



Universidad de Jaén

Facultad de Ciencias Sociales
y Jurídicas

Trabajo Fin de Grado

PROGRAMACIÓN LINEAL Y SU APLICACIÓN A LA PRODUCCIÓN DE CALZADO

Alumno: Rafael Barragán de León

MAYO, 2020

ÍNDICE

1) INTRODUCCIÓN	Pág. 3
2) LA INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES	Pág. 4
3) PROGRAMACIÓN LINEAL	Pág. 6
3.1. HISTORIA	Pág. 6
3.2. FORMULACIÓN	Pág. 7
3.3. MÉTODO DEL SIMPLEX	Pág. 9
3.4. EL PROBLEMA DUAL	Pág. 14
3.5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD	Pág. 15
3.6. APLICACIONES DE LA PL	Pág. 16
4) EJERCICIO PLANTEADO	Pág. 18
4.1. ENUNCIADO	Pág. 18
4.2. MODELIZACIÓN	Pág. 20
4.3. RESOLUCIÓN	Pág. 23
4.3.1. INFORME DE RESPUESTAS	Pág. 25
4.3.2. INFORME DE CONFIDENCIALIDAD	Pág. 27
5) CONCLUSIONES	Pág. 31
6) BIBLIOGRAFÍA	Pág. 33
7) WEBGRAFÍA	Pág. 34

RESUMEN

El objetivo de este trabajo fin de grado es ver de manera práctica la programación lineal en el ámbito económico, más concretamente en la producción.

La reducción de costes es un problema muy presente en las empresas y, por ello, este trabajo se basa en la optimización de los costes y la mejora de la asignación de los recursos que dispone la empresa, ya que estos son limitados. Con esto conseguiremos una mejora de la producción, maximizando los beneficios y aprovechando mejor los recursos.

El ejercicio se centra en la elaboración de cuatro productos de una pequeña fabrica de calzado, en el que vamos a minimizar los costes de producción y hacer máximos los beneficios haciendo un mejor uso de los recursos que disponemos. Para llegar al objetivo de este trabajo, haremos uso de la herramienta “Solver” de Excel y examinaremos los resultados a partir de un análisis de sensibilidad.

ABSTRACT

The objective of this final degree project is to see in a practical way linear programming in the economic field, more specifically in manufacturing.

Cost reduction is a major problem present in companies and therefore, this work is based on optimizing costs and improving the allocation of resources available to the company, since these are limited. With this we will achieve an improvement in production, maximizing benefits and making better use of resources.

The exercise focuses on the production of four products from a small shoe manufacturing, in which we will optimize production costs and maximize benefits by making better use of the resources we have. To obtain the objective of this work, we shall use the Excel "Solver" tool and evaluate the results of a sensitivity analysis.

Palabras clave: Investigación de operaciones, Optimizar, Programación Lineal, “Solver”

1) INTRODUCCIÓN

Los orígenes del calzado se remontan unos 15.000 años atrás, cuando al hombre prehistórico para proteger sus extremidades inferiores se le ocurrió cubrirse los pies con piel de animal y atársela con un cordón. Sin tener conocimiento de ello, estaba inventando una herramienta que hoy en día es indispensable para nosotros, como son los zapatos.

Tras la llegada de la Revolución Industrial, la industria del calzado dio un gran cambio y comenzaron a aparecer las numeraciones de tallas. Es en esta época cuando nació en España, más concretamente en la zona de Alicante, lo que resultó ser una de las industrias mas punteras que se desarrollaron en España. Un siglo mas tarde, dicha industria ya se encontraba consolidada y mecanizada con fábricas que llegaban a superar los 1.000 trabajadores, esto favorecía a la región ya que la mayoría de habitantes de la zona trabajaban en el calzado. Con el paso del tiempo la industria del calzado se extendió por toda la Comunidad Valenciana alcanzando finalmente el resto del país. España es el segundo productor de calzado de Europa y la Comunidad Valenciana la autonomía que mas produce en nuestro país.

La industria del calzado, como es evidente, ha ido evolucionando a lo largo de los años, aunque también ha pasado por momentos difíciles como podemos recordar más recientemente la crisis de 2008, lo que llevó a buscar nuevos mercados. Esto queda reflejado en las cifras de exportaciones de nuestro país en los últimos años, siendo éstas de aproximadamente 90 millones de pares y alcanzando los 1.500 millones de euros de facturación aproximadamente.

Los mercados mas relevantes para España en cuanto a las exportaciones de calzado de piel, son E.E.U.U., Hong Kong y China.

Debido a la competencia en la que se encuentran sumergidas las empresas en la actualidad, surge la necesidad de mejorar la gestión económica. Esto puede conseguirse reduciendo costes y optimizando los recursos para así producir de una manera más eficiente, llevando al máximo los beneficios que la empresa pueda generar.

En este trabajo fin de grado trataremos de manera práctica un problema de optimización en el proceso de producción en la industria del calzado, centrándonos en cuatro modelos de zapatos a producir. Lo resolveremos empleando la Programación Lineal, ayudándonos de Microsoft Excel, para así llegar a la mejor manera en la que en este caso se deberían producir los diferentes

modelos de calzado, optimizando los recursos de los que se disponen y llevando al máximo los beneficios.

Este es un ejemplo práctico donde se puede aplicar la optimización, algo fundamental para todas las empresas debido a que, aplicando este tipo de técnicas, pueden llegar a ahorrarse enormes cantidades de dinero.

2) LA INVESTIGACION DE OPERACIONES

Comenzaremos por buscar una definición lo mas precisa posible de lo que es la investigación de operaciones.

Hamdy A.Taha (2004) afirma que “la investigación de operaciones aspira a determinar el mejor curso de acción óptimo de un problema de decisión con la restricción de los recursos limitados, aplicando técnicas matemáticas para representarlo por medio de un modelo y así poder analizar los problemas de decisión.”

Según la Sociedad Americana de Investigación de Operaciones, (ORSA), “la Investigación de Operaciones está relacionada con el mejor diseño y operación del sistema (hombre-máquina) usualmente bajo ciertas condiciones y requiriendo la asignación de recursos escasos.”

Por tanto, se podría decir que la investigación de operaciones aplica un método científico para la toma de decisiones de la vida real, buscando mejorar un aspecto cuantificable que vendría dado por la solución optima teniendo en cuenta una serie de restricciones y variables.

Los inicios de la Investigación de Operaciones se remontan al año 1.759, cuando se comenzaron a utilizar los primeros modelos de programación matemática por el economista Francois Quesnay construyendo modelos que mostraban el flujo de mercancías a lo largo del proceso de producción y consumo. Pero no es hasta la Segunda Guerra Mundial cuando la investigación operativa se desarrolló como una nueva área de la investigación científica y así comenzó su auge. Primero fue utilizada en el ámbito militar, donde se empleó en la logística y la estrategia que favorecían una mejora en la utilización de los recursos para vencer al enemigo.

Tras finalizar la Segunda Guerra Mundial, la investigación de operaciones fue empleada para la logística de distribución de material militar de todos los aliados que se encontraban en

diferentes zonas. Esto hizo que su uso se extendiera, llegando así a la industria que quería hacer más llevadera la complejidad de sus procesos de producción.

Tras esto y gracias al desarrollo de ordenadores, que hizo que se pudieran almacenar cada vez mas datos y resolver al mismo tiempo problemas cada vez mas complejos, hoy en día la investigación operativa se aplica en problemas de asignación de recursos, costes, inventarios, gestión de proyectos, etc.... ya sean en el ámbito de la producción, los recursos humanos, en transporte etc...

Independientemente del proyecto en el que se vaya a aplicar la investigación operativa se pueden distinguir diferentes etapas a llevar a cabo, que son:

- Plantear y definir el problema: Dónde se debería de aplicar, cuáles son las variables de decisión, cuál es el objetivo y cuáles son las limitaciones o restricciones.
- Construcción del modelo: Se deberá construir un modelo que represente lo más fielmente posible lo anteriormente planteado.
- Solución: En esta fase, obtendremos la solución del problema anteriormente planteado. Ésta será un conjunto de valores para las variables que dan lugar al mejor valor del objetivo o un conjunto de soluciones óptimas.
- Comprobación del modelo y sus soluciones: Como su título indica, en esta fase comprobaremos si tanto el modelo como sus soluciones arrojan valores válidos y coherentes.
- Aplicación del modelo: Una vez comprobado el modelo y sus correspondientes soluciones, los investigadores de operaciones procederán a llevarlo a la practica para que éste sea determinante en la toma de decisiones.
- Analizar la sensibilidad del modelo: Tras la aplicación del modelo y haber obtenido una solución óptima, veremos como afecta a dicha solución la variación de algunos de los elementos del problema.

Desde sus inicios, la investigación operativa se ha ido aplicando a diferentes situaciones, aunque la mayor parte de éstas han sido más tácticas que estratégicas. La aplicación a esta variedad de casos ha facilitado que se hayan establecido unos problemas tipo, que aunque sean de diferente naturaleza para su resolución se aplican procesos similares. Estos tipos de problemas los podríamos clasificar en:

- Asignación de recursos, ordenamiento: Los primeros problemas en los que se empleó la investigación de operaciones, como hemos visto anteriormente durante la guerra, eran de asignación de recursos en la milicia, planificación, ordenamiento de tareas, etc...
- Costes, tiempo e inventarios: Este tipo de problemas suelen ser de almacenamiento de recursos y de cuándo y en qué cantidad deben adquirirse.
- Gestión de proyectos: Suelen aplicarse a la gestión de tareas, cuánto tiempo dedicarle a cada tarea y la prioridad de estas.

3) PROGRAMACION LINEAL

Como hemos visto, todos los problemas de la investigación de operaciones tienen como objetivo optimizar una función, por ello la optimización es muy importante dentro de este campo, y a su vez dentro de la optimización, la programación lineal juega un papel muy importante ya que es una herramienta fundamental en la solución de problemas sencillos que admiten un modelo lineal.

3.1. HISTORIA

Cabe destacar que los orígenes matemáticos de la programación lineal se deben al matemático Janos von Neuman, quien en 1928 publicó la “Teoría de Juegos”. Pero nos tenemos que remontar a 1939 para encontrar estudios relacionados con lo que hoy en día conocemos como programación lineal, y fue una monografía del matemático Kantarovitch con el título “métodos matemáticos de organización y planificación de la producción” donde se podían encontrar diferentes problemas de lo que hoy conocemos como programación lineal.

Pocos años mas tarde, hacia 1.941, fue formulado el problema de transporte, que con independencia habían estado desarrollando el economista Koopmans y el matemático Kantarovitch.

Tras la Segunda Guerra Mundial había que organizar y coordinarse en la reconstrucción teniendo en cuenta todos los recursos, algo que era realmente complejo. Para la resolución de este problema se empleaba la optimización a través del modelaje de problemas de programación lineal. A su vez se desarrollaban técnicas de computación que facilitaban la resolución de este tipo de problemas de gran envergadura.

En 1947 George Dantzing formuló un enunciado estándar al que se reduce todo problema de programación lineal, que es lo que conocemos hoy día como método del simplex. Junto con un grupo de científicos, formaron un grupo denominado SCOOP, en el que realizaban diferentes estudios y aplicaciones de la programación lineal, mayoritariamente en el ámbito militar.

Hacia los años 50 comienzan a constituirse diferentes grupos que se centran en el estudio de las diferentes aplicaciones de la programación lineal.

Fue en 1951 cuando se desarrolló el método Simplex, que hoy en día se aplica a la resolución de problemas de programación lineal. Esto fue gracias a Dantzig, que se apoyó para su desarrollo en diferentes modelos de computadoras de la compañía IBM.

3.2. FORMULACIÓN

Un problema de programación lineal podríamos decir que es un caso particular de un problema de programación matemática. Un problema de programación matemática tiene como objetivo identificar el punto extremo ya sea máximo o mínimo, de una función condicionada por unas restricciones, mientras que en la programación lineal tanto la función objetivo como las funciones que forman las restricciones son funciones lineales.

Como hemos comentado, los problemas de programación lineal se basan en la optimización de funciones lineales, son las llamadas funciones objetivo, que están condicionadas por unas restricciones también lineales.

Un problema de programación lineal se formula como:

Minimizar	$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$
Sujeto a :	$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$
	$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$
	
	$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$
	$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$

Podríamos distinguir cuatro elementos en el problema formulado, que serían:

- Las variables de decisión que serían $x_1, x_2, \dots, x_n$.

- Las tasas de uso (a_{ij}) que representan la materia prima (i) necesaria en la producción de (x_j).
- El incremento que se ve reflejado en Z por cada aumento de unidad en x_j , son los costos (c_j).
- La cantidad disponible de cada recurso (b_i).

Para representar un problema de programación lineal existen tres formas equivalentes:

- Forma canónica

$\begin{array}{ll} \min & Z = c^t x \\ \text{s.a.} & Ax \geq b \\ & x \geq 0. \end{array}$	$\begin{array}{ll} \max & Z = c^t x \\ \text{s.a.} & Ax \leq b \\ & x \geq 0. \end{array}$
--	--

- Forma estándar

$\begin{array}{ll} \min & Z = c^t x \\ \text{s.a.} & Ax = b \\ & x \geq 0. \end{array}$	$\begin{array}{ll} \max & Z = c^t x \\ \text{s.a.} & Ax = b \\ & x \geq 0. \end{array}$
---	---

- Forma mixta

$\begin{array}{ll} \min & Z = c^t x \\ \text{s.a.} & Ax \geq b \\ & Bx = b' \\ & x \geq 0. \end{array}$	$\begin{array}{ll} \max & Z = c^t x \\ \text{s.a.} & Ax \leq b \\ & Bx = b' \\ & x \geq 0 \end{array}$
---	--

Tras el planteamiento de un problema de programación lineal, lo podemos plasmar de manera grafica mediante la representación de las restricciones, para así obtener la región factible, y así poder determinar los óptimos.

Una vez resuelto el problema de programación lineal podremos obtener diferentes soluciones:

- Solución factible: Ésta puede ser única, si solo presenta un único óptimo, o puede ser múltiple, si el problema planteado presenta mas de una solución optima. En este último

caso podrían ser óptimos todos los puntos que se encuentran entre dos vértices de la región factible.

- Solución factible no acotada: Cuando la función objetivo no tiene limite, es decir la región factible no es cerrada, por tanto la función puede ser tan grande como la región factible sea.
- Solución infactible: Cuando no existen soluciones para el problema de programación lineal planteado. En este caso no habría ningún punto que satisfice las restricciones.

3.3. SIMPLEX

El método del simplex, como hemos comentado anteriormente, fue desarrollado por George Dantzing. Es un método iterativo, que partiendo de una solución factible inicial trata de comprobar si es la óptima, y si no es así busca otra solución factible hasta llegar a la óptima. Este método es sencillo y rápido, nos permite encontrar de manera mas eficiente entre los puntos extremos de un problema de programación lineal, la solución óptima.

El método del simplex en el mundo de la empresa es de crucial importancia como hemos dicho anteriormente, ya que nos permite solventar ciertos problemas en cuanto a costes, gestión de recursos, almacenamiento, beneficios de la empresa, algo importante a la hora de ser más competitivos en el sector.

Un problema de programación lineal puede ser representado mediante matrices. En la matriz siempre van a estar representados los diferentes elementos del problema de programación lineal, y siempre habrá que tener en cuenta la matriz identidad.

Un problema de programación lineal representado por matrices seria:

$$\begin{array}{ll} \text{Max } Z = & 2x_1 + 3x_2 + x_3 \\ \text{s.a.} & 5x_1 + 4x_2 + x_3 = 15 \\ & 2x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 10 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} Z = c^t d \\ A d = b \end{array} \right.$$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 15 \\ 10 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

Otras de las cosas a tener en cuenta en el uso del método del simplex son las inecuaciones, que deben ser transformadas en ecuaciones mediante el empleo de las variables de holgura. Estas variables de holgura se disponen en forma de matriz identidad que es fundamental para el desarrollo del problema.

Vamos a ver como se transformarían las inecuaciones en ecuaciones con un ejemplo:

$$\begin{array}{lcl}
 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 100 & \longrightarrow & 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 1w_1 + 0w_2 + 0w_3 = 100 \\
 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 \leq 150 & & 5x_1 + 8x_2 + 3x_3 + 0w_1 + 1w_2 + 0w_3 = 150 \\
 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 \leq 60 & & 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + 0w_1 + 0w_2 + 1w_3 = 60
 \end{array}$$


 ¡Aquí introducimos la matriz identidad!

La transformación de estas inecuaciones en ecuaciones con las variables de holgura, nos permiten obtener la matriz identidad.

Los pasos a seguir en el desarrollo de un problema de programación lineal donde se aplica el método simplex son:

1. Hallar la solución factible inicial (en este paso hay que igualar la función objetivo a cero y transformar las desigualdades en igualdades y transcribir los datos en una tabla con la que se trabajará para la resolución).
2. El segundo paso es comprobar si la solución factible básica es óptima o no. Esto ocurre si los coeficientes de la ecuación son positivos o iguales a cero (en el caso de que sea un problema de maximizar). Si la solución fuese óptima, terminaría aquí el proceso, de lo contrario habría que llevar a cabo un proceso repetitivo hasta dar con la solución óptima.
3. Seleccionar el elemento que entraría en la base y el que sale de ella.
4. Seleccionar el elemento pivote (intersección entre fila y columna).
5. Construir una nueva tabla y hallar la nueva solución factible básica.
6. Si ésta fuera la óptima, se acabaría el problema. Si no repetir los pasos sucesivamente hasta llegar a la óptima.

		c_1	c_2	$\dots$	c_i	$\dots$	c_n	
		x_1	x_2	$\dots$	x_i	$\dots$	x_n	$\bar{x}_B$
c_1	x_1	1	0	$\dots$	y_{1i}	$\dots$	y_{1n}	$\bar{x}_1$
c_2	x_2	0	1	$\dots$	y_{2i}	$\dots$	y_{2n}	$\bar{x}_2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
c_m	x_m	0	0	$\dots$	y_{mi}	$\dots$	y_{mn}	$\bar{x}_m$
	$z_k - c_k$	0	0	$\dots$	$z_i - c_i$	$\dots$	$z_m - c_m$	$\bar{Z}$



*Vamos a ver de forma clara con un ejemplo, como se obtiene la fila $Z_j - C_j$ que son los denominados precios sombra:

		1	2	0	0	
		x_1	x_2	x_3	x_4	$\bar{x}_B$
0	x_3	1	-2	1	0	2
0	x_4	4	-3	0	1	10
	$Z_j - C_j$	-1	-2	0	0	
		$Z_1 - C_1$	$Z_2 - C_2$	$Z_3 - C_3$	$Z_4 - C_4$	

- $Z_1 - C_1 = (0,0) \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} - 1 = (0)(1) + (0)(4) - 1 = -1$
- $Z_2 - C_2 = (0,0) \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} - 2 = (0)(-2) + (0)(-3) - 2 = -2$
- $Z_3 - C_3 = (0,0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 0 = (0)(1) + (0)(0) - 0 = 0$
- $Z_4 - C_4 = (0,0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} - 0 = (0)(0) + (0)(1) - 0 = 0$

Una cosa a tener en cuenta debido a su importancia tras aplicar el método simplex, es la obtención de las llamadas variables de holgura y los precios sombra.

El análisis de sensibilidad que veremos mas adelante, nos ayudará a obtener una mayor información acerca del problema de programación lineal planteado. Esto hoy en día resulta aun mas fácil debido al desarrollo de las tecnologías, que facilita la resolución de estos problemas.

Debido a que el método Simplex es mas complejo de entender, vamos a ver de manera más sencilla y visual como funciona el Simplex mediante el Método Gráfico.

El Método Gráfico nos permite resolver problemas de programación lineal sencillos de una manera mas simplificada y más clara, uno de los inconvenientes de este método es que no permite resolver problemas complejos, ya que solo podremos resolver problemas de dos o tres variables debido a que la representación grafica no permite ilustrar más de 3 dimensiones.

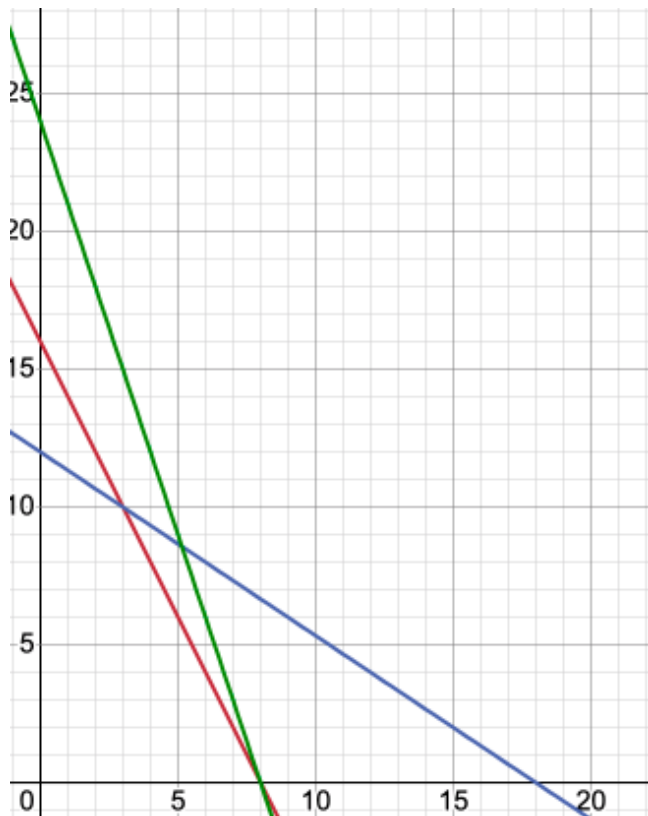
Los pasos a seguir en el desarrollo de un problema donde se aplica el método gráfico son:

- Representar en un sistema de coordenadas las restricciones del problema, considerando las restricciones como igualdades.
- Hallar la región factible que viene dada por la intersección de todas rectas representadas.
- Determinar los valores óptimos o puntos extremos, que serán todos los vértices de la región factible.
- Por último, tendremos que evaluar en la función objetivo todos los puntos de los vértices de la región factible para obtener la solución óptima del problema.

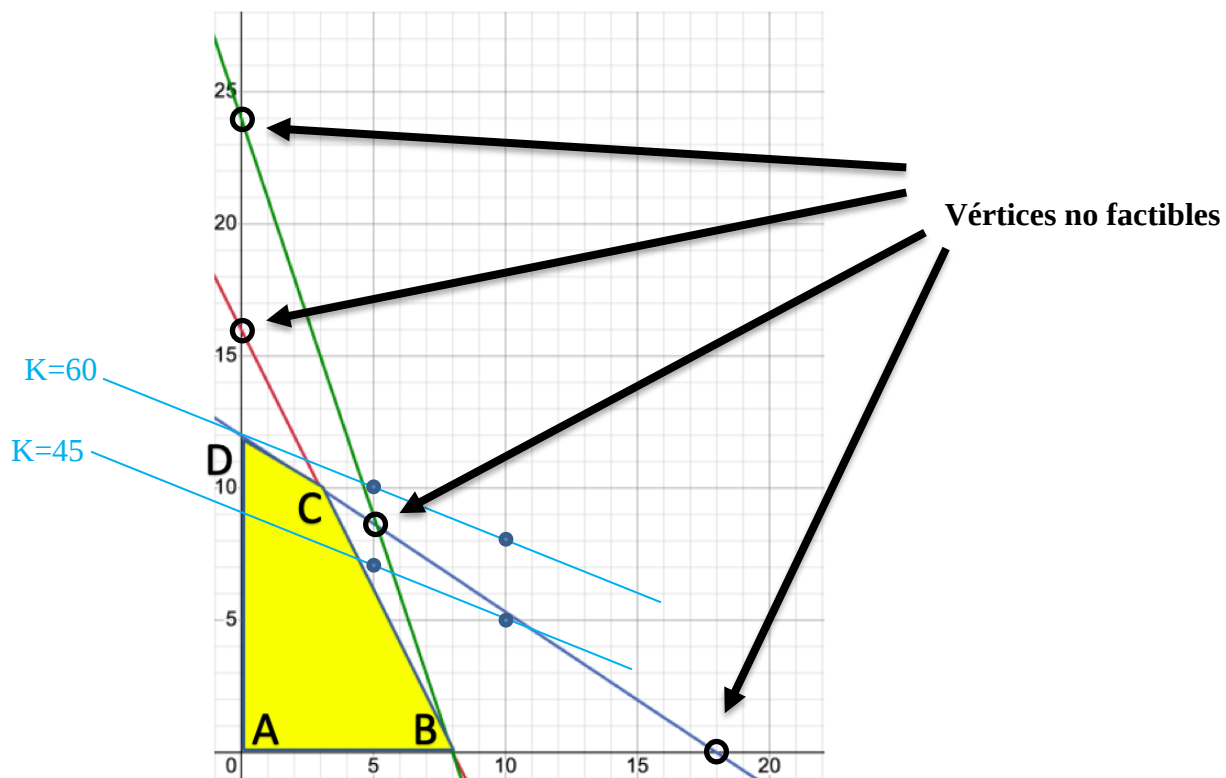
Vamos a ver mediante un ejemplo, cómo funciona el método gráfico:

$$\begin{array}{ll}\text{Maximizar} & Z = 2x + 5y \\ \text{s.a.} & 2x + y \leq 16 \\ & 2x + 3y \leq 36 \\ & 3x + y \leq 24\end{array}$$

- 1- Representamos las rectas de las restricciones.



2- Hallamos la región factible.



Otra forma de resolverlo, sería representando las curvas de nivel de la función objetivo y determinar que vértice alcanza el mayor valor.

Vemos que la recta en la que toma mayor valor K en la región factible es la que pasa por D donde $K = 60$.

3- Una vez que tenemos la región factible y los puntos extremos, vamos a valorar la función objetivo $(2x + 5y)$ en dichos puntos.

PUNTOS	COORDENADAS (X, Y)	VALOR OBJETIVO (Z)
A	(0 , 0)	0
B	(8 , 0)	16
C	(3 , 10)	56
D	(0 , 12)	60

El punto D sería el que proporciona mayor valor a la función de maximizar Z . Por tanto, el punto óptimo sería el D donde $Z = 60$ con $x = 0$ e $y = 12$.

3.4. EL PROBLEMA DUAL

Durante el desarrollo de la programación lineal, se descubrió un problema que se encuentra muy relacionado con el problema original. Al problema original se le denomina primal y a su problema asociado se le denomina dual, por tanto, cada solución del problema primal, nos permite obtener la solución de su problema dual asociado y viceversa.

El problema dual hará que un problema primal compuesto por un gran número de variables, sea más fácil resolverlo y a la vez nos permitirá resolverlo de una manera más rápida.

Las relaciones entre el problema primal y el dual serían:

- Si el primal es de maximización, su dual asociado será de minimización y viceversa.
- Las restricciones en un problema de maximización son $\leq$ o $=$, y en uno de minimización son $\geq$ o $=$.
- Las restricciones que tenga el problema primal, serán el número de variables que tenga el problema dual asociado.

- La cantidad de variables que tenga el problema primal, será la cantidad de restricciones que tenga su dual asociado.
- Una variable no restringida, será en su asociado una restricción de igualdad y viceversa.
- El dual del dual, se corresponde con el problema primal.

Un ejemplo de primal y su dual asociado sería:

$\begin{aligned} \text{Max } Z = & \quad 2x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} \quad & x_1 + 3x_2 \leq 5 \\ & 2x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$		$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \quad 5y_1 + 3y_2 \\ \text{s.a.} \quad & y_1 + 2y_2 \geq 2 \\ & 3y_1 + 2y_2 \geq 1 \\ & y_1, y_2 \geq 0 \end{aligned}$
--	---	---

Una vez obtenido el problema dual del primal, procederemos a su resolución que se llevará a cabo mediante el método dual del simplex. Este se llevará a cabo de forma parecida al que hemos visto con anterioridad, pero con ciertas variaciones.

La aplicación del método dual siempre nos permitirá obtener información económica importante y realizar interpretaciones de un problema de programación lineal.

3.5. ANALISIS DE SENSIBILIDAD

Una vez resuelto el problema de programación lineal, en el que obtendremos mucha información a través de las tablas, realizar el análisis de sensibilidad nos ayudará a conocer cómo puede variar la solución si se modifica algún elemento de dicho problema, y el intervalo en el que la solución no se verá afectada cambiando algunas variables.

Como hemos dicho, mediante el análisis de sensibilidad veremos como afecta la modificación de ciertas variables a la solución del problema, mientras la solución no varíe o lo haga lo mínimo posible ante una modificación en las variables, querrá decir que nuestra solución es estable. Por tanto, será mejor que a la solución obtenida le afecten lo mínimo posible, dichos cambios es decir, que sea mas estable.

Vamos a ver qué cambios se pueden dar en el problema de programación lineal, y cómo afectarían éstos a la solución óptima:

- Cambio en un coeficiente de coste
 - Coeficiente de coste no básico: Un cambio en un coeficiente asociado a una variable no básica, afectará a esa columna no básica por la diferencia del $Z_j - C_j$. Si la diferencia sigue siendo óptima, la solución no se vería afectada, pero si por el contrario la solución cambia dejando de ser óptima, habría que aplicar nuevamente el primal del simplex para así llegar a la nueva solución óptima.
 - Coeficiente de coste básico: Una variación en un coeficiente básico, afectaría a todos los $Z_j - C_j$ de las variables no básicas y al valor del objetivo. Si tras aplicar el cambio, los $Z_j - C_j$ dejan de ser óptimos, deberíamos de aplicar nuevamente el primal del simplex para así llegar a la nueva solución óptima.
- Cambio en un recurso: Si se produce un cambio en las disponibilidades, se verían afectados tanto el valor de la función objetivo, como el valor de las variables. Si tras realizar este cambio, la tabla sigue siendo óptima, esta sería una nueva solución. Si por el contrario, algún x_s pasa a un valor negativo, tendremos que aplicar el simplex dual para llegar a la solución óptima.
- Cambio en los coeficientes tecnológicos: Cuando se produce un cambio en alguno de los coeficientes tecnológicos, se recomienda resolver el problema nuevamente. Si se mantiene óptima $z_k - c_k$ la solución no se vería afectada, pero si no fuese así deberíamos aplicar el primal del simplex, para así obtener la nueva solución óptima.
- Incorporación de una nueva restricción: Cuando sea necesario incluir una nueva restricción al problema, debemos observar si la solución óptima ya obtenida cumple con esta nueva restricción, si es así la solución no se vería afectada. Si, por el contrario, la solución óptima no cumple con la nueva restricción introducida, deberíamos resolver de nuevo el problema con el algoritmo dual del simplex.
- Incorporación de una nueva variable: Si se decide añadir una nueva variable al problema ya resuelto, habrá que ver si $z_k - c_k$ sigue siendo óptimo. Si esto no fuera así, habría que añadir una nueva columna en la tabla óptima que teníamos previamente, y aplicar el método primal del simplex.

3.6. APLICACIONES DE LA PROGRAMACION LINEAL

- Aplicación a la alimentación

Fue una de las primeras aplicaciones de la programación lineal, fue llevada a cabo en los hospitales para determinar de la manera mas económica posible la dieta que mejor se ajustara a los enfermos. También es empleada en la mezcla de alimentos para así conseguir el mayor aporte de nutrientes posible.

- Aplicación al marketing

La programación lineal es empleada tanto en el marketing como en la publicidad, ya que es una herramienta que permite hacer la comunicación más efectiva. Como en todos los problemas de programación lineal, contaremos con una serie de restricciones, en este caso el presupuesto disponible será una de ellas y por ello habrá que emplearlo de la mejor manera posible para que nuestro producto llegue al mayor público posible.

- Aplicación a la producción

Los modelos de programación lineal son aplicados en cuanto a la toma de decisiones de la cantidad a producir de un producto x con el fin de hacer máximos sus beneficios, teniendo en cuenta ciertas restricciones como puedan ser la cantidad de materias primas, capacidad de mano de obra, demanda...

Aquí podríamos incluir también los problemas de asignación de tareas y el tiempo empleado en cada una de ellas, es decir asignar de forma eficiente las tareas a realizar por cada empleado o máquina y el tiempo que se va a emplear.

- Aplicación al transporte

Se emplea para minimizar los costes de transporte, ya sean de bienes o mercancías, y hacer las rutas de manera más eficiente.

- Aplicación en las finanzas

Para la maximización de los beneficios en cuanto a las inversiones, se ha de decidir entre la multitud de alternativas que ofrece el mercado siendo el objetivo, como hemos dicho, lograr el mayor beneficio posible.

4) EJERCICIO PLANTEADO

4.1. ENUNCIADO DEL PROBLEMA

La empresa en la que nos vamos a basar es una empresa ficticia cuyos datos son una aproximación a la realidad tras haber estado recabando información sobre una pequeña empresa dedicada a la fabricación de calzado.

En este caso práctico nos vamos a centrar en la producción de cuatro tipos de calzado y aunque la fabricación de los modelos difiere en varios aspectos, vamos a tratar los componentes que son comunes, y ciertas condiciones que el fabricante tiene en cuenta, como puede ser la fabricación mínima o máxima debido a la demanda de los diferentes modelos.

Vamos a ver los diferentes modelos a tratar y la cantidad de materia prima que se utiliza para la fabricación de cada par de los diferentes modelos.

Zapatos S1

Para la fabricación de cada par de este modelo de calzado el fabricante hace uso de: 1 metro de piel, 1 metro de forro, 1 metro de hilo, 0'3kg de goma, un par de plantillas y un par de suelas.

El beneficio que se obtiene con la venta de cada par este modelo es de: 12 u.m



Zapatos S2

En la elaboración de cada par de este modelo de calzado se utiliza: 1'5 metros de piel, 1'5 metros de forro, 1 metro de hilo, 0'3kg de goma, un par de plantillas y un par de suelas.

El beneficio que se obtiene con la venta de cada par este modelo es de: 15 u.m



Zapatos S3

Para la fabricación de cada par de este modelo se emplean la siguiente cantidad de materiales: 1 metro de piel, 1 metro de forro, 1'5 metros de hilo, 0'3kg de goma, un par de plantillas y un par de suelas.

El beneficio que se obtiene con la venta de cada par este modelo es de: 11 u.m



Zapatos W1

Para la elaboración de cada par de este modelo de calzado el fabricante hace uso de : 1'5 metros de piel, 2 metros de forro, 2 metros de hilo, 0'7kg de goma, un par de plantillas y un par de suelas.

El beneficio que se obtiene con la venta de cada par este modelo es de: 16 u.m



La disponibilidad de la materia prima que el fabricante posee cada mes sería:

- 3.500 metros de piel
- 4.000 metros de forro
- 4.500 metros de hilo
- 1.500kg de goma
- 3.000 pares de plantillas
- 3.000 pares de suelas

El fabricante tiene varios objetivos que cumplir en cuanto a cantidades que fabricar mensualmente, los cuales son:

- Fabricar un mínimo de 420 pares del modelo S1
- Fabricar un mínimo de 480 pares del modelo S2
- Fabricar un mínimo de 880 pares del modelo S3
- Fabricar un mínimo de 850 pares del modelo W1
- Fabricar un mínimo de 1350 pares entre el modelo S1 y el S3
- Fabricar un mínimo de 1400 pares entre el modelo S2 y el W1
- Fabricar un mínimo de 1750 pares entre el modelo S1 y el S2
- Fabricar un mínimo de 1800 pares entre el modelo S3 y el W1
- Fabricar un máximo de 800 pares del modelo S1
- Fabricar un máximo de 700 pares del modelo S2
- Fabricar un máximo de 1000 pares del modelo S3
- Fabricar un máximo de 1100 pares del modelo W1

4.2. MODELIZACION

Una vez que sabemos cuánta cantidad de material se necesita para la fabricación de cada modelo de zapato, vamos a sintetizar la información en una tabla para así poder ver de forma clara los datos.

	CANTIDAD DE MATERIA PRIMA UTILIZADA (por par de calzado)				
	MODELO S1	MODELO S2	MODELO S3	MODELO W1	DISPONIBILIDAD MENSUAL
PIEL (metros)	1	1,5	1	1,5	3500 m
FORRO (metros)	1	1,5	1	2	4000 m
HILO (metros)	1	1	1,5	2	4500 m
GOMA (kg)	0,3	0,3	0,3	0,7	1500 Kg
PLANTILLA (par)	1	1	1	1	3000 (pares)
SUELA (par)	1	1	1	1	3000 (pares)

Tabla: Elaboración propia

Vamos a determinar el plan mensual de producción de los distintos modelos de zapatos, para así obtener los máximos beneficios. Para ello vamos a plantear un modelo de programación lineal, el cual cuenta con unas variables de decisión (en este caso cantidad de zapatos a fabricar de cada modelo), unas restricciones (cantidad de materias primas de las que disponemos y objetivos del fabricante) y una función objetivo (beneficio a maximizar).

Para ello vamos a proceder a identificar las variables de decisión:

Variables de decisión:

X_1 = Nº de pares de calzado a fabricar del modelo S1

X_2 = Nº de pares de calzado a fabricar del modelo S2

X_3 = Nº de pares de calzado a fabricar del modelo S3

X_4 = Nº de pares de calzado a fabricar del modelo W1

A continuación, vamos a indicar las diferentes restricciones a las que se tiene que ajustar el problema, según la disponibilidad de materia prima y los objetivos establecidos por el fabricante:

- Limitación disponibilidad metros de piel
 $x_1 + 1'5x_2 + x_3 + 1'5x_4 \leq 3.500$
- Limitación disponibilidad metros de forro
 $x_1 + 1'5x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 4.000$
- Limitación disponibilidad metros de hilo
 $x_1 + x_2 + 1'5x_3 + 2x_4 \leq 4.500$
- Limitación disponibilidad kilos de goma
 $0'3x_1 + 0'3x_2 + 0'3x_3 + 0'7x_4 \leq 1.500$
- Limitación disponibilidad pares de plantillas
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.000$
- Limitación disponibilidad pares de suelas
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.000$
- Unidades máximas a producir del modelo S1

$$x_1 \leq 800$$

- Unidades máximas a producir del modelo S2

$$x_2 \leq 700$$

- Unidades máximas a producir del modelo S3

$$x_3 \leq 1000$$

- Unidades máximas a producir del modelo W1

$$x_4 \leq 1100$$

- Unidades mínimas a producir del modelo S1

$$x_1 \geq 420$$

- Unidades mínimas a producir del modelo S2

$$x_2 \geq 480$$

- Unidades mínimas a producir del modelo S3

$$x_3 \geq 880$$

- Unidades mínimas a producir del modelo W1

$$x_4 \geq 850$$

- Unidades mínimas a producir entre S1 y S3

$$x_1 + x_3 \geq 1.350$$

- Unidades mínimas a producir entre S2 y W1

$$x_2 + x_4 \geq 1.400$$

- Unidades mínimas a producir entre S1 y S2

$$x_1 + x_2 \geq 950$$

- Unidades mínimas a producir entre S3 y W1

$$x_3 + x_4 \geq 1.750$$

Por lo tanto, el problema a resolver sería:

$$\text{Max } 12x_1 + 15x_2 + 11x_3 + 16x_4$$

$$\text{s.a. } x_1 + 1'5x_2 + x_3 + 1'5x_4 \leq 3.500$$

$$x_1 + 1'5x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 4.000$$

$$x_1 + x_2 + 1'5x_3 + 2x_4 \leq 4.500$$

$$0'3x_1 + 0'3x_2 + 0'3x_3 + 0'7x_4 \leq 1.500$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.000$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3.000$$

$$x_1 \leq 800$$

$$x_2 \leq 700$$

$$x_3 \leq 1000$$

$$x_4 \leq 1100$$

$$x_1 \geq 420$$

$$x_2 \geq 480$$

$$x_3 \geq 880$$

$$x_4 \geq 850$$

$$x_1 + x_3 \geq 1.350$$

$$x_2 + x_4 \geq 1.400$$

$$x_1 + x_2 \geq 950$$

$$x_3 + x_4 \geq 1.750$$

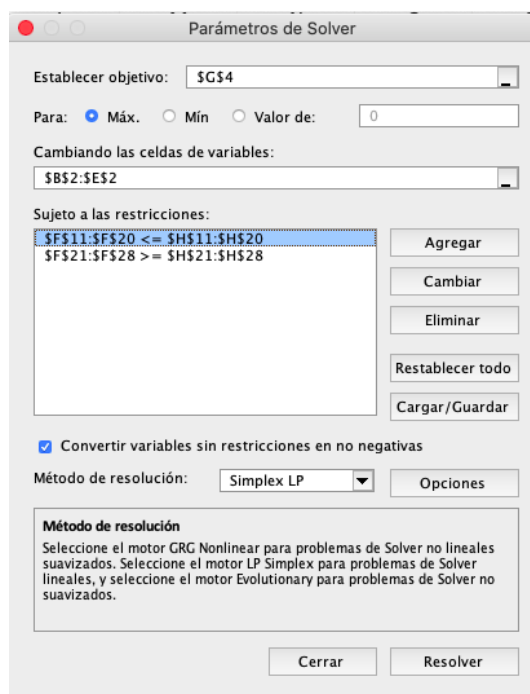
4.3. RESOLUCION

Para resolver el problema planteado, vamos a utilizar la herramienta “Solver” de Microsoft Excel.

En primer lugar, introducimos los datos en la hoja de calculo.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2	VARIABLES DECISION	0	0	0	0									
3														
4	FUNCION OBJETIVO	12	15	11	16		0							
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11	PIEL	1	1,5	1	1,5	0 <=		3500			3500			
12	FORRO	1	1,5	1	2	0 <=		4000			4000			
13	HILO	1	1	1,5	2	0 <=		4500			4500			
14	GOMA	0,3	0,3	0,3	0,7	0 <=		1500			1500			
15	SUELA	1	1	1	1	0 <=		3000			3000			
16	PLANTILLAS	1	1	1	1	0 <=		3000			3000			
17	MAX A PROD X1	1	0	0	0	0 <=		800						
18	MAX A PROD X2	0	1	0	0	0 <=		700						
19	MAX A PROD X3	0	0	1	0	0 <=		1000						
20	MAX A PROD X4	0	0	0	1	0 <=		1100						
21	MIN A PROD X1	1	0	0	0	0 >=		420						
22	MIN A PROD X2	0	1	0	0	0 >=		480						
23	MIN A PROD X3	0	0	1	0	0 >=		880						
24	MIN A PROD X4	0	0	0	1	0 >=		850						
25	X1 Y X3	1	0	1	0	0 >=		1350						
26	X2 Y X4	0	1	0	1	0 >=		1400						
27	X1 Y X2	1	1	0	0	0 >=		950						
28	X3 Y X4	0	0	1	1	0 >=		1750						
29														

Posteriormente, como hemos dicho, haciendo uso de la herramienta “Solver” introduciremos tanto las celdas de la función objetivo, como las celdas de las variables de decisión, así como las restricciones, y aplicaremos el método de resolución del “Simplex LP”.



Una vez hemos introducido correctamente los datos, aceptamos y obtendremos los datos de la resolución del problema en nuestra hoja de cálculo tal que así:

InicioInsertarDiseño de páginaFórmulasDatosRevisarVistaCompartir																								
Desde HTML		Desde el texto	Nueva consulta de base de datos	Actualizar todo	Conexiones	Propiedades	Editar vínculos	Z ↕ Ordenar	Filtro	Borrar	Avanzadas	Texto en columnas	Relleno rápido	Quitar duplicados	Validación de datos	Consolidar	Análisis Y si	Agrupar	Desagrupar	Subtotales	Mostrar detalle	Ocultar detalle	Análisis de datos	Solver
Q23																								
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N										
1																								
2	VARIABLES DECISION	520	480	880	920																			
3																								
4	FUNCION OBJETIVO	12	15	11	16		37840																	
5																								
6																								
7																								
8																								
9																								
10										NO UTILIZADO														
11	PIEL	1	1,5	1	1,5	3500 <=		3500			0													
12	FORRO	1	1,5	1	2	3960 <=		4000			40													
13	HILO	1	1	1,5	2	4160 <=		4500			340													
14	GOMA	0,3	0,3	0,3	0,7	1208 <=		1500			292													
15	SUELA	1	1	1	1	2800 <=		3000			200													
16	PLANTILLAS	1	1	1	1	2800 <=		3000			200													
17	MAX A PROD X1	1	0	0	0	520 <=		800																
18	MAX A PROD X2	0	1	0	0	480 <=		700																
19	MAX A PROD X3	0	0	1	0	880 <=		1000																
20	MAX A PROD X4	0	0	0	1	920 <=		1100																
21	MIN A PROD X1	1	0	0	0	520 >=		420																
22	MIN A PROD X2	0	1	0	0	480 >=		480																
23	MIN A PROD X3	0	0	1	0	880 >=		880																
24	MIN A PROD X4	0	0	0	1	920 >=		850																
25	X1 Y X3	1	0	1	0	1400 >=		1350																
26	X2 Y X4	0	1	0	1	1400 >=		1400																
27	X1 Y X2	1	1	0	0	1000 >=		950																
28	X3 Y X4	0	0	1	1	1800 >=		1750																
29																								

Tras mostrarnos la resolución del problema planteado en la hoja de calculo, nos da la opción de obtener tanto el informe de respuestas o resultados como el de confidencialidad (análisis de sensibilidad), el cual nos dará más información acerca de los resultados obtenidos.

4.3.1. INFORME DE RESPUESTAS

Celda objetivo (Máx.)

Celda	Nombre	Valor original	Valor final
\$G\$4	FUNCION OBJETIVO	0	37840

Celdas de variables

Celda	Nombre	Valor original	Valor final	Entero
\$B\$2	VARIABLES DECISION S1	0	520	Continuar
\$C\$2	VARIABLES DECISION S2	0	480	Continuar
\$D\$2	VARIABLES DECISION S3	0	880	Continuar
\$E\$2	VARIABLES DECISION W1	0	920	Continuar

Restricciones

Celda	Nombre	Valor de la celda	Fórmula	Estado	Demora
\$F\$11	PIEL	3500	\$F\$11<=\$H\$11	Vinculante	0
\$F\$12	FORRO	3960	\$F\$12<=\$H\$12	No vinculante	40
\$F\$13	HILO	4160	\$F\$13<=\$H\$13	No vinculante	340
\$F\$14	GOMA	1208	\$F\$14<=\$H\$14	No vinculante	292
\$F\$15	SUELA	2800	\$F\$15<=\$H\$15	No vinculante	200
\$F\$16	PLANTILLAS	2800	\$F\$16<=\$H\$16	No vinculante	200
\$F\$17	MAX A PROD X1	520	\$F\$17<=\$H\$17	No vinculante	280
\$F\$18	MAX A PROD X2	480	\$F\$18<=\$H\$18	No vinculante	220
\$F\$19	MAX A PROD X3	880	\$F\$19<=\$H\$19	No vinculante	120
\$F\$20	MAX A PROD X4	920	\$F\$20<=\$H\$20	No vinculante	180
\$F\$21	MIN A PROD X1	520	\$F\$21>=\$H\$21	No vinculante	100
\$F\$22	MIN A PROD X2	480	\$F\$22>=\$H\$22	Vinculante	0
\$F\$23	MIN A PROD X3	880	\$F\$23>=\$H\$23	Vinculante	0
\$F\$24	MIN A PROD X4	920	\$F\$24>=\$H\$24	No vinculante	70
\$F\$25	X1 Y X3	1400	\$F\$25>=\$H\$25	No vinculante	50
\$F\$26	X2 Y X4	1400	\$F\$26>=\$H\$26	Vinculante	0
\$F\$27	X1 Y X2	1000	\$F\$27>=\$H\$27	No vinculante	50
\$F\$28	X3 Y X4	1800	\$F\$28>=\$H\$28	No vinculante	50

Según el informe de respuestas que nos arroja “Solver”, vamos a ver que es lo que nos muestra en cada tabla:

- Celda objetivo: Aquí nos muestra en numero de celda, el nombre de ésta, que en este caso es la función objetivo, el valor original que es 0 y el valor final que nos indica el valor óptimo.

- Celdas de variables: Aquí nos muestra el nombre de las variables controlables, el valor original que siempre va a ser 0 en este caso y el valor final que son las soluciones óptimas para cada variable.
- Restricciones:
 - Valor de la celda: Nos indica el valor de cada restricción en la solución óptima.
 - Fórmula: Nos muestra las restricciones que hemos utilizado en el problema.
 - Estado: Nos aparecerá “vinculante” si cumple la restricción tal como la hemos planteado, y “no vinculante” si no hemos empleado todos los recursos.
 - Demora: Es el margen del que dispone cada restricción en el caso de no emplear todos los recursos. Es decir, nos indica cuantos recursos nos sobra hasta llegar al límite que hemos establecido.

Por lo tanto, como hemos visto tanto en la resolución del problema en la hoja de calculo como en el informe de respuestas, para la maximización del beneficio de este empresario, su producción óptima seria: fabricar 520 pares del modelo S1, 480 del modelo S2, 880 del modelo S3 y 920 del modelo W1 para que sus beneficios lleguen a ser de 37840 u.m. con la venta de su producción.

En cuanto a las restricciones de material a tener en cuenta en el problema planteado, podemos ver que solo se agotaría la cantidad total de piel disponible, sobrarían 40 metros de forro, 340 metros de hilo, 292 kg de goma y también nos sobrarían 200 pares tanto de plantillas como de suelas.

4.3.2. INFORME DE FIABILIDAD

Tras haber visto con anterioridad qué es el análisis de sensibilidad, vamos a ver los datos que nos arroja el análisis de sensibilidad con el que vamos a trabajar en el problema planteado, es decir, el que nos proporciona Excel.

El análisis de sensibilidad que nos muestra “Solver” mediante su informe de confidencialidad está compuesto por dos tablas:

La primera que vamos a ver esta referida a las variables de decisión y sus valores óptimos y a los coeficientes de la función objetivo.

Celdas de variables

Celda	Nombre	Final Valor	Reducido Coste	Objetivo Coeficiente	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
\$B\$2	VARIABLES DECISION S1	520	0	12	1E+30	1
\$C\$2	VARIABLES DECISION S2	480	0	15	1	1E+30
\$D\$2	VARIABLES DECISION S3	880	0	11	1	1E+30
\$E\$2	VARIABLES DECISION W1	920	0	16	2	1

Vamos a ver lo que nos muestra esta primera tabla detalladamente:

- Celda: En esta columna se indica el numero correspondiente de cada celda de las variables de decisión.
- Nombre: Aquí aparecerán los nombres de las diferentes variables de decisión, que en este caso serán S1, S2, S3 y W1.
- Final valor: Es donde nos muestra el valor óptimo de las variables de decisión obtenido. En el problema planteado como hemos dicho anteriormente, serían: 520 pares del modelo S1, 480 del S2, 880 del S3 y 920 del modelo W1.
- Reducido coste: Aquí nos muestra el valor de $-(z_j - c_j)$, es decir el coste reducido de las variables de decisión con signo contrario. Si el valor óptimo de S1 fuese 0 y el coste reducido de -5, esto querría decir que no estaríamos fabricando ningún par del modelo S1 y que para que produjésemos 1 unidad el beneficio debería de aumentar en 5 unidades, o visto de otra manera si pasásemos de no producir a producir 1 unidad del modelo S1, el beneficio se vería disminuido en 5 unidades.
- Objetivo Coeficiente: Esta columna nos muestra los valores que hemos asignado a los coeficientes de la función objetivo. En este caso seria el beneficio que nos reporta cada modelo de calzado.
- Permisible aumentar: Esta columna nos muestra las unidades en las que se pueden incrementar los coeficientes de la función objetivo para que la solución no varíe.
- Permisible reducir: Esta columna nos muestra las unidades en las que se pueden disminuir los coeficientes de la función objetivo para que la solución no varíe.

La segunda tabla que nos muestra este informe de confidencialidad arroja información sobre las restricciones y las disponibilidades.

Restricciones

Celda	Nombre	Final Valor	Sombra Precio	Restricción Lado derecho	Permisible Aumentar	Permisible Reducir
\$F\$11	PIEL	3500	12	3500	40	50
\$F\$12	FORRO	3960	0	4000	1E+30	40
\$F\$13	HILO	4160	0	4500	1E+30	340
\$F\$14	GOMA	1208	0	1500	1E+30	292
\$F\$15	SUELA	2800	0	3000	1E+30	200
\$F\$16	PLANTILLAS	2800	0	3000	1E+30	200
\$F\$17	MAX A PROD X1	520	0	800	1E+30	280
\$F\$18	MAX A PROD X2	480	0	700	1E+30	220
\$F\$19	MAX A PROD X3	880	0	1000	1E+30	120
\$F\$20	MAX A PROD X4	920	0	1100	1E+30	180
\$F\$21	MIN A PROD X1	520	0	420	100	1E+30
\$F\$22	MIN A PROD X2	480	-1	480	50	50
\$F\$23	MIN A PROD X3	880	-1	880	50	50
\$F\$24	MIN A PROD X4	920	0	850	70	1E+30
\$F\$25	X1 Y X3	1400	0	1350	50	1E+30
\$F\$26	X2 Y X4	1400	-2	1400	33,33333333	50
\$F\$27	X1 Y X2	1000	0	950	50	1E+30
\$F\$28	X3 Y X4	1800	0	1750	50	1E+30

Vamos a ver que nos muestra cada columna acerca de las restricciones y disponibilidades:

- Celda: En esta columna se indica el numero correspondiente de cada celda de las restricciones.
- Nombre: Aquí vendrá refleja a que se refiere cada restricción.
- Final valor: Esta columna, como veremos abajo en una imagen de la hoja de calculo marcado en rojo, nos muestra el valor de las restricciones para la solución optima.

Inicio Insertar Diseño de página Fórmulas Datos Revisar Vista															
Desde HTML Desde el texto de base de datos Nueva consulta Actualizar todo Conexiones Propiedades Editar vínculos Ordenar Filtro Borrar Avanzadas Texto en columnas Relleno rápido Quitar duplicados Validación de datos Consolidar Análisis Y si Agrupar Desagrupar Subtotales Mostrar detalle Ocultar detalle Análisis de datos Solver															
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	
1															
2	VARIABLES DECISION	520	480	880	920										
3															
4	FUNCION OBJETIVO	12	15	11	16		37840								
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11	PIEL	1	1,5	1	1,5	3500 <=	3500			NO UTILIZADO					
12	FORRO	1	1,5	1	2	3960 <=	4000				0				
13	HILO	1	1	1,5	2	4160 <=	4500				40				
14	GOMA	0,3	0,3	0,3	0,7	1208 <=	1500				340				
15	SUELA	1	1	1	1	2800 <=	3000				292				
16	PLANTILLAS	1	1	1	1	2800 <=	3000				200				
17	MAX A PROD X1	1	0	0	0	520 <=	800								
18	MAX A PROD X2	0	1	0	0	480 <=	700								
19	MAX A PROD X3	0	0	1	0	880 <=	1000								
20	MAX A PROD X4	0	0	0	1	920 <=	1100								
21	MIN A PROD X1	1	0	0	0	520 >=	420								
22	MIN A PROD X2	0	1	0	0	480 >=	480								
23	MIN A PROD X3	0	0	1	0	880 >=	880								
24	MIN A PROD X4	0	0	0	1	920 >=	850								
25	X1 Y X3	1	0	1	0	1400 >=	1350								
26	X2 Y X4	0	1	0	1	1400 >=	1400								
27	X1 Y X2	1	1	0	0	1000 >=	950								
28	X3 Y X4	0	0	1	1	1800 >=	1750								
29															

- Sombra precio: Esta columna nos muestra los precios sombra, son los valores óptimos que toman las variables en el dual. Nos muestran la cantidad que aumenta el objetivo cuando las disponibilidades se ven incrementadas en una unidad. En el caso del problema planteado, nos aparece que el precio sombra de la materia prima piel es 12, esto quiere decir que, si la disponibilidad de metros de piel pasa de 3500 a 3501, el beneficio se vería aumentado en 12 unidades. Este dato, por tanto, nos da información de lo que estaríamos dispuestos a pagar como máximo por un metro mas de piel en este caso.
- Restricción lado derecho: Aquí se muestra las cantidades de las que disponemos.
- Permisible aumentar: Esta columna nos da la cantidad en la que se puede incrementar dicha disponibilidad sin que el precio sombra varíe. En este caso, el dato que aparece con respecto a la piel es 40, por tanto, podríamos aumentar en 40 unidades esta disponibilidad y el precio sombra no se vería afectado.
- Permisible reducir: Aquí se nos da la cantidad en la que se puede disminuir dicha disponibilidad sin que el precio sombra varíe. Como podemos ver en nuestro problema, la cantidad que podríamos reducir de metros de forro serian 40, y el precio sombra seguiría igual.

5) CONCLUSIONES

Con la elaboración de este Trabajo Final de Grado lo que se ha intentado es mostrar como la optimización mediante la resolución de un problema de programación lineal está presente y puede ser de gran utilidad en más campos de los que creemos. En éste en concreto, nos hemos centrado en la aplicación de la programación lineal a un problema planteado de la industria del calzado.

En primer lugar, decir que la industria del calzado me pareció interesante para llevar a cabo la aplicación del problema debido a que España destaca en cuanto a la producción de éste, más concretamente la Comunidad Valenciana, que es la que más produce en nuestro país. Algo a lo que le damos tan poca importancia porque forma prácticamente parte de nuestro cuerpo como son los zapatos, fue lo que me llevó a indagar en el tema, viendo además que podría ser interesante la aplicación de la programación lineal en la producción.

A lo largo de este trabajo creo que queda bastante clara la relación entre la optimización y mundo de la empresa. Esto se debe a que vivimos en un mundo global, en el que la tecnología influye bastante, y que cada vez cuesta mas diferenciarse y posicionarse por delante de la competencia. Esto hace que las empresas se vean obligadas a aprovechar al máximo sus recursos de la mejor manera posible, así como a intentar minimizar sus costes, para hacer sus beneficios máximos.

Creemos que estos métodos solo se utilizan en casos muy puntuales o solo grandes empresas que tengan objetivos muy concretos, pero nos equivocamos. Ya se trate de una pequeña, mediana o gran empresa, emplear estas técnicas nos será de gran utilidad para aprovechar al máximo los recursos y así hacer máximos los beneficios, algo que es muy importante y que es el principal objetivo de todo empresario.

A lo largo de este trabajo hemos aplicado la programación lineal en un supuesto de una empresa ficticia y centrándonos en cuatro modelos de calzado, teniendo en cuenta solo algunas de las limitaciones en comparación con la realidad. Como es obvio, hemos empleado un modelo sencillo para ver la aplicación de la programación lineal y los resultados que se obtienen mediante su uso. Este problema podría haber sido mucho más complejo si hubiésemos tenido en cuenta otros muchos factores, como podrían ser la mano de obra, el tiempo que se emplea para cada proceso de fabricación, costes de la materia prima etc...

De manera sencilla y práctica hemos visto como, escogiendo cuatro modelos de zapatos, la programación lineal nos ayuda a decidir qué cantidad será mas beneficiosa producir de cada

uno de los diferentes modelos y así hacer máximos nuestro beneficio teniendo en cuenta una serie de restricciones o limitaciones.

Al igual que lo hemos aplicado en el sector del calzado, orientado a la producción, la programación lineal nos puede servir de gran utilidad en el día a día y puede ser aplicada en muchísimos otros tipos de problemas ya que será muy útil a la hora de tomar decisiones.

Para la resolución del problema he empleado la herramienta “Solver” de Microsoft Excel, esto ha hecho que el problema sea resuelto en cuestión de segundos y de manera muy sencilla una vez hemos introducido todos los datos a tener en cuenta. Por tanto, he de decir que la tecnología influye bastante, ya que gracias a ella podemos llegar a resolver problemas mucho mas complejos que el presentado en cuestión de segundos.

Por último, decir que gracias a lo aprendido durante la carrera y más concretamente en la asignatura Investigación Operativa, he podido ver de forma más real y práctica cómo la aplicación de la programación lineal puede ser de gran importancia para el mundo de la empresa concretamente.

6) BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, D., Sweeney, D. y T. Williams. (2004). Métodos cuantitativos para los negocios. México: Editorial THOMSON
- Boirivant JA. (2009). LA PROGRAMACIÓN LINEAL APLICACIÓN DE LA PEQUEÑAS Y MEDIANAS EMPRESAS. Revista Reflexiones.
- Daniel A. Londoño Ramírez, Antonio Boada. Enseñanza con el uso directo de las TIC. Potencialidades del Solver (Microsoft Excel) para la Enseñanza de Programación Lineal y Modelos de Transporte. CEIPA, Business School
- Enrique Castillo., Antonio J. Conejo, Pablo Pedregal, Ricardo García y Natalia Alguacil. (2002). Formulación y resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia. Wiley-Interscience
- Ernesto Ponsot Balaguer y Víctor Márquez. (2000). Modelo de programación lineal de la producción, integrado en un sistema computarizado de producción, inventario y ventas industrial. Universidad de Los Andes
- Hamdy A. Taha. (2004). Investigación de operaciones. Pearson Education
- María Pilar Frías Bustamante, Ana María Martínez Rodríguez. (2006). Programación lineal: una introducción. Grupo Editorial Universitario.
- Maroto, C., Alcaraz, J. y Ruiz, R. (2002). Investigación Operativa. Modelos y Técnicas de Optimización. Servicio de Publicaciones. Universidad Politécnica de Valencia.
- Roberto C. (2009). Investigación de operaciones en administración. Editorial Mar del Plata.
- Weber, J. (1984). Matemática para administración y economía. México: Editorial Hala.

7) WEBGRAFÍA

- <http://www.phpsimplex.com/index.htm>
- <http://www.fice.es/inicio>
- <https://www.mincotur.gob.es/es/servicios/Documentacion/Publicaciones/Paginas/indexPublicaciones.aspx>
- <http://www.saladeprensacesce.com/>
- <http://sauce.pntic.mec.es/~jpeo0002/Archivos/PDF/T08.pdf>
- <https://www.fcfm.buap.mx/assets/docs/docencia/tesis/ma/GermanAntonioVazquezRomero.pdf>
- http://historia_del_calzado.blogspot.com/
- https://www.mincotur.gob.es/_layouts/15/HttpHandlerPublicacionesPdfDescarga.ashx?cod=COMER084
- https://www.gestiondeoperaciones.net/programacion_lineal/analisis-de-sensibilidad-en-programacion-lineal-utilizando-la-tabla-final-del-metodo-simplex/
- http://www.est.uc3m.es/esp/nueva_docencia.comp_col_leg/ing_info/io/practicas_leg/guion2.pdf
- https://cincodias.elpais.com/cincodias/2018/03/01/compañias/1519933454_512968.html