Escuela Politécnica Superior de Jaén

Grado en Ingeniería Mecánica

UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Jaén

Trabajo Fin de Grado

EVALUACIÓN NUMÉRICA DEL EFECTO DE LAS SOBRECARGAS EN EL CRECIMIENTO DE GRIETA A FATIGA

Alumno: Laura Pérez Casado

Tutor: José Manuel Vasco Olmo
Dpto: Ingeniería Mecánica y Minera

Noviembre, 2017

Universidad de Jaén
Escuela Politécnica Superior de Jaén
Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera

Don JOSÉ MANUEL VASCO OLMO, tutor del Trabajo Fin de Grado titulado: EVALUACIÓN NUMÉRICA DEL EFECTO DE LAS SOBRECARGAS EN EL CRECIMIENTO DE GRIETA A FATIGA, que presenta LAURA PÉREZ CASADO, autoriza su presentación para defensa y evaluación en la Escuela Politécnica Superior de Jaén.

Jaén, Noviembre de 2017

El alumno: Los tutores:

LAURA PÉREZ CASADO JOSE MANUEL VASCO OLMO

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN 6
2. OBJETIVOS 7
3. ANTECEDENTES 8
4. FUNDAMENTOS DE LA MECÁNICA DE FRACTURA 9
4.1. Historia de la Mecánica de la Fractura 10
4.2. Mecánica de la Fractura Elástica-Lineal 12
4.2.1. Planteamiento tensional de la fractura. Factor de intensidad de tensiones 13
4.2.2. La singularidad del frente de grieta 15
4.2.3. Tasa de liberación de energía 17
4.2.4. Correcciones por plasticidad 18
4.2.5. Condiciones de tensión plana o deformación plana 20
4.3. Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica 21
4.3.1. Desplazamiento de la Apertura del Frente de Grieta 22
4.3.2. La Integral *J* 22
4.4. Fractura en materiales sometidos a fatiga 24
4.4.1. Propagación de grietas por fatiga en régimen elástico, ley de Paris 24
4.4.2. Efecto de las sobrecargas en el crecimiento de grieta a fatiga 27
5. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO NÚMERICO 30
5.1. Método de Elementos Finitos (FEM) 30
5.2. Métodos para el estudio de la Mecánica de la Fractura en Abaqus 31
5.2.1. Técnicas para el modelado de la propagación de grieta 32
5.2.2. Mallado para el estudio de la Mecánica de la Fractura 36
6. PLANTEAMIENTO DEL MODELO E HIPÓTESIS 38
6.1. Materiales empleados 38
6.2. Elementos ensayados 40
6.3. Condiciones de carga estudiadas 42
6.4. Amplitud de los ciclos de carga 42
6.5. Hipótesis y enfoque del modelado 43
6.5.1. Modelado de grietas móviles con el método de segmentos cohesivos y nodos fantasmas 44
7. IMPLEMENTACIÓN EN ABAQUS 45
7.1. Geometría. Módulo “Part” 46
7.2. Módulo “Property” 48
7.3. Definición del modelo. Módulo “Assembly” 53

7.4. Creación del tipo de análisis. Módulo “Step” 54
7.5. Módulo “Interaction” 60
7.6. Módulo “Load” 63
7.7. Módulo “Mesh” 65
7.8. Ley de Paris 68
7.9. Módulo “Job” 71
8. RESULTADOS 71
8.1. Problemas que se han presentado 71
8.2. Resultados para el titanio 72
8.3. Resultados para el aluminio2024-T3 82
8.4. Comparación de los resultados numéricos con los resultados experimentales 90
8.4.1. Aluminio2024-T3con *R* = 0 90
8.4.2. Aluminio2024-T3 con R = 0.5 93
8.4.3. Titanio con R= 0.6 94
9. Conclusiones 96
10. Trabajos futuros 98
11. Bibliografía 99

1. INTRODUCCIÓN

El uso de programas informáticos para el diseño y evaluación de componentes mecánicos es imprescindible hoy en día si se quiere estar a la altura de los avances tecnológicos. Cualquier componente o sistema que se diseñe exige, entre otros, unos requisitos de calidad, durabilidad y precio que normalmente precisan del uso de modelos numéricos. Hasta hace poco, los diseños y estudios de ingeniería se realizaban mediante prototipos que se ensayaban y modificaban iterativamente para conseguir los resultados deseados, lo que requiere tiempo y dinero.

Un buen producto debe garantizar las prestaciones mecánicas suficientes para el uso para el que se diseñó, esto conlleva predecir los problemas que pueden surgir, tales como deformaciones, corrosión, fractura, … En este trabajo se aborda el estudio del mecanismo de rotura por fatiga en el marco de la Mecánica de la Fractura. La fractura por fatiga es uno de los fenómenos más estudiados hoy en día y que sorprende por su carácter impredecible. La fatiga se define como un proceso cíclico de carga alternante en la que una fuerza fluctúa entre unos valores sin alcanzar los límites de resistencia del material.

Para evitar la rotura por fatiga y alargar la vida de los componentes mecánicos existen varios modelos analíticos y experimentales, tales como las curvas S-N usadas tradicionalmente, que establecen un límite de resistencia a fatiga para cada material pudiendo dar una vida infinita del componente. En el presente trabajo, la caracterización del crecimiento de grieta fatiga se ha llevado a cabo a través de la ley de Paris, que se trata de una ecuación que relaciona la velocidad de propagación de una greita por ciclo con la variación del factor de intensidad de tensiones ΔK. En este trabajo se evalúa principalmente, el efecto de aplicar una sobrecarga durante el proceso de fatiga, que se ha comprobado, conlleva una alteración de las propiedades mecánicas del material en el frente de grieta que pueden frenar su propagación y alargar la vida del componente.

Una de las herramientas que existen para analizar la integridad estructural de componentes agrietados son los programas informáticos basados en el método de elementos finitos, como Abaqus, que permite el estudio de la Mecánica de Fractura

mediante diversas técnicas, tales como la integral de contorno, VCCT y XFEM, haciendo posible encontrar soluciones a problemas muy complejos, que no son abordables mediante ecuaciones analíticas, como es la evaluación de crecimiento de grieta a fatiga.

En este trabajo se hace uso de la herramienta Abaqus y la formulación XFEM para modelar el proceso de fatiga en probetas de aluminio y titanio, y el efecto que tiene la aplicación de sobrecargas en el crecimiento de la grieta por fatiga.

2. OBJETIVOS

Dada la necesidad actual de conocer en mayor profundidad cómo y por qué se produce la fractura, para mejorar los procesos y técnicas de fabricación de cara a conseguir materiales que resistan la acción de cargas fluctuantes, el presente trabajo pretende examinar la utilidad del uso de una herramienta informática para el estudio de los mecanismos de agrietamiento y fallo de elementos mecánicos de materiales concretos, así como de su comportamiento bajo sobrecargas. El documento contiene un breve repaso histórico de la Mecánica de la Fractura y expone los aspectos de ésta que han sido útiles para el desarrollo del trabajo. El programa empleado para tal fin es Abaqus 6.14 mediante el método XFEM.

A continuación se enumeran los objetivos que se pretenden alcanzar con el presente trabajo:

1. Obtener un modelo numérico que permita la simulación de un proceso a fatiga mediante Abaqus y exponer la metodología seguida para la correcta definición del modelo determinando los coeficientes de la ley de Paris, aplicada a Abaqus, necesarios para realizar cada análisis.
2. Evaluar como afecta la aplicación de una sobrecarga en el crecimiento de grieta en un proceso a fatiga para dos materiales distintos: titanio y aluminio 2024-T3.
3. Evaluar el efecto que tiene aplicar distintos valores de sobrecarga en un mismo proceso a fatiga para cada material. Las sobrecargas a estudiar

resultarán de multiplicar el valor máximo del ciclo de carga por los siguientes factores: 1.25, 1.50 y 1.75 para todos los procesos analizados.

4. Analizar cómo afecta en el titanio para una misma relación de carga de R = 0.6 el efecto que tiene aplicar una sobrecarga a distinto número de ciclos: 50000, 65000 y 77000 ciclos.
5. Visualizar los campos de tensiones y desplazamientos que resultan de los distintos ensayos, comparando los desplazamientos obtenidos cuando se aplican o no sobrecargas.
6. Comparar los resultados numéricos con los obtenidos experimentalmente a fin de evaluar la aproximación del estudio a la realidad.

Las bases que permiten el desarrollo del trabajo se encuentran en la Mecánica de la Fractura. Los parámetros necesarios para la implementación en Abaqus se extraen de ensayos experimentales previos sobre las mismas probetas y los mismos materiales que se contemplan en este trabajo.

3. ANTECEDENTES

Debido a la actual necesidad e importancia de conocer mejor como se produce el fallo de los elementos mecánicos, son numerosos los trabajos que tratan el fenómeno de fractura, tratando así de avanzar en su comprensión con el fin de evitarlo y mejorar los diseños para conseguir mayor fiabilidad, seguridad y durabilidad.

Desde la antigüedad se ha intentado construir y conformar los elementos ingenieriles de forma que durasen lo máximo posible frente a fenómenos de fractura, para evitar así pérdidas económicas y humanas. El fenómeno de fractura se ha estudiado desde hace tiempo, aunque no fue hasta principios del siglo XX cuando se obtuvieron las primeras teorías útiles, y desde entonces los avances en este campo han sido numerosos, pasando de tener unas teorías que permitían estudiar y predecir el fenómeno de forma global mediante aproximaciones experimentales y tablas, a tener herramientas computacionales que permiten su simulación numérica

en base, por ejemplo, al método de elementos finitos (MEF) consiguiendo así un amplio abanico de posibilidades y reduciendo costes materiales.

Como antecedente para este trabajo se tiene uno anterior que estudia el crecimiento de grieta a fatiga mediante XFEM en Abaqus sobre las mismas probetas aquí tratadas: “Análisis numérico de la integridad estructural de elementos mecánicos” [1]. Como principal novedad aquí se evalúa el comportamiento de la grieta y su evolución bajo la aplicación de una sobrecarga en un momento puntual del ciclo de fatiga.

4. FUNDAMENTOS DE LA MECÁNICA DE FRACTURA

Para poder entender el fenómeno de fractura es necesario conocer los fundamentos de la Mecánica de la Fractura. Ésta se podría definir como la rama de la Mecánica que estudia lo mecanismos y procesos de propagación de grietas en materiales sólidos, así como los campos de deformación y tensión en materiales con discontinuidades bajo la acción de una carga externa.

La Mecánica de la Fractura se ha impulsado desde los materiales metálicos, tradicionales de ingeniería, que siendo magníficos para la construcción de componentes de máquinas y como elementos estructurales, han dado a lo largo de su historia importantes roturas frágiles, que han obligado al estudio y modelización de su comportamiento.

El hecho de que exista una imperfección (grieta o inclusión) en un material supone un concentrador de tensiones que altera el campo de tensiones y deformaciones, y que puede conllevar al crecimiento o aparición de una grietaa la iniciación de una grieta y su postrior propagación.

La fractura se caracteriza generalmente por una hendidura con superficie plana con mínimos labios de deformación plástica. Este modo de rotura es típico de los materiales frágiles, que rompen de forma catastrófica, es decir, a velocidades elevadas.

Las primeras teorías para el estudio del fenómeno de fractura que se desarrollaron suponían materiales idealmente frágiles, es decir, que no sufren deformaciones plásticas. Estas teorías se engloban en la Mecánica de la Fractura Elástica-Lineal (MFEL) y son buenas aproximaciones para el caso de materiales como el vidrio o la cerámica. En el caso de los metales, donde sí se producen deformaciones plásticas en mayor o menor medida, estas teorías dejan de ser válidas. Una mejor aproximación para los metales se obtiene al tener en cuenta la no linealidad material y geométrica; de esto se encarga la Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica (MFEP) que se acerca más al comportamiento real del material.

4.1. Historia de la Mecánica de la Fractura

El problema de la fractura se conoce desde hace siglos pero no fue hasta el siglo XX cuando se consiguió un verdadero avance en el estudio del fenómeno de fractura. En el año 1920 el ingeniero aeronáutico inglés Alan Arnold Griffith relacionó la fractura con el tamaño de los defectos, aplicando el análisis de tensiones a un agujero elíptico, tratado por Inglis siete años antes. Griffith utilizó el Primer Principio de Termodinámica para formular la teoría de la fractura. Esta teoría basada en un balance simple de energía establece que la grieta se vuelve inestable, es decir, la grieta se propaga de forma muy rápida (se fractura) cuando la energía tensional supera la superficial del material al avanzar la grieta un determinado incremento.

El modelo de Griffith es de buena aplicación para materiales muy frágiles como el vidrio o los materiales cerámicos, pero no para materiales dúctiles como los metales, ya que ignora los efectos de la plasticidad suponiendo que toda la energía de fractura proviene de la energía superficial del material. El modelo de Griffith solamente se puede aplicar a sólidos idealmente frágiles. Posteriormente se hizo una modificación del modelo de Griffith que puede ser aplicada a los metales.

Westergaard (1939) caracterizó el estado tensional y de desplazamientos cerca del vérticede una grieta aguda.

El nacimiento de la Mecánica de la Fractura se produce después de la Segunda Guerra Mundial. Irwin (1948) y otros colaboradores de un grupo de investigación del Laboratorio de Investigación Naval de Washington D.C. estudiaron

el problema de la fractura, consiguiendo aplicar la teoría de Griffith a los metales mediante su modificación añadiendo los efectos energéticos de la plasticidad.

Paralelamente a Irwin, el investigador E. Orowan estableció una modificación de la teoría de Griffith parecida a la de Irwin.

Mediante el análisis de Westergaard, Irwin en el año 1956, encontró que una constante, posteriormente conocida como factor de intensidad de tensiones *K*, definía el campo de tensiones y desplazamientos en las inmediaciones de una grieta, y que ésta se relaciona con un concepto creado por él mismo, la tasa de liberación de energía *G*, que a su vez se relaciona con la teoría de Griffith.

Tras estos avances se produjeron varias aplicaciones de la Mecánica de la Fractura para explicar algunos accidentes catastróficos que habían tenido lugar, como el fallo en el fuselaje de los aviones Comet, que colapsaron a gran altitud debido a pequeñas fisuras por fatiga cerca de las aristas de las ventanas. Se aplicó también la tasa de liberación de energía de Irwin para explicar y prevenir el fallo de los rotores de turbinas de gas en General Electric en el año 1957.

En 1960, P. C. Paris y sus colaboradores aplicaron la Mecánica de la Fractura para explicar el crecimiento de grietas a fatiga estableciendo que el crecimiento de una grieta por ciclo está relacionado con la diferencia del factor de intensidad de tensiones ΔK mediante unas constantes. Esta ley tardó mucho tiempo en ser reconocida por el escepticismo a dejar de usar las curvas S-N por parte de los ingenieros en el diseño de componentes a fatiga.

Todo lo antes mencionado pertenece a la teoría de la Mecánica de la Fractura Elástica-Lineal, y sólo se aplica a materiales que fallan por fractura frágil.

La Mecánica de Fractura Elásto-Plástica se empezó a desarrollar en 1961 cuando Wells descubrió que en materiales muy dúctiles se produce una pequeña separación de las caras de la grieta que llevó a postular un parámetro llamado Desplazamiento de la Apertura del Frente de Grieta (CTOD).

En 1968 Rice establece un parámetro conocido como Integral *J* para caracterizar materiales con comportamiento no lineal, tratando la deformación

plástica como elástica no-lineal. Esta es una integral de línea que se relaciona con la tasa de liberación de energía no-lineal evaluándola a través de un contorno arbitrario. La integral *J* también caracteriza las tensiones y deformaciones en el frente de grieta dando una cuantificación de la tenacidad a la fractura.

La Mecánica de la Fractura establece la relación entre la tenacidad, las tensiones y el tamaño de la grieta necesaria para diseñar componentes. Hasta el año 1976 Shih y Hutchinson no proporcionaron una relación que permitiera dar coherencia a un análisis del diseño basado en la integral *J*.

En el año 1971 F.M. Burdekin y M.G. Dawes desarrollaron una curva de diseño semi-empírica con la idea de CTOD de Wells para las estructuras de acero soldadas. Shih demostraría más tarde la relación entre la integral *J* y el parámetro CTOD, demostrando que ambos parámetros son igualmente válidos para la caracterización de la fractura, por lo que ambos parámetros se aplican actualmente en el mundo de los materiales. Los desarrollos en este campo se han basado en materiales como el acero, y ahora se está comenzando a aplicar a los materiales poliméricos que presentan sus propias peculiaridades en el comportamiento a fractura, tales como la viscoelasticidad y la viscoplasticidad.

En la historia más reciente de la Mecánica de Fractura se encuentra el análisis de elementos estructurales y componentes por elementos finitos mediante programas informáticos, que ha permitido confirmar muchos cálculos empíricos desarrollados anteriormente, y ha permitido además ampliar la complejidad de los casos estudiados, tales como las geometrías y las cargas. Hoy en día, esta herramienta es imprescindible en muchos ámbitos de la ingeniería, ahorrando tiempo y dinero, y consiguiendo un mejor diseño de elementos mecánicos.

4.2. Mecánica de la Fractura Elástica-Lineal

Las primeras teorías planteadas solo tenían en cuenta materiales idealmente frágiles, no es hasta 1960 cuando se comenzó a considerar un comportamiento no lineal del material.

Fue Inglis quien por primera vez cuantificó el efecto de la concentración de tensiones en una grieta, comprobando que cuando el radio del frente de grieta

tendía a cero la tensión era infinita, fenómeno conocido como singularidad. Este hecho motivó a Griffith a estudiar este fenómeno, ya que ningún material puede soportar un valor de tensión infinita sin romperse. Él desarrolló una teoría basada en la energía, según la cual para que una grieta aumente, la energía potencial de la fuerza aplicada debe superar la energía superficial del material. Tiene que haber equilibrio entre la energía elástica almacenada que disminuye y el aumento de la superficial total por formación de la grieta. La grieta existente crecerá y se producirá una fractura si la energía requerida para propagar la grieta (suma del trabajo desarrollado por la tensión aplicada y la energía elástica liberada al extenderse la grieta) puede ser suministrada por el sistema.

Griffith obtuvo una expresión para la tensión de rotura en un sólido con grieta:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{E\gamma_s}{a}} \qquad (4.1)$$

Donde *E* es el módulo de Young, *a* la longitud de grieta y γ_s la energía superficial del material.

Esta teoría sólo era una buena aproximación en el caso de materiales muy frágiles, en materiales más dúctiles, la concentración de tensiones que se da en el frente de grieta origina una zona plástica que modifica el estado tensional.

4.2.1. Planteamiento tensional de la fractura. Factor de intensidad de tensiones

La presencia de una discontinuidad o cambio en la geometría de un sólido supone un concentrador de tensiones que hará que la máxima tensión se concentre en esta zona. Inglis obtuvo la primera evidencia cuantitativa del efecto de concentración de tensiones en una grieta, y comprobó como el valor de tensión aumentaba exponencialmente con la disminución del radio del vértice de grieta. Fue Irwin el que encontró el parámetro que definía el campo de tensiones y deformaciones alrededor del frente de grieta utilizando la teoría de la elasticidad y la función de Airy.

Irwin definió así el estado tensional en un punto cerca del frente de grieta (figura 4.1).

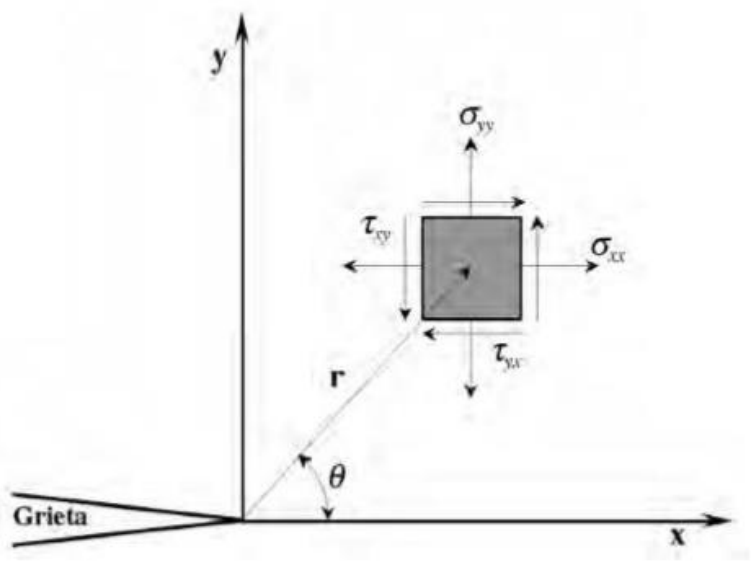


Figura 4.1.- Estado tensional del frente de grieta en material elástico (Arana. J. L., 2002)

En la figura 4.2 se muestran los tres modos de carga en fractura que se pueden presentar en una grieta de un sólido.

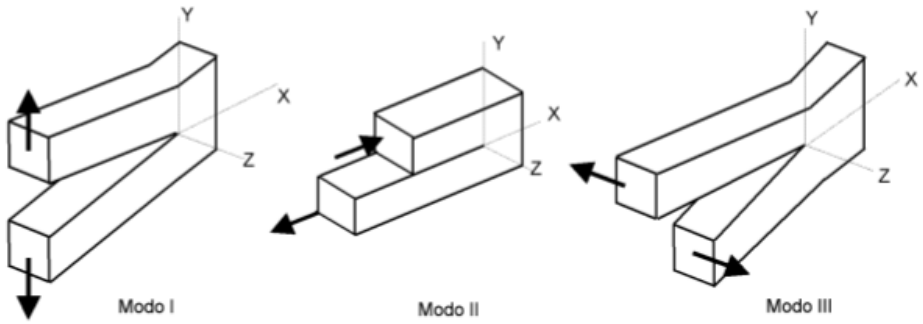


Figura 4.2.- Modos de carga en una grieta (Norma UNE 7540:1998)

Para el estado de modo I, que es una tensión normal perpendicular al plano de la grieta, Irwin obtuvo las siguientes expresiones para los campos de tensión y desplazamiento:

Estado de tensiones:

$$\sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1 - \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right]$$

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[1 + \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \qquad (4.2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$$

Para tensión plana (pequeño espesor): $\sigma_{zz} = 0$

Estado de desplazamientos:

$$u_x = \frac{K_I}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[\kappa - 1 + 2\text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]$$
$$u_y = \frac{K_I}{2\mu}\sqrt{\frac{r}{2\pi}}\text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)\left[\kappa + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \quad (4.3)$$

Dónde:

$$\mu \text{ es el módulo de cortadura} = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$\kappa = \frac{(3-\nu)}{(1+\nu)} \quad (\text{tensión plana})$$

El parámetro K_I se llama **factor de intensidad de tensiones**, y caracteriza completamente las condiciones, de tensión y desplazamiento, del fondo de grieta en un material elástico lineal. Este factor depende del tamaño de grieta, la tensión aplicada y un factor de forma que caracteriza la geometría. Para modo I de tensión este factor está dado por la ecuación (4.4).

$$K_I = \sigma \cdot Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (4.4)$$

Donde Y es el factor de forma ($Y = 1$ si a/w(ancho) $\rightarrow 0$)

Si asumimos que el material falla localmente como consecuencia de una combinación crítica de tensión y deformación en Modo I, quiere decir que la fractura se producirá para un valor crítico de intensidad de tensiones K_{IC}, de forma que K_{IC} es una medida alternativa de la tenacidad a fractura del material. El fallo en Modo I se produce cuando $K_I = K_{IC}$.

4.2.2. La singularidad del frente de grieta

Se sabe que la presencia de una discontinuidad o defecto en un material supone un intensificador de esfuerzos que modifica el campo de tensiones y deformaciones en el área donde influyen. Este cambio en la tensión puede ser cuantificado mediante un parámetro conocido como factor de intensidad de

tensiones *K*. En el caso de una grieta, el campo de tensiones toma una forma asintótica que varía en función de $1/\sqrt{r}$ a medida que se acerca a su vértice.

Si se hace que $\theta = 0$ en las ecuaciones del estado de tensiones del apartado anterior, la tensión en modo I de carga queda definida por:

$$\sigma_{yy} = \sigma_{xx} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \tag{4.5}$$

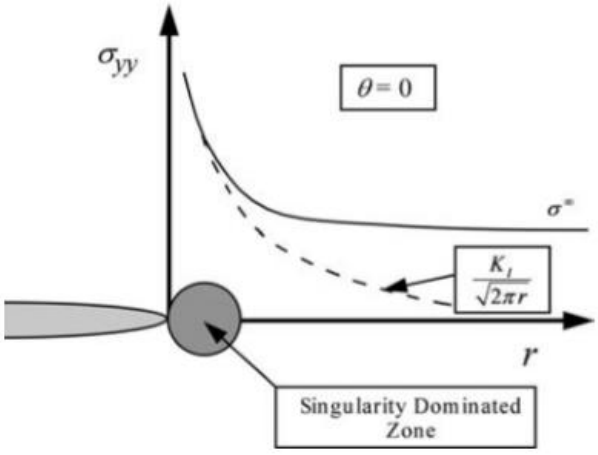


Figura 4.3.- Tensión normal al plano de la grieta y zona de singularidad en el frente de grieta (T.L. Anderson., 1995)

La figura 4.3 es una representación de la tensión normal σ_{yy} al plano de la grieta frente a la distancia desde el vértice de la fisura. La ecuación (4.5) es válida sólo cerca del vértice de la grieta, donde la singularidad $1/\sqrt{r}$ domina el campo de tensión. La línea continua representa el valor constante que toma la tensión σ^{∞} a medida que se aleja del frente de grieta, donde no se ve afectada por la presencia de ésta y, por tanto, no se regirá por las ecuaciones tensionales mencionadas anteriormente. Se puede definir la zona dominada por la singularidad como la región donde las ecuaciones (4.2) definen el campo de tensión. El factor de intensidad de tensión define la amplitud de la singularidad del vértice de fisura. Es decir, las tensiones próximas al vértice de la grieta aumentan en proporción a *K*. Además, el factor de intensidad de tensiones define completamente las condiciones en el vértice punta de la grieta; Si *K* es conocido, es posible resolver para todos los componentes de tensión, deformación y desplazamiento en función de *r* y θ.

4.2.3. Tasa de liberación de energía

Como se ha dicho anteriormente, el modelo propuesto por Griffith supone una buena aproximación para materiales muy frágiles, que no tienen deformación plástica, pero para materiales como los metales, que presentan una zona plástica de considerable tamaño alrededor del frente de grieta esta teoría no resulta válida, ya que la plastificación provoca un aumento de la resistencia a la tensión, y por tanto, de la energía necesaria para romperlos.

Irwin y sus colaboradores modificaron la teoría de Griffith para tener en cuenta el comportamiento plástico añadiendo un término de disipación plástica:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{E(\gamma_s + \gamma_p)}{a}} \tag{4.6}$$

γ_p se trata del trabajo plástico por unidad de área.

Irwin, además propone un nuevo concepto con mayor utilidad para el estudio de problemas de ingeniería, ya que evalúa el fenómeno de un modo global mediante un balance de energía que mide la velocidad de propagación de la grieta, llamado **tasa de liberación de energía, *G***. Esta se define como una medida de la energía disponible para la propagación de un incremento de grieta *da*.

Aplicando un balance de energía a un sólido agrietado, la energía consumida en la propagación U_R de un incremento de grieta será igual a la energía de la fuerza externa aplicada *U* menos la energía elástica U_E:

$$\mathrm{dU_R} = \mathrm{dU} - \mathrm{dU_E} \tag{4.7}$$

Irwin estableció la resistencia a fractura del material, *R*, que es la energía superficial por el área de grieta nueva aparecida por propagación *da* de la grieta. El material rompe si la tasa de liberación de energía *G*:

$$G = R$$

$$\mathrm{G} = \frac{dU_r}{dA} = \frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot \mathrm{a}}{\mathrm{E}} \tag{4.8}$$

Resistencia a fractura del material: $R = 2 \cdot \gamma_s$

La propagación de la grieta se produce cuando $R = 2 \cdot W_f = G$ con $W_f = \gamma_s + \gamma_p$, pero esta propagación de grieta puede ser estable o inestable, dependiendo de cómo varían G y W_f en función del crecimiento de grieta.

Propagación de la grieta:

$$Inestable \qquad G > R \qquad \frac{dG}{da} > \frac{dR}{da}$$

$$Estable \qquad G > R \qquad \frac{dG}{da} < \frac{dR}{da}$$

Para el caso de tensión plana, la relación de K con la tasa de liberación de energía G es:

$$G = \frac{K_I^2}{E} \tag{4.9}$$

4.2.4. Correcciones por plasticidad

Según la MFEL en el frente de grieta se da una condición de singularidad de la tensión, pero en realidad, todos los materiales presentan tensión finita por frágiles que sean, esto se debe a que en todos los materiales existe una plastificación del material que produce un enromamiento del vértice de la grieta que relaja la tensión. Cuanto más dúctil sea un material, mayor será esta disminución de la tensión y mejor su resistencia frente a fractura frágil.

Para considerar la zona afectada por la plasticidad en el frente de grieta se han propuesto dos modificaciones para los estados tensionales del frente de grieta conocidas como corrección de Irwin y corrección de Dugdale. Ambos consideran que la grieta se comporta como si fuera más larga de lo que es en realidad considerando que este incremento de longitud mide el tamaño de la zona plástica. Irwin supone que la longitud adicional de la grieta es aquella en la que se tiene un valor del campo de tensión del límite elástico, y Dugdale que en los extremos de la grieta la plasticidad provoca una compresión que tiende a cerrar la grieta con un valor de tensión igual al del límite elástico.

En la figura 4.4 se muestra la zona plástica en el frente de grieta que tiene una forma característica para modo I.

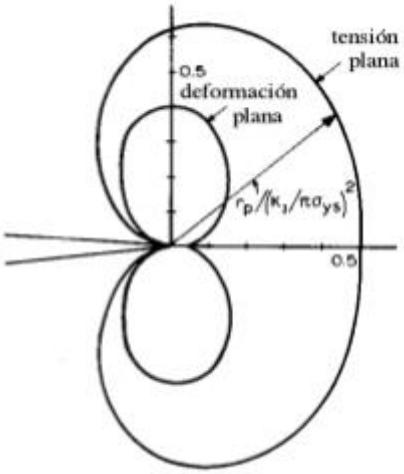


Figura 4.4.- Zona plástica según el criterio de Von Mises (Arana. J. L., 2002)

- Corrección de Irwin:

Irwin define que la plasticidad provoca que la grieta se comporte como si fuera más larga de lo que es en realidad, este incremento de longitud corresponde al radio de la zona plástica del material y hace que la rigidez disminuya. En esta zona plástica el valor de tensión alcanzado corresponde al valor del límite elástico. En la figura 4.5 se muestra un esquema de la zona plástica según la estimación de Irwin.

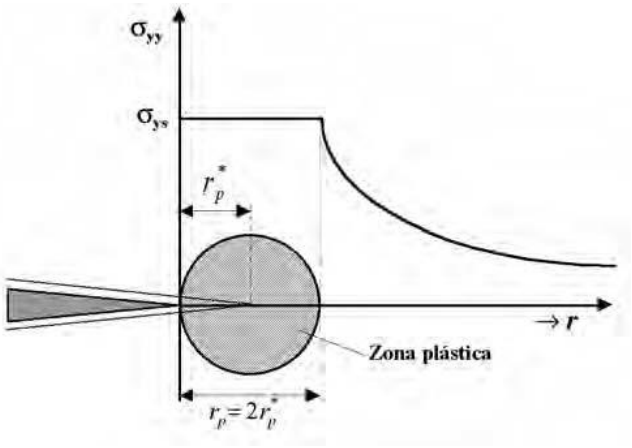


Figura 4.5.- Corrección de Irwin de la zona plástica (Arana. J. L., 2002)

El tamaño de la zona plástica se define por:

$$r_P = \frac{1}{\pi}\left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}}\right)^2 \qquad (4.10)$$

- Corrección de Dugdale:

Dugdale considera al igual que Irwin que la grieta es más larga de lo que es en realidad y que esta zona soporta la tensión del límite elástico con la diferencia de que la plasticidad tiende a cerrar la grieta, ya que la zona ρ no está realmente agrietada y, por tanto, puede soportar tensión.

$$\rho = \frac{\pi}{8}\left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}}\right)^2 \tag{4.11}$$

En la figura 4.6 se muestra un esquema del modelo de Dugdale.

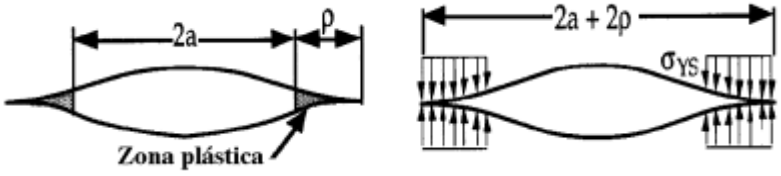


Figura 4.6.- Modelo de Dugdale para la zona plástica (Arana. J. L., 2002)

4.2.5. Condiciones de tensión plana o deformación plana

El estado de tensión en cualquier placa siempre es tridimensional, pero se puede aproximar a un estado de tensión plana si el espesor es pequeño en comparación con sus otras dimensiones. Un estado de tensión plana se caracteriza por tener sólo cargas sobre el plano y su estado de deformación es triaxial, dando lugar a una zona plástica grande en comparación con el estado de deformación plana, figura 4.4. En cambio, una placa en deformación plana se caracteriza por un estado de tensión triaxial y deformación sólo en el plano de la placa. Si la placa es gruesa, entonces, se tiene un estado mixto de deformación plana en el interior y de tensión plana en la superficie, dando lugar a una zona plástica con el aspecto de la figura 4.7. El estado de tensión depende, por tanto, del espesor de la placa.

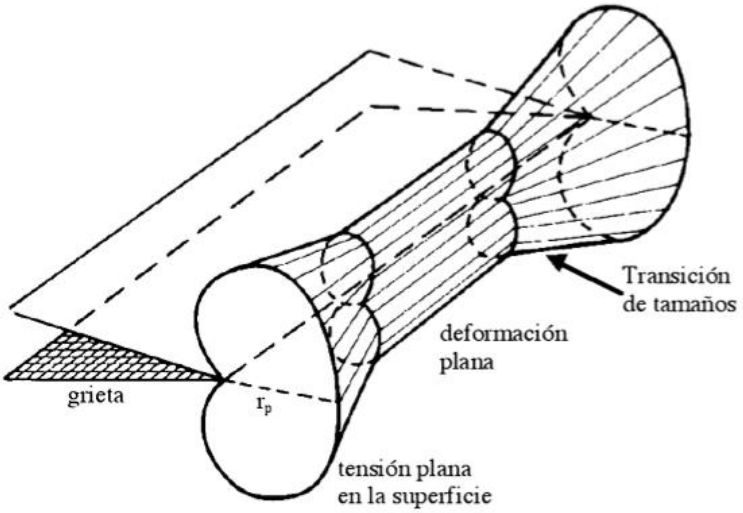


Figura 4.7.- Zona plástica tridimensional (Arana. J. L., 2002)

El hecho de tener un estado de tensión plana, permite que la zona plástica sea de un tamaño mayor porque no hay tensión ni material que se oponga al crecimiento de ésta, por lo tanto, una probeta de pequeño espesor tendrá una mayor tenacidad a la fractura K_{IC}. En la figura 4.8 se muestra la evolución de la tenacidad con el espesor de la muestra.

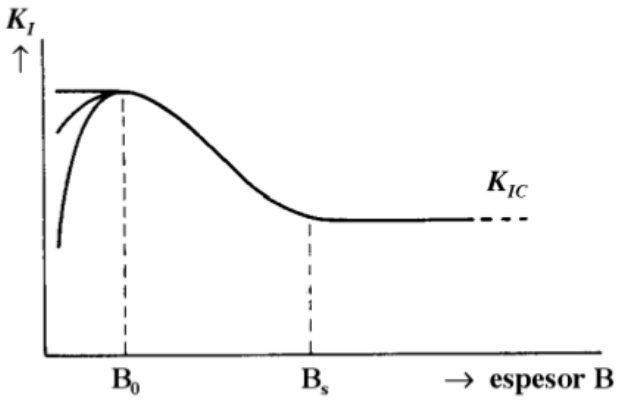


Figura 4.8.- Tenacidad a la fractura en función del espesor (Arana. J. L., 2002)

4.3. Mecánica de la Fractura Elasto-Plástica

Si la deformación se limita a una pequeña región alrededor del frente de grieta se puede hacer uso de la MFEL, pero para materiales que soportan deformaciones considerables se debe considerar la no linealidad del material. Para este caso se debe seguir la MFEP que hace uso de dos parámetros como criterio de fractura: El

desplazamiento de la Apertura del Frente de Grieta (CTOD) y la integral de contorno *J*.

4.3.1. Desplazamiento de la Apertura del Frente de Grieta

Como se ha dicho anteriormente, a consecuencia del efecto de la plasticidad se produce un enromamiento del frente de grieta (CTOD) con el aspecto de la figura 4.7. El parámetro CTOD da una medida de este enromamiento y establece un valor crítico a partir del cual se produce la propagación de la grieta. Este parámetro aumenta con la tenacidad del material y se puede relacionar con el factor de intensidad de tensiones considerando la plasticidad en el frente de grieta.

Figura 4.7.- Enromamiento (blunting), plástico, no recuperable (Arana. J. L., 2002)

Para tensión plana a partir de la estimación de Irwin:

$$\delta = CTOD = \frac{4}{\pi}\frac{K_I^2}{E\sigma_{ys}} = \frac{4}{\pi}\frac{G}{\sigma_{ys}} \tag{4.12}$$

4.3.2. La Integral *J*

En presencia de grandes plastificaciones *G* no puede ser determinada, por lo que se sustituye por un parámetro análogo *J* que puede ser directamente aplicable al diseño.

La integral de contorno *J* representa la liberación energética que acompaña a la propagación de grieta una fracción *da* cuando está bajo tensión, aun cuando haya plasticidad apreciable.

Es muy importante destacar que cuando se aplica el concepto de *J* a los materiales elasto-plásticos, hay que recordar que la tasa de liberación de energía *G* se define normalmente como la energía potencial que se libera de una estructura cuando la grieta crece en un material elástico y, sin embargo, gran parte de la energía de deformación absorbida por un material elasto-plástico no es recuperable (trabajo plástico irreversible), porque se ha empleado en la propia plastificación de una zona importantísima del material. De ahí se infiere que, en general, *J* >>> *G*.

J integral Expresa para cualquier medio continuo sólido, sin grietas ni defectos, la diferencia entre el trabajo de las fuerzas exteriores y la energía elástica acumulada a lo largo de un camino o curva *Γ*. Dicha integral es nula en cualquier contorno cerrado sin singularidades en su interior y su expresión en un elemento tipo placa sometido a un estado tensional plano es de la forma:

$$J = \int_{\Gamma} T_i u_i ds - \int_A w\, dA \tag{4.13}$$

Teniendo en cuenta el balance de Griffith:

$$J = \int_{\Gamma} \left[W dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right] \tag{4.14}$$

donde *W* es la densidad de energía de deformación: $W = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}$, cuando la curva es atravesada en dirección contraria a las agujas del reloj, siendo *s* la longitud del arco y $T \equiv \sigma_{ij} n_j$ es el vector de tracción en Γ de acuerdo con un vector unidad externo n (con dirección coseno n_j) normal a la curva Γ y u_i son los desplazamientos de cada punto en las tres direcciones del espacio.

J se puede definir como una integral de línea en cualquier curva *Γ* que rodee al frente de grieta en el sentido contrario a las agujas del reloj, como se presenta en la Figura 4.8 y expresándose con la ecuación 4.14.

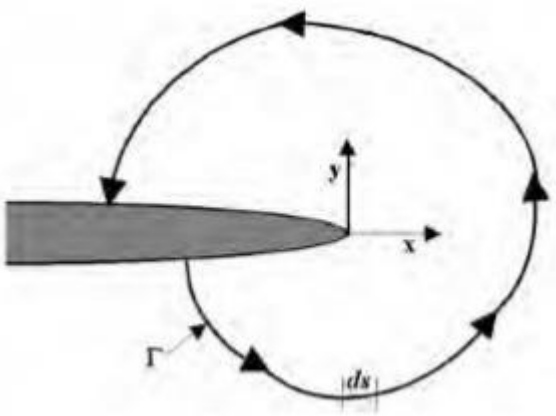


Figura 4.8.- Contorno arbitrario alrededor del frente de grieta (Arana. J. L., 2002)

4.4. Fractura en materiales sometidos a fatiga

Como ya se ha comentado, en el presente trabajo se va a analizar un proceso de fatiga, en consecuencia, es importante un conocimiento de este proceso desde el contexto de la Mecánica de la Fractura.

Entendemos por fatiga las situaciones en las que los componentes de las estructuras y mecanismos están cargados cíclicamente entre niveles de carga inferiores a la resistencia máxima de la pieza, situación que conduce, en general, a su fallo final. Desde el punto de vista de las deformaciones locales, es la forma de fallo provocada por la acción repetida de deformaciones inelásticas alternadas altamente localizadas, que provocan la creación en cada ciclo de una extensión superficial irreversible conducente a la creación de una grieta en una cierta zona del elemento estructural o la propagación de alguna grieta ya existente en el mismo.

4.4.1. Propagación de grietas por fatiga en régimen elástico, ley de Paris

Para el diseño a fatiga es necesario caracterizar la propagación de la grieta mediante algún parámetro que permita establecer la resistencia del material, de manera que pueda ser aplicado de forma general a todo tipo de casos. Teniendo en cuenta que las tensiones de fatiga son inferiores al valor del límite elástico, se puede considerar que la zona plástica se limita a una pequeña región del frente de grieta y que, por tanto, se puede aplicar la MFEL. Bajo estas condiciones, en 1961, Paris y otros colaboradores sugirieron que para una variación cíclica de tensiones, la

variación del factor de intensidad de tensiones caracteriza el crecimiento de grietas. Esta variación se expresa por:

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} \tag{4.15}$$

Siendo $K_{máx}$ y $K_{mín}$ los valores máximo y mínimo del factor de intensidad de tensiones durante un ciclo de tensión en fatiga. ΔK también se puede determinar mediante:

$$\Delta K = \Delta\sigma \cdot Y \cdot \sqrt{a \cdot \pi} \tag{4.16}$$

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \tag{4.17}$$

Haciendo uso de la MFEL, Paris propuso una ley empírica que describe el crecimiento de grieta a fatiga, conocida como ecuación de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \tag{4.18}$$

Donde da/dN es el incremento de longitud de la grieta por cada ciclo de fatiga, C y m son constantes que dependen del material y se determinan experimentalmente. El exponente m está situado entre dos y cuatro para aleaciones dúctiles. Estas constantes dependen de valores propios del material, como es la microestructura, y de las condiciones ambientales, como el propio ambiente y su temperatura, y C puede depender de la relación de cargas R, definida como:

$$R = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{máx}} = \frac{K_{mín}}{K_{máx}} \tag{4.19}$$

En la figura 4.9 se representa la ley de Paris en coordenadas doblemente logarítmicas:

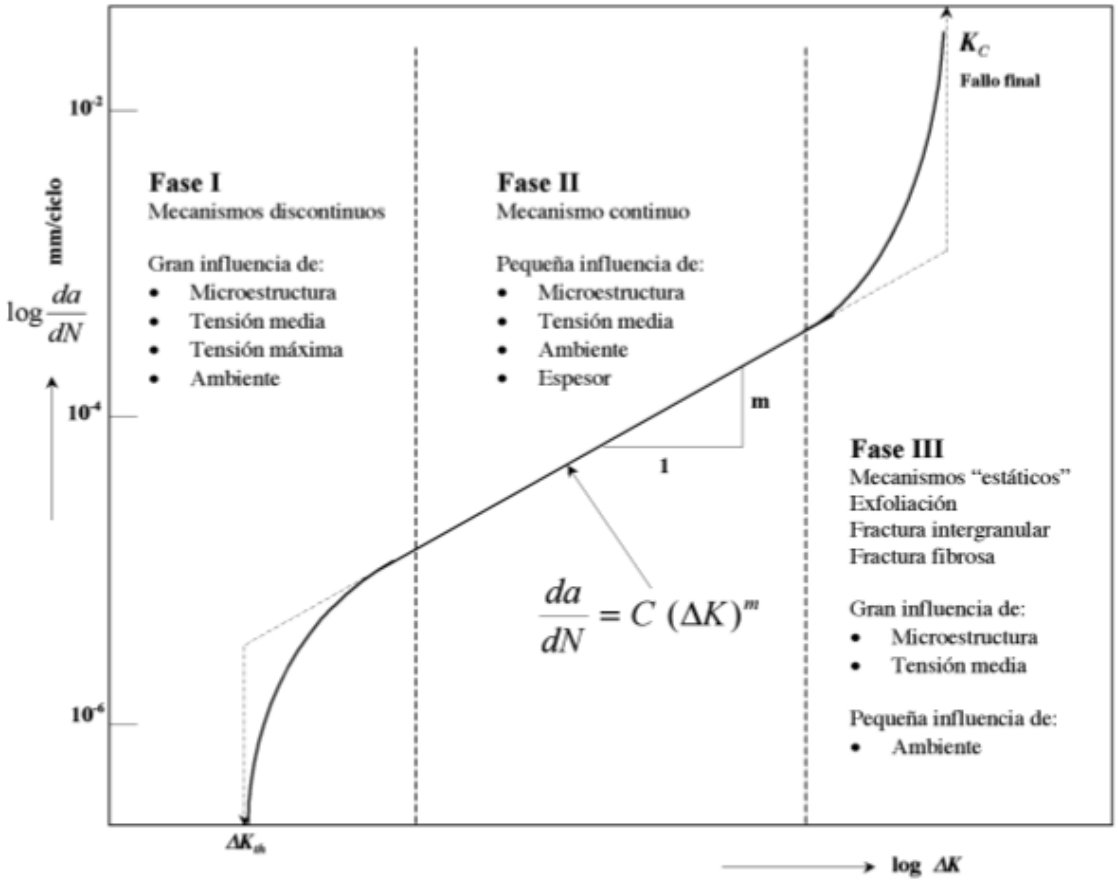


Figura 4.9.- Curva característica de una propagación de grieta en material dúctil (Arana. J. L., 2002)

- Límites de validez de la ecuación de Paris

La ley de Paris sólo se pude aplicar con secuencias de carga iguales y sin alcanzar condiciones de impacto. Nunca se puede sobrepasar el valor crítico del factor de intensidad de tensiones para conseguir un crecimiento de grieta estable.

Hay tres fases de propagación que responden a mecanismos básicos diferentes.

Fase I: es la nucleación de la grieta. ΔK_{th} es un valor umbral por debajo del cual no se considera el crecimiento de grieta.

Fase II: esta fase es la descrita por la ecuación de Paris. La grieta crece con las estrías características de la fatiga. El índice de crecimiento de grieta (da/dN) respecto al rango ΔK sigue un crecimiento lineal y el crecimiento es estable.

Fase III: el índice de crecimiento de grieta crece exponencialmente sin aumentar ΔK. El crecimiento es inestable y se produce la rotura.

4.4.2. Efecto de las sobrecargas en el crecimiento de grieta a fatiga

Se ha comprobado que cualquier cambio en el ciclo de carga tiene un efecto transitorio en la propagación de grietas en fatiga, que puede suponer una variación en la vida del elemento agrietado. El cambio en la intensidad de la carga aplicada como, por ejemplo, una sola sobrecarga, que es lo que aborda este trabajo principalmente, puede conllevar una disminución de la tasa de crecimiento de la grieta. En el contexto del proceso de fatiga y de este trabajo, una sobrecarga es un aumento del valor del esfuerzo ejercido de manera puntual a lo largo de un ciclo de carga constante.

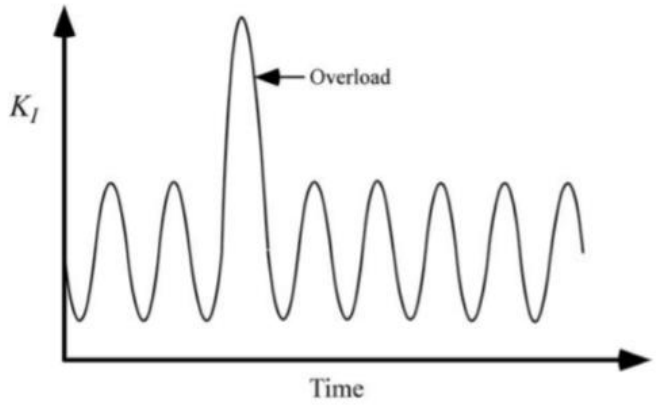


Figura 4.10.- Sobrecarga aplicada durante un proceso de fatiga (T.L. Anderson., 1995)

Como se aprecia en la figura 4.10, cuando se aplica una sobrecarga en un ciclo de fatiga, el valor de tensión aumenta. La zona plástica, que hasta la aplicación de la sobrecarga es de tamaño estable durante la propagación, aumenta de tamaño, y también las tensiones residuales que afectan a los siguientes ciclos de carga con los valores normales de K_{min} y K_{max} frenando, o incluso parando, el crecimiento de la grieta.

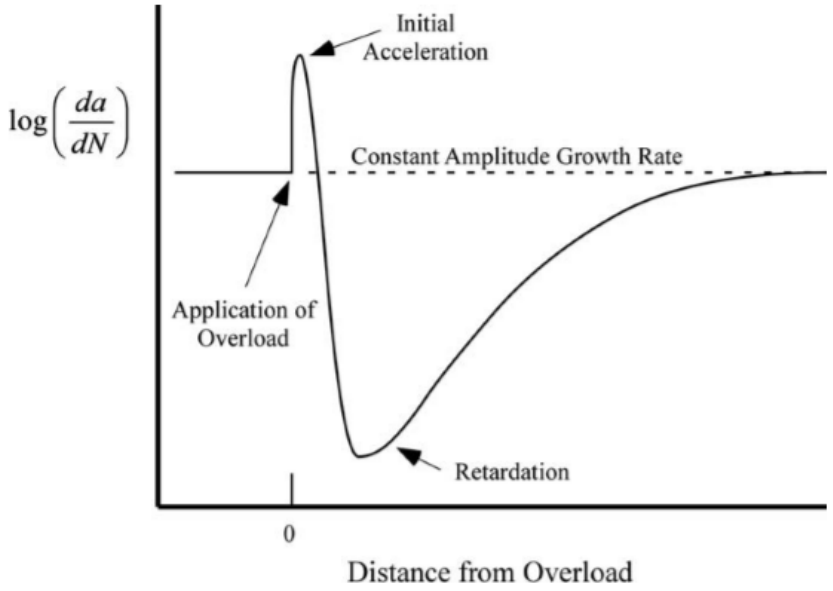


Figura 4.11.- Comportamiento típico del crecimiento de grieta tras aplicar una sobrecarga (T.L. Anderson., 1995)

En la figura 4.11, se ve el efecto que tiene la sobrecarga en la tasa de crecimiento: en el eje de ordenadas, en escala logarítmica, se representa la tasa de crecimiento de la grieta por ciclo *da/dN*, y en el eje de abscisas, la distancia a partir del vértice de la grieta tras la aplicación de la sobrecarga. Se ve como la tasa de crecimiento, que al principio era constante, aumenta al aplicar la sobrecarga, lo que es lógico, ya que un mayor esfuerzo supone un mayor daño del material, pero después, de vuelta al ciclo de tensión normal la tasa cae por debajo del valor inicial y se restablece paulatinamente.

Se han propuesto tres modelos para explicar este efecto de retardo que se describen brevemente a continuación:

- Modelo de cierre inducido por plasticidad: al crecer la grieta a través de la zona plástica dejada por la sobrecarga, tras el vértice de la misma, se produce un cierre inducido de las caras debido a la presencia de tensiones residuales produciendo el retardo.
- Modelo basado en el enromamiento de la punta de grieta: se produce un mayor enromamiento de la punta de la grieta, lo que relaja las tensiones en esta zona retardando así el crecimiento.
- Modelo basado en las tensiones residuales en el frente de grieta: las tensiones residuales de compresión del frente de grieta retrasan el crecimiento.

El primer mecanismo es el más aceptado, ya que normalmente el retardo no aparece inmediatamente tras la sobrecarga, sino que se produce una aceleración inicial de la tasa de crecimiento antes del retardo. Esta aceleración inicial se debe a que el mecanismo de cierre de grieta no aparece inmediatamente después de aplicar la sobrecarga pero sí se produce una relajación inmediata de la tensión por la disminución del factor K_{max} [3].

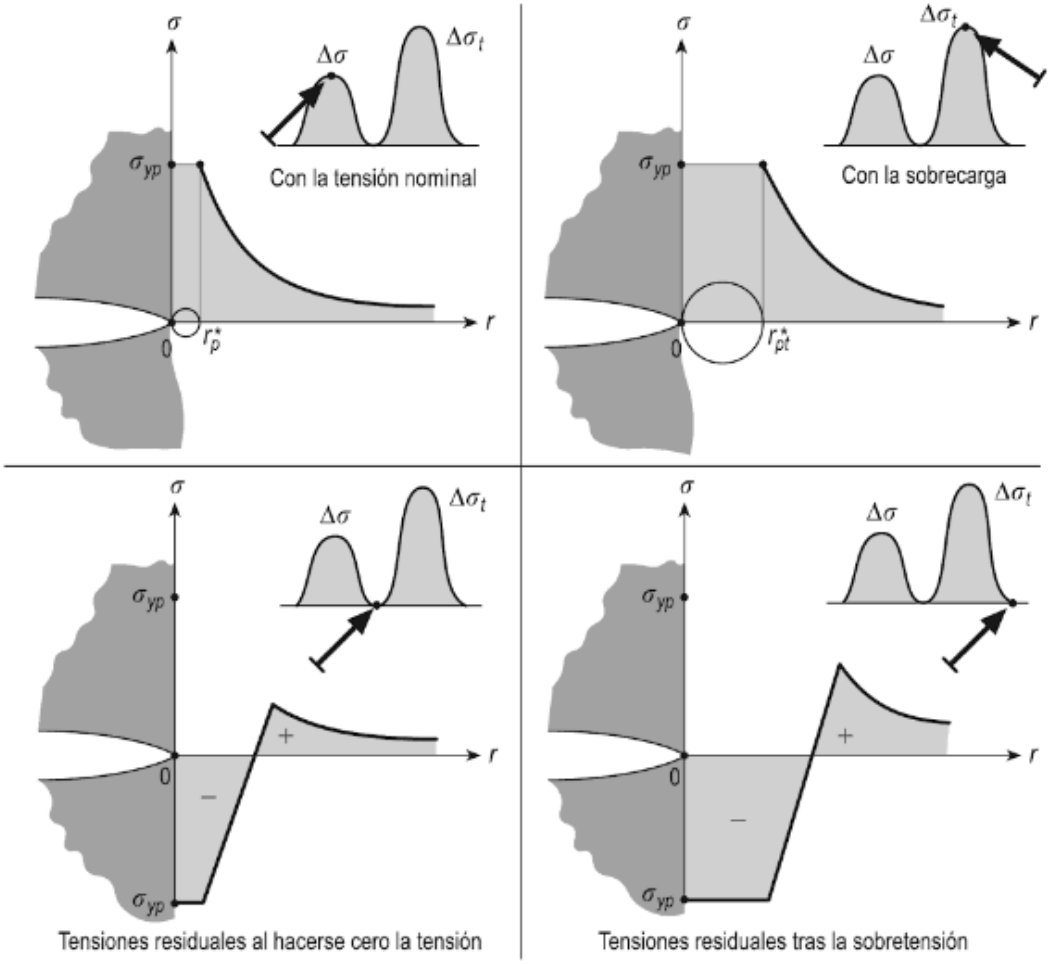


Figura 4.12.- Evolución del campo de tensiones con la sobrecarga (Avilés, R., 2015)

La figura 4.12 ilustra los campos de tensiones que tienen lugar en la zona del frente de grieta durante la aplicación de una sobrecarga. Los gráficos superiores muestran la diferencia entre el radio plástico de la carga máxima del ciclo normal y el de la sobrecarga, y en las figuras inferiores, la comparación entre el estado tensional de la carga mínima del ciclo normal y el que se da tras la sobrecarga, donde se comprueba que las tensiones de compresión tras la sobrecarga aumentan con respecto a la carga normal. El mecanismo de cierre inducido por plasticidad se debe, por tanto, a las tensiones residuales de compresión que el aumento de la zona

plástica ha provocado. La zona deformada plásticamente aumenta con la sobrecarga en la zona más próxima a la punta de la grieta, esta deformación no es recuperable, pero la zona adyacente que rodea a la plastificada sigue en régimen elástico y, por tanto, recuperará su forma original al descargarse dando lugar a una compresión de esta sobre la zona deformada permanente.

5. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO NÚMERICO

La simulación se ha llevado a cabo mediante el programa informático Abaqus. Abaqus es un programa CAE (CAE, del inglés Computer Aided Engineering) de cálculo de la plataforma SIMULIA de Dassault Systemes que basa el cálculo principalmente en el Método de Elementos Finitos (MEF). Se compone de cuatro productos:

- Abaqus/CAE: es una aplicación que permite modelar y analizar componentes y ensambles mecánicos. Dentro de éste se encuentra un producto que permite el postprocesado de los resultados llamado Abaqus/Viewer.
- Abaqus/CFD: para el cálculo de sistemas numéricos de la dinámica de fluidos.
- Abaqus/Standard: es el método de análisis general de Abaqus que emplea el sistema de integración implícito tradicional.
- Abaqus/Explicit: es un método alternativo de integración explícita permite resolver complejos sistemas no lineales con contactos y cargas transitorias.

5.1. Método de Elementos Finitos (FEM)

Para poder entender cómo trabaja un programa de cálculo como Abaqus es necesario tener unas nociones del método que utiliza, en este caso el Método de Elementos Finitos, que es el más popular en el cálculo estructural. Este método es usado por muchos otros programas de cálculo siendo una herramienta indispensable en la ingeniería, ya que permite analizar múltiples situaciones y parámetros en prácticamente cualquier diseño con mayor exactitud y complejidad que con el empleo de métodos matemáticos tradicionales.

En un sólido, conocer los campos de tensiones y deformaciones puede resultar imposible mediante unas funciones analíticas, y el MEF constituye una buena aproximación numérica de las soluciones de las ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento de un sistema. Fundamentalmente, el Método de Elementos Finitos trabaja dividiendo la estructura, que conforma un medio continuo, en regiones que conforman elementos, que pueden ser de múltiples formas y de una, dos o tres dimensiones. Estos elementos están unidos por puntos llamados nodos, donde se aplican las ecuaciones constitutivas del problema. Así, el medio pasa a ser discreto y las ecuaciones diferenciales pasan a ser algebraicas, de manera que, las incógnitas pueden resolverse mediante un sistema de ecuaciones y unas condiciones de contorno en los nodos. Las incógnitas son los desplazamientos, y a partir de estos se obtienen otras variables, tales como las tensiones y deformaciones. Para calcular los valores en el interior de los elementos, las soluciones son interpoladas mediante unas funciones de interpolación o forma.

Los pasos generales que sigue cualquier programa que emplee este método consisten en:

1. Conformado de la geometría de estudio.
2. Definición de las propiedades del material.
3. Asignación de condiciones de contorno y acciones externas.
4. Discretización del sistema mediante elementos, lo que se conoce como mallado.
5. Selección de las variables de estudio.
6. Cálculo.
7. Postprocesado.

5.2. Métodos para el estudio de la Mecánica de la Fractura en Abaqus

En el contexto de la Mecánica de la Fractura y de este trabajo en concreto, la opción de análisis elegida ha sido Abaqus/Standard de la versión 6.14, que emplea integración implícita, adecuada para problemas cuasi-estáticos como es el caso.

Principalmente, el análisis consta de las tres etapas de cálculo que se ven en la figura 5.1:

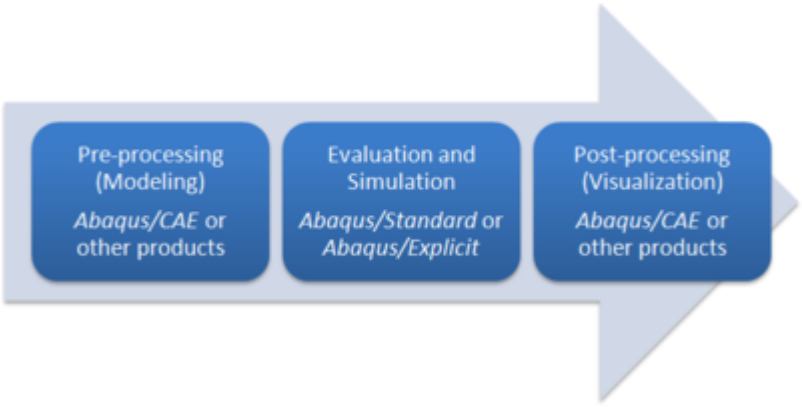


Figura 5.1.- Etapas de procesamiento en Abaqus (Abaqus Wikipedia)

- Preprocesamiento o modelado: se generan los archivos de entrada.
- Procesamiento o análisis de elementos finitos: análisis del problema. Esta etapa produce un archivo visual de salida.
- Post-procesamiento: se visualizan los resultados.

En Abaqus se pueden estudiar varios aspectos de la mecánica de la fractura. Para evaluar el inicio del crecimiento de grieta se puede emplear la **integral de contorno,** que permite obtener parámetros tales como el factor de intensidad de tensiones *K*, la integral *J* y los campos de tensiones y deformaciones. Sin embargo, la integral de contorno no contempla la propagación de la grieta por lo que no es de utilidad para el desarrollo de este trabajo. Abaqus/Standard ofrece dos caminos diferentes para evaluar la integral de contorno: mediante la aproximación con el método de elementos finitos convencional o mediante el Método de Elementos Finitos Extendido (XFEM) que se explicará más adelante. El uso del primero, al contrario de XFEM, implica enfocar la malla en la geometría de la grieta manualmente, para poder captar la zona de singularidad correctamente en el frente de grieta y especificar la dirección de extensión de la misma.

5.2.1. Técnicas para el modelado de la propagación de grieta

Para modelar el inicio y propagación de la grieta, Abaqus dispone de dos métodos: la Técnica de Cierre de Grieta Virtual (VCCT por sus siglas en inglés) y el Método de Elementos Finitos Extendido (XFEM (eXtended Finite Element Method)), aunque sólo éste último permite simular la propagación de la grieta a lo largo del interior de los elementos y de forma arbitraria, es decir, sin seguir un camino preestablecido.

1. Técnica de Cierre de Grieta Virtual (VCCT)

VCCT está disponible sólo para Abaqus/Standard y se basa en los principios de la mecánica de fractura elástica lineal (LEFM), por lo que es apropiado para fracturas frágiles. Es un enfoque energético: la energía de deformación liberada cuando una grieta se extiende una cierta distancia es la misma que la energía requerida para cerrar la grieta la misma distancia. Es necesario conocer de antemano la superficie de propagación de la grieta.

2. Método de Elementos Finitos Extendido (XFEM)

La formulación del FEM se basa en la hipótesis de que el material es continuo, es decir, sin oquedades ni discontinuidades, siendo un método excelente para determinar los campos de tensiones y deformaciones, pero para conseguir la propagación de grietas se requiere predefinir los elementos que atravesarán éstas. El método de los elementos finitos extendidos fue introducido por primera vez por Belytschko y Black en 1999. XFEM es una modificación del método de elementos finitos convencional basado en el concepto de partición de unidad que añade grados de libertad de desplazamiento para permitir la presencia de discontinuidades. Así, este método puede considerar el inicio y la propagación de la grieta a través de una trayectoria arbitraria sin necesidad de hacer un mallado especial. La propagación de la grieta se permite al utilizar la técnica de los nodos “fantasma” que crea nuevos nodos con la propagación de la grieta a través de los elementos.

- Concepto de XFEM

La formulación de XFEM simplemente añade nuevos términos que enriquecen el método de elementos finitos. Para el propósito de análisis de fractura, las funciones de enriquecimiento consisten en funciones asintóticas en el frente de grieta para conseguir la singularidad en el vértice de la grieta, y una función discontinua para los nodos de elementos agrietados que representa el salto en el desplazamiento a través de las superficies de la grieta mediante nodos fantasma. En la figura 5.2 se muestra la función vectorial de desplazamiento *u* de XFEM.

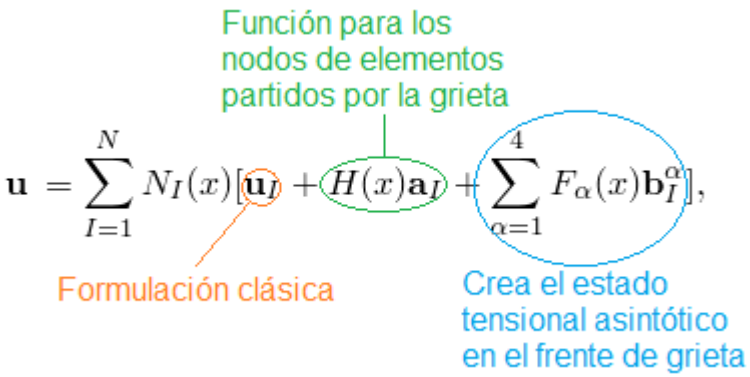


Figura 2.2.- Formulación XFEM (modificado de Abaqus Analysis User's Manual., 6.14)

donde $N_I(x)$ son las funciones de forma nodal habituales; u_I, es el vector de desplazamiento nodal usual asociado con la parte continua de la solución de elementos finitos; a_I, es el producto del vector de grado de libertad nodal enriquecido y $H(x)$, es la función asociada al salto discontinuo a través de las superficies de la grieta; Y el último término es el producto del vector de grado de libertad enriquecido nodal, b_I^α, y la función elástica asintótica del frente de grieta, $F_\alpha(x)$. El primer término en el lado derecho es aplicable a todos los nodos del modelo; El segundo término es válido para nodos de los elementos partidos; Y el tercer término se utiliza sólo para nodos de elementos cortados por el vértice de la grieta. Los dos últimos términos son los añadidos al FEM.

$H(x)$ es la función de Heaviside y sirve para representar la discontinuidad de los elementos atravesados por la grieta. Tiene valores entre 1 y -1, dependiendo de si el punto de integración se encuentra por encima o por debajo de la fisura. Viene dado por la función a tramos 5.1.

$$\mathrm{H(x)} = \begin{cases} 1 & \text{if } (\mathrm{x} - \mathrm{x}^*).\mathrm{n} \geq 0, \\ -1 & \text{otherwise,} \end{cases} \qquad (5.1)$$

En la figura 5.3 se ilustran las cooordenadas normales y tangenciales en el frente de grieta, donde x^* es el punto de la grieta más cercano a x (punto que se quiere conocer) y n es un vector unitario normal a la grieta en x^*.

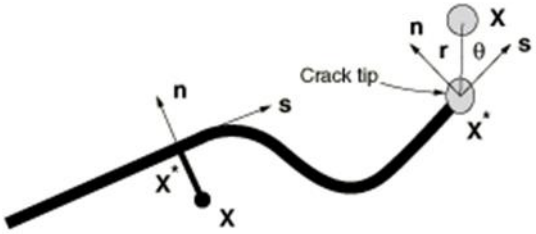


Figura 5.3.- Ejemplo de coordenadas normales y tangenciales para una grieta suave (AbaqusAnalysisUser's Manual., 6.14)

La función asintótica en el frente de grieta en un material elástico isótropo, $F_\alpha(x)$, es útil para elementos que contienen el vértice de grieta y está dada por:

$$F_\alpha(x) = \left[\sqrt{r}\,sin\frac{\theta}{2}, \sqrt{r}\,cos\frac{\theta}{2}, \sqrt{r}\sin\theta\,sin\frac{\theta}{2}, \sqrt{r}\sin\theta\,cos\frac{\theta}{2}\right], \quad (5.2)$$

donde (r, θ) es un sistema polar de coordenadas con origen en el frente de grieta y $\theta = 0$ si es tangente al frente de grieta.

Sin embargo, esta función no se aplica a XFEM en fatiga, ya que cada incremento de grieta divide totalmente el elemento por el que se propaga y nunca se tendrá el caso de que el vértice de grieta quede dentro del elemento.

- Aspectos importantes de XFEM

Para aplicar correctamente este método hay que tener en cuenta tanto las ventajas como los inconvenientes que supone su uso.

Ventajas del uso de XFEM:

- La malla es independiente de la grieta y no es necesaria su localización.
- Permite la no linealidad del material y de la geometría.
- No hay que remallar la geometría.

Limitaciones del uso de XFEM:

- El uso de XFEM está disponible sólo para elementos en dos dimensiones continuos de primer orden de tensión/ desplazamiento (CPS4/ CPE4) y elementos en tres dimensiones sólidos. No admite modelos tipo shell tridimensionales.
- No analiza la rotura completa (no puede influir en la geometría del problema).
- La grieta no puede ramificarse (una grieta por elemento).

- El cambio en la dirección del crecimiento no puede ser mayor de un ángulo de 90º.
- No permite el modelado de contactos complejos entre superficies, sólo pequeñas fricciones.

5.2.2. Mallado para el estudio de la Mecánica de la Fractura

La validez y precisión de los resultados obtenidos en estudios que conllevan la propagación de la grieta, como es una simulación de fatiga, están muy influenciados por el mallado del modelo, ya que un mallado muy grueso afecta de manera negativa a los resultados dando errores. En cambio, un mallado excesivamente fino aumenta el tiempo de análisis drásticamente y no necesariamente se obtienen mejores resultados. Por lo tanto, se debe encontrar un equilibrio entre el tamaño de los elementos y el coste computacional comprometiendo lo menos posible la validez de los resultados. También es importante el tipo de elemento usado. Dependiendo de la técnica de modelado y de la geometría del elemento, se debe usar elementos de forma triangular o cuadriláteros y de tipo lineal o cuadrático.

Como se ha mencionado antes, usar el método FE convencional requiere un mallado enfocado en la grieta. El método de la integral de contorno, que evalúa la integral *J*, necesita elementos cuadráticos si se trabaja en dos dimensiones y que la malla tenga anillos concéntricos con el vértice de la grieta para definir el dominio de integración. Este mallado implica usar elementos triangulares en la zona inmediata al vértice para capturar la singularidad $1/\sqrt{r}$. En la figura 5.4 se muestra un ejemplo del tipo de mallado a usar para el método de la integral de contorno.

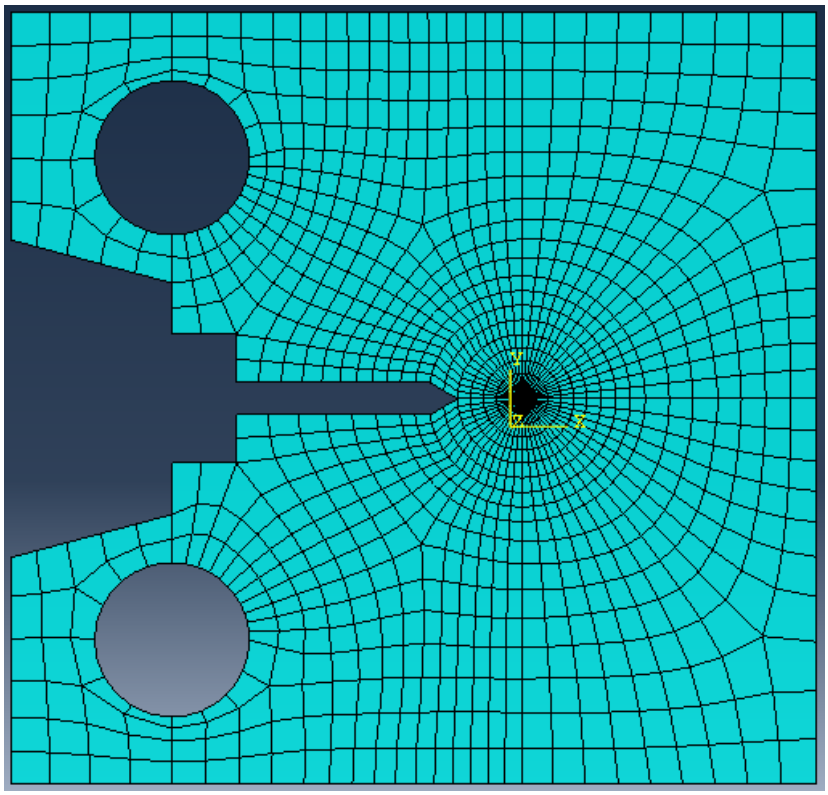


Figura 5.4.- Mallado típico mediante la formulación FEM usando la integral de contorno

El problema del Método de Elementos Finitos es que no permite modelar fácilmente la propagación de la grieta, ya que requiere remallar la geometría cada vez que la grieta aumente un incremento. En cambio, el método de los elementos finitos extendidos sólo utiliza una malla para todo el proceso. La ventaja más notable de XFEM es que la grieta es independiente y no se incluye en el mallado. Esta es una de las razones por las que se ha elegido la formulación XFEM para llevar a cabo el trabajo. Aunque el mallado en XFEM es mucho más simple, se requiere que en la zona de la trayectoria de la grieta los elementos tengan un tamaño considerablemente pequeño para poder captar la plastificación en los bordes de la grieta. El tamaño del elemento se puede determinar usando el parámetro de la medida del radio plástico de la ecuación 4.11 planteada por Dugdale. Según la bibliografía [11] este radio plástico debe estar dividido en unos 20 elementos para conseguir captar la zona plástica adecuadamente, resultando un tamaño de elemento de entre 0.1 y 0.02 mm.

Las zonas suficientemente alejadas de la grieta pueden tener un tamaño de elemento más grueso, ya que no afectan a la propagación de la grieta y apenas concentran tensiones y deformaciones. Sin embargo, es importante tener cuidado

con la transición entre el tamaño de elementos de una zona a otra, que debe hacerse de la manera más suave posible o de lo contrario puede resultar en problemas de inestabilidad del método.

El resultado del mallado en XFEM para este trabajo se expone en el capítulo 7.

6. PLANTEAMIENTO DEL MODELO E HIPÓTESIS

En los siguientes apartados se exponen los datos que han sido necesarios para llevar a cabo la simulación.

6.1. Materiales empleados

Los materiales analizados han sido dos: aluminio 2024-T3 y titanio, usados comúnmente en la industria. En las tablas 1 y 2 se muestran sus propiedades mecánicas y de fractura.

Propiedades mecánicas del aluminio 2024-T3

Tabla 1.- Propiedades del aluminio

Aluminio 2024-T3				
Propiedades mecánicas		Parámetros de la ley de Paris		
Módulo de Young (MPa)	72006	R = 0	C	$4 \cdot 10^{-10}$
Coeficiente de Poisson	0.33		m	2.547
Tensión de rotura (MPa)	457	R = 0.5	C	$4 \cdot 10^{-10}$
ΔK_{thresh} (MPa$\sqrt{m}$)	6		m	2.715
K_{IC} (MPa$\sqrt{m}$)	37	n	1	

Valores de tensión- deformación	
Tensión (MPa)	Deformación
331.3872	0
345.3304	0.0013243
358.8788	0.00347559
367.8232	0.00552064
374.6632	0.00744874
379.3988	0.00905994
384.7916	0.01120774
389.6588	0.01308044
393.7364	0.01504304
397.9456	0.01697424
400.312	0.01849084
405.312	0.02096574

407.944	0.02240264
409.916	0.02427724
412.548	0.02621754
414.256	0.02769524
417.28	0.02964324
420.308	0.03135214
422.676	0.03334194
425.304	0.03535204
426.752	0.03695654
428.724	0.03859444
431.224	0.04051214
433.856	0.04263374
436.748	0.04496754
438.592	0.04687264
440168	0.04863944
441.22	0.05023964
442.932	0.05244604
444.508	0.05400334
445.564	0.05564184
447.536	0.05764874
449.112	0.05971464
450.56	0.06153964
452.272	0.06340564
453.588	0.06547784
454.768	0.06743604
455.296	0.06857804
456.348	0.06998464
457.136	0.07073294

Propiedades mecánicas del titanio

Tabla 2.- Propiedades del titanio

<table>
<tr><td colspan="5">Titanio</td></tr>
<tr><td colspan="2">Propiedades mecánicas</td><td colspan="3">Parámetros de la ley de Paris</td></tr>
<tr><td>Módulo de Young (MPa)</td><td>105000</td><td rowspan="4">R = 0.6</td><td>C</td><td>$1 \cdot 10^{-10}$</td></tr>
<tr><td>Coeficiente de Poisson</td><td>0.33</td><td rowspan="3">m</td><td rowspan="3">2.83</td></tr>
<tr><td>Tensión de rotura (MPa)</td><td>448</td></tr>
<tr><td>ΔK_{thresh} (MPa$\sqrt{m}$)</td><td>8</td></tr>
<tr><td>K_{IC} (MPa$\sqrt{m}$)</td><td>47</td><td>n</td><td colspan="2">1</td></tr>
<tr><td colspan="5">Valores de tensión- deformación</td></tr>
<tr><td colspan="2">Tensión (MPa)</td><td colspan="3">Deformación</td></tr>
<tr><td colspan="2">390</td><td colspan="3">0</td></tr>
<tr><td colspan="2">407</td><td colspan="3">0.00569</td></tr>
<tr><td colspan="2">409</td><td colspan="3">0.01121</td></tr>
<tr><td colspan="2">411</td><td colspan="3">0.0167</td></tr>
<tr><td colspan="2">413</td><td colspan="3">0.0222</td></tr>
<tr><td colspan="2">415</td><td colspan="3">0.0277</td></tr>
</table>

417	0.03329
419	0.03881
421	0.0443
423	0.04985
425	0.0553
427	0.0608
429	0.066
431	0.0719
433	0.0774
435	0.0829
437	0.08848
439	0.094
441	0.0995
443	0.105
445	0.11055

6.2. Elementos ensayados

Las probetas que se han simulado son tipo CT. Estas probetas son ampliamente usadas en ensayos experimentales para evaluar comportamiento de los materiales en presencia de una grieta, su vida a fatiga y determinar parámetros tales como el factor de intensidad de tensiones, los coeficientes de la ley de Paris, etc. Esencialmente, se ha querido comprobar que con la simulación se puede llegar a resultados realistas, por lo que los datos y la geometría que se han considerado pertenecen a ensayos experimentales anteriores. A continuación se exponen las geometrías con sus dimensiones para cada material.

Probeta CT de Aluminio 2024-T3

En la figura 6.1 se muestra la geometría de la probeta de aluminio con un espesor de 2 mm.

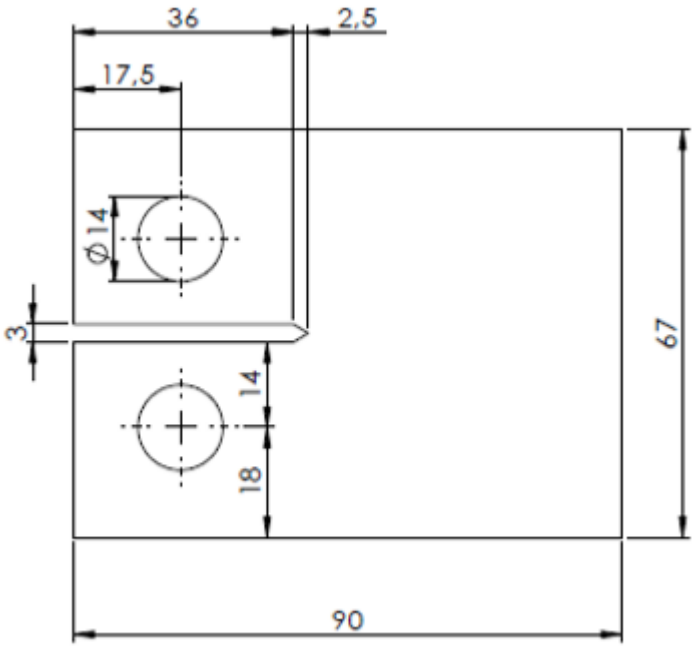


Figura 6.1.- Geometría de la probeta de aluminio (Rodríguez, A. D., 2016)

Probeta CT de Titanio

En la figura 6.2 se muestra la geometría de la probeta de titanio de espesor 1 mm.

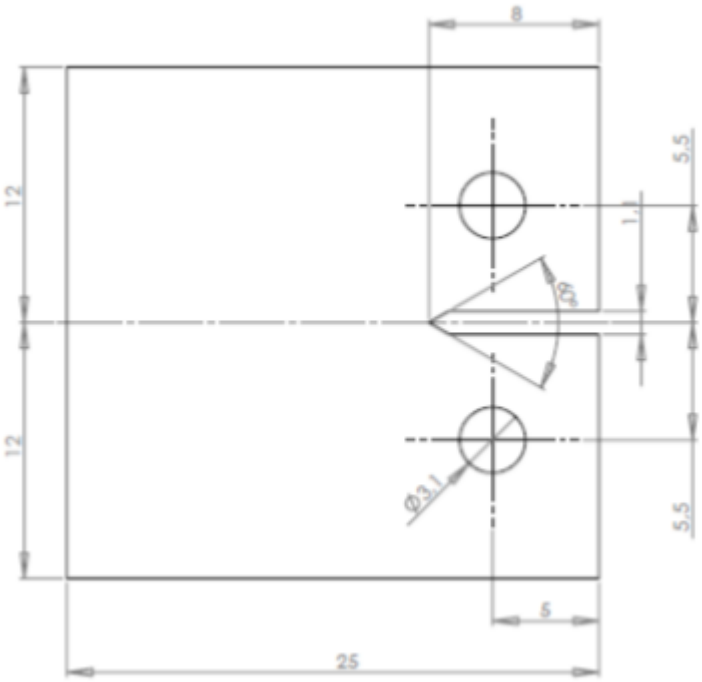


Figura 6.2.- Geometría de la probeta de titanio (Rodríguez, A. D., 2016)

6.3. Condiciones de carga estudiadas

Ciclos de carga estudiados para el aluminio

Para la probeta de aluminio se han estudiado dos condiciones de carga cíclica: una entre 5 y 600 N (R = 0), y otra entre 600 y 1200 N (R = 0.5). En ambos casos se ha aplicado una sobrecarga de factor 1.5 sobre la carga máxima del ciclo: 900 N y 1800 N respectivamente.

Ciclo de carga estudiado para el titanio

Para esta probeta se han estudiado una condición de carga cíclica entre 450 y 750 N (R = 0.6) y una sobrecarga puntual con un factor 1.5 de amplificación sobre la máxima: 1125 N.

El modo de aplicar la sobrecarga y la parte del ciclo donde se lleva a cabo para cada material se muestra en el apartado 7.4 del capítulo 7.

6.4. Amplitud de los ciclos de carga

El ciclo de carga estudiado se modela como una función senoidal mediante una serie de Fourier:

$$a = A_0 + \sum_{n=1}^{N} [A_n \cos n\omega\,(t - t_0) + B_n \sin n\omega\,(t - t_0)] \quad \text{para } t \geq t_0$$

$$a = A_0 para t \geq t_0 \tag{5.22}$$

donde t_0, N, ω, A_0, A_n, y B_n, n=1,2…N, son constantes definidas por el usuario. La frecuencia usada para todos los ciclos es de 10 Hz. A continuación se expone en la tabla 3 las constantes para cada ciclo de carga:

Tabla 3.- Parámetros para la honda de carga

	Ciclo de carga (N)		
	CT aluminio		CT titanio
Constantes de la serie de Fourier	5-600	600-1200	450-750
A_0	0.504166667	0.75	0.8
A_1	0	0	0
B_1	0.495833333	0.25	0.2
T_0	0.025	0.025	0.025

6.5. Hipótesis y enfoque del modelado

Como simplificación para facilitar el estudio, los modelos se han realizado considerando un análisis en dos dimensiones, materiales isótropos y homogéneos, y modo I puro para el modo de carga.

En Abaqus, el análisis de un proceso de fatiga con crecimiento de grieta se modela mediante el uso de **"low-cycle fatigue" (LCF)**, una técnica que modela el daño progresivo y el fallo del material cuando se tienen cargas fluctuantes. Para esto, debemos elegir los criterios de iniciación y evolución del daño del material. Aunque significa fatiga de bajo ciclo también puede usarse para fatiga de alto ciclo.

Hay dos enfoques disponibles en XFEM para modelar la propagación de grieta, uno utiliza la mecánica de daños continuos, y otro, el principio de la mecánica de la fractura elástica lineal. Como se ha mencionado en el capítulo 5, el enfoque de la mecánica de la fractura elástica lineal (LEFM) utiliza la técnica modificada de cierre virtual de grieta (VCCT) para calcular la velocidad de liberación de energía de deformación en el vértice de la grieta. Este enfoque es más apropiado para problemas de fractura frágil. El enfoque basado en la mecánica del daño continuo es más apropiado para los materiales dúctiles, en el que la carga cíclica conduce a la inversión del esfuerzo y a la acumulación de tensiones plásticas, que a su vez provocan la iniciación y propagación de grietas. Los materiales empleados para la evaluación tienen un comportamiento dúctil, por lo que, se ha hecho uso del enfoque de la mecánica de daños continuos con el método XFEM aplicado a LCF.

LCF es un método de análisis del proceso de fatiga de bajos ciclos que emplea la aproximación cíclica directa. El análisis cíclico directo, en Abaqus, es un tipo de análisis cuasi-estático (cuando la respuesta del material depende del tiempo) que obtiene la respuesta estabilizada de una estructura sometida a carga periódica. Utiliza una combinación de series de Fourier e integración en el tiempo del comportamiento del material no lineal para obtener la respuesta estabilizada de la estructura directamente. Esta respuesta se evalúa en puntos discretos a lo largo del ciclo de carga. La solución en cada uno de estos puntos se utiliza para predecir la degradación y evolución de las propiedades del material que tendrá lugar durante el siguiente incremento, que abarca varios ciclos de carga, ΔN. En la figura 6.3 se

muestra la disminución de la rigidez del material *E*, debido al daño acumulado en cada ciclo *N*. Luego, las propiedades del material degradado se utilizan para calcular la solución en el siguiente incremento. Por lo tanto, la tasa de crecimiento de grietas y el daño se actualiza continuamente a lo largo del análisis. Este tipo de modelado permite la simulación de procesos de fatiga al no tener que evaluar la respuesta de la estructura en cada ciclo disminuyendo así el coste computacional.

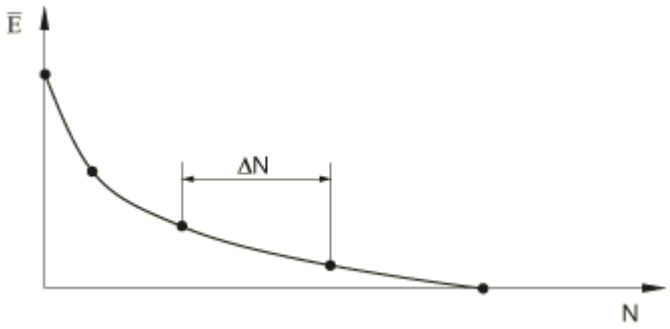


Figura 6.3.- Degradación elástica de la rigidez en función del número de ciclos (AbaqusAnalysisUser's Manual., 6.14)

En grietas que se propagan, la zona de singularidad en XFEM se modela utilizando uno de los siguientes dos enfoques: uno es el **método de los segmentos cohesivos** basado en el comportamiento cohesivo tracción-separación y otro es el basado en los principios de la mecánica de fractura elástica lineal. Ambos usan el método de los nodos fantasma para permitir la propagación de la grieta. La técnica usada en este trabajo ha sido el los segmentos cohesivos, por los motivos que se exponen a continuación.

6.5.1. Modelado de grietas móviles con el método de segmentos cohesivos y nodos fantasmas

El método de los segmentos cohesivos está disponible en Abaqus/Standard para calcular la iniciación y propagación de la grieta a lo largo de una trayectoria arbitraria, y se basa en el comportamiento cohesivo de tracción-separación [3]. Puede usarse para modelar fractura frágil o dúctil. Con esta técnica, modelar la singularidad asintótica que se da en el frente de grieta no es necesario, sólo se considera el salto de desplazamiento a través de un elemento agrietado, ya que la propagación de la grieta no está ligada a los límites del elemento. En este caso, la propagación de la grieta se hace elemento a elemento cada vez que esta aumenta un incremento.

Los nodos fantasma, figura 6.4, son una serie de nodos que se superponen a los nodos reales originales. Se introducen para representar la discontinuidad de los elementos agrietados. Cuando el elemento no está agrietado, los nodos fantasma coinciden con los nodos reales correspondientes. Si el elemento es cortado por la grieta, el elemento agrietado se divide en dos partes y los nodos reales y fantasmas se separan moviéndose independientemente. Cada parte está formada por una combinación de algunos nodos reales y fantasmas dependiendo de la orientación de la grieta. Más información se puede encontrar en [3].

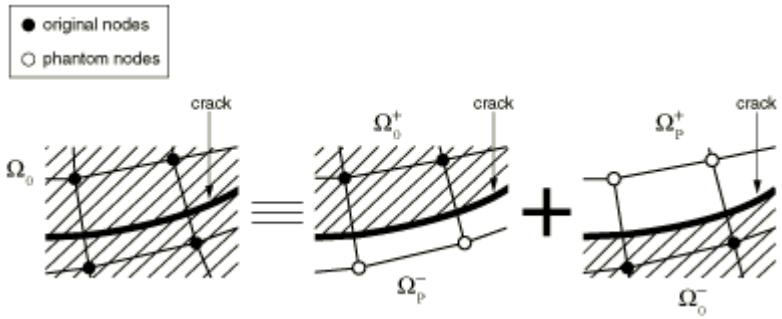


Figura 6.4.- Nodos fantasma(Abaqus Analysis User's Manual., 6.14)

El modo de definir las técnicas utilizadas y los parámetros utilizados se explica en el capítulo 8.

7. IMPLEMENTACIÓN EN ABAQUS

En este capítulo se hace uso de la probeta de aluminio para explicar el proceso de creación del modelo y los parámetros que se han definido. Para la probeta de titanio los pasos seguidos son los mismos, únicamente cambiando parámetros y dimensiones por los correspondientes para este material y geometría.

Para guiarse en la estructura de Abaqus/CAE, se debe tener en cuenta que se divide en unidades funcionales llamadas módulos. Cada módulo contiene las herramientas que son relevantes para definir una parte específica del modelado. La figura 7.1 muestra la interfaz general de Abaqus, donde a la izquierda, se ve la columna con los módulos.

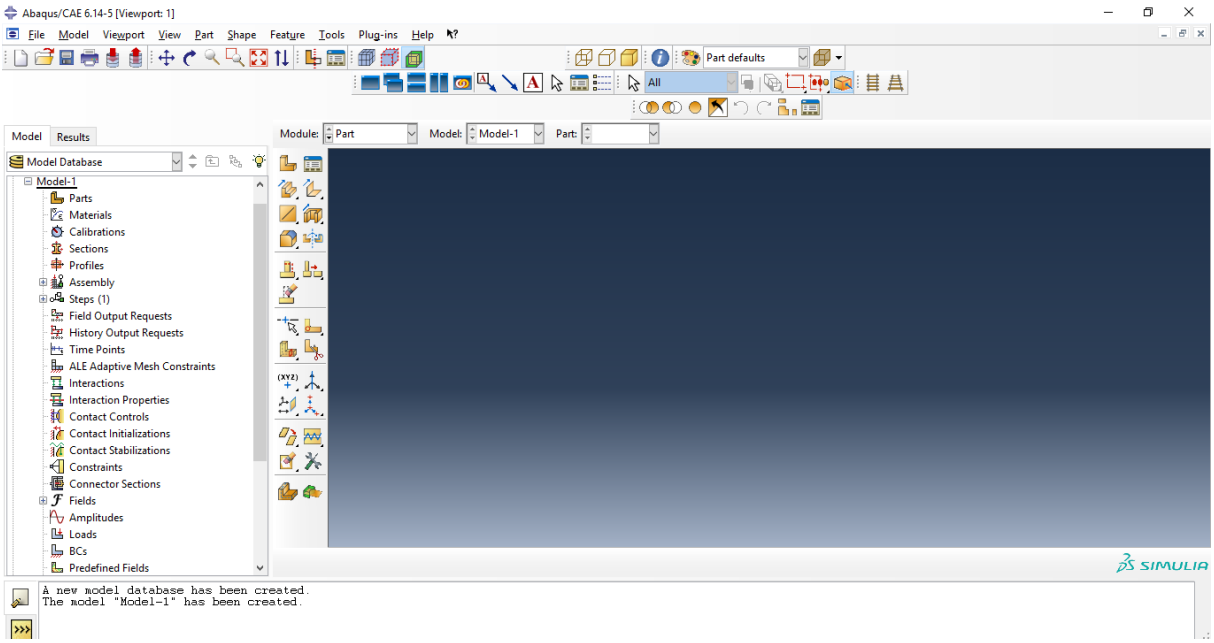


Figura 7.1.- Interfaz gráfica de Abaqus.

Este capítulo recoge en cada apartado los módulos necesarios, y los pasos seguidos para poder realizar el modelado.

7.1. Geometría. Módulo “Part”

En este módulo se define la geometría de las partes o parte con la herramienta “Create Part”. Las caracterísitcas usadas para definir el part de la probeta se muestran en la figura 7.2.

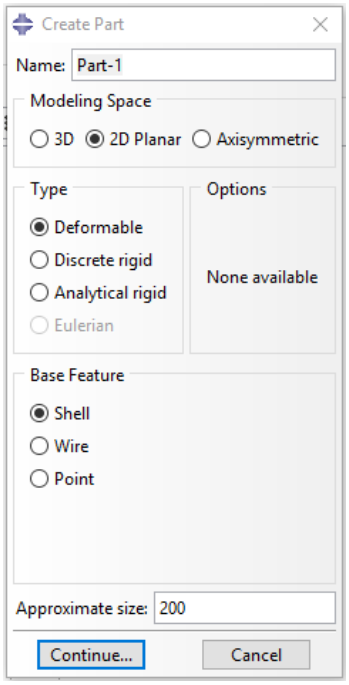


Figura 7.2.- Definición del part de la probeta.

Una vez definida la geometría básica, en el mismo módulo, se hicieron particiones sobre el modelo para facilitar aspectos del mallado tales como la transición entre elementos de distinto tamaño, mediante la herramienta "Partition Face: Sketch". Por las necesidades de refinamiento de la malla en la zona de la propagación de la grieta, se ha dividido la probeta de la forma que se muestra en la figura 7.3:

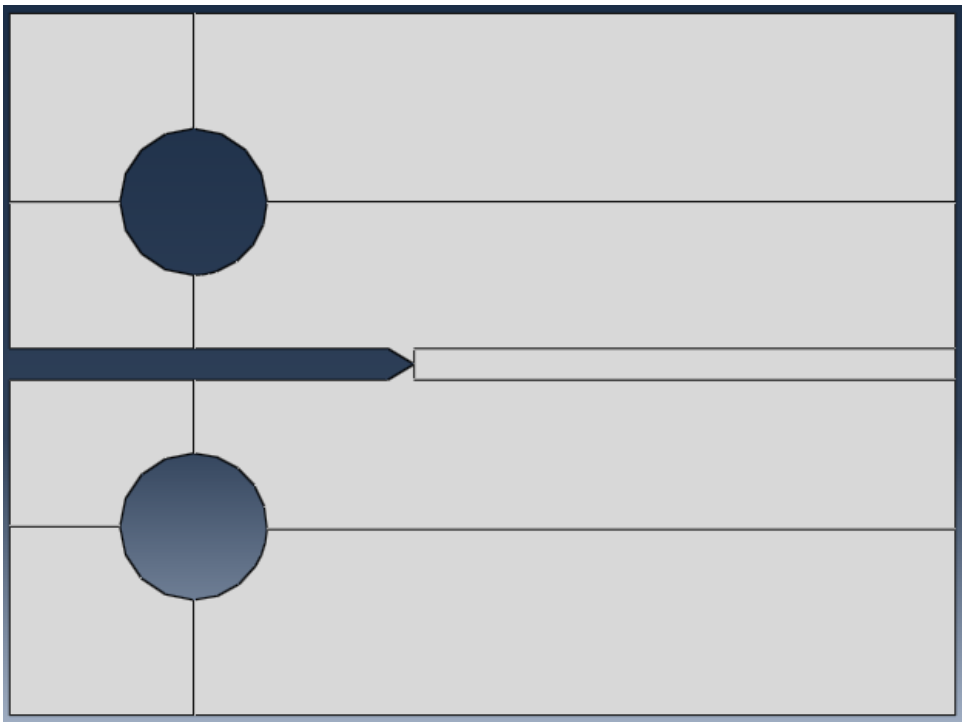


Figura 7.3.- Divisiones del modelo de la probeta de aluminio.

Con el uso de XFEM, para definir la iniciación de la grieta ha sido necesario crear otro part, esta vez en 2D y de aspecto “wire”, que representa dicha grieta. La grieta realmente no es un objeto material, por lo que no tiene propiedades ni sección y su utilidad es simplemente identificar la zona donde comienza a agrietarse la probeta. La geometría de este part es una linea horizontal con 1 mm de longitud en el caso de la probeta de aluminio. En la probeta de titanio, por ser más pequeña, es una línea horizontal de 0.5 mm.

7.2. Módulo “Property”

En este módulo se asigna la sección de la probeta y se definen las propiedades del material. A continuación se muestra el procedimiento que se ha seguido para este módulo.

Para crear el material hacer click en “Create Material”. La correcta definición del material es esencial para conseguir unos resultados realistas, siendo mejor cuanto más caracterizado esté éste. Los datos aportados en el capítulo 6 son

suficientes para hacer una buena caracterización de este problema en concreto: las propiedades elásticas y plásticas, las leyes de daño y de evolución del material.

Para definir las propiedades elásticas, en la ventana emergente, seleccionar la pestaña “Mechanical” → “Elasticity” → “Elastic” e introducir los datos pertinentes, figura 7.4.

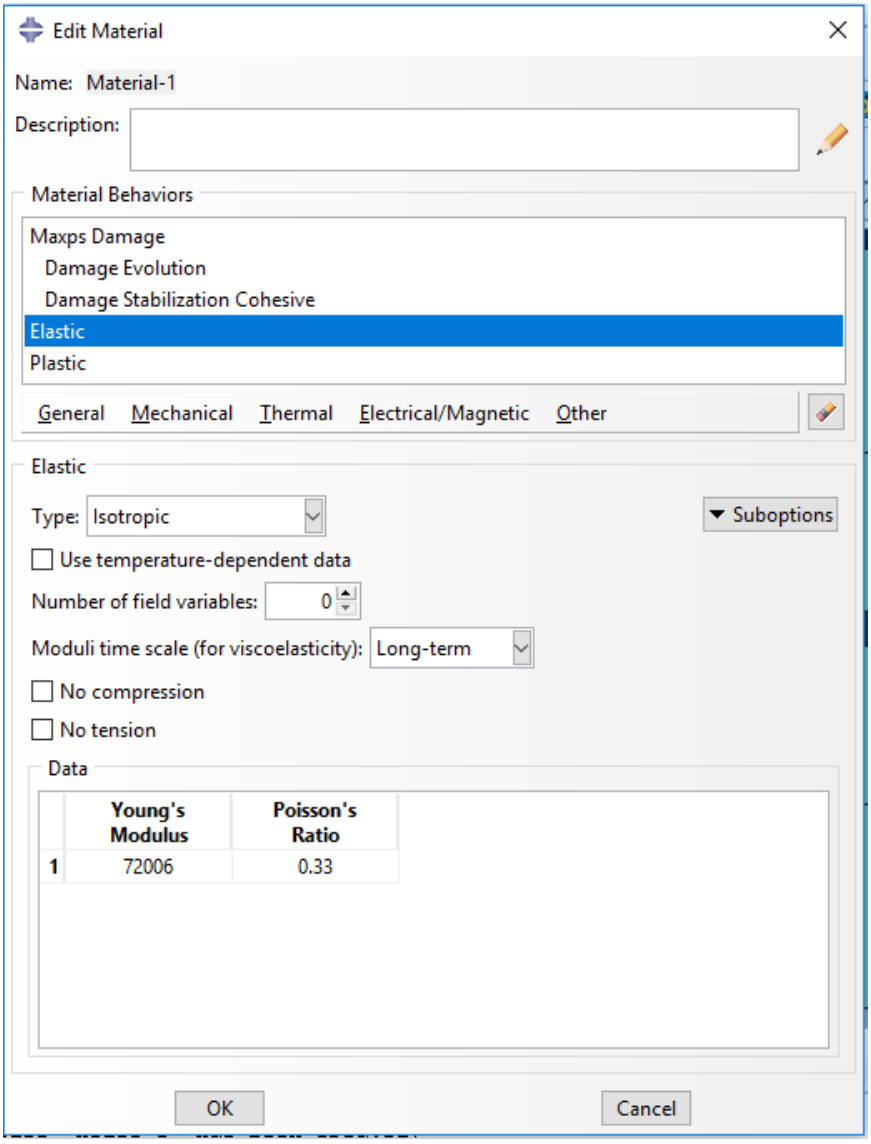


Figura 7.4.- Propiedades elásticas del aluminio.3

Para definir las propiedades plásticas, se selecciona “Mechanical” → “Plasticity” → “Plastic” e y se introducen los datos de la curva de tensión-deformación en el apartado “Data” sin alterar el resto de opciones.

Para introducir el criterio de daño del material basado en los segmentos cohesivos seleccionar: “mechanical” → “Damage for traction-separation laws” y

dentro de esta ley “Maxps Damage”, que define el inicio del daño mediante la tensión principal máxima. El criterio “Maxps Damage” se muestra en la ecuación 7.1 y establece que cuando se supera el valor $f = 1$ se produce la propagación de la grieta. La tensión principal máxima como criterio para el inicio del daño es más apropiada para problemas de tensión plana, como es el caso. Para problemas de deformación plana es más apropiado un criterio basado en la deformación máxima principal: “Maxpe Damage”. Existen otros criterios, pero por los datos de los que se dispone y el tipo de análisis no se contempla su uso.

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^{0}} \right\} \tag{7.1}$$

donde σ_{max}^{0}representa la tensión principal máxima admisible. Los corchetes $\langle\ \rangle$ indican que si la tensión aplicada σ_{max} es menor de cero (compresión) el valor del numerador es igual a cero, y la grieta no se propaga.

En la pestaña “Maxps Damage”, figura 7.5, introducir la tensión principal máxima, que al ser un estado tensional de modo I es el valor de la tension última del material.

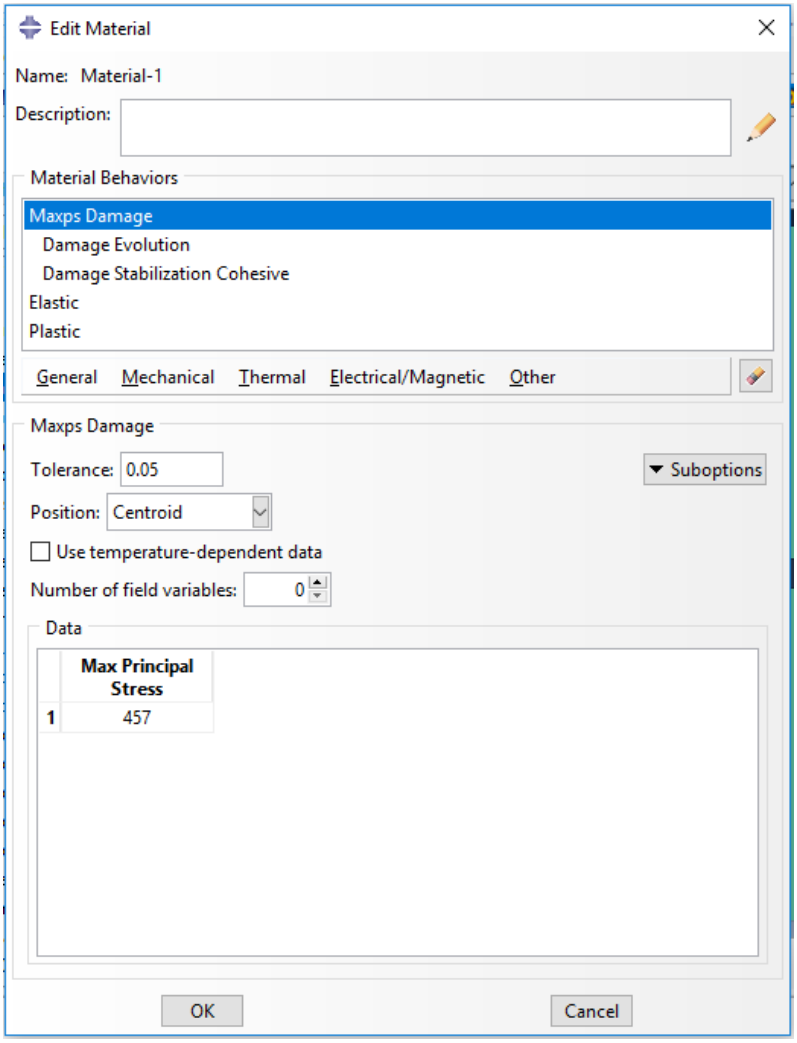


Figura 7.5.- Definición del criterio de inicio del daño del aluminio.

Después, en la misma pestaña, seleccionar en “Suboptions” la opción “Damage Evolution” para definir la evolución del daño. Por los datos de que se dispone se ha optado por un modelo de comportamiento en modo mixto llamado Power law que se basa en la energía como criterio. El modelo Power law es descrito en [12] mediante la ecuación (7.2). Usa la tasa de liberación de energía crítica como criterio de propagación de la grieta para calcular la velocidad de liberación de energía de fractura equivalente G_{equivC}.

$$\frac{G_{equiv}}{G_{equivC}} = \left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^{a_m} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^{a_n} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^{a_0} \qquad (7.2)$$

Se ha tomado el valor de 1 para a_m, a_n, a_0por no disponer de estos datos.

Existen también otros dos modelos de evolución parecidos: BK law y Reeder law.

En este trabajo, donde se ha estudiado un proceso de fatiga, el inicio y la propagación de grieta se caracterizan empleando el criterio de fatiga de bajo ciclo (LCF) mediante la ley de Paris como criterio de fractura cuya implementación se define el el apartado 7.8.

La tasa de liberación de energía se ha obtenido mediente la ecuación (4.9) y los datos del material. El aspecto de la ventana “Damage Evolution”, en el caso del aluminio debe ser el de la figura 7.6.

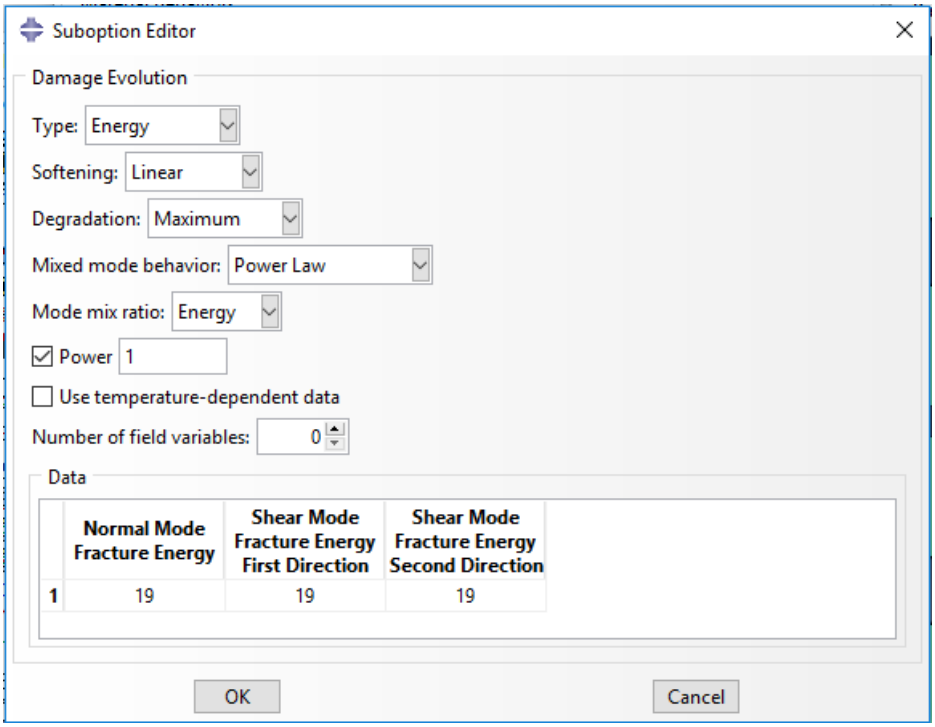


Figura 7.6.- Definición del criterio de evolución del daño del aluminio.

Para mejorar la convergencia del modelo seleccionar “Damage Stabilization Cohesive” en “Suboption” e introducir el valor del coeficiente de viscosidad $1 \cdot 10^{-5}$.

La sección se caracteriza en el mismo módulo mediante la herramienta “Create section”. En la figura 7.7 se define el tipo de sección elegida.

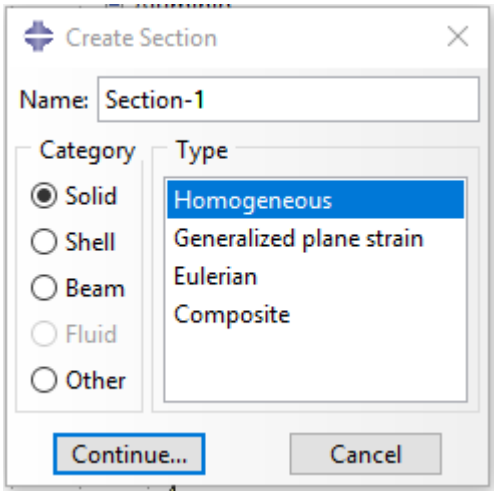


Figura 7.7.- Características del material.

En la figura 7.8 se muestra como definir el espesor de la probeta: 2 mm para la de aluminio y 1 mm para la de titanio.

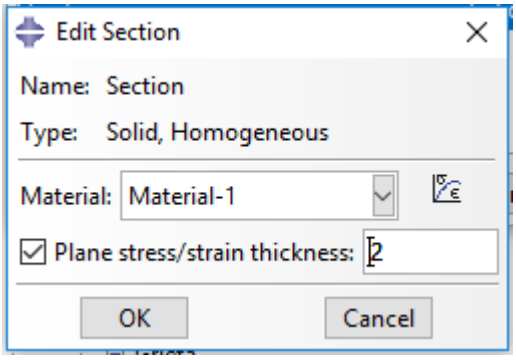


Figura 4.8.- Espesor de la probeta de aluminio.

7.3. Definición del modelo. Módulo "Assembly"

Mediante este módulo se ha referenciado cada una de las partes a un sistema global de coordenadas haciendo doble click en la herramienta "Create Instance" y realizando los siguientes pasos:

En la ventana emergente seleccionar la parte de la probeta para asignarle un mallado de tipo independiente, y posteriormente, seleccionar la grieta y asignarle mallado dependiente. Usar la herramienta "Translate Instance" para posicionar la grieta en el vértice de la muesca de la probeta. La muesca, por su forma, es la zona

que concentra la mayor tensión y, por tanto, donde comienza a crecer la grieta. El resultado de este módulo se muestra en la figura 7.9:

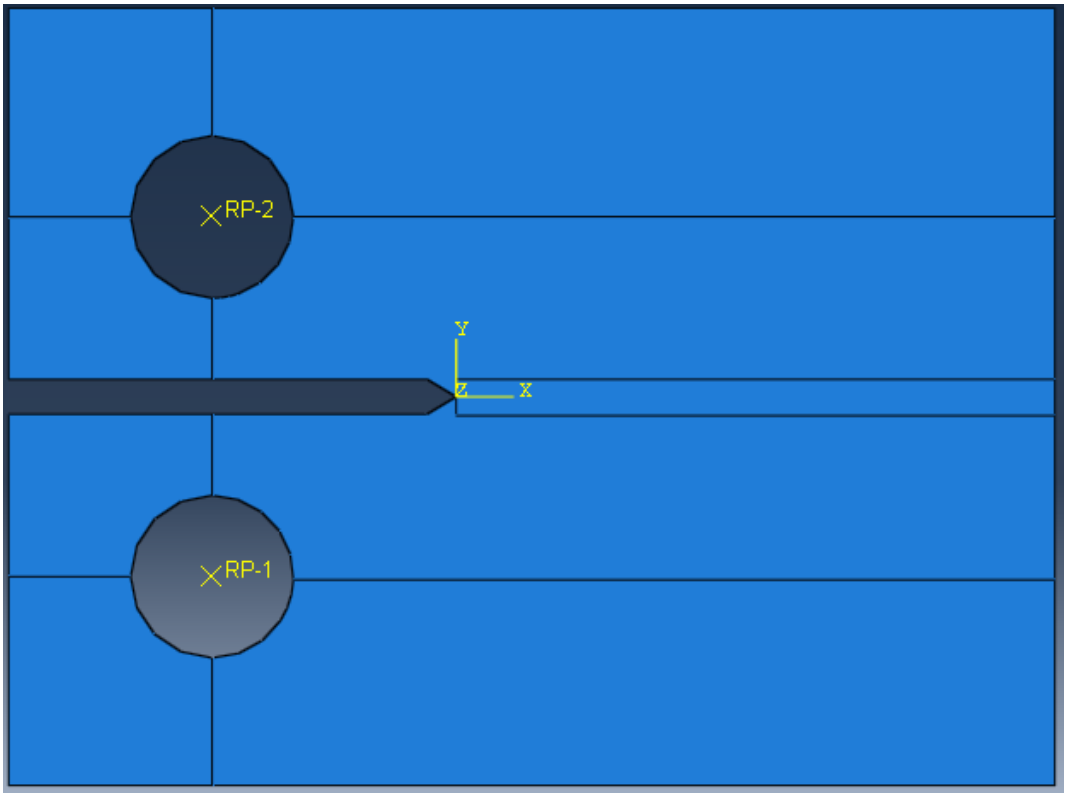


Figura 7.9.- Probeta y grieta referenciadas a un sistema global de coordenadas.

7.4. Creación del tipo de análisis. Módulo "Step"

En este módulo se crean los tipos de análisis (carga estática, cíclica…). Cada step que se crea es un tipo de análisis diferente, con sus propias condiciones de contorno y cargas sin afectar al resto de steps. Abaqus tiene por defecto un step llamado "Initial".

Para poder contemplar la propagación de la grieta en el análisis, se han creado dos steps mediante la herramienta "Step Manager": uno de tipo "Static, General" y otro de tipo "Direct cyclic".

El step de carga estática es necesario para poder definir el crecimiento de grieta en XFEM en el módulo "Interaction" como se verá más adelante. Este se ha definido como se muestra en las figuras 7.10 y 7.11.

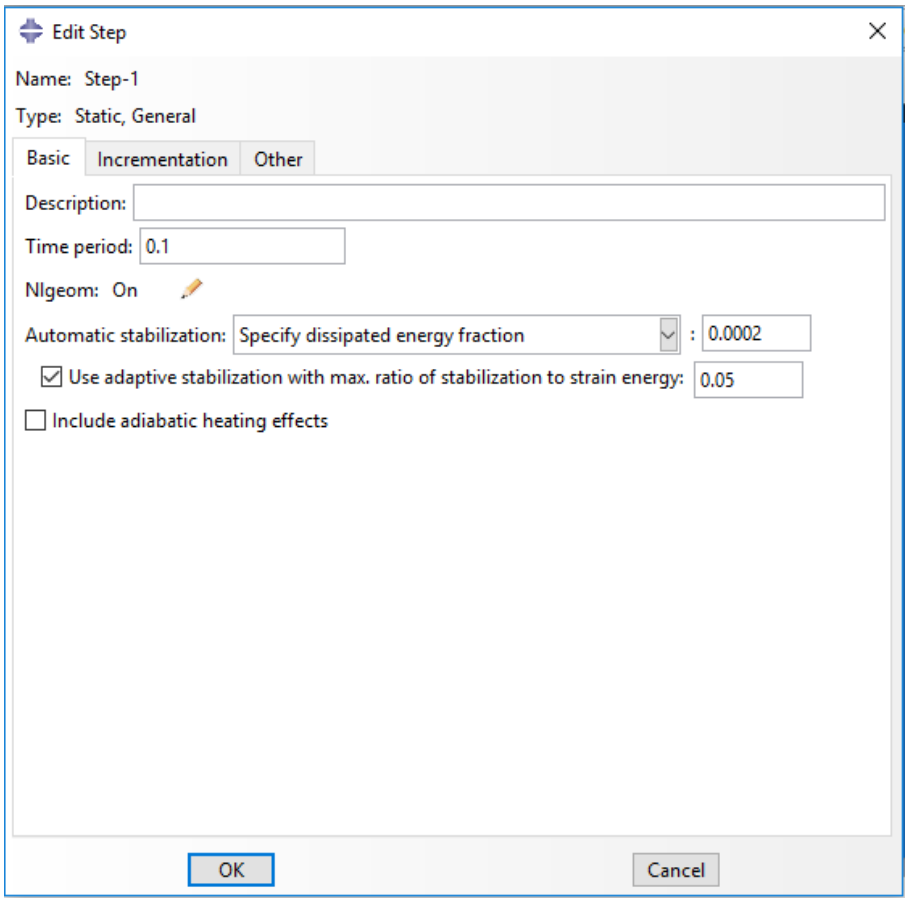


Figura 7.10.- Pestaña "Basic" del step de carga estática.

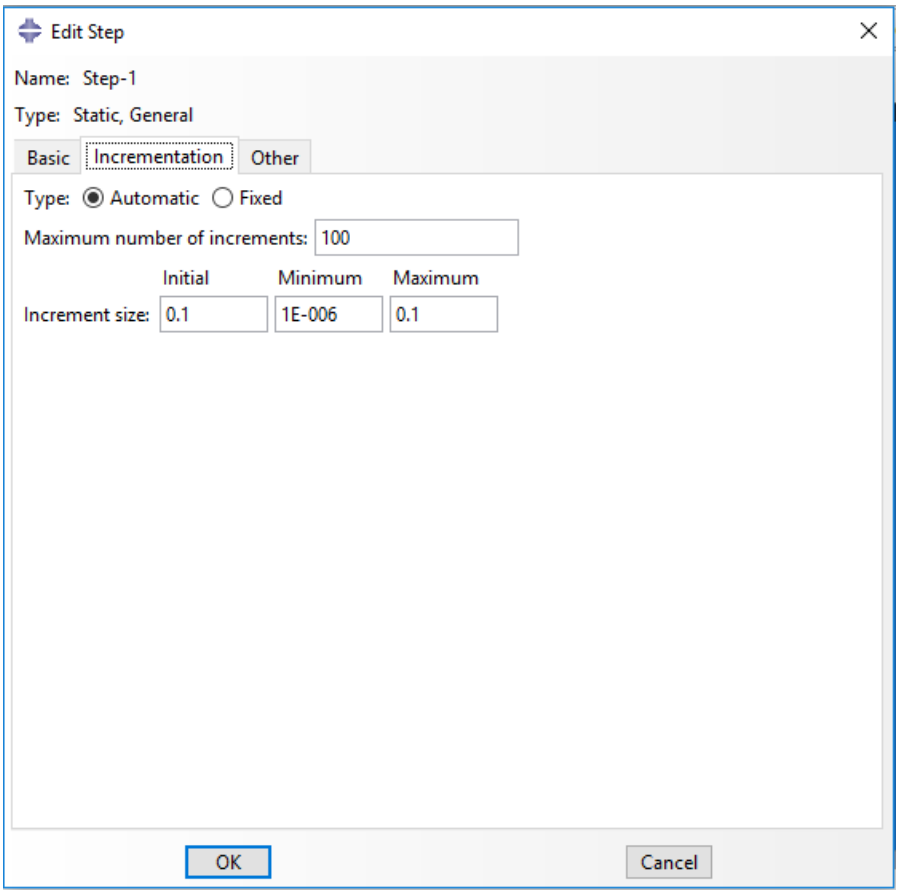


Figura 7.11.- Pestaña "Incrementation" del step de carga estática.

Las pestañas del step de fatiga se han configurado como se muestra en las figuras 7.12, 7.13 y 7.14.

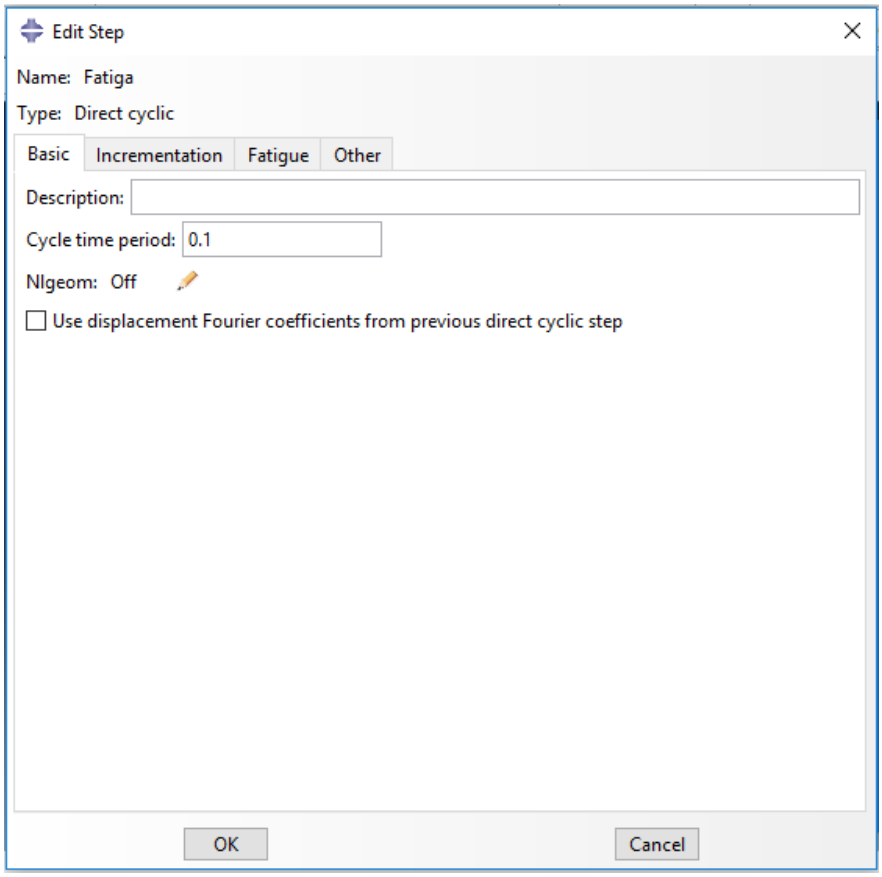


Figura 7.12.-Pestaña "Basic" del step de carga cíclica.

El periodo de tiempo del ciclo es de 0.1, ya que este define la frecuencia del ciclo de carga, que como se ha dicho es de 10 Hz.

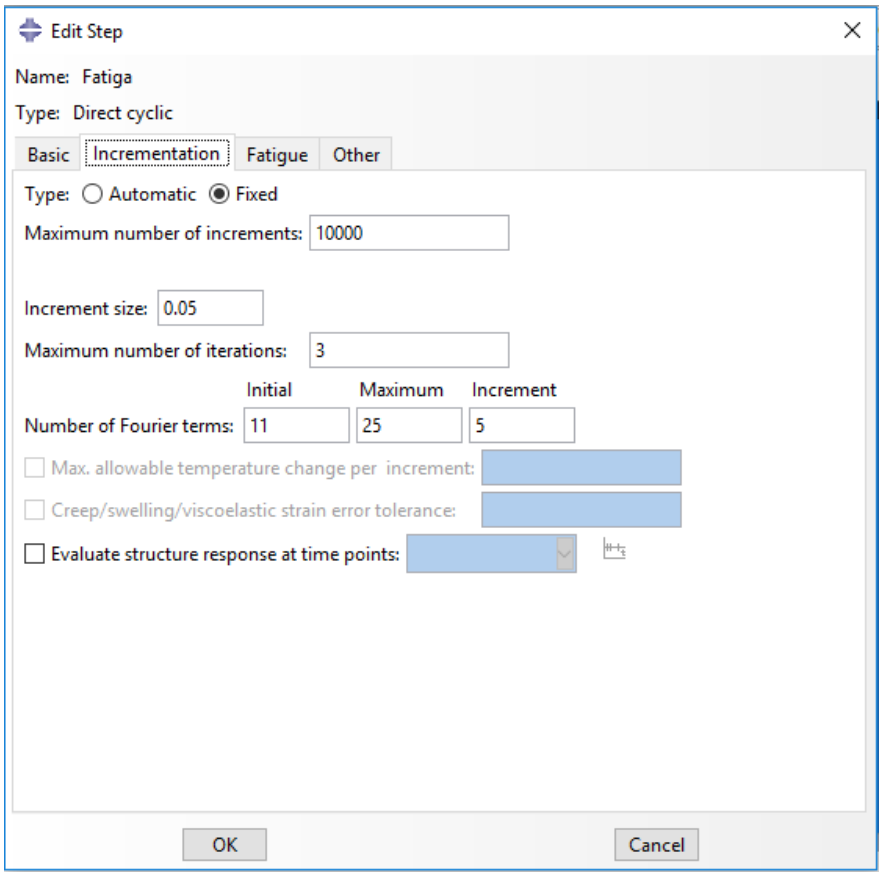


Figura 7.13- Pestaña "Incrementation" del step de carga cíclica.

De las opciones de la ventana que se muestra en la figura 7.13 es importante sobre todo el tamaño del incremento, ya que define los puntos del ciclo de carga que se escogen para el cálculo. El tamaño del incremento debe ser tal que tome el punto donde la carga es máxima para captar correctamente el ciclo y que los resultados sean correctos. Se ha elegido el valor de 0.05, ya que así se toman tres puntos del ciclo, por ejemplo, para el ciclo de 5-600 N del aluminio se tiene: 0.0 s →5 N; 0.05 s →600 N; 0.1 s →5 N. En un principio se usaron otros valores como 0.025, 0.01 o 0.002, pero daban problemas de convergencia e incrementaban el tiempo de análisis por lo que se descartó su uso. Lo ideal sería un tamaño de incremento lo más pequeño posible dentro de unos límites de coste computacional para conseguir un ciclo más cercano al proceso real. El resto de parámetros no parecen tener un efecto considerable en los resultados, por lo que, se han buscado los valores que tienen menos impacto en el tiempo de análisis. En la referencia [6] se limita a 12 los términos de fourier ya que encontró que el valor por defecto de 25 resultaba en un aumento en el tiempo de procesamiento sin converger a las tolerancias de estabilización.

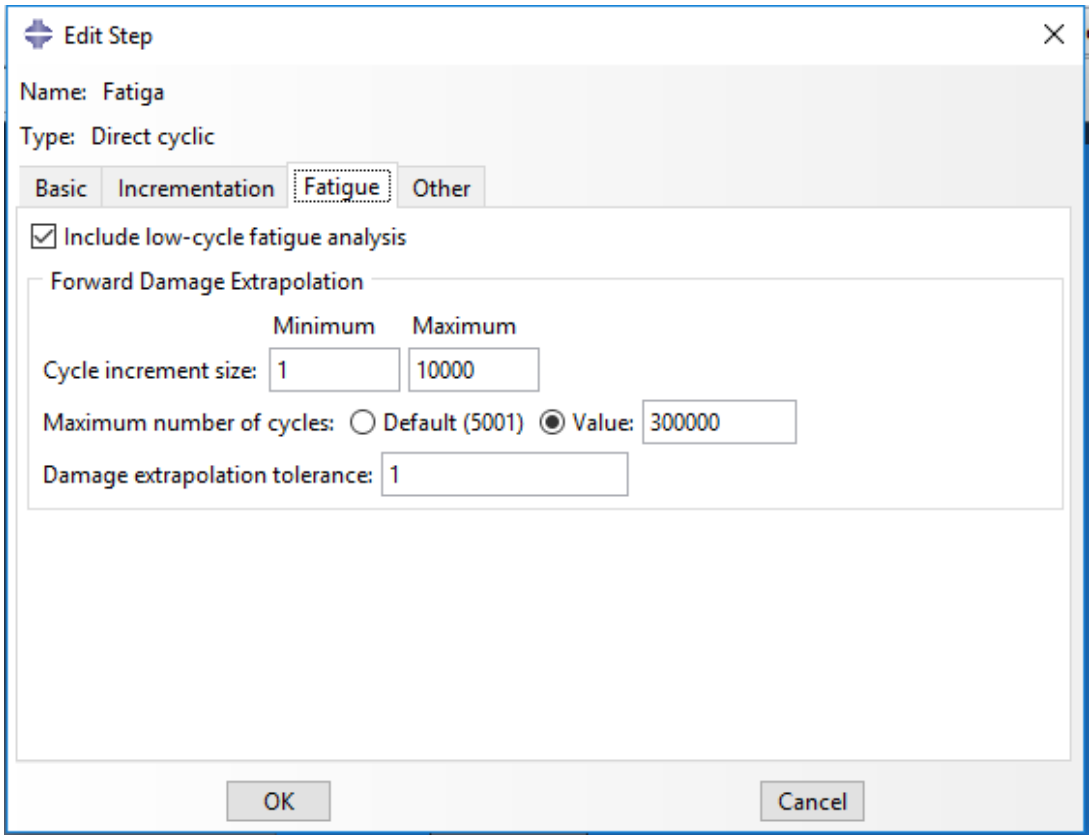


Figura 7.14.-5 Pestaña "Fatigue" del step de carga cíclica.

En la pestaña "Fatigue" se ha establecido el número de ciclos a realizar. En el caso del aluminio 300000 ciclos, y en el caso del titanio 92000 ciclos. Se ha marcado la casilla "Include low-cycle fatigue analysis" para usar la aproximación cíclica directa y obtener la respuesta estabilizada de la estructura.

Los dos steps mencionados anteriormente son los básicos para simular cualquier proceso de fatiga. En el caso de este trabajo, donde es necesario implementar una sobrecarga a lo largo del proceso de ciclado, ha sido necesario crear otros dos steps más: uno para la sobrecarga y otro para el resto de ciclos normales de fatiga, ambos de tipo "Direct Cyclic" con los mismos parámetros de las figuras 7.12 y 7.13. Los steps necesarios y el número de ciclos considerados en cada uno para proceso de fatiga cuando se incluye la sobrecarga se muestra en la tabla 4.

Tabla 4.- Ejemplo de configuración de steps

Steps	Número de ciclos	
	Aluminio	Titanio
Carga estática	No tiene	No tiene

1º step de fatiga	200000	77000
Sobrecarga	1	1
2º step de fatiga	100000	15000

Cuando se crea un step, a cada uno hay que asociarle las variables que se quieren calcular. Esto se realiza en "Field Output Requests", que da en cada step las variables que se resuelven y visualizan, y para qué incremento se quiere recoger la información. Si al resolver se tiene convergencia directa el step se resuelve en un solo incremento.

"History Output Requests" es muy parecido a Field en su visualización, la diferencia radica en que "History" sirve para realizar gráficos (respecto a variables, tiempo…).

Para definir las variables que se han estudiado se debe hacer click en "Create Field Output" y dentro de la ventana, en "Output Variables" seleccionar en "Failure/Fracture" → "PHILSM" y en "State/Field/User/Time" → "STATUSXFEM".El resto de opciones se matienen tal como están.

7.5. Módulo "Interaction"

En este módulo se establecen las interacciones entre regiones del modelo. Para definir la grieta se han seguido los siguientes pasos:

Seleccionar en el menú principal: "Special" → "Crack" → "Create" y en la ventana emergente elegir tipo "XFEM", luego click en "Continue" y seleccionar la probeta, que es el dominio de la grieta. Posteriormente, configurar la ventana que aparece como se ve en la figura 7.15.

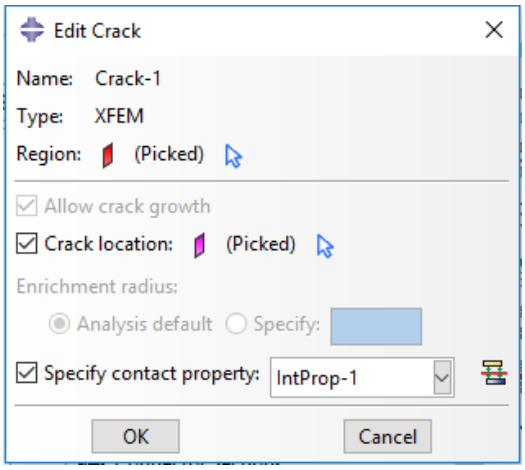


Figura 6.-Definición de la grieta mediante XFEM

Mediante la opción “Crack location” seleccionar la grieta. Es necesario usar para definir el criterio de fractura como una propiedad de contacto. Al pulsar aparece una ventana donde se selecciona “Contact” y aparece otra ventana donde se selecciona “Mechanical” → “Fracture Criterion” y se define como en la figura 7.16.

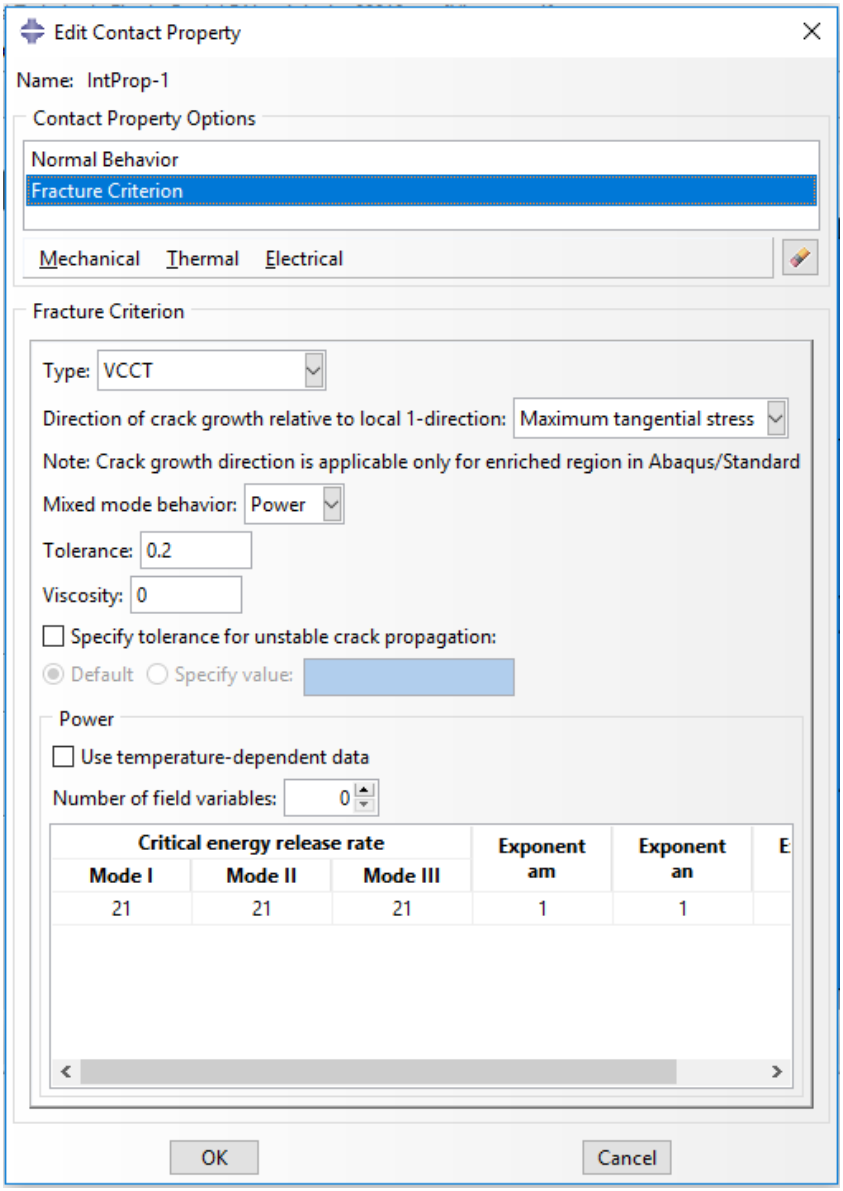


Figura 7.16.- Criterio de fractura.

El criterio de fractura usado no es el indicado arriba, sino la ley de Paris, pero ha sido necesario realizar este paso para poder incluir posteriormente esta ley.

En este módulo también se ha hecho uso de la herramienta "Create Constraint" para simular los bulones en los agujeros de la placa, de modo que la fuerza aplicada se reparte uniformemente por todo el contorno circular. Este herramienta permite agrupar todos los nodos en un único nodo en el centro del agujero.

Para permitir el crecimiento de la grieta, mediante la herramienta "Create Interaction" se ha seleccionado en el step "Initial" la opción "XFEM Crack Growth".

7.6. Módulo “Load”

Este módulo sirve para especificar las cargas y las condiciones de contorno. Es útil conocer cómo se realiza un ensayo de este tipo de forma experimental para definir correctamente las cargas y las condiciones de contorno.

Figura 7.17.- Forma de ensayo de una probeta de forma experimental.

En la figura 7.17 se muestra la forma de colocar la probeta en el banco de ensayos. La probeta se restringe mediante dos bulones que se introducen por los agujeros practicados a tal efecto. El bulón inferior permanece inmóvil, y solo permite el giro alrededor de su eje. El bulón superior es el que transmite la carga en sentido ascendente sobre la probeta, y también permite el giro alrededor de su eje. Dicho esto, en Abaqus la carga se ha aplicado en el agujero superior en el sentido positivo del eje *Y*. Las condiciones de contorno para el agujero inferior han consistido en permitir únicamente su giro en el eje *Z*, y en el agujero superior únicamente se ha restringido el movimiento en *X*.

Para especificar la carga se han seguido los siguientes pasos: click en la herramienta “Create Load”, seleccionar “mechanical” y “Concentrate force”, luego click en “Continue” y seleccionar el punto central del agujero superior. Una vez hecho esto hay que editar la carga para cada step. Para el step de carga estática el valor de la carga es irrelevante siempre que no se supere la máxima fuerza que

alcanza el ciclo, por lo que se ha tomado un valor de 1 en el sentido positivo del eje *Y*. Para los steps de fatiga normales se ha tomado el valor máximo del ciclo y se ha aplicado la amplitud correspondiente, y para el step de la sobrecarga su correspondiente valor (capítulo 6). En la figura 7.18 se muestra, a modo de ejemplo, la carga aplicada para el primer step de fatiga de la probeta de aluminio con R ≈ 0.

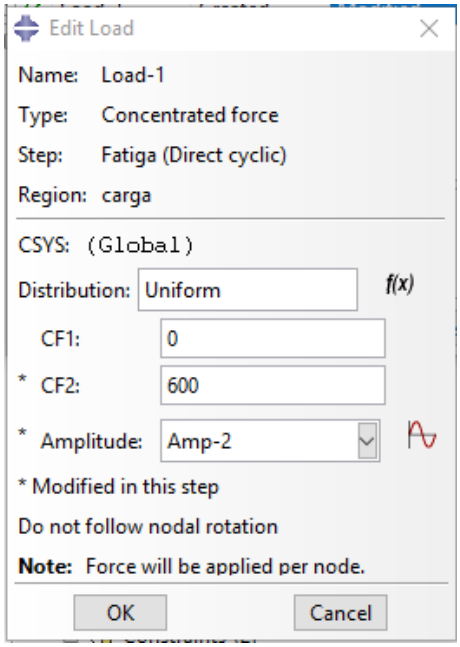


Figura 7.18.-Valor de carga para el primer step de fatiga del aluminio con R ≈ 0.

Para definir las condiciones de contorno se ha hecho uso de la herramienta "Create Boundary Condition" → "Mechanical" → "Displacement/ Rotation" en el step "Initial". En la figura 7.19 se muestran las condiciones que se han impuesto para simular cada bulón, BC-1 para el de abajo y BC-2 para el de arriba.

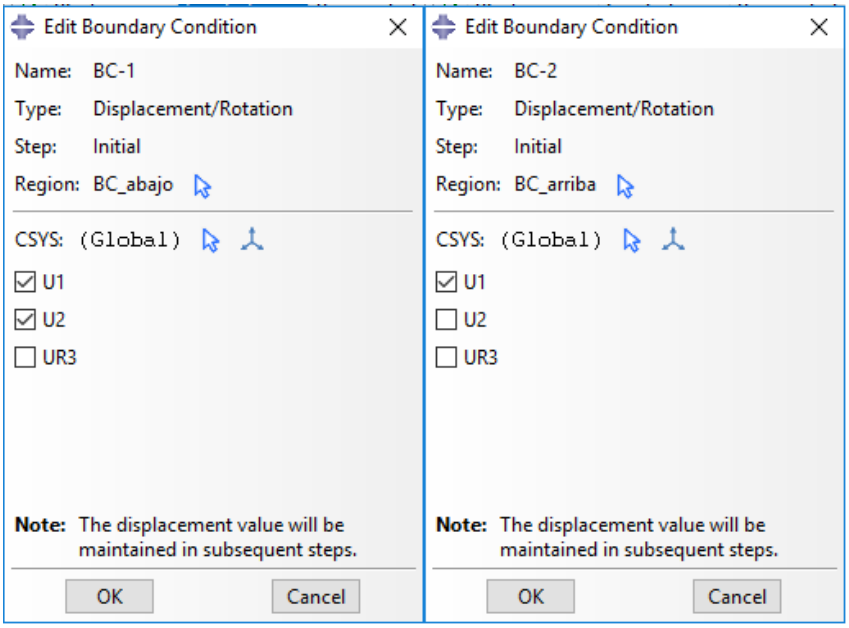


Figura 7.19.- Condiciones de contorno. A la izquierda el bulón inferior y a la derecha el bulón superior.

7.7. Módulo "Mesh"

Este módulo sirve para realizar el mallado de la partes. En este caso sólo se ha mallado la probeta, ya que la grieta es independiente de la geometría. Los pasos seguidos se explican a continuación.

El tamaño de elemento se asigna con la herramienta "Seed Edges". En las zonas más alejadas de la grieta se ha elegido un valor de 3 para el aluminio y 2 para el titanio. En la franja de propagación de la grieta el tamaño elegido es 0.05 para el aluminio y 0.02 para el titanio, que caen dentro del rango establecido en el apartado 5.2.2.

Mediante la herramienta "Assign Element Type", establecer un elemento tipo CPS4 que es el ideal para tensión plana. El uso de XFEM no permite el uso de elementos cuadráticos. En la figura 7.20 se muestra el aspecto de esta ventana.

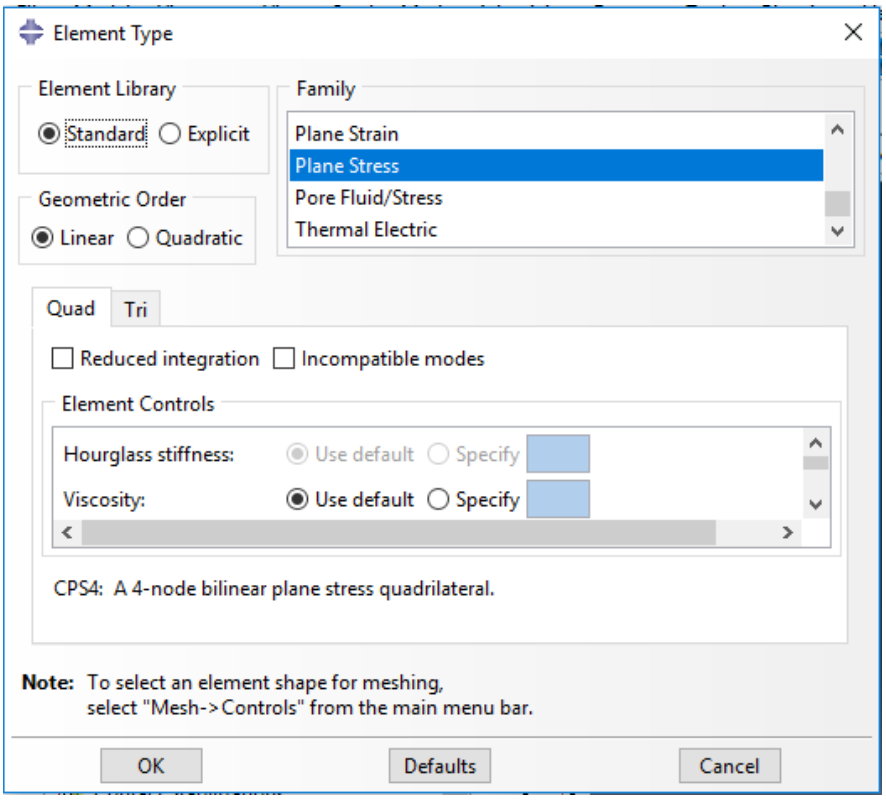


Figura 8.- Establecer el tipo de elemento.

Con el método XFEM en 2D no se pueden usar elementos de tipo triangular por lo que todos los elementos que se han usado son cuadriláteros de primer orden del tipo de la figura 7.21.

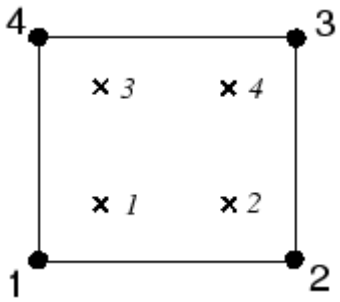


Figura 7.21.-Elemento lineal 2D (CPS4) (AbaqusAnalysisUser's Manual., 6.14)

Finalmente, con la herramienta "Mesh Part Instance" se selecciona la probeta y se realiza el mallado. El resultado del mallado para la probeta de aluminio se puede ver en la figura 7.22.

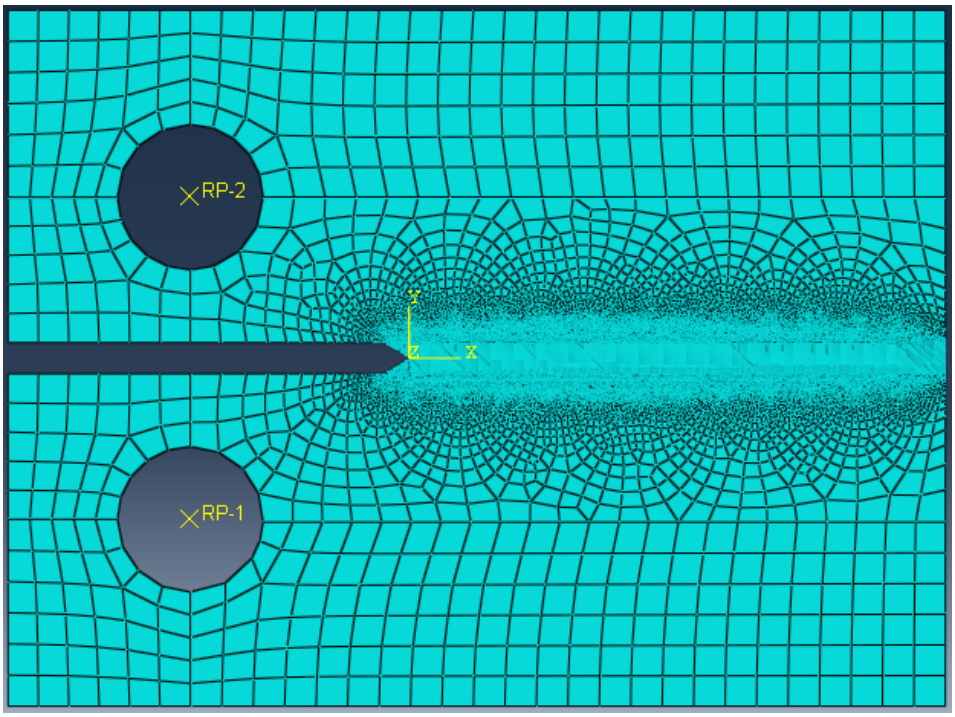


Figura 7.22.- Malla de la probeta de aluminio.

Este mallado ha permitido reducir el coste computacional al usar una malla refinada en la zona de interés y una con elementos de mayor tamaño en las partes donde su influencia es despreciable, lo que reduce el número de elementos considerablemente. Esta estrategia de mallado es la más empleada en este tipo de simulaciones numéricas. En la franja donde se ha previsto la propagación de la grieta los elementos están dispuestos formando una red estructurada, que disminuye los errores respecto a elementos distorsionados. Como se ha dicho en el capítulo 6 apartado 6.2.2, el tamaño del elemento en la zona de la grieta está determinado por el radio plástico de Dugdale. Es importante insistir en la zona de transición del tamaño de los elementos, que por el tipo de elementos usados sólo permite una configuración libre, lo que puede dar lugar a elementos distorsionados que pueden afectar a la estabilidad de la solución. Para evitar una transición brusca se debe establecer que el tamaño del elemento varíe gradualmente a medida que se acerca a la zona de influencia de la grieta.

Se ha comprobado la calidad del mallado mediante la herramienta “Verify Mesh” que analiza la distorsión de la malla y si es adecuada para el tipo de geometría estudiada en base a unos límites aceptables. Cuando un elemento no cumple los requisitos de calidad se remarca en amarillo para localizarlo fácilmente.

Si se utiliza dicha herramienta en el modelo analizado, ningún elemento se remarca, lo que quiere decir que el mallado es adecuado.

7.8. Ley de Paris

El criterio de fractura que se ha usado es la ley de Paris, que determina la tasa de crecimiento de la fisura en un proceso a fatiga para la fase II (figura 4.9) y se define por la ecuación (4.18). Esta ecuación no tienen en cuenta las relaciones de tensión *R* que afectan a la velocidad de crecimeinto, por esto, Abaqus modifica esta ley para tener en cuenta este aspecto.

Abaqus define la ley de Paris en función del rango de la tasa de liberación de energía, ΔG, en vez de con el rango del factor de intensificación de esfuerzos, ΔK. El crecimiento de la grieta se define mediante la ecuación (7.3) donde las constantes c_3 y c_4 permiten considerar las relaciones de tensión *R*.

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4} \tag{7.3}$$

c_3 y c_4 se relacionan con *R* y con las constantes de la ley de Paris *m* y *C* mediante las expresiones (7.4) y (7.5):

$$c_3 = C(1-R)^{\gamma m}\left(\frac{E}{1-R^2}\right)^{m/2} \tag{7.4}$$

$$c_4 = \frac{m}{2} \tag{7.5}$$

donde *γ* se ha considerado de valor 1.

El comienzo del crecimiento de grieta sigue el criterio de la ecuación (7.6) caracterizado por ΔG.

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \geq 1 \tag{7.6}$$

donde la constantes c_1 y c_2 se determinan mediante los datos experimentales *N*-ΔG. Así la grieta se extiende un incremento cuando se cumple la condición (7.6).

Para implementar este criterio de fractura, Abaqus permite modificar el código manualmente usando el lenguaje python.También se puede realizar el modelado mediante este código en vez de usando la interfaz gráfica del programa. Para acceder al código se han seguido los pasos mostrados en la figura 7.23.

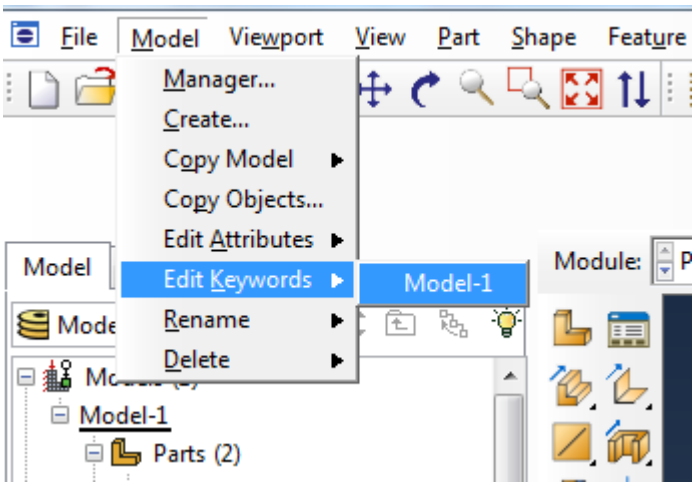


Figura 7.23.- Acceso al código abierto en Abaqus.

La información para introducir este criterio de fractura se ha extraido de [12] dónde también se pueden encontrar otros criterios.

Para introducir la ley, en la ventana “Edit Keywords” que aparece, hay que dirigirse donde se ha definido el anterior criterio de fractura, y debajo introducir, de la forma ilustrada en la figura 7.24, la ley para el caso de “low-cycle fatigue” tal y como dice en el manual de Abaqus.

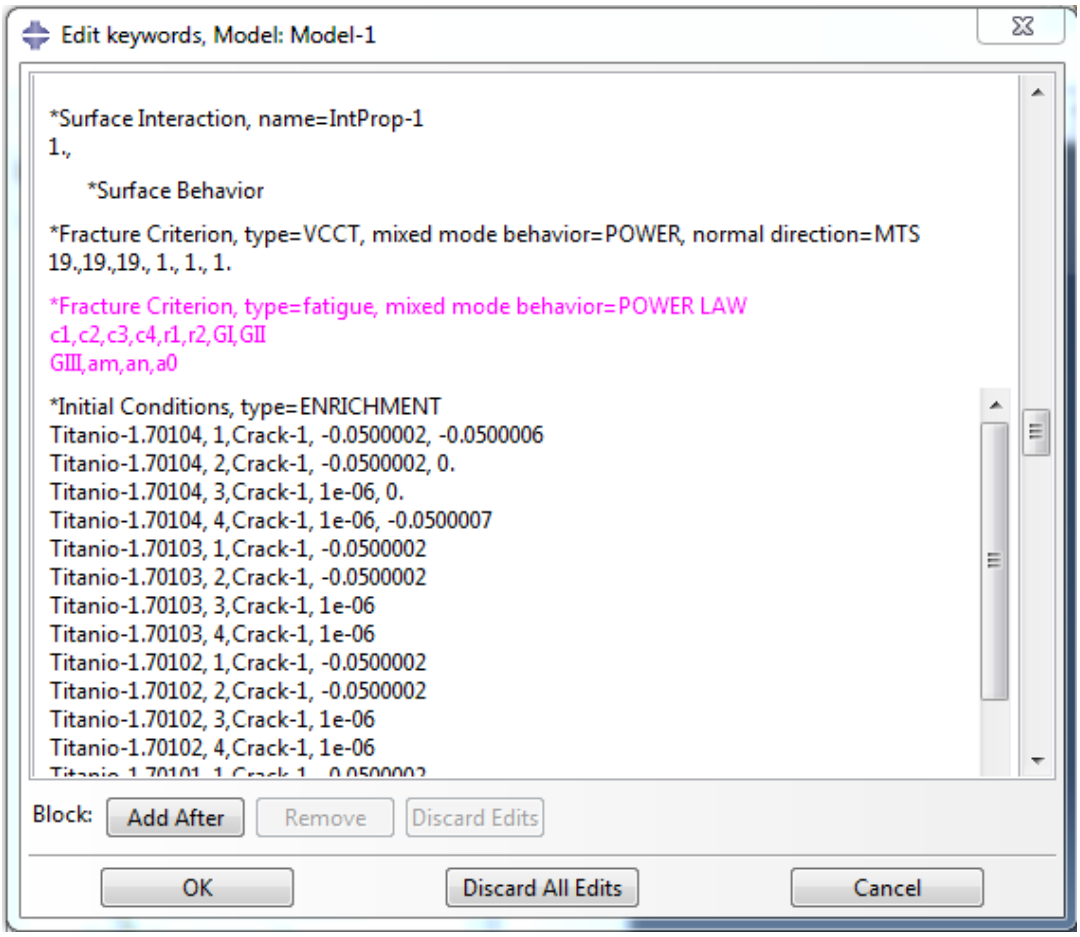


Figura 97.24.- Ley de Paris como criterio de fractura para el proceso de fatiga.

Los valores para las constantes c_1, c_2, c_3 y c_4 se calculan como se ha explicado anterioremente. Los seis últimos parámetros pertenecen a la ecuación (7.2) y se calculan como se indica en el apartado 7.2. Por último, r_1 y r_2 son las relaciones mostradas en las ecuación (7.7) que miden la región en la que se evalúa la ley de Paris, en nuestro caso, los valores considerados han sido 0.0001 y 0.999 respectivamente para ignorar la zona de inicio de crecimiento de grieta y la de rotura final.

$$r_1 = \frac{G_{th}}{G_c} \; ; \quad r_2 = \frac{G_{pl}}{G_c} \tag{7.7}$$

donde G_{th} es el ritmo de liberación de energía umbral por debajo del cual no se considera ni inicio ni propagación de la grieta, y G_{pl} es el límite superior del ritmo de liberación de energía, por encima del cual la grieta de fatiga crecerá a un ritmo acelerado.

7.9. Módulo “Job”

En este módulo se crea el análisis y se ejecuta la simulación mediante la herramienta “Create Job”. A través de este módulo se puede acceder a los resultados que se visualizan en el módulo “Visualization”.

8. RESULTADOS

En este cápitulo se hace exposición de los resultados y un análisis de los mismos. En el primer apartado se hace un breve resumen de ciertos problemas que han impedido llevar a cabo el estudio de forma satisfactoria. En el apartado 8.2 se exponen los resultados para el titanio, y en el apartado 8.3 para el aluminio.

8.1. Problemas que se han presentado

La definición del material al igual que la malla han sido los aspectos más problemáticos y críticos a la hora de obtener unos buenos resultados. Una vez encontrado el mallado óptimo, que no afectaba al resultado numérico de la simulación. La convergencia de la solución presenta problemas cuando el material tiene definida la plasticidad si el tamaño de incremento es menor de 0.05 (apartado 7.4). Haciendo uso de la plasticidad con la condición del tamaño de incremento anterior, la grieta se propaga con normalidad en el proceso de fatiga siguiendo un camino más o menos perpendicular a la tensión aplicada tal y como se ve en la figura 8.1. La forma de la zona plástica en el frente de grieta se asemeja a la teórica para modo I de carga dando lugar a un campo de tensiones que concentra su mayor valor en el vértice de la grieta. Además, la zona por la cual se ha propagado la grieta muestra una estela de tensiones residuales como era de esperar debido a la deformación plástica sufrida. Sin embargo, no ha sido posible, aplicar las condiciones de sobrecarga cuando el material tiene definida la plasticidad ya que provoca que la grieta deje de propagarse el resto de ciclos, como si el aumento de la zona plástica provocada la detención de su crecimiento el resto de ciclos.

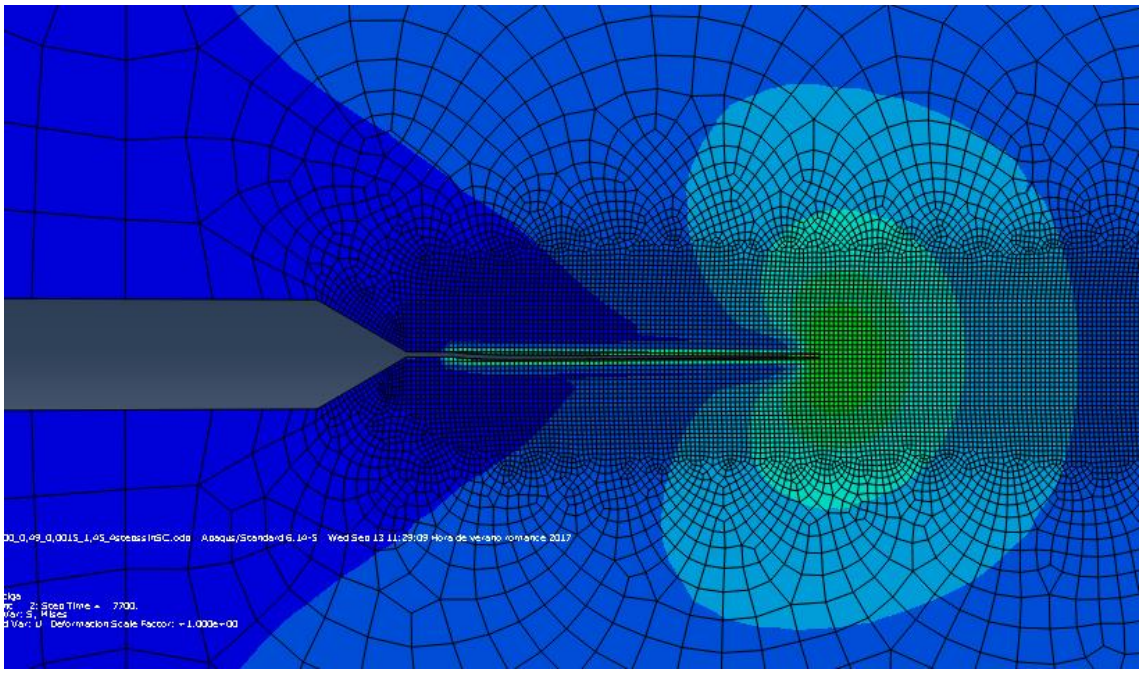


Figura 8.1.- Aspecto de la zona plástica y la estela plástica dejada al propagarse la grieta a fatiga considerando la plasticidad del material.

La imposibilidad de obtener resultados con el anterior planteamiento ha llevado a eliminar la plasticidad del material, considerando que éste es idealmente elástico. Con esto se ha podido reducir el tamaño del incremento sin afectar a la convergencia, pudiendo establecer valores menores de 0.05, aunque se han tenido que modificar para ello los coeficientes de la ley de Paris respecto a los obtenidos experimentalmente.

8.2. Resultados para el titanio

En este apartado se muestran los resultados obtenidos para el titanio con R = 0.6 de 450 a 750 N. Los coeficientes encontrados para la ley de Paris han sido c_1 = 29709, c_2 = 0.45, c_3 = 0.000013, c_4 = 1.3183.

En la figura 8.2 se muestra el campo de tensiones resultante para el análisis sin sobrecarga, donde como se ve, la tensión máxima se concentra en el vértice de grieta y en el frente de ésta, dando lugar a una distribución de tensiones con aspecto de cardioide. La grieta, trás los 92000 ciclos alcanza una longitud de 8.7 mm, medidos desde el centro de los agujeros de la probeta al vértice de la grieta.

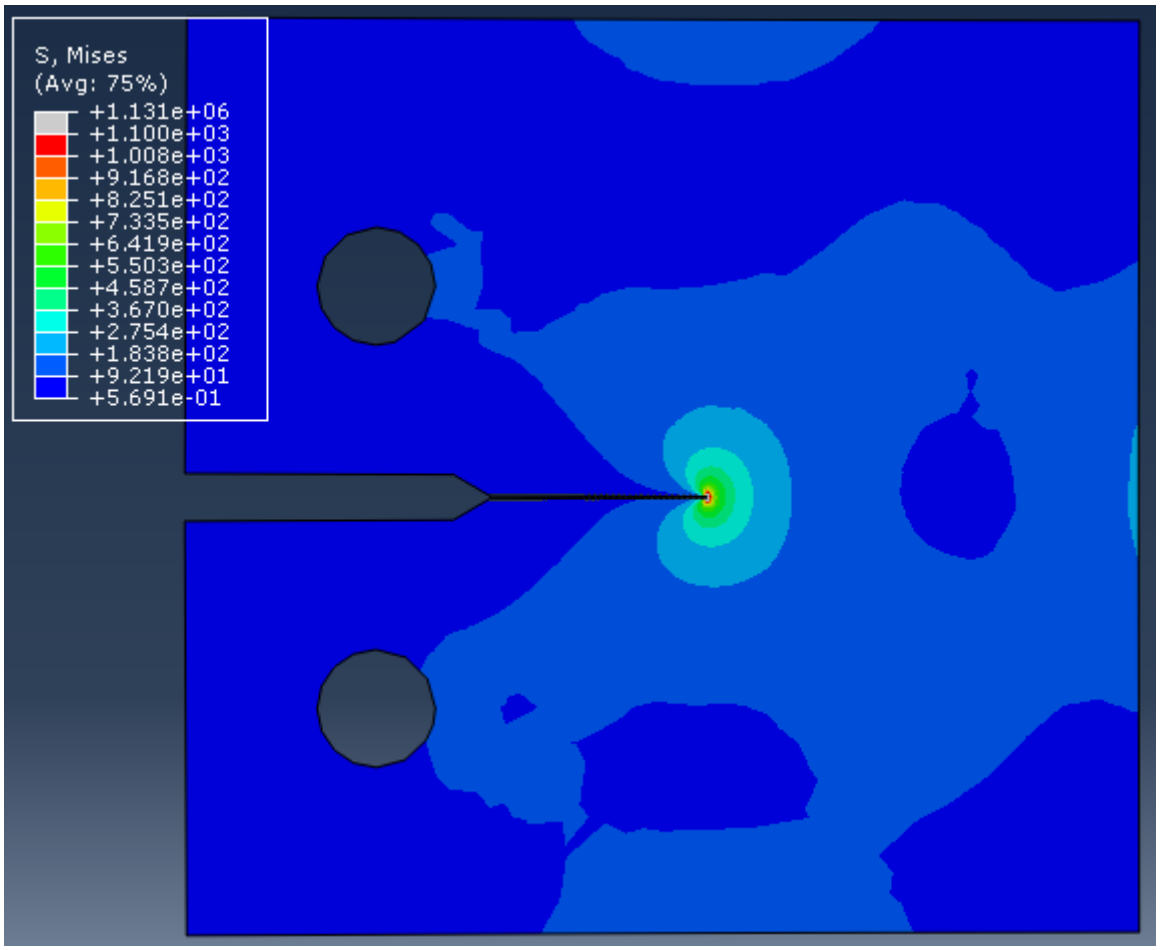


Figura 8.2.- Campo de tensiones final para el titanio sin sobrecarga.

Se intentó ver el cambio en el crecimiento de grieta con distintas sobrecargas, pero el resultado no se veía afectado, siendo extraño, ya que un aumento o descenso del valor de la sobrecarga debería retardar más o menos el crecimiento de la grieta. Debido a esto se intentó comprobar el efecto que producía en el crecimiento de la grieta aplicar la sobrecarga a distintos número de ciclos. Por tanto, se aplicó la sobrecarga a 50000, 65000 y 77000 ciclos. En la figura 8.3 se muestra el campo de tensiones obtenido cuando se aplica una sobrecarga a los 77000 ciclos de 1125 N cuando la grieta mide 6.87 mm y luego se sigue con la carga cíclica nominal de R = 0.6 hasta llegar a los 92000 ciclos con una longitud de 7.02 mm (figura 8.4). Con lo que se obtuvo un retardo en el crecimiento de la grieta que provoca una diferencia de 1.68 mm. Se ha comprobado como la grieta alcanza una menor longitud cuanto antes se aplica la sobrecarga. Así, para el análisis donde se aplica la sobrecarga a 50000 ciclos, la grieta alcanzó 6.75 mm de longitud, y para el análisis en el que la sobrecarga se aplicó a 65000 ciclos ésta alcanzó 6.91 mm.

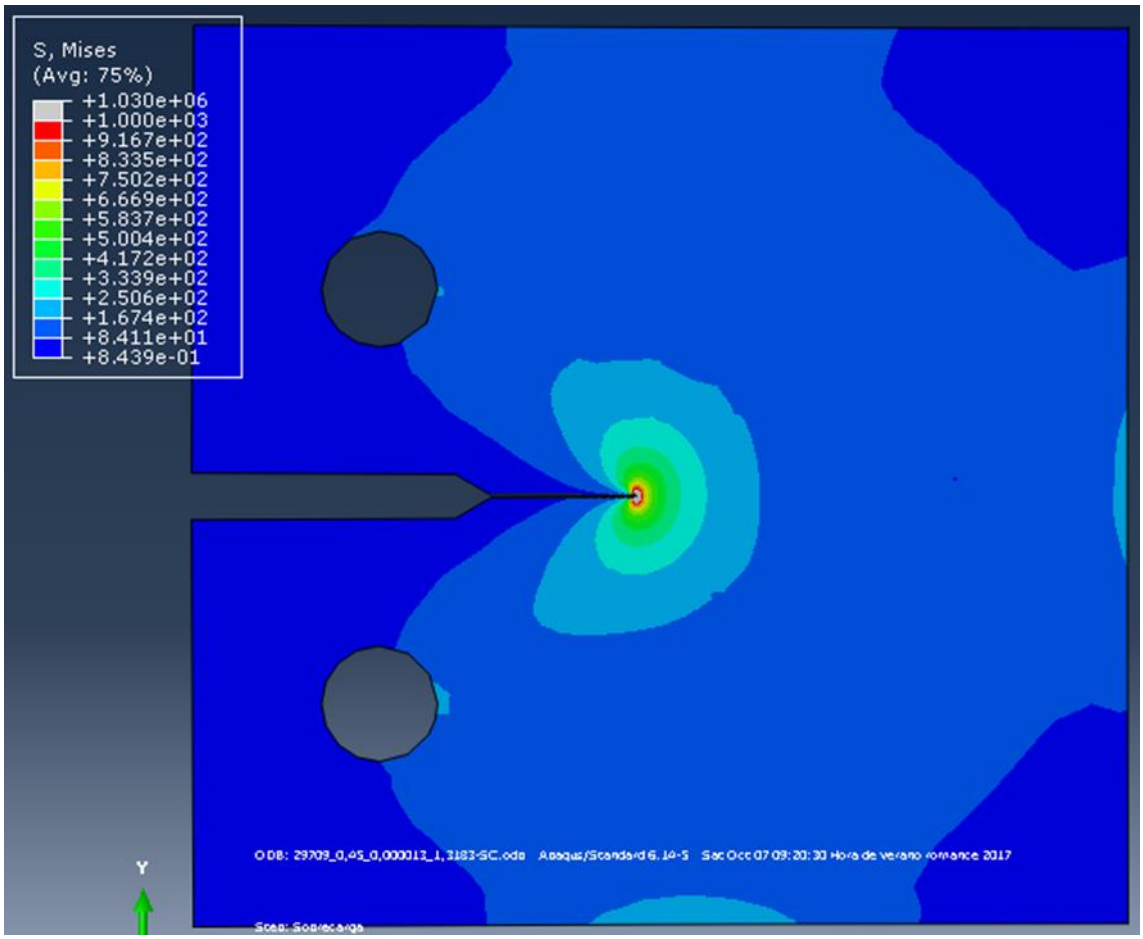


Figura 8.3.- Campo de tensiones del titanio producido por la sobrecarga.

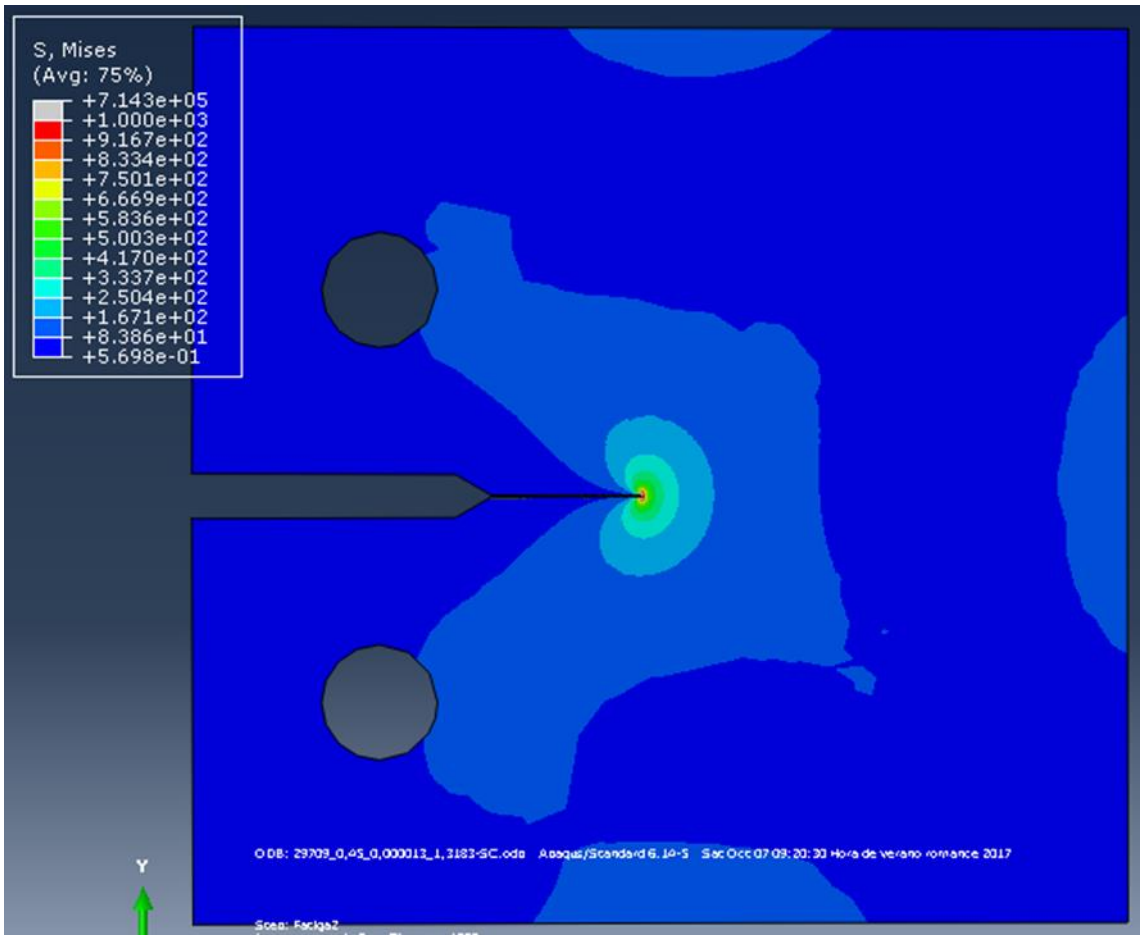
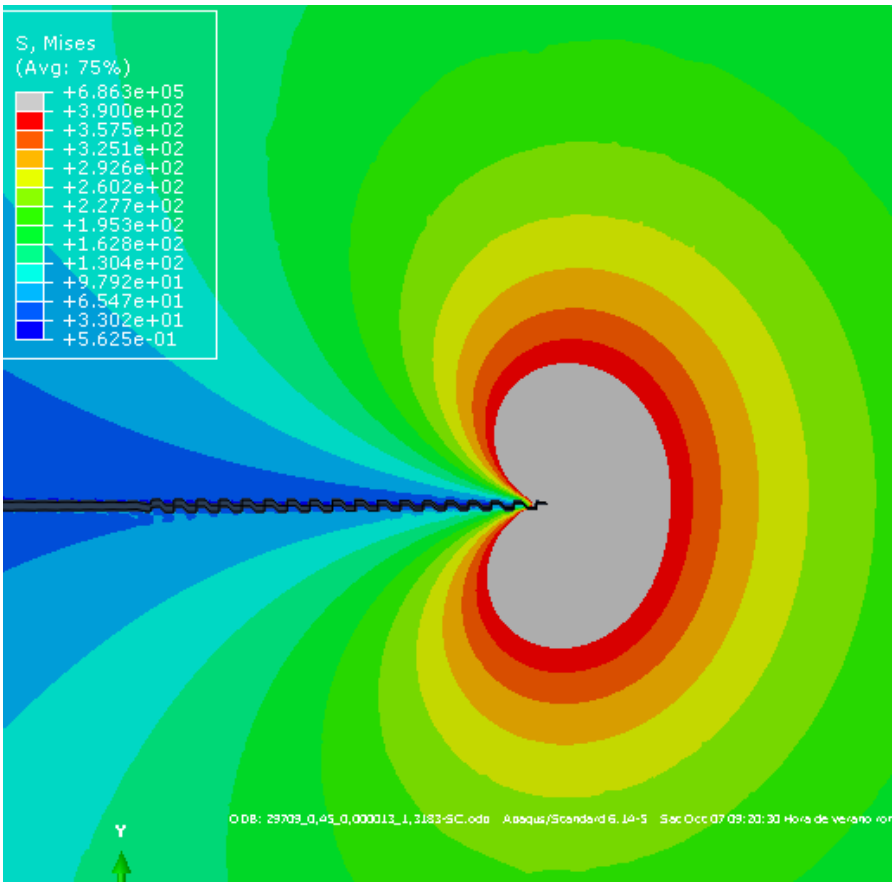
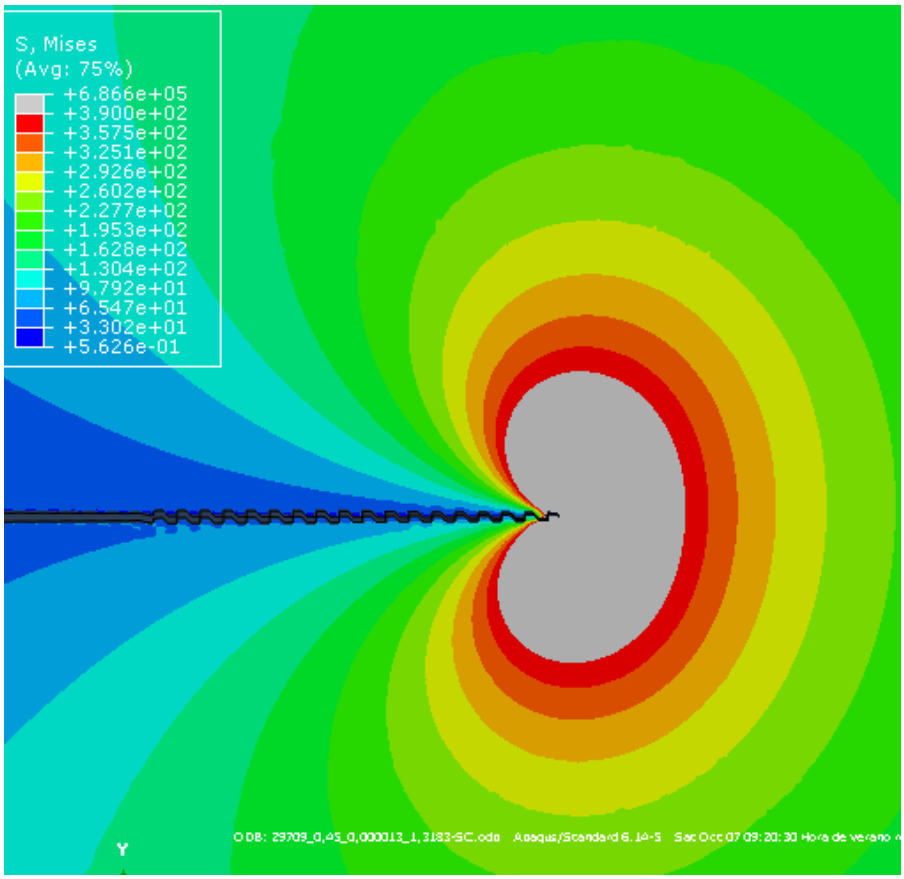


Figura 8.4.- Campo de tensiones final del titanio en el análisis con sobrecarga.

Se ha umbralizado el campo de tensiones empleado el límite elástico como valor umbral para analizar si un incremento de la distribución de tensiones se observa debido a la aplicación de la sobrecarga. En la figura 8.5 se muestra, para el análisis con sobrecarga aplicada a 77000 ciclos. El mapa de tensiones no muestra diferencias significativas tras aplicar la sobrecarga, lo que puede deberse a que el material se considera idealmente elástico.


S, Mises
(Avg: 75%)
+6.863e+05
+3.900e+02
+3.575e+02
+3.251e+02
+2.926e+02
+2.602e+02
+2.277e+02
+1.953e+02
+1.628e+02
+1.304e+02
+9.792e+01
+6.547e+01
+3.302e+01
+5.625e-01
Y

a)



b)

Figura 8.5.- Titanio con mapa de tensiones umbralizado: a) Tensiones antes de aplicar sobrecarga, b) Tensiones tras aplicar la sobrecarga.

En las figuras 8.6 y 8.7 se muestra el campo de desplazamientos, donde se aprecia como el mayor desplazamiento se da en la parte superior izquierda. Esto se debe a que la probeta tiene impedido el movimiento vertical y horizontal en el agujero inferior, pero en el superior se permite su movimiento vertical, de lo que resulta un desplazamiento nulo en la zona inmediatamente adyacente al agujero inferior. El mayor desplazamiento se da como es lógico en el caso donde no hay sobrecarga, porque la grieta al ser más larga permite una mayor separación de las caras de la misma.

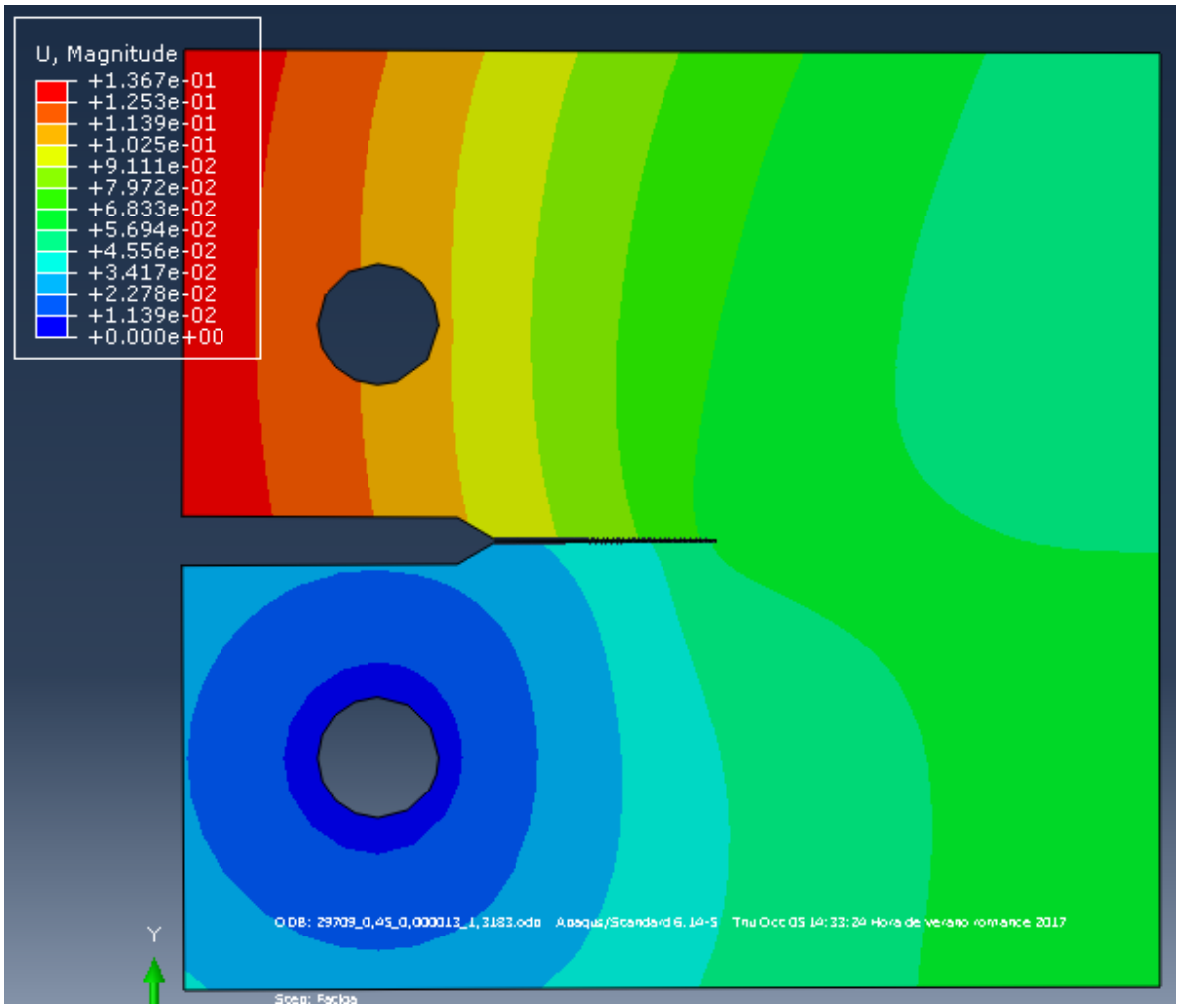


Figura 8.6.- Campo de desplazamientos final para el titanio sin sobrecarga.

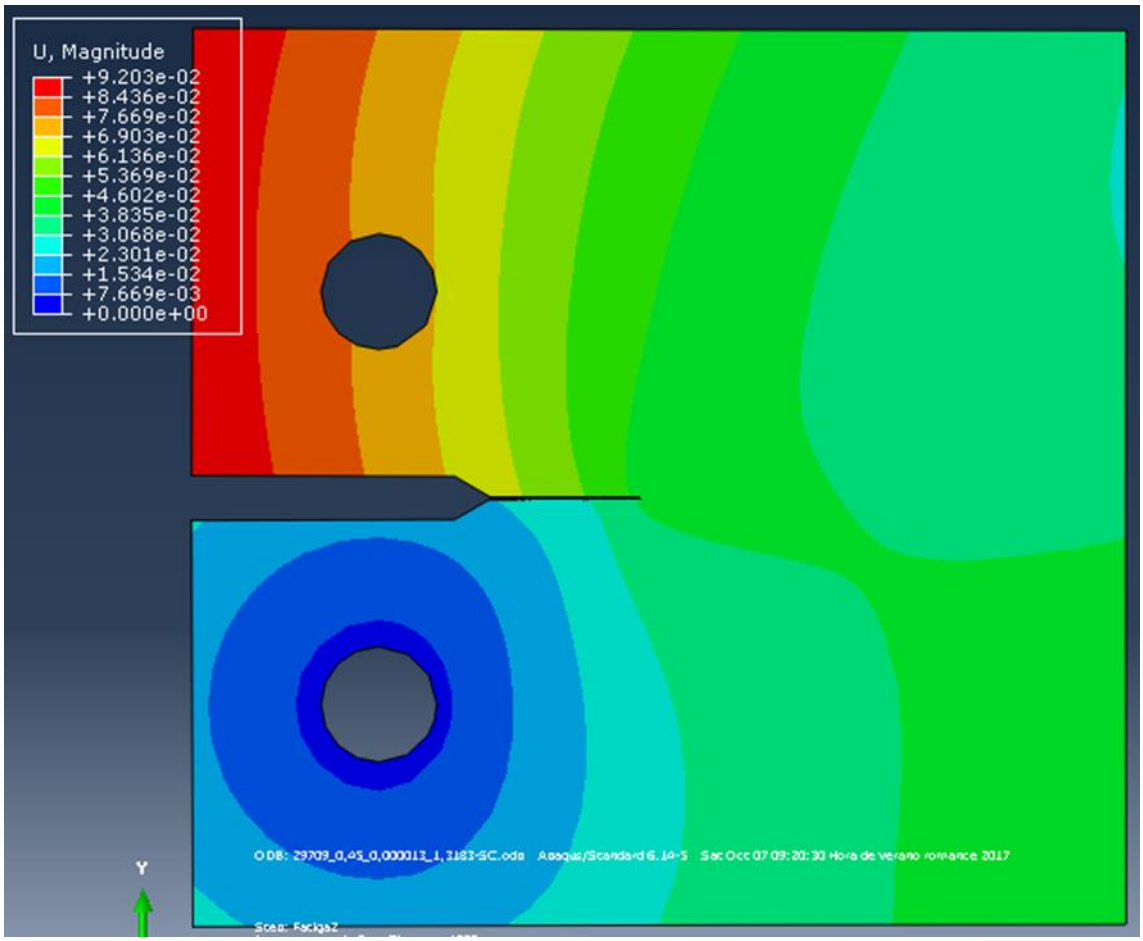


Figura 8.7.- Campo de desplazamientos final del titanio con sobrecarga a los 77000 ciclos.

Para visualizar cómo aplica abaqus el ciclo de carga a fatiga y comprobar así si el análisis se ha hecho correctamente se ha creado un "history output" para la carga aplicada, obteniendo la gráfica carga-tiempo, por ejemplo, de la figura 8.8 donde se aprecian los ciclos de fatiga y la sobrecarga aplicada a los 77000 ciclos.

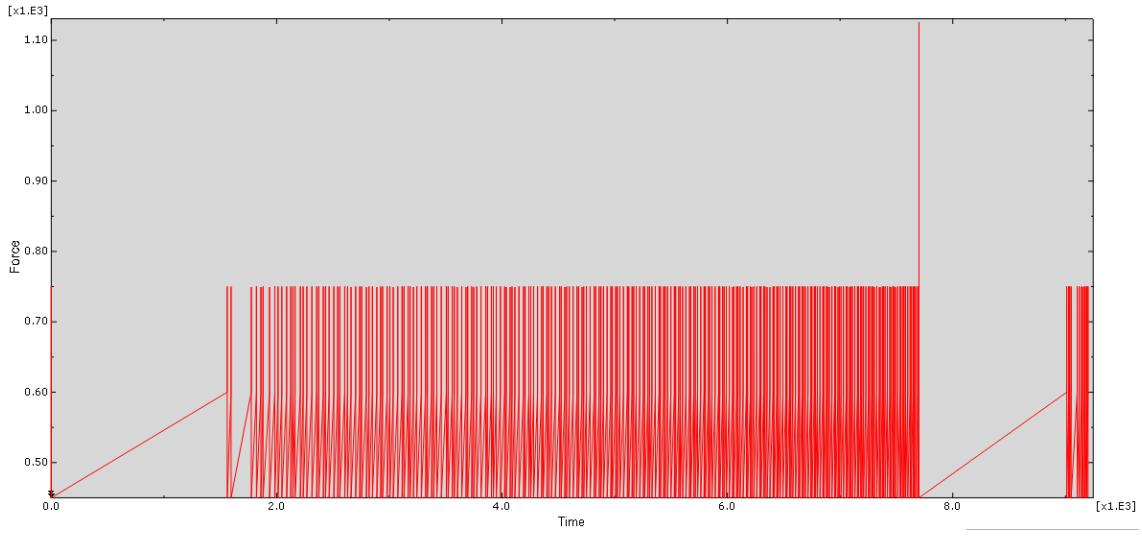


Figura 8.8.-Ciclos de fatiga aplicados en análisis *R* = 0.6 del titanio con sobrecarga a los 77000 ciclos.

A continuación se muestran las gráficas obtenidas a partir de los datos de los ciclos y la longitud de grieta. En la figura 8.9 se ha representado la longitud de grieta frente al número de ciclos (*a* vs *N*). En la figura 8.10 se ha representado la ley de Paris resultante. En ambas gráficas se han comparado los resultados de fatiga con y sin sobrecarga para comprobar el efecto que esta tiene en el crecimiento de la grieta.

El valor de ΔK se ha obtenido de la ecuación (8.1) tanto para el caso del titanio como para el del aluminio.

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{t\sqrt{W}} \frac{2+\frac{a}{W}}{\left(1-\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \left[0.886 + 4.64\frac{a}{W} - 13.32\left(\frac{a}{W}\right)^2 + 14.72\left(\frac{a}{W}\right)^3 - 5.6\left(\frac{a}{W}\right)^4\right] \qquad (8.1)$$

Donde *t* es el espesor, *W* es el ancho de placa medido desde el centro de los orificios de sujeción y ΔP es la diferencia entre el valor máximo y mínimo del ciclo de carga.

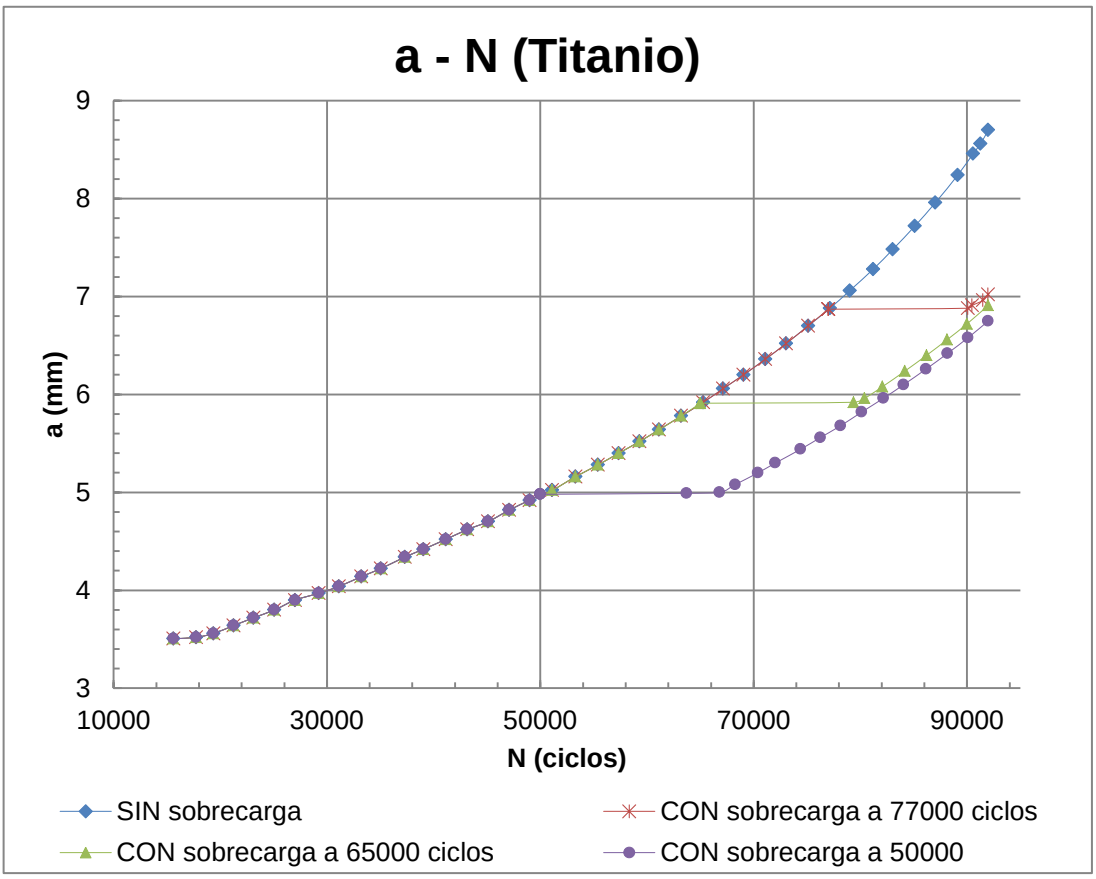


Figura 8.9.- Gráfica de longitud de grieta frente a ciclos para el titanio. Comparación de los ciclos con sobrecarga y con el que no la aplica.

En la figura 8.9 se comparan los procesos de fatiga con y sin sobrecarga, donde se comprueba como la evolución es idéntica en todos los casos hasta la sobrecarga. Las series que contemplan sobrecarga sufren una parada en el crecimiento de la grieta durante un determinado número de ciclos distinto en cada caso aunque parecidos, para posteriormente retomar la misma tasa de crecimiento. Como resultado de esta parada tras la sobrecarga la longitud alcanzada por la grieta al llegar a los 92000 ciclos es menor que en el caso sin sobrecarga. Además se comprueba como al aplicar la sobrecarga a un menor número de ciclos también disminuye la longitud alcanzada por ésta como se ha dicho anteriormente. Así la longitud de la grieta cuando la sobrecarga es aplicada a 50000 ciclos es menor que en el caso de aplicarla a 65000 ciclos o a 77000 ciclos.

La figura 8.10 muestra la ley de Paris resultante cuando se aplican sobrecargas junto con los resultados obtenidos debido a la no aplicación de la misma. Como se ve, la serie azul representa el proceso sin sobrecarga, y la roja, verde y morada representan los procesos cuando la sobrecarga es aplicada a los 77000, 65000 y 50000 ciclos, respectivamente. Cuando la sobrecarga es aplicada, se ve como se produce una brusca reducción de la tasa de crecimiento de la grieta para un mayor ΔK para luego estabilizarse al nivel anterior, resultando así una reducción del ΔK alcanzado, lo que se traduce en un menor daño del material. Aquí también se puede comprobar como cuanto antes se aplica la sobrecarga, el valor de ΔK y la tasa de crecimeinto alcanzada al final del proceso es menor, así ΔK es menor en 50000 < 65000 < 77000.

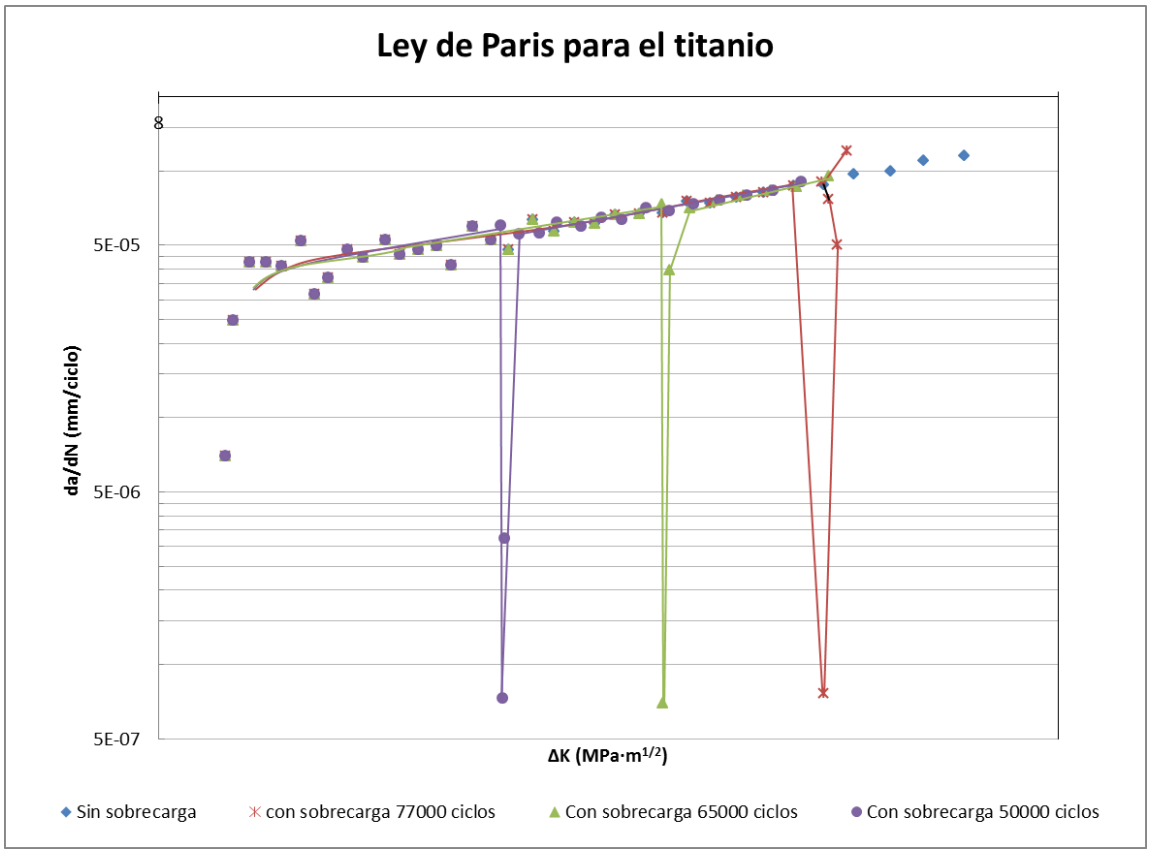


Figura 8.10.- Ley de Paris para el titanio con sobrecarga aplicada a distintos ciclos y sin sobrecarga aplicada.

Los datos obtenidos no muestran satisfactoriamente la zona de la sobrecarga, habiendo sido imposible captar la aceleración que tiene lugar en el ciclo de sobrecarga. Tampoco se ha conseguido obtener datos suficientes que muestren la evolución clara desde la zona de mínima tasa de crecimiento y el posterior aumento hasta volver a estabilizarse, teniendo así un único punto que muestra el retardo producido. Este problema se ha intentado solventar refinando lo máximo posible la malla en la zona de sobrecarga, sin obtener una mejoría apreciable, y además surguiendo un problema de aceleración del crecimiento antes de aplicar la sobrecarga seguramente por la transición de un tamaño de malla a otro.

8.3. Resultados para el aluminio2024-T3

Para el aluminio se han evaluado dos ciclos de fatiga, uno de $R = 0$ y otro de $R = 0.5$. Los coeficientes encontrados para la ley de Paris a $R = 0$ son $c_1 = 32410$, $c_2 = 0.2024$, $c_3 = 0.00007$ y $c_4 = 1.2735$ y a $R = 0.5$ son $c_1 = 30000$, $c_2 = 0.5445$, $c_3 = 0.000018$ y $c_4 = 1.3575$.

En la figura 8.11 se muestra el estado tensional para el aluminio con un ciclo de carga de R = 0, con valores entre 5 y 600 N sin aplicar sobrecarga. En la figura 8.12 se muestra el estado tensional para R = 0.5 con valores entre 600 Y 1200 N. Entre estas dos figuras se aprecia la difernecia entre el estado tensional de ambos análisis de fatiga sin aplicar sobrecarga. Como no es de extrañar, para R = 0.5 se alcanzan valores más altos de tensión ya que la carga máxima a la que llega el ciclo es de 1200 N en compraración con los 600 N que se alcanzan para R = 0. También el tamaño que alcanza la grieta es mayor para R = 0.5 que para R = 0 para el mismo número de ciclos de 300000. El tamaño alcanzado por la grieta a los 300000 ciclos para R = 0 fue de 33.05 mm, y para R = 0.5 de 36.275 mm. En ambos casos, la tensión se concentra en el frente de grieta, con el máximo valor en el vértice de la grieta.

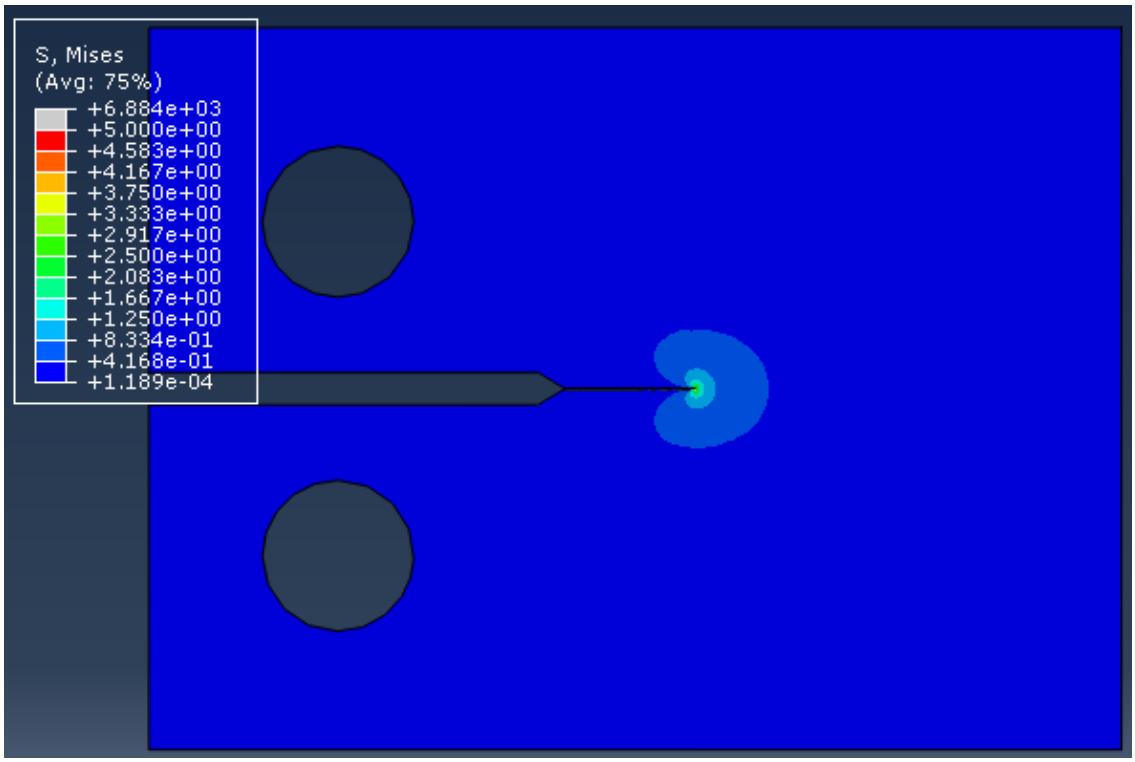


Figura 8.11.- Campo de tensiones para el análisis del aluminio a R = 0 a los 300000 ciclos sin sobrecarga.

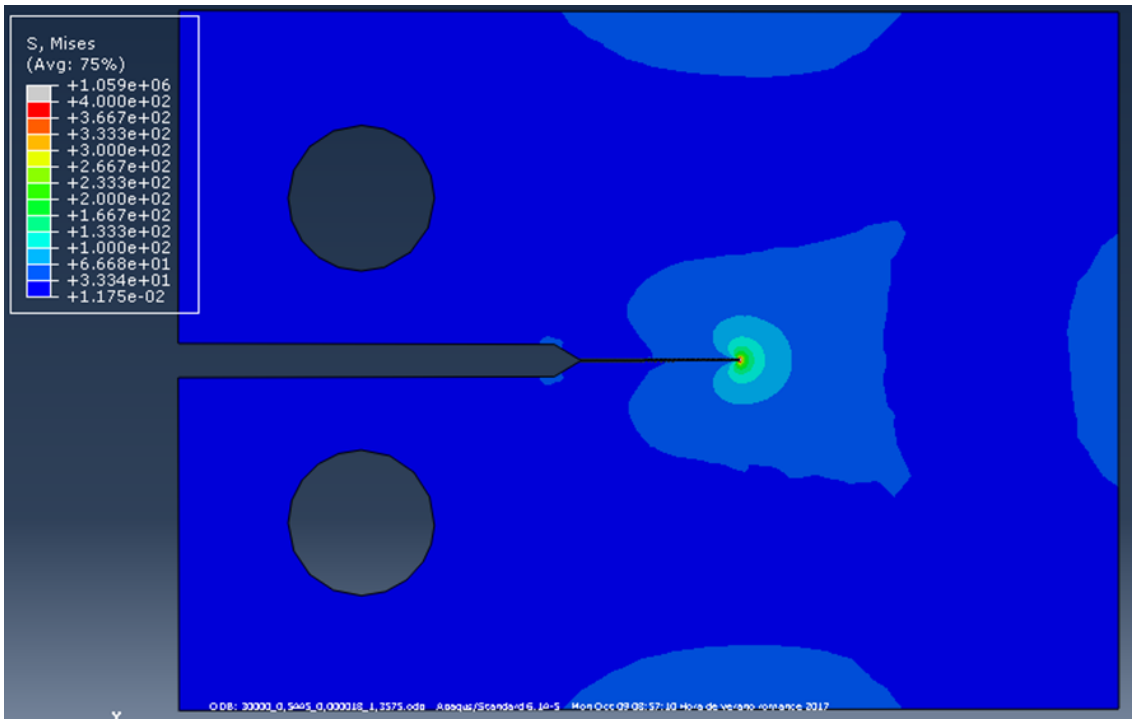


Figura 8.12.-Campo de tensiones para el análisis del aluminio a *R* = 0.5 a los 300000 ciclos sin sobrecarga.

En la figura 8.13 se muestra el estado tensional en el momento en que se aplica una sobrecarga de 900 N a 200000 ciclos para *R* = 0 y en la figura 8.14 se muestra el campo cuando se aplica una sobrecarga de 1800 N a 100000 ciclos para *R* = 0.5. La longitud final de la grieta a los 300000 resultó ser de 31.15 mm para *R* = 0, y 34.2 mm para *R* = 0.5. Ambas graficas están umbralizadas al valor del límite elástico para observar donde se supera este valor, que como se ve se da en una zona muy pequeña alrededor del frente de grieta que casi no se aprecia.

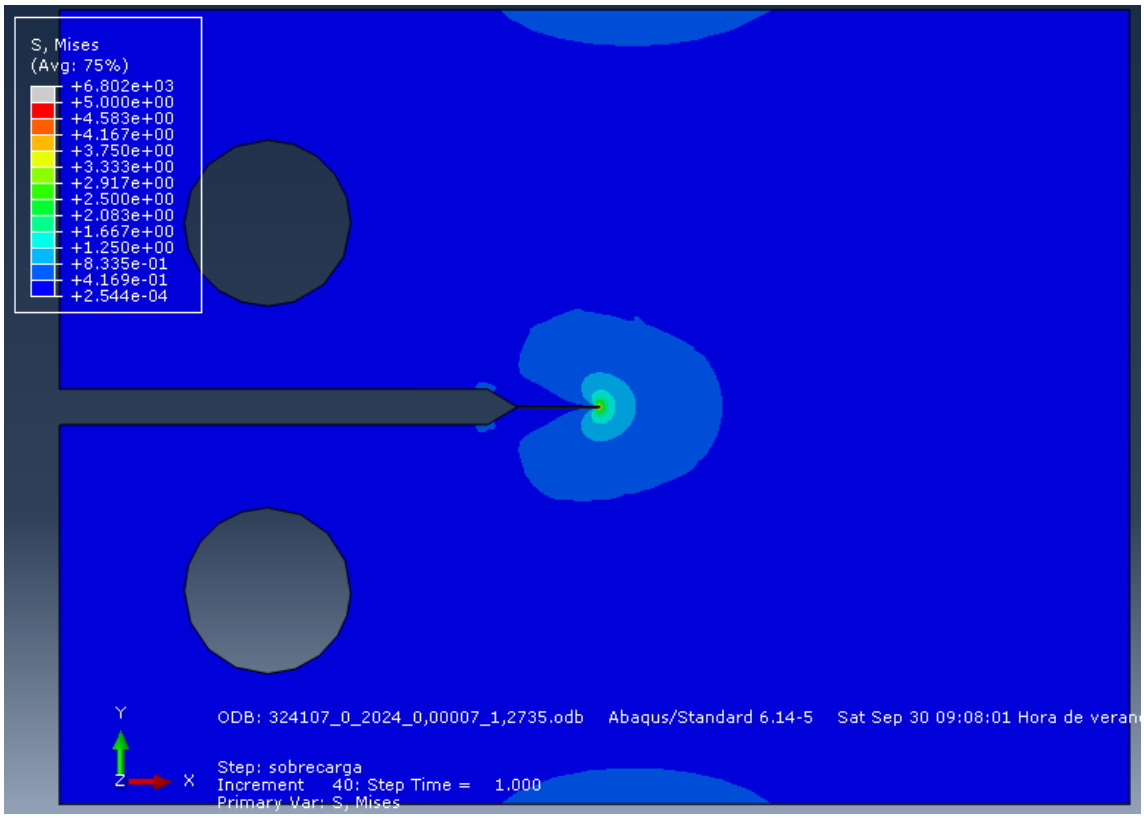


Figura 8.13.- Campo de tensiones cuando se aplica una sobrecarga de 900 N en el aluminio a *R* = 0

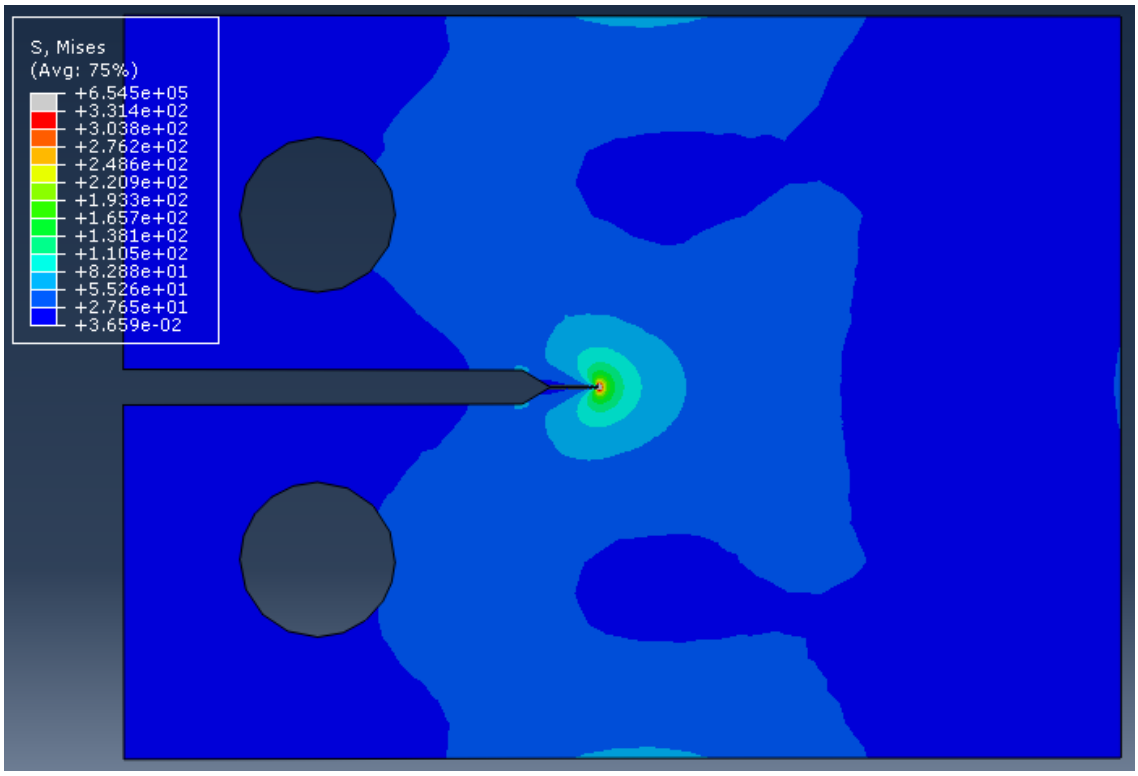


Figura 8.14.- Campo de tensiones cuando se aplica una sobrecarga de 1800 N en el aluminio a *R* = 0.5

La longitud alcanzada por la grieta cuando se aplica la sobrecargaes menor que si no se aplica, lo que confirma la teoría expuesta en capítulos anteriores de la

disminución de la velocidad de crecimineto de la grieta por ciclo tras aplicar la sobrecarga, con lo que a 300000 ciclos su longitud evidentemente debe ser menor que en el caso en el que no es aplicada.

El aspecto del campo de desplazamientos para R = 0 sin aplicar sobrecarga de la probeta se muestra en la figura 8.15. Como es lógico, al estar la fuerza aplicada en el orificio superior el máximo desplazamiento se dará en el lado izquierdo superior de la probeta. La figura 8.16 muestra el desplazamiento cuando sí se aplica sobrecarga, que como puede comprobarse es menor, ya que la grieta alcanza menor longitud, y por tanto, permite un menor desplazamiento vertical (apertura de la grieta). En el caso de R = 0.5 se ha observado que esto también ocurre, con un desplazamiento máximo de la probeta sin sobrecarga de 0.2416 mm, y en el proceso con sobrecarga de 0.2127 mm. Además, se comprueba como a mayor longitud y valor de carga aplicada, la grieta tiene un mayor desplazamiento, ya que el desplazamiento sufrido con R = 0 es menor que con R = 0.5. No se muestran las gráficas para los desplazamientos del análisis a R = 0.5 por ser redundante.

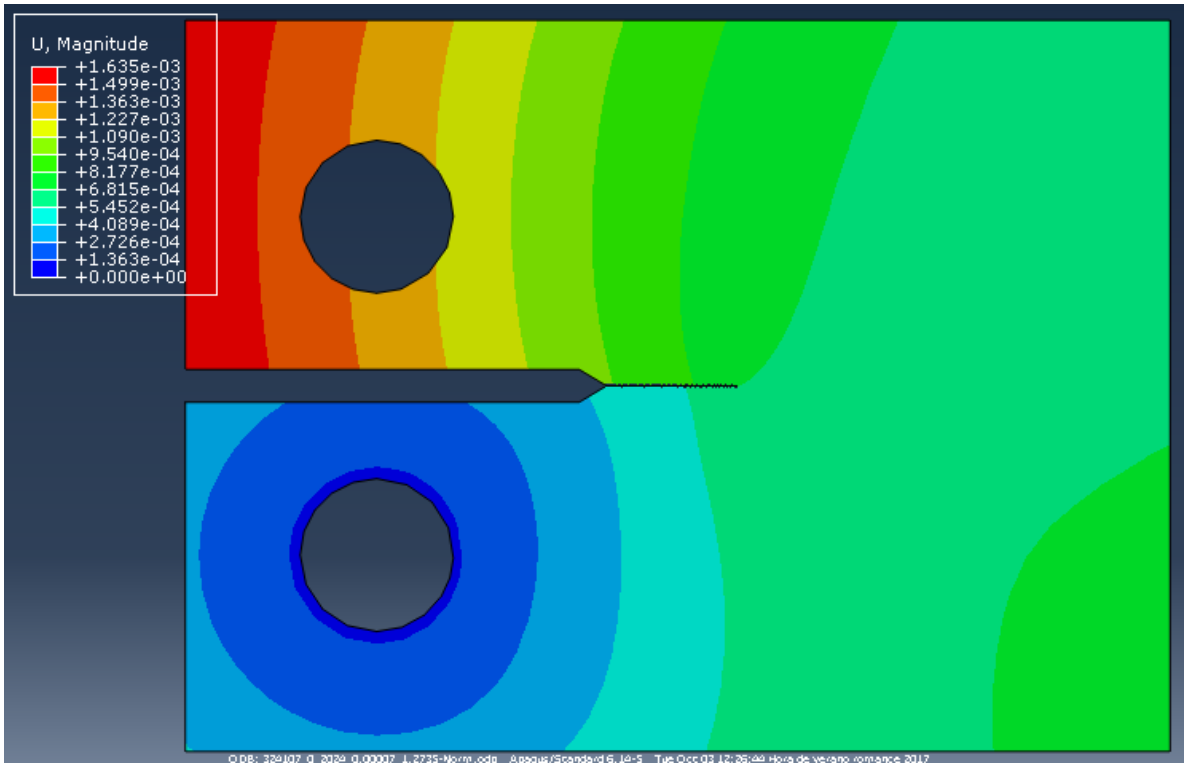


Figura 8.15.- Campo de desplazamientos para R = 0 en análisis sin sobrecarga.

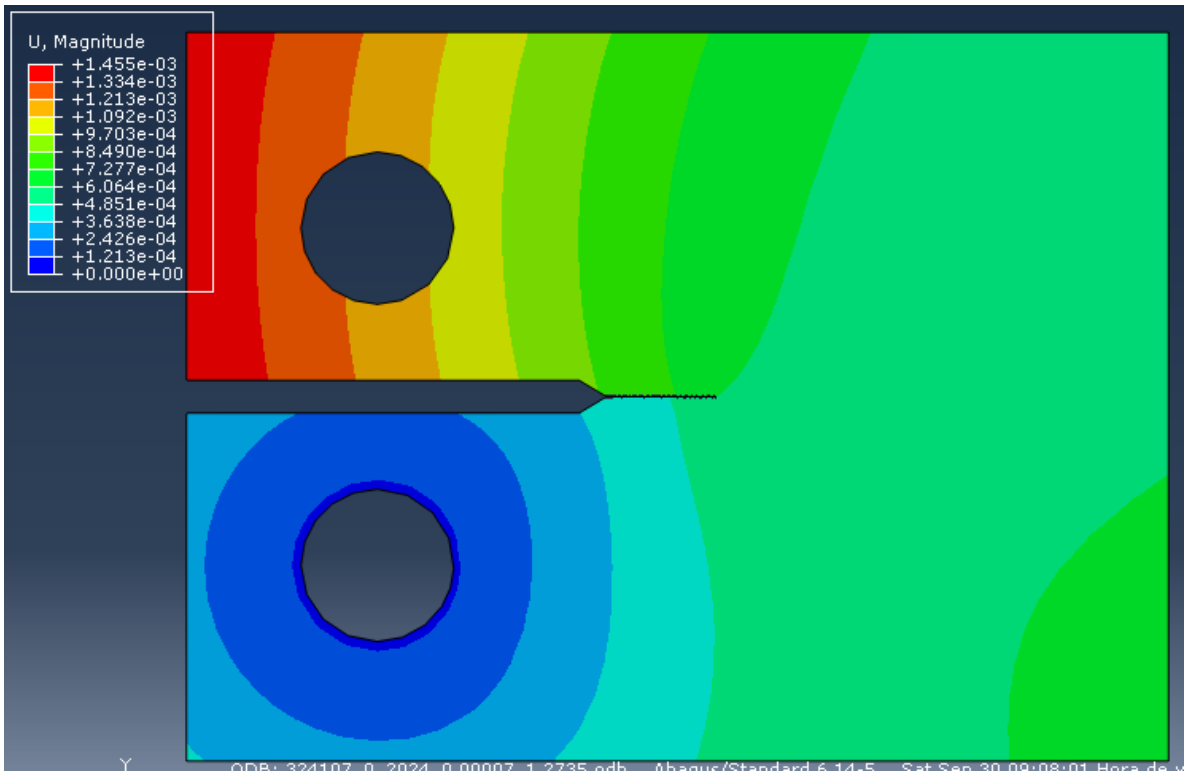


Figura 8.1610.- Campo de desplazamientos para *R* = 0 en análisis con sobrecarga.

A continuación se muestran en las figuras 8.17 y 8.18, las gráficas de la longitud de grieta, *a*, frente al numero de ciclos, *N* y la ley de Paris cuando se aplica y no la sobrecarga para *R* = 0 y *R* = 0.5.

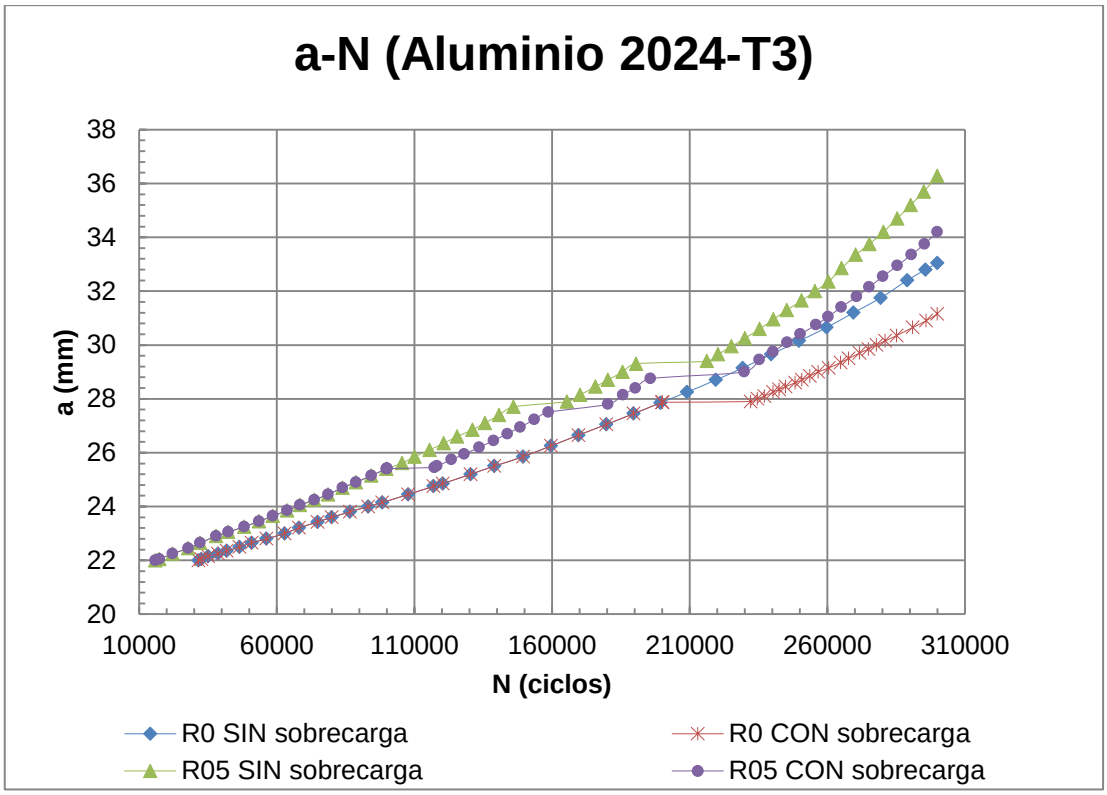


Figura 8.17.- Gráfica de longitud de grieta frente a ciclos de fatiga para los análisis con y sin sobrecarga para *R* = 0 (series roja y azul respectivamente), y con y sin sobrecarga para *R* = 0.5 (series morada y verde respectivamente)

Como se ve en la figura 8.17 el crecimiento de la grieta es constante a lo largo de los ciclos tanto para *R* = 0 como para *R* = 0.5 hasta el momento en que se aplica la sobrecarga, donde se vé como estas sufren una parada en su crecimiento durante un número determinado de ciclos para luego retomar una tasa de crecimiento similar, de forma prácticamente paralela a la que no tiene sobrecarga, resultando en que la longitud alcanzada por la grieta es menor si se aplica una sobrecarga, como ya se ha dicho. Las series verdes y moradas (*R* = 0.5) presentan dos saltos que no se deben a la aplicación de una sobrecarga aproximadamente a los 140000 y 190000 ciclos. No se ha podido determinar la causa de este efecto, ya que puede depender del tamaño, la geometría, el material y parámetros como los coeficientes de la ley de Paris que habría que estudiar en profundidad. Se puede observar además, que para el mismo número de ciclos un mayor *R* significa una mayor longitud de grieta.

En la figura 8.18 queda representado el efecto de la sobrecarga en la ley de Paris con ambos ejes en escala logarítmica, en contraste con la que no la aplica. Las series verde y morada representan el proceso para *R* = 0.5, y la azul y roja para *R* =

0. Se ve como al principio los análisis tanto con sobrecarga como sin ella coinciden con su respectivo *R*, como es lógico, ya que tienen los mismos parámetros ambas simulaciones y son las mismas probetas. Siguen un comportamiento más o menos ascendente. Pero en el momento de aplicar la sobrecarga, el comportamiento cambia, se ve como sufre un brusco descenso en su tasa de crecimiento, para luego reanudar el crecimiento normal. Como se ve en la gráfica el valor de ΔK toma valores menores cuando se aplica la sobrecarga teniendo así una menor tasa de crecimeinto, en cambio, las series azul y verde (sin sobrecarga) alcanzan valores mas altos de ΔK para el mismo número de ciclos. Aquí también se comprueba que a mayor *R* mayor tasa de crecimiento, por lo tanto un mayor daño del material para el mismo ΔK y número de ciclos.

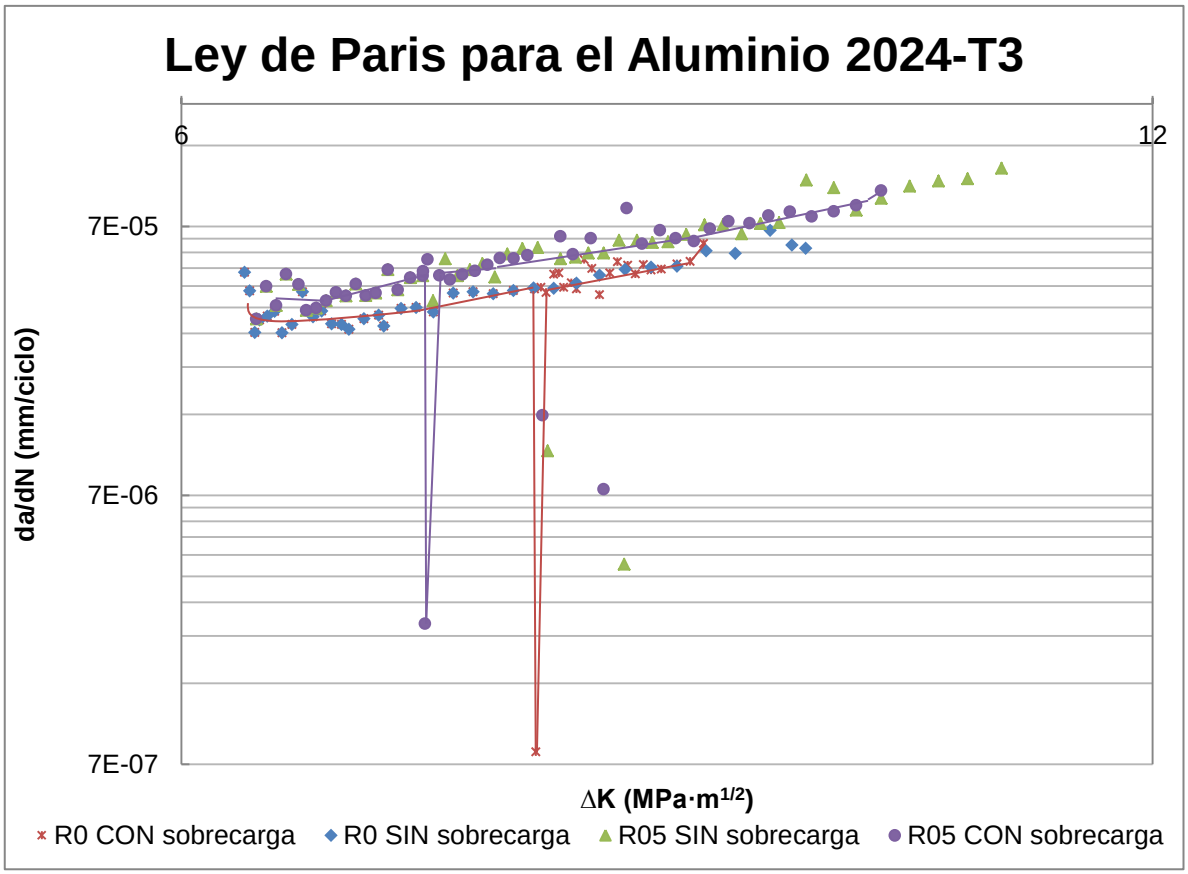


Figura 8.1811.- Leyes de Paris para el caso de *R* = 0 y *R* = 0.5 con y sin sobrecarga.

8.4. Comparación de los resultados numéricos con los resultados experimentales

En este capítulo se hará una comparación entre los resultados numéricos obtenidos y los experimentales para los análisis a fatiga sin sobrecarga.

8.4.1. Aluminio2024-T3con *R* = 0

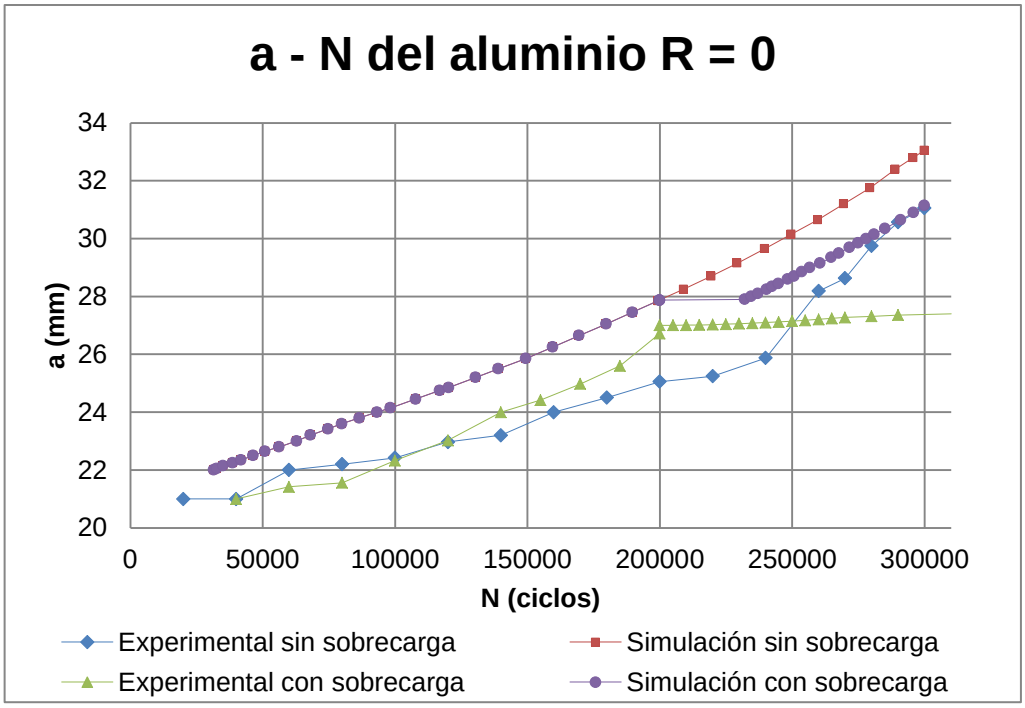


Figura 8.1912.- Gráfica de longitud de grieta frente a número de ciclos del aluminio a *R* = 0 con y sin sobrecarga para simulación numérica y experimental

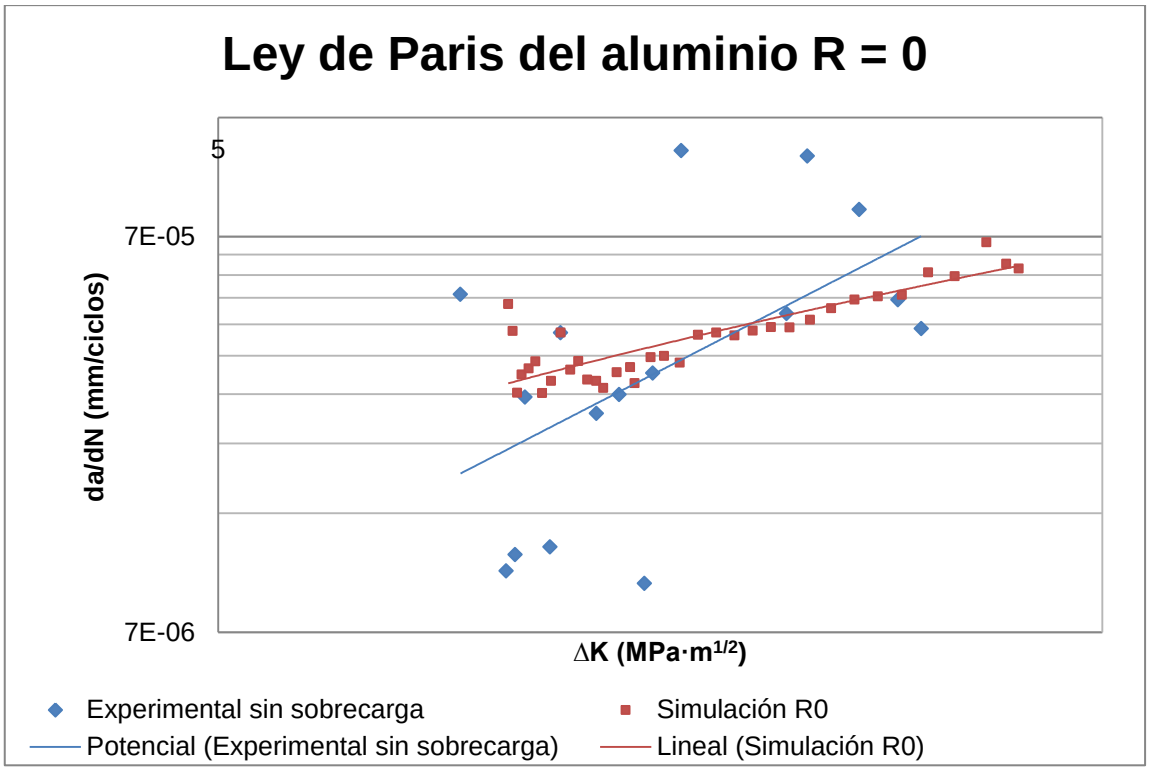


Figura 8.20.- Gráfica de la ley de Paris del aluminio a *R* = 0 sin sobrecarga para simulación numérica y experimental

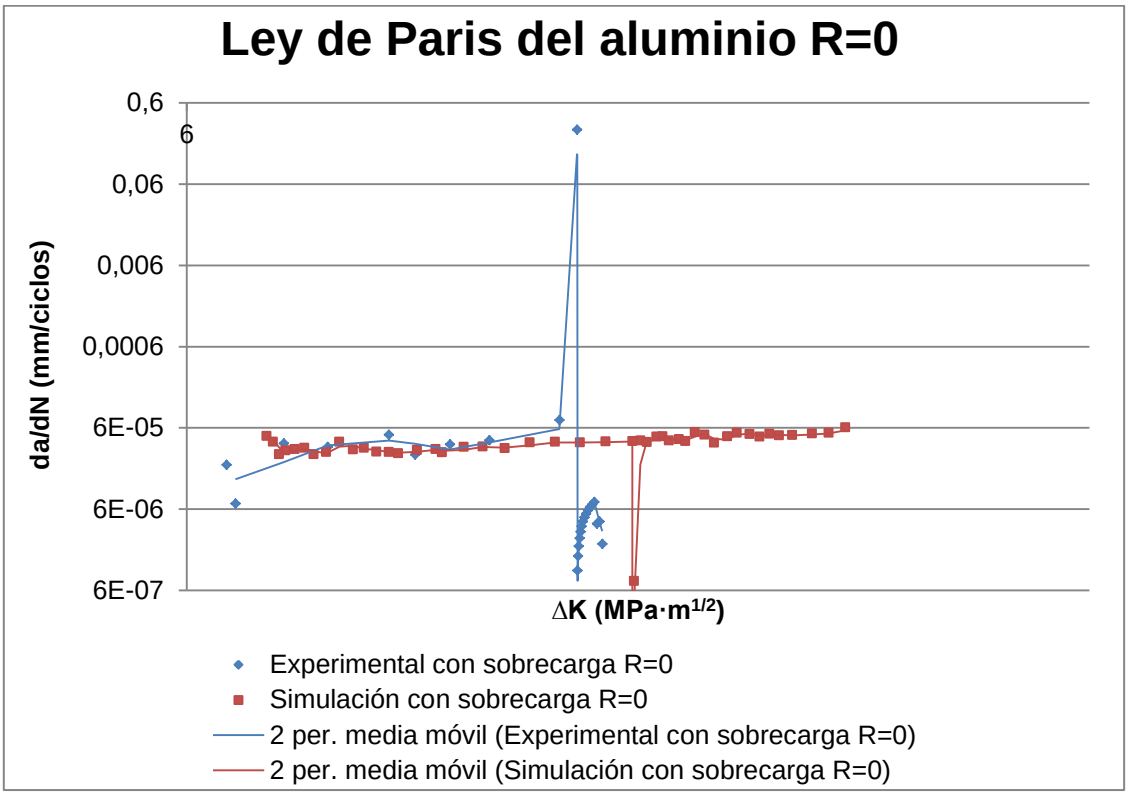


Figura 8.2113.- Gráfica de la ley de Paris del aluminio a R = 0 con sobrecarga para simulación numérica y experimental

Las figuras 8.19, 8.20 y 8.21 de los resultados experimentales frente a los numéricos presentan discrepancias que no permiten una buena aproximación. Estas

discrepancias se deben a una definición parcial del material al no añadir la plasticidad, que ha provocado que los coeficientes de la ley de Paris no hayan sido correctamnete determinados, así como la variabilidad de los resultados experimentales al intervenir muchas variables que no se tienen en cuenta en la simulación, como son el tamaño de grano, homogeneidad del material o defectos de fabricación. Hay que tener en cuenta que la simulación es tan solo una aproximación discreta del sistema continuo, por lo que esto también influye en los resultados obtenidos.

En la figura 8.21 se observa la comparación entre la ley de Paris experimental (serie azul) y la obtenida de la simulación (serie roja). Lo primero que se aprecia es que las sobrecargas no tienen los mismos valores de ΔK, esto es debido a que la longitud de la grieta a los 200000 ciclos que es dodne se aplica la sobrecarga en ambos estudios es distinta. La longitud de la grieta varía debido a los valores de los coeficientes de la ley de Paris, ya que afectan directamente a la tasa de crecimiento de la grieta. Además, mientras que en la simulación no se ha podido medir la aceleración en el crecimiento de la grieta al aplicar la sobrecarga, en el ensayo experimental si se pudo medir, observandose mediante la aproximación media movil que hay una brusca aceleración, para luego sufrir un retardo que en este caso sigue hasta los 300000. Hasta el momento de aplicar la sobrecarga las leyes de ambos ensayos son aproximadas, pero tras esta toman caminos muy distintos, esto se debe a la arbitrariedad y cantidad de variables que se tienen en los ensayos experimentales, la capacidad del programa para aproximarse a la realidad y la corrrecta y completa definición del modelo.

8.4.2. Aluminio2024-T3 con R = 0.5

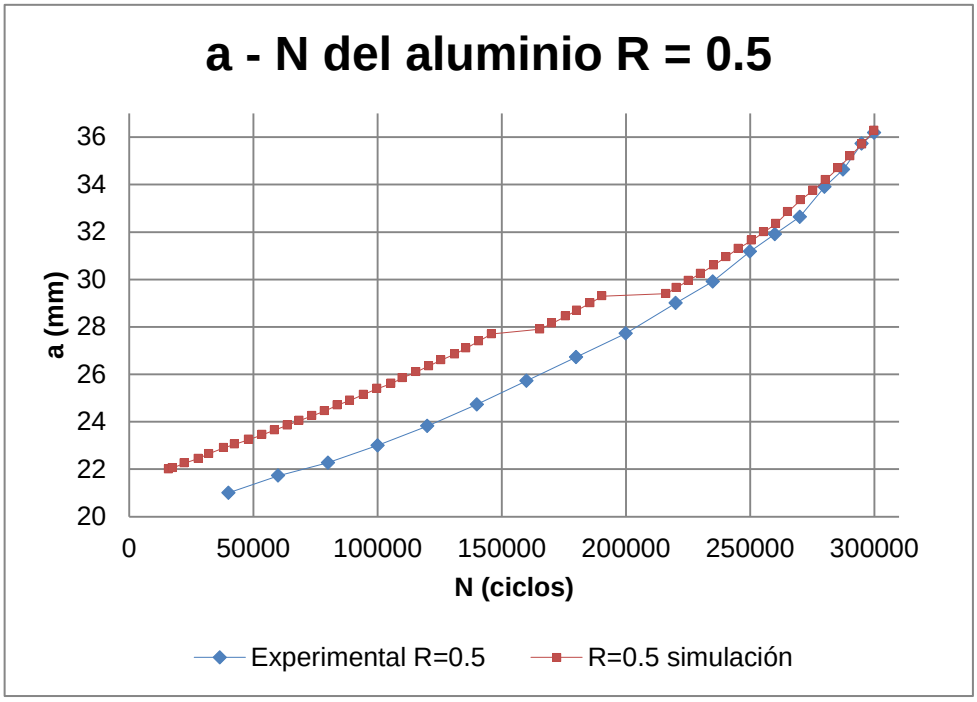


Figura 8.2214.- Gráfica de longitud de grieta frente a número de ciclos del aluminio a *R* = 0.5 sin sobrecarga para simulación numérica y experimental

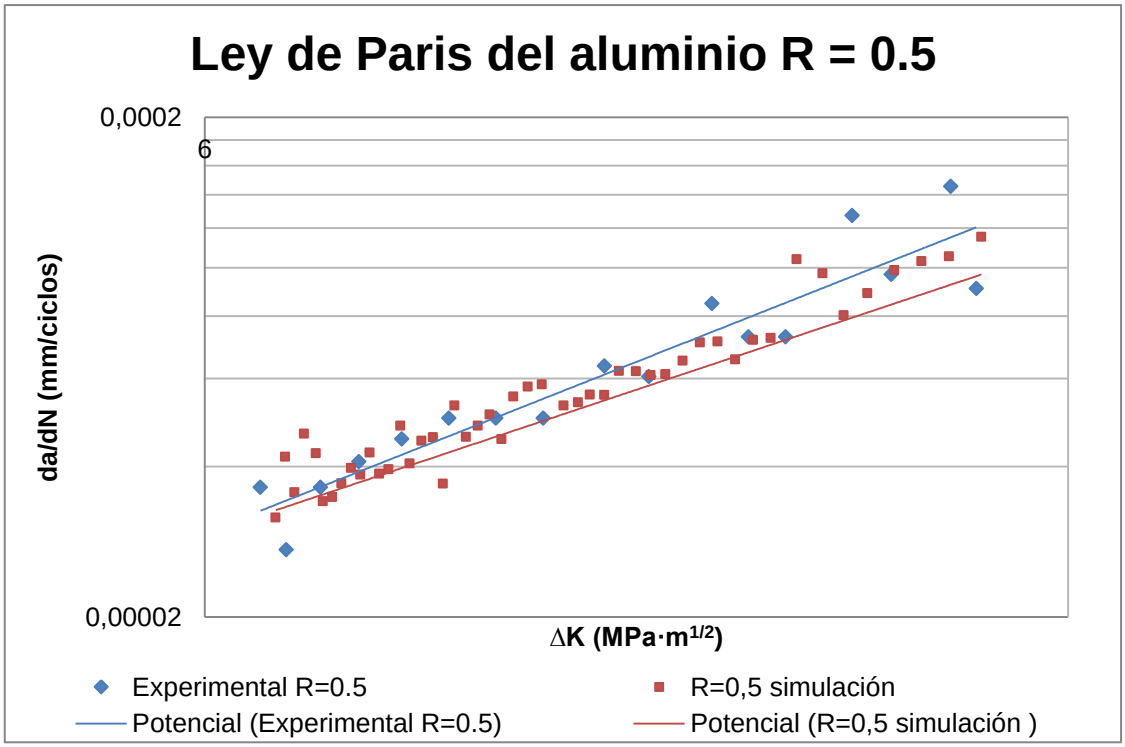


Figura 8.2315.- Gráfica de la ley de Paris del aluminio a *R* = 0.5 sin sobrecarga para simulación numérica y experimental

De la comparación entre los resultados númericos y experimentales del aluminio en el análisis a *R* = 0.5 se extrae que por ejemplo la ley de Paris se

aproxima mejor en este caso que en R = 0 (figura 8.23), a pesar de las dos paradas intermedias que presenta la simulación numérica y que no deberían producirse ya que no tiene aplicada sobrecargas. En el caso de la figura 8.22 las gráficas parecen converger a medida que avanza el analisis a unos mismos valores, mientras que en la figura 8.23 parecen alejarse a medida que avanza debido a que los resultados experiemntales presentan una aceleración del crecimiento de la grieta a mediada que se acerca al final del proceso y que se debe al mayor daño que sufre el material. Las discrepancias entre los resultados numéricos y experimentales se deben como se ha dicho antes a factores como la definición del material en abaqus y la arbitrariedad que se tiene en los ensayos reales que hacen que los análisis puedan variar mucho en sus resultados.

Para el aluminio con relación R = 0.5 con sobrecarga no se dispone de datos experimentales, por lo que no se han podido comparar.

8.4.3. Titanio con R= 0.6

En el caso del titanio solo se han podido comparar los datos de los análisis con sobrecarga a los 77000 ciclos, ya que no se dispone de datos experiemntales de ensayo para el titanio con realción de carga R = 0.6 hasta los 92000 ciclos sin sobrecarga.

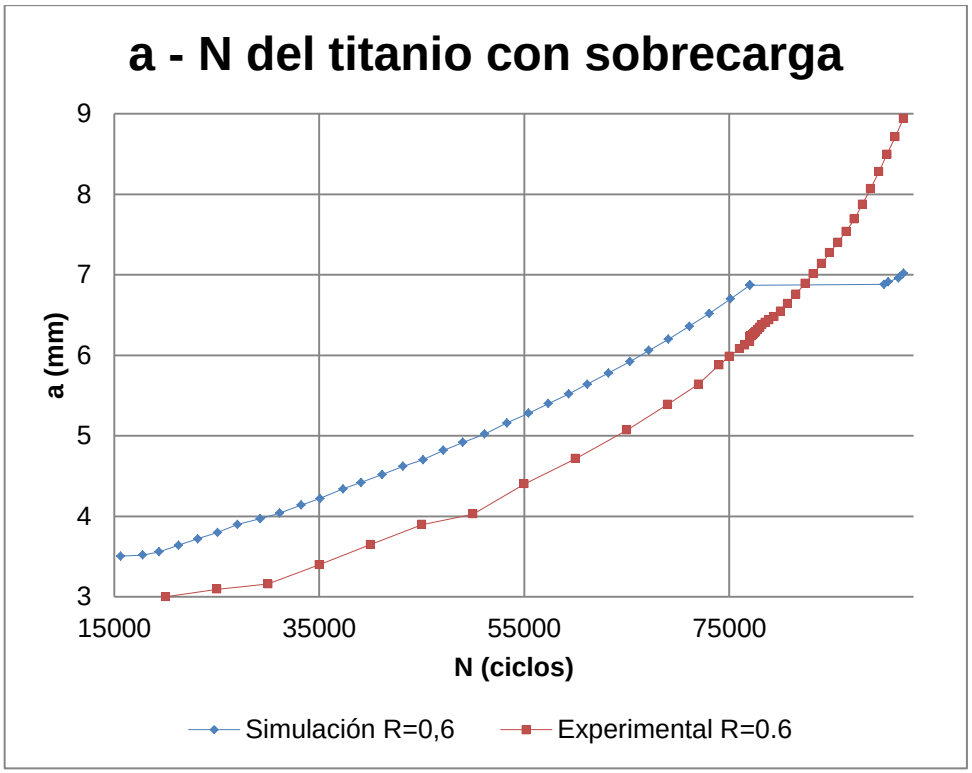


Figura 8.24.-Gráfica de longitud de grieta frente a número de ciclos del titanio con relación R = 0.6 y sobrecarga aplicada a los 77000 ciclos experimental y numérica.

De la figura 8.24 de *a* frente a *N* se extrae que la diferencia entre los resultados experimentales y numéricos es grande en el momento de la sobrecarga. En el ensayo experimental se aprecia un pequeño aumento rápido de la longitud frente a los ciclos, para posteriormente frenarse y crecer de manera un poco más lenta, en cambio, la simulación no presenta esa aceleración, que como se ha dicho no se puede captar, y ha tenido un retardo mucho más pronunciado, haciendo que la grieta crezca muy poco antes de llegar al final del proceso en comparación con el ensayo. Tales diferencias se deben a varios factores ya mencionados, como la capacidad de Abaqus para reproducir este fenómeno, la correcta definición del modelo por parte del usuario, los parámetros tomados, el hecho de que no deja de ser una aproximación a la realidad…

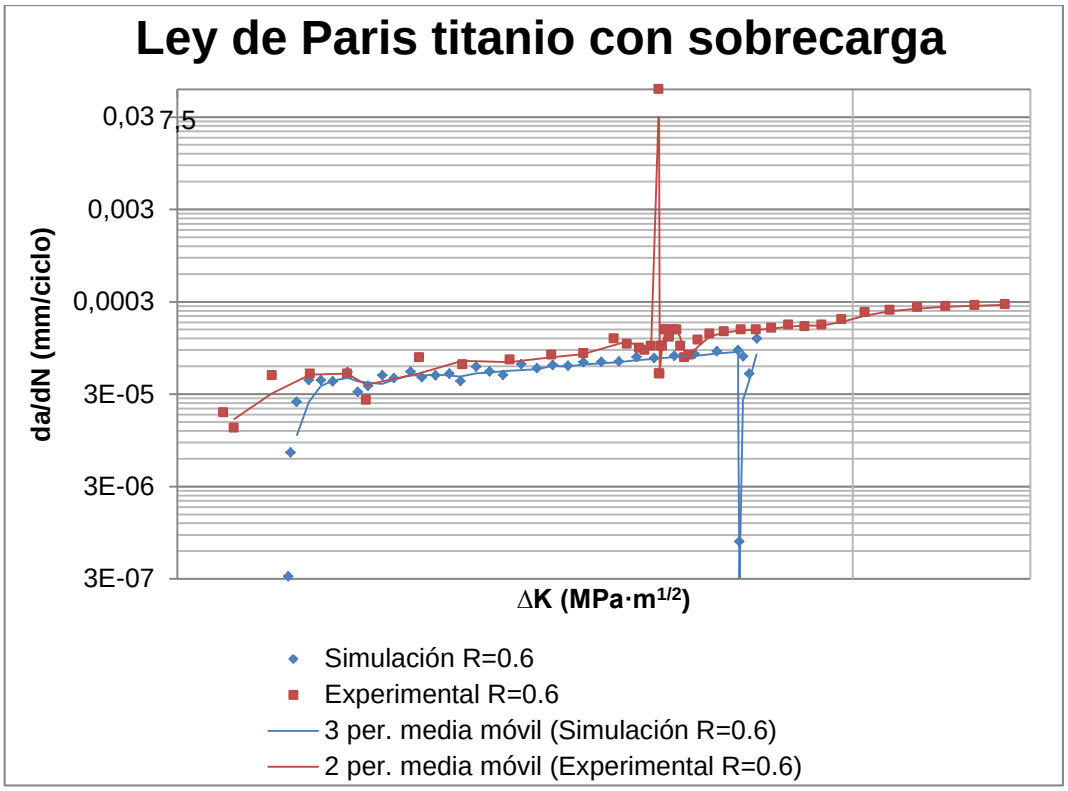


Figura 8.2516.- Gráfica de la ley de Paris del titanio con relación R = 0.6 y sobrecarga aplicada a los 77000 ciclos experimental y numérica.

En la figura 8.25 donde se comparan las leyes de Paris se ve como en el caso del aluminioque no coinciden los valores de ΔK en el momento de la sobrecarga, que como demuestra la grafica de la figura 8.26 de debe a que la longitud de la grieta en ese momento es mayor en la simulación que en el ensayo de experimental. En este caso, en el ensayo experimental se observa también la aceleración sufrida en el crecimiento con la sobrecarga, y al contrario que en el aluminio el retardo sufrido en la simulación es mas acuciado que en el caso experimental donde rapidamente vuelve a los valores normales. Así se tiene una diferencia de 2 mm en la longitud de la grieta final entre el ensayo y la simulación.

9. Conclusiones

En este capítulo se exponen las conclusiones a las que se ha llegado tras la realización del trabajo.

1. Lo primero a tener en cuenta es que la realización de este tipo de procesos de forma simulada mediante el producto Abaqus puede resultar complicado, siendo necesario un profundo conocimiento del modo en que éste trabaja y las técnicas de que se disponen.
2. El uso de esta herramienta informática no puede nunca reemplazar los ensayos experimentales, sino que es un complemento.
3. El uso de XFEM para este tipo de estudios presenta una implementación más sencilla que el método VCCT, siendo necesario menos pasos para crear el modelo.
4. Con el uso del método XFEM se han visto problemas a la hora de querer considerar la plasticidad del material, que como se comprueba se ha eliminado del análisis. Esto ha traído consecuencias a la hora de definir otros parámetros y la calidad de los resultados que se han podido obtener, tales como los coeficientes de la ley de Paris, la deformación sufrida por la probeta y en consecuencia su semejanza a los resultados experimentales. Los coeficientes de la ley de Paris aquí usados han tenido que ajustarse respecto a los experimentales para que la grieta alcanzase valores realistas de longitud en base a los datos. Otro problema que se ha presentado cuando se tiene plasticidad es que la definición de varios step provoca un cambio en la tasa de crecimiento de grieta tal que no se permite simular correctamente el efecto de la sobrecarga.
5. El mallado se ha encontrado como un aspecto crítico a la hora de conseguir un análisis válido, sobre todo el tamaño de los elementos que afectan a la franja por donde se propaga la grieta y la transición entre tamaños. Se ha visto necesario usar un tamaño mínimo de elemento en la zona de la grieta de 0.05 mm para que la dirección del crecimiento fuera uniforme.
6. Otro aspecto importante ha sido la definición del tamaño de incremento de tiempo, comprobándose que valores más bajos definen mejor el ciclo de carga, pero afecta a la solución numérica de forma negativa si se define la plasticidad del material, además de suponer un alto coste computacional. En este trabajo se ha optado finalmente por un tamaño de 0.025 s.
7. Los resultados obtenidos mediante las simulaciones corroboran la teoría de que se produce un retardo en el crecimiento de la grieta, sin embargo, no se ha podido obtener la aceleración que se supone debe haber durante la

sobrecarga, esto no es de extrañar, ya que para observar este fenómeno se necesita comprobar la apertura del frente de grieta, cosa que no es posible mediante el tamaño de malla usado, necesitando tamaños tan pequeños que abaqus no lo permite. Aun así la simulación ha captado de forma uniforme la tasa de crecimiento que se obtiene de la ley de Paris para diferentes ΔK y un mismo R.

8. Se ha comprobado que aplicar la sobrecarga cuando han pasado un menor número de ciclos, la longitud de grieta alcanzada al final del proceso es menor, y como consecuencia el daño del material es menor.
9. A una mayor relación de carga R, mayor tasa de crecimiento y mayor daño en el material.

10. Trabajos futuros

1. Determinar las causas por las que la plasticidad presenta problemas con el método XFEM.
2. Estudiar distintos tipos de mallado para las probetas, con el fin de encontrar el más adecuado.
3. Estudiar el fenómeno de fatiga mediante el método VCCT.
4. Estudiar el fenómeno de fatiga para distintos R.
5. Reducir el coste computacional manteniendo el nivel de precisión en los resultados.
6. Estudiar el efecto de aplicar distintos valores de sobrecarga y varias sobrecargas en un mismo análisis.

11. Bibliografía

[1] Rodríguez, A. D. (2016). *Análisis numérico de la integridad estructural de elementos mecánicos* (Trabajo de fin de grado). Universidad de Jaén, Jaén.

[2] Arana, J.L. y González, JJ. (2002). *Mecánica de Fractura*. Gipuzkoa: Publicaciones de la Universidad del País Vasco.

[3] Anderson, T. L. (1995). *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. CRC Press.

[4] Dassault Systémes. *Abaqus/CAE User's Manual & Abaqus Analysis User's Manual*. Abaqus 6.14,Simulia.

[5] Avilés, R. (2015). *Métodos de cálculo de fatiga para ingeniería*. Madrid: Paraninfo.

[6] Sabsabi, M. (2010). *Modelado de grieta y estimación de vida en Fretting Fatiga mediante el Método de los Elementos Finitos Extendido X-FEM* (Tesis Doctoral). Universidad Politécnica de Valencia, Valencia.

[7] Melson, J. H. (2014). *Fatigue Crack Growth Analysis with Finite Element Methods and a Monte Carlo Simulation*. Thesis submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA.

[8] Sun, Y. (2006). *The Study of Overload Effects on Fatigue-Crack-Growth Behavior by Neutron Diffraction*. The University of Tennessee, Knoxville.

[9] Yoo, Y.; Jeon, J y Jang, C. (2010). *The Effects of Overload on the Fatigue Life*. Hyundai Motor Company, Hyundai Motor Company and Simulia Korea.

[10] Andrade, A. A.; Mosquera. W. A. y Vanegas L. V. (2015). *Modelos de crecimiento de grietas por fatiga*. Universidad Católica de Pereira.

[11] González, A.; Zapatero, J.; Moreno, B. y Pascual, J. Vol. 18 (2001). *Modelado del cierre de grieta en fatiga mediante elementos finitos*. Universidad de Málaga.

[12] Dassault Systémes. *Abaqus Keywords Refernece Guide*. Abaqus6.14, Simulia.