



Universidad de Jaén
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

Universidad de Jaén
Escuela Politécnica Superior de Linares

SIMULACIONES NUMÉRICAS APLICADAS A ELEMENTOS SOMETIDOS A FLUJOS EN CANALES ABIERTOS: VERTEDEROS

Alumno: Emilio Machuca Calzado

Tutor: Mario Miró Barnes

Depto.: Ingeniería Mecánica

Febrero, 2018



Universidad de Jaén
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

Universidad de Jaén
Escuela Politécnica Superior de Linares

SIMULACIONES NUMÉRICAS APLICADAS A ELEMENTOS SOMETIDOS A FLUJOS EN CANALES ABIERTOS: VERTEDEROS

Alumno: Emilio Machuca Calzado

Tutor: Mario Miró Barnes

Depto.: Ingeniería Mecánica

Febrero, 2018

Contenido

1. RESUMEN	5
2. INTRODUCCIÓN	6
3. OBJETIVOS.....	7
4. MATERIALES Y MÉTODOS	8
4.1 Flujo permanente en canales.....	8
4.1.1 Consideraciones generales.....	8
4.1.2 Movimiento uniforme.....	9
4.1.3 Movimiento permanente no-uniforme en canales	11
4.2 Vertederos hidráulicos.....	14
4.2.1 Definición de un vertedero hidráulico	14
4.3 Vertederos de pared delgada rectangular.....	16
4.4 Vertedero de pared delgada triangular	30
5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	37
5.1 Caso rectangular	47
5.2 Caso triangular	53
6. CONCLUSIONES	57
7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58

Ilustración 1: Vista de un canal con movimiento uniforme.	9
Ilustración 2: Esquema de las dos formas de medir el nivel de agua y su pequeña diferencia cuando S es muy pequeño	12
Ilustración 3: Ejemplo de vertedero de pared gruesa	14
Ilustración 4: Tipos de vertederos de pared delgada y pared gruesa	15
Ilustración 5: Terminología general relativa al flujo a través de vertederos.....	16
Ilustración 6: Vertedero de pared delgada.....	17
Ilustración 7: Vertedero de pared delgada con escotadura rectangular y contracciones laterales (perfil y frente)	17
Ilustración 8: Modelo en 3D del canal con el vertedero para simulación computacional.....	23
Ilustración 9: Vertedero de pared delgada rectangular para ensayo experimental	24
Ilustración 10: Vertedero rectangular colocado en el área de ensayo	24
Ilustración 11: Ambiente de trabajo de Ansys Workbench para el módulo CFX	25
Ilustración 12: Malla creada con elementos triangulares para el modelo creado	26
Ilustración 13: Definición de la entrada, salida, y zona abierta del canal	26
Ilustración 14: División del cálculo en 4 particiones.....	27
Ilustración 15: Volume Rendering del resultado estacionario para el modelo rectangular ...	28
Ilustración 16: Ensayo del vertedero de escotadura rectangular en el laboratorio	28
Ilustración 17: Contorno de Volume Fraction en el plano medio para el modelo rectangular	29
Ilustración 18: Vector Velocidades del plano medio para el modelo rectangular	29
Ilustración 19: Frente de un vertedero de pared delgada con escotadura triangular	30
Ilustración 20: Modelo en Autodesk Inventor para el área de ensayo con el vertedero de pared fina con escotadura triangular	33
Ilustración 21: Vertedero de pared fina con escotadura triangular disponible en el laboratorio	34
Ilustración 22: Vertedero triangular colocado en el área de ensayo	34
Ilustración 23: Volume Rendering para el vertedero de pared fina con escotadura triangular	35
Ilustración 24: Ensayo del vertedero de escotadura triangular en el laboratorio	35
Ilustración 25: Contorno Volume Fraction para el vertedero de escotadura triangular.....	36
Ilustración 26: Vector velocidad en el plano medio para el vertedero de escotadura triangular	36
Ilustración 27: Contorno de Volume Fraction para la malla tosca del vertedero rectangular.	39
Ilustración 28: Contorno de Volume Fraction para la malla media del vertedero rectangular.	39
Ilustración 29: Contorno de Volume Fraction para la malla fina de 5 mm del vertedero rectangular.....	40
Ilustración 30: Vector Velocidad para la malla tosca del vertedero rectangular	41
Ilustración 31: Vector velocidad para la malla media del vertedero rectangular.....	41
Ilustración 32: Vector Velocidad para la malla fina de 5 mm del vertedero rectangular	42
Ilustración 33: Vista del flujo aguas arriba del vertedero durante el ensayo experimental ...	43
Ilustración 34: Vista del flujo aguas abajo del vertedero durante el ensayo experimental....	43
Ilustración 35: Test de rendimiento del microprocesador del ordenador utilizado para las simulaciones	44

Ilustración 36: Resultado para un microprocesador de gama media para una estación de trabajo.....	45
Ilustración 37: Desviación del vertedero tras unos segundos de funcionamiento de la bomba	46
Ilustración 38: Gráfica de caudal Q frente a altura h	51
Ilustración 39: Gráfica de caudal Q frente a altura máxima aguas arriba.....	51
Ilustración 40: Gráfica de velocidad de entrada frente a la altura máxima del fluido aguas arriba	52
Ilustración 41: Gráfica de la velocidad de entrada frente al error obtenido	52
Ilustración 42: Gráfica del caudal frente a la altura máxima del fluido	55
Ilustración 43: Gráfica de la velocidad frente a la altura máxima aguas arriba	55
Ilustración 44: Gráfica de la velocidad de entrada frente al error obtenido en porcentaje	56

Tabla 1: Comprobación de validez de los límites de las ecuaciones para el caso estudiado	37
Tabla 2: Resultados obtenidos de la simulación de cada tipo de malla estudiada.....	38
Tabla 3: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.15 m/s.....	47
Tabla 4: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.2 y 0.25 m/s	48
Tabla 5: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.30 y 0.35 m/s	49
Tabla 6: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.40 m/s.....	50
Tabla 7: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.15 y 0.20 m/s	53
Tabla 8: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.25 y 0.30 m/s	54

1. RESUMEN

En este documento se presenta una relación entre ensayos de vertederos en un canal abierto y la simulación de estas mismas pruebas de forma computacional. Para ello se expondrán diseños reales, ecuaciones, y la realización de estos modelos a estudiar en programas de simulación.

Además, se detallarán ecuaciones experimentales para la obtención del caudal, así como inconvenientes y posibles soluciones en la realización de las mediciones en cada uno de los modelos o tipos de vertederos a estudiar.

2. INTRODUCCIÓN

En el campo de la Ingeniería Hidráulica se encuentran diversos dispositivos para medir caudales ya sean para corrientes artificiales o naturales. Estos caudales tienen diferentes utilidades ya sea para el riego de los campos, suministro urbano o generación de energía. La geometría de los vertederos dará lugar a una mayor o menor regulación de este caudal y es posible obtener un resultado aproximado del caudal teniendo en cuenta el nivel del agua antes del vertedero. Es posible por tanto regular este caudal mediante calibraciones o geometría como ya se ha dicho.

Los vertederos son estructuras duraderas y llega a manejar grandes caudales.

En este trabajo, se expondrán los principios básicos y teoría asociada al funcionamiento de los vertederos de distinto tipo, simulaciones de estos mismos en condiciones ideales y su posterior comparación con ensayos reales.

Por último, se presentarán las conclusiones y diversas recomendaciones para posteriores estudios.

3. OBJETIVOS

Medición y comparación de los datos obtenidos de forma experimental y física en el canal frente a los datos obtenidos de forma teórica en la simulación por ordenador.

Los objetivos principales del presente estudio son los siguientes:

1. Determinar ecuaciones experimentales que se puedan aplicar al ensayo en el laboratorio.
2. Comparar alturas obtenidas de forma empírica mediante ensayos en el laboratorio y obtenidas mediante la simulación por ordenador.
3. Determinar el error obtenido entre estos datos.
4. Exponer posibles soluciones y mejoras.

4. MATERIALES Y MÉTODOS

4.1 Flujo permanente en canales

4.1.1 Consideraciones generales

El canal se distingue de la tubería en que hay una superficie libre, en la que el agua está en contacto con el aire. Al no estar encerrada el agua en la conducción, no se puede forzar el movimiento mediante una diferencia de presiones entre entrada y salida, ya que toda la superficie libre está sometida a la presión ambiente. De los términos del gradiente de presión reducida:

$$\frac{dP}{dl} = \frac{dp}{dl} + \frac{d(\rho gz)}{dl} \quad (Ec. 1)$$

Que causan el movimiento en conductos, sólo está presente el debido a las fuerzas másicas, en concreto la gravedad.

El movimiento de un líquido en un canal presenta, respecto al movimiento en un conducto cerrado, las siguientes diferencias además de la mencionada:

1. La superficie libre de agua puede desplazarse, con lo que la localización de ésta es generalmente una incógnita del problema.
2. Las secciones rectas, que en conducciones cerradas eran casi siempre circulares, suelen ser de una gran variedad para el caso de canales, debido fundamentalmente a razones prácticas relacionadas con la construcción.
3. La distribución de velocidades a través de una sección es menos uniforme y más compleja que en caso de tuberías. No obstante, en lo que sigue, se supondrá a todos los efectos que la velocidad a través de una sección es constante. En cálculos más precisos es posible que sea necesario tener en cuenta dicha variación transversal de velocidad.
4. Las únicas fuerzas másicas que ahora aparecen son las gravitatorias.
5. El movimiento en canales es en casi todos los casos prácticos turbulento y en régimen totalmente rugoso. Las rugosidades relativas suelen ser mayores que en conducciones forzadas y el fluido transportado suele ser agua, y no líquidos muy viscosos.

4.1.2 Movimiento uniforme

Se pueden aplicar los aspectos referentes a movimiento uniforme en conductos, con las salvedades hechas en el apartado anterior. En particular, la ecuación de equilibrio entre las fuerzas de fricción y las debidas al gradiente de presión reducida dará:

$$\sigma_p = -r_h \frac{dP}{dl} \quad (\text{Ec. 1.2})$$

La presión reducida no varía transversalmente a la sección, y por tanto su valor será el que tenga en la superficie libre, pero en dicha superficie libre la presión será la ambiente, o la manométrica será igual a cero, con lo que, para un canal como el indicado en la siguiente ilustración:

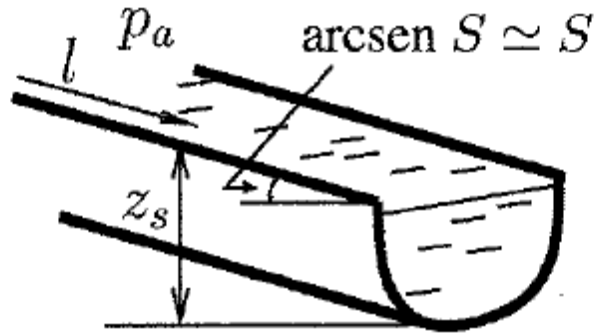


Ilustración 1: Vista de un canal con movimiento uniforme.

$$P = p_a + \rho g z_s \quad (\text{Ec. 1.3})$$

$$-\frac{dP}{dl} = \rho g \left(-\frac{dz_s}{dl} \right) = \rho g S \quad (\text{Ec. 1.4})$$

Donde z_s es la cota de la superficie libre y S es el seno del ángulo de inclinación de la superficie libre respecto a un plano horizontal. Al ser generalmente ese ángulo pequeño, su seno y su tangente son en primera aproximación el valor del ángulo. La hipótesis de movimiento uniforme exige, al igual que en conductos, que todas las secciones rectas normales al movimiento sean iguales, por lo que las paredes del canal y la superficie libre deben formar un cilindro recto, o las líneas contenidas en la superficie libre, paralelas a la dirección del movimiento, deben ser paralelas a las paredes del canal. Por esta razón S es también el ángulo de inclinación del canal respecto a la horizontal o la pendiente del canal. Sustituyendo (Ec. 1.4) en (Ec. 1.2):

$$\sigma_p = \rho g r_h S \quad (\text{Ec. 1.5})$$

Y usando la definición de λ , en pérdidas de carga, $C_f = \frac{\lambda}{4} = \frac{\sigma_p}{\frac{1}{2}\rho U_m^2} = \frac{2u^2}{U_m^2}$, para sustituir el esfuerzo cortante σ_p por la velocidad media:

$$U_m = \sqrt{\frac{8g}{\lambda} r_h S} \quad (Ec. 1.6)$$

Ahora, por razones históricas, esta ecuación donde se sustituye λ , *se sustituirá por la ecuación de Manning*:

$$U_m = \frac{1}{n} r_h^{2/3} S^{1/2} \quad (Ec. 1.7)$$

donde el coeficiente n tiene dimensiones de:

$$tiempo/(longitud)^{1/3}$$

De las ecuaciones 1.6 y 1.7 se puede obtener:

$$\lambda = \frac{8gn^2}{r_h^{1/3}} \quad (Ec. 1.8)$$

donde r_h es el radio hidráulico:

$$r_h = \frac{\text{área}}{\text{perímetro mojado}}$$

Donde el perímetro es el que está en contacto con la superficie del canal, ya que, en la superficie libre, en contacto con el aire, el esfuerzo cortante es nulo. El caudal Q que circula por el canal será:

$$Q = \frac{A}{n} r_h^{2/3} S^{1/2} \quad (Ec. 1.9)$$

4.1.3 Movimiento permanente no-uniforme en canales

En este caso la velocidad y nivel del agua h respecto al fondo del canal cambian a lo largo del recorrido. La superficie libre de agua deja de ser paralela a las paredes del canal. Las ecuaciones que rigen el movimiento son las de conservación de masa y cantidad de movimiento.

Conservación de la masa

Expresa que el volumen de líquido que entra por una sección es el mismo que sale por otra:

$$\frac{d}{dl}(Av) = 0 \rightarrow Q = Av = \text{constante} \quad (\text{Ec. 1.10})$$

Ahora v representa la velocidad que puede variar de una sección a otra del caudal y sustituye a U_m de los apartados anteriores, con movimiento uniforme. En general A puede variar por dos razones, por variar el nivel de agua en el canal o por variar la forma de sección a lo largo del recorrido, es decir, $A(h,l)$, con lo que la Ecuación (1.10) sería:

$$v \frac{dA}{dl} + v \frac{dA}{dh} \cdot \frac{dh}{dl} + A \frac{dv}{dl} = 0 \quad (\text{Ec. 1.11})$$

Si el canal tiene forma constante en su recorrido, el primer sumando desaparece. Si además el canal es de forma rectangular de base b :

$$A = hb$$

Y las ecuaciones (1.10) y (1.11) serían:

$$v \frac{dh}{dl} + h \frac{dv}{dl} = 0$$

$$vh = q = \frac{Q}{b} = \text{constante} \quad (\text{Ec. 1.12})$$

Donde q es el caudal por unidad de anchura.

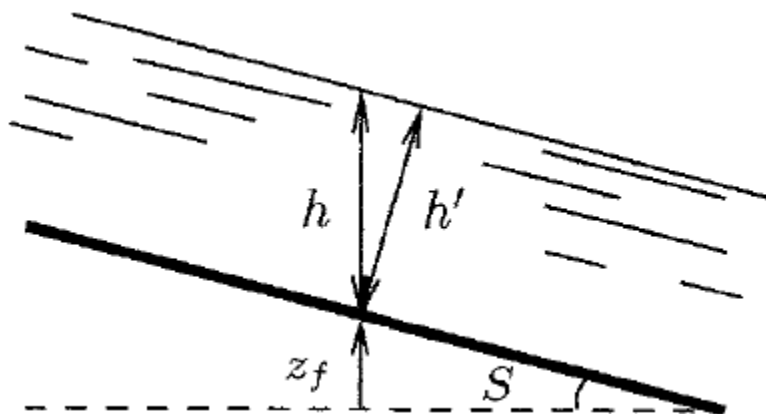


Ilustración 2: Esquema de las dos formas de medir el nivel de agua y su pequeña diferencia cuando S es muy pequeño

Conservación de la cantidad de movimiento

Sigue valiendo la Ecuación (1.3) para conductos de sección lentamente variable, particularizada para el caso permanente,

$$v \frac{dv}{dl} + \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dl} = - \frac{\sigma_p}{\rho r_h} \quad (\text{Ec. 1.13})$$

La presión reducida se calcula en la superficie libre de agua:

$$P = p_a + \rho g z_s = p_a + \rho g (h + z_f) \quad (\text{Ec. 1.14})$$

Donde h es ahora el nivel del agua respecto al fondo del canal y z_s y z_f las cotas de la superficie libre y del fondo, respectivamente, respecto al origen arbitrario de z , según se ve en la ilustración 2. El fondo del canal es el punto de su perímetro de cota mínima en cada sección recta. Puesto que se supone pequeña la pendiente del canal, se puede ver que entre h definido verticalmente y transversalmente al canal (H), tal como se indica en la ilustración 2, existe la relación:

$$h' = h \left(1 - \frac{S^2}{2} + \dots \right) = h + O(S^2)$$

Y como sólo se retiene en el tratamiento términos de orden S , suponiendo que sigue que la forma de medir h es indistinta, se va a tomar h según la vertical.

Sustituyendo la Ecuación (1.14) en la (1.13), se tiene:

$$\frac{d}{dl} \left(\frac{v^2}{2} + gh \right) = gS - \frac{\sigma_p}{\rho r_h} \quad (\text{Ec. 1.15})$$

Donde:

$$S = -\frac{dz_f}{dl} \quad (Ec. 1.16)$$

Es la pendiente del canal, que es un dato geométrico del problema, y puede ser función de l si la inclinación del canal cambia en su recorrido. Definiendo el parámetro:

$$S_f = \frac{\sigma_p}{\rho g r_h} \quad (Ec. 1.17)$$

Que está asociado a la fricción en las paredes del conducto y coincide con S en movimiento uniforme. Llevando las Ecuaciones (1.16) y (1.17) a la (1.15) se tiene:

$$\frac{d}{dl} \left(\frac{v^2}{2} + gh \right) = g(S - S_t) \quad (Ec. 1.18)$$

Donde para movimiento uniforme el primer miembro es nulo y la Ecuación (1.18) se reduce a la Ecuación (1.5):

$$\sigma_p = \rho g r_h S$$

Se podría continuar obteniendo ecuaciones en las que influyan variables como la rugosidad del canal y diversos materiales, ya que se van a ensayar vertederos en un mismo canal con los mismos materiales, se procederá a la definición de ecuaciones para los vertederos.

4.2 Vertederos hidráulicos

4.2.1 Definición de un vertedero hidráulico

Un vertedero es un dique o pared que presenta un obstáculo de forma regular, a través de la cual fluye una corriente líquida. Este intercepta la corriente causando una elevación del nivel de aguas arriba y su función es la de controlar niveles en el caso de vertederos de rebose o para medir caudales en el caso de vertederos de medida.

La superficie más elevada del vertedero o arista, que entra en contacto con el agua, se denomina cresta. La altura h , o lo que se eleva el agua de forma vertical con respecto a la altura de la cresta, se denomina cabeza o carga del vertedero.

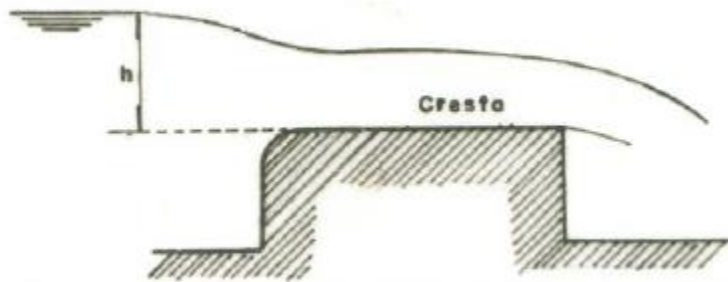


Ilustración 3: Ejemplo de vertedero de pared gruesa

El flujo a través del vertedero tiene su motor en la fuerza de la gravedad y los vertederos de pared delgada son los más frecuentes. Estos son de fácil construcción y es relativamente sencillo obtener un caudal aproximado del flujo en un canal a partir de la carga del vertedero h y usando la correspondiente ecuación empírica para cada geometría. La altura h ha de medirse a una distancia aguas arriba tal que no sea afectada por la depresión de la superficie del agua que se produce al aproximarse a la cresta.

Por tanto, los vertederos ofrecen ventajas tales como:

- Precisión en el gasto de agua
- La construcción de la estructura en sí es sencilla
- Los vertederos no se obstruyen por materiales que floten en el agua
- Y este dispositivo tiene una duración relativamente larga.

Según la forma que se le dé a la escotadura de estos y la forma que adopte el líquido al pasar, se pueden clasificar en: rectangular, trapezoidal, triangular, circular u otra sección curva.

Otra forma de clasificarlos es según el ancho de cresta pudiendo ser:

- Vertederos de pared delgada
- Vertederos de pared gruesa: con un espesor de $e/h \geq 0.67$

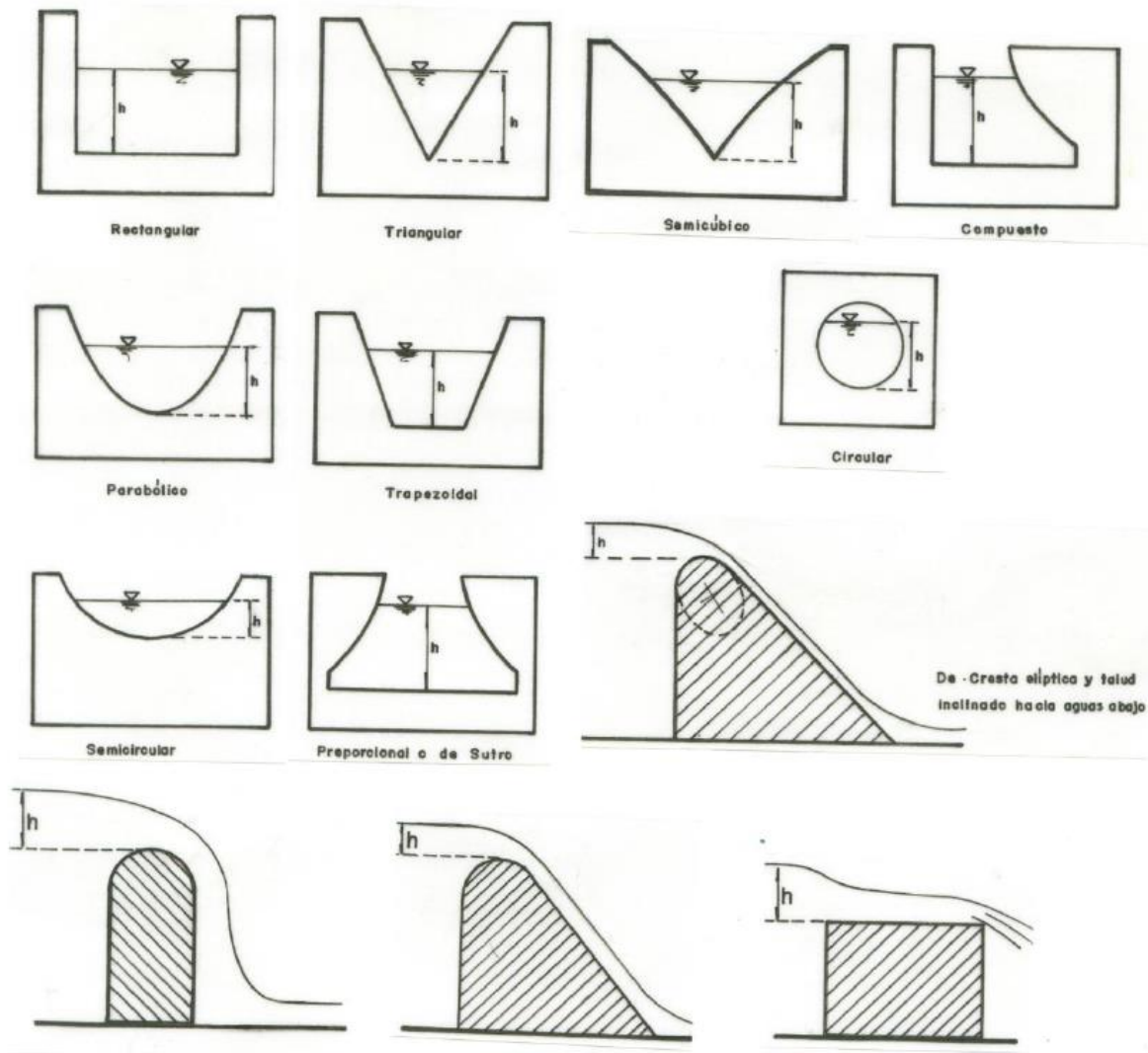


Ilustración 4: Tipos de vertederos de pared delgada y pared gruesa

Los vertederos de pared delgada sirven para medir caudales con gran precisión y los de pared gruesa, para controlar niveles en presas u otras estructuras hidráulicas. La exactitud de la medida requiere que el vertedero esté bien ventilado ya que ha de actuar la misma presión en ambos lados del vertedero y evitar así que se cree succión, causando errores en la determinación del caudal.

También se pueden clasificar según la longitud de la cresta en:

- Vertederos sin contracciones laterales: $L = B$
- Vertederos con contracciones: $L < B$

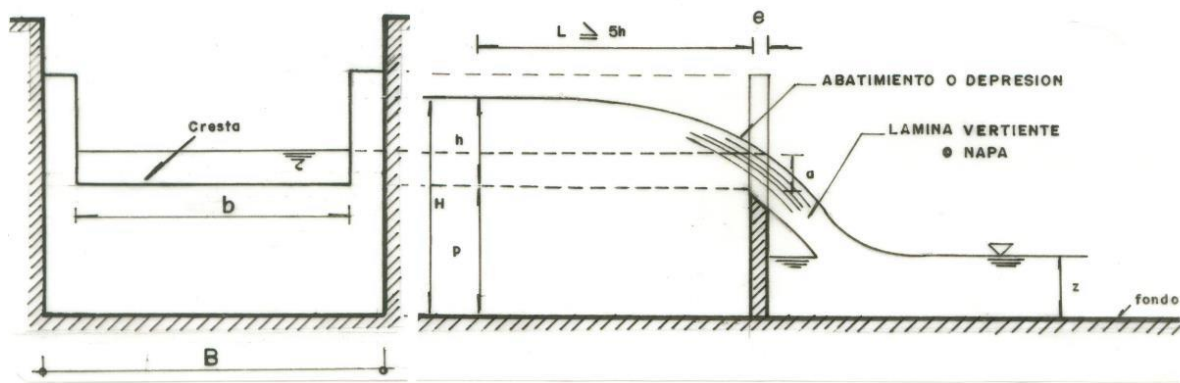


Ilustración 5: Terminología general relativa al flujo a través de vertederos

Donde:

- b: Longitud de la cresta del vertedero
- B: Ancho del canal de acceso
- h: Carga del vertedero. Es el desnivel entre la superficie libre de aguas arriba y la cresta del vertedero.
- P: Altura o cota de la cresta, referida al fondo del canal.
- L: Distancia mínima, aguas arriba del vertedero, a la cual se coloca el medidor de niveles. (Al tener los casos estudiados contracciones laterales, L ha de ser menor que B)
- e: Espesor de la pared del vertedero.
- H: Espesor de la lámina de agua, aguas arriba del vertedero

4.3 Vertederos de pared delgada rectangular.

Son aquellos conocidos como de cresta delgada o pared aguda. Están contruidos de una hoja de metal u otro material de pequeño espesor de tal forma que el chorro salte con libertad según le permita la cara aguas arriba del vertedero.

Debe de haber algún tipo de canal de acceso aguas arriba para calmar cualquier turbulencia y lograr así que el agua se aproxime de forma lenta y suavizada.

El vertedero ha de tener el extremo agudo del lado de aguas arriba para que la corriente fluya libremente.

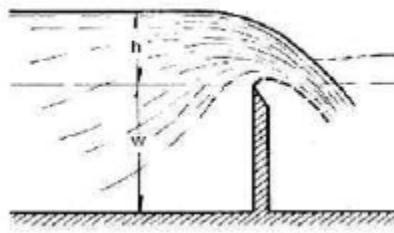


Ilustración 6: Vertedero de pared delgada

Para medir la altura de carga (h), debe colocarse detrás a una distancia mayor o igual a $4H$ para que no se vea afectada por la curva de descenso del agua a medida que se acerca a la misma.

Para definir el caudal que pasa por un vertedero de pared delgada, existen múltiples ecuaciones empíricas y fórmulas que permiten calcular el flujo a través de vertederos de pared delgada y formas básicas como rectangular, triangular, circular y trapezoidal. Para ello se requieren las siguientes hipótesis.

- Aguas arriba del vertedero, el flujo es uniforme y la presión varía linealmente con la profundidad.
- La superficie libre es paralela al fondo del canal y las partículas se mueven horizontalmente (en realidad esta superficie libre se abate al llegar a las proximidades del vertedero).
- La presión externa es la atmosférica.
- Los efectos debidos a la viscosidad y tensión superficial del líquido son despreciables.

Expresión para el caudal de vertederos rectangulares

Considerando una corriente líquida que fluye a través de un vertedero rectangular como se muestra en la figura.

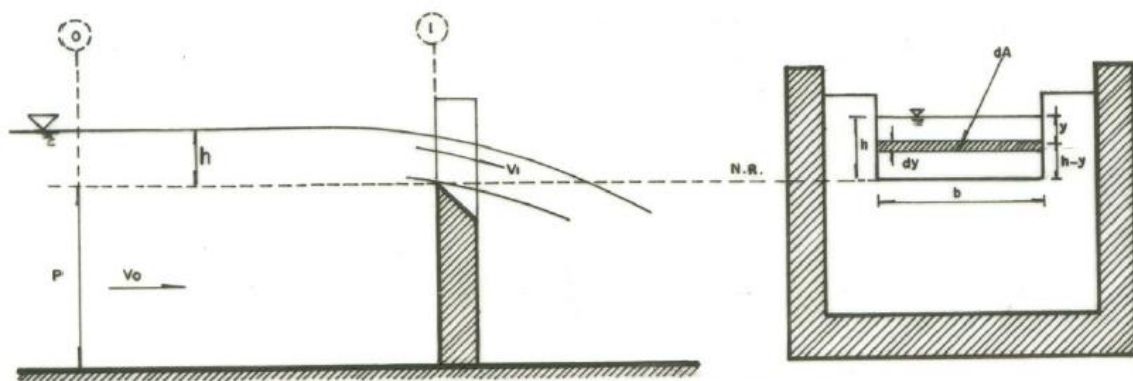


Ilustración 7: Vertedero de pared delgada con escotadura rectangular y contracciones laterales (perfil y frente)

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre las secciones (0) y (1), despreciando las pérdidas de carga.

$$z_0 + \frac{p_0}{\gamma} + \alpha_0 \frac{v_0^2}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} \quad (Ec. 2.1)$$

Remplazando datos para el vertedero:

$$h + \frac{p_{atm}}{\gamma} + \alpha_0 \frac{v_0^2}{2g} = (h - y) + \frac{p_{atm}}{\gamma} + \alpha_1 \frac{v_1^2}{2g}$$

y como resultado:

$$\alpha_1 \frac{v_1^2}{2g} = y + \alpha_0 \frac{v_0^2}{2g} \quad (Ec. 2.2)$$

Donde α es un coeficiente de correlación por energía cinética de Coriolis. Ya que la velocidad varía en los diferentes puntos de la sección transversal, el resultado la integral requiere un ajuste para poder expresarlo en términos de velocidad media en la sección. Por ello α es el coeficiente que permite igualar las expresiones y representa la relación que existe entre la energía real y la que se obtendría considerando una distribución uniforme de velocidades.

v es a velocidad de aproximación del flujo lo suficientemente lejos y aguas arriba del vertedero.

En la mayoría de los casos, la velocidad de aproximación v_0 suele ser despreciable por ser muy pequeña, si se le compara con v_1 . Además, en flujos turbulentos y uniformes, los coeficientes de Coriolis son aproximadamente la unidad, esto depende de la exactitud con la que se estén haciendo los cálculos, pero generalmente se considerará la unidad en secciones transversales de alineación recta y tamaño regular, en tal caso, la distribución de la velocidad será estrictamente uniforme.

Despejando la velocidad en la ecuación resultante:

$$v_1 = \sqrt{2gy + v_0^2} \quad (Ec. 2.3)$$

Por otra parte, aplicando la ecuación de conservación de masa, el caudal teórico que fluye a través del área diferencial, $dA = b \, dy$, sobre la cresta, es:

$$dQ_t = v_1 dA = \sqrt{2gy + v_0^2} \, b \, dy$$

Siendo el caudal teórico a través del vertedero:

$$Q_t = \int_0^h \sqrt{2gy + v_0^2} \, b \, dy$$

El caudal real descargado por el vertedero se obtiene introduciendo un coeficiente de descarga, C_d , el cual sirve para corregir el error de despreciar las pérdidas de carga de flujo, y tiene en cuenta, también, el efecto de la contracción de las líneas de corriente en la proximidad del vertedero y de la lámina vertiente sobre la cresta del mismo.

Este coeficiente C_d es adimensional, menor que 1, y es función de la viscosidad y tensión superficial del líquido, de la rugosidad de las paredes del vertedero y del canal de acceso, de la relación h/P y de la forma geométrica de la escotadura del vertedero.

Por tanto, el caudal real a través del vertedero será:

$$Q = C_d Q_t \quad (\text{Ec. 2.4})$$

$$Q = C_d b \int_0^h \sqrt{2gy + v_0^2} \, dy$$

Haciendo:

$$u = 2gy + v_0^2; \quad du = 2g \, y; \quad dy = \frac{du}{2g}$$

Sustituyendo en lo anterior:

$$Q = C_d b \int_{v_0^2}^{2gh+v_0^2} \left(\frac{u^{1/2}}{2g} \right) du$$

$$Q = C_d \left(\frac{b}{2g} \right) \left[\frac{u^{3/2}}{3/2} \right]_{v_0^2}^{2gh+v_0^2}$$

$$Q = \frac{2}{3} C_d \left(\frac{b}{2g} \right) [(2gh + v_0^2)^{3/2} - (v_0^2)^{3/2}]$$

$$Q = \frac{2}{3} C_d \left(\frac{b}{2g} \right) \left[\sqrt{(2gh + v_0^2)^3} - \sqrt{(v_0^2)^3} \right]$$

Introduciendo $2g$ dentro de los radicales, se tiene:

$$Q = \frac{2}{3} C_d b \left[\sqrt{\frac{(2gh + v_0^2)^3}{(2g)^2}} - \sqrt{\frac{(v_0^2)^3}{(2g)^2}} \right]$$

Multiplicando ahora y dividiendo por $2g$, se obtiene:

$$Q = \frac{2}{3} C_d b \left[\sqrt{\frac{(2gh + v_0^2)^3 2g}{(2g)^2 2g}} - \sqrt{\frac{(v_0^2)^3 2g}{(2g)^2 2g}} \right]$$

$$Q = \frac{2}{3} C_d b \left[\sqrt{\left(\frac{2gh + v_0^2}{2g}\right)^3} \sqrt{2g} - \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^3} \sqrt{2g} \right]$$

$$Q = \frac{2}{3} C_d b \sqrt{2g} \left[\sqrt{\left(h + \frac{v_0^2}{2g}\right)^3} - \sqrt{\left(\frac{v_0^2}{2g}\right)^3} \right] \quad (Ec. 2.5)$$

Como v_0 depende de Q , y este es lo que se desea medir, la solución de la ecuación anterior es complicada, excepto por ensayo y error. Sin embargo, la velocidad de aproximación, v_0 , es, a menudo, muy pequeña y, por tanto, despreciable, con lo cual la ecuación se reduce a:

$$Q = \frac{2}{3} C_d b \sqrt{2g} h^{3/2} \quad (Ec. 2.6)$$

La exactitud obtenida con esta fórmula y otras análogas depende del conocimiento del valor que, en cada caso, tome el coeficiente C_d , para lo cual es preciso distinguir el caso en que el vertedero consista en una escotadura mucho más estrecha que el canal, y aquel que, como ocurre en muchas obras hidráulicas (presas, aliviaderos, etc.) son las mismas paredes del canal, depósito o embalse, las que limitan el vertedero.

Para el caso a tratar en este trabajo el vertedero rectangular viene dado con contracciones laterales. Ahora se procederá a su estudio particular.

Recortar el espacio por donde va a circular el flujo de agua da lugar a un menor caudal por unidad de longitud de la cresta del vertedero. Según la ecuación de Francis, esta disminución es igual a $(N/10)h$, donde N es el número de contracciones laterales que presenta el vertedero.

Así para dos contracciones, la longitud efectiva de la cresta del vertedero rectangular será:

$$b' = b - \frac{2h}{10} \quad (Ec. 2.7)$$

Luego, para vertederos rectangulares de pared delgada y con dos contracciones laterales sigue siendo válida la ecuación definida anteriormente, reemplazando b por b' .

Por tanto,

$$Q = \frac{2}{3} C_d \left(b - \frac{2h}{10} \right) \sqrt{2g} h^{3/2} \quad (\text{Ec. 2.8})$$

Ahora, para definir el coeficiente C_d existen numerosas expresiones comúnmente empleadas, que son las siguientes:

- Ecuación de Francis

$$C_d = 0.623 \left[\left(1 - \frac{N}{10} \right) \frac{h}{b} \right] \left[\left(1 + \frac{v_0^2}{2gh} \right)^{3/2} - \left(\frac{v_0^2}{2gh} \right)^{3/2} \right] \quad (\text{Ec. 2.9})$$

Donde:

N: número de contracciones laterales

v_0 : velocidad de aproximación al vertedero

Los límites de aplicación son:

$$0.18 \leq h \leq 0.5 \text{ m}; \quad b \geq 3h; \quad 0.6 \leq P \leq 1.5 \text{ m}; \quad 2.4 \leq b \leq 3 \text{ m}$$

- Ecuación de Hégly

$$C_d = \left(0.405 - 0.03 \frac{B-b}{B} + \frac{0.0027}{h} \right) \left[1 + 0.55 \left(\frac{b}{B} \right)^2 \left(\frac{h}{h+P} \right)^2 \right] \quad (\text{Ec. 2.10})$$

Límites de aplicación:

$$0.10 \leq h \leq 0.60 \text{ m}; \quad 0.5 \leq b \leq 3 \text{ m}; \quad 0.2 \leq P \leq 1.13 \text{ m}$$

Válida para toda clase de contracciones, completas o incompletas, suprimidas de un lado, y para una o varias escotaduras, cuyas crestas sumen la longitud b .

- Ecuación de Hamilton-Smith

$$C_d = 0.616 \left(1 - \frac{b}{10B} \right) \quad (\text{Ec. 2.11})$$

Límites de aplicación:

$$0.075 \leq h \leq 0.6 \text{ m}; \quad b \geq 0.3 \text{ m}; \quad \frac{h}{b} \leq 0.5; \quad (B-b) \geq 2h; \quad P \geq 0.3 \text{ m}; \quad z \geq 2h$$

Además, si $B(h+p) < 10bh$, en la ecuación (2.6) se reemplazará h por $h' = h + 1.4 \frac{v_0^2}{2g}$, donde v_0 es la velocidad de aproximación en el canal.

- Ecuación de la sociedad belga de ingenieros mecánicos

$$C_d = 0.4106 \left(1 + \frac{1.8}{1000h} \right) \left[1 + 0.55 \left(\frac{h}{h+P} \right)^2 \right] \quad (Ec. 2.12)$$

Rangos de validez:

$$b \geq 0.5 \text{ m}; \quad 0.1 \leq h \leq 0.8 \text{ m}; \quad P \geq 0.3 \text{ m}; \quad h \leq P$$

- Ecuación de Braschmann

$$C_d = 0.5757 + 0.0579 \frac{b}{B} + \frac{0.000795}{h} \quad (Ec. 2.13)$$

B, b y h en metros.

No se conocen restricciones.

- Fórmula de la sociedad suiza de arquitectos e ingenieros, SIA

$$C_d = \left[0.578 + 0.037 \left(\frac{b}{B} \right)^2 + \frac{3.615 - 3 \left(\frac{b}{B} \right)^2}{1000h + 1.6} \right] \left[1 + 0.5 \left(\frac{b}{B} \right)^4 \left(\frac{h}{h+P} \right)^2 \right] \quad (Ec. 2.14)$$

Límites de aplicación:

$$0.025 \leq h \leq 0.8 \text{ m}; \quad \frac{b}{B} \leq 0.3 \text{ m}; \quad P \geq 0.3 \text{ m}; \quad h/P \leq 1$$

Teniendo en cuenta todas estas ecuaciones, ahora se procederá a discernir cuál de ellas es la adecuada para el canal de ensayo del laboratorio. El área de ensayo tiene unas dimensiones de 1600 mm de largo, 400 mm de ancho y 400 mm de alto, denominando b al ancho del canal. Tras hacer pruebas y obtener el valor de h (altura de la cresta) para cada velocidad estudiada se comprobará si este canal está dentro de los límites de las ecuaciones anteriormente dadas.

(tabla de datos de geometría para rectangular y h)

Límites:

- Ecuación de Francis

$$0.18 \leq h \leq 0.5 \text{ m}; \quad b \geq 3h; \quad 0.6 \leq P \leq 1.5 \text{ m}; \quad 2.4 \leq b \leq 3 \text{ m}$$

- Ecuación de Hégly

$$0.10 \leq h \leq 0.60 \text{ m}; \quad 0.5 \leq b \leq 3 \text{ m}; \quad 0.2 \leq P \leq 1.13 \text{ m}$$

- Ecuación de Hamilton-Smith

$$0.075 \leq h \leq 0.6 \text{ m}; \quad b \geq 0.3 \text{ m}; \quad \frac{h}{b} \leq 0.5; \quad (B - b) \geq 2h; \quad P \geq 0.3 \text{ m}; \quad z \geq 2h$$

- Ecuación de la sociedad belga de ingenieros mecánicos

$$b \geq 0.5 \text{ m}; \quad 0.1 \leq h \leq 0.8 \text{ m}; \quad P \geq 0.3 \text{ m}; \quad h \leq P$$

- Ecuación de Braschmann

No se conocen restricciones

- Fórmula de la sociedad suiza de arquitectos e ingenieros, SIA

$$0.025 \leq h \leq 0.8 \text{ m}; \quad \frac{b}{B} \leq 0.3 \text{ m}; \quad P \geq 0.3 \text{ m}; \quad h/P \leq 1$$

Para realizar las simulaciones por ordenador se realizará un modelo a escala 1:1 del área de ensayo junto con el vertedero disponible en el laboratorio. Para simular el obstáculo que representa el vertedero se creará un bloque macizo como zona donde circulará el agua y se le hará una incisión con la forma del vertedero. Esto hará que el vertedero sea totalmente estático e inamovible y también hace que el material que lo compone no sea algo determinante en el estudio.

Este archivo CAD se puede realizar o con el programa Autodesk Inventor o con el programa “SpaceClaim” contenido en el paquete de “Ansys Workbench”.

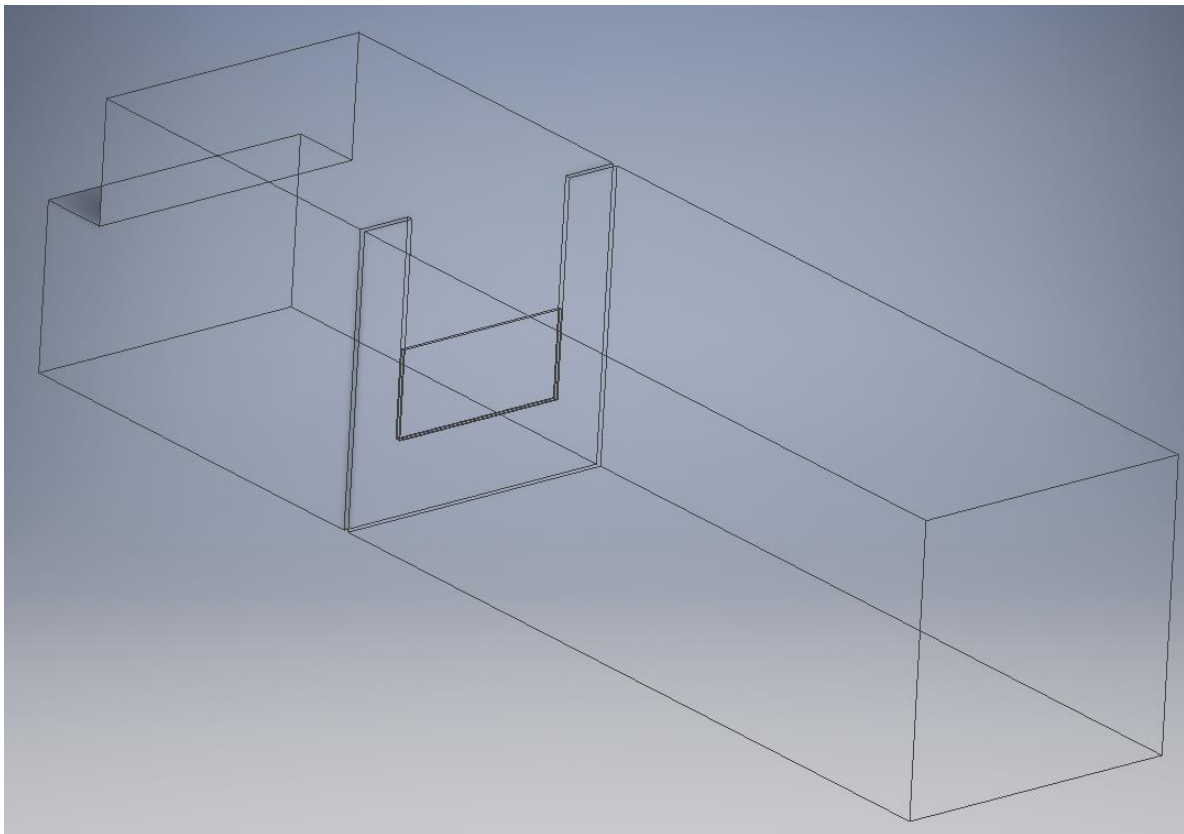


Ilustración 8: Modelo en 3D del canal con el vertedero para simulación computacional

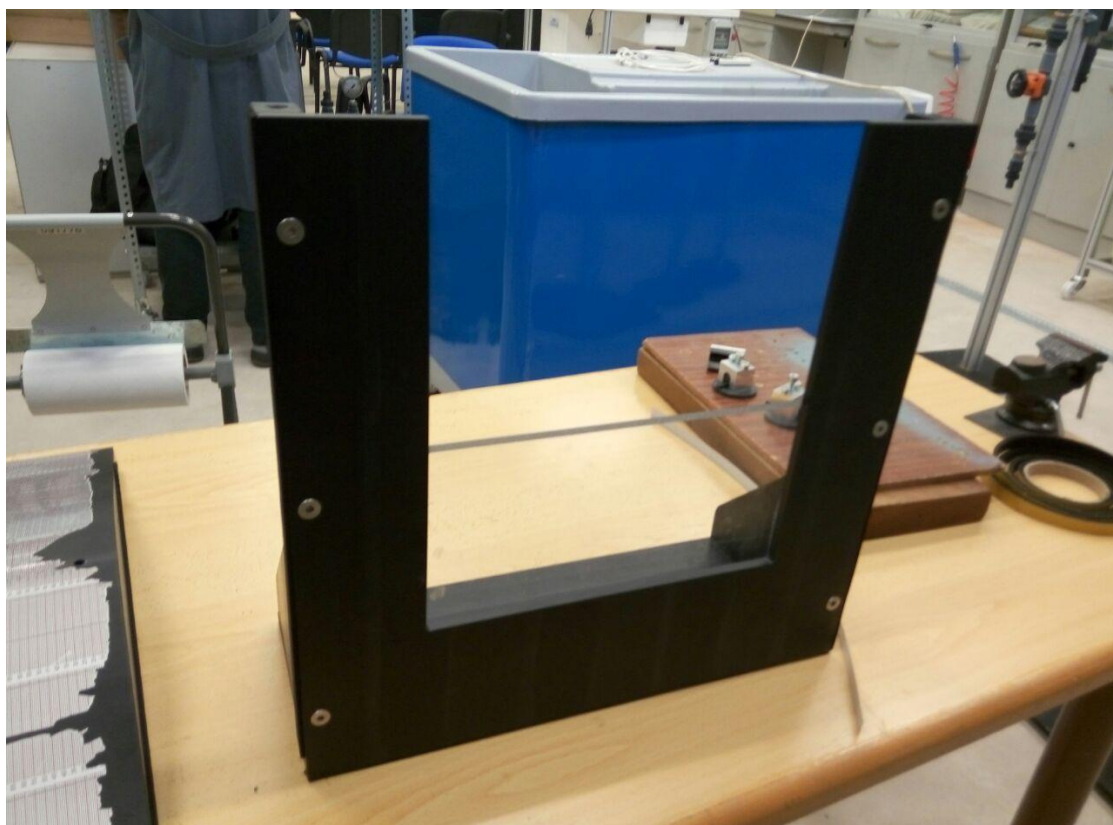


Ilustración 9: Vertedero de pared delgada rectangular para ensayo experimental

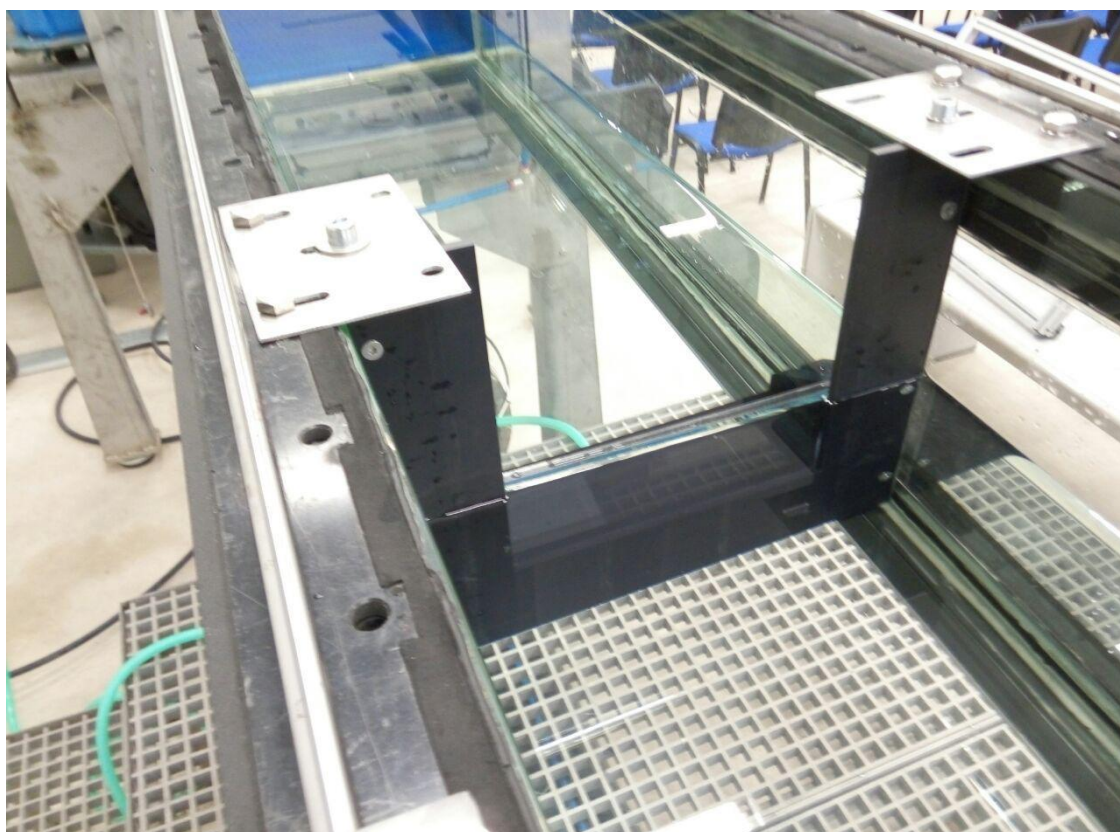


Ilustración 10: Vertedero rectangular colocado en el área de ensayo

Este archivo se abrirá en el programa “ANSYS Workbench” tras crear un módulo de CFX que es el indicado para simulaciones en 3D.

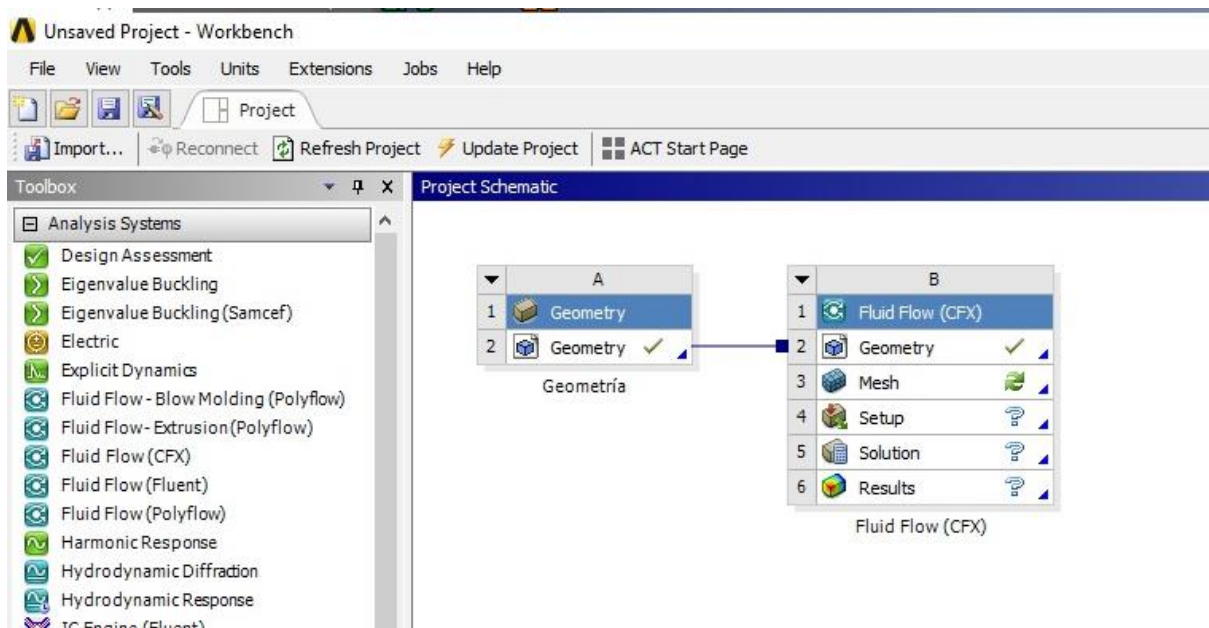


Ilustración 11: Ambiente de trabajo de Ansys Workbench para el módulo CFX

Importando este archivo, habrá que seguir el orden establecido en este módulo para mellar la geometría y posteriormente definir las condiciones.

Para definir la malla se usará el programa “*Meshing*” en el cual se importará la geometría y se dividirá en celdas. Dependiendo del tamaño y forma, el mallado tendrá un número de elementos en los que se realizarán los cálculos.

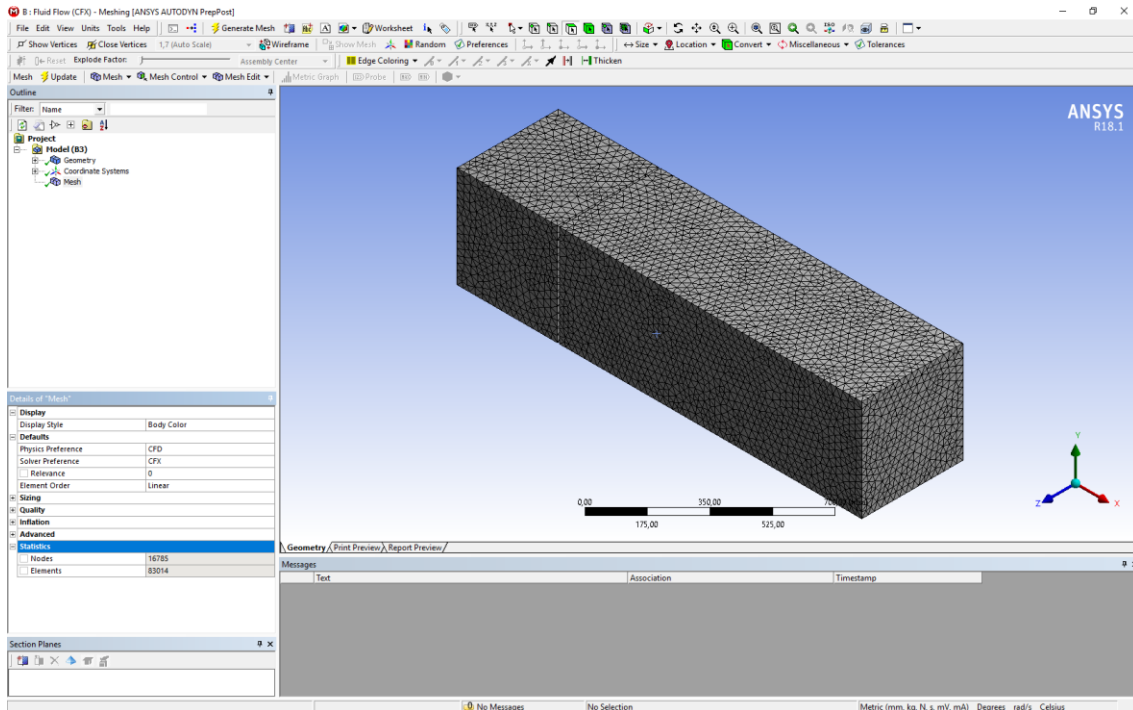


Ilustración 12: Malla creada con elementos triangulares para el modelo creado

Se va a realizar un estudio de tipo estacionario o “Steady” ya que es una forma de menor coste computacional y permite obtener las variables requeridas para las ecuaciones sin tener que simular desde un tiempo cero y esperar a que se estabilice el fluido. Para ello en el programa “CFX-Pre” se indicarán el tipo de análisis, los fluidos implicados en la simulación, las condiciones de contorno como entrada y salida y los parámetros de control de los resultados.

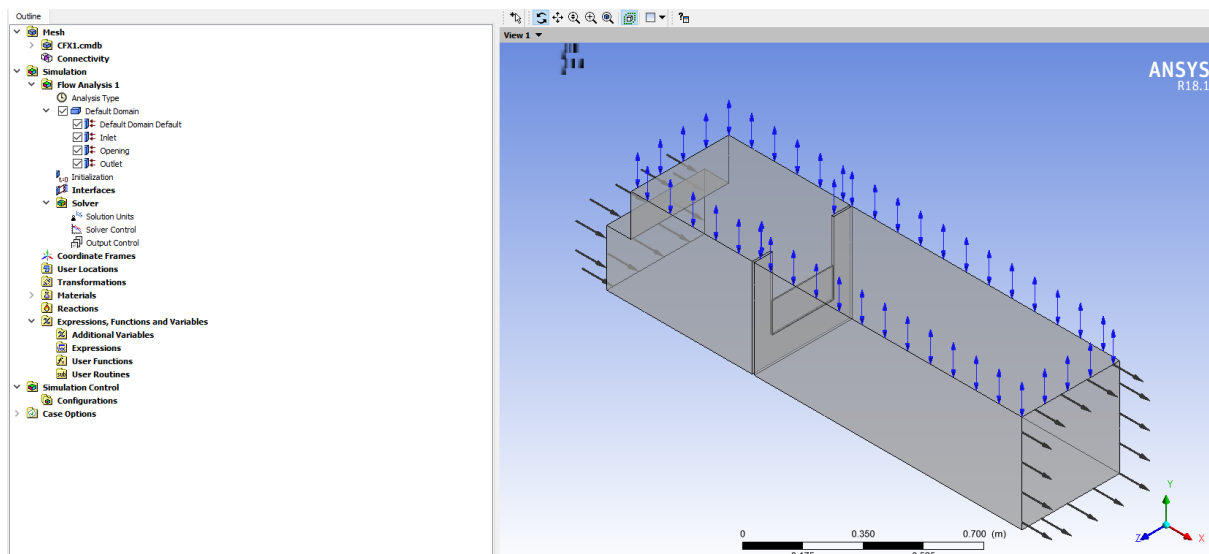


Ilustración 13: Definición de la entrada, salida, y zona abierta del canal

Como siguiente paso, se realizarán los cálculos para las condiciones dadas. Para ello se usará el programa “*CFX-Solver Manager*”. En este programa se puede elegir el tipo de división del microprocesador para realizar los cálculos. Ya que se están realizando en un Intel Core i5 con 4 núcleos, se dividirá en 4 procesos para no sobrecargar a uno solo. Para ello está la opción “*Intel MPI Local Parallel*”.

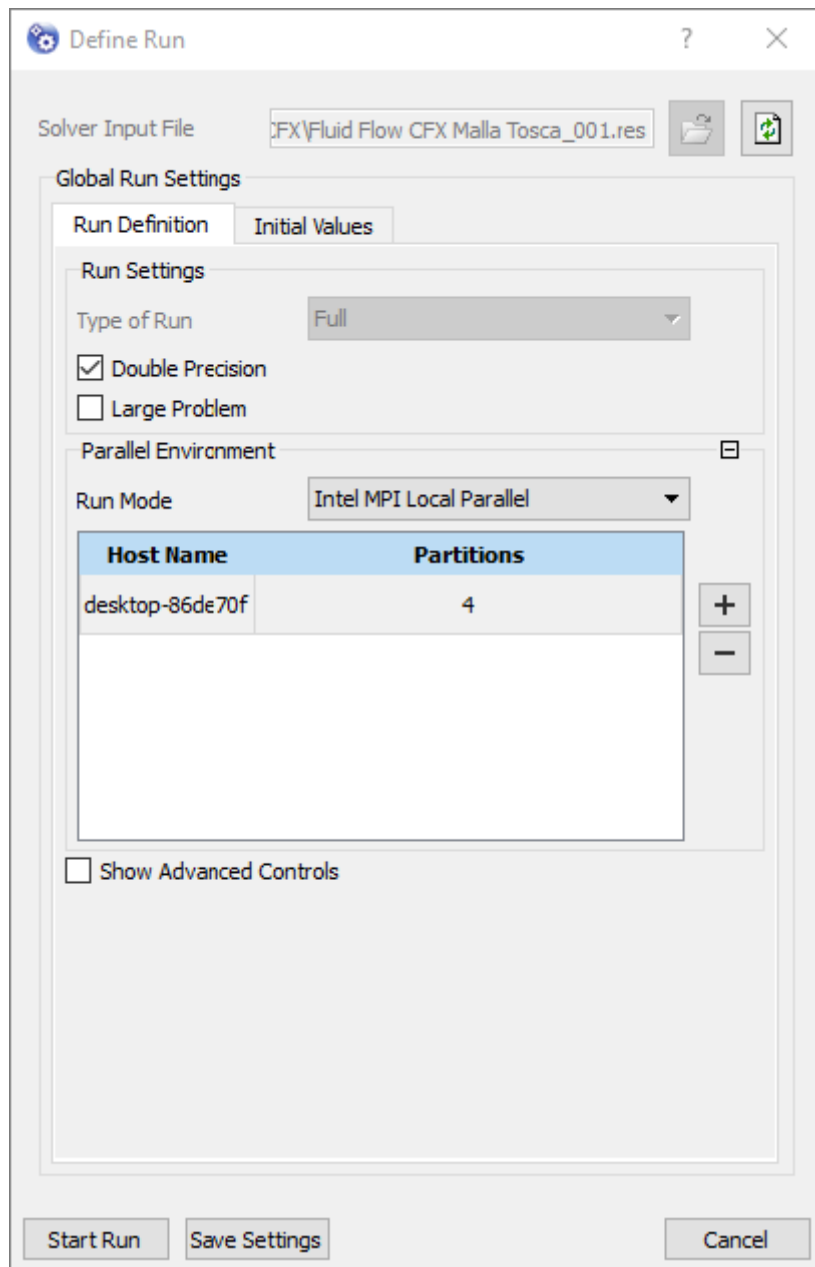


Ilustración 14: División del cálculo en 4 particiones

Una vez completados los cálculos, en el programa “CFD-Post” se creará un plano medio para obtener un contorno de velocidades y un contorno de fracción de volumen. También se puede obtener un renderizado de volumen para ver el resultado en 3D.

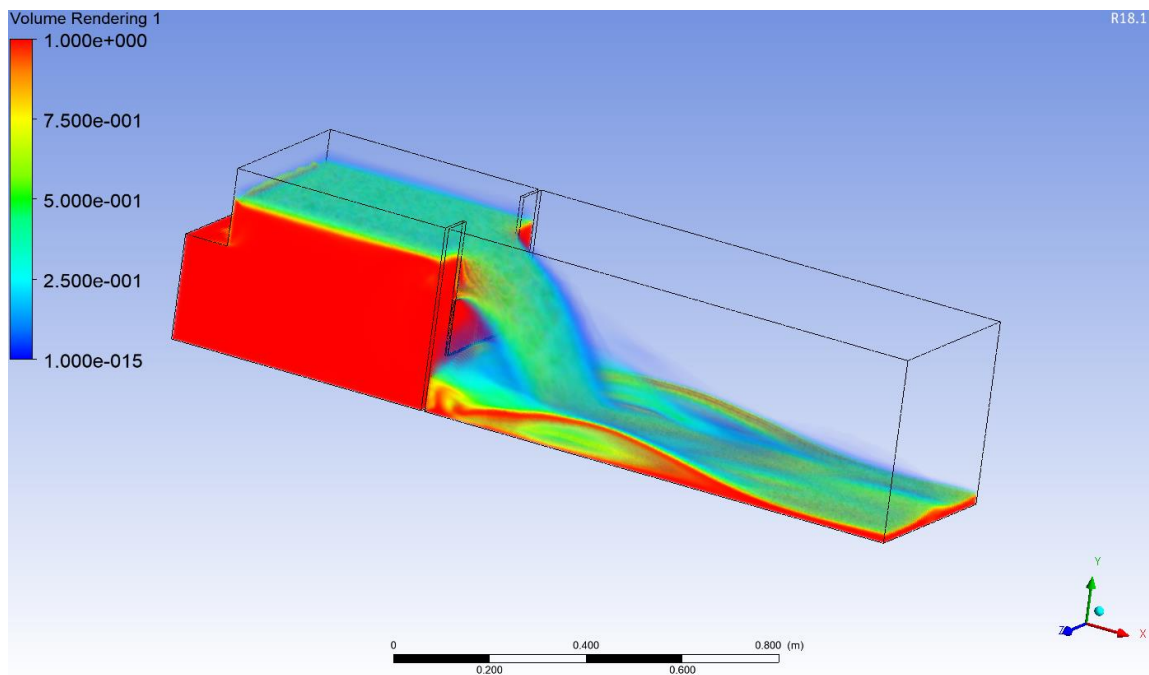


Ilustración 15: Volume Rendering del resultado estacionario para el modelo rectangular



Ilustración 16: Ensayo del vertedero de escotadura rectangular en el laboratorio

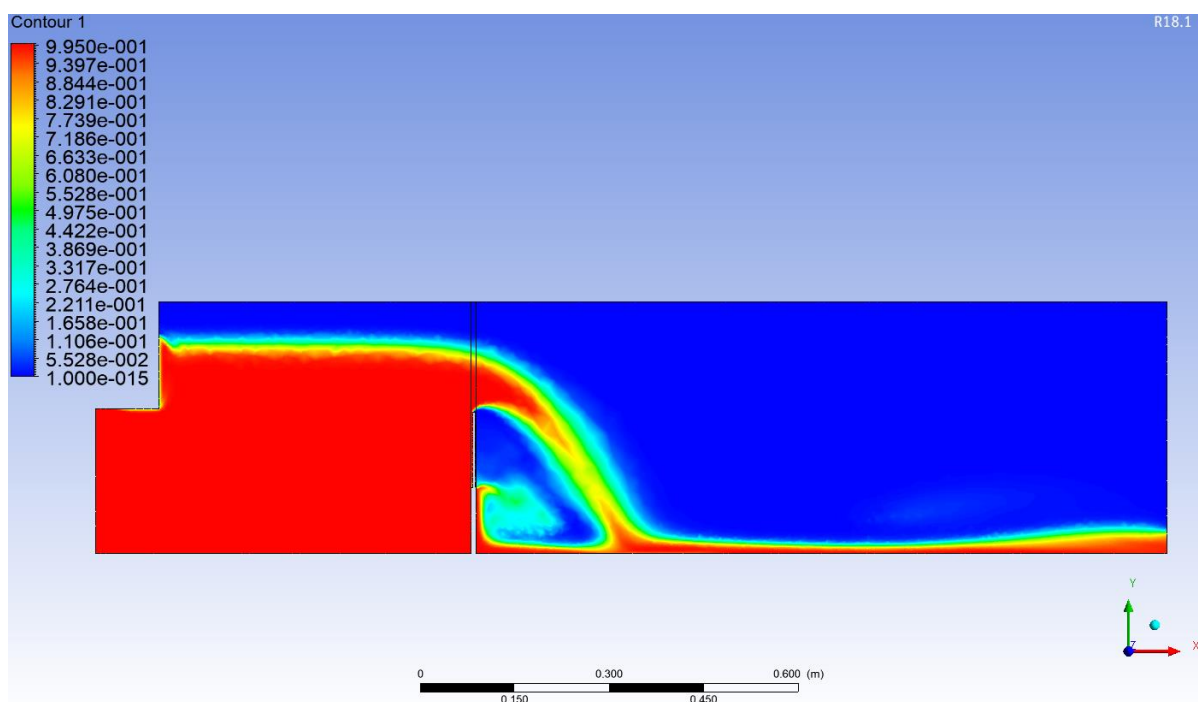


Ilustración 17: Contorno de Volume Fraction en el plano medio para el modelo rectangular

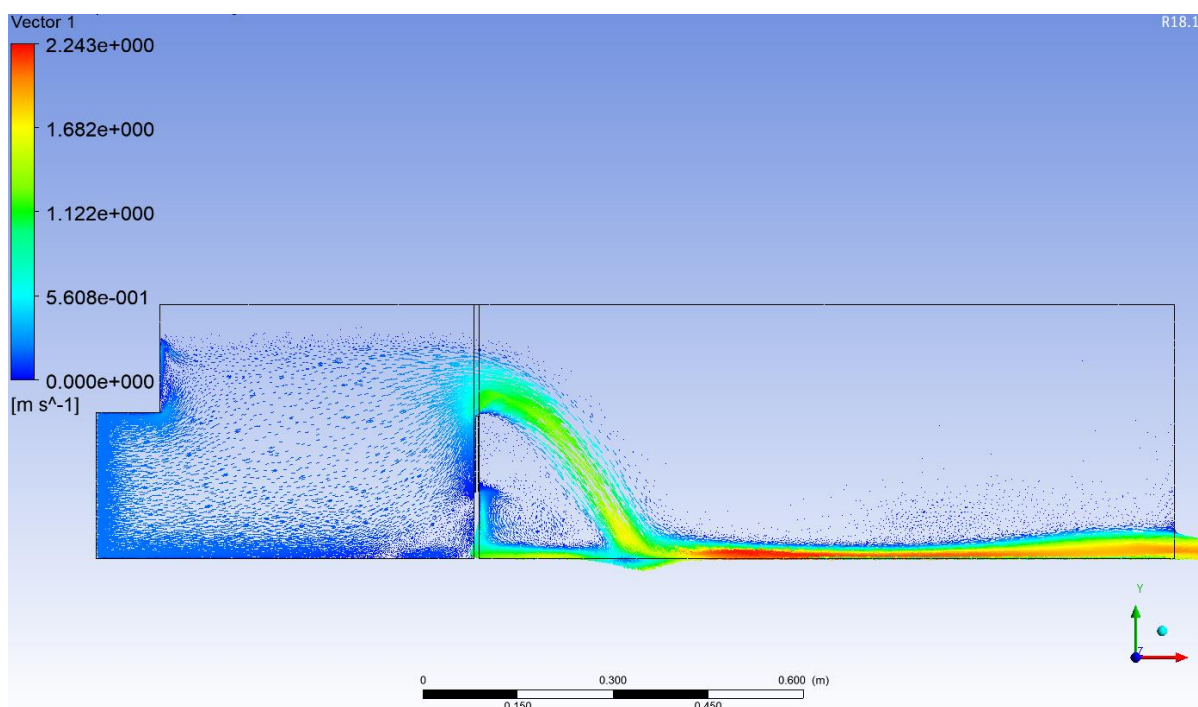


Ilustración 18: Vector Velocidades del plano medio para el modelo rectangular

4.4 Vertedero de pared delgada triangular

Para medir pequeños gastos, el vertedero triangular es más preciso que el rectangular, puesto que, para un mismo caudal, los valores de h son mayores.

Considérese la forma siguiente, en donde se esquematiza el flujo a través de un vertedero triangular, simétrico de pared delgada, con un Angulo Θ en el vértice de la escotadura.

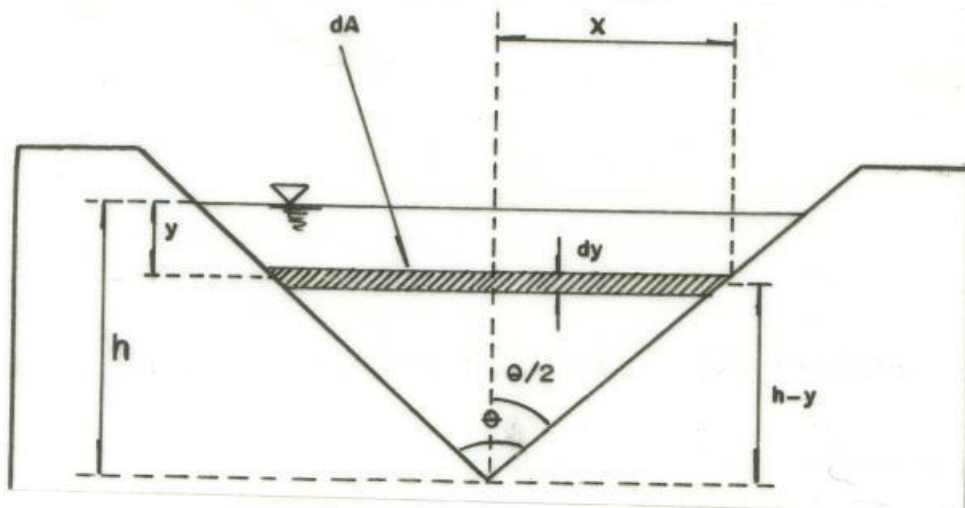


Ilustración 19: Frente de un vertedero de pared delgada con escotadura triangular

Como se procedió en la sección anterior (Ec. 2.3), despreciando la velocidad de aproximación, v_0 , en la ecuación, la velocidad teórica del flujo sobre la cresta es:

$$v_1 = \sqrt{2gy} \quad (\text{Ec. 3.1})$$

La descarga elemental, a través del diferencial de área, es:

$$dQ = v_1 dA = \sqrt{2gy} dA \quad (\text{Ec. 3.2})$$

$$dA = 2xdy$$

De la figura,
Además,

$$\tan(\theta/2) = \frac{x}{h-y}$$

$$x = (h-y) \tan(\theta/2)$$

Luego,

$$dA = 2(h-y) \tan(\theta/2)(h-y)dy$$

Sustituyendo este último resultado en (), se tiene:

$$dQ = 2\sqrt{2gy} \tan(\theta/2)(h-y)dy$$

$$dQ = 2\sqrt{2gy} \tan(\theta/2)(h - y)y^{1/2}dy$$

El caudal total, teórico, será:

$$Q_t = \int dQ = 2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \int_0^h (h - y) y^{1/2} dy$$

$$Q_t = 2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \left(h \int_0^h y^{1/2} dy - \int_0^h y^{3/2} dy \right)$$

$$Q_t = 2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \left(2\frac{h}{3} y^{3/2} \Big|_0^h - \frac{2}{5} y^{5/2} \Big|_0^h \right)$$

$$Q_t = 2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \left(\frac{2}{3} h^{5/2} - \frac{2}{5} h^{5/2} \right)$$

$$Q_t = 2\sqrt{2g} \tan(\theta/2) \frac{4}{15} h^{5/2}$$

$$Q_t = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) h^{5/2}, \quad \text{Caudal teórico (Ec. 3.3)}$$

El caudal real se obtiene multiplicando el caudal teórico por el correspondiente coeficiente de descarga, C_d , así:

$$Q = C_d Q_t$$

Luego,

$$Q_t = \frac{8}{15} C_d \sqrt{2g} \tan(\theta/2) h^{5/2}, \quad \text{Caudal real (Ec. 3.4)}$$

Si $\theta = 90^\circ$, $\tan(\theta/2) = 1$, y, según Thomson, para $0.05 \leq h \leq 0.25 \text{ m}$, $C_d = 0.593$

Agrupando todas las constantes de (Ec. 2.4) en una sola, se tiene:

$$C = \frac{8}{15} C_d \sqrt{2g} \tan(\theta/2)$$

$$C = \frac{8}{15} 0.593 \sqrt{2 \cdot 9.81} \tan(45^\circ) = 1.4$$

Luego, la fórmula de Thomson queda:

$$Q = 1.4 h^{5/2} \quad (\text{Ec. 3.5})$$

Experimentando con vertederos triangulares ($\theta = 90^\circ$), el Profesor Horace King, en la Universidad de Michigan, obtuvo:

$$Q = 1.34 h^{2.47} \quad (Ec. 3.6)$$

Mr. A.A. Barnes, de los experimentos realizados por Thomson y Barr, propuso:

$$Q = 1.337 h^{2.48} \quad (Ec. 3.7)$$

Para $\theta = 90^\circ$

EL profesor Raymond Boucher, de la Escuela Politécnica de Montreal, obtuvo para $\theta = 90^\circ$:

$$Q = 1.3424 h^{2.48} \quad (Ec. 3.8)$$

Esta ecuación fue confirmada por Mr. V.M. Cone (1916). Mr. Cone también propuso las siguientes fórmulas para otros valores de escotaduras triangulares:

- Para $\theta = 60^\circ$

$$Q = 0.7725 h^{2.47} \quad (Ec. 3.9)$$

- Para $\theta = 30^\circ$

$$Q = 0.3564 h^{2.45} \quad (Ec. 3.10)$$

Gourley y Crimp, para ángulos de 45° , 60° y 90° , propusieron la siguiente fórmula:

$$Q = 1.32 \tan(\theta/2) h^{2.48} \quad (Ec. 3.11)$$

Otras ecuaciones de bastante precisión, para el coeficiente C_d en vertederos triangulares, según la ecuación (Ec.3.4), son las de Barr, Hégly y Heyndrick, que se expresan a continuación.

- Ecuación de Barr (1909). Válida para $\theta = 90^\circ$; $0.05 < h < 0.25m$; $p \geq 0.25 m$; $B \geq 8h$

$$C_d = 0.565 + \frac{0.0087}{h^{1/2}} \quad (Ec. 3.12)$$

- Ecuación de Hégly (1921). Válida para $\theta = 90^\circ$ y $0.1 < h < 0.5 m$

$$C_d = 0.5812 + \frac{0.00375}{h} \left(1 + \left(\frac{h^2}{B(h+P)} \right)^2 \right) \quad (Ec. 3.13)$$

- Ecuación de Heyndrick. Válida para $\theta = 60^\circ$ y cargas normales.

$$C_d = [0.5775 + 0.214h^{1.25}] \left[1 + \left(\frac{h^2}{B(h+p)} \right)^2 \right] \quad (\text{Ec. 3.14})$$

En vertederos triangulares, según F. J. Domínguez, tienen poca influencia la elevación de la cresta y el ancho del canal de aducción sobre el coeficiente de descarga, C_d , debido a la relativa pequeñez de la escotadura, además de que la altura de la cresta hace poco sensible la influencia de la velocidad de aproximación, v_0 .

Según F. J. Domínguez, para $\theta = 90^\circ$, el caudal no varía con la altura de la cresta, aunque el fondo esté muy cerca del vértice del triángulo, y el ancho del canal empieza a influir solamente para $B < 6h$. En vertederos de 45° , esta influencia sólo es advertible cuando $B < 4h$.

La poca variación de C_d en los vertederos triangulares los hace recomendables para el aforo de gatos inferiores a 30 l/s, con cargas entre 6 y 60 cm.

Los vertederos triangulares son muy sensibles a cualquier cambio en la rugosidad de la placa, por lo cual las ecuaciones anteriores son válidas para placas de vertedero lisas.

Al estar elevado el termino h a la 5/2 potencia, se hace muy sensible a pequeñas variaciones.

Realizando el mismo procedimiento para realizar la geometría con el programa "Autodesk Inventor".

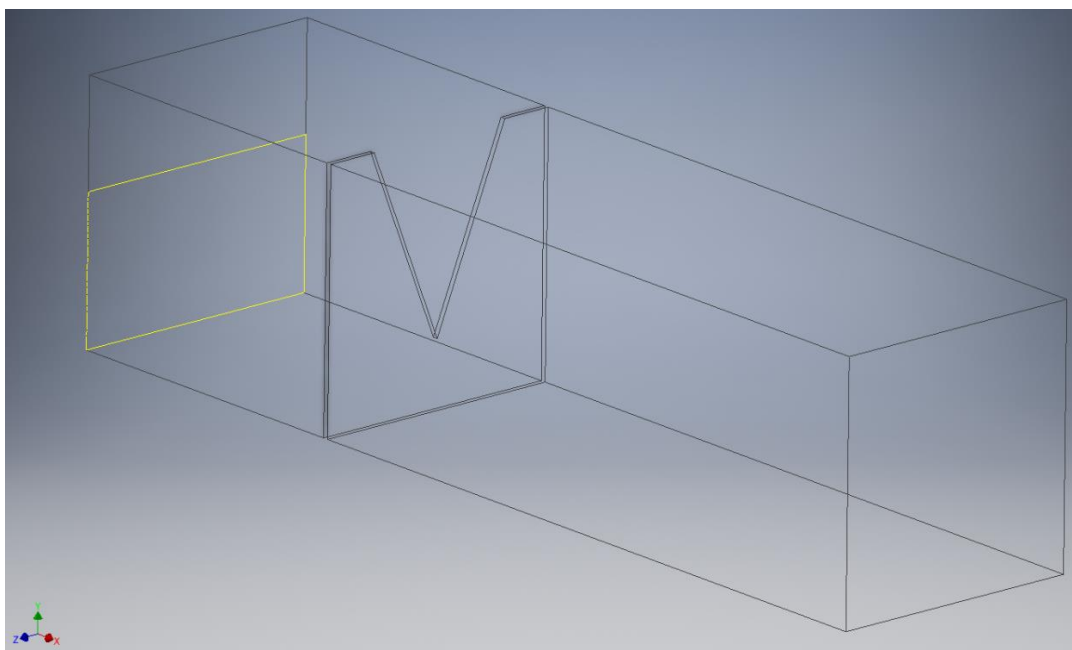


Ilustración 20: Modelo en Autodesk Inventor para el área de ensayo con el vertedero de pared fina con escotadura triangular



Ilustración 21: Vertedero de pared fina con escotadura triangular disponible en el laboratorio



Ilustración 22: Vertedero triangular colocado en el área de ensayo

Para los cuales se obtienen, lo siguiente en “CFD-Post”:

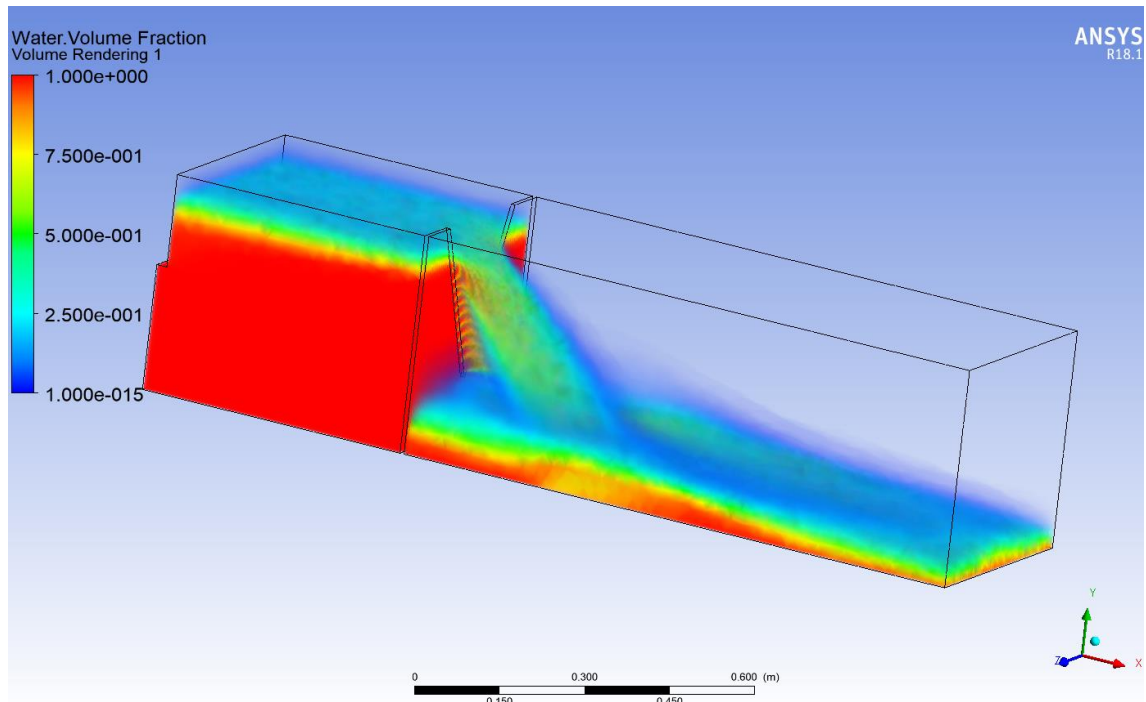


Ilustración 23: Volume Rendering para el vertedero de pared fina con escotadura triangular

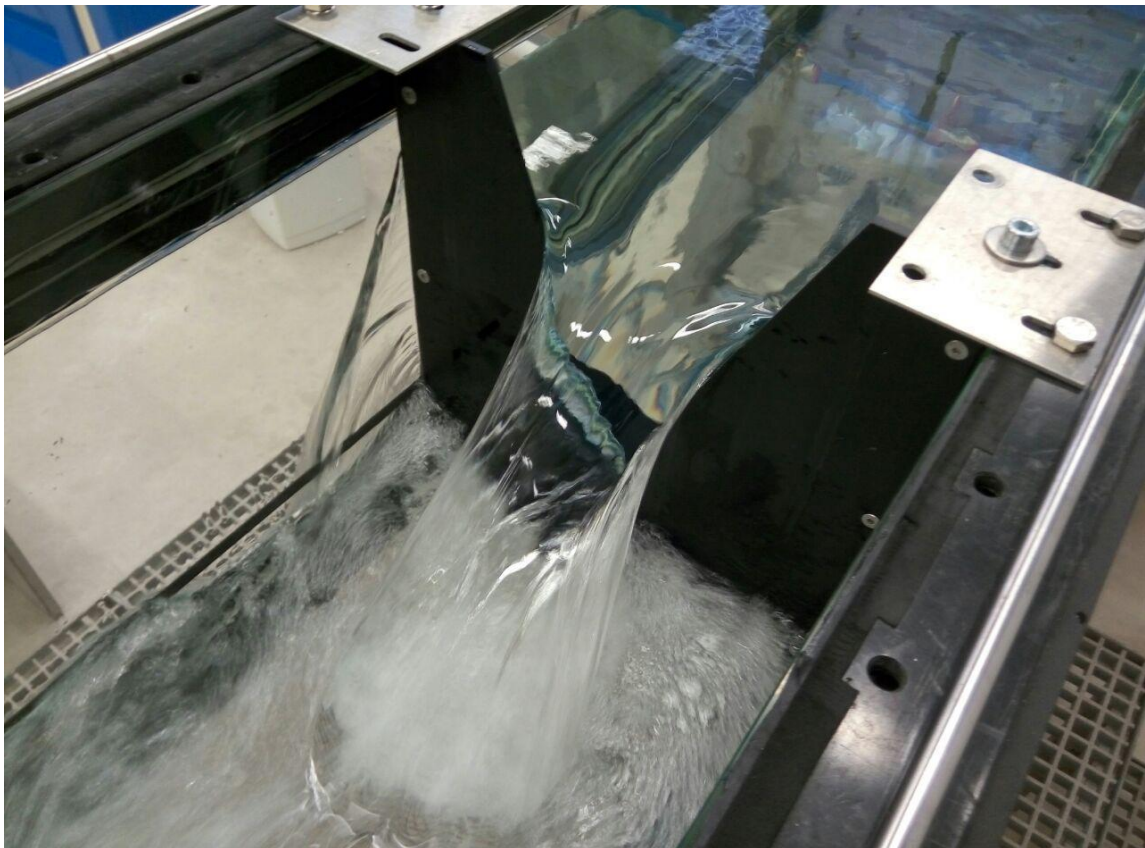


Ilustración 24: Ensayo del vertedero de escotadura triangular en el laboratorio

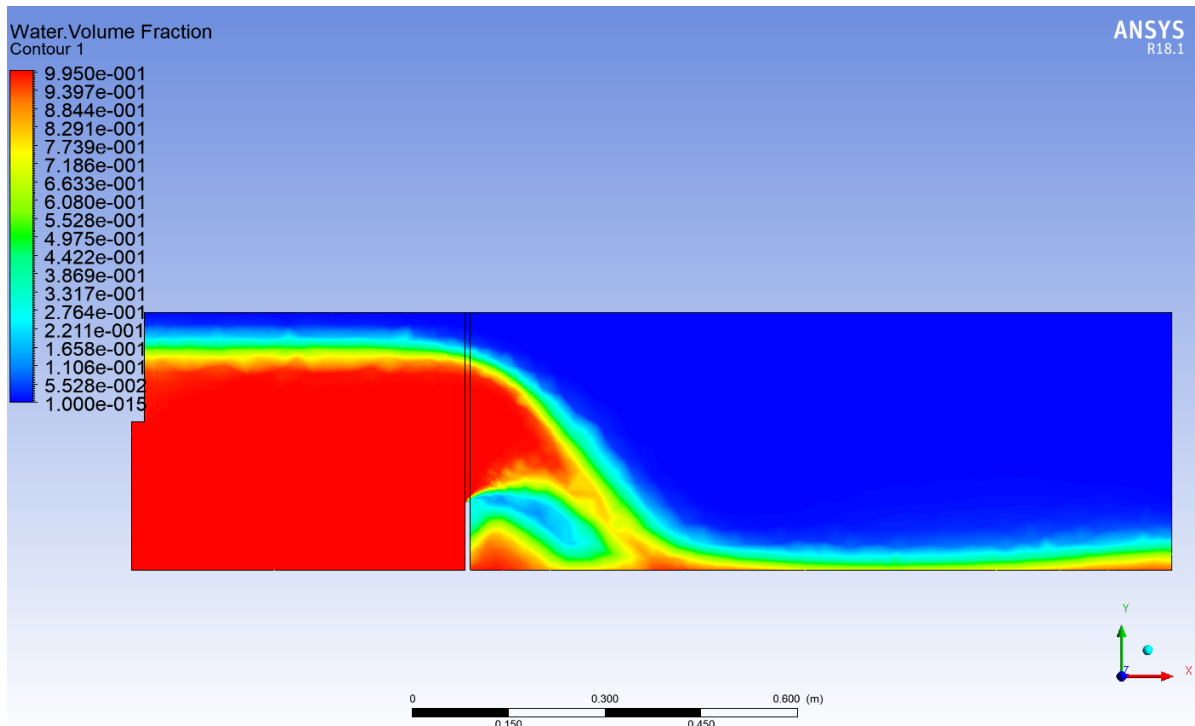


Ilustración 25: Contorno Volume Fraction para el vertedero de escotadura triangular

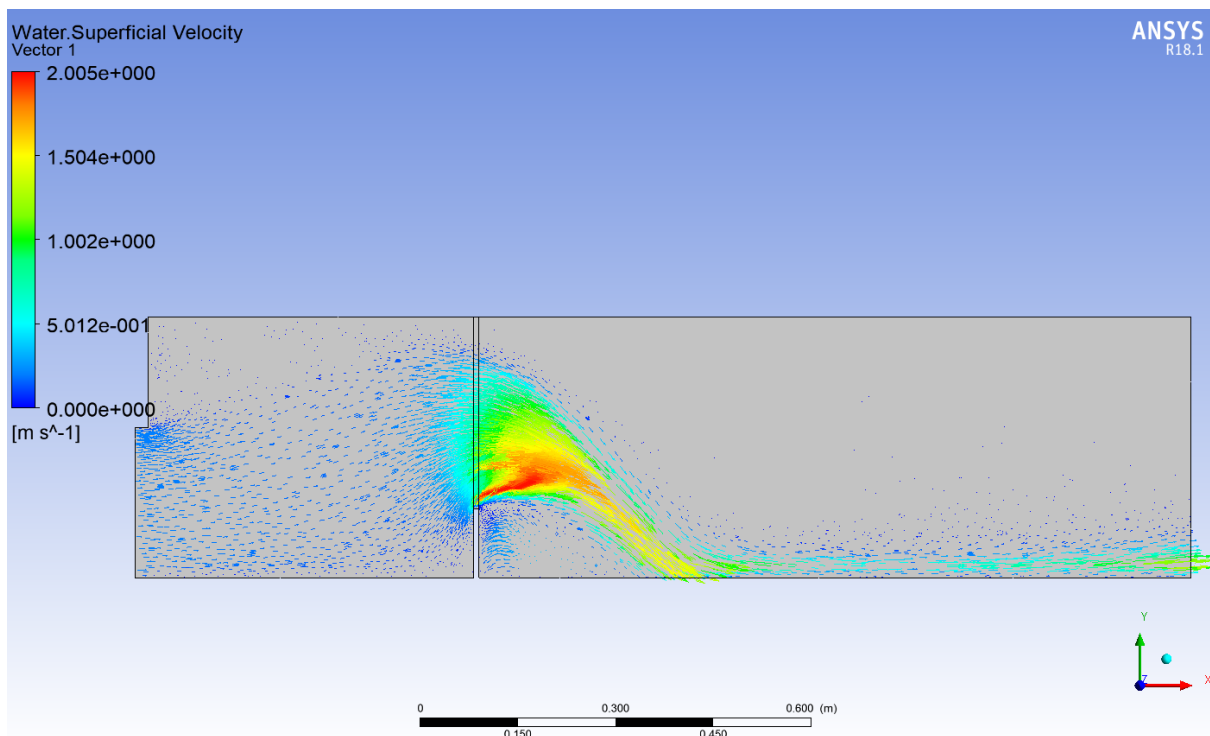


Ilustración 26: Vector velocidad en el plano medio para el vertedero de escotadura triangular

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Realizando una tabla con los datos a estudiar en el laboratorio y con los resultados de las simulaciones para un mismo modelo de geometría rectangular y distintas velocidades se obtiene lo siguiente:

Geometría	(m)	V	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	m/s
P	0,225	Htotal	0,3091	0,334215	0,35633	0,3733	0,38996	0,39717	m
b	0,4	h	0,0841	0,109215	0,13133	0,1483	0,16496	0,17217	m
		h	(m)		b	(m)		P	(m)
Francis	0,18	0,17217	0,5	0,2523	0,4		0,6	0,225	1,5
Hégly	0,1	0,17217	0,5	0,5	0,4	3	0,2	0,225	1,13
Hamilton-Smith	0,075	0,17217	0,6	0,3	0,4		0,3	0,225	
Sociedad belga	0,1	0,17217	0,8	0,5	0,4		0,3	0,225	
Braschmann	No se conocen restricciones								
SIA	0,025	0,17217	0,8				0,3	0,225	

Tabla 1: Comprobación de validez de los límites de las ecuaciones para el caso estudiado

La tabla superior incluye:

- En naranja, datos físicos de la geometría del vertedero (b la anchura del canal y P altura desde la base hasta la escotadura del vertedero), en azul (H_{total}), la altura del agua total desde la base hasta la superficie libre de líquido.
- h : refiriéndose a la diferencia entre la altura total (H_{total}) y P .
- Las diferentes ecuaciones empíricas enunciadas en el apartado anterior para el caso rectangular. (SIA: Sociedad Suiza de Arquitectos e Ingenieros).

Como se puede ver en la tabla anterior, se comparan estos datos junto con las limitaciones de cada una de las ecuaciones. Se tomará el valor de h máximo obtenido sin que el canal desborde, y en la tabla sólo se incluirán las limitaciones básicas y comunes ya que algunas ecuaciones poseen más limitaciones.

Las casillas verdes son aquellas que cumplen las limitaciones y sus valores están dentro del rango limitado por la ecuación empírica, en rojo, las que no cumplen este requisito. Se puede ver que, para el caso estudiado, no se cumple ninguna de las limitaciones y por tanto no se pueden aplicar ninguna de ellas salvo la de Braschmann que no posee restricciones.

Se aplicará por tanto la ecuación de Braschmann para el caso a estudiar, para poder aplicar alguna otra, habría que cambiar el modelo de vertedero y hacerlo coincidir con las limitaciones aportadas por cada ecuación.

Ahora, realizando un modelo de malla de diferente cantidad de nodos y elementos para obtener la independencia de malla se ha obtenido lo siguiente:

	Malla Tosca	Malla Media	Malla fina 5 mm	Malla fina 4 mm		
X	0,25	0,25	0,25	0,25	m	Water_Vol-Fraction 50 ± 0,1
Y	0,3208	0,339	0,334215	0,33327	m	
Presión	130,495	97,5336	46,5878	49,1838	Pa	
Justo al pasar						
X	0,5	0,5	0,5	0,5	m	
Y	0,27	0,27	0,27	0,27	m	
Presión	259,476	378,384	358,682	351,006	Pa	
Vel Sup	0,673219	0,749584	0,732845	0,729328	m/s	
Velocidad	0,707031	0,749957	0,73307	0,729679	m/s	
Base						
X	0,7	0,7	0,7	0,7	m	
Y	0,03	0,03	0,03	0,03	m	
Presión	978,881	557,092	321,901	326,718	Pa	
Vel Sup	1,086	0,447186	0,19622	0,205821	m/s	
Velocidad	1,3052	0,86022	0,837705	0,877852	m/s	
Posición de la base en cada caso						
X	0,6783	0,74493	0,746	0,746	m	
Y	0,0323	0,027	0,0246	0,0246	m	
Presión	978,881	988,096	1359,68	1349,64	Pa	
Vel Sup	1,086	1,08733	1,45409	1,46062	m/s	
Velocidad	1,22757	1,44745	1,70079	1,57808	m/s	

Tabla 2: Resultados obtenidos de la simulación de cada tipo de malla estudiada

Todos estos datos corresponden a distintas simulaciones del mismo modelo creado en Autodesk Inventor, pero con distinto tipo de malla, avanzando de izquierda a derecha desde la más tosca a la más fina. Para obtener la independencia de malla, se definen varios puntos donde se tomarán datos como los referentes a la cantidad de agua en porcentaje para obtener la superficie libre y así saber la altura total del agua, la presión y la velocidad. Todo esto tras definir un plano intermedio a lo largo del área de ensayo.

Estudiando estos resultados, en la malla más simple y tosca (azul) se obtienen resultados muy diferentes a los de la siguiente malla más fina, la malla media (rosa). Volviendo a realizar la simulación para una malla aún más fina (tamaño mínimo de elemento que define a la malla como 5 mm) se obtienen aún resultados dispares. Estudiando ahora para 4 mm se obtienen resultados parecidos, aunque el tiempo requerido para obtenerlos aumenta considerablemente. Debido a que los resultados son relativamente parecidos se tomará la malla de 5 mm para los cálculos debido a que ésta es la que menos coste computacional tiene.

La zona donde cae el agua tras pasar por el vertedero se desplaza a medida que la malla se hace más fina. Esto es debido a que, al aumentar la resolución, es más precisa al delimitar como cae el agua y cómo se define el flujo. Por tanto, cuantos más elementos posea la malla, más precisa será. Esto se puede ver en las siguientes imágenes:

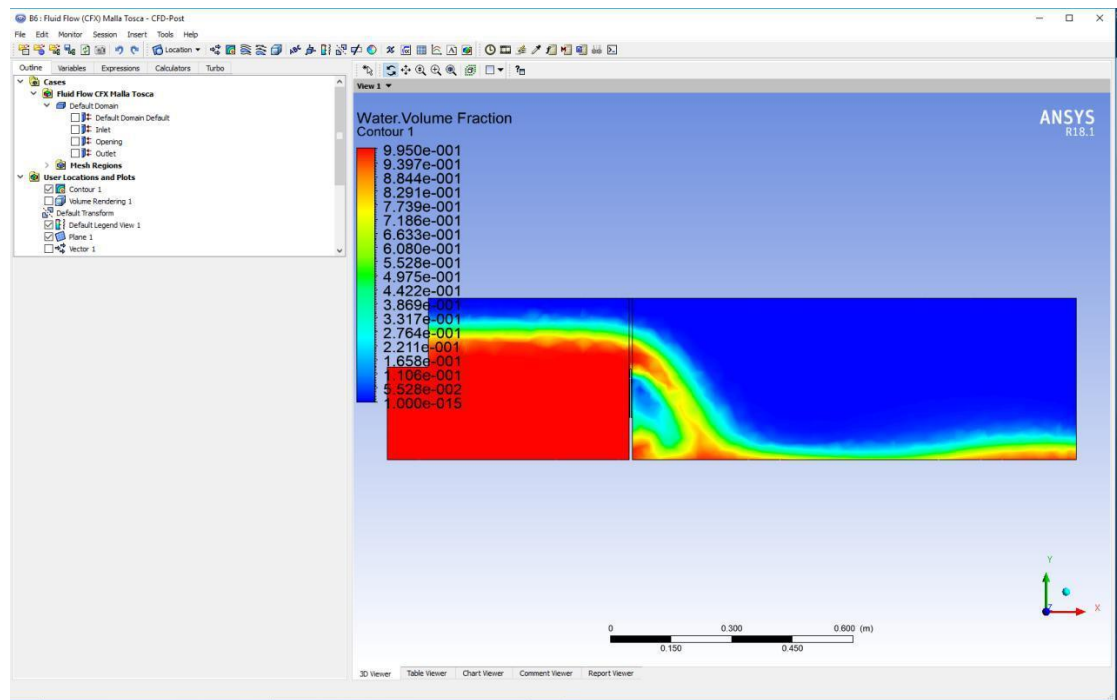


Ilustración 27: Contorno de Volume Fraction para la malla tosca del vertedero rectangular.

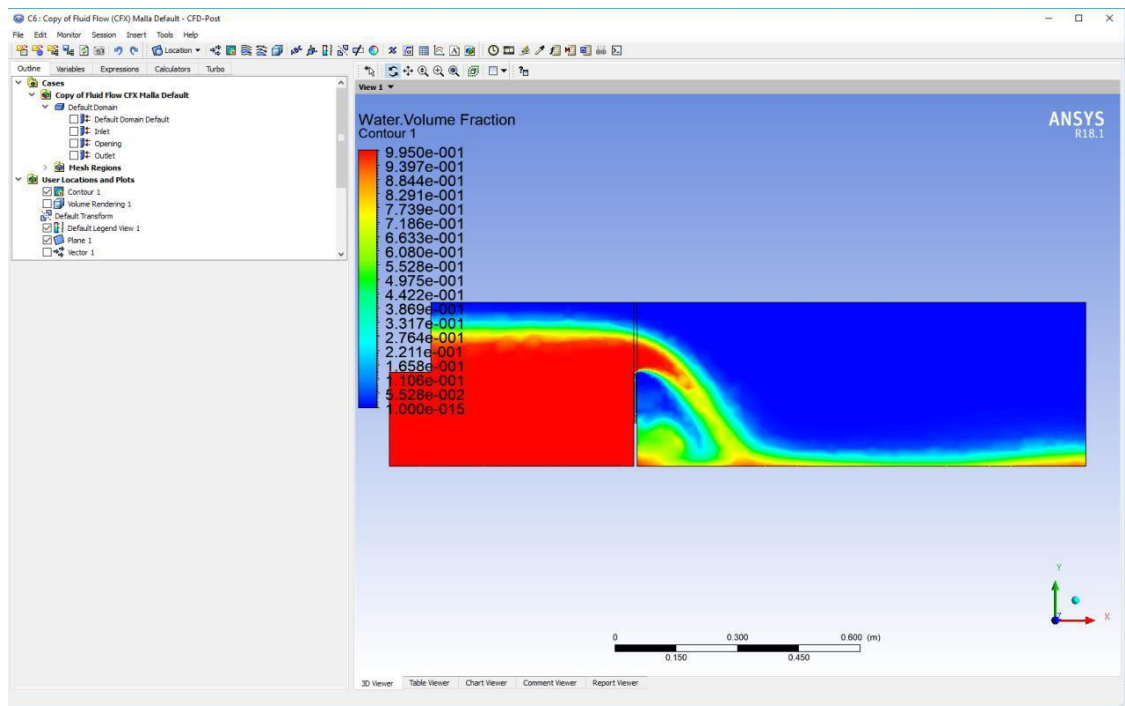


Ilustración 28: Contorno de Volume Fraction para la malla media del vertedero rectangular.

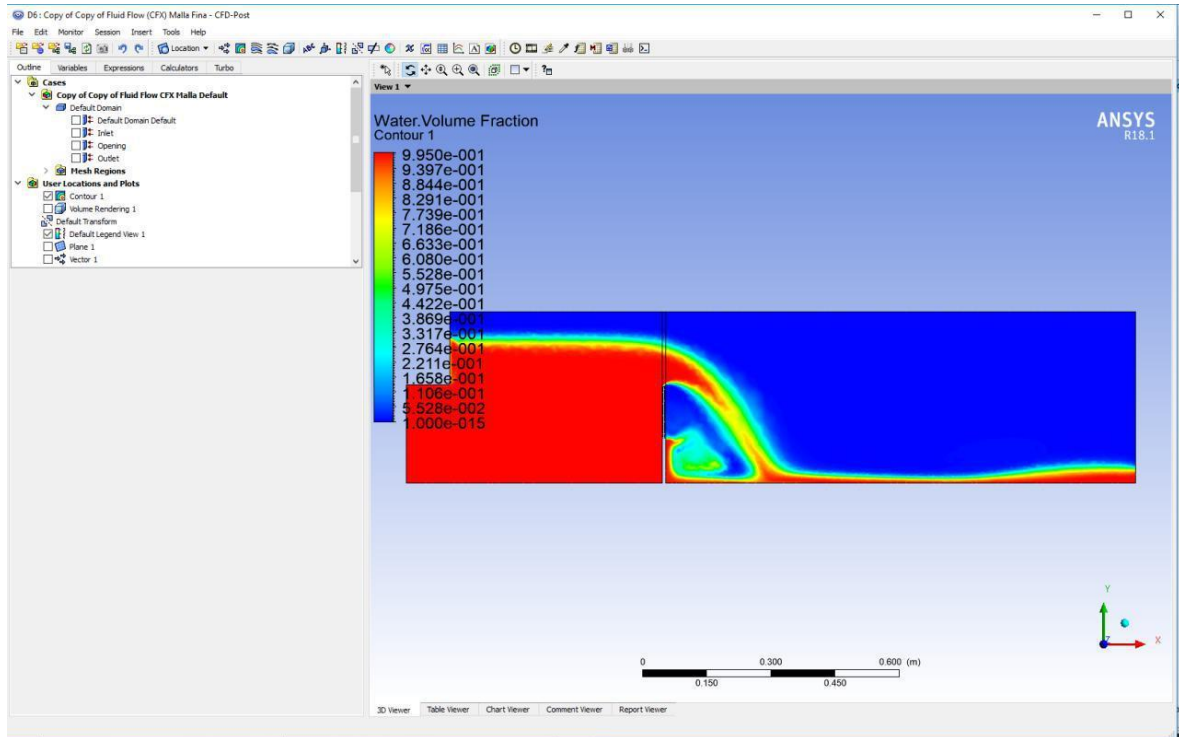


Ilustración 29: Contorno de Volume Fraction para la malla fina de 5 mm del vertedero rectangular.

Se ve claramente la diferencia entre cada malla en el grosor de la frontera entre líquido y gas, que, en la malla más fina, es más preciso y delimitado, al igual que la turbulencia generada en la parte inferior del vertedero donde se hace más evidente.

De igual modo ocurre con el perfil de velocidades del mismo plano medio:

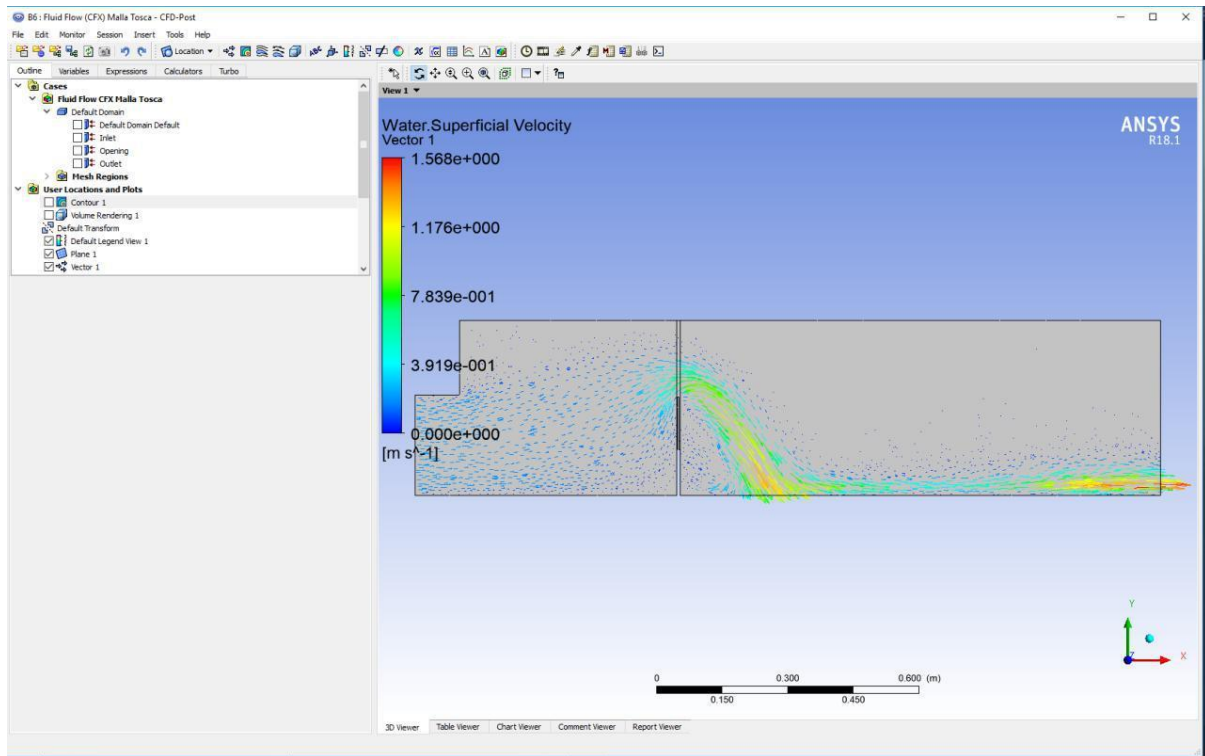


Ilustración 30: Vector Velocidad para la malla tosca del vertedero rectangular

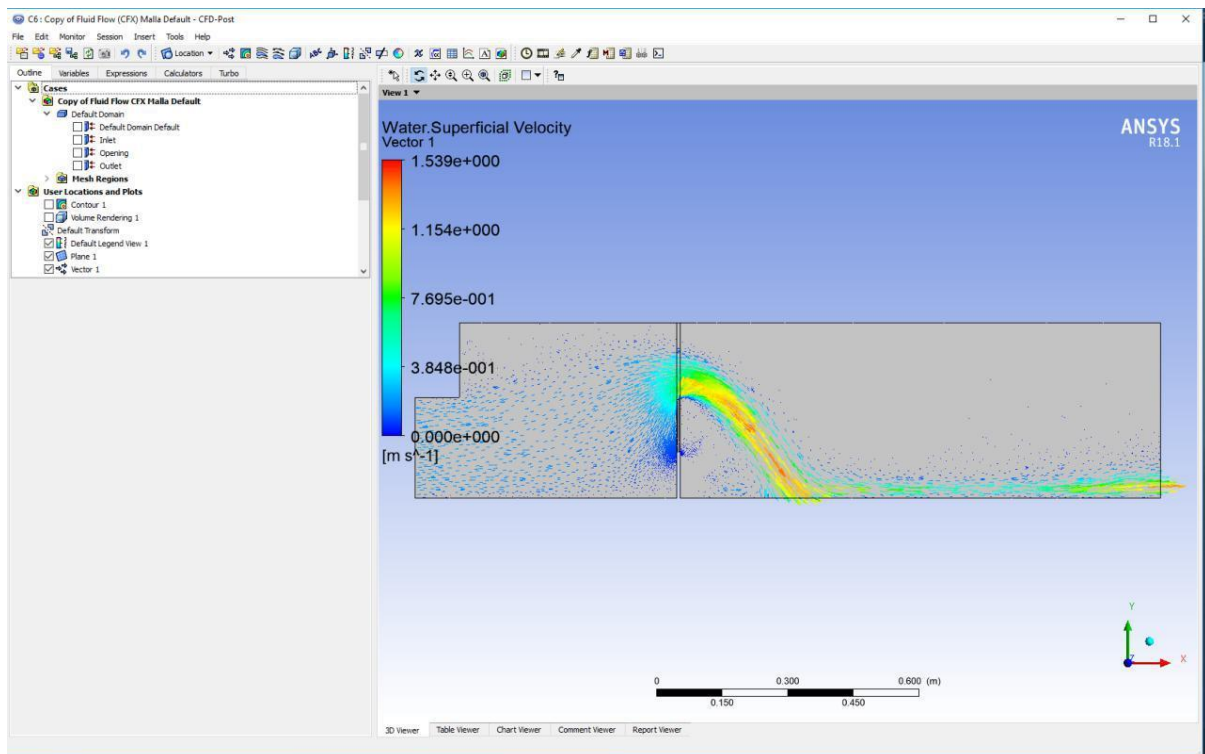


Ilustración 31: Vector velocidad para la malla media del vertedero rectangular

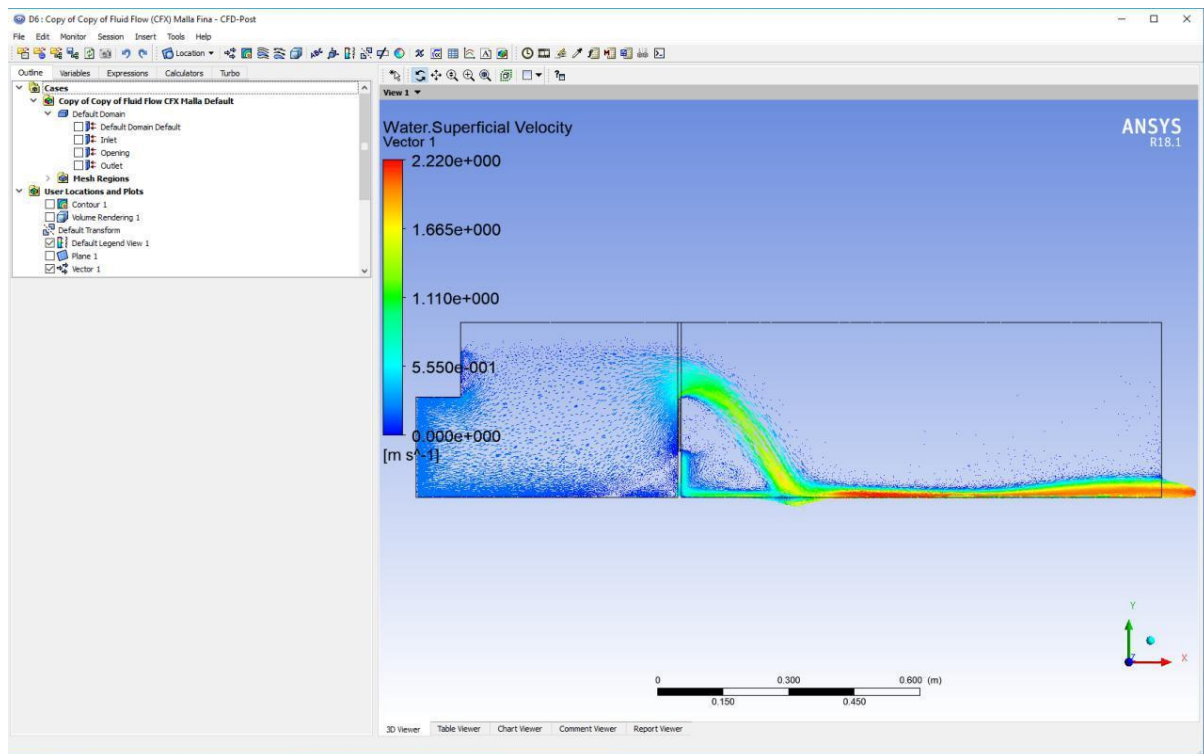


Ilustración 32: Vector Velocidad para la malla fina de 5 mm del vertedero rectangular

No solo la diferencia de resolución de la malla, sino que el valor de la velocidad varía sustancialmente. Se ve en cada una de las imágenes en rojo donde se encuentran las velocidades más altas y en azul las más bajas. En la malla con menos elementos la mayor velocidad se da en flujo de agua que cae, mientras que en la malla con más elementos en la base y a lo largo del recorrido restante (mucho más acorde a la realidad, pues al hacer las pruebas de laboratorio ahí es donde se encuentra una mayor velocidad, como ve puede ver en estas imágenes).



Ilustración 33: Vista del flujo aguas arriba del vertedero durante el ensayo experimental

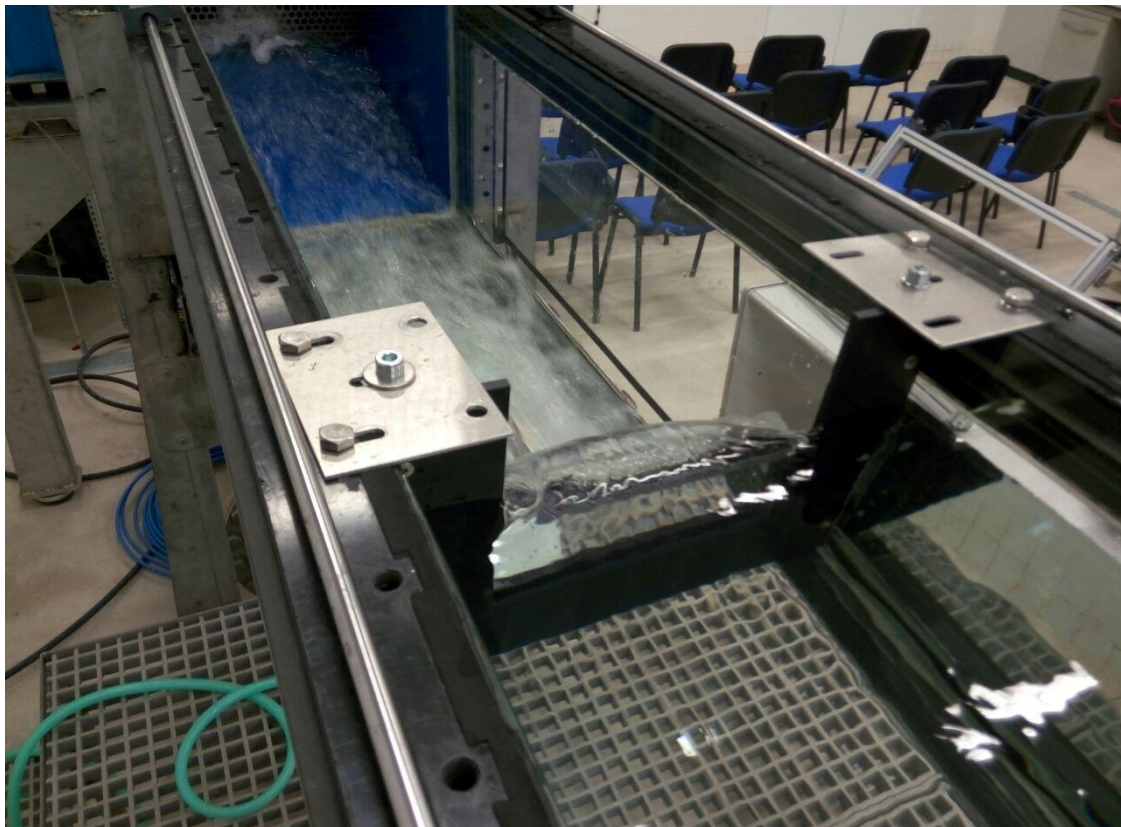


Ilustración 34: Vista del flujo aguas abajo del vertedero durante el ensayo experimental

Donde se ve que aguas arriba el flujo es más calmado, en el chorro que cae es uniforme también por lo que ahí no se encontrará la máxima velocidad, y en la base del área de ensayo se producen turbulencias por lo que es más razonable que ahí se encuentre una mayor velocidad, además que para que se cumpla la continuidad a menor caudal en la base, mayor ha de ser la velocidad. Es por eso que escoger una malla con pocos elementos no es nada recomendable.

El inconveniente es que al ser una malla en 3D, al aumentar la resolución, el número de elementos aumenta exponencialmente, haciendo que el cálculo sea aun cada vez más demandante de potencia y aumentando mucho la duración. Este orden de magnitud, por ejemplo, en un cálculo de tipo estacionario hace que la malla tosca tarde en encontrar la solución definida por el usuario unos minutos, mientras que la malla de 5 mm tarda unas 5 horas. Para un caso no estacionario, y en función del tiempo, hasta que el flujo de agua llegue a una posición estacionaria, el tiempo requerido aumenta, siendo para la malla tosca de 30 minutos, y para la malla de 5 mm, unas 20 horas de tiempo de cálculo.

Todo esto, por supuesto, hecho en el ordenador personal que se dispone en este momento para realizar estas operaciones. El cual es un Procesador Intel Core i5 y tiene una puntuación de 8204 puntos en una escala de pruebas de rendimiento.



Ilustración 35: Test de rendimiento del microprocesador del ordenador utilizado para las simulaciones

En cuanto a un procesador de gama media indicado para este tipo de trabajos, un Intel Core i9, tiene una puntuación de 23000 puntos, siendo sustancialmente mejor y necesario para este tipo de trabajos y simulaciones en general. El coste con respecto al usado en este trabajo es el triple.

Intel Core i9-7920X @ 2.90GHz	+ Compare	Average CPU Mark
Socket: FCLGA2066 Clockspeed: 2.9 GHz Turbo Speed: 4.4 GHz No of Cores: 12 (2 logical cores per physical) Typical TDP: 140 W		23419
Other names: Intel(R) Core(TM) i9-7920X CPU @ 2.90GHz CPU First Seen on Charts: Q2 2017 CPUmark/\$Price: 21.08 Overall Rank: 7 Last Price Change: \$1110.99 USD (2017-09-10)		Single Thread Rating: 2454 Samples: 40* *Margin for error: Low

Ilustración 36: Resultado para un microprocesador de gama media para una estación de trabajo

Si se poseyera una estación de trabajo más moderna, potente, dedicada y preparada para simulaciones, el tiempo disminuiría considerablemente y la precisión aumentaría.

Por tanto, tras esta observación, se tomará la malla de 5 mm para realizar las pruebas por ordenador de distintos valores para la velocidad, y ver cómo se comporta el agua y resultados se obtienen.

Comparando con el ensayo en el laboratorio se ve que para las distintas velocidades el valor de h concuerda con un error de un 3%, por lo que se considerará aceptable para validar unas simulaciones iniciales. El problema real radica en que la estabilidad del vertedero en el canal se ve comprometida al haber mucha fuerza del flujo de agua y ejercer mucha presión. Esto hace que se incline unos grados con respecto a la vertical haciendo que se filtre agua por debajo y los laterales.



Ilustración 37: Desviación del vertedero tras unos segundos de funcionamiento de la bomba

Esto se ve paliado colocando unas pequeñas láminas que ajusten al vertedero al área de ensayo, pero aun así a mayores frecuencias de la bomba esto se vuelve inevitable por lo que las medidas no son del todo exactas.

5.1 Caso rectangular

Realizando las simulaciones para un rango de velocidades desde 0.15 m/s a 0.4 m/s se obtienen los siguientes resultados.

v_0,15	Malla fina 5	
X	0,25	m
Y	0,3091	m
Presión	55,7442	Pa
X	0,5	m
Y	0,27	m
Presión	194,758	Pa
Vel Sup	0,587367	m/s
Velocidad	0,594036	m/s
h agua	0,3091	Cd
h	0,0841	0,63903333
H	0,225	Q
g	9,81	0,01840923
b	0,4	
v1	0,15	
Q=v*A	0,018546	Error
v	0,15	0,74291557
y	0,3091	
z	0,4	

Tabla 3: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.15 m/s

En la tabla anterior se muestran los datos obtenidos para el punto tomado aguas arriba, y justo al pasar. En el tercer espacio se colocan datos de la geometría y el cálculo del coeficiente Cd y del caudal mediante la ecuación de Braschmann. En el cuarto espacio se colocará el cálculo del caudal mediante Bernoulli. También se incluye el error entre los dos cálculos.

Realizando el mismo procedimiento para las demás velocidades se tendrá lo siguiente:

v_0,2	Malla fina 5		v_0,25	Malla fina 5	
X	0,25	m	X	0,25	m
Y	0,334215	m	Y	0,35633	m
Presión	46,5878	Pa	Presión	31,0649	Pa
X	0,5	m	X	0,5	m
Y	0,27	m	Y	0,27	m
Presión	358,682	Pa	Presión	493,216	Pa
Vel Sup	0,732845	m/s	Vel Sup	0,84548	m/s
Velocidad	0,73307	m/s	Velocidad	0,845492	m/s
h agua	0,334215	Cd	h agua	0,35633	Cd
h	0,109215	0,647405	h	0,13133	0,65477667
H	0,225	Q	H	0,225	Q
g	9,81	0,02760055	g	9,81	0,03680928
b	0,4		b	0,4	
v1	0,15		v1	0,25	
Q=v*A	0,0267372	Error	Q=v*A	0,035633	Error
v	0,2	3,12801331	v	0,25	3,3011026
y	0,334215		y	0,35633	
z	0,4		z	0,4	

Tabla 4: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.2 y 0.25 m/s

En estas dos tablas se puede ver el resultado para las velocidades de 0.2 y 0.25 m/s con sus respectivos datos obtenidos con el programa “CFD-Post” y su respectivo error de usar la fórmula empírica y aplicar Bernoulli.

v_0,3	Malla fina 5		v_0,35	Malla fina 5	
X	0,25	m	X	0,25	m
Y	0,3733	m	Y	0,38996	m
Presión	26,3821	Pa	Presión	19,3978	Pa
X	0,5	m	X	0,5	m
Y	0,27	m	Y	0,27	m
Presión	601,746	Pa	Presión	698,219	Pa
Vel Sup	0,941229	m/s	Vel Sup	1,02556	m/s
Velocidad	0,94123	m/s	Velocidad	1,02556	m/s
h agua	0,3733	Cd	h agua	0,38996	Cd
h	0,1483	0,66043333	h	0,16496	0,66598667
H	0,225	Q	H	0,225	Q
g	9,81	0,04455115	g	9,81	0,05270499
b	0,4		b	0,4	
v1	0,3		v1	0,35	
Q=v*A	0,044796	Error	Q=v*A	0,0545944	Error
v	0,3	0,54958693	v	0,35	3,5848776
y	0,3733		y	0,38996	
z	0,4		z	0,4	

Tabla 5: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.30 y 0.35 m/s

Que haya un error tan pequeño en el caso de la velocidad 0.3 m/s puede ser debido a que es complicado que tomando un plano medio se indique perfectamente la altura h ya que en las paredes y las proximidades del vertedero el agua se acumula y forma pequeñas ondulaciones como ondas en la superficie del líquido, y en este caso parece acercarse más que los otros casos al resultado teórico, aun así, un 3 % es la media de error.

v_0,4	Malla fina 5	
X	0,25	m
Y	0,39717	m
Presión	8,0174	Pa
X	0,5	m
Y	0,27	m
Presión	727,101	Pa
Vel Sup	1,0814	m/s
Velocidad	1,0814	m/s
h agua	0,39717	Cd
h	0,17217	0,66839
H	0,225	Q
g	9,81	0,05640069
b	0,4	
v1	0,4	
Q=v*A	0,0635472	Error
v	0,4	12,6709673
y	0,39717	
z	0,4	

Tabla 6: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.40 m/s

Notar la variación de errores a lo largo de las simulaciones y que con la velocidad de 0.4, el error se dispara y el canal que posee una altura máxima de 0.4 metros, está a punto de desbordarse. Es por ello que la geometría y las condiciones aplicadas a este estudio hace que no sea válido aplicar esta fórmula para velocidades superiores a 0.4 m/s por lo que existe un rango de aplicación para el caso estudiado. Tal y como se verá en el caso triangular, este no está indicado para caudales altos y se verá reflejado en los resultados obtenidos en los que el canal desborda a menos velocidad de entrada que el caso rectangular.

Realizando una gráfica del caudal frente a la altura de estos datos obtenidos se obtiene lo siguiente:

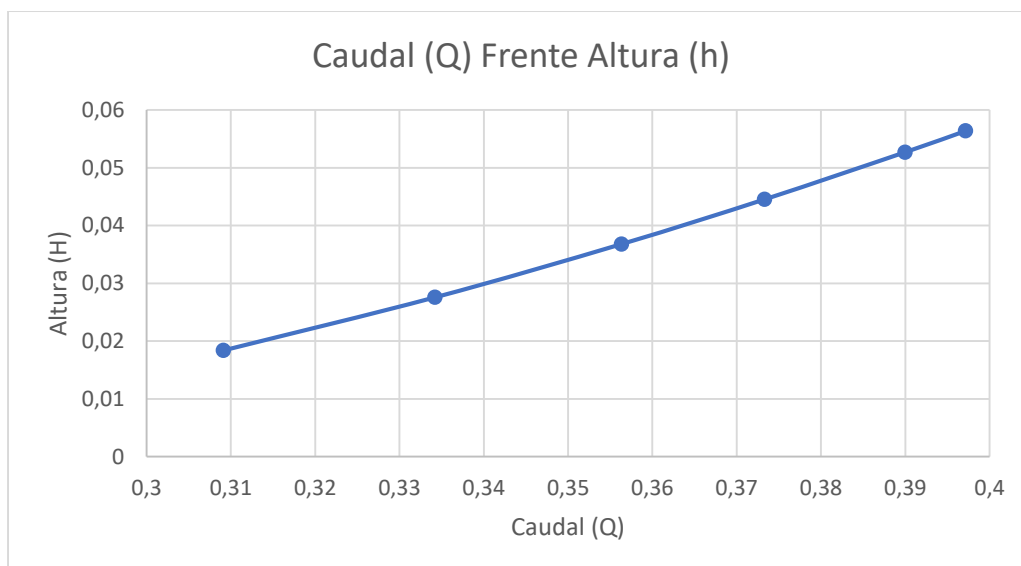


Ilustración 38: Gráfica de caudal Q frente a altura h

Donde se ve que la progresión de caudal va acompañada de un aumento de la altura de agua antes del vertedero de forma lineal. Por tanto, como es de esperar, a más caudal más altura de agua.

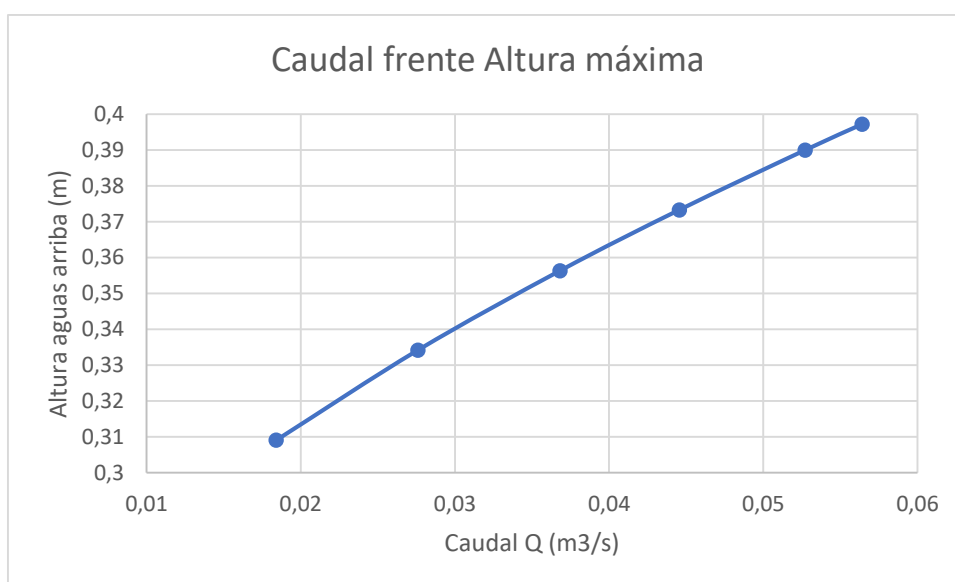


Ilustración 39: Gráfica de caudal Q frente a altura máxima aguas arriba

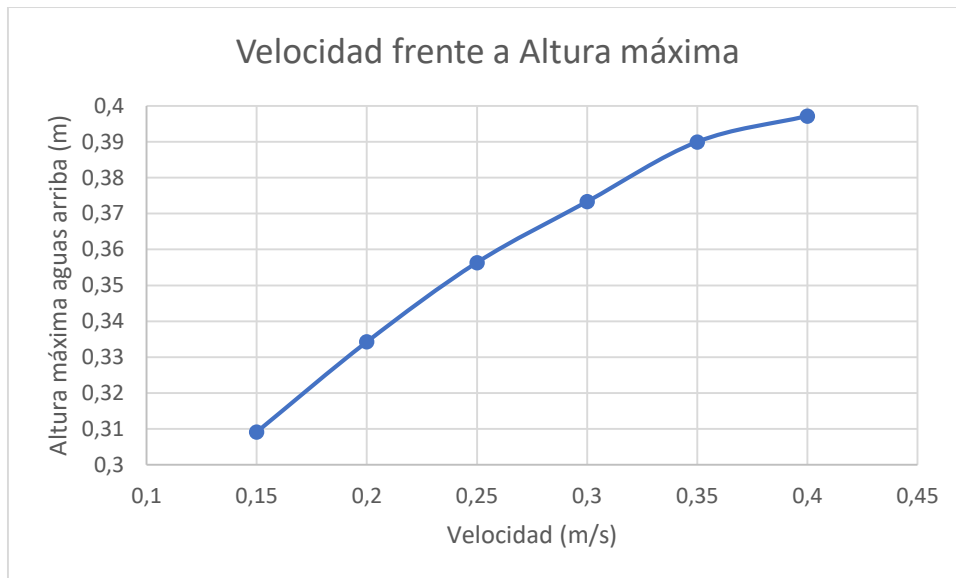


Ilustración 40: Gráfica de velocidad de entrada frente a la altura máxima del fluido aguas arriba

En la ilustración 36 se puede ver que cuando la velocidad aumenta, la altura máxima también lo hace hasta que llega a un punto en el que la subida de altura es menos pronunciada ya que tenderá a sobrepasar el vertedero.

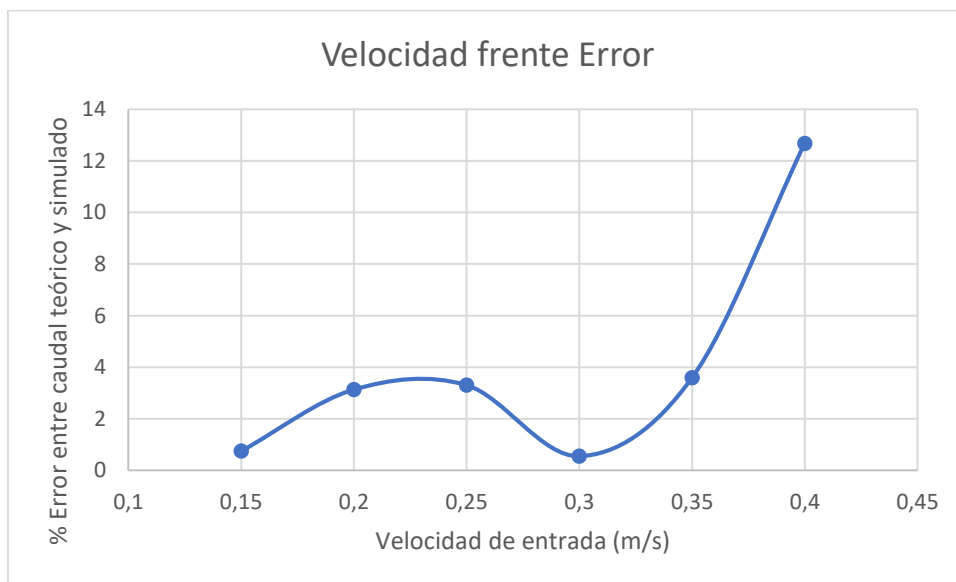


Ilustración 41: Gráfica de la velocidad de entrada frente al error obtenido

El error obtenido parte de uno pequeño a velocidades de entrada bajas y crece hasta que llega a la velocidad crítica donde el canal se desbordará y la ecuación no puede definir el caudal con precisión.

5.2 Caso triangular

Para el caso del vertedero con escotadura triangular se obtienen los siguientes resultados:

v_0,15	Malla fina 5	
X	0,25	m
Y	0,318	m
Presión	57,2867	Pa
X	0,5	m
Y	0,23	m
Presión	539,934	Pa
Vel Sup	0,812266	m/s
Velocidad	0,812296	m/s
h agua	0,318	Cd
h	0,213	1,32
H	0,105	Q
g	9,81	0,011448
b	0,4	tan(Θ/2)
v1	0,15	0,414214
Q=v*A	0,0138	Error
v	0,15	20,54018
y	0,23	
z	0,4	

v_0,2	Malla fina 5	
X	0,25	m
Y	0,3431	m
Presión	39,7124	Pa
X	0,5	m
Y	0,23	m
Presión	672,273	Pa
Vel Sup	0,93375	m/s
Velocidad	0,933752	m/s
h agua	0,3431	Cd
h	0,2381	1,32
H	0,105	Q
g	9,81	0,015125
b	0,4	tan(Θ/2)
v1	0,2	0,414214
Q=v*A	0,0184	Error
v	0,2	21,65251
y	0,23	
z	0,4	

Tabla 7: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.15 y 0.20 m/s

v_0,25	Malla fina 5	
X	0,25	m
Y	0,37149	m
Presión	33,0767	Pa
X	0,5	m
Y	0,23	m
Presión	816,577	Pa
Vel Sup	1,0836	m/s
Velocidad	1,0836	m/s
h agua	0,37149	Cd
h	0,26649	1,32
H	0,105	Q
g	9,81	0,020045
b	0,4	tan(Θ/2)
v1	0,25	0,414214
Q=v*A	0,023	Error
v	0,25	14,74329
y	0,23	
z	0,4	

v_0,3	Malla fina 5	
X	0,25	m
Y	0,39195	m
Presión	18,0523	Pa
X	0,5	m
Y	0,23	m
Presión	924,444	Pa
Vel Sup	1,17394	m/s
Velocidad	1,17394	m/s
h agua	0,39195	Cd
h	0,28695	1,32
H	0,105	Q
g	9,81	0,024116
b	0,4	tan(Θ/2)
v1	0,3	0,414214
Q=v*A	0,0276	Error
v	0,3	14,44459
y	0,23	
z	0,4	

Tabla 8: Datos obtenidos en los puntos relevantes en el plano medio para una velocidad de 0.25 y 0.30 m/s

Donde, en comparación con el modelo rectangular, se han podido obtener menos datos al desbordarse el fluido a velocidades superiores a 0.3 m/s. Como se enunció anteriormente, el caso triangular abarca caudales más pequeños.

La altura máxima del fluido aumenta conforme aumenta la velocidad de entrada de forma lineal, pero en este caso el error entre la ecuación aplicada con los datos de la simulación y la teórica son más acentuados ya que estos resultados dependen del término h elevado a la potencia $5/2$, donde una pequeña variación de este valor da lugar a una diferencia mayor en el error.

Los resultados se pueden apreciar en las siguientes gráficas:

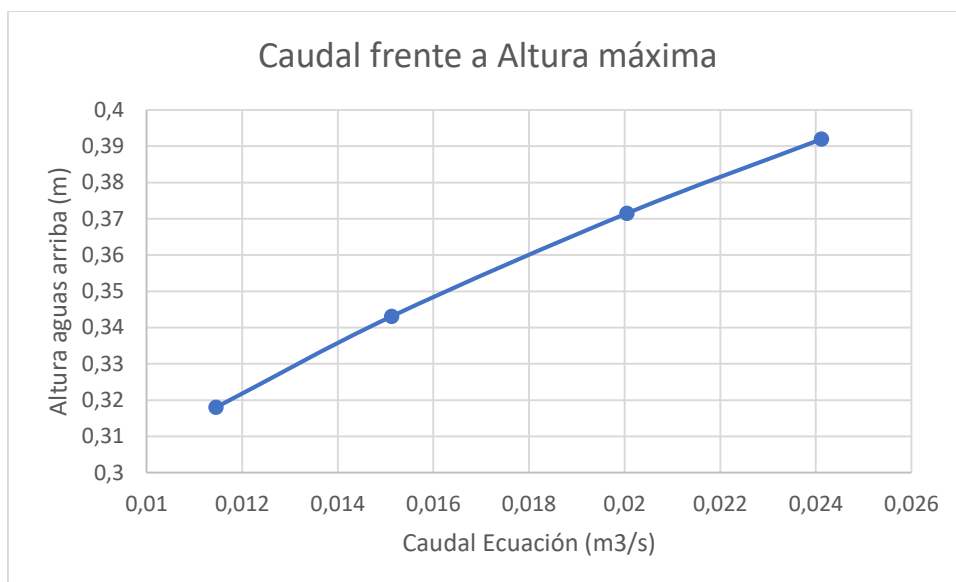


Ilustración 42: Gráfica del caudal frente a la altura máxima del fluido

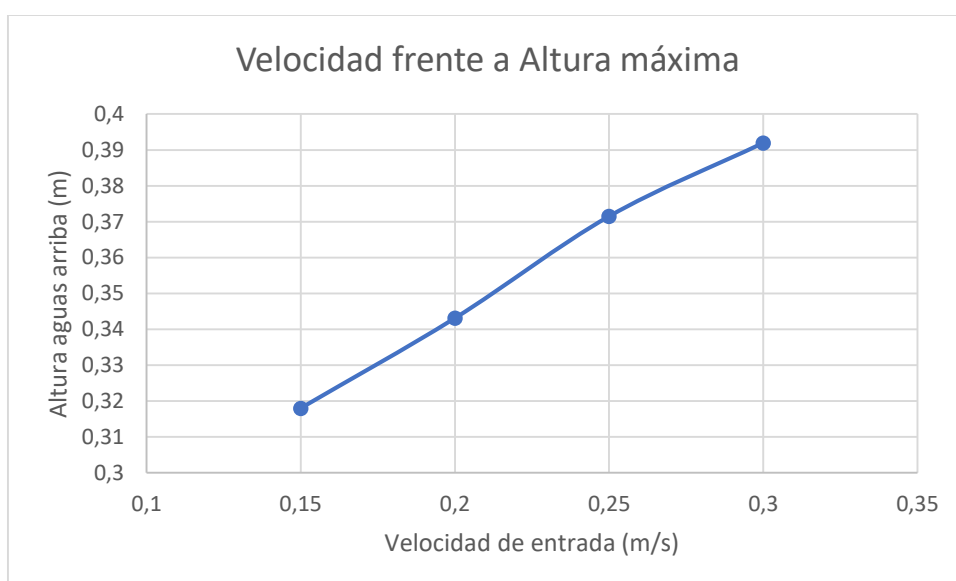


Ilustración 43: Gráfica de la velocidad frente a la altura máxima aguas arriba

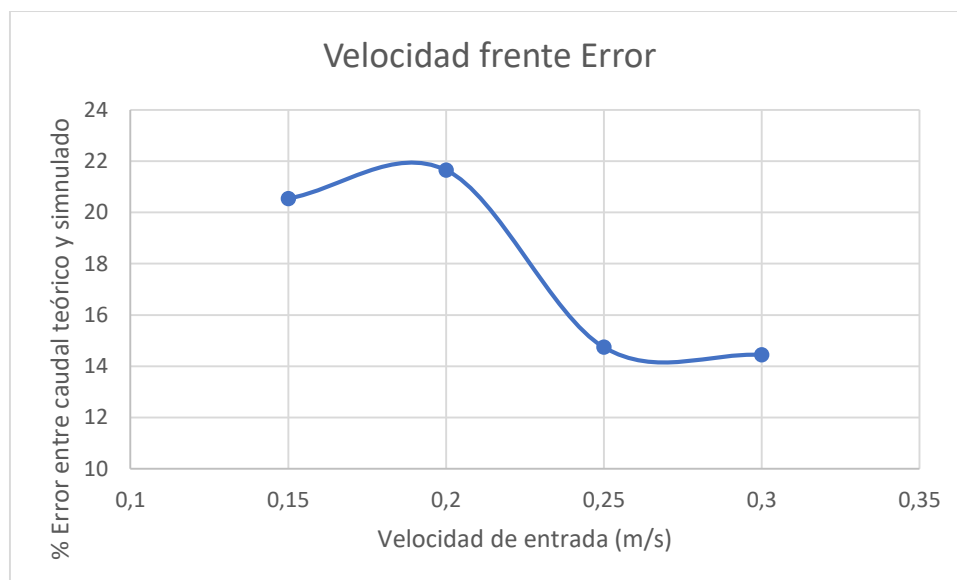


Ilustración 44: Gráfica de la velocidad de entrada frente al error obtenido en porcentaje

6. CONCLUSIONES

Como se ha estado viendo a lo largo de este proyecto, hay multitud de variables que por pequeño que sea el cambio entre ellas, el resultado varía enormemente. Entre estas variables se encuentra la potencia del ordenador, la versión del programa “ANSYS”, la geometría dada que no se puede cambiar, entre otras.

A lo largo de la experiencia realizada en el laboratorio se han encontrado una serie de problemas físicos como que el vertedero no se sujeta bien en el canal, diversas pérdidas y fugas que posee este al pasar el flujo (cosa que no se ve reflejada en la simulación al ser un modelo ideal).

Además, que no se dispone de herramientas de medida para obtener el caudal en ese momento. Por tanto, una de las vías de mejora en este proyecto la obtención de medidas reales en el laboratorio más precisas.

Para próximos estudios sobre el tema, se proponen:

- Dotar al laboratorio de herramientas adecuadas. Para cotejar los resultados obtenidos en el laboratorio (reales) con los datos obtenidos por simulación para así poder comprobar la validez del modelo matemático.
- Cambios en la geometría de nuevos vertederos para adaptarlos a las ecuaciones más estudiadas y extendidas para su posterior comprobación empírica en el laboratorio, la construcción un canal mucho más pequeño que tenga menos cantidad de agua a tratar y la construcción de modelos de vertedero.
- Volver a usar estos modelos en ordenadores más potentes para comprobar que se realizan los cálculos con más facilidad y rapidez.

Para ello, el uso de programas como Autodesk Inventor y los módulos contenidos en el programa “ANSYS Workbench” son de gran utilidad para su diseño y estimación, además de una buena forma de poner en práctica todos los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera y de las asignaturas de último año.

Aunque sea innegable el carácter de este método mediante simulaciones, para resultados fiables y poder usarlo en pruebas reales, es altamente recomendable y necesario la construcción y ensayos físicos de cada modelo y posteriormente validarlo mediante programas.

7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Marbello Pérez, Ramiro. (2005). Manual de prácticas de laboratorio de hidráulica Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Disponible en:
<http://www.bdigital.unal.edu.co/12697/31/3353962.2005.Parte%206.pdf>
- [2] CFX Documentation. Disponible en:
https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/17.0/en-us/help/ai_sinfo/cfx_intro.html
- [3] Crespo Martínez, A. (2006). *Mecánica de Fluidos*. Madrid: Paraninfo.
- [4] López Andrés, L. (1997). Manual de Hidráulica. Universidad de Alicante: Servicio de Publicaciones.
- [5] V. Giles, R. (1994). Mecánica de los Fluidos e Hidráulica. S.A. McGraw-Hill / Interamericana de España.
- [6] Liria Montañés, J (2001). Canales hidráulicos. Madrid: Canales y Puertos Colegio de Ingenieros de Caminos.