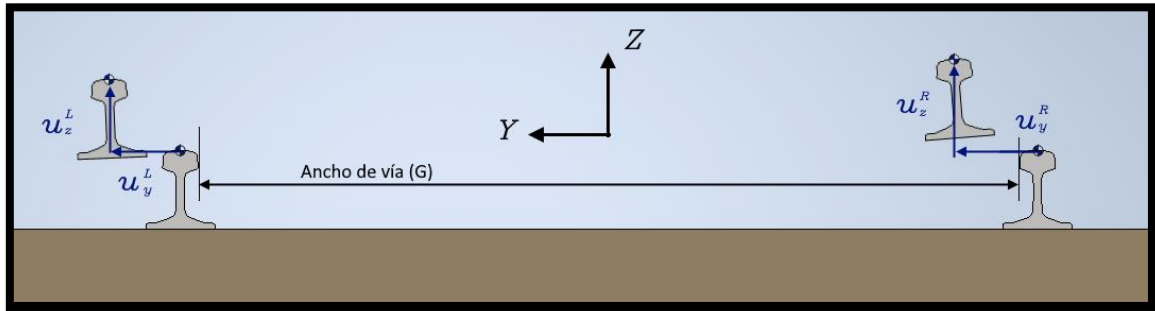


Figura 33: Desplazamientos verticales y/o horizontales del trazado ideal.

De esta forma, el vector irregularidades queda:

$$\mathbf{u}_{irr} = \begin{bmatrix} u_y^L \\ u_z^L \\ u_y^R \\ u_z^R \end{bmatrix}$$

5. Generación de tablas precalculadas de contacto rueda-carril en Matlab

5.1. Determinación de perfiles rueda-carril reales

En primer lugar, se realiza un boceto en un software de diseño como Inventor o AutoCAD con los planos proporcionados por las normativas:

- **UNE-EN 13674 – 1** que regula el perfil 54E1 (UIC54) y el UIC 60.
- **UNE-EN 14811** para los carriles con fines especiales (tranvías y grúas).
- **UNE-EN 13715:2021** que define los parámetros para el perfil de la rueda.

También se puede consultar los planos en las páginas web de las empresas fabricantes de carriles (como ArcelorMittal) o en las empresas de infraestructuras ferroviarias (como Adif).

Para este proyecto, el boceto se realizó primero en “Inventor Professional 2022”, ya que resolvía mejor los problemas de restricciones y tangencias, además ofrecía la ventaja de poder representarlo en 3D o representar los parámetros del perfil de la rueda en función del ancho de la pestaña, como así indica la norma.

Posteriormente, se exportó a formato AutoCAD para realizar el mallado (**Figura 34**).

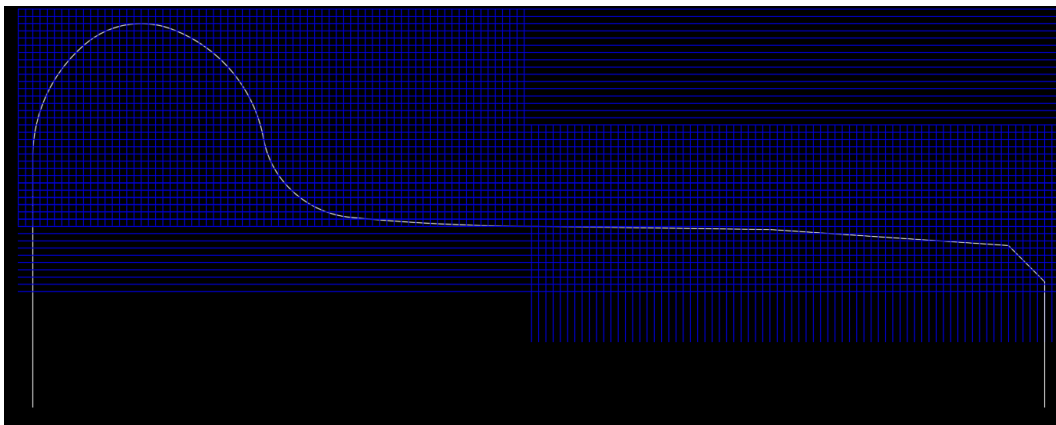


Figura 34: Mallado del perfil de la rueda en AutoCAD.

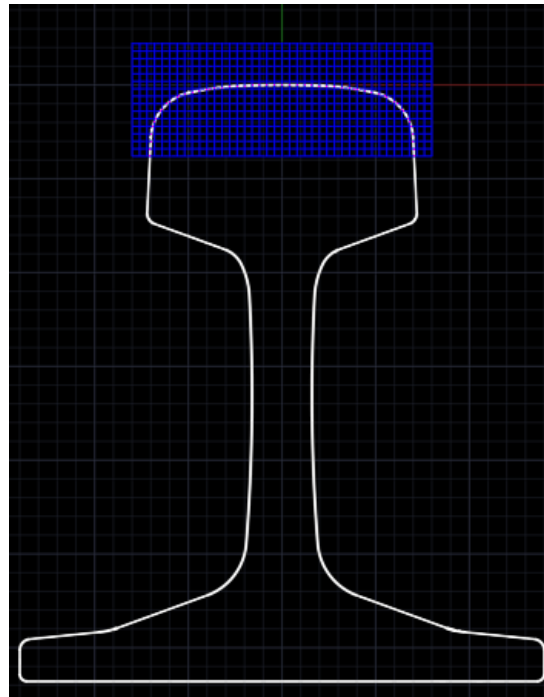


Figura 35: Mallado del perfil del carril en AutoCAD.

En segundo lugar, mediante una rejilla de líneas verticales y horizontales (**Figura 35**), se crea una serie de puntos en las intersecciones (**Figura 36**). Estos puntos se podrán exportar en una hoja de cálculo o documento de texto y servirán para el procesado en Matlab.

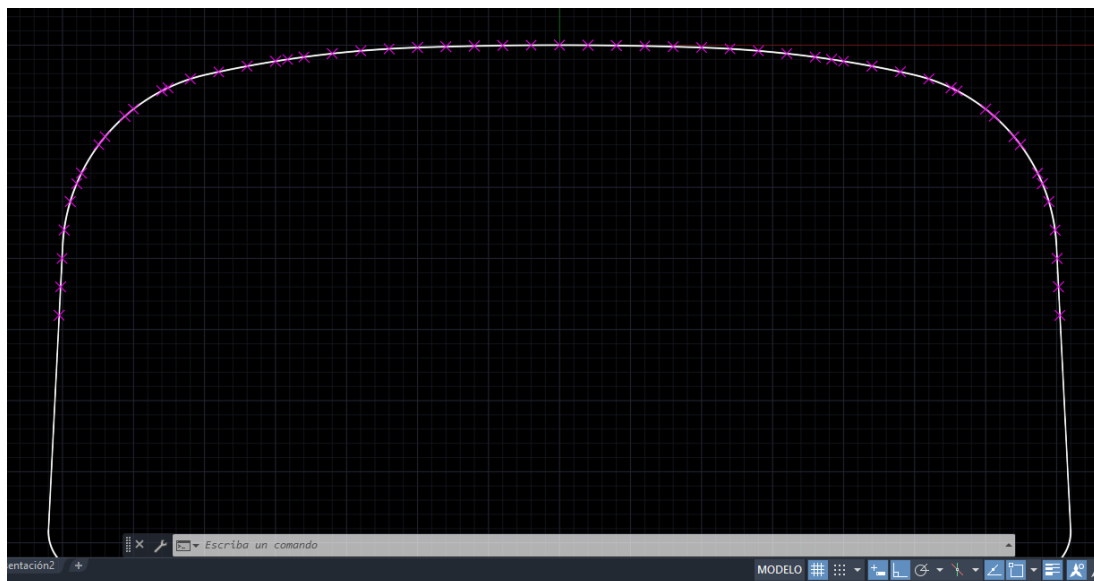


Figura 36: Puntos de la cabeza del carril.

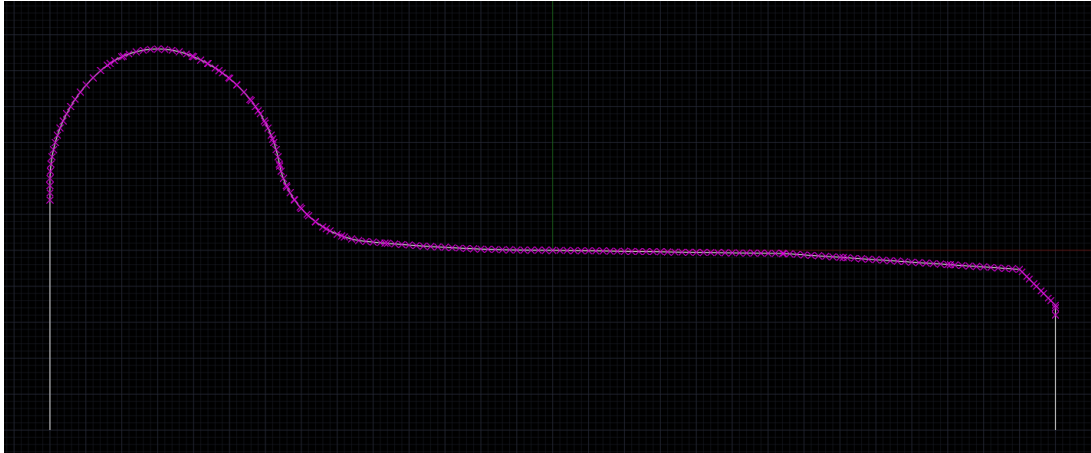


Figura 37: Puntos en el perfil de rueda.

En total, se han estudiado 2 tipos de perfiles de carril y 3 tipos perfiles de ruedas:

- Para los carriles, el **UIC 54** (que supone casi el 90% de la red ferroviaria en España) y el **UIC 60** (utilizado en alta velocidad).
- En los perfiles de rueda, se ha probado primero con perfiles cónicos simples, posteriormente con perfil ideal **ORES1002** y por último se ha ensayado un perfil **S1002 con desgaste**, según las mediciones hechas sobre el terreno.

Mediante un calibre especial para la medición en ruedas ferroviarias, se han obtenido las medidas de los parámetros de espesor y altura de la pestaña (véase [Figura 38](#)). Posteriormente, con ayuda de la normativa sobre los perfiles de rueda mencionada al inicio de este apartado, se realiza el boceto completo en el software de diseño Autocad.

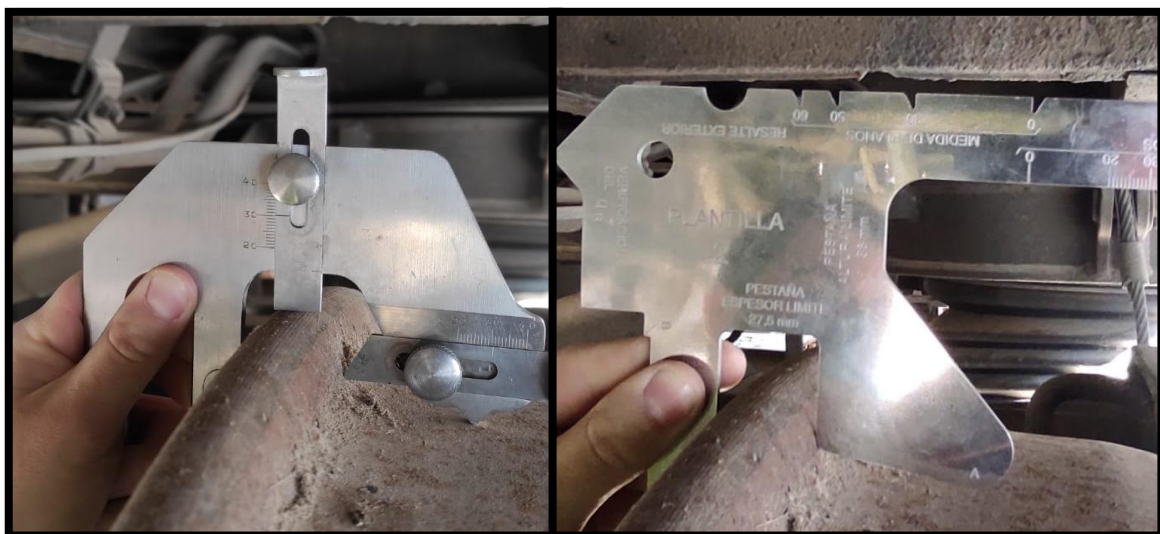


Figura 38: Izquierda: Medición del espesor y altura de pestaña. Derecha: Comprobación de los límites de desgaste.

Para la obtención de los perfiles cónicos simples, se puede emplear la función “*polyfit*” de Matlab que, a partir de una serie de puntos de control dados (según la geometría real), ajusta un polinomio del grado solicitado en función del número de puntos.

De esta manera, se crea la función “Generar_perfil_rueda_conica” (véase **Figura 39**), que carga los datos del perfil de rueda real S1002, se selecciona los puntos de control y genera un polinomio del grado deseado. La función también permite calcular las derivadas para su posterior uso en los cálculos de las tangentes y curvaturas.

```
5
6 - load S1002v2.txt;
7 - s_real = S1002v2(:,1);
8 - f_real = S1002v2(:,2);
9 - K_real = S1002v2(:,3);
10 - figure, plot(s_real,f_real,'b')
11 - axis equal
12
13 - s = [-0.04796 0.0816]';
14 - f = [-0.002393-3.5e-3 0.0136-3.5e-3]';
15
16 - hold on, plot(s,f,'r-x')
17 - p = polyfit(s,f,1); %polinomio 1er grado
18 - dp = polyder(p); % primera derivada
19 - ddp = polyder(dp); % segunda derivada
20
21 - x = [-0.05:0.0001:0.09]';
22 - y = polyval(p,x);
23
24 - dy = polyval(dp,x);
25 - ddy = polyval(ddp,x);
26
27 - K = (ddy)./(1+dy.^2).^1.5; % curvatura de la rueda
28
29 - hold on, plot(x,y,'k-'), legend('S1002','Puntos de control','Perfil polinomio de 1er grado')
30 - title('Generacion de un perfil de rueda conica')
31 - xlabel('Coordenada x (m)')
32 - ylabel('Coordenada y (m)')
33 - %figure, plot(x,K,'b')
```

Figura 39: Algoritmo para generar perfiles de rueda mediante curvas polinómicas.

A continuación, se representan los ejemplos utilizados en la simulación del contacto:

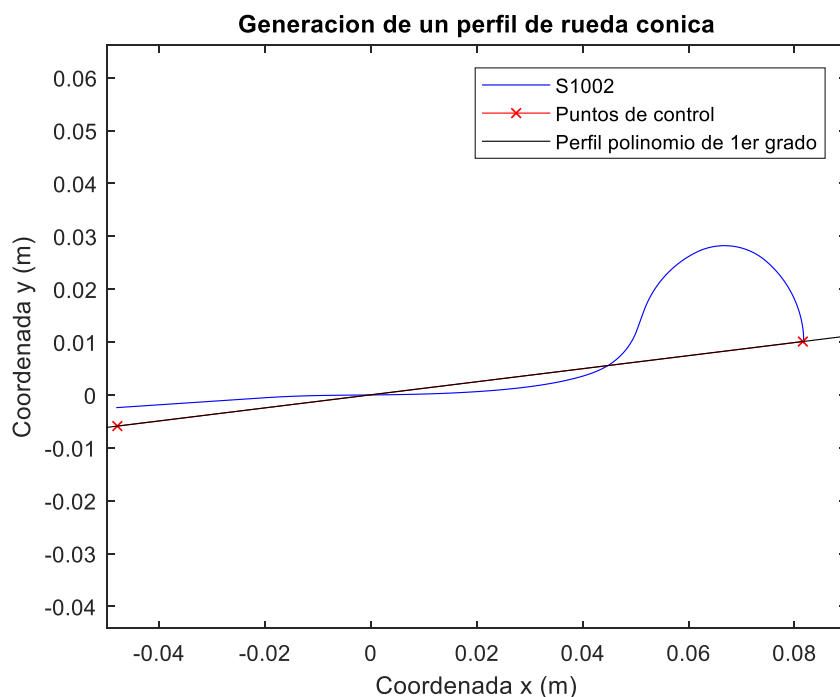


Figura 40: Generación del perfil cónico con polinomio de grado 1.

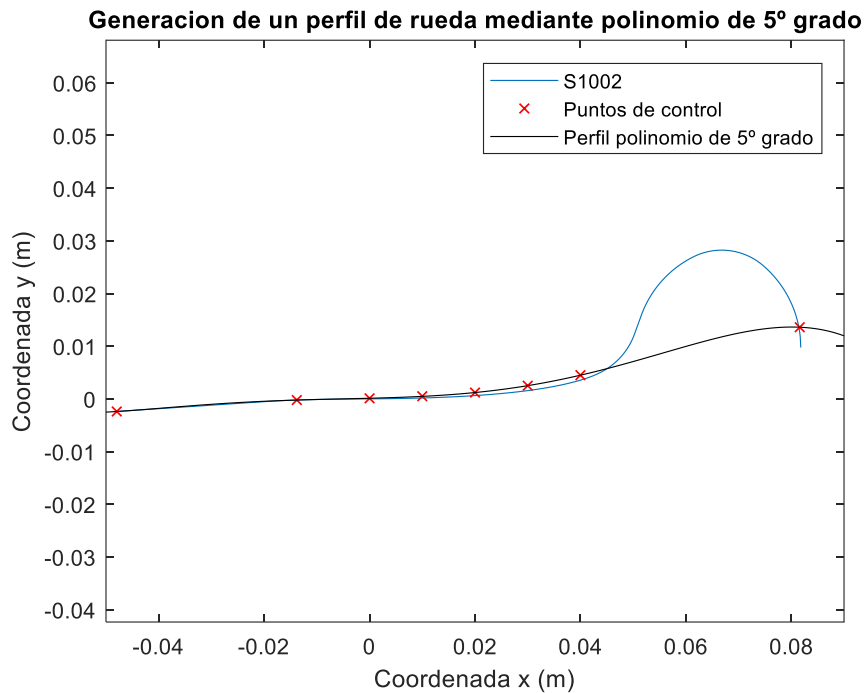


Figura 41: Generación del perfil cónico con polinomio de grado 5.

Para la obtención de los parámetros de longitud del eje entre caras internas y diámetro de rueda, se necesitan instrumentos de medida especiales y muy precisos. Además, cada fabricante tiene sus propios parámetros ejes y ruedas. Esta información es privada y está prohibida la copia, reproducción o distribución sin autorización por lo que la búsqueda de datos es bastante complicada. Sin embargo, gracias a la experiencia en las prácticas externas realizadas, se facilitó información desde los talleres de Renfe Integria.

A continuación, se muestran ejemplos de fabricantes de ejes, donde se pueden consultar las características de los mismos:

<http://es.eamachine.com/train-wheel/train-wheel-axle.html>

<https://www.caf.net/es/soluciones/ejes-componentes/rodajes-equipo-componentes.php>

Proceso de cálculo de primera y segunda derivada para la curvatura y tangentes.

Debido a la complejidad que supone parametrizar una curva con la geometría del carril o de la rueda y con la ventaja de conocer los puntos característicos de las superficies, es conveniente optar por un cálculo de la derivada mediante diferencias finitas. El proceso se puede realizar de la siguiente forma:

Para el cálculo de la derivada en los puntos extremos, es decir, el primer y último punto de la superficie, se usará una discretización en diferencias progresiva y regresiva de primer orden:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{(u_{i+1} + u_i)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$
$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{(u_{i+1} - u_i)}{\Delta x} + O(\Delta x)$$

Para el cálculo de la derivada en los puntos intermedios se utilizará una discretización en diferencias finitas centrada:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{(u_{i+1} - u_{i-1})}{2 \cdot \Delta x} + O(\Delta x)^2$$

De esta manera, se puede implementar fácilmente en un algoritmo (**Figura 42**). La función “diferenciasfinitas”, devuelve la derivada de una curva, que se representa como una serie de datos x e y. Se debe disgregar entre los valores extremos de un vector de datos y el resto de datos ya que no deben existir los denominados “nodos fantasmas”.

```
diferenciasfinitas.m  +
1  function [dydx] = diferenciasfinitas(x,y)
2  %DIFERENCIASFINITAS
3  % Función que devuelve la derivada de la funcion utilizando diferencias
4  % finitas
5  Long=length(x);
6  for i=1:Long
7      if i==1;
8          dydx(i)=(y(i+1)-y(i))/(x(i+1)-x(i));
9      else
10         if i==Long
11             dydx(i)=(y(i)-y(i-1))/(x(i)-x(i-1));
12         else
13             dydx(i)=(y(i+1)-y(i-1))/(x(i+1)-x(i-1));
14         end
15     end
16 end
17 dydx=transpose(dydx);
18 end
19
```

Figura 42: Algoritmo de cálculo de las diferencias finitas.

5.2. Funciones cinemáticas para obtener los puntos de contacto rueda-carril

5.2.1. Determinación del vector posición respecto a la rueda

Una vez definidos los vectores que se ha de calcular, se realizan los cálculos necesarios en MATLAB. Para ello, se creó una función denominada “obtenerRuedaPosTans” que solicita cuatro parámetros de entrada:

- q_w : Representa la posición y giro del eje. $q_w = [0 \text{ y } z \text{ phi tet psi}]$
- s_w : Es el parámetro transversal del perfil de la rueda
- IzqDcha: Para definir si el contacto es a la izquierda o a la derecha.
- Parametros: Es una variable estructurada donde se incluyen los parámetros de superficie del perfil de la rueda (s_w y f_w) y el semiancho del eje (L_w).

Esta función proporciona como salida tres resultados:

- r_w : Vector posición del punto de contacto de la rueda respecto al sistema de referencia de la vía.
- t_L^w : Tangente longitudinal
- t_T^w : Tangente transversal

```
diferenciasfinitas.m  obtenerRuedaPosTans.m  +
7 - if strcmp(IzqDcha,'Izq')
8 -     [fw, dfw, ddfw] = PerfilRuedaIzq_real(sw, Parametros);
9 - end
10
11 - if strcmp(IzqDcha,'Dcha')
12 -     [fw, dfw, ddfw] = PerfilRuedaDcha_real(sw, Parametros);
13 - end
14
15 - v = zeros(3,1); tL = zeros(3,1); tT = zeros(3,1);
16
17 - v(1) = 0.0; v(2) = sw; v(3) = -(Parametros.r0 + fw);
18 - tL(1) = 1.0; tL(2) = 0.0; tL(3) = 0.0;
19
20 - alf = atan(dfw);
21
22 - tT(1) = 0.0; tT(2) = cos(alf); tT(3) = -sin(alf);
23
24 - %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
25 - % GEOMETRÍA EN EL SIST. REF. DE LA VÍA %
26 - %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
27
28 - yw = qw(2);
29 - zw = qw(3);
30
31 - fiw = qw(4);
32 - tetw = qw(5);
33 - psiw = qw(6);
34
35 - A_t_wI(1,:) = [1 -psiw 0.0];
36 - A_t_wI(2,:) = [psiw 1 -fiw];
37 - A_t_wI(3,:) = [0.0 fiw 1];
38
39 - if strcmp(IzqDcha,'Izq')
40 -     rw = [0 yw zw]' + A_t_wI*([0 Parametros.Lw 0]' + v);
41 - end
42
43 - if strcmp(IzqDcha,'Dcha')
44 -     rw = [0 yw zw]' + A_t_wI*([0 -Parametros.Lw 0]' + v);
45 - end
46
```

Figura 43: Algoritmo para el cálculo del vector posición de la rueda.

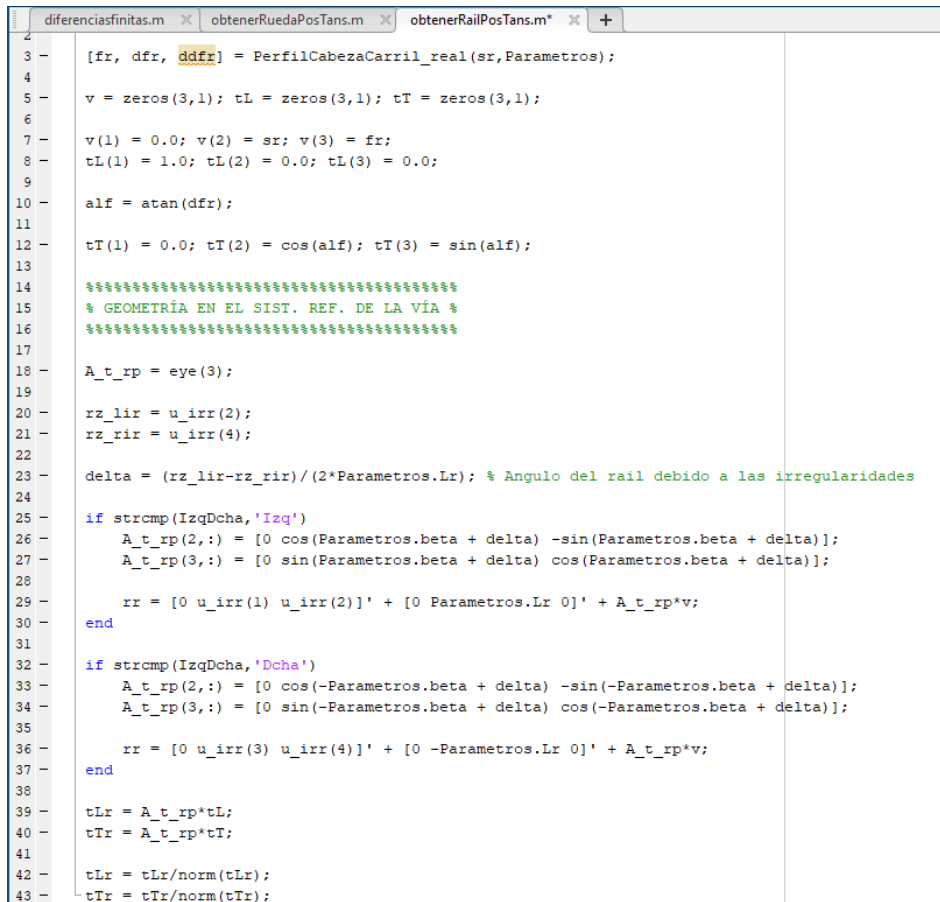
5.2.2. Determinación del vector posición respecto al carril

Al igual que en el caso de la rueda, se creó una función en MATLAB denominada “obtenerRailPosTans” que solicita cinco parámetros de entrada:

- q_r : es el vector de coordenadas del centro de la vía respecto al *Track Frame*. Por lo tanto, sus coordenadas son [0 0 0 0 0].
- s_r : Es el parámetro transversal del perfil del carril
- IzqDcha: Para definir si el contacto es a la izquierda o a la derecha.
- Parametros: Es una variable estructurada donde se incluyen los parámetros de superficie del carril (s_r y f_r), el semiancho de vía (L_r) y el ángulo de montaje del carril (β)

Esta función proporciona como salida tres resultados:

- R_r : Vector posición del punto de contacto de la rueda respecto al sistema de referencia de la vía.
- t_L^r : Tangente longitudinal
- t_T^r : Tangente transversal



```

1  [fr, dfr, ddf] = PerfilCabezaCarril_real(sr, Parametros);
2
3  v = zeros(3,1); tL = zeros(3,1); tT = zeros(3,1);
4
5  v(1) = 0.0; v(2) = sr; v(3) = fr;
6  tL(1) = 1.0; tL(2) = 0.0; tL(3) = 0.0;
7
8  alf = atan(dfr);
9
10 tT(1) = 0.0; tT(2) = cos(alf); tT(3) = sin(alf);
11
12 % GEOMETRÍA EN EL SIST. REF. DE LA VÍA %
13
14 A_t_rp = eye(3);
15
16 rz_lir = u_irr(2);
17 rz_rir = u_irr(4);
18
19 delta = (rz_lir-rz_rir)/(2*Parametros.Lr); % Angulo del rail debido a las irregularidades
20
21 if strcmp(IzqDcha,'Izq')
22     A_t_rp(2,:) = [0 cos(Parametros.beta + delta) -sin(Parametros.beta + delta)];
23     A_t_rp(3,:) = [0 sin(Parametros.beta + delta) cos(Parametros.beta + delta)];
24
25     rr = [0 u_irr(1) u_irr(2)]' + [0 Parametros.Lr 0]' + A_t_rp*v;
26 end
27
28 if strcmp(IzqDcha,'Dcha')
29     A_t_rp(2,:) = [0 cos(-Parametros.beta + delta) -sin(-Parametros.beta + delta)];
30     A_t_rp(3,:) = [0 sin(-Parametros.beta + delta) cos(-Parametros.beta + delta)];
31
32     rr = [0 u_irr(3) u_irr(4)]' + [0 -Parametros.Lr 0]' + A_t_rp*v;
33 end
34
35 tLr = A_t_rp*tL;
36 tTr = A_t_rp*tT;
37
38 tLr = tLr/norm(tLr);
39 tTr = tTr/norm(tTr);

```

Figura 44: Algoritmo para el cálculo del vector posición del carril.

5.3. Formulación del contacto

Para resolver el contacto, se ha precisado de una función capaz de resolver sistemas de ecuaciones algebraicas no lineales. Esto se puede realizar mediante la función *fsolve* implantada en Matlab, que se encarga de modificar las distintas variables que se deseen estudiar hasta que la solución presente convergencia.

A continuación, se indican todas las funciones necesarias para resolver el contacto.

En primer lugar, se crea una función denominada “Restricciones”, cuya misión es crear el vector de 3x1 de las restricciones de contacto mencionadas en el [apartado 4.4.2](#) tanto para la rueda izquierda como para la derecha.

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{r}_x^w - \mathbf{r}_x^r \\ \mathbf{r}_y^w - \mathbf{r}_y^r \\ \mathbf{t}_r^t \cdot \mathbf{n}^w \end{bmatrix} = 0 \quad (5.3.1)$$

Donde $\mathbf{r}_x^w$ y $\mathbf{r}_x^r$ son las coordenadas del vector en x de la rueda y carril respectivamente y lo mismo ocurre para $\mathbf{r}_y^w$ y $\mathbf{r}_y^r$. El término $\mathbf{t}_r^t \cdot \mathbf{n}^w$ denota el producto escalar del vector tangente transversal del carril multiplicado por el vector normal de la rueda.

Esta función necesita 6 parámetros de entrada (**qr**, **qw**, **s**, **IzqDcha**, **Parametros**, **u_irr**), que se usarán principalmente para hallar los vectores posición de la rueda y carril mediante las funciones “obtenerRailPosTans” y “obtenerRuedaPosTans” explicadas en el apartado anterior.

Una vez hecho esto, se genera el vector de las restricciones de contacto **Ec** (5.3.1)

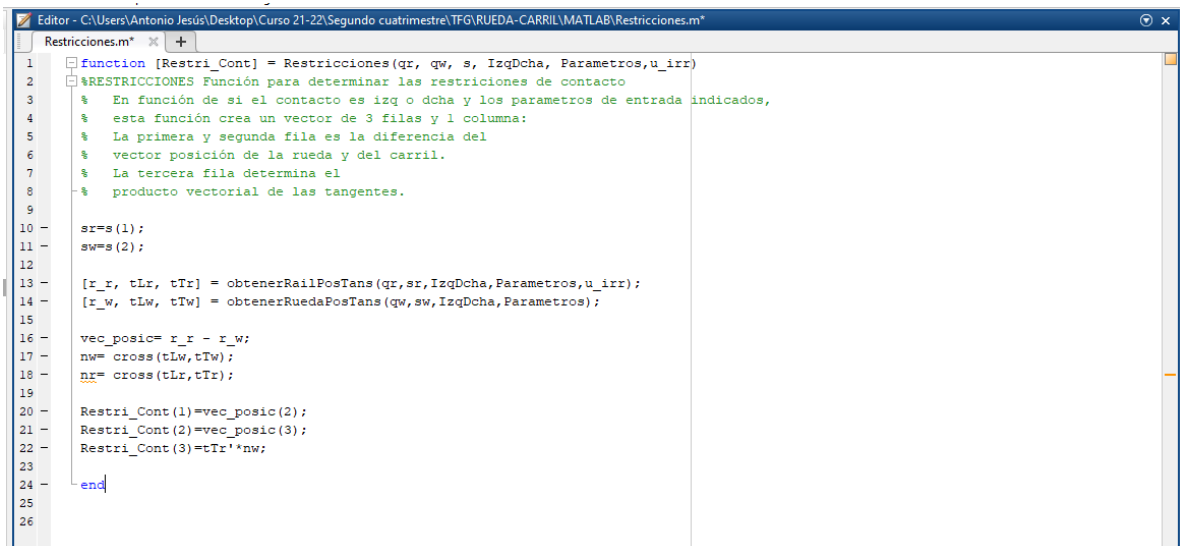
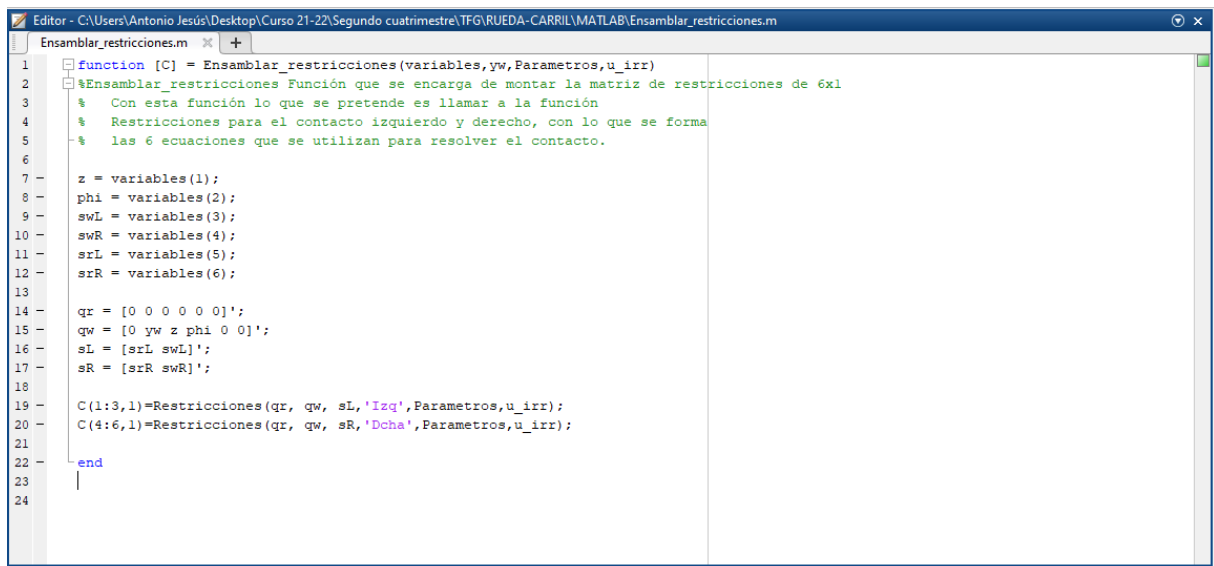


Figura 45: Algoritmo de cálculo de las restricciones de contacto.

En segundo lugar, mediante la función “Ensamblar_restricciones” se genera un vector 6x1 que representa las 3 restricciones correspondientes al contacto izquierdo y las 3 del contacto derecho. Esto se realiza mediante el uso de la función “Restricciones”. Esta nueva función también se encarga de definir qué variables hay que modificar, en función de la posición del eje, para resolver la ecuación del contacto.

Por lo tanto, se necesitan 4 parámetros de entrada y generará el vector de 6x1 con las restricciones de contacto.



```
1 function [C] = Ensamblar_restricciones(variables,yw,Parametros,u_irr)
2 %Ensamblar_restricciones Función que se encarga de montar la matriz de restricciones de 6x1
3 % Con esta función lo que se pretende es llamar a la función
4 % Restricciones para el contacto izquierdo y derecho, con lo que se forma
5 % las 6 ecuaciones que se utilizan para resolver el contacto.
6
7 z = variables(1);
8 phi = variables(2);
9 swL = variables(3);
10 swR = variables(4);
11 srL = variables(5);
12 srR = variables(6);
13
14 qr = [0 0 0 0 0 0]';
15 qw = [0 yw z phi 0 0]';
16 sL = [srL swL]';
17 sR = [srR swR]';
18
19 C(1:3,1)=Restricciones(qr, qw, sL,'Izq',Parametros,u_irr);
20 C(4:6,1)=Restricciones(qr, qw, sR,'Dcha',Parametros,u_irr);
21
22 end
23
24
```

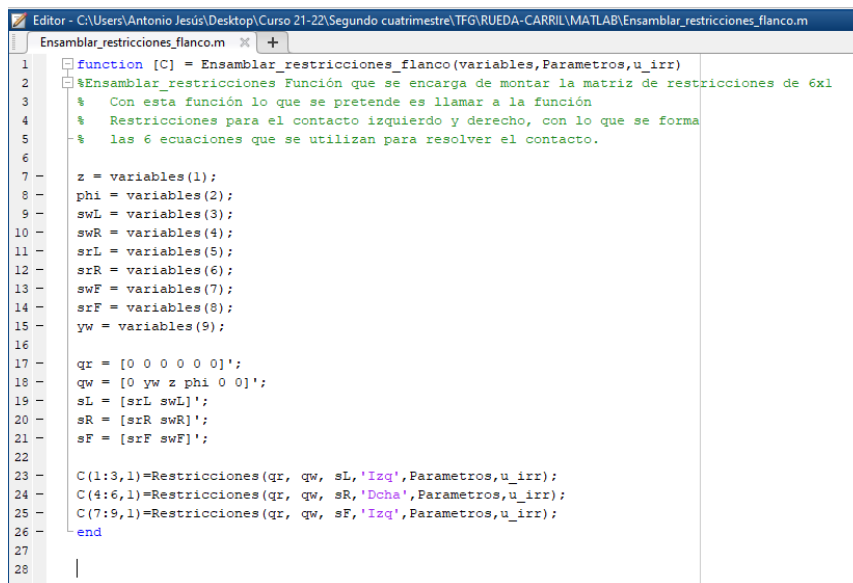
Figura 46: Función para ensamblar las restricciones de contacto.

Finalmente, la función *fsolve* utilizada para resolver ecuaciones algebraicas no lineales haciendo uso del algoritmo de Newton-Raphson y junto con la función “Ensamblar_restricciones”, se resuelve las ecuaciones de contacto para cada valor de posición del eje (y_w)

5.4. Determinación del contacto en flanco

El problema de contacto se complica cuando, para determinadas posiciones del eje, existen dos puntos de contacto en una rueda. Esto quiere decir que la pestaña roza contra el carril.

En este caso, se necesitan 3 ecuaciones de contacto adicionales que se deben introducir en una nueva función que deriva del apartado anterior denominada “Ensamblar_restricciones_flanco” cuya salida es un vector “**C**” de 9x1 con las ecuaciones del contacto rueda carril (3 para el lado izquierdo y 3 para el derecho) y las 3 ecuaciones del contacto en flanco.



```
1 function [C] = Ensamblar_restricciones_flanco(variables,Parametros,u_irr)
2 %Ensamblar_restricciones Función que se encarga de montar la matriz de restricciones de 6x1
3 % Con esta función lo que se pretende es llamar a la función
4 % Restricciones para el contacto izquierdo y derecho, con lo que se forma
5 % las 6 ecuaciones que se utilizan para resolver el contacto.
6
7 z = variables(1);
8 phi = variables(2);
9 swL = variables(3);
10 swR = variables(4);
11 srL = variables(5);
12 srR = variables(6);
13 swF = variables(7);
14 srF = variables(8);
15 yw = variables(9);
16
17 qr = [0 0 0 0 0 0]';
18 qw = [0 yw z phi 0 0]';
19 sL = [srL swL]';
20 sR = [srR swR]';
21 sF = [srF swF]';
22
23 C(1:3,1)=Restricciones(qr, qw, sL,'Izq',Parametros,u_irr);
24 C(4:6,1)=Restricciones(qr, qw, sR,'Dcha',Parametros,u_irr);
25 C(7:9,1)=Restricciones(qr, qw, sF,'Izq',Parametros,u_irr);
26 end
27
28 |
```

Figura 47: Algoritmo de cálculo de las restricciones de contacto en el flanco.

En el [apartado 6.4.2](#) se determina la importancia de esta función en el problema de contacto en flanco.

5.5. Algoritmo de cálculo de la tabla precalculada

En esta sección se mostrará los algoritmos empleados para generar otras subrutinas (gráficas, tablas, animaciones...). Con ello, lo que se pretende es representar de una manera clara y visible los resultados y el objetivo principal de este trabajo.

5.5.1. Programación para generar la tabla de resultados

Para generar una tabla con todos los resultados en función del desplazamiento horizontal del eje (y_w), se debe aglutinar todas las soluciones encontradas por la función “*fsolve*”. Además, para los casos más complejos como el perfil de rueda S1002, se deben estudiar las condiciones de simetría. Éstas condiciones permiten conocer el contacto rueda-carril para los valores de desplazamiento del eje opuestos, es decir cuando $y_w > 0$ y se desea conocer cuando $y_w < 0$ lo cual ahorra coste computacional evitando repetir el cálculo.

En primer lugar, se crea una matriz de ceros de $n \times m$, donde n es la longitud del vector del desplazamiento del eje (y_w) y m el número de soluciones, donde se encuentran: el desplazamiento vertical del eje (z_w), el ángulo de *roll* (Φ) y los parámetros de superficie del contacto tanto para la rueda como el carril. Sin esta preasignación, MATLAB tiene que asignar memoria cada vez que se aumente el tamaño, lo que ralentiza las operaciones.

- En segundo lugar, se concatenan vertical y/o horizontalmente las matrices mediante las funciones “*vertcat*” y “*horzcat*” para generar una única matriz de soluciones.
- En tercer lugar, aplicando las condiciones de simetría y eliminando la primera fila (para no repetir valores), se genera la matriz de soluciones simétricas.
- Por último, se concatenan todas las matrices en una única tabla mediante las funciones anteriormente descritas y en la variable de ceros creada inicialmente.

```

79 %---CREACION DE LA TABLA DEL CONTACTO PRECALCULADO---
80
81 ywttotal=vertcat(yw.',yw3. ');
82 solucion2(:,9)=[];
83 tablasolucion=zeros(length(ywttotal),8);
84
85 tablasolucion(1:length(yw. '),1:6)=solucion;
86 tablasolucion(length(yw. ')+1,1:8)=solucion2;
87 solucion3(1,:)=[];
88 tablasolucion(length(yw. ')+2:length(ywttotal. '),1:6)=solucion3;
89
90 ywsim=ywttotal;
91 ywsim(1,:)=[];
92 ywsim=sort(-ywsim);
93 ywttotal=vertcat(ywsim,ywttotal);
94
95 solucionesim=tablasolucion;
96 solucionesim(1,:)=[]; %zw      phi      sw_izq->-sw_dcha  sw_dcha->-sw_izq  sr_izq      sr_dcha      sw_flanco
97 solucionesim=[solucionesim(:,1),-solucionesim(:,2),-solucionesim(:,4),-solucionesim(:,3),-solucionesim(:,6),-solucionesim(:,5),-solucionesim(:,7),-s
98 solucionesim=rot90(solucionesim,2);
99 solucionesim=[solucionesim(:,8),solucionesim(:,7),solucionesim(:,6),solucionesim(:,5),solucionesim(:,4),solucionesim(:,3),solucionesim(:,2),solucion
100
101 soluciontotal=vertcat(solucionesim,tablasolucion);
102 tabla=horzcat(ywttotal,soluciontotal);
103
104
105 end

```

Figura 48: Algoritmo para el cálculo de la tabla solución.

Esta tabla de datos resume todos los resultados del contacto en función del desplazamiento horizontal del eje y_w . Esto permite una serie de ventajas, la primera de ellas es tener los valores de los resultados ordenados por columnas lo cual permite poder representar de forma gráfica cualquier elemento de interés. En segundo lugar, se puede exportar a un formato “Excel” con la función “*writetable*” por si se desea realizar el post procesado en otro programa.

A continuación, se muestra un ejemplo del resultado obtenido de la exportación:

Tabla 2: Ejemplo tabla de resultados

yw [m]	Zw [m]	Phi [rad]	sw_izq [m]	sw_dcha [m]	sr_izq [m]	sr_dcha [m]	sw_flanc [m]	sr_flanc [m]
-7.15E-03	1.52E-03	-1.80E-03	1.57E-02	3.87E-02	6.36E-03	3.40E-02	0	0
-7.05E-03	1.37E-03	-1.64E-03	1.56E-02	3.86E-02	6.33E-03	3.41E-02	0	0
-6.95E-03	1.21E-03	-1.46E-03	1.54E-02	3.85E-02	6.30E-03	3.41E-02	0	0
-6.85E-03	1.06E-03	-1.28E-03	1.53E-02	3.85E-02	6.26E-03	3.42E-02	0	0
-6.75E-03	8.99E-04	-1.10E-03	1.52E-02	3.84E-02	6.23E-03	3.42E-02	0	0
-6.65E-03	7.36E-04	-9.09E-04	1.50E-02	3.83E-02	6.19E-03	3.42E-02	0	0
-6.55E-03	5.58E-04	-7.06E-04	1.49E-02	3.82E-02	6.14E-03	3.43E-02	0	0
-6.45E-03	3.80E-04	-5.02E-04	1.47E-02	3.82E-02	6.08E-03	3.43E-02	0	0
-6.35E-03	2.03E-04	-2.99E-04	1.46E-02	3.81E-02	6.02E-03	3.43E-02	0	0
-6.25E-03	2.69E-05	-9.85E-05	1.44E-02	-1.86E-03	5.96E-03	-5.91E-03	3.81E-02	3.44E-02
-6.00E-03	2.65E-05	-9.45E-05	1.42E-02	-1.98E-03	5.96E-03	-5.78E-03	0	0
-5.50E-03	2.63E-05	-8.68E-05	1.36E-02	-2.53E-03	5.89E-03	-5.83E-03	0	0
-5.00E-03	2.63E-05	-7.91E-05	1.30E-02	-3.10E-03	5.81E-03	-5.91E-03	0	0
-4.50E-03	2.64E-05	-7.14E-05	1.25E-02	-3.61E-03	5.80E-03	-5.91E-03	0	0
-4.00E-03	2.66E-05	-6.36E-05	1.20E-02	-4.10E-03	5.80E-03	-5.90E-03	0	0
-3.50E-03	2.64E-05	-5.55E-05	1.15E-02	-4.53E-03	5.80E-03	-5.83E-03	0	0
-3.00E-03	2.63E-05	-4.74E-05	1.10E-02	-4.97E-03	5.80E-03	-5.77E-03	0	0
-2.50E-03	2.62E-05	-3.94E-05	1.05E-02	-5.47E-03	5.79E-03	-5.77E-03	0	0
-2.00E-03	2.62E-05	-3.14E-05	9.99E-03	-5.97E-03	5.79E-03	-5.77E-03	0	0
-1.50E-03	2.62E-05	-2.33E-05	9.55E-03	-6.47E-03	5.85E-03	-5.77E-03	0	0
-1.00E-03	2.63E-05	-1.52E-05	9.12E-03	-6.98E-03	5.92E-03	-5.78E-03	0	0
-5.00E-04	2.63E-05	-7.53E-06	8.63E-03	-7.56E-03	5.93E-03	-5.86E-03	0	0
0.00E+00	2.62E-05	1.09E-15	8.13E-03	-8.13E-03	5.93E-03	-5.93E-03	0	0

5.5.2. Generación de las gráficas y animaciones

5.5.2.1. Gráficas y figuras

Para la generación de gráficas, Matlab permite gran variedad de opciones y una infinidad de posibilidades. Las funciones más sencillas que se pueden utilizar para una representación gráfica simple son:

- “figure” para generar varias gráficas a la vez sin que el programa deseche la anterior.
- Comando “plot” genera una gráfica a partir de una serie de datos. También se puede usar el comando “subplot” para representar dos gráficas en la misma interfaz.
- Dentro del comando “plot” existen complementos que ayudan a generar una gráfica mucho más profesional como los comandos: “axis equal”, “grid on”, “xlabel”, “ylabel”, etc.

Para representar los puntos de contacto en la rueda y en el carril, se crea la función “representar_puntos_contacto” (**Figura 49:** Función “representar_puntos_contacto”), que hace uso de la función “obtenerRuedaPosTans”. Ésta se encarga de representar sobre los distintos perfiles de rueda y del carril, los puntos de contacto calculados.

```
representar_puntos_contacto.m  x +
1  function [outputArg1,outputArg2] = representar_puntos_contacto(tabla,Swl,Fwl,Srl,Frl,Parametros)
2
3  figure, plot(-Swl,-Fwl)
4  axis equal, grid on
5  title('Puntos de contacto en la rueda')
6  xlabel('Sw (m)'), ylabel('Fw (m)')
7  hold on
8
9  Parametros.r0=0;
10 Parametros.Lw=0;
11 Parametros.Lr=0;
12 Parametros.beta=0;
13 qw=[0 0 0 0 0];
14 qr=[0 0 0 0 0];
15 u_irr=[0 0 0 0];
16
17 for i=1:length(tabla(:,5))
18     [r_w, tLw, tTw] = obtenerRuedaPosTans(qw,tabla(i,4),'Izq',Parametros);
19     hold on, plot(r_w(2), r_w(3), 'rx')
20     axis equal
21 end
22
23 legend('Perfil de rueda','Puntos de contacto calculados')
24 figure, plot(Srl,Frl)
25 axis equal, grid on
26 title('Puntos de contacto en el carril')
27 xlabel('Sr (m)'), ylabel('Fr (m)')
28 hold on
29
30 for i=1:length(tabla(:,5))
```

Figura 49: Función “representar_puntos_contacto”.

Esta función debe establecer todos los parámetros de longitud del eje (L_w), ancho de vía (L_r), posición del eje (q_w) e irregularidades a cero para poder representar los puntos de contacto sobre el perfil de la rueda o del carril, de tal manera que los vectores de posición coincidan con dichos perfiles.

5.5.2.2. Animaciones

Con el objetivo de observar la evolución del contacto, se genera la función “animarperfilreal”. Ésta muestra, en una misma interfaz, el punto de contacto de la rueda izquierda y derecha, así como los perfiles tanto de la rueda como del carril. El proceso para crear esta función es algo complejo y se describe en detalle a continuación:

En primer lugar, se debe crear la interfaz, dividiendo entre la parte del contacto izquierdo y derecho. También se debe situar en el lugar correcto, en función de los parámetros de ancho de vía, longitud del eje y dimensiones de la rueda. Estos parámetros se guardan en la variable estructurada denominada “Parametros”.

```

1 function Fot = animarPerfilReal(Param,qw,s,u_irr,t)
2
3 persistent figRP
4
5 LW = Param.Lw;
6 Lr = Param.Lr;
7 beta = Param.beta;
8
9 swL = s(1);
10 swR = s(2);
11 srL = s(3);
12 srR = s(4);
13
14 % Ruedas
15 AsRW = [Param.PerfilRuedaReal(1,1) Param.PerfilRuedaReal(end,1)];
16 AsLW = [-Param.PerfilRuedaReal(end,1) -Param.PerfilRuedaReal(1,1)];
17 % Carriles
18 AsRR = [Param.PerfilCabezaCarril(1,1) Param.PerfilCabezaCarril(end,1)];
19 AsLR = [-Param.PerfilCabezaCarril(end,1) -Param.PerfilCabezaCarril(1,1)];
20
21 %Puntos en los perfiles para pintar las graficas
22
23 sLW = AsLW(1):(AsLW(2)-AsLW(1))/350:AsLW(2);
24 sRW = AsRW(1):(AsRW(2)-AsRW(1))/350:AsRW(2);
25
26 sLR = AsLR(1):(AsLR(2)-AsLR(1))/350:AsLR(2);
27 sRR = AsRR(1):(AsRR(2)-AsRR(1))/350:AsRR(2);
28

```

Figura 50: Entrada función “animarPerfilReal”.

Los parámetros AsRW, AsLW, AsRR y AsLR sirven para dividir el perfil real en tantos puntos como se desee, de tal manera que cuando se represente, las curvas tengan una buena resolución.

En segundo lugar, se representa los perfiles tanto para la rueda como del carril en la posición concreta calculada mediante el programa (con la función “fsolve”). Para ello, se proporcionan los parámetros de entrada: (Parametros, qw, s, u_irr).

```

29 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
30 %%% POSICIÓN PUNTOS RUEDA Y CARRIL IZQUIERDOS %%%
31 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
32
33 Rw = [qw(2) qw(3)'];
34 Aw = eye(2);
35 Aw(1,2) = -qw(4);
36 Aw(2,1) = qw(4);
37
38 Rlw = zeros(2,length(sLW));
39 Rrw = zeros(2,length(sRW));
40
41 for i = 1:length(sLW)
42     [rw,rlw,rlr] = obtenerRuedaPosTans(qw,sLW(i),'Izq',Param);
43     Rlw(:,i) = rw(2:3);
44 end
45
46 [rw,rlw,rlr] = obtenerRuedaPosTans(qw,sLW,'Izq',Param);
47 Rwheel_izq = rw(2:3);
48
49 for i = 1:length(sLR)
50     [rr,rll,rllr] = obtenerRailPosTans(zeros(6,1),sLR(i),'Izq',Param,u_irr);
51     Rll(:,i) = rr(2:3);
52 end
53 [rr,rll,rllr] = obtenerRailPosTans(zeros(6,1),sLR,'Izq',Param,u_irr);
54 Rrail_izq = rr(2:3);
55
56 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
57 %%% POSICIÓN PUNTOS RUEDA Y CARRIL DERECHOS %%%
58 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
59
60 for i=1:length(sRW)
61     [rw,rlw,rlr] = obtenerRuedaPosTans(qw,sRW(i),'Dcha',Param);
62     Rrw(:,i) = rw(2:3);
63 end
64
65 [rw,rlw,rlr] = obtenerRuedaPosTans(qw,sRW,'Dcha',Param);
66 Rwheel_der = rw(2:3);
67
68 for i = 1:length(sRR)
69     [rr,rll,rllr] = obtenerRailPosTans(zeros(6,1),sRR(i),'Dcha',Param,u_irr);
70     Rrr(:,i) = rr(2:3);
71 end
72 [rr,rll,rllr] = obtenerRailPosTans(zeros(6,1),sRR,'Dcha',Param,u_irr);
73 Rrail_der = rr(2:3);
74
75

```

Figura 51: Cálculo puntos de contacto en la función “animarPerfilReal”.

Donde: “Parametros” es la variable descrita anteriormente, el vector “s” aglutina los todos los parámetros de superficie calculados y **u_irr** es el vector de irregularidades.

En tercer lugar, se calculan los puntos del contacto mediante las funciones “obtenerRuedaPosTans” y “obtenerRailPosTans” descritas en el [apartado 5.2](#). Para el contacto en flanco se necesitará llamar a la función por segunda vez ya que se generan dos puntos de contacto.

Finalmente, se representan mediante el comando “plot” todos los pasos anteriores.

```
animarPerfilReal.m
76 - if t == 0
77 -     scrsz = get(0,'ScreenSize');
78 -     figRP = figure('Position',[0.1*scrsz(3) 0.1*scrsz(4) 0.7*scrsz(3) 0.4*scrsz(4)]);
79 -
80 -     subplot(1,2,2);
81 -
82 -     h2=plot(Rlw(1,:),Rlw(2:),'g','XDataSource','Rlw(1:)', 'YDataSource','Rlw(2:)', 'LineWidth',1.5);
83 -     hold on;
84 -     h3=plot(Rlr(1,:),Rlr(2:),'k','XDataSource','Rlr(1:)', 'YDataSource','Rlr(2:)', 'LineWidth',1.5);
85 -     h5=plot(Rwheel_izq(1),Rwheel_izq(2),'mo','XDataSource','Rwheel_izq(1)', 'YDataSource','Rwheel_izq(2)');
86 -     ha=plot(Rrail_izq(1),Rrail_izq(2),'ko','XDataSource','Rrail_izq(1)', 'YDataSource','Rrail_izq(2)');
87 -
88 -     title('RUEDA IZQUIERDA');
89 -     axis equal;
90 -
91 -     ASL = 1.2*max(abs(AsLW));
92 -     axis([Param.Lr-ASL Param.Lr+ASL -0.04 0.04])
93 -
94 -     subplot(1,2,1);
95 -     h7=plot(Rrw(1,:),Rrw(2:),'g','XDataSource','Rrw(1:)', 'YDataSource','Rrw(2:)', 'LineWidth',1.5);
96 -     hold on;
97 -     h8=plot(Rrr(1,:),Rrr(2:),'k','XDataSource','Rrr(1:)', 'YDataSource','Rrr(2:)', 'LineWidth',1.5);
98 -     h10=plot(Rwheel_der(1),Rwheel_der(2),'mo','XDataSource','Rwheel_der(1)', 'YDataSource','Rwheel_der(2)');
99 -
100 -     hb=plot(Rrail_der(1),Rrail_der(2),'ko','XDataSource','Rrail_der(1)', 'YDataSource','Rrail_der(2)');
101 -
102 -     title('RUEDA DERECHA');
103 -     axis equal;
104 -     axis([-Param.Lr-ASL -Param.Lr+ASL -0.04 0.04])
105 - else
```

Figura 52: Salida función "animarPerfilReal".

5.5.2.3. Videos

Matlab también permite la opción de guardar, en un formato de video, las gráficas o animaciones que se han realizado previamente. Esto se puede realizar con las funciones `VideoWriter('Nombre')` y `writeVideo(Nombre, Fig)`. Dado que la función “animarPerfilReal” proporciona una figura como variable de salida, ésta se puede guardar para que la función `writeVideo` realice la secuencia. La sintaxis es la siguiente (véase **Figura 53**: Sintaxis de las funciones para realizar videos:

- Se crea la variable video con la función “`VideoWriter`”.
- Se abre esa variable con la función “`open`” para modificar y poder guardar las figuras.
- Las figuras se guardan con la función “`writeVideo`” dentro del bucle “`for`” para guardar cada uno de los resultados que arroja “animarPerfilReal”
- Finalmente, se cierra la variable video con la función “`close`” y debería aparecer un formato de video en la carpeta donde se ubica el archivo Matlab que se está ejecutando.

```
67 - vid=VideoWriter('Grado5');
68 - open(vid)
69 - for i=1:length(yw)
70 -
71 -     variables_solucion=fsolve(@(variables) Ensamblar_restricciones(variables,yw(i),Parametros,u_irr),variables_iniciales);
72 -     variables_iniciales=variables_solucion;
73 -     solucion(i,:)=variables_solucion;
74 -
75 -     qw = [0 yw(i) solucion(i,1) solucion(i,2) 0 0];
76 -     s = [solucion(i,3) solucion(i,4) solucion(i,5) solucion(i,6)]';
77 -
78 -     Fot=animarPerfilReal(Parametros,qw,s,u_irr,0);
79 -     writeVideo(vid,Fot)
80 - end
81
82 - close(vid)
83
```

Figura 53: Sintaxis de las funciones para realizar videos.

6. Resultados

6.1. Descripción general de los estudios

En esta sección se mostrará los resultados obtenidos del estudio computacional del contacto rueda-carril. Se analizarán los resultados mediante gráficas, representando aquellos parámetros más relevantes comenzando por los perfiles de rueda más sencillos hasta llegar a un perfil de rueda real. Ello implica los siguientes subapartados:

- Resultados para un perfil de rueda cónica simple, donde se analizarán los puntos de contacto, los desplazamientos del eje y el giro del mismo
- Para los perfiles de ruedas cónicas obtenidos mediante polinomios de grado 3 y 5 se analizarán los mismos apartados
- Los resultados obtenidos para perfil de rueda real, donde se analizarán los casos de desgaste, anchos de vía e irregularidades.

6.2. Perfil de rueda cónica simple

6.2.1. Puntos de contacto

En primer lugar, se representan los puntos de contacto en la rueda y carril mediante las funciones “animarPerfilReal” y “representar_puntos_contacto”. El resultado de esta animación permite conocer el emplazamiento de los puntos de contacto y la evolución de los mismos:

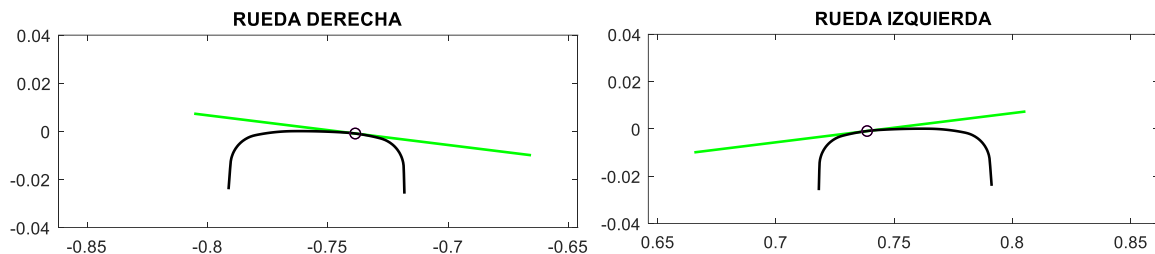


Figura 54: Simulación del perfil cónico simple.

Para el perfil de rueda cónica simple, los puntos de contacto en el carril se concentran en la superficie de rodadura, desplazados hacia las caras interiores:

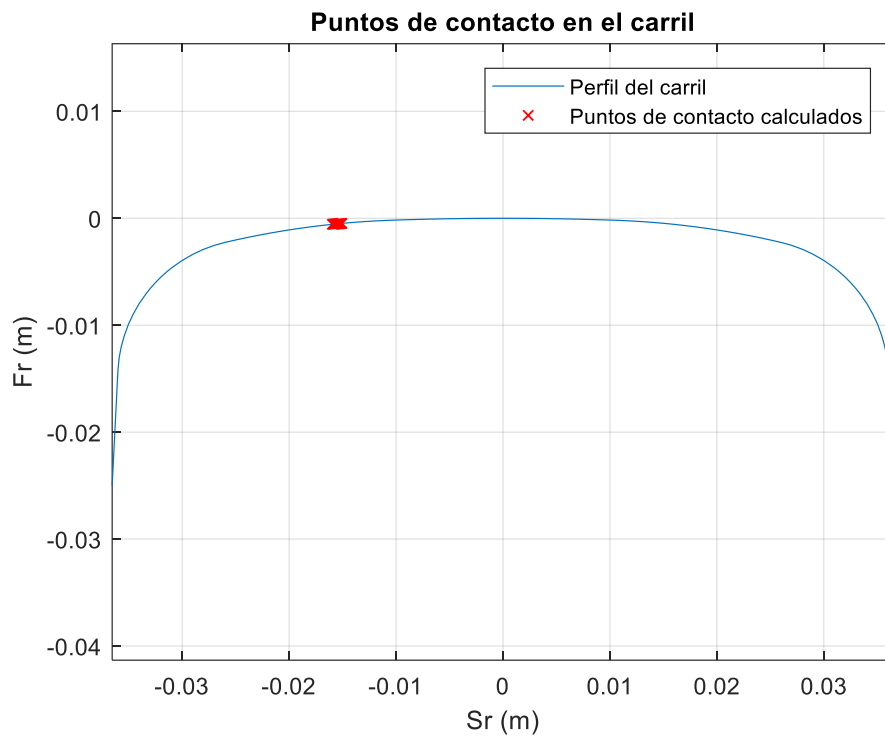


Figura 55: Distribución de los puntos de contacto en el carril para un perfil cónico simple.

En cuanto a los puntos en el perfil de rueda, se distribuyen uniformemente a lo largo de la línea que se ha realizado mediante el ajuste polinómico.

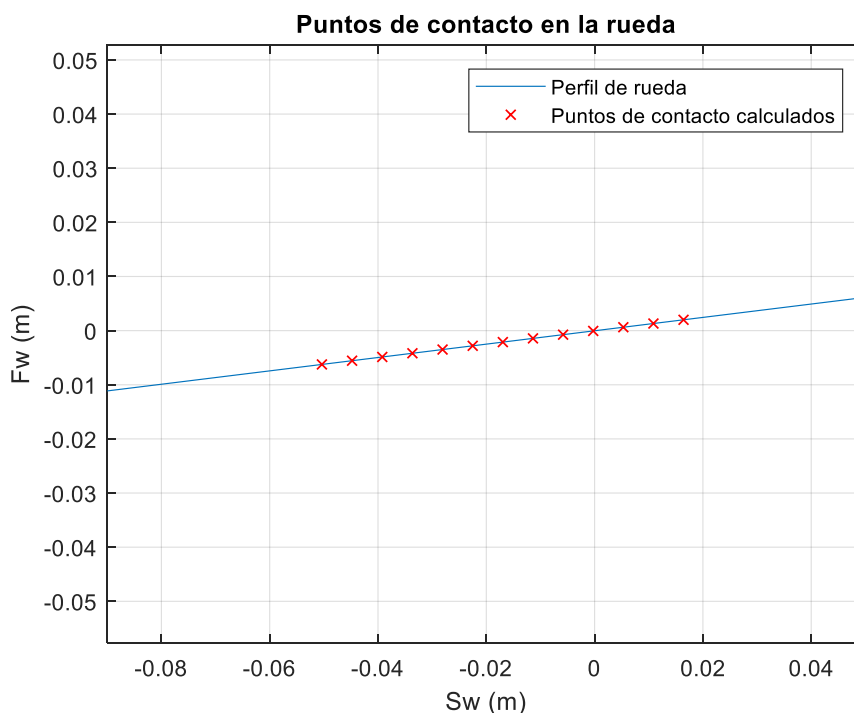


Figura 56: Distribución de los puntos de contacto en la rueda cónica simple.

6.2.2. Desplazamientos del eje

Debido a la naturaleza cónica de la rueda, el resultado del desplazamiento vertical tiene forma parabólica ascendente:

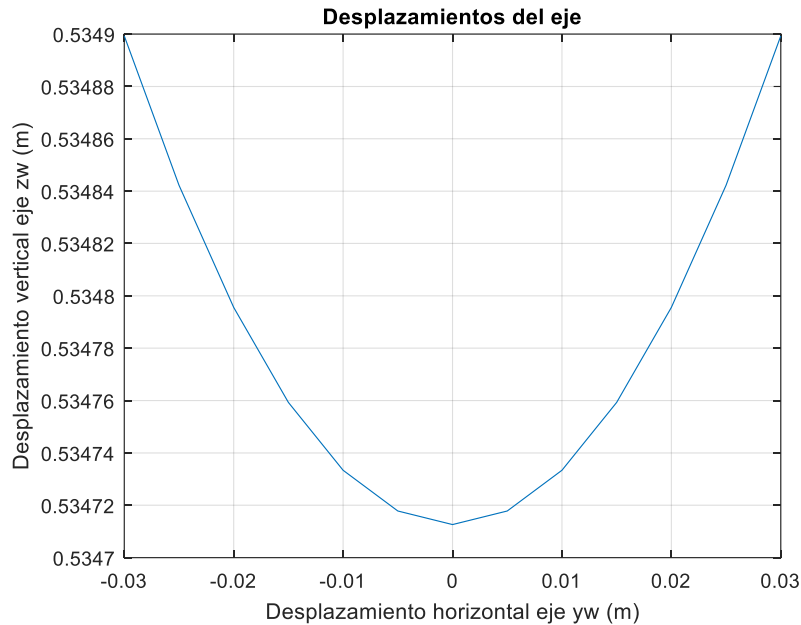


Figura 57: Desplazamientos del eje para perfil de rueda cónica simple.

6.2.3. Ángulo de roll

El ángulo de giro en el eje X del sistema de referencia de la Figura 22 evoluciona como una línea recta con la misma pendiente, de tal manera que cuando se desplaza el eje con valores negativos, el ángulo de *roll* también toma valores negativos.

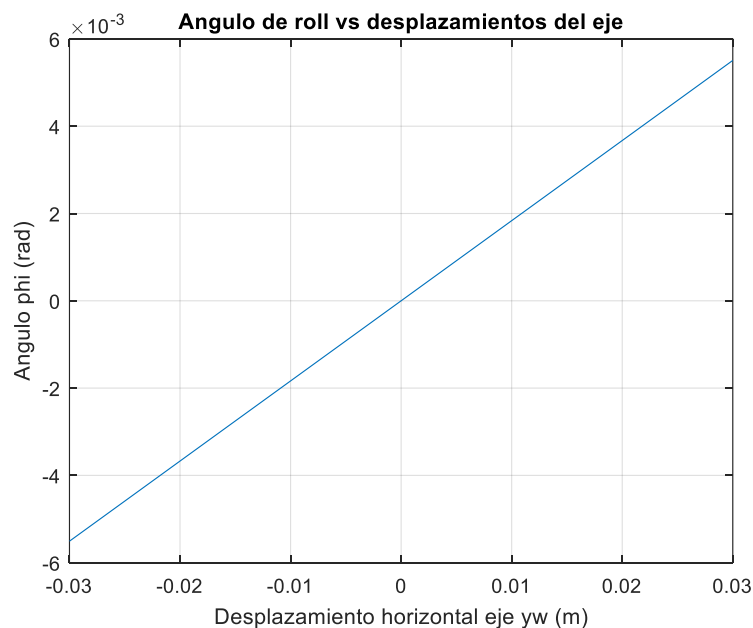


Figura 58: Ángulo de roll para perfil de rueda cónica simple.

6.3. Perfil de rueda mediante ajuste polinómico de grado 3 y 5

6.3.1. Puntos de contacto

Al igual que en el apartado anterior, se representan los puntos de contacto para ambos perfiles. Éstos se concentran en la parte interior del carril y a lo largo de todo el perfil de rueda:

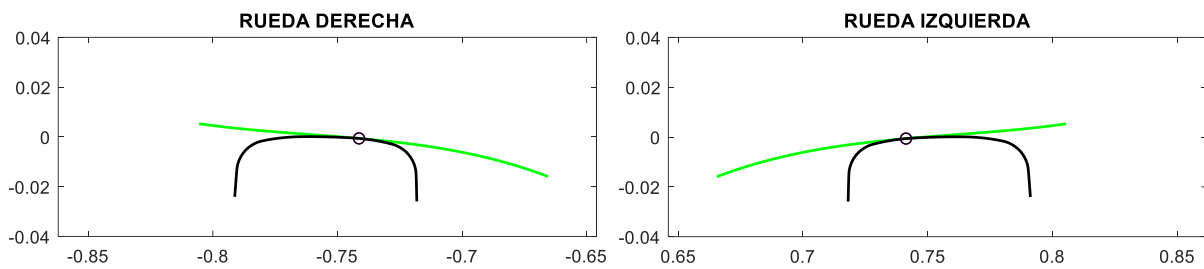


Figura 59: Simulación del perfil cónico de grado 3.

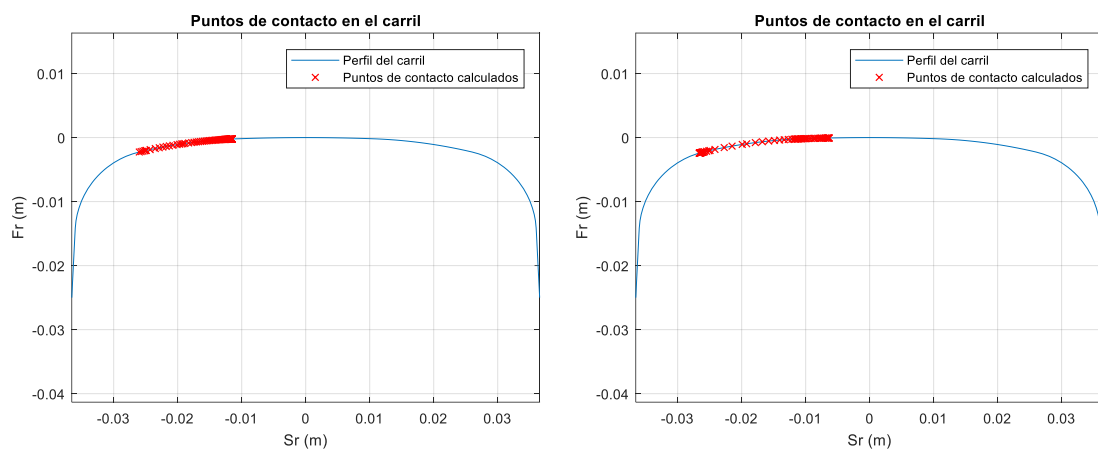


Figura 60: Puntos de contacto en el carril para un perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).

Para estos perfiles, no se produce el doble punto de contacto, por lo que no es necesario realizar la comprobación del contacto en flanco mediante la función “Ensamblar_restricciones_flanco”. El programa resuelve, de forma continua para todos los valores de y_w los puntos de contacto en la rueda:

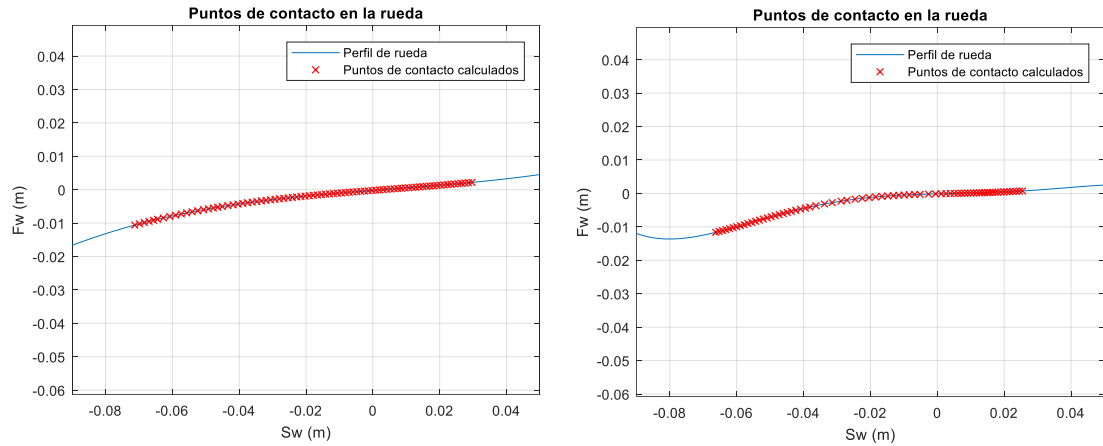


Figura 61: Puntos de contacto en la rueda para un perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).

6.3.2. Desplazamientos del eje

El desplazamiento vertical del eje sigue la misma forma parabólica del apartado anterior:

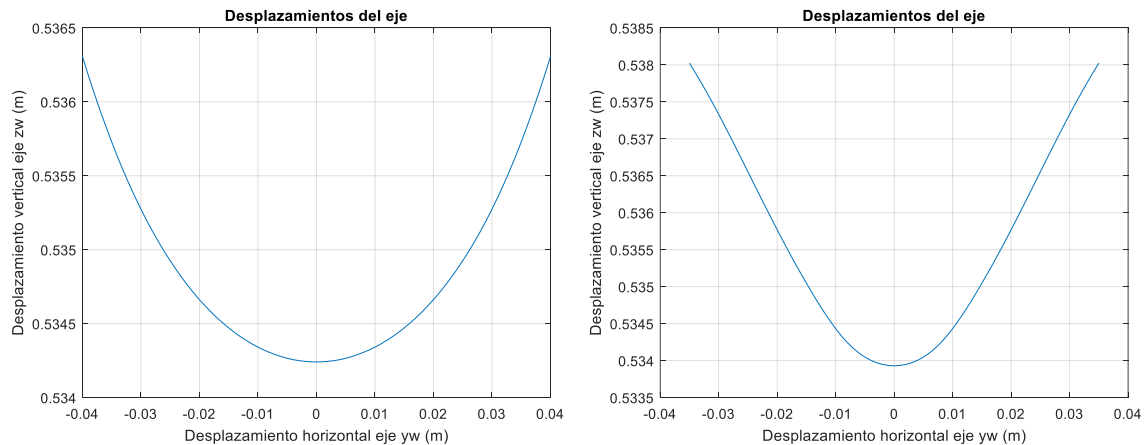


Figura 62: Desplazamientos del eje para perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).

6.3.3. Ángulo de roll

El ángulo de *roll* sigue la misma tendencia que en el apartado anterior, es decir, para desplazamientos negativos del eje, el ángulo de *roll* toma valores negativos. Sin embargo, pasa de una línea recta a una línea curva:

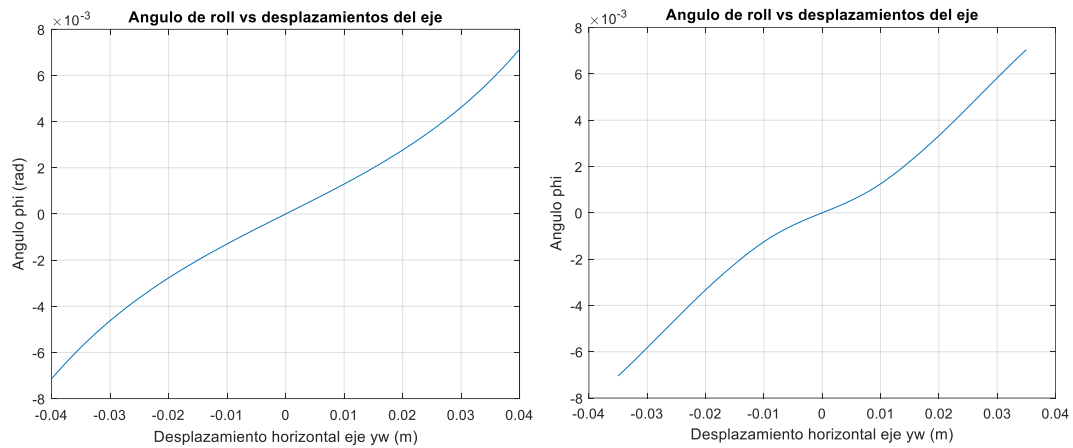


Figura 63: Ángulos de roll para perfil cónico de grado 3 (izquierda) y de grado 5 (derecha).

6.4. Perfil de rueda real S1002 y S1002 con desgaste

6.4.1. Puntos de contacto

Para los perfiles de rueda real, se generan dos zonas de contacto, en primer lugar, el contacto en la zona de rodadura y posteriormente, el contacto en la pestaña de la rueda.

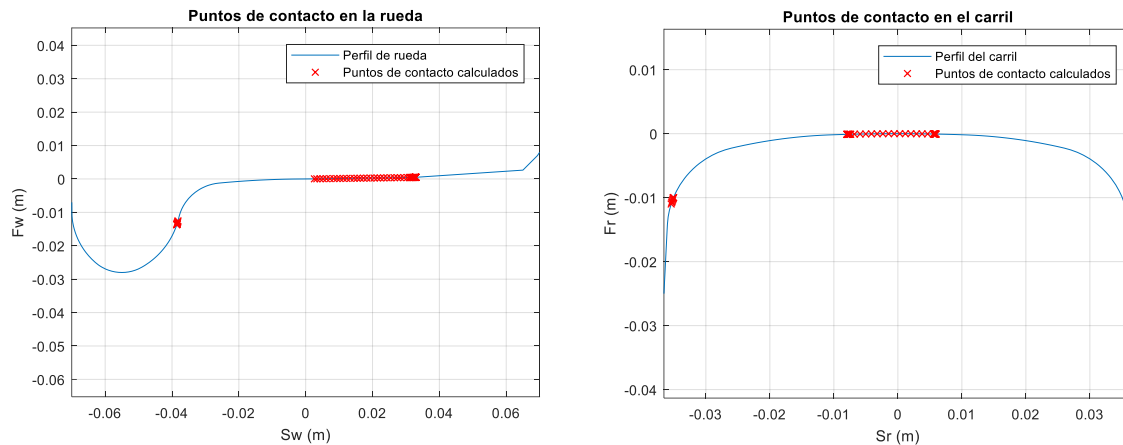


Figura 64: Puntos de contacto para perfil S1002 y carril UIC 60.

Durante el contacto en la llanta, los puntos calculados en el carril se concentran alrededor del origen del sistema de referencia situado en la cabeza del carril. Posteriormente, para un determinado desplazamiento del eje, se produce el fenómeno conocido como el remonte de rueda y los puntos de contacto se concentran en el flanco y en la cara interior del carril.

6.4.2. Contacto en flanco

En un desplazamiento específico del eje, se producen dos puntos de contacto, uno en la llanta y otro en la pestaña. Se debe reconocer la importancia de calcular dónde se produce este contacto en el flanco ya que, de lo contrario, se produciría la penetración de la pestaña de la rueda en el carril, tal y como se representa en la **Figura 65**:

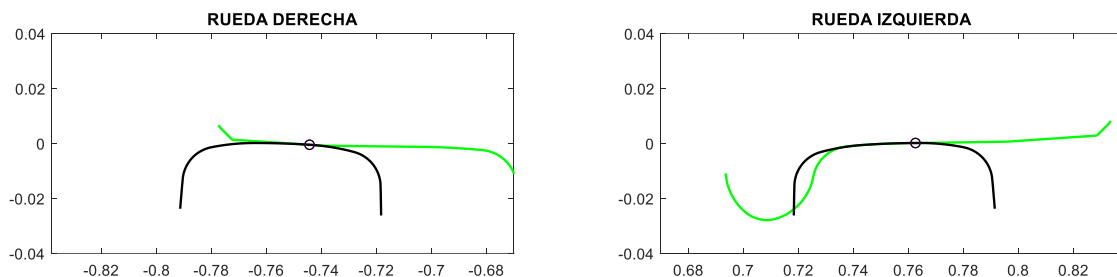


Figura 65: Problemas de penetración debido al contacto en flanco no calculado.

Esto se produce ya que, si solamente se imponen las restricciones para dos puntos de contacto en la zona de la llanta, se satisface estas condiciones por lo que el programa encuentra solución. Sin embargo, esto no es posible en la realidad. Por lo tanto, se debe introducir las nueve restricciones que se generan mediante la función “Ensamblar_restricciones_flanco” de tal manera que encuentra tres puntos de contacto: dos en las llantas izquierda y derecha y otro en la pestaña de la rueda izquierda (para el caso de desplazamientos positivos del eje). Introduciendo este número de ecuaciones y para el caso 2D, no se obtienen grados de libertad, por lo que sólo existe una solución de y_w . Tras este cálculo, se vuelve a un contacto en dos puntos, en la llanta derecha y en la pestaña de la rueda izquierda. Esto se conoce como el remonte de rueda.

A continuación, se muestra una figura con el cálculo del doble punto de contacto en un perfil S1002:

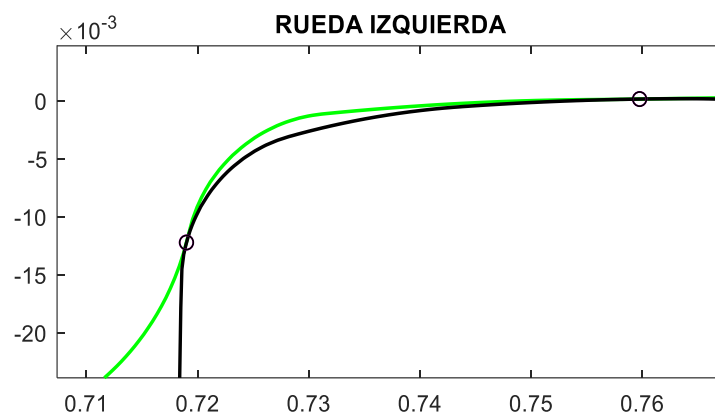


Figura 66: Doble punto de contacto. Perfil S1002.

Las diferencias principales de un perfil con y sin desgaste son:

- Altura y dimensiones de la pestaña.
- Radios de acuerdo entre la llanta y la pestaña.
- Diámetro de rueda.
- Conicidad de la llanta.

Estas diferencias se pueden apreciar en la **Figura 67**:

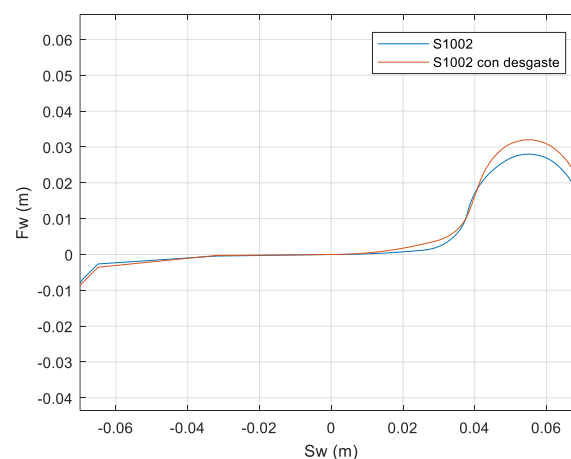


Figura 67: Diferencias perfil S1002 con y sin desgaste.

Comparando los resultados de la simulación del perfil de rueda S1002 con y sin desgaste se puede extraer los siguientes datos:

El contacto en la pestaña del perfil S1002 con desgaste se produce de manera conformal, es decir, el perfil de rueda encaja con el perfil del carril. De esta manera, es imposible determinar un punto de contacto. Este fenómeno se detalla en el siguiente apartado.

Una altura de pestaña mayor, es beneficiosa para la seguridad, evitando el descarrilamiento, sin embargo, no debe exceder el valor límite de 34 mm que exige la norma **UNE-EN 13715:2021** ya que podría colisionar con los corazones de los desvíos.

El diámetro de rueda disminuye cuanto mayor es el desgaste (rozamiento, rodadura, zapatas...) de tal manera que disminuye el CIR (centro instantáneo de rotación), facilitando el remonte de la rueda.

Todos estos factores, si se llevan al límite, producen un riesgo de descarrilamiento ya que se produce un contacto en flanco más violento que con un perfil completamente nuevo. Por este mismo motivo, se realiza la inspección de seguridad de las ruedas, comprobando que todas las que estén en funcionamiento, cumplen con los parámetros que se establecen.

6.4.3. Contacto conforme

Durante la realización de este trabajo, hubo problemas numéricos debido a las situaciones de contacto conforme para ciertas posiciones del carril y perfil de rueda, tal y como se muestra en la **Figura 68**.

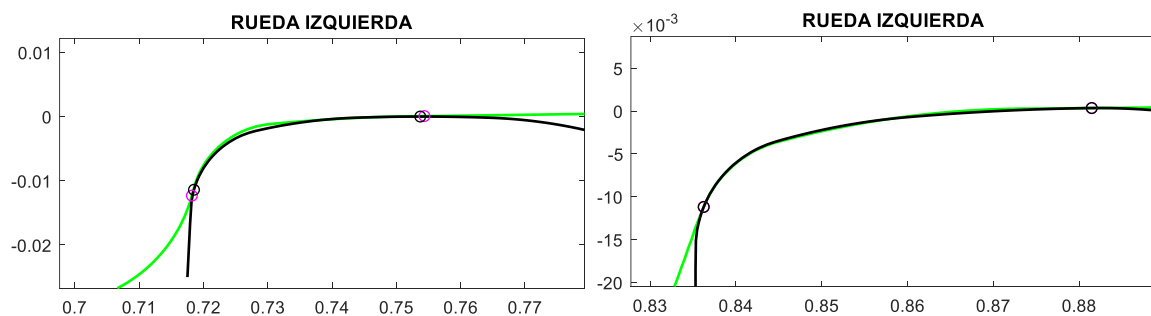


Figura 68: Problemas de contacto conforme.

El contacto conforme se da cuando las geometrías de dos superficies se asemejan, de tal manera la superficie de un sólido puede encajar en la del otro sólido (**Figura 69**). Esto hace que se genere un área en lugar de un solo punto de contacto.

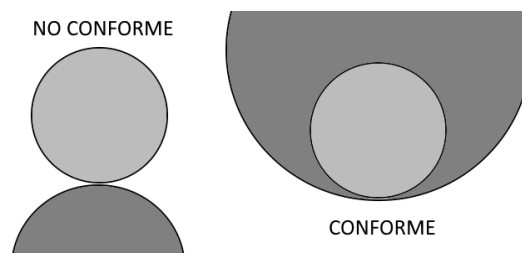


Figura 69: Contacto conformal y no conforme.

Esto se pudo comprobar ya que, además del doble punto de contacto en llanta y pestaña, existía una región (en la transición de la llanta a la pestaña) donde se producía más de dos puntos de contacto (área de contacto), de tal manera que no se podía resolver con la teoría inicial de contacto no conforme y el algoritmo proporcionaba soluciones erróneas que impedían continuar la simulación.

Se ha podido comprobar también, que cuanto mayor es el desgaste, mayor es la probabilidad de encontrar un contacto conformal ya que la zona de transición entre llanta y pestaña encaja con el perfil del carril, por lo tanto, el área de ese contacto aumenta.

6.4.4. Desplazamientos del eje

Entre las distintas pruebas realizadas, se encuentran los siguientes casos de desplazamientos del eje:

- Perfil S1002 con longitud entre centros de rueda (L_w) de 1,471 mm y ancho internacional con carril UIC 60.
- Perfil S1002 con longitud de centros de rueda (L_w) de 1,734 mm y ancho ibérico con carril UIC 54.

Estos dos casos se comparan en la siguiente gráfica para observar la evolución de los desplazamientos del eje

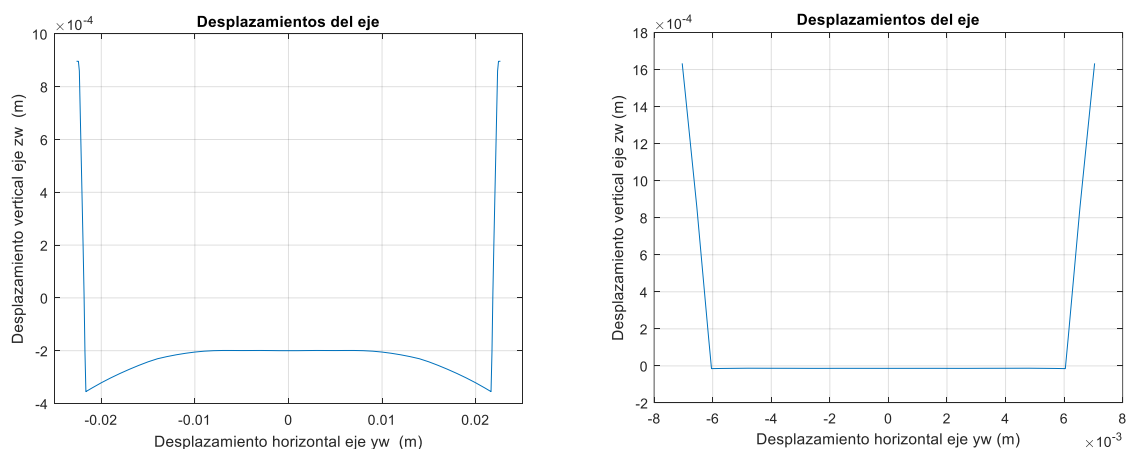


Figura 70: Desplazamientos del eje para los distintos casos de perfiles de rueda real. Caso a (izquierda), caso b (derecha).

Las discontinuidades que se pueden observar en las figuras, donde el desplazamiento vertical asciende de manera exponencial, se deben al contacto en flanco.

Nótese que en una gráfica el desplazamiento es de 20 mm y en la otra solo 6 mm, de tal manera que la segunda gráfica es como una ampliación de la primera, por lo que se muestran unas curvas prácticamente “lineales”

6.4.5. Ángulo de roll

De manera similar, se puede comparar la evolución del ángulo de *roll* frente al desplazamiento horizontal del eje:

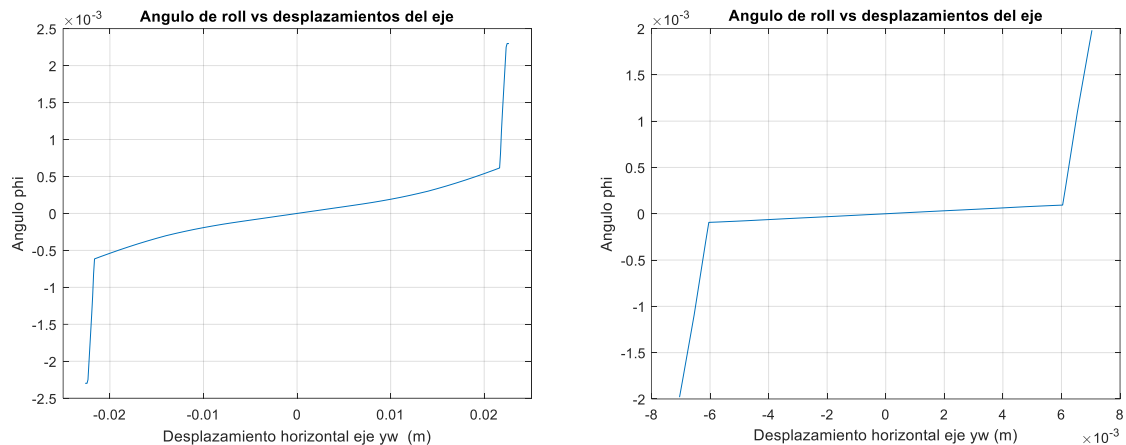


Figura 71: Ángulo de roll para los distintos casos de perfiles de rueda real. Caso a (izquierda), caso b (derecha).

6.5. Variación del ancho de vía (irregularidades)

Para observar la variación de los distintos parámetros en función del ancho de vía, se puede incluir las distintas irregularidades en el vector asignado para ello. Estas “irregularidades” aparecen de forma intencionada cuando se realiza el trazado de una curva, tal y como se explica en el [apartado 3.3](#). Todas las desviaciones provienen de la normativa sobre trazado de vía que se resume en la [Tabla 1](#).

En este apartado se evaluará para el perfil de rueda cónica mediante ajuste polinómico de grado 5 y para el caso del perfil S1002, ambos con longitud de centros de rueda (L_w) de 1,734 mm y ancho ibérico con carril UIC 54.

6.5.1. Desplazamientos del eje para perfil grado 5

Tal y como aparece en el apartado 6.3.2, los desplazamientos presentan una forma parabólica, que aumenta su amplitud conforme aumenta el ancho de vía. Esto se debe a que, al aumentar el ancho de vía, el contacto se produce en la zona de la llanta. Esta zona presenta un perfil más horizontal por lo que el desplazamiento vertical no se ve tan afectado. Conforme se acerca a la pestaña, el desplazamiento vertical aumenta,

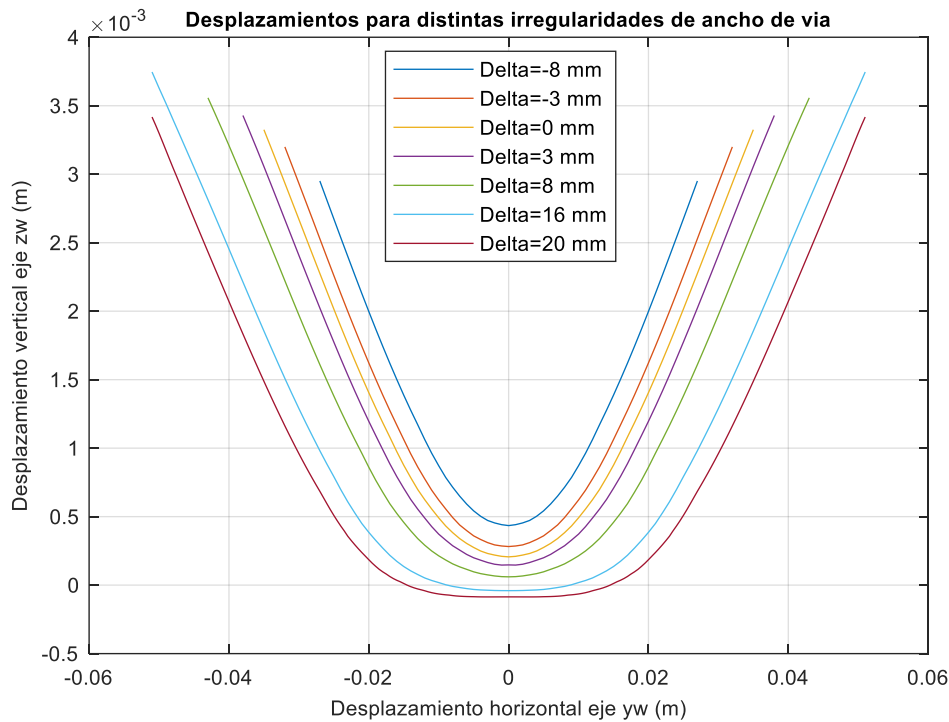


Figura 72: Desplazamientos para distintos anchos de vía en un perfil polinómico de grado 5

Donde el parámetro “Delta” representa la variación del ancho de vía partiendo del ancho ibérico de 1668 mm.

6.5.2. Ángulo de roll para perfil de grado 5

De manera similar al apartado anterior, el ángulo de *roll* disminuye su crecimiento conforme aumenta el valor de ancho de vía.

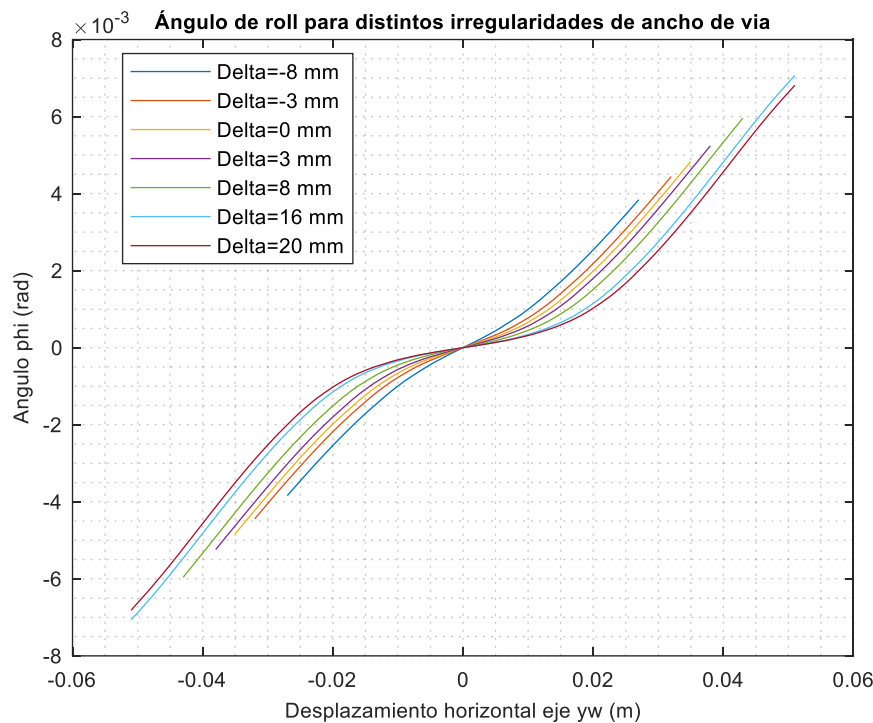


Figura 73: Ángulo de roll para distintos anchos de vía en un perfil polinómico de grado 5.

6.5.3. Parámetros de superficie para perfil de grado 5

Los parámetros de superficie para un perfil de grado 5 la variación de los parámetros de superficie se muestra en las siguientes gráficas:

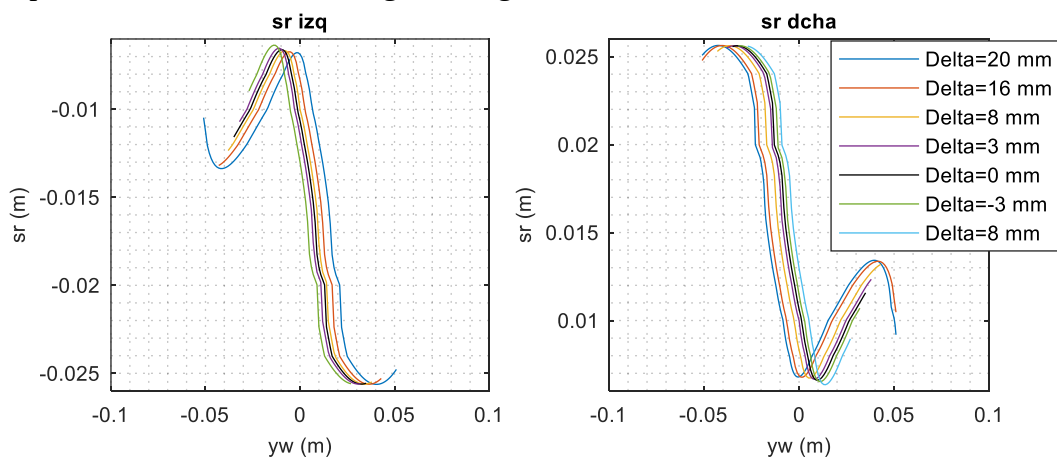


Figura 74: Variación de los parámetros de superficie del carril para perfil de grado 5.

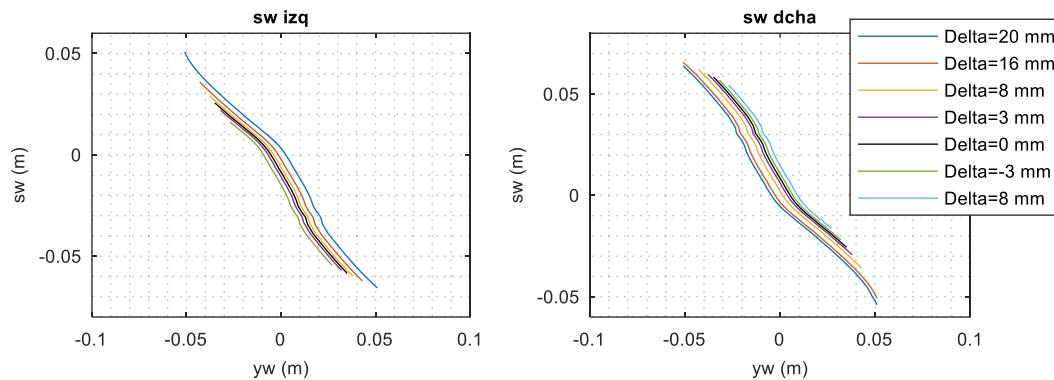


Figura 75: Variación de los parámetros de superficie de la rueda para perfil de grado 5.

Para los parámetros de superficie de la rueda, el valor de sw disminuye de forma continua conforme aumenta el valor del desplazamiento lateral del eje (yw). Esto significa que los puntos de contacto se distribuyen a lo largo de todo el perfil, tal y como se muestra en la **Figura 61**. Los parámetros del carril, tienen un comportamiento similar excepto cuando se produce el remonte de la rueda, que aumenta el valor de sr .

6.5.4. Desplazamientos del eje para perfil S1002

En este apartado se analizará los despeamientos del eje para distintos anchos de vía, simulando un perfil S1002 y ancho ibérico de 1668 mm.

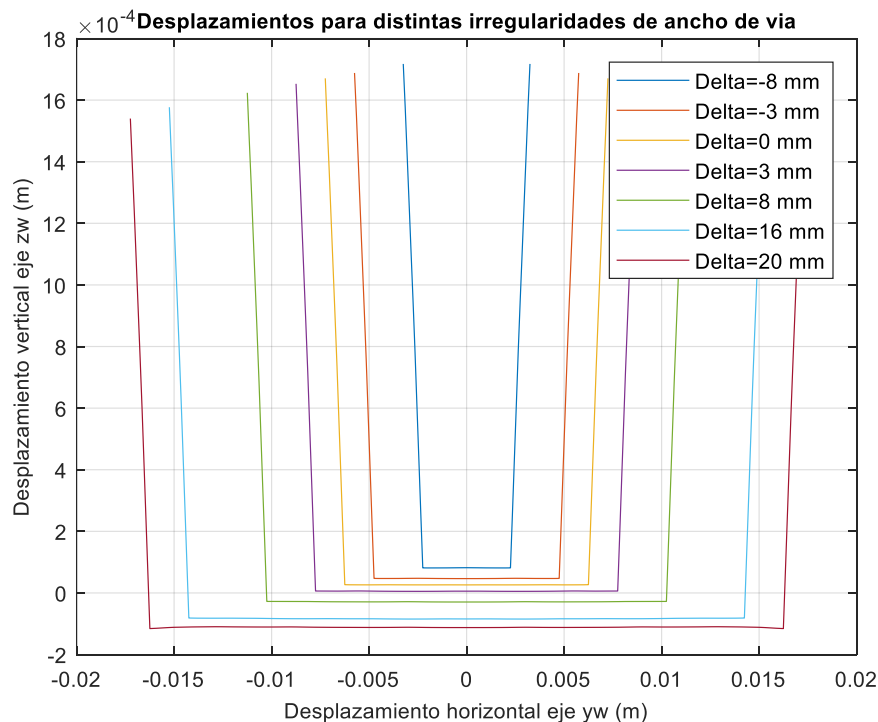


Figura 76: Desplazamientos del eje para distintas irregularidades de vía y perfil S1002.

6.5.5. Ángulo de roll para perfil S1002

A continuación, se muestra la variación del ángulo de roll (Φ) frente al desplazamiento horizontal del eje (y_w) modificando el ancho de vía de 1668 mm con las distintas irregularidades de vía:

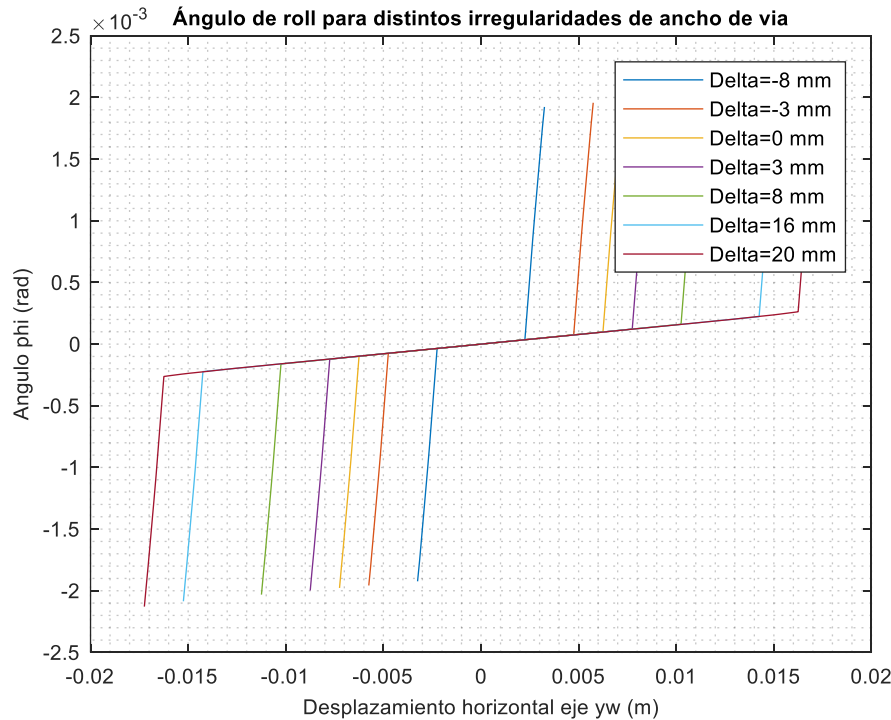


Figura 77: Ángulo de roll para distintos anchos de vía y perfil S1002.

Observando las gráficas, se pueden extraer los siguientes resultados:

- En primer lugar y como era previsible, cuanto mayor es el ancho de vía, mayor es el desplazamiento que se necesita para lograr el contacto en la pestaña. Por este motivo, se realiza un aumento del ancho en el trazado de curvas.
- En segundo lugar, el desplazamiento vertical disminuye con el aumento del ancho de vía, es decir, el eje se sitúa en una posición más baja debido a la conicidad de las ruedas.
- Por último, el ángulo de roll sigue la misma tendencia independientemente del ancho de vía, a excepción del valor cuando se produce el remonte de rueda.

6.5.6. Parámetros de superficie para perfil S1002

Seguidamente, se muestra la variación de los parámetros de superficie tanto de la rueda como los del carril para distintos anchos de vía:

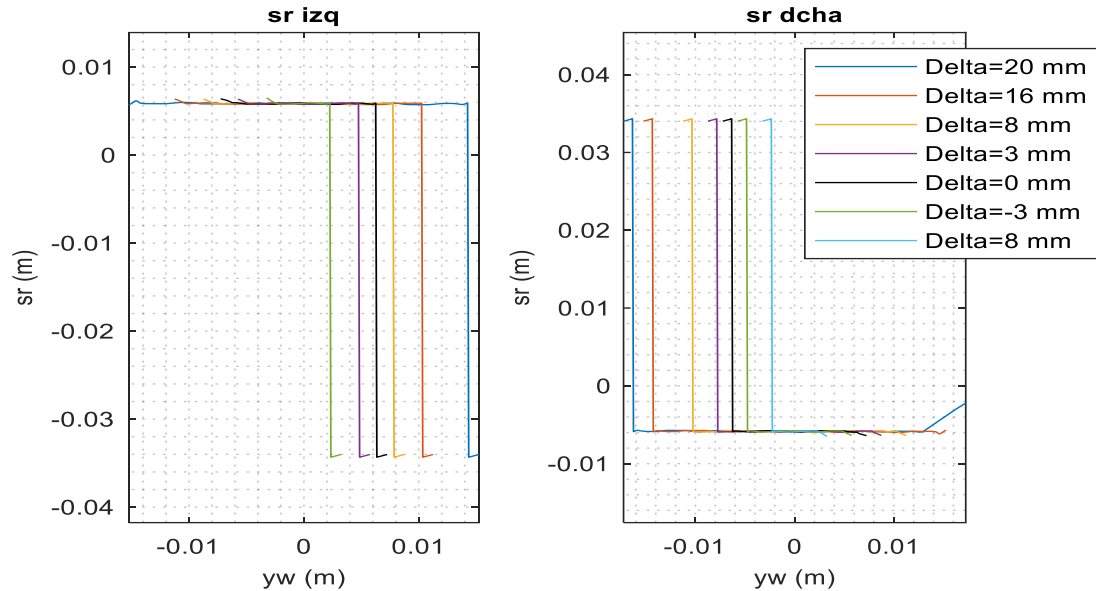


Figura 78: Parámetros de superficie del carril para la simulación del perfil de rueda S1002.

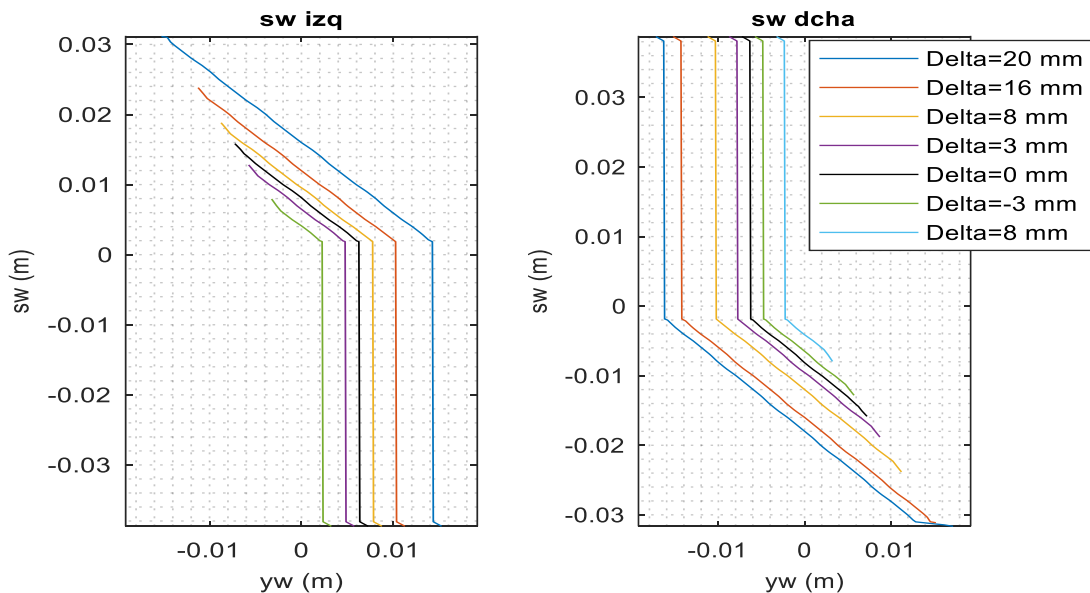


Figura 79: Parámetros de superficie de la rueda para la simulación del perfil de rueda S1002.

A diferencia del perfil polinómico de grado 5, en cuanto a los parámetros de superficie, para el carril permanecen quasi-constantes hasta que se produce el salto debido al contacto en flanco. De manera similar ocurre en la rueda, denotan un comportamiento lineal hasta que se produce el salto debido al contacto en la pestaña.

6.6. Coste computacional

En esta sección se analizará el coste computacional de la solución numérica del contacto rueda-carril, atendiendo a las características del equipo informático utilizado.

Sin embargo, se destaca que las ventajas que se puedan extraer en términos computacionales del uso de tablas precalculadas de contacto frente al no uso de ellas en las simulaciones dinámicas, dependerán del equipo informático utilizado y del software empleado en dichas simulaciones. Por ejemplo, los resultados obtenidos utilizando Matlab no serán comparables a los obtenidos utilizando otros lenguajes de programación como C++.

Las condiciones en las que se ha realizado el ensayo para contabilizar el tiempo de cálculo son las siguientes:

- No se ha considerado el tiempo de representación de las gráficas, animaciones y videos ya que se considera que la resolución se incluiría como subfunción de una simulación mayor.
- La toma de datos del tiempo empleado se ha obtenido mediante las funciones implantadas en Matlab: “tic” que inicia el cronómetro y “toc” que detiene el cronómetro.
- El PC con el que se han realizado estos resultados tiene las siguientes características:

Tabla 3: Características del PC con el que se ha realizado la simulación

Tipo de dispositivo	Ordenador de sobremesa
Procesador	Intel(R) Core(TM) i5-4430 CPU @ 3.00GHz 3.00 GHz
RAM instalada	8,00 GB
Tipo de sistema	Sistema operativo de 64 bits, procesador basado en x64
Características gráficas	GeForce GTX 960

En base a estas características y consideraciones, se han obtenido los siguientes datos reflejados en la **Tabla 4**:

Tabla 4: Resultados coste computacional

PERFIL	Nº Puntos calculados	Tiempo empleado (s)	Ratio (puntos/s)
Cónico simple	23	0.941941	24.4
Cónico de grado 3	81	2.451569	33.0
Cónico de grado 5	71	3.020882	23.5
S1002	21	3.017138	7.0

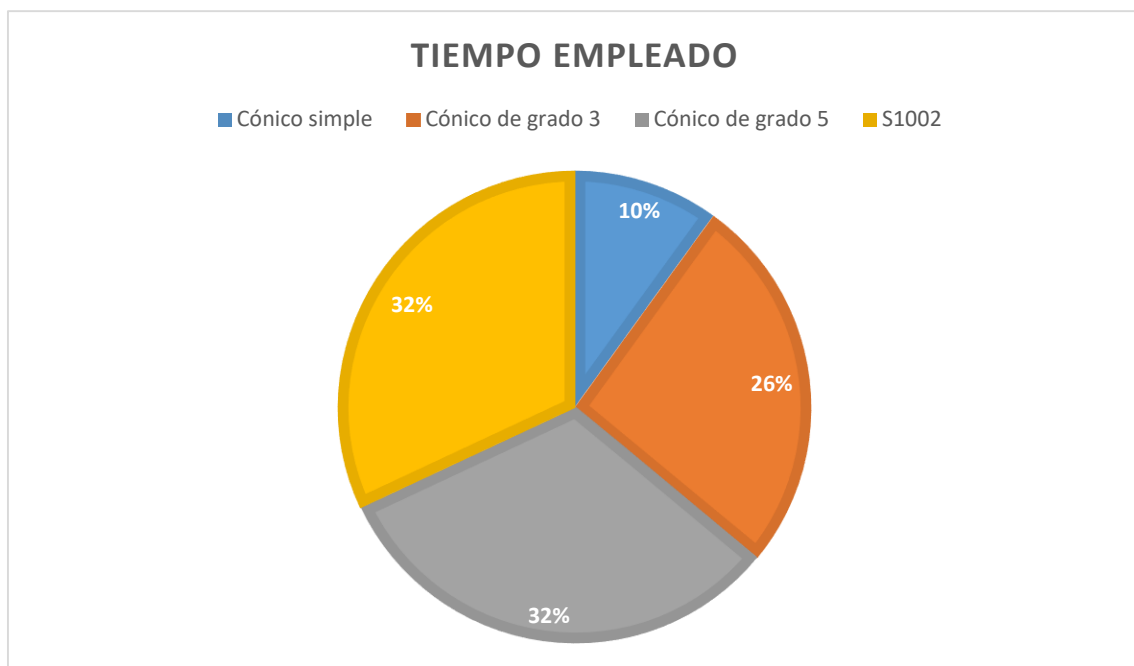


Figura 80: Proporción del tiempo empleado para la simulación

Con estos resultados, se puede interpretar que el tiempo de cálculo aumenta conforme la complejidad del perfil de rueda también lo hace. Esto se justifica ya que, para un número de puntos similar o menor, el tiempo de cálculo aumenta para perfiles más cercanos a la realidad.

7. Conclusiones y trabajos futuros

7.1. Conclusión

Tras la realización de este trabajo y en base a los resultados obtenidos, se pueden extraer las siguientes conclusiones:

A lo largo del proyecto, se ha podido observar los muchos factores que influyen en el contacto rueda-carril: perfiles, parámetros de longitud y posición tanto del eje ferroviario como de la vía, irregularidades, etc. La mínima variación de estos parámetros, supone una resolución completamente diferente.

El enfoque planteado de la interpenetración entre superficies y contacto no conforme (contacto con restricciones), tiene sus limitaciones en la medida en que las superficies en contacto encajan como, por ejemplo, cuando aumenta el nivel de desgaste de la rueda o la posición de los carriles favorece ese contacto conforme.

Para el resto de casos, la hipótesis del contacto en un plano es válida, por lo que el programa puede resolver las restricciones que se imponen. En estos casos, se debe recordar la importancia del contacto en flanco ya que el algoritmo no puede distinguir si existe penetración o no.

En cuanto al coste computacional, hay que tener en cuenta que se establecen las condiciones de simetría. De lo contrario, el tiempo empleado en la resolución sería el doble. De este modo, al generar las tablas precalculadas, se ahorra un tiempo y un coste computacional para el PC que puede resultar imprescindible en el caso de una simulación real.

7.2. Aplicaciones de este TFG

Partiendo de los resultados obtenidos, este trabajo de fin de grado puede tener diversas aplicaciones en el sector de la investigación ferroviaria:

- Optimización de perfiles de rodadura, reduciendo el rozamiento de la pestaña y el desgaste de los materiales.
- El algoritmo de cálculo se podría utilizar como una subfunción de una simulación de más nivel, como el estudio de trazados, estudio del comportamiento de conjuntos de tren, descarrilo, etc.
- Apertura de nuevas líneas de investigación que requieran la informatización de los perfiles rueda-carril.
- Como uso educacional para la enseñanza de manera gráfica y animada del fenómeno del contacto.

7.3. Trabajos futuros

Dado el continuo y creciente interés por la industria del transporte, en especial el ferrocarril, todas las líneas de investigación deben seguir abiertas. En este sentido, se plantean las siguientes cuestiones para futuros trabajos:

- Optimización del código para que pueda funcionar si se produjera un contacto conforme, determinando así el área del contacto.
- Trabajar con distintos perfiles de carril como, por ejemplo, los perfiles de garganta para los tranvías. Tienen la desventaja de no ser simétricos por lo que pueden complicar las simulaciones, sin embargo, sería conveniente para los estudios de los trazados en ciudades, así como los esfuerzos que soportarían las ruedas.
- Cálculo de fuerzas, tensiones, reacciones tanto para el carril como para la rueda. Observando la evolución y el contacto en flanco.
- Cálculo del desplazamiento máximo del eje para el trazado de curvas y límites de descarrilo.

8. Bibliografía

8.1. Libros y artículos consultados

- [1] Aceituno, J. F., Chamorro, R., Muñoz, S., & Escalona, J. L. (2019). *An alternative procedure to measure railroad track irregularities. Application to a scaled track.* Measurement, 137, 417-427.
- [2] Aceituno, J. F., Escalona, J. L. (2020) *Análisis del método de contacto rueda-carril con restricciones de filo de cuchillo.* CNIM
- [3] Armas Sánchez, J. (2015). *Análisis de la fractura por contacto mecánico y su solución por análisis numérico.* (Bachelor's thesis)
- [4] Benmalek, J. (2019). *Mantenimiento predictivo en ruedas ferroviarias.* (Bachelor's thesis).
- [5] Casado Filgueira, Juan. (2021) *Apuntes de Superestructura de vía.* Centro de formación tecnológica ADIF.
- [6] Garg, V. (2012). *Dynamics of railway vehicle systems.* Elsevier.
- [7] Herrero Mardomingo, A. (2017). *Bogie T250: Análisis y optimización del perfil de rodadura.*
- [8] Johnson, K.L., Vermeulen, P.J. (1964) *Contact of non-spherical bodies transmitting tangential forces.* Journal of Applied Mechanics Science.
- [9] MUHAMMAD, A. R. (2021). *Diseño y fabricación de una plataforma de guiado ferroviario con ejes a escala para el análisis de movimiento de lazo.*
- [10] Shabana, A. (2020). *Dynamics of multibody systems.* Cambridge university press.
- [11] Shabana, A. A., Zaazaa, K. E., & Sugiyama, H. (2007). *Railroad vehicle dynamics: a computational approach.* CRC press.
- [12] Zamora Abad, A. (2010). *Estudio mecánico avanzado de un eje de ferrocarril* (Bachelor's thesis).

<https://es.wikipedia.org/wiki/Bogie> (consulta el 06/02/2022)

<http://descargas.adif.es/ade/u18/GCN/NormativaTecnica.nsf> (consulta el 25/04/2022)

8.2. Normativa

UNE-EN 13848-5:2018 sobre las Aplicaciones ferroviarias, Vía, Calidad de la geometría de la vía, Parte 5: Niveles de calidad geométrica

UNE-EN 13674 – 1 Aplicaciones ferroviarias. Vía. Carriles. Parte 1: Carriles Vignole de masa mayor o igual a 46 kg/m.

UNE-EN 14811 Aplicaciones ferroviarias. Vía. Carriles para fines especiales. Construcción asociada y acanalada.

UNE-EN 13715:2021 Aplicaciones ferroviarias. Ejes montados y bogies. Ruedas. Perfil de rodadura.

REGLAMENTO (UE) N° 321/2013 DE LA COMISIÓN de 13 de marzo de 2013 sobre la especificación técnica de interoperabilidad relativa al subsistema «material rodante vagones de mercancías» del sistema ferroviario de la Unión Europea.

8.3. Videos de interés

Un tren en Movimiento - 1 de 3: <https://youtu.be/7FndkWo0SNE>

Un tren en Movimiento - 2 de 3: <https://youtu.be/qaMyjOMn4w0>

Un tren en Movimiento - 3 de 3: <https://youtu.be/6sGrOwaNCVA>

Contacto rueda carril: <https://youtu.be/7JMUglY8cz4>

Simulaciones del contacto:

Perfil S1002: <https://youtu.be/veBN379znps>

Perfil de grado 5: <https://youtu.be/cbmHOIE5T8A>

Perfil de grado 3: https://youtu.be/LsnMUUowS_M

9. Anexos

9.1. Programa Matlab

```

PRINCIPAL_Conica.m
1  clear all; clc; close all;
2
3  %-----CARGA DE DATOS-----
4  %--Carga del perfil de rueda
5  load Rueda_ConicaInfinita.txt;
6  Rueda = Rueda_ConicaInfinita;
7  Sw1 = Rueda(:,1);
8  Fw1 = Rueda(:,2);
9  df_w = diferenciasfinitas(Sw1,Fw1);
10 ddf_w = diferenciasfinitas(Sw1,df_w);
11
12 %--Carga del perfil del carril
13
14 load UIC_60.txt;
15 Srl = UIC_60(:,1);
16 Fr1 = UIC_60(:,2);
17 df_r = diferenciasfinitas(Srl,Fr1);
18 ddf_r = diferenciasfinitas(Srl,df_r);
19
20 AnchoCarril = abs(UIC_60(1,1)) + abs(UIC_60(end,1));
21 SemiAnchoCarril = AnchoCarril/2;
22
23 %--Definicion de los parametros
24 Parametros.PerfilRuedaReal = [Sw1,Fw1,df_w,ddf_w];
25 Parametros.PerfilCabezaCarril = [Srl,Fr1,df_r,ddf_r];
26 Parametros.r0 = 1.067/2; %zw (diametro rueda/2)
27 Parametros.Lw = 1.371/2 + 0.07; %Longitud eje + semiancho rueda
28 Parametros.Lr = 1.435/2 + SemiAnchoCarril;
29 Parametros.beta = 0.024995; %1:40 (habitualmente)
30
31 %Parámetros de qw
32 y = 0.00; z = Parametros.r0; phi = 0; tet = 0; psi = 0;
33
34 qw = [0 y z phi tet psi];
35 qr = [0 0 0 0 0 0];
36 u_irr = [0 0 0 0];
37

```

Figura 81: Función principal para perfiles cónicos simples. Carga de datos

```

37
38 %-----PRE PROCESADO DE DATOS-----
39
40 % --Definicion de las condiciones iniciales
41 variables_iniciales(1) = Parametros.r0; %zw (diametro rueda/2)
42 variables_iniciales(2) = 0; %phi
43 variables_iniciales(3) = -0.015; %sw_izq
44 variables_iniciales(4) = 0.015; %sw_dcha
45 variables_iniciales(5) = -0.020; %sr_izq
46 variables_iniciales(6) = 0.020; %sr_dcha
47
48 yw = 0:0.003:0.035;
49
50 %-----RESOLUCION FUNCION fsolve-----
51 for i = 1:length(yw)
52     variables_solucion = fsolve(@Ensamblar_restricciones(variables,yw(i),Parametros,u_irr),variables_iniciales);
53     variables_iniciales = variables_solucion;
54     solucion(i,:) = variables_solucion;
55
56     qw = [0 yw(i) solucion(i,1) solucion(i,2) 0 0];
57     s = [solucion(i,3) solucion(i,4) solucion(i,5) solucion(i,6)]';
58 end
59
60 %----CREACION DE LA TABLA DEL CONTACTO PRECALCULADO----
61 yw2 = yw;
62 yw2(:,1) = [];
63 yw2 = sort(-yw2);
64 yw = vertcat(yw2.',yw.');
65
66 solucionesim = solucion;
67 solucionesim(1,:) = []; %zw phi sw_izq->sw_dcha sw_dcha->-sw_izq sr_izq sr_dcha
68 solucionesim = [solucionesim(:,1),-solucionesim(:,2),-solucionesim(:,4),-solucionesim(:,3),-solucionesim(:,6),-solucionesim(:,5)];
69 solucionesim = rot90(solucionesim,2);
70 solucionesim = [solucionesim(:,6),solucionesim(:,5),solucionesim(:,4),solucionesim(:,3),solucionesim(:,2),solucionesim(:,1)];
71
72 soluciontotal = vertcat(solucionesim,solucion);
73 tabla = horzcat(yw,soluciontotal);
74

```

Figura 82: Función principal para perfiles cónicos simples. Resolución

```

PRINCIPAL_Conica.m PRINCIPAL_S1002_Lr1668.m +
1 - clear all; clc; close all;
2
3 - %-----CARGA DE DATOS-----
4 - %--Carga del perfil de rueda
5
6 - load RuedaS1002Nueva.txt;
7 - Swl = -RuedaS1002Nueva(:,1);
8 - Fw1 = RuedaS1002Nueva(:,2);
9 - df_w = diferenciasfinitas(Swl,Fw1);
10 - ddf_w= diferenciasfinitas(Swl,df_w);
11
12 - %--Carga del perfil del carril
13
14 - load UIC_54.txt;
15 - Srl= UIC_54(:,1);
16 - Frl= UIC_54(:,2);
17 - df_r = diferenciasfinitas(Srl,Frl);
18 - ddf_r=diferenciasfinitas(Srl,df_r);
19
20 - AnchoCarril=abs(UIC_54(1,1))+abs(UIC_54(end,1));
21 - SemiAnchoCarril=AnchoCarril/2;
22
23 - %--Definicion de los parametros
24 - Parametros.PerfilRuedaReal=[Swl,Fw1,df_w,ddf_w];
25 - Parametros.PerfilCabezaCarril=[Srl,Frl,df_r,ddf_r];
26 - Parametros.r0=0; %zw (diametro rueda/2) (1.067/2)
27 - Parametros.Lw=1.594/2+0.070; %Eje+SemiAnchoRueda
28 - Parametros.Lr=1.668/2+SemiAnchoCarril;
29 - Parametros.beta=1/40;
30
31 - %Parámetros de qw
32 - y=0.00; z=Parametros.r0; phi=0; tet=0; psi=0;
33
34 - qw=[0 y z phi tet psi];
35 - qr=[0 0 0 0 0];
36 - u_irr=[0 0 0 0];
37

```

Figura 83: Función principal para perfiles reales. Carga y preprocesado de datos

```

PRINCIPAL_Conica.m PRINCIPAL_S1002_Lr1668.m +
38 - %-----PRE PROCESADO DE DATOS-----
39 - %--Definicion de las condiciones iniciales
40 - variables_iniciales(1)=Parametros.r0; %zw (diametro rueda/2)
41 - variables_iniciales(2)=0 ; %phi
42 - variables_iniciales(3)=0 ; %sw_izq
43 - variables_iniciales(4)=0 ; %sw_dcha
44 - variables_iniciales(5)=0 ; %sr_izq
45 - variables_iniciales(6)=0 ; %sr_dcha
46 - yw = 0:0.0003:0.006;
47
48 - %-----RESOLUCION FUNCIÓN fsolve-----
49
50 - for i=1:length(yw)
51
52 - variables_solucion=fsolve(@(variables) Ensamblar_restricciones(variables,yw(i),Parametros,u_irr),variables_iniciales);
53 - variables_iniciales=variables_solucion;
54 - solucion(i,:)=variables_solucion;
55
56 - qw = [0 yw(i) solucion(i,1) solucion(i,2) 0 0];
57 - s = [solucion(i,3) solucion(i,4) solucion(i,5) solucion(i,6)]';
58
59 - end
60
61 - %-----CONTACTO EN FLANCO-----
62 - %--Definicion de las condiciones iniciales
63 - variables_iniciales(1)=variables_solucion(1); %zw (diametro rueda/2)
64 - variables_iniciales(2)=variables_solucion(2); %phi
65 - variables_iniciales(3)=variables_solucion(3); %sw_izq
66 - variables_iniciales(4)=variables_solucion(4); %sw_dcha
67 - variables_iniciales(5)=variables_solucion(5); %sr_izq
68 - variables_iniciales(6)=variables_solucion(6); %sr_dcha
69 - variables_iniciales(7)= -0.0386; %swFlanco
70 - variables_iniciales(8)= -0.0346; %srFlanco
71
72 - yw2 = yw(1,end);
73 - variables_iniciales(9) = yw2;
74

```

Figura 84: Función principal para perfiles reales. Resolución


```

74
75 % BÚSQUEDA DEL DOBLE PUNTO DE CONTACTO (una única solución para yw)
76 variables_solucion2=fsolve(@(variables) Ensamblar_restricciones_flanco(variables,Parametros,u_irr),variables_iniciales);
77 %variables_iniciales=variables_solucion2;
78 solucion2(1,:)=variables_solucion2;
79
80 qw = [0 solucion2(1,9) solucion2(1,1) solucion2(1,2) 0 0];
81 s = [solucion2(1,3) solucion2(1,4) solucion2(1,5) solucion2(1,6),solucion2(1,7),solucion2(1,8)]';
82
83
84 %--REMONTA DE RUEDA-----
85
86 variables_iniciales3(1)= solucion2(end,1); %zw (diametro rueda/2)
87 variables_iniciales3(2)= solucion2(end,2); %phi
88 variables_iniciales3(3)= solucion2(end,7); %sw_izq
89 variables_iniciales3(4)= solucion2(end,4); %sw_dcha
90 variables_iniciales3(5)= solucion2(end,8); %sr_izq
91 variables_iniciales3(6)= solucion2(end,6); %sr_dcha
92 yw3 = solucion2(end,9):0.0001:solucion2(end,9)+0.001;
93
94 %--Resolucion fsolve
95 for i=1:length(yw3)
96
97 variables_solucion3=fsolve(@(variables) Ensamblar_restricciones(variables,yw3(i),Parametros,u_irr),variables_iniciales3);
98 variables_iniciales3=variables_solucion3;
99 solucion3(i,:)=variables_solucion3;
100
101 qw = [0 yw3(i) solucion3(i,1) solucion3(i,2) 0 0];
102 s = [solucion3(i,3) solucion3(i,4) solucion3(i,5) solucion3(i,6)]';
103
104 end
105
106

```

Figura 85: Función principal para perfiles reales. Resolución flanco y remonte

9.2. Planos