

Centro de Estudios de Postgrado

Máster en Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria,
Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas



Universidad de Jaén

Centro de Estudios de Postgrado

Trabajo Fin de Máster

Geometría del plano y sus movimientos

Alumna: Mármol López, Marina

Tutor: José Miguel Manzano Prego

Dpto: Matemáticas

Septiembre, 2023



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

ÍNDICE

ÍNDICE	1
RESUMEN/ABSTRACT.....	3
ABSTRACT	3
1. INTRODUCCIÓN.....	4
2. OBJETIVOS.....	5
3. FUNDAMENTACIÓN CURRICULAR	7
3.1) Disposición curricular.....	7
3.2) Ajuste de los contenidos de los libros de texto a la normativa	18
3.3) Conclusión	20
4.FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA	21
4.1) Conceptos básicos sobre vectores.....	22
4.2) Isometrías y sus tipos	27
4.3) Composiciones de movimientos	36
4.4) Teselaciones: frisos y mosaicos	44
5.FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA	54
5.1) Necesidad de un enfoque STEM en el currículo de Educación Secundaria.....	54
5.2) La creatividad y las matemáticas en educación.....	61
5.3) La creatividad entendida por el futuro profesorado de matemáticas	63
5.4) Conclusiones	64
6. PROYECCIÓN DIDÁCTICA.....	65
6.1) Título	65
6.2) Justificación	65
6.3) Contextualización del centro y del aula	66
6.4) Objetivos	66
6.5) Competencias clave	70
6.6) Contenidos	74
6.7) Metodología.....	75



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6.8) Actividades y recursos	76
6.9) Atención a la diversidad	80
6.10) Temporalización	82
6.11) Evaluación	94
7. CONCLUSIONES	97
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	98
ANEXO I: DESARROLLO DE LAS SESIONES	101
ANEXO II: DESARROLLO DE ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN EN LA ALHAMBRA	116
ANEXO III: ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS	125
ANEXO IV: ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA	129
ANEXO V: TABLAS DE EVALUACIÓN	139



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

RESUMEN/ABSTRACT

El trabajo actual se presenta como proyecto final del Máster de Profesorado en Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Su finalidad es poner en práctica los conocimientos adquiridos durante la etapa de formación cursada en la Universidad de Jaén.

El trabajo presenta tres fundamentaciones que estarán relacionadas con la unidad didáctica desarrollada y basada en el tema de "Geometría en el plano y sus movimientos" para el curso de Matemáticas de 3º ESO.

Dicha unidad pretende conseguir que el aprendizaje de las Matemáticas, y en especial de la Geometría, se desarrolle de una manera más realista y adaptada al mundo real, así como que el alumnado adopte la actitud necesaria para aceptar retos y llegar a conclusiones, haciendo hincapié tanto en el conocimiento matemático como en el aprendizaje de los procesos de pensamiento necesarios para llegar a las soluciones de problemas. Este proceso de enseñanza es aplicable no solo a las matemáticas sino a la vida real, y fomenta el entrenamiento de la capacidad resolutive del alumnado en un ámbito general y en su futura vida laboral.

Palabras clave: Matemáticas, Geometría, aprendizaje, vida real, proceso de enseñanza.

ABSTRACT

The current work is presented as a final project of the Master's Degree in Compulsory Secondary Education and Baccalaureate, Vocational Training and Language Teaching. Its purpose is to put into practice the knowledge acquired on the training stage at the University of Jaén.

The work presents three foundations that will be related to the didactic unit developed and based on the topic "Geometry in the plane and its movements" for the 3rd compulsory secondary education of Mathematics.

This unit aims at ensuring that the learning of Mathematics, specially focused on Geometry is developed in a more realistic way and adapted to the real world. The goal is that students adopt the necessary attitude to accept challenges and reach conclusions, with special emphasis on both the mathematical knowledge and the



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

learning of the thought processes necessary to reach solutions to problems. This teaching process is applicable not only to mathematics but also to real life and will encourage the training of students' problem-solving skills in a general scope and in their working life.

Keywords: Mathematics, geometry, education, real life, problem-solving skills.

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo supone la última parte del Máster de Profesorado y Educación Secundaria cursado en la Universidad de Jaén. Se pone en práctica lo aprendido durante este año de enseñanza desde tres perspectivas diferenciadas:

- 1) **Fundamentación curricular:** en esta primera parte se analiza la normativa vigente tanto a nivel autonómico como estatal y se estudian los objetivos, contenidos y competencias generales de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las enseñanzas Académicas en el curso de 3º ESO. Posteriormente se analizarán varias editoriales y su adaptación al currículo para elegir cuál sería la óptima para la trasposición del conocimiento.
- 2) **Fundamentación epistemológica:** este apartado se dedica a la explicación de los contenidos geométricos y matemáticos teniendo especial cuidado en la precisión del lenguaje empleado. Este apartado tiene mayor complejidad académica que el resto del trabajo al tratar de una matemática superior. Se han usado programas gráficos que ayuden a explicar los contenidos y se ha consultado documentación especializada al respecto.
- 3) **Fundamentación didáctica:** se analizarán varios artículos de investigación en relación con la interdisciplinariedad de las matemáticas y el aprendizaje basado en proyectos (ABP). Se evitará el concepto de que las matemáticas se vean como materia aislada del resto de asignaturas y se fomentará el aprendizaje real a través de proyectos desarrollados por el propio alumnado con el profesor o la profesora como figura de andamiaje en todo el proceso.

La parte final está dedicada a la elaboración de una unidad didáctica sobre el tema de *Geometría en el plano y sus movimientos* en la que se detallan las sesiones y su



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

temporalización, los contenidos explicados, los recursos y las actividades, la atención a la diversidad y la evaluación junto con las conclusiones.

Esta Unidad Didáctica será un compendio de los conocimientos desarrollados durante las fundamentaciones curricular, epistemológica y didáctica. Se pondrá especial atención a metodologías que implementen la interdisciplinariedad y la creatividad en problemas geométricos basados en la vida real (en concreto a través de una actividad de investigación contextualizada en la Alhambra de Granada).

Es también un objetivo fundamental de este trabajo aportar nuevos enfoques didácticos y metodológicos en el aula sobre los contenidos de Geometría en 3º de ESO. Se pretende que el aprendizaje sea vivencial, cooperativo, contextualizado y significativo para el alumnado. Para ello se utilizarán medidas didácticas contempladas en artículos de investigación que indagan sobre la creatividad en el aula de matemáticas y el enfoque STEM asociándolo con la interdisciplinariedad de esta materia con otras del ámbito científico-tecnológico en Educación Secundaria.

2. OBJETIVOS

El objetivo principal de este trabajo es poner en práctica la competencia profesional como profesora de Educación Secundaria de Matemáticas mediante el diseño de la programación de una unidad didáctica del tema de Geometría del plano y sus movimientos en el curso de 3º de ESO. Para llevar a cabo el trabajo fijaremos los siguientes objetivos, tanto transversales como específicos:

- 1) Diseñar una **Unidad Didáctica** sobre Geometría en 3º ESO para lo que se tendrá en cuenta:
 - a) Analizar la nueva normativa y su adaptación de las sesiones a los contenidos y estrategias metodológicas contempladas en ella.
 - b) Estructurar las sesiones teniendo en cuenta la relevancia de la Geometría en la historia y los problemas de la humanidad que ha resuelto.
 - c) Aplicar en las sesiones metodologías específicas que ayuden a desarrollar un aprendizaje matemático significativo, a través de herramientas que promuevan el conocimiento aplicado y la interdependencia entre las ciencias (Biología, Tecnología, Física, Dibujo Técnico, Matemáticas).



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- d) Programar sesiones basadas en los procesos matemáticos, más que en el resultado final. A través de procesos de aprendizaje como el IBL o el ABP. El uso de problemas abiertos que sean compatibles con la creatividad.
 - e) Promover el trabajo en equipo como técnica fundamental para cooperar y enseñar a trabajar al alumnado por un objetivo en común. El apoyo social como medio fundamental para llegar a la resolución de problemas.
 - f) Aumentar la motivación del alumnado para que puedan llegar a disfrutar aprendiendo, trabajar en áreas socioafectivas que implican el aprender a equivocarse, la necesidad de ser constantes y la oportunidad que dan los errores para acercarse a la resolución de los problemas. Preparar para la vida a través del aprendizaje de la Geometría.
-
- 2) Estudiar la **Normativa Autonómica y Estatal** vigentes hoy en día, sus elementos clave en la enseñanza de las Matemáticas y la Geometría, las competencias clave y específicas y los enfoques metodológicos idóneos para cada uno de los bloques de la asignatura.
 - 3) Desarrollar de un **tema de oposiciones**: Movimientos en el plano. Composición de movimientos. Aplicación al estudio de las teselaciones del plano. Frisos y mosaicos.
 - 4) Indagar sobre **artículos científicos** en relación con la implantación de STEM, multidisciplinariedad y fomento de la creatividad en el aula de Matemáticas.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

3. FUNDAMENTACIÓN CURRICULAR

Para abordar este apartado se realiza un acercamiento al marco legislativo y se analizan libros de texto para hacer una comparativa entre ellos y su manera de abordar los conocimientos.

Este estudio va a tener su foco en la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas en 3º de ESO. Los libros de texto detallados en esta sección resultan de especial relevancia al ser los principales agentes directos que sirven para transposición didáctica. Constituyen los puentes entre el “saber sabio” (saber teórico o de referencia) y el “saber enseñado” (al alumnado en el aula).

3.1) Disposición curricular

3.1.1) Normativa Nacional

Se aplica la Ley Orgánica 3/2020 del 29 de diciembre (LOMLOE). Esta Ley modifica la previa Ley Orgánica 2/2006 del 3 de mayo (LOMCE) de Educación con importantes cambios adaptados a los nuevos retos y demandas de la sociedad en el siglo XXI y de acuerdo con los objetivos fijados por la UNESCO para la década 2020-2030.

Estos cambios están relacionados con la definición de currículo y cada uno de los elementos que lo componen enfocados al desarrollo de la personalidad del alumnado, su preparación para el ejercicio pleno de los derechos humanos ejerciendo una ciudadanía activa y democrática en la sociedad actual evitando que se genere el abandono escolar o se disfrute del derecho a la educación.

Se aplicará el Real Decreto 1105/2014 del 26 de diciembre durante el curso 2022-2023 en los cursos de segundo y cuarto de Educación Secundaria Obligatoria.

Por otra parte, el Real Decreto 217/2022 del 29 de marzo viene a derogar lo dispuesto en el Real Decreto 1105/2014 y se aplicará a los cursos de primero y tercero de Educación Secundaria Obligatoria durante el curso 2022-2023 (el curso de tercero de Educación Secundaria es el que nos atañe en el presente trabajo). Este Real Decreto modifica el currículo, la organización y objetivos en la etapa educativa de secundaria.

Según el mencionado Real Decreto 217/2022, *"En esta norma se recogen, además, otras disposiciones referidas a aspectos esenciales de la ordenación de la etapa, como la*



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

tutoría o la orientación, así como lo concerniente a la evaluación y los criterios para la promoción y la titulación, que, de acuerdo con la disposición final quinta de la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, resultan ya de aplicación para el curso 2021-2022 y han sido recogidos en el Real Decreto 984/2021, de 16 de noviembre, por el que se regulan la evaluación y la promoción en la Educación Primaria, así como la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, el Bachillerato y la Formación Profesional. Se determinan también las condiciones en las que se puede realizar una modificación y adaptación del currículo para el alumnado que lo requiera, y se regulan otras vías de acceso al título de Graduado en Educación Secundaria Obligatoria".

Asimismo, este Real Decreto recoge las siguientes definiciones fundamentales:

- a) **Objetivos:** logros que se espera que el alumnado haya alcanzado al finalizar la etapa y cuya consecución está vinculada a la adquisición de las competencias clave.
- b) **Competencias clave:** desempeños que se consideran imprescindibles para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo, así como afrontar los principales retos y desafíos globales y locales. Las competencias clave aparecen recogidas en el perfil de salida del alumnado al término de la enseñanza básica y son la adaptación al sistema educativo español de las competencias clave establecidas en la Recomendación del Consejo de la Unión Europea de 22 de mayo de 2018 relativa a las competencias clave para el aprendizaje permanente.
- c) **Competencias específicas:** desempeños que el alumnado debe poder desplegar en actividades o en situaciones cuyo abordaje requiere de los saberes básicos de cada materia o ámbito. Las competencias específicas constituyen un elemento de conexión entre, por una parte, el Perfil de salida del alumnado, y por otra, los saberes básicos de las materias o ámbitos y los criterios de evaluación.
- d) **Criterios de evaluación:** referentes que indican los niveles de desempeño esperados en el alumnado en las situaciones o actividades a las que se refieren las competencias específicas de cada materia o ámbito en un momento determinado de su proceso de aprendizaje.
- e) **Saberes básicos:** conocimientos, destrezas y actitudes que constituyen los contenidos propios de una materia o ámbito cuyo aprendizaje es necesario para la adquisición de las competencias específicas.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- f) Situaciones de aprendizaje:** situaciones y actividades que implican el despliegue por parte del alumnado de actuaciones asociadas a competencias clave y competencias específicas y que contribuyen a su adquisición y desarrollo.

Según la descripción genérica de la asignatura de Matemáticas en el Anexo II, las Matemáticas están presentes en numerosos ámbitos de la vida cotidiana como el arte, la ciencia y la cultura. Esta rama del saber es de vital importancia para adquirir actitudes enfocadas a la gestión de la incertidumbre, previsión, organización de ideas, la abstracción, la optimización de recursos y la creatividad entre otras. El saber matemático se convierte en un saber básico y necesario para la sociedad y para la asimilación profunda del conocimiento.

Los saberes básicos contemplados en la normativa son los siguientes:

- 1) Sentido numérico.
- 2) Sentido de la medida.
- 3) Sentido espacial.
- 4) Sentido algebraico.
- 5) Sentido estocástico.
- 6) Sentido socioafectivo.

Los saberes relacionados con la Geometría se encuentran dentro del **sentido espacial** y engloba los siguientes contenidos:

- 1) *Figuras geométricas de dos y tres dimensiones.*
 - Figuras geométricas: descripción y clasificación en función de sus propiedades o características.
 - Relaciones geométricas como la congruencia, la semejanza y la relación pitagórica en figuras: identificación y aplicación.
 - Construcción de figuras geométricas con herramientas manipulativas y digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada...).
- 2) *Localización y sistemas de representación.*
 - Relaciones espaciales: localización y descripción mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.
- 3) *Movimientos y transformaciones.*
 - Transformaciones elementales como giros, traslaciones y simetrías en situaciones diversas utilizando herramientas manipulativas.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

4) *Visualización, razonamiento y modelización geométrica.*

- Modelización geométrica: relaciones numéricas y algebraicas en la resolución de problemas.
- Relaciones geométricas en contextos matemáticos y no matemáticos (arte, ciencia, vida diaria...).

También es importante tener en cuenta el **sentido socioafectivo** al englobar todos los anteriores y al formar parte fundamental en la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas y de cualquier ciencia:

1) *Creencias, actitudes y emociones.*

- Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas. Autoconciencia y autorregulación.
- Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas.
- Estrategias de fomento de la flexibilidad cognitiva: apertura a cambios de estrategia y transformación del error en oportunidad de aprendizaje.

2) *Trabajo en equipo y toma de decisiones.*

- Técnicas cooperativas para optimizar el trabajo en equipo y compartir y construir conocimiento matemático.
- Conductas empáticas y estrategias de gestión de conflictos.

3) *Inclusión, respeto y diversidad.*

- Actitudes inclusivas y aceptación de la diversidad presente en el aula y en la sociedad.
- Contribución de las matemáticas al desarrollo de los distintos ámbitos del conocimiento humano desde una perspectiva de género.

3.1.2) *Normativa Autonómica*

Todo lo relativo a la normativa autonómica se encuentra recogida en la Orden del 18 de enero de 2021 de la Junta de Andalucía.

La materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Aplicadas se distribuye a lo largo de tercero y cuarto de Educación Secundaria Obligatoria en cinco bloques que están relacionados entre sí, como se verá en su desarrollo:

BLOQUE 1: *Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas.*



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

BLOQUE 2: *Números y álgebra.*

BLOQUE 3: *Geometría.*

BLOQUE 4: *Funciones.*

BLOQUE 5: *Estadística y probabilidad.*

Concretamente se examinarán los bloques 1 y 3, que son los presentes en este trabajo.

Según la Orden del 18 de enero de 2021, los contenidos del bloque **Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas** se desarrollan de forma transversal al resto de bloques. En él se contemplan actitudes básicas en el quehacer matemático que guardan relación con la modelización, matematización, proyectos de investigación y uso de recursos tecnológicos como herramientas de apoyo en todo el proceso. La esencia reside en enseñar a “pensar de manera científica”, algo presente en la futura vida laboral del alumnado. El bloque de Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas se divide según la normativa en los siguientes pilares básicos:

- 1) *La resolución de problemas.*
- 2) *El uso sistemático adecuado de los medios tecnológicos.*
- 3) *La dimensión social y cultural de las matemáticas”.*

En cuanto al bloque de **Geometría**, la Orden del 18 de enero enfatiza la estrecha relación que guarda este campo del saber con otras ramas como Biología, Física, Química, Ingeniería, Medicina y Arquitectura, pero también con el arte y la cultura general, ya que la Geometría nace en gran parte por la búsqueda de la belleza y las proporciones estéticas en la Antigüedad Clásica y llega hasta nuestros días. Está presente en nuestra cotidianidad y forma parte de la historia de los monumentos, la pintura, las construcciones y la naturaleza. Saber leer y entender la Geometría es comprender mejor el mundo que nos rodea. Existen grandes referentes patrimoniales y culturales en Andalucía que están estrechamente relacionados con la Geometría y el arte como La Alhambra en Granada y el Real Alcázar en Sevilla.

Relación de las matemáticas con las competencias del currículo

- a) **CMCT** (Competencia Matemática y competencias básicas en Ciencias y Tecnología): Enfocada al desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico que aportan las matemáticas y sus procesos de modelización y matematización para llegar a solucionar problemas. Esta competencia trasciende a la vida cotidiana,



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

donde las matemáticas son claves para saber formular, interpretar, plantear y resolver situaciones problemáticas o complejas.

- b) **CCL** (Competencia en Comunicación Lingüística): Desarrollada gracias a la necesidad de una correcta comprensión lectora y de habilidades comunicativas y lingüísticas para expresar ideas tanto de forma escrita como oral.
- c) **SIEP** (Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor): Es necesario tener iniciativa en la búsqueda de soluciones, cambiar de dirección en procesos que no sirvan y ser capaz de modificar y revisar los resultados.
- d) **CD** (Competencia Digital): Uso adecuado de las herramientas de la información como valiosos aliados en todo el proceso de matematización.
- e) **CAA** (Competencia de Aprender a Aprender): Actitudes como la autonomía, perseverancia y reflexión crítica son fundamentales para llegar a la solución de problemas y, por tanto, saber aprender de errores y aprovecharlos como parte fundamental en el proceso de aprendizaje.
- f) **CEC** (Competencia en conciencia y Expresiones Culturales): Las matemáticas trascienden al conocimiento puramente técnico para pasar a ser fundamentales en la comprensión de la cultura, los monumentos, la pintura...
- g) **CSC** (Competencia Social y Cívica): La necesidad de respetar al grupo, valorar opiniones, tomar decisiones y tener una actitud abierta son grandes aliados en todo el proceso.

Estrategias metodológicas

La normativa (Orden del 18 de enero) contempla estrategias metodológicas concretas para cada uno de los bloques que se han mencionado anteriormente. En este trabajo haremos referencia al primer bloque de Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas y al de Geometría.

Para el primer bloque, algunas de las estrategias son la introducción del conocimiento histórico, social y cultural de las Matemáticas que servirán para contextualizar y ayudar a que el alumnado comprenda mejor su origen en la historia y por lo tanto su sentido, en cuanto a que surgieron para dar respuestas a problemas de la época. Para ello se propone realizar:

- Actividades de investigación que contemplen el estudio de personajes históricos matemáticos y su relevancia hoy en día, así como el papel de las mujeres científicas y su lucha por hacerse un hueco en la sociedad de la época.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- Uso de los recursos TIC para buscar información, realizar investigaciones, usar las fuentes apropiadas y contrastarlas... También formar en el uso de aplicaciones informáticas que ayuden a la modelización y gamificación matemática, y por tanto aporten una visión diferente de las matemáticas. La capacidad de convertirlas en herramientas útiles para maquetar, diseñar y experimentar con los recursos disponibles y hacer el aprendizaje más ameno y divertido.

Para el bloque de **Geometría** se propone conjugar la metodología tradicional con la experimentación a través de la manipulación y las posibilidades ofrecidas por los recursos digitales e interactivos.

Las relaciones establecidas con otros ámbitos como la naturaleza y el arte son de gran ayuda al contextualizar los contenidos en la realidad y en conceptos que son más tangibles para el alumnado. Algunas de las propuestas de la normativa son las siguientes:

- Materiales manipulativos que ayuden a visualizar mejor los objetos en tres dimensiones como pueden ser el tangram o los pentominós.
- La utilización de metodologías ABP (Aprendizaje Basado en Problemas) y ABI (Aprendizaje Basado en Investigación) usando contextualizaciones en el mundo real y consiguiendo, por tanto, mayor implicación del alumnado.
- El uso de programas de geometría dinámica para entender mejor la construcción de las figuras planas y espaciales, facilitando su comprensión.

A continuación, en las tablas 1 y 2, aparecen los contenidos y criterios de evaluación del bloque 3 de Geometría y del bloque 1 de Procesos y métodos definidos en el BOJA para 3º de ESO:



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Contenidos	Criterios de evaluación
-Planificación del proceso de resolución de problemas. -Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. -Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. -Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para: a) la recogida ordenada y la organización de datos. b) la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos.	1. Expresar verbalmente y de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema. CCL, CMCT. 2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. CMCT, CAA. 3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos, valorando su utilidad para hacer predicciones. CCL CMCT, CAA. 4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc. CMCT, CAA. 5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. CCL, CMCT, CAA, SIEP. 6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. CMCT, CAA, CSC, SIEP.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

c) facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico. d) el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas diversas. e) la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos. f) comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.	7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o contruidos. CMCT, CAA. 8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. CMCT. 9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas. CMCT, CAA, SIEP. 10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras. CMCT, CAA, SIEP. 11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas. CMCT, CD, CAA. 12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo estos en entornos apropiados para facilitar la interacción. CCL, CMCT, CD, CAA
--	--

Tabla 1: contenidos del Bloque I de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.

Fuente: orden del 18 de enero de 2021



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

BLOQUE 3: GEOMETRÍA	
Contenidos	Criterios de evaluación
-Geometría del plano. -Lugar geométrico. Cónicas. -Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. -Traslaciones, giros y simetrías en el plano. -Frisos y mosaicos en la arquitectura andaluza. -Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. -La esfera. Intersecciones de planos y esferas. -El globo terráqueo. Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto. -Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. CEC, CMCT. 2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. CMCT, CAA, CSC, CEC. 3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala. CMCT, CEC, CAA. 4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. CMCT, CAA, CSC, CEC. 5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros. CEC, CMCT. 6. Interpretar el sentido de las coordenadas geográficas y su aplicación en la localización de puntos. CMCT.

Tabla 2: contenidos del Bloque I de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.

Fuente: orden del 18 de enero de 2021



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Objetivos de etapa

En la Orden del 18 de enero de 2021 aparece recogido que la enseñanza de la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a desarrollar en el alumnado las capacidades que le permitan:

1. Mejorar habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar y saber utilizar el razonamiento matemático a otros ámbitos de la vida cotidiana.
2. Reconocer situaciones en la vida cotidiana que puedan ser formuladas en términos matemáticos y tener los conocimientos necesarios para abarcarlas y saber solucionarlas.
3. Saber interpretar sucesos de la vida cotidiana a través de la cuantificación, el empleo de técnicas y procedimientos de medida o recogida de información. Tener la capacidad de plantear y hacer los cálculos necesarios para cada situación.
4. Saber interpretar e identificar tablas, gráficos... así como las distintas herramientas que usan las matemáticas para expresar sucesos de la vida cotidiana y saber analizar críticamente la función que desempeñan y la información que revelan.
5. Saber encontrar la geometría y las relaciones espaciales en el mundo que nos rodea para poder comprenderlo mejor.
6. Saber usar las herramientas y recursos tecnológicos necesarios como dispositivos móviles, ordenadores, calculadoras, software de geometría... para ayudar en el proceso de matematización y resolución.
7. Saber explorar sistemáticamente las alternativas, la precisión del lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista y la perseverancia como actitudes básicas y fundamentales para la actividad científica.
8. Saber identificar los problemas y hacer uso de los recursos e instrumentos necesarios para solucionarlos.
9. Desarrollar una actitud positiva en todo el proceso de aprendizaje, confiando en las propias capacidades para enfrentarse de manera adecuada a las situaciones



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

planteadas para así poder disfrutar de las matemáticas y sus aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios.

10. Integrar los conocimientos de las matemáticas en todo el conjunto de saberes y aplicarlos de forma creativa, analítica y crítica.
11. Valorar la importancia de las matemáticas en relación con aspectos culturales como el patrimonio andaluz y su papel en la sociedad actual y en el contexto histórico.

3.2) Ajuste de los contenidos de los libros de texto a la normativa



Imagen 1: comparativa de portadas de Anaya, Santillana y Marea Verde.

Fuente: Editorial Anaya, Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º ESO,
Editorial Santillana, Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º ESO,
Editorial Marea Verde, Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º ESO.

Con el fin de analizar el currículo referido a la Unidad Didáctica desarrollada en el presente TFM, se han consultado los libros de texto correspondientes a tres editoriales diferentes que aparecen en la **Imagen 1: Anaya, Marea Verde y Santillana**, cuyo uso es bastante extendido en los centros en general. Se analiza la adecuación de cada uno de ellos al proceso de enseñanza-aprendizaje y al contenido curricular de educación secundaria, además de la forma en que están ordenados dichos contenidos en la unidad que se desarrolla.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

A continuación, se pasará a analizar de forma más detallada la forma de presentar los contenidos en las diferentes editoriales con el objetivo de elegir de manera más acertada cuál sería el libro más adecuado para la trasposición del conocimiento.

Se realiza la tabla 3 con los contenidos de cada uno de los libros para visualizar mejor cuál es el más completo en el sentido de contenidos curriculares explicados:

	MAREA VERDE	ANAYA	SANTILLANA
Geometría del plano	Capítulo 7	Capítulo 9	Capítulo 8
Lugar geométrico. Cónicas	Capítulo 7 *No trata las cónicas	Capítulo 9	Capítulo 8 *No trata las cónicas
Teorema de Tales	Capítulo 7	Capítulo 9	Capítulo 9
Traslaciones, giros y simetrías del plano	Capítulo 8	Capítulo 11	Capítulo 9
Frisos y mosaicos en la arquitectura andaluza	Capítulo 8	Capítulo 11	Capítulo 9
Uso de herramientas tecnológicas	Sí	Escasas	Escasas
Figuras semejantes: Escalas y mapas	Capítulo 7 (Semejanza) Capítulo 6 (Escalas)	Capítulo 7 (Escalas) (Mapas no aparecen) Capítulo 9 (Semejanzas)	Capítulo 9
Teorema de Pitágoras	Capítulo 7	Capítulo 9	Capítulo 8
Perímetro de polígonos y figuras circulares	Capítulo 7	Capítulo 9	Capítulo 8

Tabla 3: Estudio comparativo de contenidos en geometría en los libros de Marea Verde, Anaya y Santillana. **Fuente: elaboración propia.**

Como observamos en la tabla 3, los libros más completos en cuanto a contenidos son los de Santillana y Marea Verde. Todos ellos a excepción de Marea Verde presentan escasez de aplicación de nuevas tecnologías, aunque las actividades y explicaciones teóricas están bien contextualizados en el mundo real.

También es importante tener en cuenta algunos aspectos como son los formatos de dichos libros. La editorial Marea Verde ofrece un recurso fácilmente descargable de



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Internet y que puede visualizarse desde dispositivos electrónicos como tabletas u ordenadores, lo que supone una metodología más sostenible y accesible para todo el alumnado.

En la tabla 4 aparecen los capítulos de cada una de las editoriales en el temario de Geometría del plano:

CAPÍTULOS DE GEOMETRÍA DE LAS DISTINTAS EDITORIALES		
Editorial Anaya	Editorial Santillana	Editorial Marea Verde
1) Movimientos en el plano 2) Estudio de traslaciones 3) Estudio de los giros 4) Simetrías axiales 5) Estudio de los mosaicos	1) Vectores 2) Movimientos en el plano 3) Traslaciones y giros 4) Simetrías 5) Frisos y mosaicos 6) Homotecias y semejanzas 7) Teorema de Tales 8) Escalas y mapas	1) Transformaciones geométricas 2) Traslaciones 3) Giros y rotaciones 4) Simetrías 5) Mosaicos, frisos y rosetones

Tabla 4: comparativa de contenidos en geometría de las editoriales analizadas.

Fuente: elaboración propia

En el Anexo IV se estudian las distintas idoneidades didácticas de las editoriales utilizando ejemplos prácticos de cada una de ellas según los contenidos de los libros: idoneidad epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica. Se han elaborado tablas comparativas para facilitar la comprensión de los parámetros estudiados.

3.3) Conclusión

Concluyendo la fundamentación curricular y tras haber analizado y comparado aspectos didácticos importantes en las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde, se escogería el libro de Anaya para las clases en secundaria. Esto es debido a que en esta editorial los contenidos están resumidos y no son tan densos para el alumnado como podrían serlo en Marea Verde. Anaya también promueve un lenguaje formal matemático y, aunque los ejercicios repetitivos pueden ser un poco aburridos, ayudan a afianzar conocimientos de una forma más precisa.

Sin embargo, aunque el libro usado fuera el de la editorial Anaya, se reciclarían actividades y recursos de Marea Verde para enseñarles mejor a ubicar las matemáticas en contextos reales y fomentar el uso de las TIC y el espíritu investigador a través de los proyectos de indagación matemática.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

4.FUNDAMENTACIÓN EPISTEMOLÓGICA

La Geometría es una palabra que proviene del griego (*geōmetría*) y que significa “medida de la tierra”; se compone de las palabras “*geo*”, que significa tierra y “*metría*” que significa medida. La Geometría es, junto con la Aritmética, una de las ramas más antiguas de las Matemáticas, y se encarga de estudiar las propiedades del espacio como la distancia, forma, tamaño y la posición relativa de las figuras. Hasta el siglo XIX, la Geometría era exclusivamente euclidiana, que es aquella que estudia las nociones de punto, línea, plano, distancia, ángulo, superficie y curva como conceptos fundamentales. En la actualidad se pueden diferenciar gran cantidad de ramas de la Geometría como son la geometría diferencial, la algebraica, computacional, topología... etc. Existen dos ramas cruciales que son la geometría clásica (destacando la figura de Euclides y su libro “Los elementos” como origen de esta rama) y la geometría analítica que estudia las figuras geométricas como funciones y ecuaciones algebraicas representadas en un sistema de coordenadas (destacamos aquí la figura de Descartes entre otras).

En este documento se va a trabajar sobre el plano euclídeo E^2 y se van a estudiar algunos conceptos básicos relacionados con vectores junto con las isometrías y aplicaciones de estas en los frisos y mosaicos.

Las isometrías o movimientos del plano son transformaciones de E^2 que conservan las distancias, de modo que aplicados sobre elementos o figuras geométricas dan lugar a otros elementos o figuras que tienen las mismas medidas y forma (se dice también que producen figuras congruentes). Por ejemplo, una traslación o una rotación de un cierto ángulo son isometrías del plano.

Para describir los movimientos en el plano necesitamos en general la imagen de tres puntos no alineados, de dos segmentos no paralelos o de una figura suficientemente compleja. Esto nos permite determinar el tipo de movimiento, directo o inverso, que se ha aplicado. Estas transformaciones se llaman directas si conservan la orientación e inversas si la invierten. Ejemplos de movimientos son los giros, las traslaciones y las simetrías axiales y centrales.

El tema se va a dividir en tres partes principales:

- Conceptos básicos sobre vectores
- Isometrías, sus tipos y composiciones



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- Teselaciones: frisos y mosaicos

4.1) Conceptos básicos sobre vectores

DEFINICIÓN DE VECTOR FIJO: Sea $\mathbb{R}^2$ el plano euclídeo y sean $A, B \in \mathbb{R}^2$ dos puntos en él. Definiremos entonces el *vector (fijo)* $\overrightarrow{AB}$ como el segmento orientado que parte de A y llega hasta B . Destacamos en él los siguientes elementos:

- A es el *origen* o *punto inicial* del vector.
- B es el *destino* o *punto final* del vector.
- La recta r_{AB} que pasa por A y por B determina la *dirección* del vector.
- Llamaremos *módulo* del vector a la longitud del segmento y lo notaremos como $|\overrightarrow{AB}|$, de modo que $|\overrightarrow{AB}| = d(A, B)$ donde d es la aplicación de la distancia euclídea.

Su representación gráfica puede verse en el **Imagen 21**. En el caso particular de que $A = B$, se dice que el vector $\overrightarrow{AB}$ es nulo.

DEFINICIÓN DE DOS VECTORES FIJOS CON LA MISMA DIRECCIÓN: Sean $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}$ dos vectores fijos. Diremos que ambos vectores son *paralelos* o que tienen la misma dirección si se verifica alguna de las siguientes condiciones:

- $r_{AB} = r_{CD}$; es decir, si ambos vectores están contenidos en la misma recta.
- $r_{AB} \parallel r_{CD}$; es decir, si ambos vectores están contenidos en rectas paralelas.

Su representación gráfica aparece en la **Imagen 22**.

DEFINICIÓN DE DOS VECTORES FIJOS CON LA MISMA DIRECCIÓN Y SENTIDO: dos vectores fijos $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$, tienen el mismo sentido si al unir sus respectivos orígenes A y C y sus extremos B y D definimos un mismo semiplano en la forma mostrada en la **Imagen 23**.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

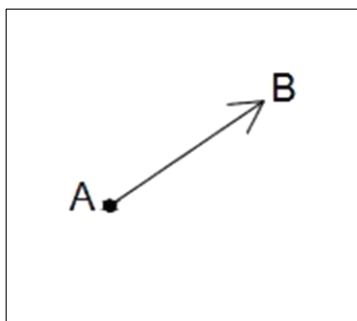


Imagen 21: vector fijo.

Fuente: elaboración propia.

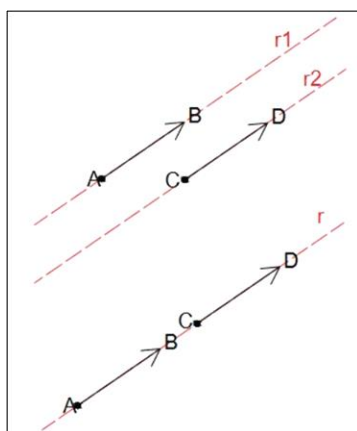
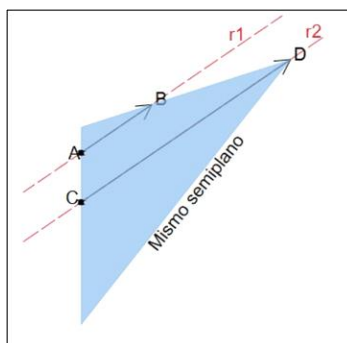


Imagen 22: vector con la misma dirección.

Fuente: elaboración propia

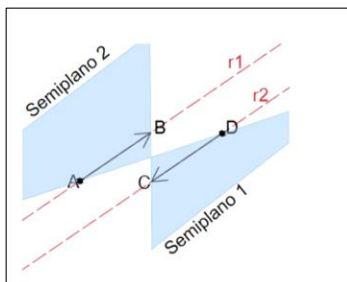


Imagen 23: vectores con el mismo sentido (arriba) y diferente sentido (abajo).

Fuente: elaboración propia

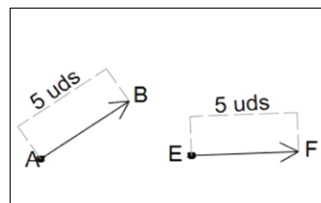


Imagen 24: vectores con el mismo módulo.

Fuente: elaboración propia

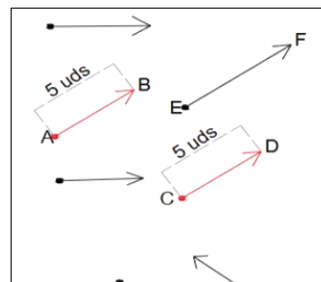


Imagen 25: vectores equipolentes.

Fuente: elaboración propia

DEFINICIÓN DE DOS VECTORES FIJOS CON EL MISMO MÓDULO: Sean $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ dos vectores fijos. Diremos que ambos vectores tienen el mismo módulo cuando se verifica:

$$- \quad |\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|; \text{ es decir que } d(A, B) = d(C, D)$$

Se puede ver en la **Imagen 24**.

DEFINICIÓN DE EQUIPOLENCIA DE VECTORES: Diremos que dos vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{CD}$ del espacio E^2 son equipolentes, y lo denotaremos por $(A, B) \sim (C, D)$, si tienen la misma dirección, sentido y módulo. Se puede ver en la **Imagen 25**. Cada una de las clases de equivalencia de vectores fijos sobre el espacio (respecto de la relación de equipolencia) se conoce como vector libre.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Usualmente, denotaremos los vectores libres mediante una letra minúscula y una flecha sobre ella. Los vectores fijos son aquellos se representarán por dos letras mayúsculas que indican su origen y su extremo. De esta manera, se tiene que

$$\vec{v} = [\overrightarrow{AB}] = \{\overrightarrow{XY}: (X, Y) \sim (A, B)\}$$

El espacio definido por el conjunto de vectores libres de E^2 recibe el nombre de espacio vectorial V^2 . Este nombre proviene de la estructura algebraica que inducen las operaciones con vectores que introduciremos a continuación.

PROPIEDADES DE LOS VECTORES LIBRES

PROP (1): Dados un punto cualquiera P del plano y $\vec{v}$ un vector libre, existe un único representante del vector libre $\vec{v}$ con origen en el punto P .

DEMOSTRACIÓN: considerando un vector $\vec{v}$ definido por $\overrightarrow{AB}$, podemos distinguir dos situaciones:

- El punto P no pertenece a la recta que pasa por A y B . En este caso, trazamos por P una recta paralela a $\overrightarrow{AB}$ por el punto P y una recta paralela a $\overrightarrow{AP}$ por B resultando el punto Q de intersección. Se puede ver de forma gráfica esta construcción en la **Imagen 26** donde el resultado es que $(A, B) \sim (P, Q)$.
- El punto P pertenece a la recta que pasa por A y B . En este caso, el vector que buscamos tendrá la misma dirección y módulo que $\overrightarrow{AB}$, pero con origen en el punto P .

OPERACIONES CON VECTORES LIBRES

DEFINICIÓN DE SUMA: sean $\vec{u}$ y $\vec{v}$ dos vectores libres de V^2 se define su suma como:

$$\vec{u} + \vec{v} = [\overrightarrow{OB}]$$

Donde O es un punto cualquiera de E^2 , $\overrightarrow{OA}$ es un representante de $\vec{u}$ y $\overrightarrow{AB}$ es un representante de $\vec{v}$. En la **Imagen 27** se puede ver la construcción gráfica.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

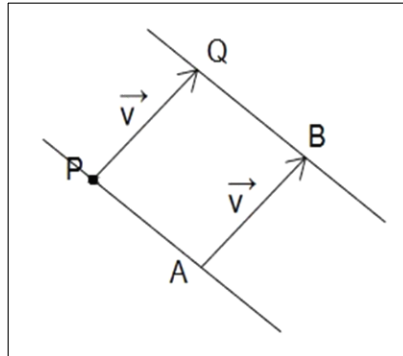


Imagen 26: vector $\vec{v}$ con origen en punto P .

Fuente: elaboración propia

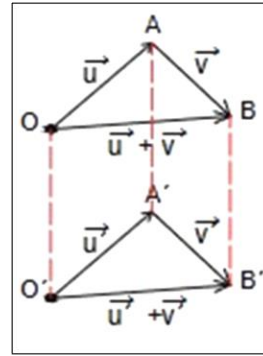


Imagen 27: suma de vectores $\vec{u} + \vec{v}$.

Fuente: elaboración propia

PROP (1): la suma de dos vectores libres no depende del punto O escogido.

PROP (2): la suma de vectores cumple las siguientes propiedades:

- Conmutativa: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$
- Asociativa: $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = (\vec{w} + \vec{u}) + \vec{v}$
- Elemento neutro: existe un vector $\vec{0}$ tal que $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$
- Elemento opuesto: para cada $\vec{u}$, existe un vector $\vec{v}$ tal que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

ELEMENTO NEUTRO:

El elemento neutro es conocido como $\vec{0} = [AA]$, no depende del punto A escogido y su módulo es cero. Que sea el elemento neutro quiere decir que la suma de un vector y el elemento neutro siempre va a ser el vector mismo.

ELEMENTO OPUESTO:

Se define como el vector opuesto de $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}]$ como $-\vec{u} = [\overrightarrow{BA}]$. La suma de dos vectores opuestos será el elemento neutro $\vec{0} = [\overrightarrow{AA}]$.

$$\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}.$$

La representación gráfica puede verse en la **Imagen 28**.

COROLARIO. El par $(V^2, +)$ tiene estructura de grupo abeliano.

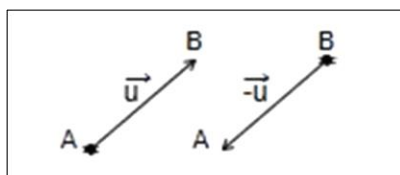


Imagen28: vector opuesto.

Fuente: elaboración propia

DEFINICIÓN DE PRODUCTO ESCALAR DE VECTORES: Dado un vector $\vec{u} = [\overrightarrow{AB}]$ se define el producto escalar $\alpha \cdot \vec{u}$, siendo $\alpha \in \mathbb{R}$, al vector cuya dirección es la misma que la de $\vec{u}$, su módulo es $|\alpha| \cdot |\vec{u}|$ y su sentido dependerá de si $\alpha > 0$ (mismo sentido de $\vec{u}$) o $\alpha < 0$ (sentido opuesto a $\vec{u}$)

PROP (1): la multiplicación de un vector por un escalar verifica las propiedades siguientes:

- Distributiva (vectores): $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- Distributiva (escalares): $(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$
- Pseudoasociativa: $\alpha(\beta\vec{u}) = (\alpha\beta)\vec{u}$
- Elemento unidad: $1 \cdot \vec{u} = \vec{u}$

No se hará ninguna demostración al no ser el objetivo principal de este tema. La representación gráfica del producto escalar aparece en la **Imagen 29**.

COROLARIO. El conjunto de los vectores libres del plano (junto con las operaciones geométricas suma y producto por escalares anteriormente definidas) tiene la estructura algebraica de espacio vectorial.

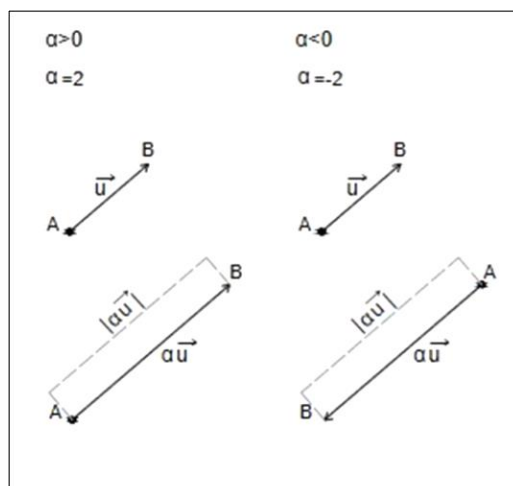


Imagen 29: producto escalar de vectores.

Fuente: elaboración propia

4.2) Isometrías y sus tipos

Una isometría es una aplicación geométrica entre dos espacios métricos (E_1 y E_2) que conserva las distancias entre sus elementos. Se dice que dos figuras en E_1 y E_2 , respectivamente, son congruentes cuando existe una isometría que transforma la una en la otra.

DEFINICIÓN DE ISOMETRÍA: Si E_1 y E_2 son dos espacios métricos, una isometría es una aplicación $\varphi: E_1 \rightarrow E_2$ tal que



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

$$d_1(x, y) = d_2(\varphi(x), \varphi(y)),$$

para cualesquiera $x, y \in E_1$, siendo d_1 y d_2 las distancias en los espacios métricos E_1 y E_2 , respectivamente.

En particular, una isometría del plano es una función $T: E^2 \rightarrow E^2$ que conserva la distancia usual, es decir, la longitud de los segmentos.

AXIOMA DE MOVILIDAD: Si $A_1, A_2 \in E^2$ y $B_1, B_2 \in E^2$ son dos pares de puntos verificando $d(A_1, A_2) = d(B_1, B_2)$, entonces existe $g \in \text{Isom}(E^2)$ tal que $g(A_1) = B_1, g(A_2) = B_2$

*Dos figuras o conjuntos de puntos F_1 y F_2 se dicen congruentes o equivalentes si existe una isometría $g \in \text{Isom}(E^2)$ de modo que $g(F_1) = F_2$

AXIOMA DE REFLEXIÓN DE ISOMETRÍAS: Para toda recta r en E^2 , existe $\sigma \in \text{Isom}(E^2)$ verificando:

- Para cualquier $X \in E^2$, se tiene que $\sigma(X) = X$ si y sólo si $X \in r$;
- $\sigma \circ \sigma = id$.

Una isometría como la del axioma anterior se llama reflexión de eje r o simetría axial. Este tipo de reflexión está unívocamente determinada por r y se denota por σ_r .

TEOREMA: cada isometría del plano es la composición de a lo más tres reflexiones.

A continuación, damos una justificación de este resultado para una isometría T del plano, para lo que tomaremos a, b y c tres puntos escogidos al azar en el plano no alineados. Cuando aplicamos la isometría T , las imágenes de los puntos se denotarán por a', b' y c' . A continuación, se podrá ver de forma gráfica en la **Imagen 30**, cómo usando 3 reflexiones, podemos transformar los puntos a, b y c en a', b' y c' .

- 1) Aplicamos una primera reflexión de eje R_1 la mediatriz del segmento aa' , que va a transformar a en a' . Obtenemos también b_1 y c_1 como imágenes de b y c bajo esta reflexión.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- 2) Aplicamos una segunda reflexión de eje R_2 que pasa por a' , concretamente la bisectriz del ángulo b_1ab' . Esta reflexión lleva b_1 en b' . Obtenemos c_2 como la imagen de c_1 bajo esa reflexión.
- 3) Si $c' \neq c_2$, aplicamos la tercera reflexión de eje R_3 que pasa por a' y b' . Esta transformación lleva c_2 a c' .

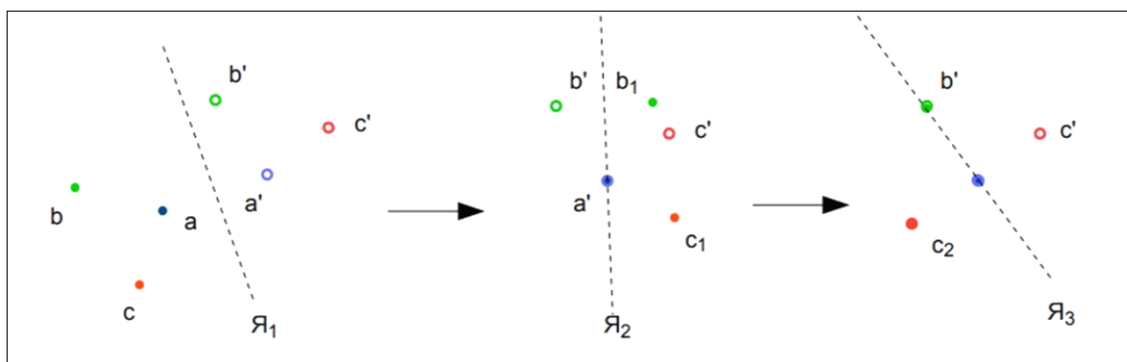


Imagen 30: demostración de las 3 reflexiones que componen una isometría.

Fuente: <https://www.matem.unam.mx/~max/IGA/N1.pdf>

PROP (1): Sea T una isometría de E^2 . Entonces, se verifica que:

- 1) T convierte rectas en rectas, semirrectas en semirrectas y segmentos en segmentos de la misma longitud.
- 2) T transforma vectores fijos en vectores fijos de igual módulo, aunque pueden cambiar los sentidos y direcciones.
- 3) T conserva los ángulos entre dos rectas. En particular, se conserva el paralelismo y la perpendicularidad.

La composición de dos isometrías (también la denominaremos producto) es otra isometría cuya transformación es la compuesta de las transformaciones asociadas a cada una de las isometrías dadas. Se denomina grupo de isometrías y se designa como $I_s(E^2)$ al conjunto de las isometrías de E^2 .



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

TIPOS DE ISOMETRÍAS

1.) Traslaciones

DEFINICIÓN DE TRASLACIÓN: Una traslación de vector $\vec{u}$ es un movimiento directo en el espacio métrico E^2 que transforma un punto cualquiera A en otro A' verificándose que $\overline{AA'} = \vec{u}$. Se escribe de la forma siguiente:

$$T_{\vec{u}}: E^2 \rightarrow E^2$$

$$A \mapsto T_{\vec{u}}(A)$$

Pueden darse dos casos: el primero es que el vector $\vec{u}$ sea no nulo, y por tanto A y A' sean dos puntos diferenciados. El segundo caso será cuando el vector $\vec{u}$ sea nulo entonces $A = A'$ y por tanto la traslación sería la aplicación identidad. El primer caso se puede ver de manera gráfica en la **Imagen 31**.

El conjunto de las traslaciones en el plano se define de la manera siguiente:

$$T = \{T_{\vec{u}} / \vec{u} \in V^2\}$$

Imagen 31: traslación.

Fuente: elaboración propia

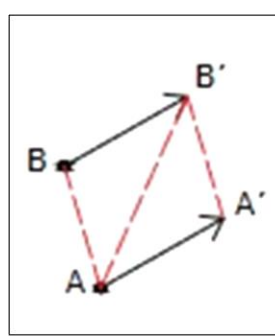
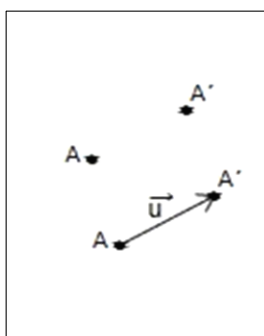


Imagen 32: traslaciones y distancias.

Fuente: elaboración propia

PROP (1): al ser isometrías, y como se ha descrito anteriormente, las traslaciones son transformaciones biyectivas, conservan distancias y transforman rectas paralelas en rectas paralelas.

Como aparece en la **Imagen 32**, sean A y B dos puntos cualesquiera del plano y A' y B' sus imágenes por la aplicación $T_{\vec{u}}$. Entonces se verifica que $\overline{AA'} = \vec{u}$ y $\overline{BB'} = \vec{u}$.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

A partir de la figura podemos deducir que:

$$AB = AB' - BB' = AB' - \vec{u}$$

$$A'B' = AB' - AA' = AB' - \vec{u}$$

Por tanto, $AB \sim A'B'$

DEFINICIÓN DE COMPOSICIÓN O PRODUCTO DE TRASLACIONES: consideramos las traslaciones $T_{\vec{u}}, T_{\vec{v}} \in T$ siendo T el conjunto de las traslaciones del plano. La traslación que define el producto de $T_{\vec{u}}$ y $T_{\vec{v}}$ sobre un punto A cualquiera viene definida por la siguiente expresión:

$$(T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}})(A) = T_{\vec{v}}(T_{\vec{u}}(A)).$$

Como $(T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}})(A) = T_{\vec{v}}(T_{\vec{u}}(A)) = T_{\vec{v}}(A') = A''$, se deduce que $AA'' = \vec{u} + \vec{v}$. Podemos así comprobar cómo el resultado es otra traslación cuyo vector es la suma de $\vec{u} + \vec{v}$, es decir $T_{\vec{v}} \circ T_{\vec{u}} = T_{\vec{u} + \vec{v}}$, como vemos en la **Imagen 33**.

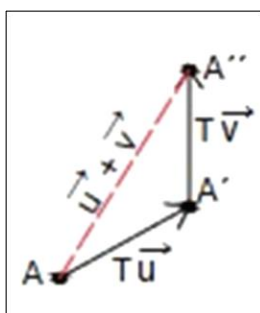


Imagen 33: composición de producto $T_{\vec{u}}$ y $T_{\vec{v}}$.

Fuente: elaboración propia

PROP (1): el producto de traslaciones cumple las mismas propiedades que la suma de vectores, que ya se han definido en el apartado anterior. A modo de recordatorio: asociativa, conmutativa, elemento neutro y elemento opuesto.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

COROLARIO: el conjunto de todas las traslaciones y productos de traslaciones $(T, \circ)$ tiene estructura de grupo conmutativo.

PROP (2): los grupos $(V_2, +)$ y $(T, \circ)$ son isomorfos.

2.) Giros

DEFINICIÓN DE GIRO: un giro es un movimiento directo en el plano que transforma un punto A en otro A' . Los giros son otro tipo de isometrías que necesitan un centro O de giro y un ángulo α . Esta aplicación de giro se denota por $G_{O,\alpha}$.

Como se aprecia en la **Imagen 34**, los segmentos OA y OA' son congruentes y el ángulo formado por $\angle AOA'$ es α .

Al ser los giros un tipo de isometría, tal y como es característico en ellas, conservan distancias, transforman puntos alineados en puntos alineados y rectas paralelas en rectas paralelas.

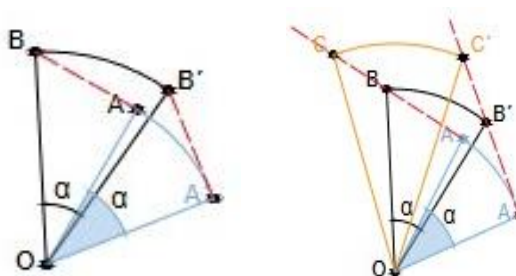


Imagen 34: propiedades de los giros.

Fuente: elaboración propia

2.1) Giros de circunferencias: además de puntos alineados o rectas, los giros también transforman circunferencias en otras circunferencias del mismo radio, como se puede ver de manera gráfica en la **Imagen 35**.

DEMOSTRACIÓN: considerando el giro $G_{O,\alpha}$ de centro O y ángulo α y una circunferencia de centro C y radio r , aplicando el giro tendremos una circunferencia donde la imagen de C sea $G_{O,\alpha}(C) = C'$. Esto es, una circunferencia de centro C' y mismo radio. Esto se puede ver en la **Imagen 35**.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

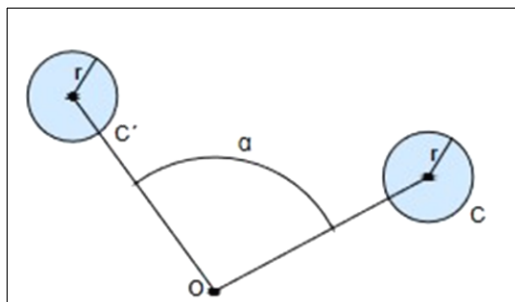


Imagen 35: giro de circunferencia.

Fuente: elaboración propia

Como consecuencia de estas propiedades podemos deducir que los giros son transformaciones directas, ya que mantienen el sentido de los ángulos.

Podemos definir el conjunto de todos los giros de centro O como:

$$G_O = \{G_{O,\alpha} : \alpha \in \mathbb{R}\}$$

2.2) Composición o producto de giros

DEFINICIÓN PRODUCTO DE GIROS (con el mismo centro): se escribe de la siguiente manera:

$$G_{O,\beta} \circ G_{O,\alpha} = G_{O,\alpha+\beta}$$

Es una operación en la que dado un punto A cualquiera se le aplica primeramente un giro de ángulo α y posteriormente un giro de ángulo β , siendo la operación resultante un giro de ángulo $\alpha + \beta$. Es una aplicación del conjunto G_O y se puede ver en la Imagen 36.

PROP (1): el producto de giros cumple con las propiedades conmutativa, asociativa, elemento neutro ($G_{O,0^\circ}$) y elemento opuesto (dado $G_{O,\alpha}$, su opuesto es $G_{O,-\alpha}$)

3.) Simetrías

DEFINICIÓN DE SIMETRÍA CENTRAL: considerando un punto cualquiera O del plano y un punto A cualquiera, llamamos simetría central del punto A con respecto a O , a la



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

isometría que transforma el punto A en A' cumpliéndose que el segmento AA' tiene como punto medio a O . La construcción gráfica se puede ver en la **Imagen 36**.

Las simetrías centrales son movimientos conocidos como directos. Esto significa que no cambian la orientación de las figuras u objetos sobre los que se aplica la simetría de centro O . Este punto O que define la simetría es el único punto fijo de la operación matemática y también se conoce como punto doble.

Tomando un punto A del plano y el punto O como centro de simetría central, el punto transformado A' será aquel tal que el segmento AA' tenga punto medio O . Si consideramos también un punto B al que aplicamos la misma simetría de centro O , tenemos que

$$A'B' = OB' - OA' = -OB + OA = -AB.$$

Para entenderlo de forma gráfica se ha realizado la **Imagen 37**.

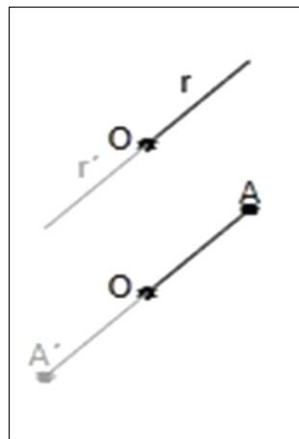


Imagen 36: simetría central.

Fuente: elaboración propia

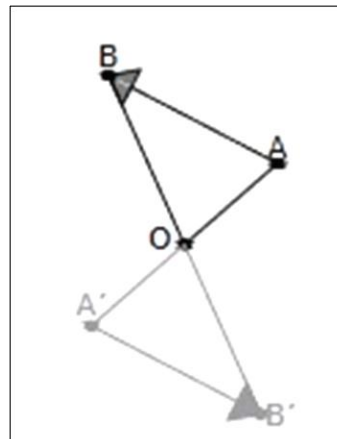


Imagen 37: características de las simetrías centrales.

Fuente: elaboración propia

Como las simetrías centrales son un tipo de isometría, cumplen todas las propiedades de estas. Además, las rectas que pasan por el centro O son las únicas rectas que quedan invariantes por una simetría central que se convierten en ellas mismas, es decir, son invariantes.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

PROP: las simetrías centrales son aplicaciones involutivas, es decir, al componerse consigo mismas se obtiene la aplicación identidad.

DEMOSTRACIÓN PROPIEDAD INVOLUTIVA: Al ser lo mismo que un giro de 180° , las simetrías centrales cumplen las propiedades de los giros.

DEFINICIÓN SIMETRÍA AXIAL: las simetrías axiales son transformaciones inversas. Este tipo de simetrías vienen definidas por una recta o eje de simetría que puede ser un eje vertical y por lo tanto tendremos una reflexión vertical (**rv**) o un eje horizontal (**rh**) y por lo tanto tendremos una reflexión horizontal (**rh**). Llamamos simetría axial de un punto A cualquiera del plano a la transformación del punto A en otro A' , donde la mediatriz del segmento $\overline{AA'}$ va a ser el eje de simetría axial o la recta r . Se puede ver de forma gráfica en la **Imagen 38**.

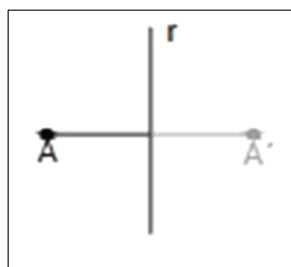


Imagen 38: simetría axial.

Fuente: elaboración propia

Al igual que las simetrías centrales, las simetrías axiales también se convierten en la identidad al ser aplicadas dos veces, es decir, son transformaciones involutivas. El eje de simetría y las rectas perpendiculares al eje son las únicas que quedan invariantes por una simetría axial.

DEMOSTRACIÓN DE LA CONSERVACIÓN DE LAS DISTANCIAS: dada la recta r como eje de simetría y el segmento $\overline{PR}$ con su imagen $\overline{P'R'}$ por la simetría de eje r , para demostrar que las distancias $d(P, R) = d(P', R')$ comprobaremos que los triángulos PQR y $SP'R'$ son semejantes.

Para obtener los puntos Q y S se trazan paralelas a r por R y R' y la intersección con $\overline{PP'}$ dará lugar a Q y S . M y N serán dos puntos situados sobre el eje de simetría r .



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Por definición de simetría tenemos que $\overline{PM} = \overline{MP'}$, $\overline{RN} = \overline{NR'}$ y $\overline{QM} = \overline{MS}$. Por la manera de obtener Q , tenemos que $\overline{QM} = \overline{RN}$ y $\overline{MS} = \overline{NB'}$. Entonces, $\overline{PM} = \overline{PQ} + \overline{QM} = \overline{MS} + \overline{SP}$, por lo que $\overline{MP'} = \overline{MS} + \overline{SP'} = \overline{NR'} + \overline{SP'} = \overline{RN} + \overline{SP'}$ y deducimos que $\overline{PQ} = \overline{SP}$. Como R y R' están en la misma recta perpendicular a r y Q y S , también están en otra recta perpendicular a r , tenemos que los cuatro puntos $RR'QS$ determinan un paralelogramo, por lo que $\overline{QR} = \overline{SR'}$.

Concluyendo, obtenemos dos triángulos con dos lados iguales y con ángulos rectos (triángulos rectángulos). Esto es lo mismo que obtendríamos al aplicar el criterio de semejanza de lo cual se deduce que el tercer lado de ambos triángulos también coincide, verificándose que $\overline{PR} = \overline{P'R'}$.

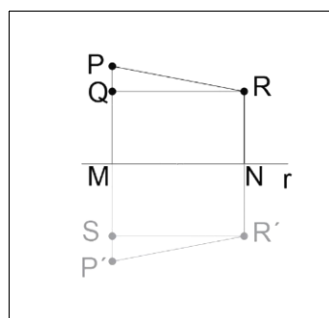


Imagen 39: simetría axial como una isometría.

Fuente: elaboración propia

COROLARIO: las simetrías axiales (al ser isometrías) transforman rectas en rectas y circunferencias en circunferencias del mismo radio. Se puede ver de manera gráfica en la **Imagen 39**.

4.3) Composiciones de movimientos

Se van a desarrollar las siguientes composiciones:

- Producto de simetría axial por traslación (antitraslación o deslizamiento)
- Producto de simetrías axiales (de ejes paralelos y no paralelos)
- Producto de giros de distinto centro
- Producto de simetrías centrales
- Producto de traslación por giro



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- Producto de giro por traslación

DEFINICIÓN DE ANTITRASLACIÓN: estos movimientos también se conocen como *deslizamientos* y surgen como composición de una simetría axial y una traslación de vector paralelo al eje de simetría; las vamos a denotar como ***Sg***. En estos movimientos, el eje de simetría es invariante pero los puntos que pertenecen al eje de simetría no lo son. En la **Imagen 40** se puede ver de manera gráfica.

En general, podemos encontrar dos tipos de traslaciones: de vector paralelo al eje de simetría r o de vector no paralelo a dicho eje. Se puede ver en la **Imagen 41**.

Imagen 40:
traslación de eje
paralelo a r .

Fuente:
elaboración propia

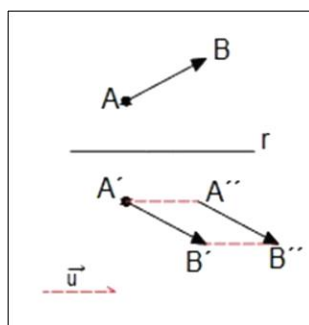
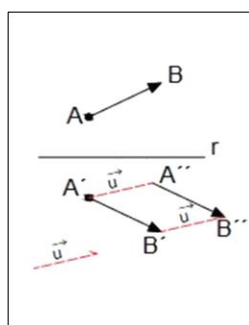


Imagen 41: traslación no
paralela al eje r .

Fuente: elaboración
propia



PRODUCTO DE SIMETRÍAS AXIALES: este movimiento puede descomponerse según si las simetrías axiales tienen ejes paralelos o no paralelos. El producto de las simetrías axiales se conoce como movimiento rígido. Los movimientos son directos cuando el número de simetrías es par, e inverso cuando es impar.

Ejes paralelos: Supongamos que los ejes que definen dos simetrías axiales son paralelos (llamémoslos r y r'). Sea A un punto cualquiera del plano, el resultado de hacer la primera simetría sería A' , y la segunda simetría de A' daría como resultado el punto A'' . Se verifica entonces que $\overline{AA''} = 2\vec{u}$ donde $\vec{u}$ es el vector determinado por la perpendicular a ambos ejes de simetría.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Con esta definición podemos afirmar entonces que el producto de dos simetrías axiales es lo mismo que hacer una traslación de vector $2\vec{u}$ como se ve en la Imagen 42.

Ejes no paralelos: cuando al tener dos simetrías axiales, los ejes que las definen no son paralelos (llamémoslos r y r'), se cortan en el punto O , determinando un ángulo α . Ver la Imagen 43.

COROLARIO: el producto de dos simetrías axiales es una traslación de vector $2\vec{u}$ como se ve en la Imagen 42 y el producto de dos simetrías axiales de ejes no paralelos es lo mismo que un giro de centro O y ángulo 2α como se ve en la Imagen 43.

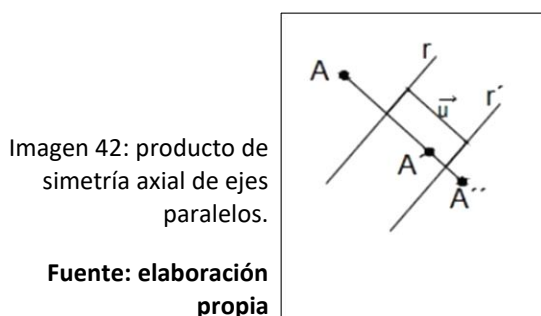


Imagen 42: producto de simetría axial de ejes paralelos.

Fuente: elaboración propia

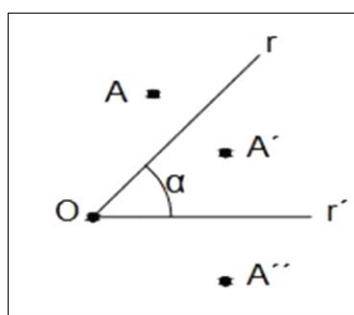


Imagen 43: simetría axial de ejes no paralelos.

Fuente: elaboración propia

DEFINICIÓN DE PRODUCTO DE GIROS (DE DISTINTO CENTRO): vamos a aplicar los giros $G_{O,\alpha}$ y $G_{O',\beta}$, suponiendo que los ángulos que van a definir son positivos. La representación gráfica se puede ver en la Imagen 44.

Trazamos la recta que pasa por los puntos OO' y la llamamos r . Como el primer giro tiene amplitud α , trazamos una recta s que forma con la recta r un ángulo $\alpha/2$. Entonces, el giro $G_{O,\alpha}$ se puede descomponer como producto de dos simetrías de ejes r y s respectivamente; $G_{O,\alpha} = S_r \circ S_s$.

De forma análoga trazamos un eje s' que forma con el eje r un ángulo $\beta/2$. Luego $G_{O',\beta} = S_{s'} \circ S_r$. Entonces,

$$G_{O,\beta} \circ G_{O,\alpha} = (S_{s'} \circ S_r) \circ (S_r \circ S_s) = S_{s'} \circ (S_r \circ S_r) \circ S_s = S_{s'} \circ S_s.$$



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Como la composición de las simetrías de ejes no paralelos s y s' es un giro con centro en el punto C de intersección de los ejes y ángulo $\alpha + \beta$, tenemos que la composición de dos giros de diferente centro es otro giro con centro un tercer punto y ángulo suma de los ángulos de los giros originales.

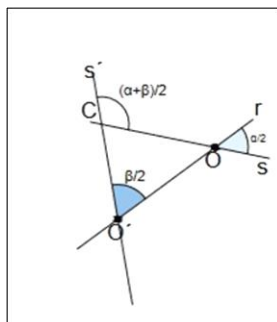


Imagen 44: producto de giros.

Fuente: elaboración propia

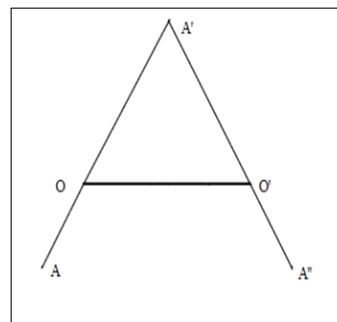


Imagen 45: producto de simetrías centrales.

Fuente: elaboración propia

DEFINICIÓN DE PRODUCTO DE SIMETRÍAS CENTRALES: Considerando dos puntos distintos O y O' como centros de simetrías centrales y A un punto cualquiera del plano, aplicamos la primera simetría de centro O obteniendo el punto A' y después aplicamos la simetría de centro O' sobre A' obteniendo A'' , como se ve en la **Imagen 45**. Podemos concluir que:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{OA'} = -\overline{OA} \\ \overline{O'A''} = -\overline{O'A'} \end{array} \right\} \overline{AA''} = \overline{AA'} + \overline{A'A''} = 2\overline{OA'} + 2\overline{A'O'} = 2\overline{OO'},$$

es decir, obtenemos un movimiento de traslación de vector el doble del que une los centros de simetría (O y O')

DEFINICIÓN DE PRODUCTO DE TRASLACIÓN POR UN GIRO: Sea $T_{\vec{u}}$ una traslación de vector $\vec{u}$ y $G_{O,\alpha}$ un giro de centro O y ángulo α .

Sea r una recta perpendicular al vector $\vec{u}$ que pasa por el centro de giro O . Sea s una recta paralela a r , que verifica que mediante una traslación de vector $\vec{u}/2$ se transforma en r . Sea s' la recta obtenida a partir de r al aplicarle el giro de centro O y ángulo $\alpha/2$. Entonces podemos descomponer:



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

$$\begin{aligned} T_{\vec{u}} &= S_r \circ S_s \\ G_{0,\alpha} &= S_{s'} \circ S_r \end{aligned}$$

Entonces:

$$G_{0,\alpha} \circ T_{\vec{u}} = (S_{s'} \circ S_r) \circ (S_r \circ S_s) = S_{s'} \circ S_s = G_{0',\alpha}.$$

Por tanto, la composición de una traslación con un giro es otro giro con el mismo ángulo que el anterior y distinto centro, como se ve en la **Imagen 46**.

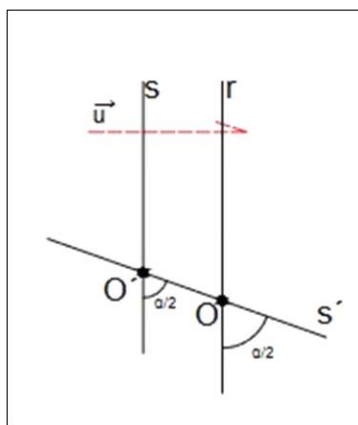


Imagen 46: producto de una traslación por un giro.

Fuente: elaboración propia

DEFINICIÓN DE PRODUCTO DE GIRO POR TRASLACIÓN: Sea $G_{O,\alpha}$ un giro de centro O y ángulo α y $T_{\vec{u}}$ una traslación de vector $\vec{u}$. Descomponemos el giro en producto de las simetrías S_r y $S_{r'}$, siendo r' una recta perpendicular al vector $\vec{u}$ por el punto O . Descomponemos la traslación como producto de las simetrías $S_{r''}$ y $S_{r'}$ cuya distancia es la mitad del vector $\vec{u}$.

$$\begin{aligned} G_{0,\alpha} &= S_{r'} \circ S_r \\ T_{\vec{u}} &= S_{r''} \circ S_{r'} \end{aligned}$$

Sustituyendo:

$$T_{\vec{u}} \circ G_{0,\alpha} = S_{r''} \circ S_r = G_{0',\alpha}.$$



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

El producto de ambas aplicaciones es un giro de centro O' y ángulo α .

COROLARIO: producto de giros y traslaciones no es una operación conmutativa, ya que varía el centro de giro según el orden de la composición como se ven las **Imágenes 46 y 47**, donde se ha partido del mismo centro O , que cambia a O' tras realizar cada uno de los productos.

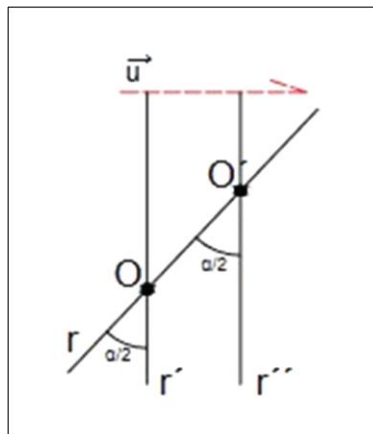


Imagen 47: producto de un giro por una traslación.

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

SENTIDO DE LAS ISOMETRÍAS (MOVIMIENTOS DIRECTOS E INVERSOS)

Como se ha mencionado anteriormente, una isometría es un producto de simetrías axiales en el plano. Las isometrías se clasifican en directas o inversas:

- Traslación: movimiento directo
- Giro: movimiento directo
- Simetría central: movimiento directo (es lo mismo que un giro de ángulo 180°)
- Simetría axial: movimiento inverso.

PROP (1): todo movimiento directo puede reducirse a un producto de una traslación por un giro.

DEMOSTRACIÓN: Se consideran los triángulos ABC y $A'B'C'$ (ver la **Imagen 48**). Aplicando una traslación de vector $\overrightarrow{AA'}$ se convierte el triángulo ABC en el triángulo $A'B'C'$. Si tras este movimiento se aplica un giro con centro en el punto A' y ángulo α se transforma el triángulo $A'B'C'$ en $A'B''C''$.

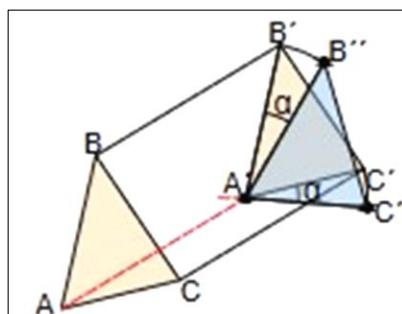


Imagen 48: movimiento y transformación geométrica.

Fuente: elaboración propia

TEOREMA DE CHASLES: Sean A y B dos puntos del plano y A' y B' sus imágenes por un movimiento (ver **Imagen 49**)

- 1) Si los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{A'B'}$ no son equipolentes y tienen distinta dirección e igual módulo, entonces existe un giro que lleva A en A' y B en B' .



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

2) Si los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{A'B'}$ tienen la misma dirección y módulo, pero varía el sentido (es decir, no son equipolentes), existe una simetría central que lleva $\overrightarrow{AB}$ a $\overrightarrow{A'B'}$.

3) Si son equipolentes, entonces existe una traslación que transforma a A en A' y a B en B' .

DEMOSTRACIÓN:

(1). Las mediatrices de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{A'B'}$ se cortan en un cierto punto O , que será invariante por la aplicación y centro de un giro de amplitud $\angle AOA'$.

(2). En este caso los dos segmentos determinan unívocamente una simetría central que tendrá de centro el punto medio de $\overline{AA'}$ o de $\overline{BB'}$.

(3). En este caso, la aplicación que transforma uno en otro es una traslación de vector $\overrightarrow{AA'}$.

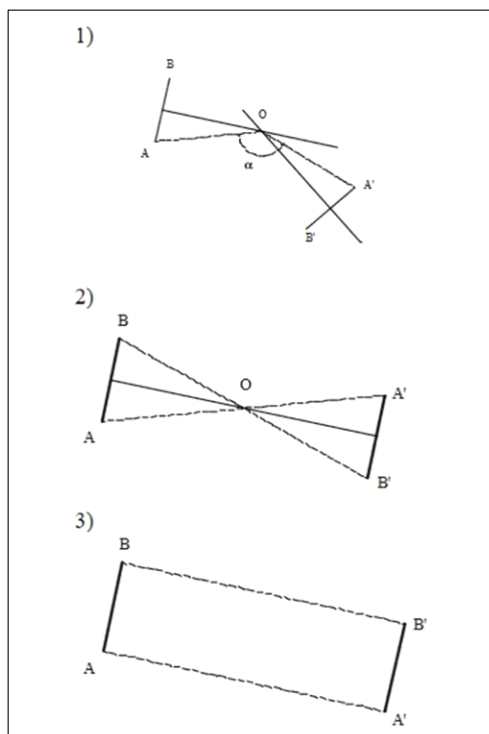


Imagen 49: teorema de Chasles.

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Conclusiones de la composición de movimientos:

- Cuando aplicamos un número par de simetrías axiales obtenemos un movimiento directo.
- De la misma manera, aplicando un número impar de simetrías axiales obtenemos un movimiento inverso.
- Los movimientos donde no haya puntos fijos son traslaciones o también composiciones de traslaciones y simetrías axiales.
- Si un movimiento tiene dos puntos fijos, entonces es una simetría axial de eje la recta que pasa por esos dos puntos o bien la identidad.
- Si un movimiento tiene exactamente un punto fijo, entonces se trata de una rotación de centro dicho punto.

4.4) Teselaciones: frisos y mosaicos

DEFINICIÓN DE TESELACIÓN: llamamos teselación plana a una forma de rellenar el plano con figuras geométricas llamadas teselas (usualmente polígonos) de forma que no se solapen en su interior.

Encontramos teselaciones regulares, también conocidas como frisos y mosaicos, en las que cada tesela se obtiene a partir de otros mediante isometrías. Existe otro tipo de teselaciones, como las de Penrose, donde no existe regularidad. Los movimientos que se pueden aplicar a las figuras del plano en los frisos y mosaicos son las **simetrías axiales**, **las traslaciones**, **los giros** y las **antitraslaciones** o **deslizamientos**.

DEFINICIÓN DE FRISO: el diccionario define friso como una banda de decoración pintada o esculpida. También se define como el miembro de entablamento que se encuentra entre el arquitrabe y la cornisa de los edificios de arquitectura clásica. Para hacer una definición matemática se tendrán en cuenta los siguientes puntos:

1. Un friso tiene una anchura constante y finita y es infinitamente largo en la dirección horizontal en este caso.
2. Es periódico, lo que significa que existe una distancia mínima $L > 0$ tal que una traslación del friso en una distancia L a lo largo de la dirección en la que es infinito, dejará al friso inalterado.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Los frisos se han utilizado para decorar durante varios milenios. Según Rousseau. C (2008), las civilizaciones sumeria, egipcia y maya ya los utilizaban. Sin embargo, el estudio matemático de éstos es relativamente reciente. Fue Bravais, un físico francés el que realizaría los primeros estudios en la materia. Las matemáticas han aportado una clasificación clara y concisa sobre los distintos tipos de frisos.

MOVIMIENTOS GENERADORES DE LOS FRISOS:

Vamos a clasificarlos en las traslaciones ($T_{\vec{u}}$), las reflexiones o simetrías horizontales (r_h), las reflexiones o simetrías verticales (r_v), los giros ($G_{O,\alpha}$, sea $\alpha = 180^\circ$), y que son lo mismo que las simetrías centrales y los deslizamientos o antitraslaciones (sg). Como se puede observar, los tres movimientos básicos son por tanto $T_{\vec{u}}, r_h, r_v$.

1. **Traslaciones ($T_{\vec{u}}$)**, el conjunto de traslaciones de un friso está generado por una traslación ($T_{\vec{u}}$), de vector $\vec{u}$. La inversa de la traslación $T_{\vec{u}}$ es $T_{-\vec{u}}$ y la composición de n operaciones de traslación se expresa como $T_{\vec{u}} \circ T_{\vec{u}} \dots \circ T_{\vec{u}} = T_{n\vec{u}}$
2. **Reflexiones (r_h y r_v)**: Para que la reflexión horizontal r_h deje un friso sin cambios, el espejo horizontal debe estar situado a lo largo de la línea media del friso. Las posiciones de los espejos verticales r_v se elige en función del patrón.
3. **Rotaciones o simetría central ($G_{O,\alpha}$, $\alpha = 180^\circ$)**, el giro de ángulo 180° es igual a la composición de dos reflexiones en el plano ($r_h \circ r_v$).
4. **Deslizamiento o antitraslación (sg)**: uno de los tipos de frisos que se verán a continuación surgen como composición una reflexión horizontal (r_h) y una traslación paralela al eje de simetría ($T_{\vec{u}}$).

CLASIFICACIÓN DE FRISOS:

Los frisos se clasifican según el tipo de movimiento que los genera. Existen 7 grupos de frisos que aparecen nombrados con la notación de Herman-Mauguin (notación IUC) "Frieze group" (2022) y que se definen a continuación:



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Traslación (p1): ($T_{\vec{u}}$)

Se genera por una sola traslación de vector $\vec{u}$ y se va repitiendo a lo largo de la distancia horizontal que se quiera conseguir. Se puede ver en la **Imagen 50**:

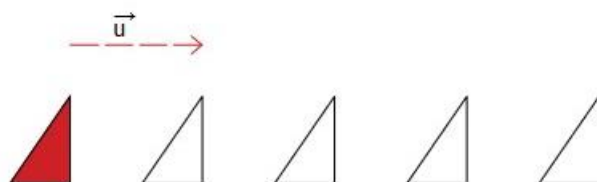


Imagen 50: traslación.

Fuente: elaboración propia

Traslaciones y deslizamientos (p11g) ($T_{\vec{u}}, sg$).

Se aplica una traslación $T_{\vec{u}}$ y un deslizamiento de vector $\left(\frac{1}{2} + n\right)\vec{u}$. El grupo de simetría del friso tiene por único generador a la antitranslación $T_{\frac{1}{2}\vec{u}} \circ rh$. Se puede ver en la

Imagen 51:

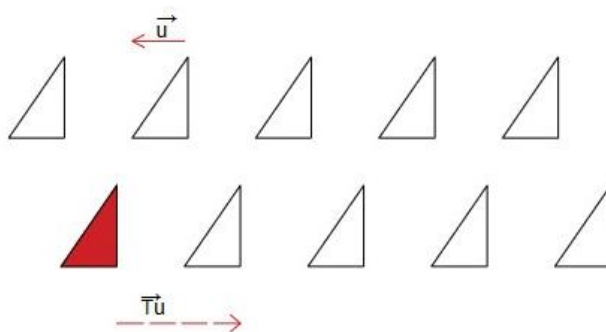


Imagen 51: traslación y deslizamiento

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Simetría axial vertical y traslación de vector perpendicular al eje de la simetría (p1m1) ($T_{\vec{u}}, rv$)

Se realiza una simetría vertical de la figura dada y una traslación de vector $T_{\vec{u}}$ que va a ser perpendicular al eje de simetría vertical (rv). En la **Imagen 52** se ha realizado un ejemplo:

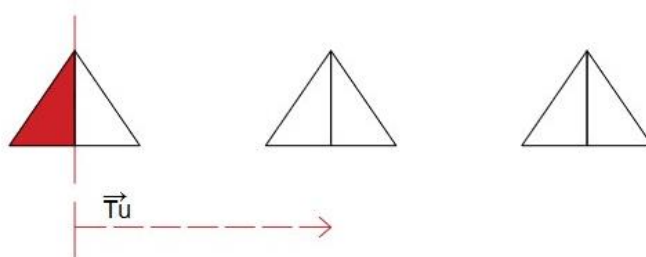


Imagen 52: simetría axial y traslación de vector perpendicular al eje del friso.

Fuente: elaboración propia

Traslaciones y rotaciones de 180° (p2) ($T_{\vec{u}}, G_{O,180^\circ}$)

El grupo se genera por una traslación $T_{\vec{u}}$ y una rotación $G_{O,\alpha}$ de ángulo $\alpha = 180^\circ$ como se ve en la **Imagen 53**:

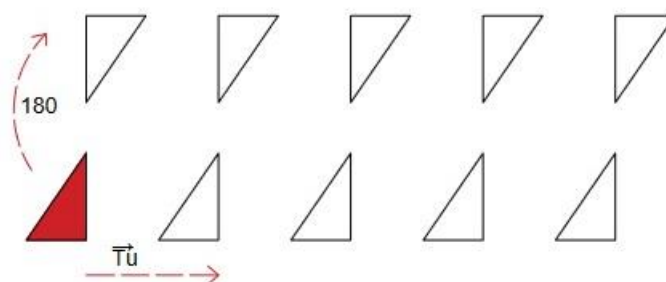


Imagen 53: traslación y rotación de 180° .

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Simetrías verticales, deslizamientos, traslaciones y rotaciones de 180° (p2mg)

$(T_{\vec{u}}, sg, G_{O, 180^\circ}, rv)$

Estos frisos están generados por una simetría vertical, un deslizamiento y una traslación de vector $T_{\vec{u}}$ como se ve en la **Imagen 54**:

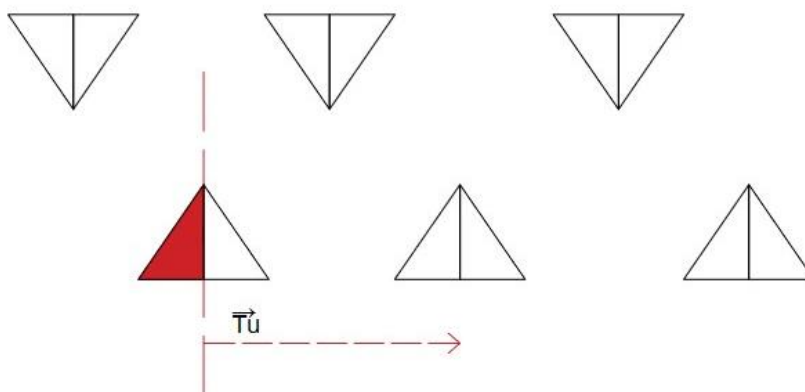


Imagen 54: simetrías verticales, deslizamientos, traslaciones y giros.

Fuente: elaboración propia

Traslación y simetría axial horizontal de eje paralelo al vector de traslación (p11m)

$(T_{\vec{u}}, rh)$

Se obtiene mediante una traslación $T_{\vec{u}}$ y una simetría axial y se repite a lo largo de la distancia horizontal que se considere, como se ve en la **Imagen 55**:

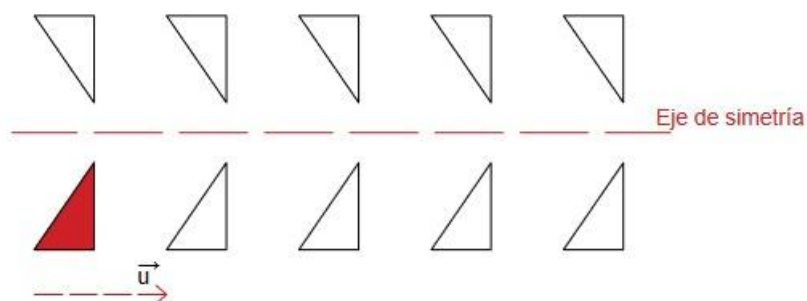


Imagen 55: traslación y simetría.

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Simetrías horizontales y verticales, traslaciones y rotaciones ($p2mm$) ($T_{\vec{u}}$, $rh, rv, G_{O,180^\circ}$)

Es igual que el friso $p2mg$ solo que el deslizamiento se sustituye por una simetría horizontal como se ve en la **Imagen 56**:

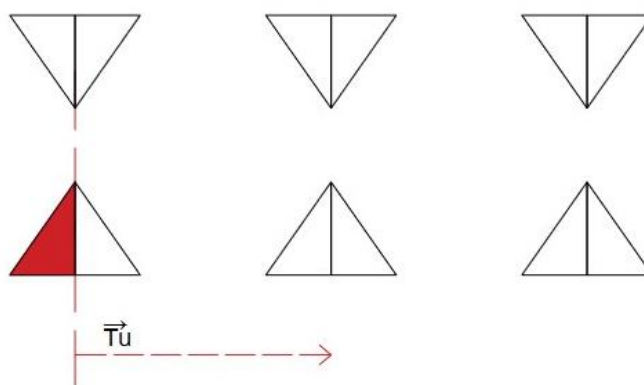


Imagen 56: simetría horizontal y vertical, traslación y rotación.

Fuente: elaboración propia

MOSAICOS

En Arquitectura, los mosaicos son tan populares o más que los frisos. Un mosaico es un motivo que se repite hasta rellenar el plano y que es periódico en dos direcciones linealmente independientes. Así, un mosaico tiene dos traslaciones de vectores linealmente independientes (llamémosles $T_{\vec{u}}$ y $T_{\vec{v}}$). Al igual que los frisos, los mosaicos pueden estudiarse en función de las operaciones simétricas que los mantienen inalterados. Según Rousseau. C. et al. (2018) debido a su importancia en la Física y la Química se les llama grupos de simetría cristalina o grupos cristalográficos y existen 17 en total descubiertos por el ruso Fedorov en 1981. En la Alhambra de Granada se encuentran representados todos estos modelos (son conocidos como los mosaicos nazaríes) y algunos de los más famosos son el hueso, el pétalo, la pajarita, el huso y el avión. En la **Imagen 57** pueden verse algunos de ellos.

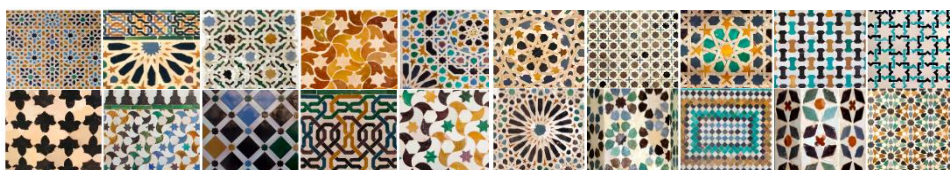


Imagen 57: clasificación de mosaicos en la Alhambra de Granada.

Fuente: <https://www.elblogdelatabla.com/mosaicos-luz-y-color-en-la-alhambra/>



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

TIPOS DE MOSAICOS

1.) Mosaicos regulares

DEFINICIÓN: Son los mosaicos compuestos por polígonos regulares repetidos en ambas direcciones (no se incluyen los pentágonos al no cumplir esta condición). Estos polígonos son los siguientes:

- Triángulos equiláteros (**Imagen 58**)
- Cuadrados (**Imagen 59**)
- Hexágonos regulares (**Imagen 60**)

PROP (1): los mosaicos regulares cumplen que al girar el polígono regular un número finito de veces (n), alcanzamos la posición inicial, siendo el producto de n por el ángulo de giro igual a 360° . Además, no puede producirse ningún solapamiento.



Imagen 58: mosaico formado por triángulos equiláteros.

Fuente:
<https://todobarro.com/proyectos/>



Imagen 59: mosaico formado por cuadrados.

Fuente:
<https://blogs.20minutos.es/ciencia-para-llevar-csic/tag/mosaicos/>



Imagen 60: mosaico formado por hexágonos regulares.

Fuente:
<https://todobarro.com/proyectos/>



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

2.) Mosaicos cuasirregulares

DEFINICIÓN: Formados por un solo tipo de polígono regular, donde al unir sus puntos medios obtenemos otro polígono regular. Véase **Imagen 61**.

Como ejemplo de obtención uniendo sus puntos medios tenemos:

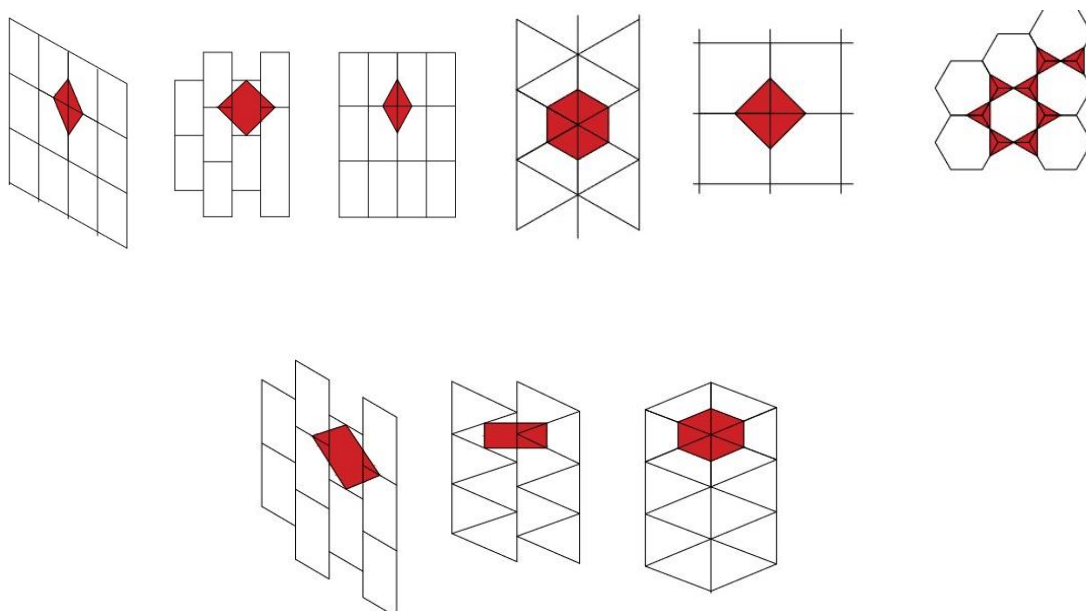


Imagen 61: mosaicos formados por polígonos cuasirregulares.

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

3.) Mosaicos semirregulares

DEFINICIÓN: Un mosaico es semirregular cuando está compuesto por dos o más tipos de polígonos regulares. Cuando se unen los puntos medios de estos polígonos regulares se obtiene otro polígono regular.

Existen diferentes tipos según el número de polígonos en los vértices:

- Mosaicos semirregulares con 3 polígonos por vértice, dos de ellos iguales ($3=1+2$): **(3,12,12)**, **(4,8,8)**
- Mosaicos semirregulares con 3 polígonos por vértice, distintos entre sí ($3=1+1+1$): **(4,6,12)**
- Mosaicos semirregulares con 4 o 5 polígonos por vértice: **(3,6,3,6)**, **(3,4,6,4)**, **(3,3,3,3,6)**, **(3,3,3,4,4)** y **(3,3,4,3,4)**.

Los ocho mosaicos semirregulares que existen son se pueden ver en la **Imagen 62**. Las demostraciones correspondientes a las afirmaciones matemáticas anteriores se han extraído de la revista de divulgación científica para la semana de la Ciencia y la Tecnología (2019) de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Murcia.

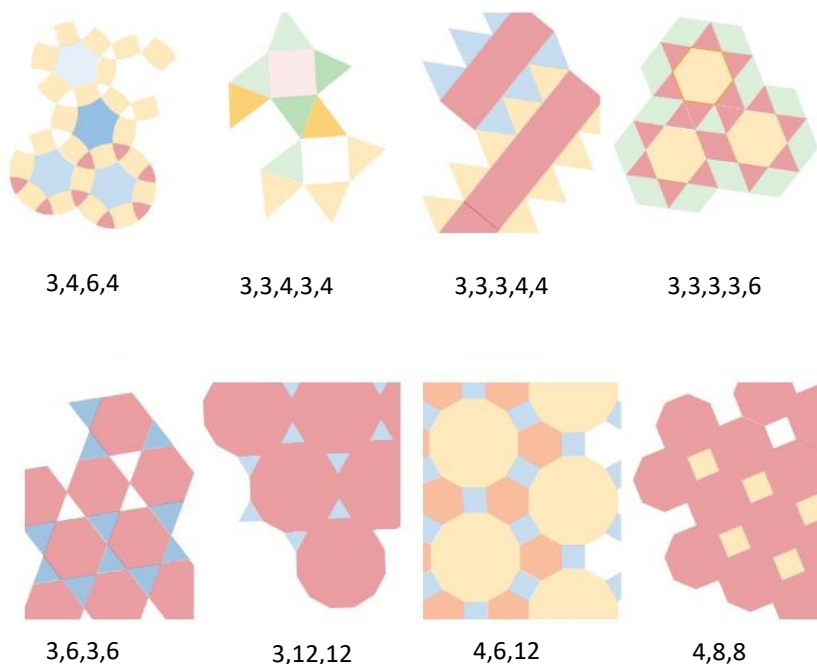


Imagen 62: tipologías de mosaicos semirregulares.

Fuente: elaboración propia.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

4.) Mosaicos pararregulares

DEFINICIÓN: Son composiciones de mosaicos configurados a través del mismo tipo de polígono no regular cuya dirección varía en el plano. En las **Imágenes 63 y 64** se ven dos tipos:

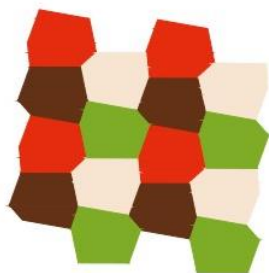


Imagen 63: ejemplo 1 de mosaico pararregular.

Fuente: elaboración propia

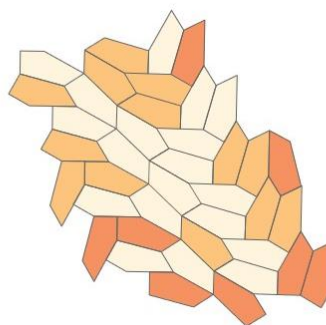


Imagen 64: ejemplo 2 de mosaico pararregular.

Fuente: elaboración propia

5.) Mosaicos de Escher

El artista holandés Maurice Escher realizó gran cantidad de grabados y configuraciones mundialmente conocidas y entre ellas gran cantidad de mosaicos naturalistas llenos de color y significado. Un ejemplo son los siguientes mosaicos que se ven en la **Imagen 65**:



Imagen 65: mosaicos de Escher.

Fuente:

<https://aprendiendomatematicas.com/actividades-mosaicos-de-escher/>



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

5.FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA

En este apartado se realiza un análisis de algunas investigaciones relevantes en cuanto a temas como el asentamiento de un marco teórico e instruccional para desarrollar una educación integrada en STEM y a la necesidad imperante de fomentar la creatividad y la innovación en el aula de Matemáticas. Según Thibaut (2018):

“La nueva estrategia para la enseñanza de las ciencias es uno de los retos de la enseñanza del siglo XXI. La sociedad necesita de ciudadanos competentes para enfrentar los desafíos y retos del mundo contemporáneo orientados a una sociedad altamente tecnológica. La estrategia STEM surge como conciencia de la naturaleza, la ciencia, la tecnología, la ingeniería y las matemáticas, algo que debe ser prioritario para los estudiantes si en un futuro quieren formar parte de un mercado laboral competitivo y altamente cualificado.”

Se hará una relación de la nueva ley de educación LOMLOE con aplicaciones didácticas concretas diseñadas por otros investigadores y se estudiará en más profundidad el peso de la innovación y la creatividad en el enfoque STEM, así como su impacto en el alumnado, sus ventajas y limitaciones hasta la fecha.

5.1) Necesidad de un enfoque STEM en el currículo de Educación Secundaria

Según Beane (1995) *“los tiempos están cambiando y con ello también debe hacerlo la educación como pilar básico y social del mundo en el que vivimos. Los problemas del mundo real no se fragmentan en disciplinas aisladas como se enseñan en la escuela y, para resolverlos, el alumnado necesita habilidades que puedan abarcarlos en su conjunto”*.

La nueva Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, establece una serie de competencias específicas en la asignatura de Matemáticas en relación con los perfiles de salida STEM (ver **Imagen 68**). Los perfiles de salida son elementos curriculares conectados con los retos del siglo XXI que definen las competencias clave que se espera que el alumnado haya desarrollado al completar su itinerario formativo. A continuación, se muestra una tabla (Tabla 11) con cada uno de los descriptores operativos necesarios (según la citada Ley Orgánica) al completar la enseñanza básica:



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

STEM 1	El alumno utiliza métodos inductivos y deductivos propios del razonamiento matemático en situaciones conocidas y selecciona y emplea diferentes estrategias para solucionar problemas analizando críticamente las soluciones.
STEM 2	El alumno utiliza el pensamiento científico para entender y explicar los fenómenos que ocurren a su alrededor, confiando en el conocimiento como motor de desarrollo, planteándose preguntas y comprobando hipótesis mediante la experimentación y la indagación, apreciando la precisión y veracidad.
STEM 3	El alumno plantea y desarrolla proyectos diseñando, fabricando y evaluando diferentes prototipos o modelos para generar productos que den solución a una necesidad o problema de forma creativa y en equipo, procurando la participación de todo el grupo, resolviendo pacíficamente los conflictos que puedan surgir, adaptándose a la incertidumbre y valorando la importancia de la sostenibilidad.
STEM 4	El alumno interpreta y transmite los elementos más relevantes de procesos, razonamientos, demostraciones, resultados científicos, matemáticos y tecnológicos (gráficos, tablas, diagramas, fórmulas, esquemas...) aprovechando la cultura digital e incluyendo el lenguaje matemático-formal con ética.
STEM 5	Emprende acciones fundamentadas científicamente para promover la salud física, mental y social y preservar el medio ambiente y los seres vivos, y aplica principios de ética y seguridad en la realización de proyectos para transformar su entorno próximo de forma sostenible practicando el consumo responsable.

Tabla 11: descriptores operativos STEM.

Fuente: Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo

Educación STEM integrada y sus características teóricas

Una vez repasada la normativa y algunos de sus objetivos se hace necesario recurrir a investigaciones y literatura relacionada con la intención de implementar estos nuevos conocimientos en las aulas de secundaria, especialmente en la materia de Matemáticas.

Según Thibaut et al (2018) se pueden extraer una serie de características primordiales a manera de instrucciones realistas que aplicar en las clases para fomentar este nuevo enfoque STEM (véase **Imagen 66**). Según Thibaut (2018), estas características son las siguientes:

1) Integración de contenido STEM

- a) **Enfoque multidisciplinar:** en esta metodología, el alumnado aprende por separado las materias y relaciona los contenidos.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- b) **Enfoque interdisciplinar:** se comienza con problemas del mundo real y se enfoca en habilidades como pensamiento crítico y resolución de problemas para los que se necesitan conocimientos de distintas materias.

Estos dos enfoques tienen en común que hace falta una integración real y útil. La variedad de contenidos es buena cuando suministre calidad y no demasiada información. En el proceso de interrelacionar conceptos y disciplinas es indispensable el apoyo y la guía del profesorado.

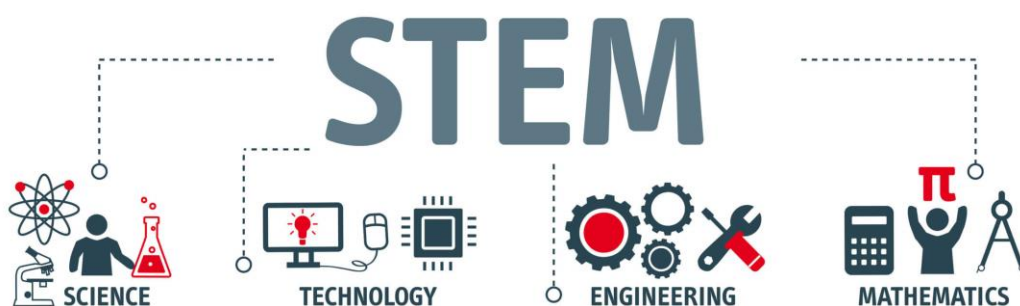


Imagen 66: esquema enfoque STEM

Fuente: <https://eresmama.com/que-es-educacion-stem/>

2) Aprendizaje basado en problemas

Si nos centramos en la tipología de problemas, podemos destacar tres tipos:

- a) **Aprendizaje basado en problemas:** no hay producto final. El objetivo es que los estudiantes desarrollen habilidades para resolver problemas pasando por un proceso realista de resolución de problemas autodirigido. Es una manera muy acertada de acercarse al mundo real.
- b) **Aprendizaje basado en proyectos:** se ofrecen especificaciones para conseguir un producto final. El profesorado es el entrenador que ofrece pautas y sugerencias para alcanzar un producto deseado y efectivo.
- c) **Aprendizaje centrado en problemas:** se encuentra en medio del aprendizaje basado en proyectos y en problemas. Se centra en aplicar y transferir conocimientos en contextos realistas.

Lo más importante en este punto, al margen la tipología del aprendizaje es el tipo de problemas que se presentan que deben ser problemas del mundo real en un contexto motivador y realista además de:

- Auténticos



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- Abiertos
- Mal estructurados o estructurados

Estas características son comunes en el mundo real, de forma similar a la serie de problemáticas que enfrentan los ingenieros o científicos en la vida real. Además, estas características son el caldo de cultivo idóneo para desarrollar muchos caminos y respuestas desarrollándose la innovación y el pensamiento creativo. Un ejemplo de problema contextualizado en el mundo real lo encontramos en la **Imagen 67**.

Existen gran cantidad de recursos ya creados por otros centros docentes y que ponen en práctica esta nueva metodología para el aprendizaje. Un ejemplo de ello es la página web <http://www.bowlandmaths.org.uk>.

Cuaderno

Tarea 3: Ahorrar agua

La situación

El suministro de agua potable para el uso doméstico es un gran problema en muchos países. Por este motivo, para garantizar que haya buen suministro de agua no contaminada para las generaciones futuras es necesario aplicar conductas para el ahorro de agua.



Posibles tareas

Adivina: ¿cuánta agua consumes al día?

Intenta registrar en una tabla tu consumo diario de agua. ¿Cuánta agua utilizas al día?

¿Podrías reducir tu consumo diario de agua? Explica cómo e intenta calcular cuánta agua podrías llegar a ahorrar.

Página 6

Imagen 67: ejemplo de problema contextualizado en el mundo real, abierto y no estructurado.

Fuente: cuaderno LEMA 2019



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

3) Aprendizaje basado en indagación

La tercera característica es **el aprendizaje por indagación (IBL)**: las actividades que conllevan indagación requieren más esfuerzo por parte del alumnado que, por lo general, aún no cuenta con la suficiente madurez. Para llevarlas a cabo es necesario que el profesorado haga de guía, preguntándoles y ayudándoles a llegar a una solución. Véanse **Imágenes 68 y 69**.

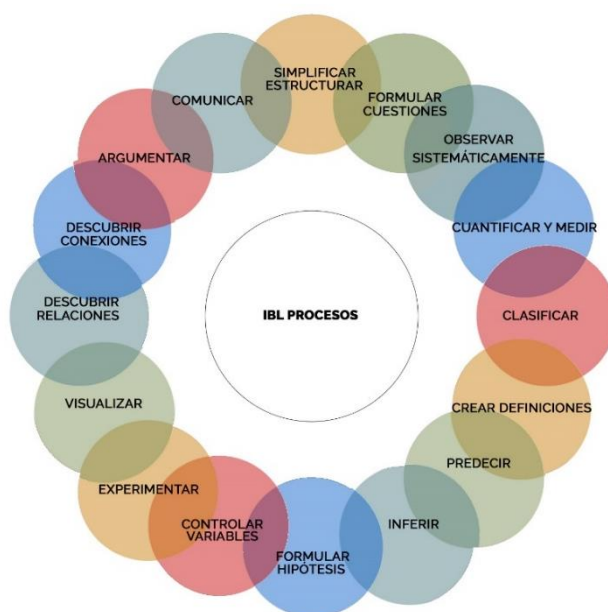


Imagen 68: procesos de Inquiry Based Learning (IBL).

Fuente: elaboración propia

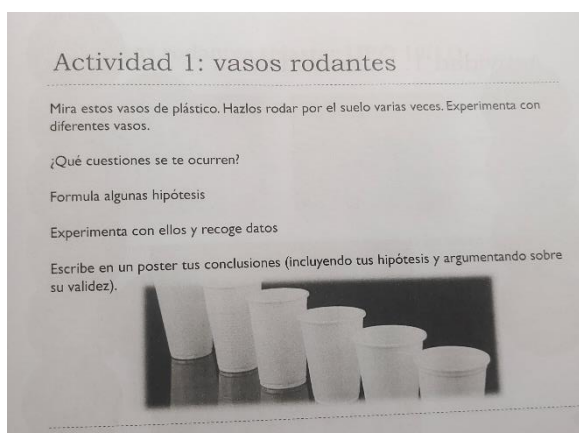


Imagen 69: ejemplo de actividad de IBL (vasos rodantes).

Fuente: máster en profesorado UJA.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

4) Aprendizaje basado en diseño

La cuarta característica es el **diseño** (ver **Imagen 70**), entendido como proceso que ayuda a conectar teoría y práctica. Los estudiantes entran en contacto con la ingeniería, las limitaciones, los riesgos, soluciones alternativas, optimización de soluciones, manejo de la incertidumbre y prueba y error. La justificación del diseño aplicado a los problemas, maquetas o trabajos requiere de una correcta conexión de argumentos, comunicación de ideas, trabajo colaborativo y mejora de resultados previos para conseguir una optimización del producto final.



Imagen 70: clase de geometría con cúpulas de Leonardo.

Fuente: Sociedad Madrileña de profesores de Matemáticas

5) Aprendizaje colaborativo:

La quinta característica es el **trabajo colaborativo** que se puede enfocar de las siguientes formas:

- Colaboración: donde el profesorado no actúa, sino que lo hace el alumnado entre sí solucionando los problemas en equipo.
- Cooperación: el profesor o la profesora se mueve de un grupo a otro, observa las interacciones e interviene cuando considera apropiado.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

El trabajo en grupo fomenta las habilidades en la comunicación, transmisión de ideas, debate y apoyo mutuo con objetivos comunes y forma parte de las competencias necesarias en el alumnado para el mundo laboral. Según Thibaut (2018) hay algunas características que favorecen el trabajo colaborativo (ver **Imagen 71**):

- 1) Proporcionar recompensas ante una interdependencia exitosa.
- 2) Establecer actividades donde se deban compartir los recursos.
- 3) Proporcionar tareas lo suficientemente difíciles como para poder solucionarlas individualmente.



Imagen 71: ejemplificación de trabajo por grupos en el aula

Fuente: STEM education. Classmates creating modern robots in classroom.

Según Thibaut.L, et al (2018) es necesario tener en cuenta otros aspectos importantes como son centrarse en el alumnado a través de la participación activa, la fundamentación práctica con la experimentación activa y los recursos materiales y enfocarse en una evaluación centrada en objetivos del siglo XXI como son la creatividad y la innovación, el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la comunicación y colaboración.

Estas características están fundamentadas, como se ha dicho anteriormente y según Thibaut.L, et al (2018), en un contexto teórico y se necesita más investigación empírica para valorar los resultados y las limitaciones.

Lo que sí resulta claro es la necesidad de invertir tiempo y recursos para conseguir una modificación del currículo adaptado a la metodología STEM. Los principales retos que se encuentran hasta la fecha tienen relación con la oposición de parte del profesorado a cambiar las metodologías clásicas, falta de conocimiento para la modificación del



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

currículo, necesidad de invertir tiempo y cooperar con otros docentes de diferentes disciplinas y demanda de mucho material y recursos (Hardy, 2001; Nadelson y Seifert, 2017).

5.2) La creatividad y las matemáticas en educación

En relación con el apartado anterior se puede enfatizar la importancia de la creatividad en el enfoque STEM. La creatividad entendida como parte del proceso de resolución de problemas matemáticos será el enfoque principal de este apartado.

Según Leikin et al (2013), la creatividad es un rasgo personal y social que fomenta el progreso en todos los niveles. El progreso tecnológico, las nuevas invenciones y el desarrollo de las matemáticas están interconectados. Muchas de las ideas que han dado lugar a los mayores avances tecnológicos a lo largo de la historia pudieron hacerse tras un significativo avance en las ciencias y en las matemáticas.

La creatividad, sin embargo, ha estado desatendida durante muchos años en el sentido de que no se conocen muchas investigaciones al respecto y durante los años 1975-1994 solo el 5% de los artículos indexados trataban sobre ella. Sería la revista *Creativity Research Journal* una de las primeras en llevar a cabo investigaciones empíricas relacionadas con la creatividad.

Según Leikin et al (2013), uno de los motivos por lo que los estudios han sido escasos se debe a la variedad de opiniones con respecto a la creatividad (definida de múltiples maneras a lo largo de los años) y por la dificultad que existía al no saberse evaluar esta de forma concreta hasta que en 1967 Guilford hizo referencia a un proceso de evaluación de la creatividad basado en el “pensamiento divergente”. Este test de pensamiento divergente consistía en usar la prueba de “muchos usos”, donde a los participantes se les pedía que dijeran tantos usos como se les ocurriera de un objeto cotidiano y se evaluaban la fluidez (número total de respuestas adecuadas), la flexibilidad (número de respuestas de diferentes categorías), la originalidad (rareza de las respuestas) y la elaboración (cantidad de detalles utilizados en las respuestas)

Sobre las bases de Guilford, Torrance (1966) definió la creatividad como un proceso de “volverse sensible a problemas, deficiencias, lagunas en el conocimiento, identificar la dificultad, buscar soluciones, hacer conjeturas y formular hipótesis, probar y volver a probar y, por último, comunicar los resultados”.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Csikszentmihalyi (1988) afirma que la creatividad es un proceso que puede observarse cuando se interactúa con individuos y en diferentes campos. Las ideas creativas son aquellas que el grupo social de referencia considera nuevas y significativas.

Por otra parte, el entorno y los factores afectivos tienen gran relevancia en la creatividad (Sternberg y Lubart 1999) siendo el entorno incluso más importante que otras características cognitivas. Esto es un dato de gran interés extrapolable al aula, ya que la creatividad del profesorado y el tipo de actividades o recursos dados en clase pueden promover más o menos un pensamiento divergente y abierto o un pensamiento analítico más cerrado.

Proceso creativo y matemáticas

En lo que respecta al proceso creativo matemático, varias investigaciones se han centrado en las etapas que podrían caracterizarlo. Wallas (1926) propuso un modelo dividido en las siguientes etapas:

- 1) Entender el problema: búsqueda de preguntas, datos relevantes...
- 2) Generación de ideas: elaboración y evaluación de ideas
- 3) Planificación de la acción: búsqueda de soluciones y desarrollo.

Las categorías de Torrance de fluidez, flexibilidad, originalidad y elaboración serían las conductoras de todo el proceso creativo (ver **Imagen 72**).

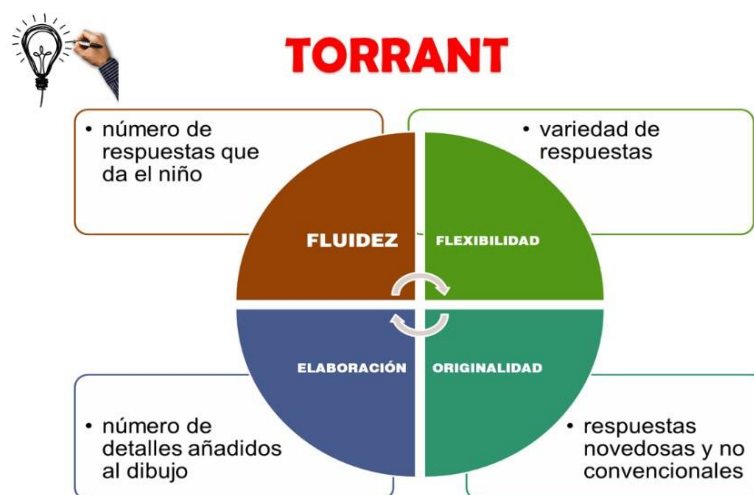


Imagen 72: las categorías de la creatividad de Torrance.

Fuente: <https://ferfuno.org/pilares-de-este-proyecto/creatividad/>



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

5.3) La creatividad entendida por el futuro profesorado de matemáticas

Según Kaufmann y Beguetto (2009) podemos encontrar varios niveles de creatividad: Big C, Pro-C, little-c y mini-c. Big C está referida a la creatividad eminencial, Pro-C a la creatividad profesional y laboral, little-c a la creatividad cotidiana y mini -c a la creatividad personal. Mini-c (que es la que nos atañe en el artículo) nos permite relacionar ideas y descubrir resultados nuevos para uno mismo de forma que estaría asociada con los procesos de aprendizaje.

Según Sánchez A. (2021), en una entrevista a un alumno del Máster de Profesorado, en el aula de Matemáticas podemos encontrar tanto al profesorado creativo como al alumnado creativo, siendo el profesorado creativo aquel capaz de generar actividades y encontrar recursos nuevos y originales. La importancia del profesorado de matemáticas creativo es que esa creatividad también se contagia a su alumnado.

Por otra parte, el alumnado creativo es aquel que imagina escenarios a partir de lo explicado y hace inferencia. Asimismo, el alumnado creativo es aquel que no hace una réplica exacta de lo que se le ha enseñado, sino que hace una modificación, aunque sea pequeña.

Gracias a la entrevista realizada a este alumno del máster se extraen algunos procedimientos interesantes para motivar la creatividad y la indagación en el alumnado de secundaria en las clases de Matemáticas.

- 1) En primer lugar, presentar problemas donde tengan que razonar por sí mismos. A modo de ejemplo, podría ser un problema de IBL, donde el alumnado saque conclusiones, formule hipótesis, descubra y conecte conceptos (ver **Imagen 73**).
- 2) Utilizar variedad de recursos como medios que favorecen la motivación: recursos manuales o recursos virtuales.



Imagen 73: trabajo con actividad puzzle numérico.

Fuente: máster profesorado UJA.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- 3) Dejar espacio a la exploración y experimentación autónomas.
- 4) Dejar al alumnado intervenir en las clases y valorar sus aportaciones.
- 5) Fomentar actividades que les ayuden a razonar, a través de conexiones interdisciplinares con otras materias. Para conseguir que razonen, es importante que los temas explicados sean de interés; de lo contrario, suelen presentar una tendencia a la pereza a la hora de reflexionar.
- 6) Promover los problemas abiertos con varias formas de hallar la solución.
- 7) Evaluar como se hace actualmente no promueve la creatividad.

5.4) Conclusiones

Una vez analizados algunos artículos de relevancia y en relación con cuestiones importantes en la didáctica de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria, se pueden extraer varias conclusiones relevantes.

- a) En cuanto al enfoque STEM de la enseñanza aún se sabe poco y debe continuar desarrollándose para alcanzar una mejor definición y, consecuentemente, una mejor aplicación en las aulas. Este hecho se debe a que la nueva normativa de Educación se ha visto modificada recientemente y no se ha contado con el tiempo suficiente para readaptar los currículos, las metodologías y los procedimientos del profesorado.
- b) El enfoque STEM tiene un gran valor educativo al cambiar bases hasta ahora conocidas en la Didáctica de las Ciencias y amoldarse y actualizarse más a los tiempos presentes y al desarrollo tecnológico del siglo XXI. Las clases magistrales tradicionales donde los ejercicios de matemáticas se aprendían por repetición y los contextos reales brillaban por su ausencia empiezan a verse modificados por otro tipo de problemas más enfocados en enseñar métodos científicos que se usarán en el futuro mercado laboral.
- c) Estos nuevos problemas que se plantean en las aulas tienen varias particularidades, pero quizás una de las más importantes es que son problemas abiertos que dan lugar a la necesidad de indagar en ellos y ejercitar la creatividad como camino para llegar a soluciones diferentes y novedosas y el profesorado será un guía fundamental en este proceso. La cuestión no es solo dejarse llevar por los razonamientos cognitivos analíticos si no saber mirar los problemas desde diferentes ángulos, lo que fomentará la fluidez, flexibilidad y originalidad del alumnado, cualidades muy demandadas por la ciencia, las matemáticas, la ingeniería y la tecnología hoy en día.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6. PROYECCIÓN DIDÁCTICA

En este capítulo se desarrollará la unidad didáctica para la asignatura Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas de 3º de ESO. Se tratará el bloque de Geometría y se dividirá en los siguientes contenidos:

- Geometría del plano. Teorema de Pitágoras
- Lugar geométrico. Cónicas.
- Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas.
- Traslaciones, giros y simetrías en el plano.
- Frisos y mosaicos en la arquitectura andaluza.

6.1) Título

La unidad didáctica por desarrollar recibe el nombre de “Geometría del plano y sus movimientos” y está enmarcada en la asignatura de Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas del curso de 3º de ESO.

6.2) Justificación

La geometría es fundamental en la vida cotidiana, ya que está presente en numerosos ámbitos culturales y profesionales como en las carreras que tienen relación con la Ingeniería o las Matemáticas y aquellas enfocadas en la rama científico-tecnológica.

Según el RD 217/2022 de 29 de marzo, el sentido espacial aborda la comprensión de los aspectos geométricos de nuestro mundo. Registrar y representar formas y figuras, reconocer sus propiedades, identificar relaciones entre ellas, ubicarlas, describir sus movimientos, elaborar o descubrir imágenes de ellas, clasificarlas y razonar con ellas son elementos fundamentales de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Según el BOJA, las matemáticas tienen un carácter instrumental e interdisciplinar ya que se relacionan con casi todos los campos de la realidad, no solo en la parte científico-tecnológica, como Biología y Geología, Física, Química, Ingeniería, Medicina, Informática, sino también en otras disciplinas que supuestamente no están asociadas a ellas como las Ciencias Sociales, la Música, el arte, los juegos, la poesía y la política.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

En cuanto a la Geometría, la búsqueda de las proporciones más estéticas en pintura, escultura y arquitectura es otra constante que arranca en la Antigüedad Clásica y llega hasta nuestros días. El arte nazarí de la Alhambra en Granada y el arte mudéjar del Real Alcázar en Sevilla tienen una base fundamentalmente matemática y geométrica con un enorme componente cultural y artístico.

En esta Unidad didáctica se introducirá al alumnado de 3º de ESO en el estudio de la Geometría, de forma que tomen conciencia de su gran importancia en el mundo real y de las innumerables puertas de conocimiento que puede abrir el aprendizaje de esta rama de las matemáticas.

6.3) Contextualización del centro y del aula

El centro donde se han realizado las prácticas del máster ha sido el IES Santa Catalina de Alejandría, en Jaén. Las clases se han impartido en el curso de 2º ESO (D) y 2º ESO de PMAR (clase de diversificación curricular). El instituto Santa Catalina es uno de los más grandes en la ciudad de Jaén y cuenta con numerosos alumnos en las aulas. En secundaria, las clases contaban con un mínimo de 30 alumnos repartidos en 5 grupos cada una.

En la clase de PMAR, sin embargo, eran 7, pero con unas necesidades diferentes al del resto de la clase, ya que requerían de otro tipo de metodologías más adaptadas para facilitar su aprendizaje. Concretamente, en las aulas se ha aplicado metodología tradicional mezclada con gamificación (Kahoot) y algunos ejercicios basados en la metodología ABP y en el trabajo colaborativo, algo que ha gustado mucho a los alumnos y con lo que han aprendido a utilizar conceptos matemáticos en la resolución de problemas reales.

La intención es trasladar algunas de las experiencias durante el periodo de prácticas al diseño de la Unidad Didáctica de este trabajo, teniendo en cuenta lo aprendido en el IES Santa Catalina de Alejandría.

6.4) Objetivos

En este apartado se analizarán los objetivos de la etapa de Educación Secundaria Obligatoria, siguiendo con los de la materia de Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas en la etapa de 3º de ESO y finalmente los perseguidos en la Unidad Didáctica que se va a desarrollar: *“Geometría del plano y sus movimientos”*



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6.4.1) *Objetivos de Etapa*

Los objetivos generales de etapa vienen recogidos en el Artículo 7 del RD 217/2022, del 29 de marzo, en el que se lee que la Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a desarrollar en las alumnas y los alumnos las capacidades que les permitan:

- a) Asumir sus deberes, así como conocer y ejercer sus derechos basados en la cooperación y tolerancia entre individuos y grupos para el ejercicio de una ciudadanía democrática.
- b) Desarrollar la disciplina y la perseverancia en el estudio y el trabajo tanto individual como en equipo para poder encontrar solución a las situaciones que lo requieran.
- c) Valorar la igualdad de derechos y respetar tanto a hombres como a mujeres rechazando estereotipos que supongan discriminación.
- d) Fortalecer las relaciones afectivas, rechazar la violencia y los prejuicios, así como los comportamientos sexistas y saber solucionar de forma pacífica cualquier conflicto.
- e) Desarrollar destrezas en la utilización de los recursos tecnológicos, hacer un uso adecuado de las herramientas y reflexionar de forma ética sobre su utilización.
- f) Concebir el conocimiento científico como un saber integrado y que abarca numerosas disciplinas y campos interrelacionados.
- g) Desarrollar actitudes de confianza en las propias capacidades, capacidad de aprender a aprender, asumir responsabilidades y tomar decisiones.
- h) Comprender y expresar de forma correcta, tanto oral como escrita, ideas y procesos e iniciarse en el conocimiento, la lectura y el estudio de la literatura.
- i) Comprender las lenguas extranjeras y saber expresarse correctamente tanto a nivel escrito como oral.
- j) Conocer y valorar el patrimonio artístico, cultural e histórico.
- k) Conocer y aceptar el funcionamiento del propio cuerpo y el de los otros, valorar la dimensión humana de la sexualidad en toda su diversidad, practicar deporte y respetar al medio ambiente y los animales. Saber actuar con tolerancia, respeto y empatía.
- l) Apreiciar el arte y comprender su lenguaje, los medios de expresión y su peso en la sociedad, en la cultura y en la historia.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6.4.2) Objetivos de la materia

Según la Orden del 18 de enero de 2021, la enseñanza de la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en Educación Secundaria Obligatoria contribuirá a desarrollar en el alumnado las capacidades que les permitan:

1. Mejorar habilidades de pensamiento reflexivo y crítico e incorporar y saber utilizar el razonamiento matemático a otros ámbitos de la vida cotidiana.
2. Reconocer situaciones en la vida cotidiana que puedan ser formuladas en términos matemáticos y tener los conocimientos necesarios para abarcarlas y saber solucionarlas.
3. Saber interpretar sucesos de la vida cotidiana a través de la cuantificación, el empleo de técnicas y procedimientos de medida o recogida de información. Tener la capacidad de plantear y hacer los cálculos necesarios para cada situación.
4. Saber interpretar e identificar tablas, gráficos... así como las distintas herramientas que usan las matemáticas para expresar sucesos de la vida cotidiana y saber analizar críticamente la función que desempeñan y la información que revelan.
5. Saber encontrar la geometría y las relaciones espaciales en el mundo que nos rodea para poder comprenderlo mejor.
6. Saber usar las herramientas y recursos tecnológicos necesarios como dispositivos móviles, ordenadores, calculadoras, software de geometría... para ayudar en el proceso de matematización y resolución.
7. Saber explorar sistemáticamente las alternativas, la precisión del lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista y la perseverancia como actitudes básicas y fundamentales para la actividad científica.
8. Saber identificar los problemas y hacer uso de los recursos e instrumentos necesarios para solucionarlos.
9. Desarrollar una actitud positiva en todo el proceso de aprendizaje, confiando en las propias capacidades para enfrentarse de manera adecuada a las situaciones



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

planteadas para así poder disfrutar de las matemáticas y sus aspectos creativos, manipulativos, estéticos, prácticos y utilitarios.

10. Integrar los conocimientos de las matemáticas en todo el conjunto de saberes y aplicarlos de forma creativa, analítica y crítica.
11. Valorar la importancia de las matemáticas en relación con aspectos culturales como el patrimonio andaluz y su papel en la sociedad actual y en el contexto histórico.

6.4.3) Objetivos de la Unidad Didáctica

En la Unidad Didáctica “Geometría del plano y sus movimientos” los objetivos que se persiguen están relacionados con las competencias matemáticas y geométricas esperadas en los alumnos de las edades comprendidas entre los 14 y 15 años al finalizar las sesiones correspondientes.

A continuación, se enumeran de forma resumida y concisa los objetivos basados en los criterios de evaluación y sus competencias clave contenidas en la normativa:

1. Reconocer y describir las figuras planas y sus características geométricas. **CEC, CMCT.**
2. Utilizar fórmulas para realizar medidas de longitudes, áreas y volúmenes en ejemplos de la vida real y usando la geometría. **CMCT, CAA, CSC, CEC.**
3. Calcular longitudes y distancias en mapas y planos usando las escalas. **CMCT, CEC, CAA.**
4. Reconocer los movimientos y transformaciones que llevan de una figura geométrica a otra y reconocer estos patrones en ejemplos de la vida real y en el arte. **CMCT, CAA, CSC, CEC.**
5. Identificar centros, ejes, planos de simetría... **CEC, CMCT.**
6. Expresar de forma correcta los pasos seguidos en la resolución de un problema. **CCL, CMCT.**
7. Utilizar los procesos necesarios y llevar a cabo las estrategias para la resolución de un problema. **CMCT, CAA.**
8. Matematizar situaciones de la vida cotidiana y saber identificarlos. **CMCT, CAA, CSC, SIEP.**
9. Modelizar como estrategia matemática para resolver problemas **CMCT, CAA.**



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

10. Desarrollar y cultivar actitudes personales **CMCT, CSC, SIEP**.
11. Superar bloqueos e inseguridades ante las nuevas situaciones. **CAA, SIEP**.
12. Reflexionar en la toma de decisiones y aprender de ellas para situaciones futuras. **CAA, CSC, CEC**.
13. Saber utilizar las herramientas tecnológicas idóneas para ayudarse en los procesos resolutivos que las requieran o donde puedan resultar beneficiosas. **CMCT, CD, CAA**.
14. Utilizar las tecnologías de la información para consultar fuentes, contrastar información, elaborar documentos... **CMCT, CD, SIEP**.

6.5) Competencias clave

Según el RD 217/2022 las competencias clave en la Educación Secundaria Obligatoria se definen como *“los desempeños que se consideran imprescindibles para que el alumnado pueda progresar con garantías de éxito en su itinerario formativo, y afrontar los principales retos y desafíos globales y locales. Las competencias clave aparecen recogidas en el Perfil de salida del alumnado al término de la enseñanza básica y son la adaptación al sistema educativo español de las competencias clave establecidas en la Recomendación del Consejo de la Unión Europea de 22 de mayo de 2018 relativa a las competencias clave para el aprendizaje permanente.*

La vinculación entre competencias clave y retos del siglo XXI es la que dará sentido a los aprendizajes, al acercar la escuela a situaciones, cuestiones y problemas reales de la vida cotidiana, lo que, a su vez, proporcionará el necesario punto de apoyo para favorecer situaciones de aprendizaje significativas y relevantes, tanto para el alumnado como para el personal docente. Se quiere garantizar que todo alumno o alumna que supere con éxito la enseñanza básica y, por tanto, alcance el Perfil de salida sepa activar los aprendizajes adquiridos para responder a los principales desafíos a los que deberá hacer frente a lo largo de su vida”:

- Desarrollar una actitud responsable en lo que se refiere al cuidado del medio ambiente y a los animales, conociendo los actos que provocan su degradación para así poder evitarlos tanto a nivel local como global.
- Identificar las formas de practicar un consumo responsable por el bien individual y común, para así evitar los excesos y el uso indebido de los recursos, que son limitados.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- Desarrollar estilos de vida saludable gracias a la comprensión del propio organismo asumiendo la responsabilidad personal y social enfocado al cuidado propio y al cuidado de las demás personas.
- Desarrollar un espíritu crítico y proactivo para evitar situaciones de injusticia e inequidad y saber reaccionar ante ellas.
- Entender los conflictos y valorar su resolución siempre de forma pacífica y asertiva.
- Analizar de manera crítica los beneficios y riesgos de la era digital y su impacto en la sociedad para hacer un uso responsable y ético de estas herramientas.
- Aceptar la incertidumbre como camino que lleva a la creatividad y al aporte de soluciones, evitando las situaciones de ansiedad.
- Cooperar y convivir en sociedades abiertas, variadas, con gran diversidad en todos los sentidos, respetando a los integrantes de éstas y saber comprometerse con su lengua y cultura.
- Sentirse parte de un proyecto colectivo donde la empatía y la generosidad sean los pilares básicos para llevarlo a cabo.
- Desarrollar habilidades que permitan seguir aprendiendo a lo largo de la vida y confiar en el conocimiento como fuente beneficios en la vida.

Las competencias clave que se espera que el alumnado haya adquirido al finalizar la etapa de Educación Secundaria Obligatoria se encuentran en el RD 217/2022 y son las siguientes:

– **CCL, CP, STEM, CD, CPSAA, CC, CE y CCEC.**

6.5.1) Competencias clave en la materia

Según la Orden del 18 de enero de 2021, la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas contribuye a la adquisición de las competencias clave, integrando las mismas en el proceso educativo. En la Fundamentación curricular aparece la relación de las Matemáticas con las competencias clave. A modo de recordatorio de estas competencias clave se enumeran a continuación:

- 1) Competencia Matemática y competencias básicas en Ciencia y Tecnología (**CMCT**)
- 2) Competencia en Comunicación Lingüística (**CCL**)



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- 3) Sentido de Iniciativa y Espíritu Emprendedor (**SIEP**)
- 4) Competencia digital (**CD**)
- 5) Competencia en Conciencia y Expresiones Culturales (**CEC**)
- 6) Competencias Sociales y Cívicas (**CSC**)
- 7) Competencia de Aprender a Aprender (**CAA**)

6.5.2) *Competencias clave en la Unidad Didáctica*

En la Unidad Didáctica desarrollada se van a trabajar cada una de las competencias clave que se han expuesto en las páginas anteriores de la manera siguiente:

- 1) **Competencia matemática y STEM.** En el ejercicio de investigación que se va a desarrollar en la Alhambra, junto con la resolución de ejercicios de clase y del resto de sesiones va a ser necesario el conocimiento en Matemáticas para llevar a cabo la resolución de problemas. Desarrollar esta competencia conlleva que el alumnado sea consciente de cómo la ciencia promueve la comprensión y explicación del entorno natural y de cómo se hace indispensable para ser competentes en el futuro entorno laboral y ser de ayuda en la sociedad.
- 2) **Competencia lingüística.** La competencia lingüística es clave para alcanzar una buena comprensión lectora en los problemas matemáticos, así como para lograr comunicar de forma correcta y razonada los conceptos matemáticos, escribirlos y desarrollarlos. La actividad de investigación va a fomentar que los alumnos se comuniquen entre ellos y por tanto favorecerá la competencia lingüística que implica la exposición adecuada de ideas, la escritura y la comprensión de la información que busquen en Internet. Por otra parte, la exposición del trabajo al final de esta UD. ayudará a fomentar aún más esta competencia clave. La realización de ejercicios de clase también favorecerá la práctica de la comprensión lectora, fundamental para solucionar cualquier problema.
- 3) **Competencia emprendedora.** El alumnado deberá entrenar el pensamiento para analizar y evaluar el entorno, y crear y replantear ideas utilizando la imaginación, la creatividad, el pensamiento estratégico y la reflexión ética, crítica y constructiva.

La actividad de investigación y las metodologías que implican trabajo colaborativo, uso de recursos digitales y materiales manipulativos que estén abiertas a la creatividad fomentarán en gran medida el espíritu emprendedor del alumnado.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- 4) **Competencia digital.** Se conseguirá gracias a algunos vídeos que se enseñarán en clase, junto con los ordenadores que podrán usar los alumnos para hacer el proyecto de investigación.
- 5) **Competencia de aprender a aprender.** Gracias a la actividad en la Alhambra también el alumnado tendrá que hacer frente a la gestión del tiempo y la planificación, descubriendo por ellos mismos cuál es la actividad que más les gusta dentro del proyecto (auto conocerse). Al ser un trabajo colaborativo deberán desarrollar habilidades para abordar posibles conflictos que surjan en un contexto integrador y de apoyo.
- 6) **Competencia en conciencia y expresiones culturales.** Aprender con el contexto de la Alhambra la importancia del arte y de la cultura. Conciencia de la importancia de las Matemáticas a lo largo de la historia (esto se consigue a través de la explicación del origen de algunos conceptos matemáticos)
- 7) **Competencia social y cívica.** A través de la contextualización de problemas basados en la vida real y en problemáticas actuales como el uso del agua, el consumo responsable...etc.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6.6) Contenidos

Los contenidos del Bloque I aparecen en la Fundamentación curricular de este trabajo. Los contenidos de la Unidad Didáctica (para el bloque de Geometría) se encuentran descritos en la Orden del 18 de enero de 2021 y son los contenidos en la siguiente tabla:

Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas		
BLOQUE 3. GEOMETRÍA		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Geometría del plano. Lugar geométrico. Cónicas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Frisos y mosaicos en la arquitectura andaluza. Geometría del plano. Planos de simetría Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. CEC, CMCT. 2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. CMCT, CAA, CSC, CEC. 3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala. CMCT, CEC, CAA. 4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y	1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos. 1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos. 2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas. 2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes. 2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

	configuraciones presentes en la naturaleza. CMCT, CAA, CSC, CEC. 5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas CEC, CMCT.	diversos. 3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc. 4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte. 4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario. 5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados. 5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.
--	---	---

Tabla 12: contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.

Fuente: orden del 18 de enero de 2021.

6.7) Metodología

La metodología por utilizar en la Unidad Didáctica es uno de los temas fundamentales a desarrollar, ya que se emplearán distintas tipologías didácticas para enseñar la materia,



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

siempre enfocadas a obtener las competencias clave y específicas necesarias. En la Orden del 18 de enero de 2021, aparecen guías para aplicación de metodologías concretas para la enseñanza del bloque de Geometría como son *“los recursos digitales interactivos para construir, investigar y deducir propiedades. Deben establecerse relaciones con otros ámbitos como la naturaleza, el arte, la arquitectura o el diseño, destacando su importancia en la historia y cultura de Andalucía. La utilización de metodologías como el ABP, formulando preguntas al alumnado a partir de las cuales desarrollarán su aprendizaje, trabajando con técnicas de aprendizaje cooperativo, o el ABI a través de la resolución de problemas, son muy útiles a la hora de elaborar tareas específicas en relación la Geometría”*

Teniendo en cuenta las metodologías contenidas en la normativa, se hará una combinación entre clases magistrales con contenido teórico. El uso de recursos informáticos tendrá un lugar especial en alguna de las sesiones para poder entender de forma más gráfica algunos de los contenidos geométricos más complejos (se utilizarán especialmente en el desarrollo de la actividad de investigación).

Por otra parte, durante del desarrollo de la Unidad Didáctica se realizará una actividad de investigación por parte del alumnado contextualizada en la Alhambra. Esta actividad está pensada y diseñada para que puedan trabajar siguiendo el método científico, utilizar recursos manipulativos, trabajar en equipo y usar de manera controlada los recursos y las bibliotecas de Internet. Este proyecto de investigación tendrá algunas partes basadas en ABP que serán problemas abiertos centrados en cada uno de los grupos de trabajo.

El punto clave de esta UD consiste en desarrollar las sesiones y clases de una forma magistral combinada con la realización de la actividad de investigación donde se encuentran todas las novedades e innovaciones de esta UD.

6.8) Actividades y recursos

Actividades

Las actividades que se van a desarrollar en esta UD se pueden clasificar en las siguientes categorías:

Clases teóricas. Componen la mayor parte de las sesiones de la UD. Estas clases están enfocadas a la explicación de contenidos matemáticos de forma clara y concisa para



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

conseguir su comprensión. Las clases teóricas se darán de forma magistral, esto es, el profesorado habla y explica y el alumnado escucha y asimila los conceptos.

Las clases teóricas a la vez se pueden clasificar en:

Introducción de los temas. La introducción de los temas se hace de la forma más motivadora posible, explicando al alumnado lo que van a aprender, despertando su interés y animándolos a participar.

De contenidos previos. Se dan al principio de los temas y consiste en un diálogo breve pero conciso donde se pregunta a los alumnos por algunos de los conceptos que se van a dar durante la sesión para comprobar el nivel de conocimientos previos.

De desarrollo de la Unidad. Se explica de forma teórica y en la pizarra la lección conforme al libro de Anaya de 3º de ESO y al final de la explicación se resuelven dudas. En ocasiones se pueden utilizar vídeos y otros recursos como GeoGebra para dinamizar las lecciones.

Clases de corrección de ejercicios. Durante todas las sesiones se harán correcciones de ejercicios mandados para trabajo en casa (necesarios para asimilar los conceptos de las clases teóricas). En estos minutos de clase se fomentará que voluntariamente salgan a la pizarra a resolverlos y pregunten dudas en voz alta. Los ejercicios que se manden todos los días tendrán dos tipologías:

- **Ejercicios como deberes (obligatorios).** Estos ejercicios serán corregidos al inicio de cada sesión por el profesor o por los alumnos voluntarios que quieran salir a la pizarra.
- **Ejercicios de ampliación (voluntarios).** Están orientados al alumnado con altas capacidades o que quiera ampliar conocimientos. Estos ejercicios se corrigen fuera del horario y se entregan corregidos al alumnado al día siguiente.

Proyecto de investigación. El proyecto de investigación se va a contextualizar en el entorno de la Alhambra y va a irse desarrollando durante las sesiones (con una duración de 15 minutos durante 6 sesiones, es decir 90 minutos en total durante las clases de Matemáticas, a lo que hay que añadir 15 minutos por clase según la asignatura y el grupo asignado). Esta actividad se detalla en el Anexo 10. Durante el desarrollo en clase el profesor irá pasando por las mesas resolviendo dudas. Si fuera necesario se harán anotaciones globales en la pizarra sobre el desarrollo del proyecto o sobre dudas generales.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Excursión a la Alhambra. La excursión a la Alhambra está enfocada a que el alumnado aprenda “viendo y haciendo”. Además de los conocimientos que adquieran durante las explicaciones de la visita, cada grupo irá con un profesor o una profesora y llevará a cabo tareas que tengan que ver con el proyecto de investigación. Durante esta excursión podrán llevar a la práctica el proceso científico de aprendizaje, el trabajo colaborativo y el uso de recursos como el teléfono móvil para hacer fotografías o recoger información importante para el trabajo.

Exposición de trabajos. A los grupos se les concede un tiempo de 5 minutos para realizar la exposición de su trabajo de investigación y hablar sobre lo que han descubierto, qué han aprendido y con qué ha disfrutado más cada uno.

Evaluación. La realiza el profesorado con la media entre la calidad del trabajo de investigación y la prueba escrita final de la Unidad Didáctica.

Recuperación. Se basa en un examen similar al de evaluación ordinaria para alcanzar los objetivos de la Unidad Didáctica.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Recursos

Los recursos utilizados en el aula clasificados según sean usados por el profesorado o el alumnado serán los recogidos en la Tabla 13.

ACTIVIDADES	Profesorado			Alumnado						Calculadora
	Libro Anaya	Cuaderno solucionario	Pizarra	Vídeos	Portátil (Wikipedia, GeoGebra...)	Escuadra, cartabón y escalímetro	Lápices de colores, pegamento, tijeras...	Móvil para fotografías	Libreta o cuaderno personal	
Clases teóricas										
Proyecto de investigación					2 días en semana					
Excursión a la Alhambra										
Corrección de ejercicios										

Tabla 13: relación entre actividades desarrolladas y el uso de recursos necesarios para cada una de ellas. **Fuente: elaboración propia.**

Durante las clases teóricas en las que se explican los conceptos de cada unidad es el profesorado el que necesita la totalidad de los recursos de los que dispone, mientras que en el proyecto de investigación el relevo pasa al alumnado, que se convierten en protagonistas de su propio conocimiento. En este momento, el profesorado pasa a ser guía y fomentar el andamiaje correcto en el aprendizaje del alumnado, que tendrán que poner en acción su capacidad resolutoria, la búsqueda de información en fuentes de Internet, la cooperación y trabajo en equipo y el diseño de soluciones científicas a los problemas entre otras.

Las actividades de evaluación y exposición no se han considerado en la tabla debido a que no conllevan muchos más recursos que el cuaderno de notas del profesor. El alumnado en la exposición tendrá vía libre para usar el proyector y hacer una presentación Power Point o directamente hablar de su experiencia y del trabajo sin necesidad de usar más recursos.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6.9) Atención a la diversidad

Según la Orden del 18 de enero de 2021, *“se entiende por atención a la diversidad, el conjunto de actuaciones y medidas educativas que garantizan la mejor respuesta a las necesidades y diferencias de todos y cada uno de los alumnos y alumnas en un entorno inclusivo, ofreciendo oportunidades reales de aprendizaje en contextos educativos ordinarios”*

Las medidas generales contempladas son las que se expresan a continuación:

- 1) Se definen las medidas de atención a la diversidad, aquellas que están definidas por el centro educativo y que van orientadas a la promoción del aprendizaje y el éxito escolar de todo el alumnado.
- 2) Dado que el alumnado de Educación Secundaria puede requerir de estas medidas a lo largo de su etapa formativa, es importante que el centro cuente con los recursos necesarios para aplicarse cuando sea necesario y en cualquier momento de la etapa.
- 3) Las medidas están orientadas a la consecución de objetivos y competencias y dan respuesta a las diferencias curriculares, motivacionales y ritmos de aprendizaje mediante diferentes estrategias.
- 4) Entre las medidas generales se encuentran:
 - Integración de materias en ámbitos de conocimiento conforme a lo establecido en el artículo 14.
 - Apoyo en grupos ordinarios mediante un segundo profesor o profesora dentro del aula, preferentemente para reforzar los aprendizajes en los casos del alumnado que presente desfase curricular.
 - Desdoblamientos de grupos en las materias de carácter instrumental.
 - Agrupamientos flexibles para la atención del alumnado en un grupo específico. Esta medida, que tendrá un carácter temporal y abierto, deberá facilitar la inclusión del mismo en su grupo ordinario y, en ningún caso, supondrá discriminación para el alumnado necesitado de apoyo.
 - Acción tutorial como estrategia de seguimiento individualizado y de toma de decisiones en relación con la evolución académica del proceso de aprendizaje.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- Metodologías didácticas basadas en el trabajo colaborativo en grupos heterogéneos, tutoría entre iguales y aprendizaje por proyectos que promuevan la inclusión de todo el alumnado.
- Actuaciones de coordinación en el proceso de tránsito entre etapas que permitan la detección temprana de las necesidades del alumnado y la adopción de las medidas educativas.
- Actuaciones de prevención y control del absentismo que contribuyan a la prevención del abandono escolar temprano.
- Oferta de materias específicas.
- Distribución del horario lectivo del bloque de asignaturas de libre configuración autonómica de conformidad con lo previsto en los artículos 7.3 y 8.5

Atención a la diversidad en la UD.

Como expresa la normativa, hay distintas medidas para tener en cuenta la atención a la diversidad en el aula. Basándonos en ellas, podemos diseñar un plan de actuación que utiliza en gran medida la referencia tomada en las prácticas en el Instituto Santa Catalina de Jaén (se dieron clases en 2º ESO y 2º ESO PMAR). Vamos a desarrollar tres casos específicos basados en la propia experiencia y la forma en que esta UD. tendría en consideración la atención a la diversidad.

Altas capacidades

Para el alumnado con altas capacidades se considerarán algunas tareas tomadas del libro Anaya y de Marea Verde que presenten mayor dificultad para evitar el aburrimiento en clase y que puedan desarrollar de manera óptima el aprendizaje al ritmo que necesiten. Estas tareas se pondrán en la pizarra como extras, aparte de los ejercicios que se manden de forma ordinaria para quienes lo deseen puedan hacerlas.

Esta UD dedica parte de sus sesiones al desarrollo de un proyecto de investigación abierto a la creatividad y con problemas abiertos contextualizados y reales, algo que permitirá al alumnado más aventajado experimentar, buscar soluciones, utilizar distintos recursos, etc., y servir de guía al resto de la clase gracias al trabajo colaborativo.

Alumnado que necesita apoyo

Para el alumnado que necesite apoyo se considerará como medida el apoyo de un segundo profesor que pueda ir resolviendo dudas durante la duración de las sesiones.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

De esta manera, si un grupo tiene un avance más lento no impedirá que el resto de la clase se distraiga al resolver dudas en voz alta.

El desarrollo de la actividad de investigación sería de gran ayuda al estar trabajando de forma colaborativa con sus compañeros, mezclar otras asignaturas que puedan gustarle más (Biología, Física y Química, Dibujo Técnico o Historia) y por la utilización de recursos manipulativos, que les harían ver las Matemáticas como algo más motivador.

En el caso de que el progreso con respecto al resto de la clase fuese muy descompasado se intentaría reunir a un grupo pequeño para dar clases de refuerzo.

Absentismo y baja motivación por la asignatura

En este caso lo fundamental sería la acción tutorial y hablar con el alumnado con menos motivación e intentar apoyarles y enfocarse en sus necesidades para evitar que se quedaran muy atrás.

De nuevo, esta propuesta de UD, que mezcla clases magistrales con un proyecto de investigación les ayudará en el sentido de que puedan trabajar con otros compañeros, usar recursos manipulativos, trabajar la creatividad y relacionar otras asignaturas atractivas para ellos.

6.10) Temporalización

En primer lugar, la materia de Matemáticas Orientadas a las enseñanzas Académicas tiene una asignación de 4 horas a la semana en el curso de 3º de ESO. En el curso académico, el número de semanas es de 40, lo que equivaldría a 160 horas en las que se han contado las vacaciones por Navidad y Semana Santa.

Aproximadamente, las horas totales lectivas serán de 130 en todo el curso. En la siguiente tabla se describe una posible temporalización de todo el curso usando los bloques de la Orden del 18 de enero de 2021:



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

TRIMESTRE	BLOQUES	UD. DIDÁCTICA	SESIONES
1º	1. Procesos, métodos y actitudes en Matemáticas		130
2º	2. Números y álgebra	1. Números racionales e irracionales	8
		2. Potencias y raíces	8
		3. Polinomios	10
		4. Ecuaciones	10
		5. Sistema de ecuaciones	10
		6. Sucesiones	10
	3. Geometría	7. Geometría del plano. Movimientos	11
		8. Triángulos. Propiedades	8
		9. Geometría del espacio. Poliedros	9
		10. Cuerpos de revolución	8
3º	4. Funciones	11. Funciones	8
		12. Funciones lineales y cuadráticas	10
	5. Estadística y probabilidad	13. Estadística	10
		14. Probabilidad	10

Tabla 14: temporalización de las clases de matemáticas durante el curso de 3º ESO.

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

La división por trimestres en la agenda escolar de este año 2022-2023 se puede ver en la **Imagen 74** (en azul más claro el primer trimestre, en azul medio, el segundo trimestre y en azul oscuro el tercer trimestre).

		SEPTIEMBRE 2022						
		L	M	Mi	J	V	S	D
1	Enseñanzas Deportivas				1	2	3	4
12	Inicio curso Ed. Inf., Prim. y E.E.	5	6	7	8	9	10	11
15	Inicio curso E.S.O., Bach., Ciclos Form., Conservatorios, Artes y Ed. Permanente	12	13	14	15	16	17	18
20	Inicio curso Enseñanzas de Idiomas	19	20	21	22	23	24	25
		26	27	28	29	30		

		OCTUBRE 2022						
		L	M	Mi	J	V	S	D
							1	2
		3	4	5	6	7	8	9
		10	11	12	13	14	15	16
		17	18	19	20	21	22	23
		24	25	26	27	28	29	30
		31						

		NOVIEMBRE 2022						
		L	M	Mi	J	V	S	D
1	Día de todos los Santos		1	2	3	4	5	6
		7	8	9	10	11	12	13
		14	15	16	17	18	19	20
		21	22	23	24	25	26	27
		28	29	30				

		DICIEMBRE 2022						
		L	M	Mi	J	V	S	D
					1	2	3	4
		5	6	7	8	9	10	11
		12	13	14	15	16	17	18
		19	20	21	22	23	24	25
		26	27	28	29	30	31	

		ENERO 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
1-8	Vacaciones Navidad							1
		2	3	4	5	6	7	8
		9	10	11	12	13	14	15
		16	17	18	19	20	21	22
		23	24	25	26	27	28	29
		30	31					

		FEBRERO 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
				1	2	3	4	5
		6	7	8	9	10	11	12
		13	14	15	16	17	18	19
		20	21	22	23	24	25	26
		27	28					

		MARZO 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
				1	2	3	4	5
		6	7	8	9	10	11	12
		13	14	15	16	17	18	19
		20	21	22	23	24	25	26
		27	28	29	30	31		

		ABRIL 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
						1	2	
		3	4	5	6	7	8	9
		10	11	12	13	14	15	16
		17	18	19	20	21	22	23
		24	25	26	27	28	29	30

		MAYO 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
1	Día del Trabajo	1	2	3	4	5	6	7
		8	9	10	11	12	13	14
		15	16	17	18	19	20	21
		22	23	24	25	26	27	28
		29	30	31				

		JUNIO 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
				2	3	4		
		5	6	7	8	9	10	11
		12	13	14	15	16	17	18
		19	20	21	22	23	24	25
		26	27	28	29	30		

		JULIO 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
				1	2	3	4	5
		6	7	8	9	10	11	12
		13	14	15	16	17	18	19
		20	21	22	23	24	25	26
		27	28	29	30	31		

		AGOSTO 2023						
		L	M	Mi	J	V	S	D
							1	2
		3	4	5	6	7	8	9
		10	11	12	13	14	15	16
		17	18	19	20	21	22	23
		24	25	26	27	28	29	30
		31						

Imagen 74: calendario escolar curso 2022-2023.

Fuente: I.E.S Santa Catalina de Alejandría



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Las clases de la asignatura de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en 3º ESO se dan cuatro días en semana, lo que equivale a cuatro horas semanales (lunes, martes, miércoles y viernes). La Unidad Didáctica desarrollada comenzaría el día 9 de enero, justo después de las vacaciones de Navidad y finalizaría el día 25 de enero.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6.10.1) Desarrollo de la Unidad Didáctica Geometría del plano y sus movimientos

Tabla 15: desarrollo de las sesiones de la Unidad Didáctica. **Fuente: elaboración propia.**

Unidad didáctica. Geometría del plano y sus movimientos				
Sesión	Actividades	Objetivos basados en criterios de evaluación (ver Sección 6.4)	Contenidos	Recursos y metodología
1	-Actividad inicial de introducción (10 min). “La importancia de la Geometría” (consultar Anexo I). -Test inicial para evaluar conocimientos previos (10 min) -Introducción del proyecto que se va a desarrollar durante las sesiones: “Investigadores en la Alhambra” (30 min) (aquí se dividen los grupos y se les entrega el material correspondiente según equipos).	14, 10	- Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas - Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos.	-Vídeo Youtube. Naturaleza, arte y geometría: https://www.youtube.com/watch?v=xGpYoLqYnv8&ab_channel=JulioGarc%C3%ADa -Vídeo Youtube. La geometría de la Alhambra: https://www.youtube.com/watch?v=MYULZH12IQM&ab_channel=AlhambraGranada Metodología: aprendizaje basado en proyectos, interacción entre profesor y alumnos y magistral.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

2	-Clase teórica sobre el <u>“Teorema de Pitágoras y Lugares geométricos”</u> (30 min) -Mandar ejercicios para casa (consultar Anexo I) (5 min) -Inicio del proyecto en grupos, trabajo colaborativo (15 min)	13, 10, 14	-Lugar geométrico. -Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos -Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico	-Pizarra -Libro Anaya para alumnos y solucionario - Recursos para la actividad de investigación: escuadra, cartabón, escalímetro, compás, lápices de colores, calculadora. Metodología: magistral al explicar la teoría en la pizarra y cooperativa y basada en proyectos en el proceso de realización del trabajo.
3	-Corrección de ejercicios de la clase anterior (10 min) Mandar para casa los siguientes (consultar Anexo I) -Teoría sobre <u>“Áreas de polígonos y cónicas”</u>. (30min) -Trabajo en el proyecto de clase (15 min)	7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 1, 2	-Cónicas -Geometría del plano -Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos	- Recursos para la actividad de investigación: escuadra, cartabón, escalímetro, compás, lápices de colores, calculadora y ordenadores. --Pizarra -Libro Anaya para alumnos y solucionario. Metodología: magistral al explicar la teoría en la pizarra, aprendizaje por repetición al mandar ejercicios



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

			-Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico -Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje	sobre el temario y corregirlos y cooperativa y basada en proyectos en el proceso de realización del trabajo.
4	-Corrección ejercicios de la clase anterior (10 min) y mandar ejercicios para el día siguiente (consultar Anexo I) -Teoría sobre <u>“Áreas de figuras curvas, husos horarios y escalas en mapas”</u> (30 min) -Trabajo en el proyecto (15 min)	7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 3	-El globo terráqueo -Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto -Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos	- Recursos para la actividad de investigación: escuadra, cartabón, escalímetro, compás, lápices de colores, calculadora. -Pizarra -Libro Anaya para alumnos y solucionario Metodología: magistral al explicar la teoría en la pizarra, aprendizaje por repetición al mandar ejercicios sobre el temario y corregirlos y



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

			-Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico	cooperativa y basada en proyectos en el proceso de realización del trabajo.
5	-Corrección ejercicios de la clase anterior (10 min) y mandar ejercicios para el día siguiente (consultar Anexo I). -Clase teórica sobre <u>Traslaciones y giros</u> (30 min). -Trabajo en proyecto (15 min).	7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 4	-Traslaciones y giros en el plano -Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos -Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico -Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje	- Recursos para la actividad de investigación: escuadra, cartabón, escalímetro, compás, lápices de colores, calculadora y ordenadores. -Pizarra -Libro Anaya para alumnos y solucionario Metodología: magistral al explicar la teoría en la pizarra, aprendizaje por repetición al mandar ejercicios sobre el temario y corregirlos y cooperativa y basada en proyectos en el proceso de realización del trabajo.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6	-Corrección ejercicios clase anterior (10 min) y mandar ejercicios para el día siguiente (consultar Anexo I). -Clase teórica sobre “<u>Simetrías</u>” (30 min) -Trabajo en proyecto (15 min)	7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 5	-Simetrías en el plano. -Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos -Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico	- Recursos para la actividad de investigación: escuadra, cartabón, escalímetro, compás, lápices de colores, calculadora. -Pizarra -Libro Anaya para alumnos y solucionario Metodología: magistral al explicar la teoría en la pizarra, aprendizaje por repetición al mandar ejercicios sobre el temario y corregirlos y cooperativa y basada en proyectos en el proceso de realización del trabajo.
---	--	--	--	--



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

7	-Corrección ejercicios día anterior (10 min) -Clase teórica sobre “<u>Composición de movimientos, frisos y mosaicos</u>” (30 min) -Trabajo en proyecto (15 min)	7, 8, 9, 10, 11, 12 13, 14, 4	-Frisos y mosaicos en la arquitectura. Andalucía -Planificación del proceso de resolución de problemas. - Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos -Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico -Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje	- Recursos para la actividad de investigación: escuadra, cartabón, escalímetro, compás, lápices de colores, calculadora y ordenadores. -Pizarra -Libro Anaya para alumnos y solucionario Metodología: magistral al explicar la teoría en la pizarra, aprendizaje por repetición al mandar ejercicios sobre el temario y corregirlos y cooperativa y basada en proyectos en el proceso de realización del trabajo.
---	---	---	---	---



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

8	- Visita a la Alhambra de Granada con los profesores de Biología, Física y Química, Dibujo Técnico e Historia	8, 9, 10, 11	-Frisos y mosaicos en la arquitectura andaluza. -Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas	- Recursos para la actividad de investigación: libreta de trabajo, móvil para tomar fotografías. Metodología: interactiva y aprendizaje autónomo.
9	-Repaso general de los contenidos de la Unidad, resolución de ejercicios en clase, consulta de dudas (consultar Anexo I) (50 min).	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12	-Geometría del plano. -Lugar geométrico. Cónicas. -Traslaciones, giros y simetrías. -Frisos y mosaicos en la arquitectura. -El globo terráqueo. -Coordenadas geográficas. Longitud y latitud de un punto. -Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	-Libro Anaya y solucionario. Metodología: magistral al explicar la teoría en la pizarra y aprendizaje por repetición.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

10	-Exposición y entrega de los trabajos de los alumnos por grupos (40 min). -Cuestionario sobre la UD (10 min) (ver Anexo I)	6, 14	-Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. -Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc.	-Libre elección de recursos físicos por parte de los equipos. Metodología: expositiva cuando explican sus proyectos, cooperativa e interactiva entre profesor y alumnos.
11	-Evaluación escrita (ver Anexo I).	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8	-Geometría del plano. -Lugar geométrico. Cónicas. -Traslaciones, giros y simetrías en el plano. -Frisos y mosaicos en la arquitectura andaluza. -El globo terráqueo. -Coordenadas geográficas y husos horarios. Longitud y latitud de un punto.	-Examen Metodología: autonomía.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

6.11) Evaluación

Se ha considerado la normativa pertinente a la evaluación de los alumnos y contenida en la Orden del 18 de enero de 2021 (Capítulo IV). La evaluación se realizará en tres fases diferenciadas y que se explican a continuación:

1. **Evaluación inicial:** será cualitativa ya que se analizará el nivel de conocimientos previos del alumnado a través de una prueba diseñada para ello (se puede ver en el Anexo I). En esta prueba inicial se valorarán los conocimientos de los alumnos de forma más genérica y en relación con la Geometría: simetrías, movimientos, mosaicos y frisos.
2. **Evaluación continua:** se realiza durante el proceso del trabajo de investigación, la realización óptima de los ejercicios mandados en clase y las actitudes de los alumnos durante el transcurso de la UD.
3. **Evaluación sumativa:** o final. En ella se identifica el nivel de logro de los criterios propuestos durante la evolución de la UD.

Instrumentos de evaluación

Se proponen cuatro instrumentos fundamentales para realizar la evaluación, expuestos a continuación. Todos ellos se descomponen en criterios de evaluación específicos desglosados en rúbricas de evaluación que se pueden ver en el Anexo V de este trabajo:

- **Cuaderno de clase:** donde se valorará la claridad, la limpieza y el orden y la corrección de los ejercicios, así como la toma de apuntes.
- **Pruebas y actividades escritas y entregables:** referidas al examen de evaluación inicial y final y la realización de los ejercicios mandados para casa así de forma obligatoria. Se evaluará de forma muy positiva la realización de los ejercicios extra (o voluntarios) propuestos.
- **Observación del interés y la actitud hacia el aprendizaje de las matemáticas:** el grado de participación e interés general, el respeto hacia los compañeros, la realización de preguntas o la actitud para salir voluntarios a la pizarra se valorarán muy positivamente. Los alumnos que muestren una buena actitud de superación y esfuerzo en el transcurso de la UD serán valorados (aunque muestren menos habilidades técnicas para la asignatura será tenida en cuenta la actitud por encima de los resultados puramente matemáticos).
- **Trabajo de investigación:** se evaluará la correcta integración en el grupo, la aportación de soluciones, el interés hacia la propia actividad y la correcta realización de los ejercicios que lo componen.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Para ello, se ha diseñado una rúbrica de evaluación que integra todas estas actividades evaluables y que facilitará la posterior calificación en la evaluación sumativa.

Rúbrica de evaluación

Se realiza la Tabla 16 donde aparecen de forma general todos los componentes tenidos en cuenta a la hora de realizar la evaluación de la asignatura. En el Anexo V se desarrollan de forma más extendida cada uno de los parámetros tenidos en cuenta para evaluar cada una de las partes.

	EXCELENTE	BUENO	MEJORABLE	PONDERACIÓN SOBRE EL TOTAL UD	NOTA FINAL
Proyecto de investigación	Se han comprendido suficientemente los conceptos trabajados	Se podría mejorar la comprensión de algunos conceptos	No se han comprendido suficientemente los conceptos y falta de implicación en la actividad	25%	
Cuaderno de clase	El cuaderno está ordenado y completo	No se han realizado todas las tareas y no se han entendido bien todos los conceptos	Falta de orden general. No se han realizado todas las tareas	20%	
Corrección de ejercicios	Se han realizado todas las tareas y se han ofrecido voluntarios para salir a la pizarra	Realización de la mayoría de las tareas asignadas por el profesor	No se han realizado las tareas y falta de comprensión de los contenidos	10%	



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Prueba final	Se ha demostrado dominar los conceptos trabajados en clase	Se ha demostrado un dominio suficiente de los conceptos trabajados	El dominio demostrado no es suficiente.	35%	
Prueba recuperación	Se ha demostrado dominar los conceptos trabajados en clase	Se ha demostrado un dominio suficiente de los conceptos trabajados	El dominio demostrado no es suficiente.	35%	
Actitud	Muy buena disposición al aprendizaje	Se demuestra una actitud activa en la asignatura	La actitud en la asignatura no es buena.	10%	

Tabla 16: rúbrica de evaluación y criterios de evaluación.

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

7. CONCLUSIONES

Este trabajo consiste en realizar una Unidad Didáctica (UD) basándonos en primer lugar en la fundamentación curricular, de gran importancia para tener en cuenta la normativa autonómica y estatal en cuanto a los contenidos necesarios en la enseñanza de la materia Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas en 3º ESO.

En la *Fundamentación Curricular* se han estudiado tres editoriales de libros de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas y se han comparado los contenidos de cada uno de ellos y la cumplimentación adecuada de la nueva normativa además de un estudio más profundo de la idoneidad didáctica con algunos ejemplos gráficos. Finalmente se ha optado por el libro de Anaya de 3º ESO como la editorial más idónea para esta UD.

En segundo lugar, en la *Fundamentación Epistemológica*, se ha escogido el tema 41 de las oposiciones para estudiar los movimientos en el plano de una forma más rigurosa. Esto es, el saber sabio, indispensable para poder explicar en profundidad cualquier concepto, en este caso matemático. Se ha escogido este tema de las oposiciones al estar directamente relacionado con todos los contenidos de la UD.

En tercer lugar, en la *Fundamentación Didáctica* se han seleccionado artículos variados con relación a los temas del enfoque STEM y el desarrollo de la creatividad en las clases de Matemáticas, conceptos que están directamente relacionados con las competencias que exige el currículo y la necesidad de formar al alumnado de cara a los retos reales del S.XXI.

Por último, se ha desarrollado la UD, esencial en la labor de la docencia. Esta UD es el compendio de experiencias y aprendizajes acumulados durante la realización del Máster en Formación del Profesorado en la Universidad de Jaén junto con las bases tomadas de la fundamentación curricular, epistemológica y didáctica y el periodo de prácticas en el IES Santa Catalina de Jaén.

De esta forma, atendiendo a lo desarrollado a lo largo del trabajo, se reflexiona sobre ciertos aspectos:

- 1) La importancia de contextualizar la asignatura de Matemáticas y relacionarla con otros ámbitos científicos como una forma de conseguir un aprendizaje más realista y enfocado al futuro de los alumnos.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- 2) La incorporación del enfoque STE(A)M a través de una actividad de investigación contextualizada en la Alhambra. Con enfoque STE(A)M nos referimos a la necesidad de aunar conocimientos para solucionar problemas reales y abiertos a la creatividad donde el alumnado podrá acercarse al quehacer científico real.
- 3) La importancia del trabajo colaborativo como forma de trabajo y como manera de afrontar retos y solucionar obstáculos. Promueve valores y competencias sociales y cívicas.
- 4) Uso de recursos manipulativos junto con las nuevas tecnologías, pero sin que estas últimas sean el hilo conductor de la actividad sino un apoyo y una herramienta para el trabajo.
- 5) Búsqueda en esta UD de conectar las metodologías clásicas de enseñanza (clase magistral) de las Matemáticas con una propuesta más innovadora donde el alumno es el que toma el mando de su aprendizaje y el profesor es el guía en este proceso.

Este trabajo invita a reflexionar sobre el sistema educativo actual y cómo sería posible hacer mejoras en la calidad educativa, especialmente en la enseñanza de las Matemáticas y de la Geometría, de forma que se superaran las barreras actuales que existen relativas a la desconfianza en cuanto a la implementación de nuevas metodologías, uso adecuado de los tiempos y recursos económicos y físicos.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Castillo, M.J et al (2021). *Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica*. Educação e Pesquisa, Vol. 47.

Sánchez, A., Font, V., Diamantidis, D. y Breda, A. (2021). *Un estudio de caso de cómo entiende la creatividad y su desarrollo en la clase de matemáticas un futuro profesor de matemáticas*. En Diago, P. D., Yáñez D. F., González-Astudillo, M. T. y Carrillo, D. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXIV* (pp. 553 – 561). Valencia: SEIEM

Thibaut, L et al (2018). *Integrated STEM Education: A Systematic Review of Instructional Practices in Secondary Education*. *European Journal of STEM Education*, 3(1), 02. <https://doi.org/10.20897/ejsteme/85525>

Leikin, R., Pitta-Pantazzi, D (2012). *Creativity and mathematics education: the state of the art*. *ZDM Mathematics Education* (2013) 45 (pp. 159–166).



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Swan, M: Peard, D (2008). Professional development resources. Bowland Maths Key Stage 3, Bowland. Charitable Trust. Disponible en línea en Reino Unido en: <http://www.bowlandmaths.org.uk>

Torrance, E. P. (1966). *The Torrance tests of creative thinking: Norms-technical manual*. Research edition. Verbal tests, forms A and B. Figural tests, forms A and B. Princeton, NJ: Personnel Press.

Wall, S. y Shankar, I. (2008). *Adventures in Transdisciplinary Learning*. Studies in Higher Education, 33, nº 5, pp. 551-565.

Jacobs, H.H. (1989). *Interdisciplinary Curriculum: Design and Implementation*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Universidad de Murcia, semana de la Ciencia y la Tecnología 2019. *Mosaicos semirregulares*.

<https://www.um.es/documents/118351/14718335/Mosaicos+SeCyT+2019+D%C3%ADptico.pdf/f589fb13-8dae-4778-96c1-53f2af65a668>

Lorente, J.L. *Tema 41. Movimientos en el plano. Composición de movimientos. Aplicación al estudio de las teselaciones. Frisos y mosaicos*.

LEGISLACIÓN

España. Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria. Ministerio de Educación y Formación Profesional «BOE» núm. 76, de 30 de marzo de 2022.

España. Orden del 18 de enero de 2021 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la etapa de Educación Secundaria Obligatoria en la Comunidad Autónoma de Andalucía, se regulan determinados aspectos de la atención a la diversidad, se establece la ordenación de la evaluación del proceso de aprendizaje del alumnado y se determina el proceso de tránsito entre distintas etapas educativas. Boletín Extraordinario de la Junta de Andalucía 7, del 18 de enero de 2021.

VÍDEOS Y OTROS RECURSOS

Vídeo YouTube: *Geometría, arte y naturaleza*:

https://www.youtube.com/watch?v=xGpYoLqYnv8&ab_channel=JulioGarc%C3%ADa

Vídeo YouTube: *La geometría de la Alhambra*:

https://www.youtube.com/watch?v=MYULZH12IQM&ab_channel=AlhambradeGranada



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Recursos de investigación de la Alhambra:

<https://www.alhambra-patronato.es/ria/search?scope=%2F&query=Maqbarat+al>

Arte y matemáticas en los mosaicos de la Alhambra:

<https://blogs.20minutos.es/ciencia-para-llevar-csic/2021/10/26/arte-y-matematicas-en-los-mosaicos-de-la-alhambra/>

Wikipedia contributors. (2022, March 14). Frieze group. In *Wikipedia, The Free Encyclopedia*. Retrieved 09:31, July 3, 2023, from

https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Frieze_group&oldid=1077039510

LIBROS DE TEXTO

Colera, J. et al. (2020). 3º ESO. *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas*. Madrid: Grupo Anaya, S.A.

Grenze, T. et al. (2020). 3º ESO. *Matemáticas Enseñanzas Académicas*. Santillana Grazalema.

Salvador, A., Molero, M. 3º B de ESO. *Capítulo 8: Movimientos en el plano y el espacio*. Marea Verde. www.apuntesmareaverde.org.es

Redal, E. J et al. (2010). *Matemáticas 3 ESO. Solucionario*. Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

ANEXO I: DESARROLLO DE LAS SESIONES

En los anexos se incluyen los recursos y las actividades realizadas durante el desarrollo de la Unidad Didáctica y se divide según las sesiones de trabajo:

Sesión 1.

Actividad 1

La primera actividad consiste en hacer una introducción de la Geometría, los usos y aplicaciones en la vida real. Comprender la Geometría es una forma de ahondar en el conocimiento, es una forma de entender el arte, algunos fenómenos naturales, la arquitectura... Se hablará del uso de la geometría en las cartografías, lectura de mapas, figuras geométricas asociadas a la biología, etc. Para ello se visualizará un vídeo muy explicativo sobre la presencia de la Geometría en el mundo real.

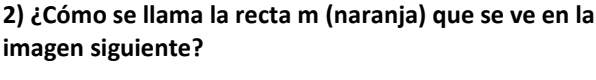
Enlace a vídeo:

Geometría, arte y naturaleza.

https://www.youtube.com/watch?v=xGpYoLqYnv8&ab_channel=JulioGarc%C3%ADa

Actividad 2

Test para comprobar conocimientos previos

1) Un faro de 50 metros de altura ve como un barco de acerca a la orilla. La distancia del barco a la orilla es de 35 metros. 	¿Cómo calcularías la distancia desde lo alto del faro a la proa del barco?
	Teorema de Pitágoras
	Teorema de Tales
	Perímetro del triángulo
	Área del triángulo
2) ¿Cómo se llama la recta m (naranja) que se ve en la imagen siguiente? 	Lugar geométrico (bisectriz de r y s)
	Recta paralela a r y s



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

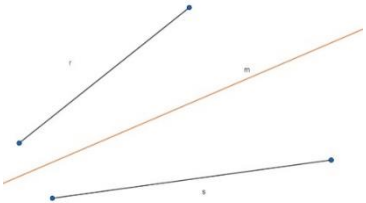
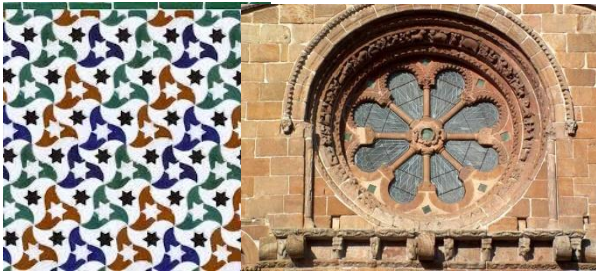
	Recta secante a r y s	
3) ¿Cuál es el área del rectángulo? ¿Y su perímetro? 10 m  5 m	Área = 50 m² Perímetro = 30 m	
	Área = 30 m² Perímetro = 50 m	
	Área = 500 m² Perímetro = 100 m	
4) ¿Reconoces estas figuras? ¿Cómo se llaman? 		
5) ¿Sabes qué es una simetría? ¿Cuántos tipos existen?		

Tabla 23: test de conocimientos previos sobre Geometría.

Fuente: elaboración propia

Actividad 3

Introducción del **proyecto de investigación**, explicación de las tareas a realizar, agrupación del alumnado según orden de lista en los cuatro grupos posibles de trabajo (verde, rojo, naranja y azul). Contextualizar el entorno donde van a realizar esta actividad para que sean conscientes de su riqueza e importancia mundial, al igual que la gran cantidad de recursos que van a poder usar en la Alhambra de Granada. Hay que



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

explicar que van a hacer un proyecto de investigación y, por tanto, deben asumir el papel de científicos/as e investigadores/as que deben colaborar en equipo con creatividad e innovación y de forma analítica para obtener los mejores resultados posibles, siempre con la ayuda que necesiten del profesorado, pero concretando que el trabajo será suyo.

Vídeo motivacional al final de la sesión: **La geometría de la Alhambra**

Enlace a vídeo:

https://www.youtube.com/watch?v=MYULZH12IQM&ab_channel=AlhambradeGranada

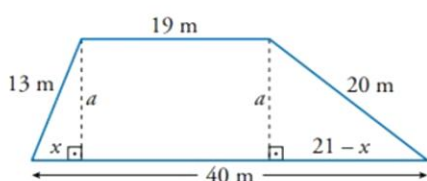
Sesión 2

Actividad 1

Clase teórica sobre el Teorema de Pitágoras y los lugares geométricos (mediatriz, bisectriz y circunferencia). Para ello se siguen las directrices del libro Anaya 3º ESO. (30 min)

Mandar ejercicios para resolver en casa:

- 2. Los lados de un trapezio miden 13 m, 20 m, 19 m y 40 m. Los dos últimos son paralelos. Halla la altura del trapezio.**



Aplicamos el teorema de Pitágoras en los dos triángulos rectángulos:

$$\left. \begin{array}{l} a^2 + x^2 = 13^2 \\ a^2 + (21 - x)^2 = 20^2 \end{array} \right\}$$

Restando: $x^2 - (21 - x)^2 = 13^2 - 20^2$

Se resuelve la ecuación y se obtiene $x = 5$ m.

Ahora se obtiene el valor de a : $a^2 + 5^2 = 13^2 \rightarrow a = 12$ m

La altura del trapezio mide 12 m.

Imagen 75: ejercicio de aplicación del teorema de Pitágoras, libro Anaya.

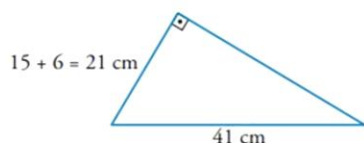
Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- 9.** Halla la longitud del segmento tangente interior común a las dos circunferencias del ejercicio anterior.

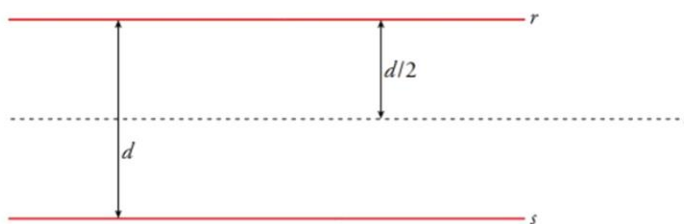


$$x = \sqrt{41^2 - 21^2} = \sqrt{1240} \approx 35,21 \text{ cm}$$

Imagen 76: ejercicio de aplicación del teorema de Pitágoras, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

- 2.** Dadas dos rectas paralelas, r y s , ¿cuál es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de ambas? Dibújalo en tu cuaderno.



La recta t es el lugar geométrico de los puntos que equidistan de las rectas r y s .

A la recta t se la llama **paralela media** a r y s .

Imagen 77: ejercicio de lugares geométricos, libro Anaya

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Actividad 2

Trabajo en el proyecto durante 15 min. El profesor va pasando por los grupos de trabajo.

Sesión 3

Actividad 1

Corrección de los ejercicios de la clase anterior. El profesor o los alumnos que quieran salir voluntarios. Resolución de posibles dudas en voz alta.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Actividad 2

Clase teórica sobre cónicas (de una forma más suave, para que sepan diferenciarlas) y áreas de polígonos.

Mandar los ejercicios del libro para casa:

Áreas

21. Halla el área de la parte coloreada:

a)

b)

c)

d)

e)

f)

g)

h)

Imagen 78: ejercicio de cálculo de áreas, libro Anaya (dificultad media).

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Para los alumnos que quieran ampliar conocimientos o con altas capacidades también se mandará el siguiente ejercicio:



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

49.  Calcula el área de cada uno de los tres triángulos en que se ha dividido un pentágono regular de 10 cm de lado por las dos diagonales que salen de un vértice.

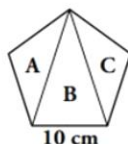


Imagen 79: ejercicio de cálculo de áreas, libro Anaya (dificultad alta).

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Actividad 3

Trabajo en el proyecto de investigación. **Uso de ordenadores en esta clase.**

Los usos con el ordenador serán variados y diferentes según el grupo de trabajo. A continuación, se ponen algunos ejemplos de los recursos que serán necesarios para los alumnos:

Para el grupo de Biología: uso de Wikipedia para buscar información sobre la tipología de plantas, imágenes, datos curiosos...etc. También la actividad les requerirá el uso de GeoGebra para construir un jardín.

Para el grupo de Física: uso de Wikipedia para buscar información sobre los sistemas de canalización del Generalife, definiciones y fórmulas de flujos y caudales de agua.

Para el grupo de Historia: uso de Wikipedia u otras fuentes de Internet para leer sobre las fuentes del Generalife, consultar qué unidad de medida es un Marjal, y buscar sobre el turismo en la Alhambra.

Para el grupo de Dibujo Técnico: uso de Wikipedia u otras fuentes para informarse sobre frisos y mosaicos nazaríes. Uso de GeoGebra para construcción de friso o mosaico personalizado.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Sesión 4

Actividad 1

Corrección de los ejercicios de la clase anterior. El profesor o los alumnos que quieran salir voluntarios. Resolución de posibles dudas en voz alta.

Actividad 2

Clase teórica sobre áreas de figuras curvas, husos horarios y escalas en mapas.

Mandar ejercicios para casa:

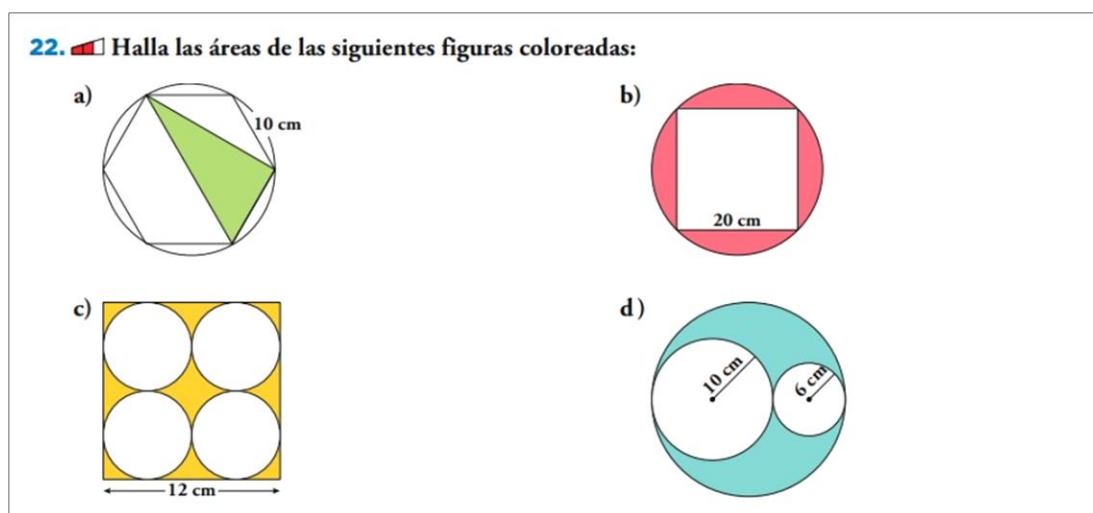


Imagen 80: ejercicio de cálculo de áreas de f. curvas, libro Anaya (dificultad media).

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Para los alumnos que quieran ampliar conocimientos o con altas capacidades también se mandará el siguiente ejercicio:

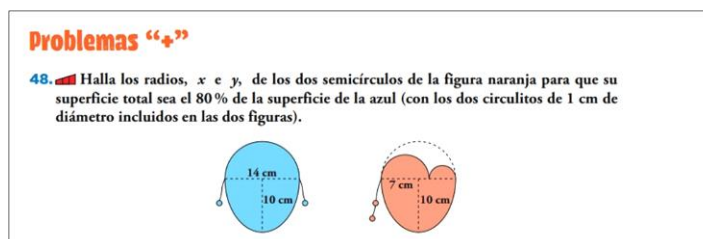


Imagen 81: ejercicio de cálculo de áreas de figuras curvas, libro Anaya (dificultad alta).

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Actividad 3

Trabajo en el proyecto de investigación.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Sesión 5

Actividad 1

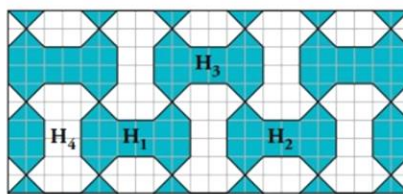
Corrección de los ejercicios de la clase anterior. El profesor o los alumnos que quieran salir voluntarios. Resolución de posibles dudas en voz alta.

Actividad 2

Clase teórica sobre movimientos en el plano, traslaciones y giros.

Mandar ejercicios para casa:

- 1.** El mosaico de abajo se llama “multihueso”. H_1 , H_2 , H_3 y H_4 son “huesos”. Se pueden estudiar las transformaciones por las que se pasa de unos a otros.

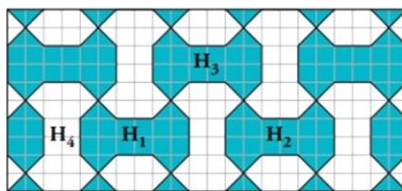


- a) ¿Cuáles de estas transformaciones son traslaciones?
 b) ¿Cuál es el vector que caracteriza la traslación que transforma H_1 en H_2 ? ¿Y el que transforma H_2 en H_3 ? ¿Y el que transforma H_3 en H_1 ?

Imagen 82: ejercicio sobre traslaciones, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

- 3.** Recuerda el mosaico “multihueso” que ya hemos visto en un ejercicio anterior.



- a) Describe un giro que transforme H_1 en H_4 .
 b) Describe un giro que transforme H_1 en H_3 .

Imagen 83: ejercicio sobre giros, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

3.  Se ha realizado un giro de centro O que transforma A en D .

- Indica en qué puntos se transforman los puntos E , G y H .
- ¿En qué se convierten los trapecios circulares 1, 3, 6 y 7?
- ¿Ha cambiado la disposición de colores de la figura original?
- Define el giro realizado (centro y ángulo) en el caso de que sea positivo y en el que sea negativo.
- Si nos fijamos en los colores, ¿cuál es el menor ángulo de giro que hace que la figura se quede igual?

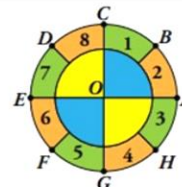


Imagen 84: ejercicio sobre giros, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Como ejercicios extra:

- Representa en papel cuadriculado la figura H y trasládala mediante el vector $\vec{t}_1(6, 1)$. Llamamos H_1 a la figura resultante.
 - Dibuja la figura H_2 transformada de H_1 mediante la traslación $\vec{t}_2(3, -4)$.
 - Indica el vector de traslación que permite obtener H_2 a partir de H .
 - ¿Qué traslación habría que aplicar a H_2 para obtener H ?

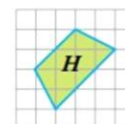


Imagen 85: ejercicio sobre traslaciones, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Actividad 3

Trabajo en el proyecto de investigación. **Uso de ordenadores en esta clase**

Los usos con el ordenador serán variados y diferentes según el grupo de trabajo. A continuación, se ponen algunos ejemplos de los recursos que serán necesarios para los alumnos:

Para el grupo de Biología: uso de Wikipedia para buscar información sobre la tipología de plantas, imágenes, datos curiosos...etc. También la actividad les requerirá el uso de GeoGebra para construir un jardín.

Para el grupo de Física: uso de Wikipedia para buscar información sobre los sistemas de canalización del Generalife, definiciones y fórmulas de flujos y caudales de agua.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Para el grupo de Historia: uso de Wikipedia u otras fuentes de Internet para leer sobre las fuentes del Generalife, consultar qué unidad de medida es un Marjal, y buscar sobre el turismo en la Alhambra.

Para el grupo de Dibujo Técnico: uso de Wikipedia u otras fuentes para informarse sobre frisos y mosaicos nazaríes. Uso de GeoGebra para construcción de friso o mosaico personalizado.

Sesión 6

Actividad 1

Corrección de ejercicios de la clase anterior.

Actividad 2

Clase teórica sobre simetrías en el plano y repaso de la unidad anterior con posibles dudas.

Mandar ejercicios para casa:

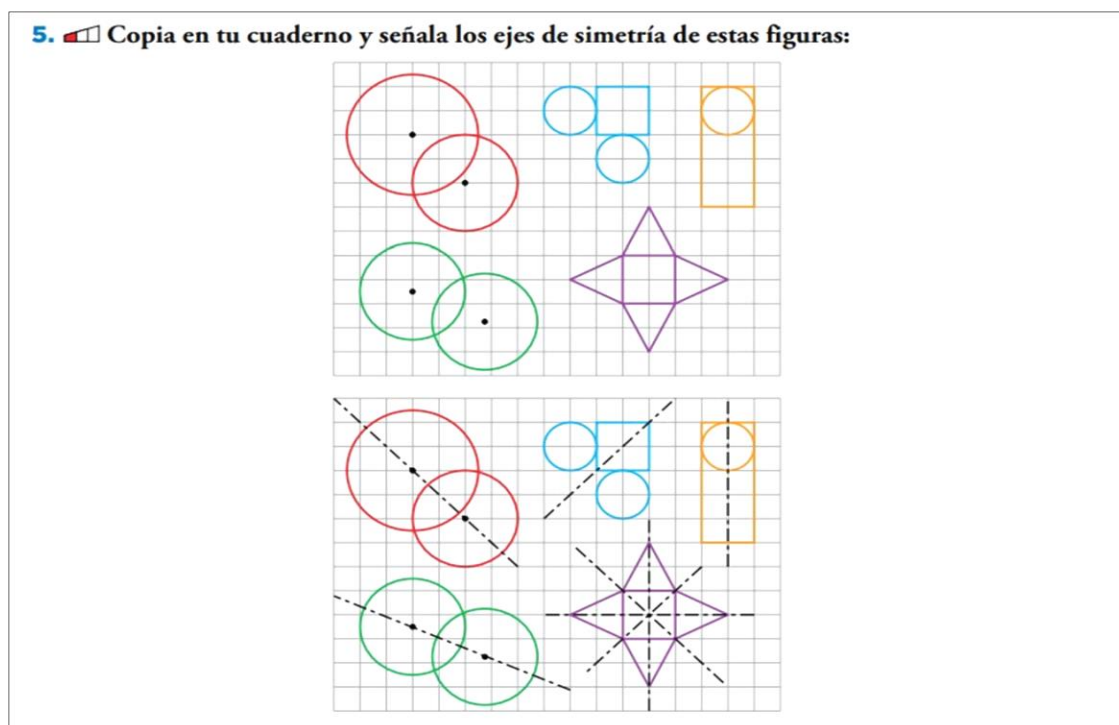


Imagen 86: ejercicio sobre simetrías, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Como ejercicios extra:

7.  Calcula las coordenadas de los vértices de la figura F transformada mediante:

- La simetría de eje X .
- La simetría de eje Y .
- La simetría central que tiene por centro el origen de coordenadas.
- La simetría que tiene por eje la recta que pasa por C y B .
- La simetría central que tiene por centro el vértice B .
- ¿Qué puntos o segmentos son invariantes con respecto a las simetrías de los apartados d) y e)?

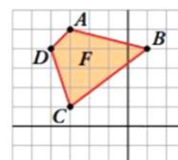


Imagen 87: ejercicio sobre simetrías, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

8.  Copia en tu cuaderno y completa la figura de la derecha para que el punto O sea el centro de una simetría central.

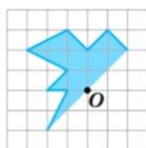


Imagen 88: ejercicio sobre simetría central (dificultad alta).

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Actividad 3

Trabajo en proyecto de investigación.

Sesión 7

Actividad 1

Corrección de ejercicios de la clase anterior.

Actividad 2

Clase teórica sobre mosaicos, frisos y rosetones (para rosetones usar la teoría del libro de Marea Verde, ya que en Anaya no se encuentra)



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Mandar ejercicios para casa:

9. a) Completa en tu cuaderno estos mosaicos:

①

②

b) Identifica, en cada uno de ellos, algunos movimientos que lo transformen en sí mismo.

Imagen 89: ejercicio sobre mosaicos, libro Anaya.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

70. Análisis de tapacubos: Observa los siguientes tapacubos. Indica, para cada uno de ellos, las siguientes cuestiones:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12

a) Tiene simetría central.
 b) Tiene ejes de simetría axial. ¿Cuántos?
 c) Tiene centro de giro, ¿cuál es el menor ángulo de giro que lo deja invariante?
 d) Sal a la calle y fotografía o dibuja los tapacubos que veas y te parezcan interesantes. Haz un estudio de ellos.

Imagen 90: ejercicio sobre rosetones, libro Marea Verde.

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Como ejercicio extra se propone:

16.  Queremos alicatar una pared de $4,6 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ con azulejos cuadrados de 20 cm de lado como este:

a) Completa, en tu cuaderno, un mosaico de 7×7 azulejos.

b) Averigua cuántos círculos grandes y cuántos pequeños (completos) habrá en la pared alicatada.

c) ¿Qué proporción de cada color (superficie) habrá en la pared? Radio del círculo grande: 10 cm ; radio del círculo pequeño: 4 cm .

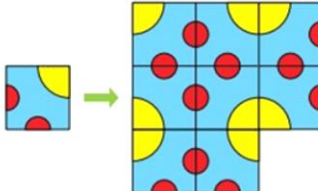


Imagen 91: ejercicio sobre mosaicos, libro Anaya (dificultad alta).

Fuente: solucionario Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas (Anaya)

Actividad 3

Trabajo en proyecto de investigación. **Uso de ordenadores en esta clase**

Los usos con el ordenador serán variados y diferentes según el grupo de trabajo. A continuación, se ponen algunos ejemplos de los recursos que serán necesarios para los alumnos:

Para el grupo de Biología: uso de Wikipedia para buscar información sobre la tipología de plantas, imágenes, datos curiosos...etc. También la actividad les requerirá el uso de GeoGebra para construir un jardín.

Para el grupo de Física: uso de Wikipedia para buscar información sobre los sistemas de canalización del Generalife, definiciones y fórmulas de flujos y caudales de agua.

Para el grupo de Historia: uso de Wikipedia u otras fuentes de Internet para leer sobre las fuentes del Generalife, consultar qué unidad de medida es un Marjal, y buscar sobre el turismo en la Alhambra.

Para el grupo de Dibujo Técnico: uso de Wikipedia u otras fuentes para informarse sobre frisos y mosaicos nazaríes. Uso de GeoGebra para construcción de friso o mosaico personalizado.

Sesión 8

Visita a la Alhambra junto con los profesores de Biología, Dibujo Técnico, Física e Historia.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Sesión 9

Actividad 1

Corrección de ejercicios.

Actividad 2

Repaso general del temario, consulta de dudas.

Sesión 10

Actividad 1

Exposición de trabajos de investigación.

Actividad 2

Cuestionario sobre la UD valorado del 1 (mínimo) al 5 (máximo):

	1	2	3	4	5
He disfrutado la actividad de investigación					
He trabajado a gusto con mis compañeros					
He aprendido más con la investigación que con los ejercicios de clase					
He tenido tiempo suficiente para llevar bien la asignatura					
Los profesores, tanto de matemáticas como del resto de asignaturas nos han ayudado mucho					
Comenta algunas cosas que crees que podrían mejorar de cara a las siguientes clases. Da tu opinión general sobre las clases					

Cuestionario 1: cuestionario sobre la actividad de investigación y el progreso de clase.

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

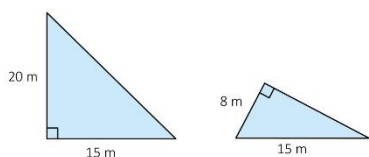
Geometría del plano y sus movimientos

Sesión 11

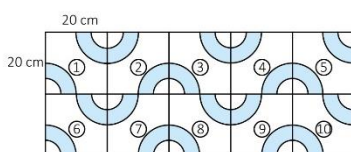
Evaluación escrita. Se presenta a continuación el modelo de examen presentado a los alumnos:

EXAMEN

- 1) Calcula los lados que faltan en cada uno de los triángulos (2ptos)

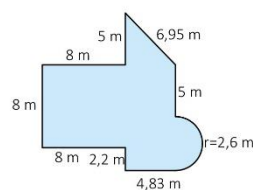


- 2) Para estudiar los movimientos en el plano, el profesor de Matemáticas de 3.º de ESO lleva a sus alumnas y alumnos a una exposición. A Juan le toca estudiar varias cuestiones de esta composición (2 pto):



- a) ¿Qué movimiento transforma la baldosa ① en la ②? ¿Y la ① en la ③?
b) ¿Cómo se pasa de la baldosa ① a la ⑥? ¿Y de la ⑥ a la ⑦?
c) ¿Cuántas baldosas necesitaremos, al menos, para cubrir 1 m²?

- 3) Calcula el área de la siguiente planta de una vivienda (2ptos)

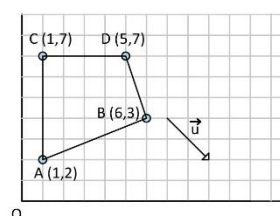


- a) Si queremos pasar 10 metros a escala 1:500 en una hoja ¿cuántos cm serían?

- 4) Señala los ejes de simetría de la siguiente figura (2ptos)



- 5) Averigua las coordenadas de la figura cuando (2ptos):



- A) Trasladamos con vector $\vec{u}$
B) Simetría con eje X
C) Simetría con eje Y
D) El giro de centro O y ángulo -90° (90° en el sentido horario)

Imagen 92: examen final.

Fuente: elaboración propia.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

ANEXO II: DESARROLLO DE ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN EN LA ALHAMBRA

Objetivos de la actividad

La intención de la actividad es contextualizar la Unidad Didáctica en el entorno de la Alhambra como uno de los monumentos más importantes de la cultura andaluza, que además es un entorno clave para desarrollar y fomentar el aprendizaje de una manera más contextualizada. Como se ha podido leer en la Fundamentación Didáctica de este TFM algunas de las claves para fomentar el aprendizaje en STEM son la interdisciplinariedad, el trabajo colaborativo, el proyecto de investigación y el ABP.

El tratamiento interdisciplinar de las matemáticas en la docencia es, además de necesario, posible gracias a las ciencias aplicadas, constituyéndose como un instrumento que usan el resto de las materias para expresar relaciones, leyes, modelos y analizar situaciones, entre otras aplicaciones.

Otra tendencia educativa que está cobrando fuerza en los últimos años y que se dirige a una educación más integral, es el paso de la metodología STEM a la STEAM, cuyo principio básico se focaliza en utilizar al área de las Humanidades como medio que conecta en este enfoque a las áreas tradicionales (Santillán et al., 2019).

En consonancia con lo anteriormente expuesto, se realiza en el presente trabajo una propuesta de intervención educativa interdisciplinar, contextualizando diversas actividades en el marco del complejo monumental de La Alhambra y con las matemáticas como elemento vehicular, con la finalidad de analizar la mejora esperada en el aprendizaje de esta materia.

Por otra parte, se ha buscado diseñar las actividades teniendo en cuenta la importancia de la creatividad y los problemas abiertos a varios procesos para llegar a su solución. De esta manera, el alumnado puede pensar de forma más similar a como lo hace la ciencia, buscando varias soluciones y maneras de enfocar un problema para llegar a la solución.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Creación de grupos de trabajo

La clase se dividirá en grupos de 5 alumnos y se distribuirán en colores según el grupo:

BIOLOGÍA: **GRUPO VERDE**

FÍSICA: **GRUPO AZUL**

DIBUJO TÉCNICO: **GRUPO ROJO**

HISTORIA: **GRUPO NARANJA**

Esta clasificación la hará el profesorado involucrado mediante orden de lista o a través de un posible cuestionario donde la clase decida según sus preferencias y sus ramas favoritas. Según la cantidad de estudiantes, se podrán duplicar grupos; por ejemplo, podemos tener dos grupos de dibujo, dos de historia y uno de física y otro de biología.

Temporalización de la actividad

Biología- Geología (2 horas semanales): lunes y miércoles

Geografía e Historia (3 horas semanales): lunes, martes y jueves

Física y Química (2 horas semanales): jueves y viernes

Dibujo Técnico (2 horas semanales): lunes y martes

Matemáticas (4 horas semanales): lunes, martes, miércoles y viernes

Equipo verde

Durante 6 sesiones de Matemáticas y 15 minutos por sesión: 90 min

Durante 5 sesiones de Biología (15 minutos cada una: 75 min

Equipo Azul

Durante 6 sesiones de Matemáticas y 15 minutos por sesión: 90 min

Durante 5 sesiones de Física y Química (15 minutos cada una: 75 min

Equipo Rojo

Durante 6 sesiones de Matemáticas y 15 minutos por sesión: 90 min

Durante 5 sesiones de Dibujo Técnico (15 minutos cada una: 75 min

Equipo Naranja

Durante 6 sesiones de Matemáticas y 15 minutos por sesión: 90 min



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Durante 5 sesiones de Historia (15 minutos cada una: 75 min

El tiempo para dedicar a la actividad durante la duración de las clases es de 165 minutos por grupo, tiempo al que hay que añadirle el que se dedica en casa.

Relación profesor- alumno

Durante el tiempo que dure la actividad el profesor irá resolviendo dudas a cada uno de los grupos, irá pasándose por las mesas, sirviendo de guía a los alumnos en su propio proceso de aprendizaje.

Recursos para utilizar en clase

Se realiza la tabla 17 para comparar los distintos recursos necesarios:

	Biología	Física	Dibujo Técnico	Historia
Ordenadores (Wikipedia, GeoGebra)				
Escuadra, cartabón y compás				
Cuaderno de trabajo				
Lápices de colores				
Calculadora				
Escalímetro				
Libro Anaya Matemáticas	+ libro de Biología	+ libro de Física	+ libro de dibujo	+ libro de Historia
Apuntes de clase				
Móvil y cámara de fotos				

Tabla 17: recursos para utilizar según el grupo de investigación.

Fuente: elaboración propia

Proyecto abierto y flexible

Esta actividad de investigación se ha diseñado con un tipo de contenidos específicos, pero está abierta a modificaciones futuras que estarán diseñadas por el profesorado de las asignaturas implicadas. Es un proyecto flexible planteado como posible situación de aprendizaje abierto a modificaciones que promuevan la mejora del aprendizaje o la



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

adaptación a otros posibles tiempos de trabajo. Usando el mismo contexto y base cultural se pueden realizar gran variedad de actividades.

Relación de contenidos en el currículo de 3º ESO

Para realizar el trabajo se han consultado los contenidos curriculares para 3º ESO (Orden del 18 de enero) de las asignaturas de Biología, Historia, Física y Química y Dibujo Técnico encontrando un nexo entre todas estas asignaturas y las matemáticas contextualizando el trabajo de estos contenidos en el entorno cultural de la Alhambra y el Generalife. Los contenidos relacionados aparecen en la siguiente tabla:

BIOLOGÍA 3º ESO	FYQ 3º ESO	GEOGRAFÍA E HISTORIA 3º ESO	EDUCACIÓN PLÁSTICA, VISUAL Y AUDIOVISUAL.
- Plantas: Musgos, Helechos, Gimnospermas y Angiospermas. Características principales, nutrición, relación y reproducción. Biodiversidad en Andalucía. -La metodología científica. Características básicas. La experimentación en Biología y Geología: obtención y selección de información a partir de la selección y recogida de muestras del medio natural	-El método científico: sus etapas. Medida de magnitudes. Sistema Internacional de Unidades. Notación científica. Utilización de las tecnologías de la información y la comunicación. -Las fuerzas. Efectos de las fuerzas. Fuerzas de especial interés: peso, normal, rozamiento, fuerza elástica. Principales fuerzas de la naturaleza: gravitatoria, eléctrica y magnética.	-Los tres sectores. Impacto medioambiental y aprovechamiento de recursos. Andalucía: principales problemas medioambientales y posibles soluciones -Sistemas y sectores económicos. Espacios geográficos según actividad económica. Los tres sectores. Estructura y dinámica en Andalucía de los sectores primario, secundario y terciario. CONTENIDOS 2º ESO El arte románico y gótico e islámico. Principales manifestaciones en Andalucía. La Baja Edad Media en Europa (siglos XIV	-Movimientos en el plano y transformaciones en el plano -Formas poligonales: triángulos y cuadriláteros. Polígonos regulares: construcción a partir de la división de la circunferencia y construcción a partir del lado.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

		y XV). La crisis de la Baja Edad Media: la 'Peste Negra' y sus consecuencias.; Al-Ándalus: los Reinos de Taifas. Reinos de Aragón y de Castilla	
--	--	---	--

Tabla 18: contenidos de las asignaturas de Biología, Física, Historia y Dibujo Técnico.

Fuente: elaboración propia

Barreras que superar

Tal y como se puede leer en la Fundamentación Didáctica de este trabajo, la aplicación del enfoque STEM no es siempre sencilla debido a la gran cantidad de recursos que exige, el tiempo extra que debe dedicar el profesorado para reunirse, ponerse de acuerdo, la organización de las visitas fuera del aula o la buena organización de las clases y su temporalización.

Son barreras que se hacen más complicadas especialmente ahora, cuando este enfoque acaba de surgir y no ha tenido el tiempo suficiente para instalarse en el sistema educativo, aunque las mejoras que promete son muy atractivas.

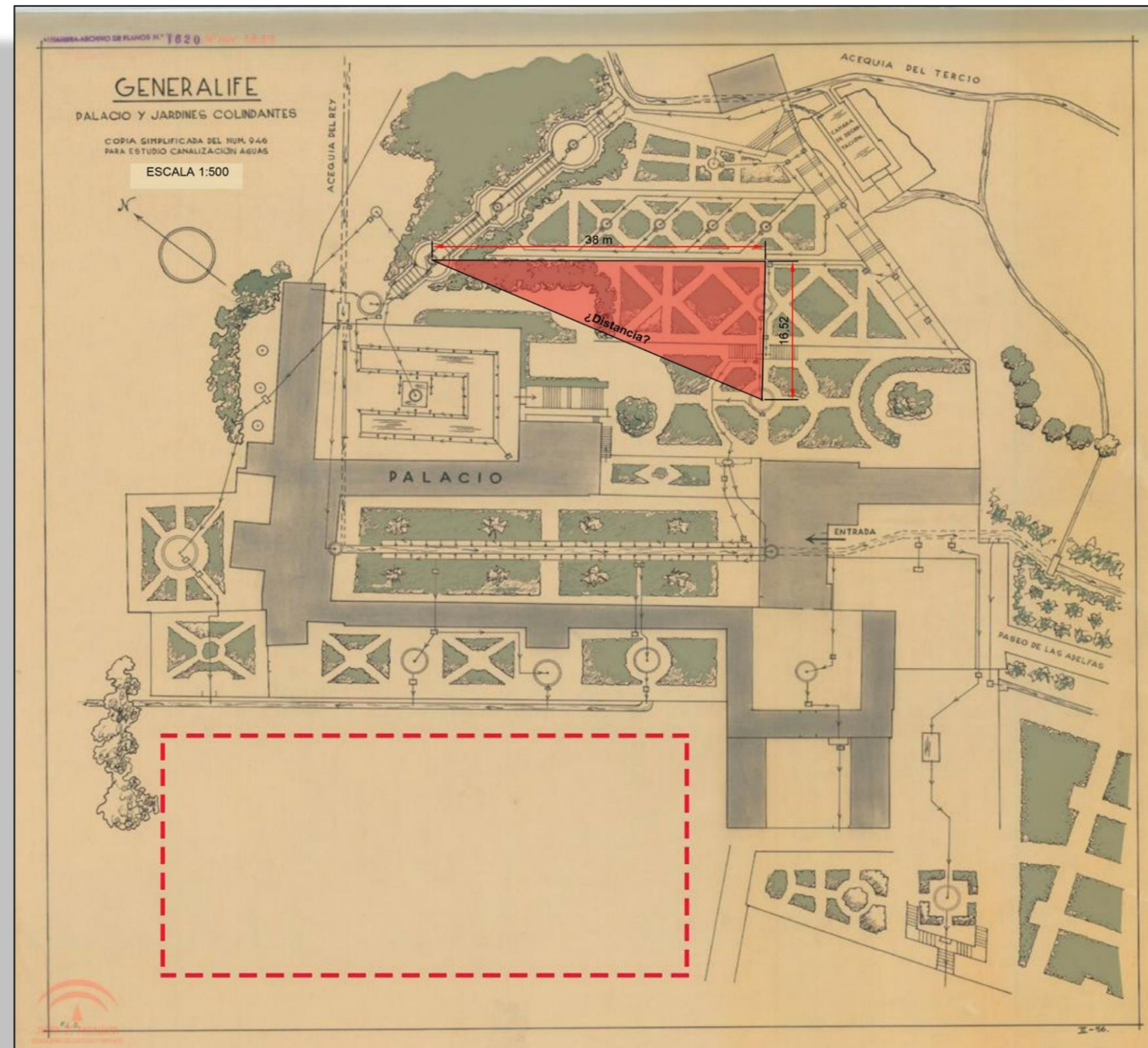
Ejemplificación de las actividades según asignaturas

A continuación, se presentan las actividades de cada uno de los equipos de clase divididas en Biología, Física. Historia y Dibujo Técnico (**Imágenes 93, 94, 95, 96**):



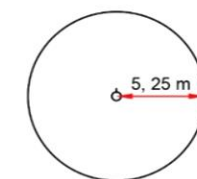
MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos



GRUPO VERDE: LOS JARDINES DEL GENERALIFE

- 1) ¿QUÉ ESPECIES ARBÓREAS HAY EN LOS JARDINES DEL GENERALIFE? HACER UN ARCHIVO DE AL MENOS 5 ESPECIES DIFERENTES CLASIFICÁNDOLAS SEGÚN EL TIPO DE HOJAS, LA TIPOLOGÍA, LA INFORMACIÓN QUE ENCONTRÉIS CON OTROS RECURSOS... PODÉIS:
 - RECOGER HOJAS Y PEGARLAS EN UN CUADERNO
 - HACER FOTOGRAFÍAS
 - HACER DIBUJOS
 - ... CUALQUIER OTRA COSA QUE SE OS PUEDA OCURRIR AL EQUIPO
- 2) ¿Qué figuras geométricas encuentras en los árboles y plantas de los jardines del Generalife? Relaciona con conceptos de clase (menciona al menos 4)
- 3) Diseña un nuevo jardín con GeoGebra, usando los conceptos de mosaico y frisos en el espacio marcado en el plano.
- 4) ¿Qué distancia hay entre las fuentes que se indican en el plano?
 - Cuenta de qué dos maneras podrías calcular esta distancia.
- 5) Queremos plantar naranjos en el espacio en rojo. Si buscamos en internet la información con respecto a estos árboles encontraremos que la copa del árbol mide entre 7-14 metros. Vamos a usar la media de la copa que serán 10,5 metros. ¿Cuántos naranjos podríamos plantar en el espacio en rojo teniendo en cuenta que entre ellos hay que dejar un espacio de 1,5 metros para poder caminar entre ellos?
- 6) Ahora probad a hacer una teselación de naranjos (sin dejar espacios entre medias) en el mismo lugar y mirad si os gusta el diseño resultante



Narango visto desde arriba

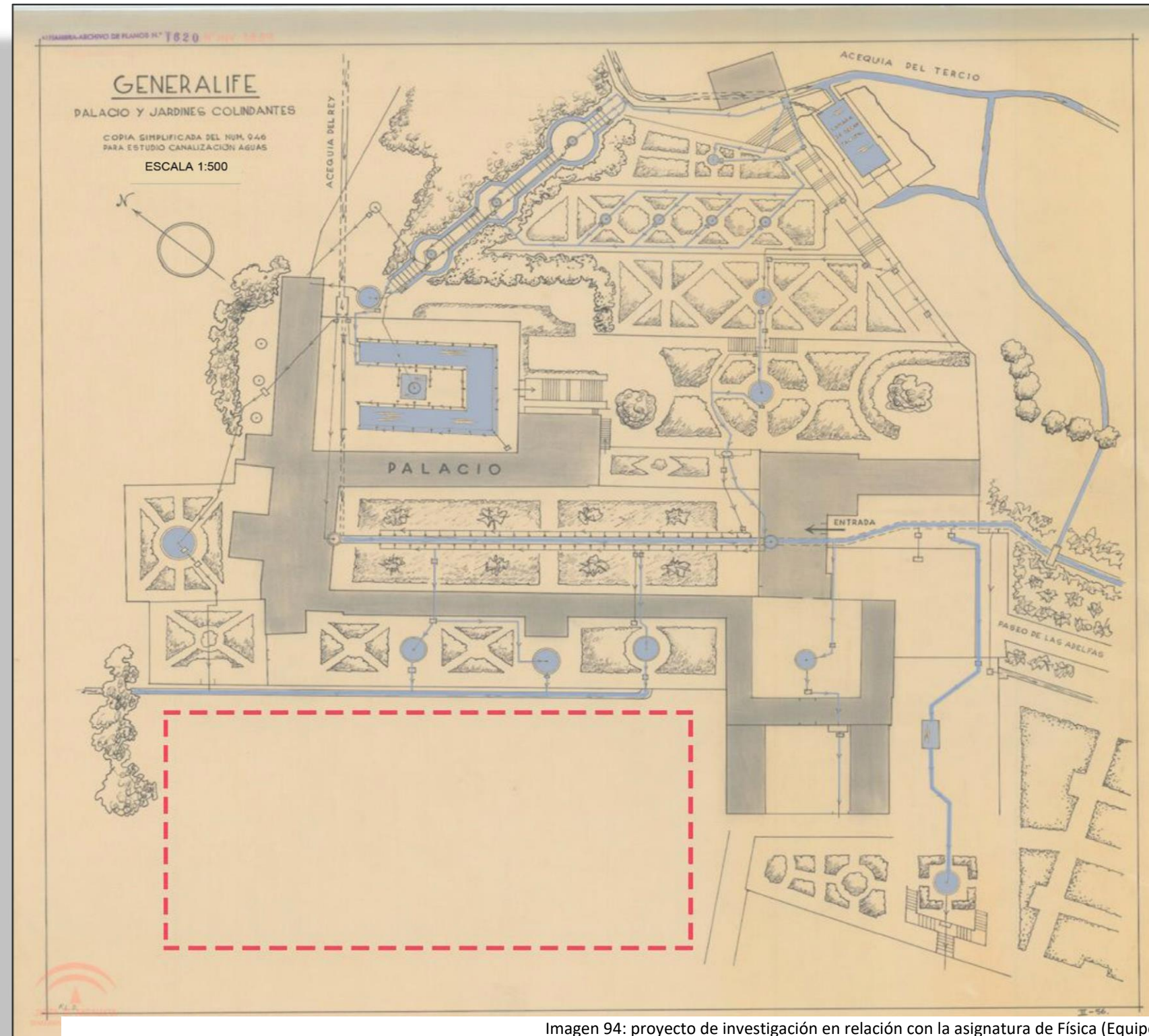
Imagen 93: proyecto de investigación en relación con la asignatura de Biología (Equipo Verde).

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos



GRUPO AZUL: LOS SISTEMAS DE AGUA DEL GENERALIFE

- 1) ¿CUÁNTA AGUA HACE FALTA PARA LLENAR LA FUENTE DE LA SULTANA SI SABEMOS QUE SU PROFUNDIDAD ES DE 1,5 METROS? EXPLICAD DE FORMA ESCRITA EL FUNCIONAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE CANALIZACIÓN. MIRAD BIEN EL MAPA.
- 2) AL ACERCARSE A LA ESCALERA DEL AGUA SE PUEDEN VER CANALES QUE BAJAN A GRAN VELOCIDAD, ¿SABÉIS CALCULAR LA VELOCIDAD A LA QUE BAJA EL AGUA?
*Pista : usad una hoja para medir cuánto tiempo tarda en bajar desde la parte alta de la escalera a la parte baja
- 3) Os han encargado diseñar un estanque que tenga un volumen de agua de 100 m^3 de agua en la zona del plano que se indica. Diseñando a vuestro gusto sabiendo que debe albergar ese volumen de agua
- 4) ¿Desde qué canal de agua sería mejor coger el agua sabiendo que la distancia tiene que ser la mínima posible?
- 5) Si el flujo de agua de las acequias es de 2 l/s ¿cuánto tardará el estanque en llenarse?
- 6) Dividid la fuente de la sultana en triángulos rectángulos y calcula la medida de cada uno de sus lados.

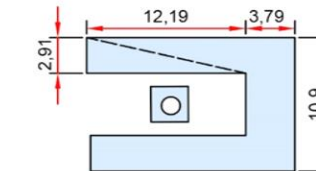


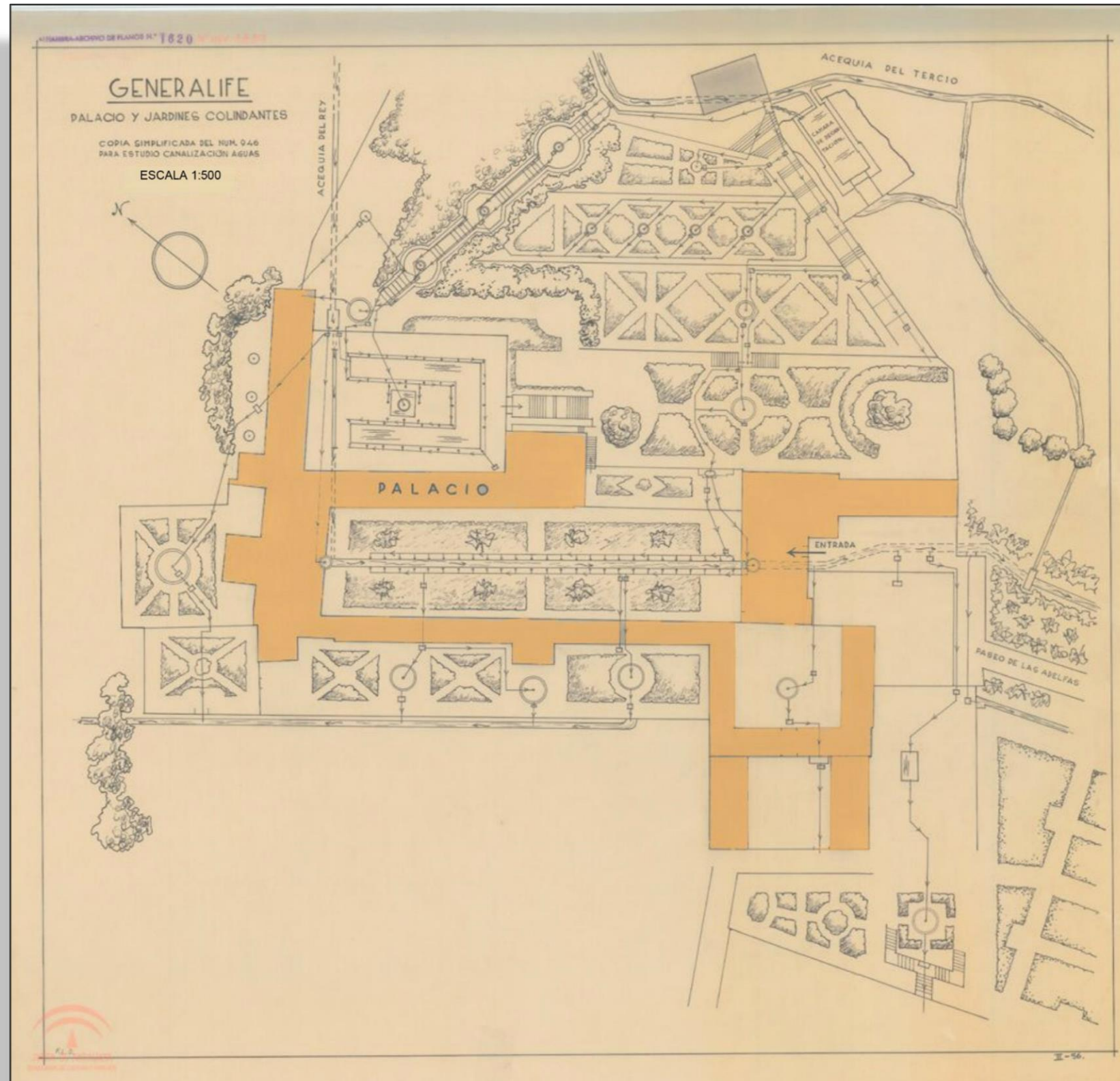
Imagen 94: proyecto de investigación en relación con la asignatura de Física (Equipo Azul).

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos



GRUPO NARANJA: LOS PALACIOS Y LAS FUENTES

CLASIFICA AL MENOS 5 FUENTES DEL GENERALIFE (HACED FOTOS/ O DIBUJADLAS Y ARCHIVADLAS EN UN CUADERNO). CUENTA UN POCO LA HISTORIA Y LEYENDAS ASOCIADAS A ESTAS FUENTES

CALCULA LA SUPERFICIE DE LOS PALACIOS DEL GENERALIFE (USAD EL ESCALÍMETRO). BUSCAD ACERCA DE LA HISTORIA DE ALGUNA DE LAS ESTANCIAS QUE MÁS OS HAYAN GUSTADO.

INFORMAROS SOBRE EL MARJAL: ESTO ES UNA UNIDAD DE MEDIDA DE ÉPOCA NAZARÍ. CUANDO SE DISEÑARON LOS JARDINES DE LA ALHAMBRA, LOS ARQUITECTOS Y CONSTRUCTORES MUSULMANES USARON UNA SUPERFICIE DE 18,92 MARJALES. ¿A CUÁNTOS M² EQUIVALEN?

HABLA UN POCO SOBRE EL TURISMO Y EL SECTOR TERCIARIO EN EL RECINTO DE LA ALHAMBRA. USAD LOS CONOCIMIENTOS EN HISTORIA

UNA RANA QUIERE CRUZAR EL ESTANQUE PARA IR DESDE EL PUNTO A AL B. TIENE VARIAS OPCIONES PARA LLEGAR AL PUNTO B PERO SABEMOS QUE POR AGUA LA RANA VA A 5M/S Y POR TIERRA VA A 7M/S. ¿QUÉ DEBERÁ HACER PARA TOMAR EL CAMINO MÁS RÁPIDO?

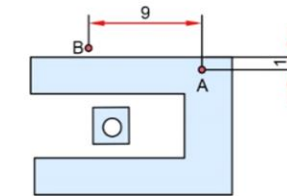


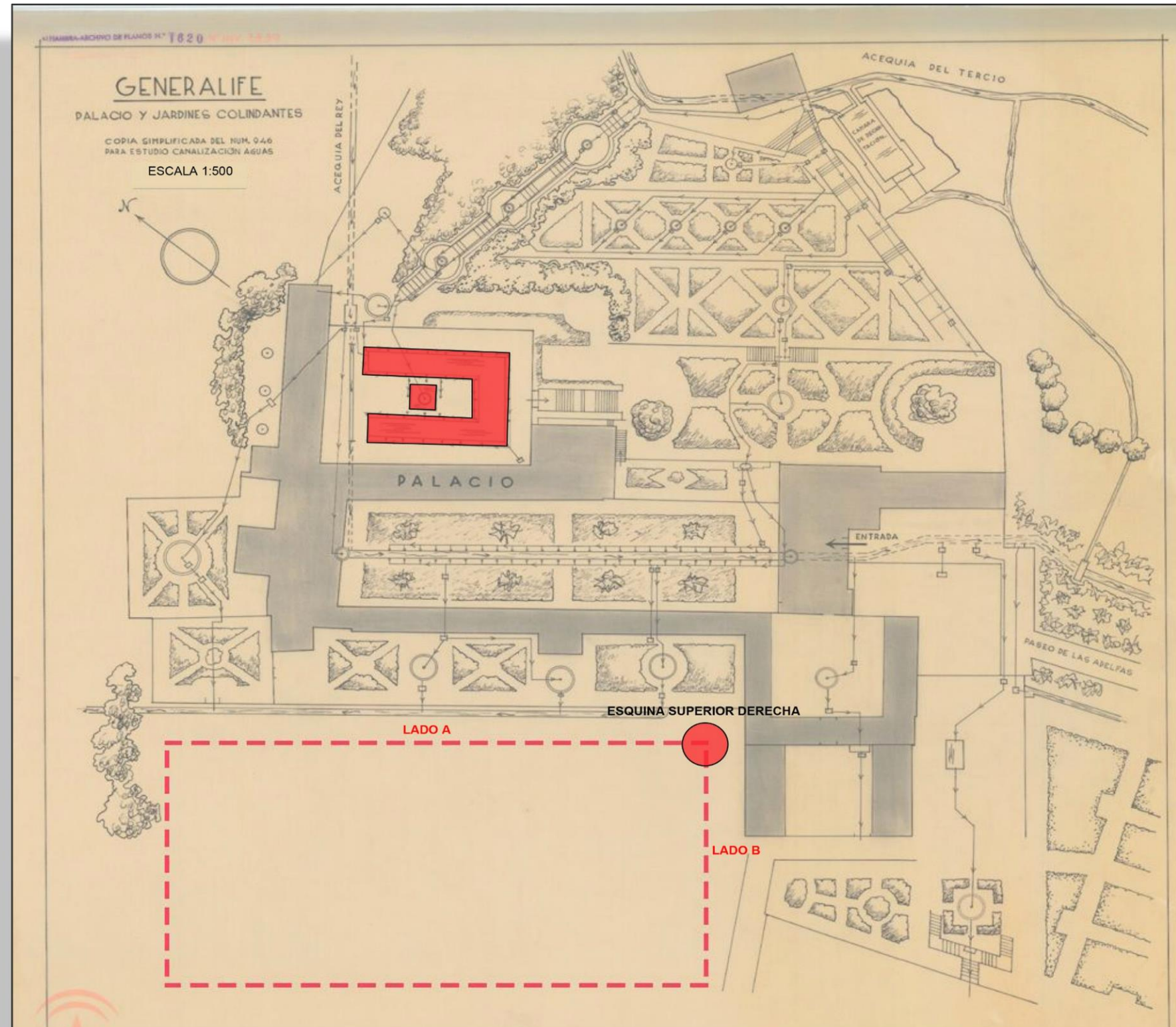
Imagen 95: proyecto de investigación en relación con la asignatura de Historia (Equipo Naranja).

Fuente: elaboración propia.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos



GRUPO ROJO: LOS MOSAICOS ESCONDIDOS

ENCONTRAD AL MENOS 5 TESELACIONES (FRISOS O MOSAICOS) EN LOS ESPACIOS DEL GENERALIFE. DIBUJAD EN VUESTROS CUADERNOS Y EXPLICAD CÓMO SE HAN FORMADO (RECORDANDO LAS CLASES DE MATEMÁTICAS). SI ENCONTRÁIS INFORMACIÓN INTERESANTE Y QUE OS LLAME LA ATENCIÓN PODÉIS INCLUIRLA AUNQUE ESTO NO ES INDISPENSABLE.

DIBUJAD VUESTRO PROPIO MOSAICO CON ESCUADRA, CARTABÓN Y COMPÁS. UTILIZAD LOS COLORES QUE MÁS OS GUSTEN PARA DECORARLO.

EN EL RECTÁNGULO ROJO SE QUIERE CONSTRUIR UNA FUENTE HEXAGONAL DE RADIO 5 METROS. DIBUJADLA CON ESCUADRA, CARTABÓN Y COMPÁS Y DISPONED EL CENTRO DE LA FUENTE A 14 METROS DEL LADO A Y A 30 METROS DEL LADO B

¿A QUÉ DISTANCIA ESTÁ EL CENTRO DE LA FUENTE A LA ESQUINA SUPERIOR DERECHA DEL RECTÁNGULO?

EL PLANO DEL GENERALIFE ESTÁ A ESCALA 1:500. MIRAD DETENIDAMENTE LA FUENTE DE LA SULTANA (EN ROJO) Y DIBUJADLA A ESCALA 1:200 EN VUESTRO CUADERNO

FIJAROS EN EL PLANO Y SEÑALAD TODAS LAS CANALIZACIONES DE AGUA EN COLOR AZUL.

Imagen 96: proyecto de investigación en relación con la asignatura de Ed. Plástica, Visual y Audiovisual (Equipo Rojo).

Fuente: elaboración propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

ANEXO III: ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS

Tablas:

- **Tabla 1:** contenidos Bloque I de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.
- **Tabla 2:** contenidos Bloque I de Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.
- **Tabla 3:** estudio comparativo de contenidos en geometría en los libros de Marea Verde, Anaya y Santillana.
- **Tabla 4:** comparativa de contenidos en geometría de las editoriales analizadas.
- **Tabla 5:** idoneidad epistémica de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.
- **Tabla 6:** idoneidad cognitiva de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.
- **Tabla 7:** idoneidad afectiva de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.
- **Tabla 8:** idoneidad mediacional de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.
- **Tabla 9:** idoneidad interaccional de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.
- **Tabla 10:** idoneidad afectiva de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.
- **Tabla 11:** descriptores operativos STEM.
- **Tabla 12:** contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas.
- **Tabla 13:** relación entre actividades desarrolladas y el uso de recursos necesarios para cada una de ellas.
- **Tabla 14:** temporalización de las clases de Matemáticas durante el curso de 3º ESO.
- **Tabla 15:** desarrollo de las sesiones de la Unidad Didáctica.
- **Tabla 16:** rúbrica y criterios de evaluación.
- **Tabla 17:** recursos para utilizar según los grupos de trabajo.
- **Tabla 18:** contenidos de las asignaturas de Biología, Física, Historia y Dibujo Técnico.
- **Tabla 19:** rúbrica de evaluación de la actividad de investigación.
- **Tabla 20:** rúbrica de evaluación de las actividades individuales.
- **Tabla 21:** rúbrica de evaluación de la actitud y el comportamiento en el aula.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- **Tabla 22:** rúbrica de evaluación del cuaderno de trabajo.
- **Tabla 23:** test de conocimientos previos sobre Geometría.

Imágenes:

- **Imagen 1:** comparativa de portadas Anaya, Santillana y Marea Verde.
- **Imagen 2:** libro Anaya, idoneidad didáctica.
- **Imagen 3:** libro Santillana, idoneidad didáctica.
- **Imagen 4:** libro Marea Verde, idoneidad didáctica.
- **Imagen 5:** libro Anaya, idoneidad cognitiva.
- **Imagen 6:** libro Santillana, idoneidad cognitiva.
- **Imagen 7:** libro Marea Verde, idoneidad cognitiva.
- **Imagen 8:** libro Anaya, idoneidad afectiva.
- **Imagen 9:** libro Santillana, idoneidad afectiva.
- **Imagen 10:** libro Marea Verde, idoneidad afectiva.
- **Imagen 11:** libro Anaya, idoneidad mediacional.
- **Imagen 12:** libro Santillana, idoneidad mediacional.
- **Imagen 13:** libro Marea Verde, idoneidad mediacional.
- **Imagen 14:** libro Anaya, idoneidad interaccional.
- **Imagen 15:** libro Santillana, idoneidad interaccional.
- **Imagen 16:** libro Marea Verde, idoneidad interaccional.
- **Imagen 17:** libro Marea Verde, idoneidad ecológica.
- **Imagen 18:** libro Marea Verde II, idoneidad ecológica.
- **Imagen 19:** libro Santillana idoneidad ecológica.
- **Imagen 20:** libro Anaya, idoneidad ecológica.
- **Imagen 21:** vector fijo.
- **Imagen 22:** vector con la misma dirección.
- **Imagen 23:** vectores con el mismo sentido.
- **Imagen 24:** vectores con el mismo módulo.
- **Imagen 25:** vectores equipolentes.
- **Imagen 26:** vector $\vec{v}$ con origen en punto P.
- **Imagen 27:** suma de vectores $\vec{u} + \vec{v}$.
- **Imagen 28:** vector opuesto.
- **Imagen 29:** producto escalar de vectores.
- **Imagen 30:** demostración de las 3 reflexiones que componen una isometría.
- **Imagen 31:** traslación.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- **Imagen 32:** traslaciones y distancias.
- **Imagen 33:** composición de producto $T\vec{u}$ y $T\vec{v}$.
- **Imagen 34:** propiedades de los giros.
- **Imagen 35:** giro de circunferencia.
- **Imagen 36:** simetría central.
- **Imagen 37:** características de las simetrías centrales.
- **Imagen 38:** simetría axial.
- **Imagen 39:** simetría axial como una isometría.
- **Imagen 40:** traslación de eje paralelo a r.
- **Imagen 41:** traslación no paralela al eje r.
- **Imagen 42:** producto de simetría axial de ejes paralelos.
- **Imagen 43:** simetría axial de ejes no paralelos.
- **Imagen 44:** producto de giros.
- **Imagen 45:** producto de simetrías centrales.
- **Imagen 46:** producto de una traslación por un giro.
- **Imagen 47:** producto de un giro por una traslación.
- **Imagen 48:** movimiento y transformación geométrica.
- **Imagen 49:** teorema de Chasles.
- **Imagen 50:** traslación.
- **Imagen 51:** traslación y deslizamiento.
- **Imagen 52:** simetría axial y traslación de vector perpendicular al eje del friso.
- **Imagen 53:** traslación y rotación de 180° .
- **Imagen 54:** simetrías verticales, deslizamientos, traslaciones y giros.
- **Imagen 55:** traslación y simetría.
- **Imagen 56:** simetría horizontal y vertical, traslación y rotación.
- **Imagen 57:** clasificación de mosaicos en la Alhambra de Granada.
- **Imagen 58:** mosaico formado por triángulos equiláteros.
- **Imagen 59:** mosaico formado por cuadrados.
- **Imagen 60:** mosaico formado por hexágonos regulares.
- **Imagen 61:** mosaicos formados por polígonos cuasirregulares.
- **Imagen 62:** tipologías de mosaicos semirregulares.
- **Imagen 63:** ejemplo 1 de mosaico pararregular.
- **Imagen 64:** ejemplo 2 de mosaico pararregular.
- **Imagen 65:** mosaicos de Escher.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- **Imagen 66:** esquema enfoque STEM.
- **Imagen 67:** ejemplo de problema contextualizado en el mundo real, abierto y no estructurado.
- **Imagen 68:** procesos de Inquiry Based Learning (IBL).
- **Imagen 69:** ejemplo de actividad de IBL (vasos rodantes).
- **Imagen 70:** clase de geometría con cúpulas de Leonardo.
- **Imagen 71:** ejemplificación de trabajo por grupos en el aula.
- **Imagen 72:** las categorías de la creatividad de Torrance.
- **Imagen 73:** trabajo con actividad puzle numérico.
- **Imagen 74:** calendario escolar curso 2022-2023.
- **Imagen 75:** ejercicio de aplicación del teorema de Pitágoras, libro Anaya.
- **Imagen 76:** ejercicio de aplicación del teorema de Pitágoras, libro Anaya.
- **Imagen 77:** ejercicio de lugares geométricos, libro Anaya.
- **Imagen 78:** ejercicio de cálculo de áreas, libro Anaya (dificultad media).
- **Imagen 79:** ejercicio de cálculo de áreas, libro Anaya (dificultad alta).
- **Imagen 80:** ejercicio de cálculo de áreas de f. curvas, libro Anaya (dificultad media).
- **Imagen 81:** ejercicio de cálculo de áreas de figuras curvas, libro Anaya (dificultad alta).
- **Imagen 82:** ejercicio sobre traslaciones, libro Anaya.
- **Imagen 83:** ejercicio sobre giros, libro Anaya.
- **Imagen 84:** ejercicio sobre giros, libro Anaya.
- **Imagen 85:** ejercicio sobre traslaciones, libro Anaya.
- **Imagen 86:** ejercicio sobre simetrías, libro Anaya.
- **Imagen 87:** ejercicio sobre simetrías, libro Anaya.
- **Imagen 88:** ejercicio sobre simetría central (dificultad alta).
- **Imagen 89:** ejercicio sobre mosaicos, libro Anaya.
- **Imagen 90:** ejercicio sobre rosetones, libro Marea Verde.
- **Imagen 91:** ejercicio sobre mosaicos, libro Anaya (dificultad alta).
- **Imagen 92:** examen final.
- **Imagen 93:** proyecto de investigación en relación con la asignatura de Biología (Equipo Verde).
- **Imagen 94:** proyecto de investigación en relación con la asignatura de Física (Equipo Azul).



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

- **Imagen 95:** proyecto de investigación en relación con la asignatura de Historia (Equipo Naranja).
- **Imagen 96:** proyecto de investigación en relación con la asignatura de Ed. Plástica, Visual y Audiovisual (Equipo Rojo).

ANEXO IV: ESTUDIO DE LA IDONEIDAD DIDÁCTICA

Para poder tomar una decisión sobre qué libro escoger, haremos uso de una serie de indicadores elaborados en consonancia con la teoría de idoneidad didáctica (Castillo et al, 2021). En concreto, se asume que la idoneidad didáctica es *“un rasgo graduable de los procesos de enseñanza y aprendizaje que supone la articulación coherente de (...) seis facetas”* (Godino et al., 2007).

1) Idoneidad epistémica

Se realiza la Tabla 5 para ilustrarla. Los procedimientos de Anaya son más inductivos, mientras que los de Santillana son más deductivos. Marea Verde utiliza el método inductivo. Los problemas presentados en Anaya son más clásicos y repetitivos mientras que Santillana es más innovador, al igual que Marea Verde, que mezcla innovación con proyectos de investigación además del uso de imágenes y varios recursos web. El lenguaje utilizado por Anaya es más formal mientras que Santillana es más cercano al alumno; Marea Verde mezcla lenguaje cercano con lenguaje formal. Otro concepto importante es la modelización: en el libro de Anaya hay pocas actividades mientras que Marea Verde y Anaya son muy ricos en actividades de modelización matemática.

Componentes	Subcomponentes	ANAYA	SANTILLANA	MAREA VERDE
Significados	Problemas			
	Lenguaje			
	Conceptos			
	Proposiciones			
	Procedimientos			
	Argumentos			
Relaciones				
Procesos	Comunicación, argumentación			
	Modelización			



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

	Generalización			
Conflictos epistémicos				

Tabla 5: idoneidad epistémica de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.

Fuente: elaboración propia.

Para ejemplificar la idoneidad epistémica se han escogido las siguientes páginas (Imágenes 2,3,4) de cada una de las editoriales estudiadas. En cuanto a conceptos, proposiciones y argumentos, Anaya presenta un lenguaje más conciso y no presenta la misma información que Marea Verde, que puede ser excesiva para los alumnos, sin embargo, Marea Verde presenta gran cantidad de ejercicios muy bien interconectados en cuanto a conceptos matemáticos y aporta gran flexibilidad para que el alumnado utilice recursos manipulativos y modelicen los problemas. Santillana es el óptimo en cuanto a cantidad de ejercicios, aunque no presentan tanta contextualización real.

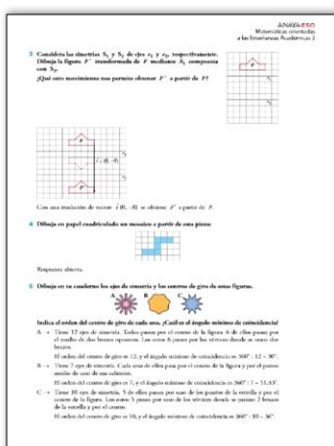


Imagen 2: Libro Anaya, idoneidad epistémica.
Fuente: Editorial Anaya.

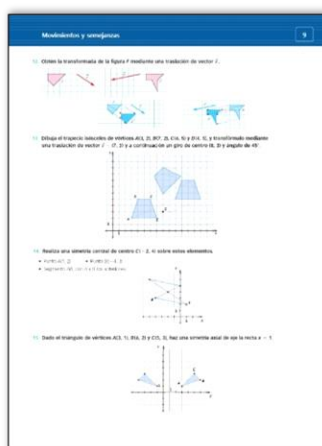


Imagen 3: Libro Santillana, idoneidad epistémica.
Fuente: Editorial Santillana.



Imagen 4: Libro Marea Verde, idoneidad epistémica.
Fuente: Editorial Marea Verde.

2) Idoneidad cognitiva

Se realiza la Tabla 6 para ilustrarla. En cuanto a los conocimientos previos al comenzar los temas, Anaya los indica con claridad, Santillana prepara una evaluación inicial y Marea Verde esquematiza y resume cada uno de los capítulos al comenzar la lección. En cuanto a la autoevaluación, todas las editoriales cuentan con ellas. La conexión entre elementos matemáticos está muy bien



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

conseguida en Anaya, algo mejor que en Santillana y Marea Verde, donde la información es un poco más difusa.

Componentes	ANAYA	SANTILLANA	MAREA VERDE
Relaciones			
Conocimientos previos			
Diferencias individuales			
Conflictos cognitivos			
Evaluación			

Tabla 6: Idoneidad cognitiva de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.

Fuente: elaboración propia.

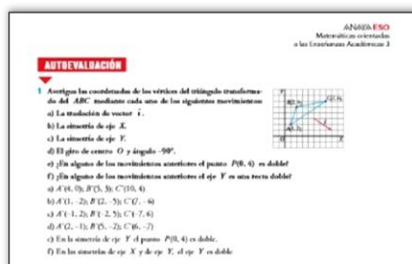


Imagen 5: libro Anaya, idoneidad cognitiva.

Fuente: Editorial Anaya.

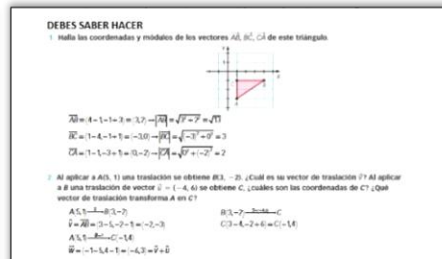


Imagen 6: libro Santillana, idoneidad cognitiva.

Fuente: Editorial Santillana.

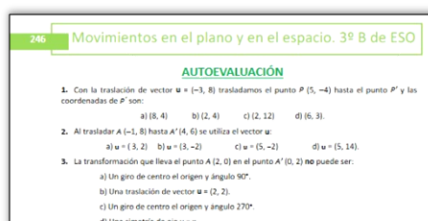


Imagen 7: libro Marea Verde, idoneidad cognitiva.

Fuente: Editorial Marea Verde.

Para ejemplificar la idoneidad cognitiva se han utilizado las **Imágenes 5, 6, 7** donde se puede ver cómo cada una de las editoriales utilizan los ejercicios de autoevaluación y tienen en cuenta las actividades de refuerzo o ampliación atendiendo a la diversidad. Sin embargo, en este apartado de idoneidad



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Santillana es el único que hace una revisión de conocimientos previos antes de comenzar la unidad.

3) Idoneidad afectiva

Se realiza la Tabla 7 para ilustrarla. En cuanto a las actitudes, Anaya fomenta poca participación por parte del alumnado, más allá de las actividades y de los ejercicios clásicos repetitivos. Santillana y Marea Verde sí proponen actividades que promueven la autonomía del alumnado. En cuanto a las emociones, Anaya tiene actividades que pueden no ser atractivas para el alumnado porque no se fomentan las ideas originales, mientras que en Santillana se busca captar su atención. Marea Verde cuenta con gran variedad de actividades que pueden ser de gran interés para el alumnado.

Componentes	ANAYA	SANTILLANA	MAREA VERDE
Actitudes			
Emociones			
Creencias			
Valores			
Evaluación afectividad			

Tabla 7: idoneidad afectiva de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.

Fuente: elaboración propia.

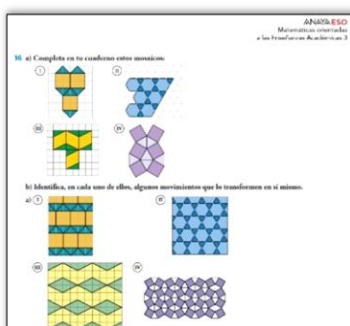


Imagen 8: libro Anaya, idoneidad afectiva.
Fuente: Editorial Anaya.

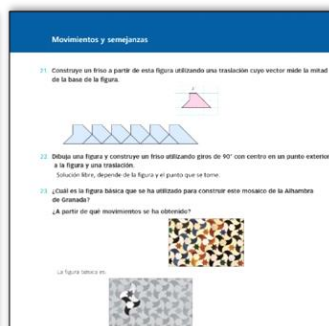


Imagen 9: libro Santillana, idoneidad afectiva.
Fuente: Editorial Santillana.



Imagen 10: libro Marea Verde, idoneidad afectiva.
Fuente: Editorial Marea Verde.



Geometría del plano y sus movimientos

Para ejemplificar la idoneidad afectiva se han utilizado las **Imágenes 8, 9 y 10** sobre ejercicios en relación con los mosaicos. El libro de Marea Verde es el que mejor consigue despertar la motivación de los alumnos debido al uso de imágenes reales, contextos culturales y artísticos y la implicación que los ejercicios buscan en ellos. Anaya no apuesta por la contextualización por lo que puede parecer más frío y Santillana se queda a medio camino entre Anaya y Marea Verde.

4) Idoneidad mediacional

Se realiza la Tabla 8 para ilustrarla. En cuanto a los recursos materiales, Anaya no los contempla más allá del propio libro, mientras que Santillana propone trabajar con ellos en muchos ejercicios. Marea Verde es el mejor usando recursos materiales, infografías y uso de programas y vídeos.

Componentes	ANAYA	SANTILLANA	MAREA VERDE
Interacción autor-alumno			
Interacciones discentes			
Autonomía			
Evaluación formativa			

Tabla 8: Idoneidad mediacional de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.

Fuente: elaboración propia.

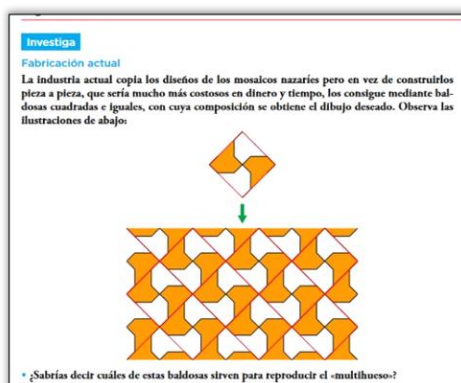


Imagen 11: libro Anaya, idoneidad mediacional.

Fuente: Editorial Anaya.

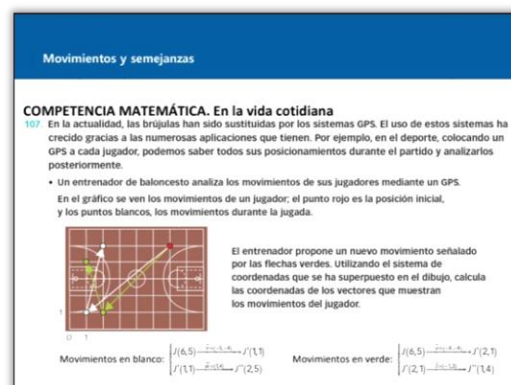


Imagen 12: libro Santillana, idoneidad mediacional.

Fuente: Editorial Santillana.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

5 Movimientos en el plano y en el espacio. 3º B de ESO

65. Analiza la animación de generación de un mosaico mediante giros y traslaciones, analiza la animación:
[./3B/185487_am_1_Alhambra_3.swf](#)

Observa cómo primero dibuja una trama de cuadrados, dibuja un motivo mínimo formado por dos segmentos, luego le aplica isometrías a ese motivo: giros de 90° , con los que dibuja la estrella, que por simetría completa la celda unidad a la que por último la traslada por todo el mosaico.

66. También puedes ver en la siguiente animación:
[./3B/195377_am_1Alhambra2.swf](#)

como se realiza un estudio del **mosaico** del margen, buscando la celda unidad, el motivo mínimo y estudiando sus giros (de 90° y 180°) y sus ejes de simetría.

Utiliza una trama de cuadrados, o dibuja una en tu cuaderno, para diseñar un mosaico parecido a este. Marca en la trama los centros de giros de 90° y de 180° . Marca los ejes de simetría. Dibuja un motivo mínimo sencillito, por ejemplo una poligonal, y muévelo usando esas transformaciones. Completa primero la celda unidad, y luego trasládala.



Imagen 13: libro Marea Verde, idoneidad mediacional.

Fuente: Editorial Marea Verde.

Para ejemplificar la idoneidad mediacional se utilizan las **Imágenes 11, 12 y 13**. En ellas se puede ver cómo Marea Verde utiliza gran cantidad de recursos como vídeos o dibujos; algo que favorece la relación entre profesor y alumno y entre los propios alumnos a la hora de resolver problemas. Las editoriales de Anaya y Santillana utilizan otros recursos extras, pero no favorecen de igual manera la idoneidad mediacional.

5) Idoneidad interaccional

Se realiza la Tabla 9 para ilustrarla.

Componentes	ANAYA	SANTILLANA	MAREA VERDE
Recursos materiales			
Tiempo			

Tabla 9: Idoneidad interaccional de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.

Fuente: elaboración propia.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

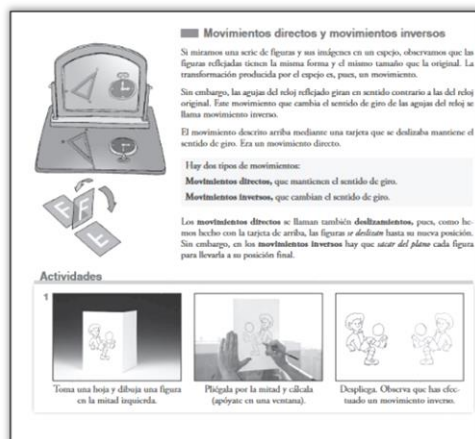


Imagen 14: libro Anaya, idoneidad interaccional.

Fuente: Editorial Anaya.

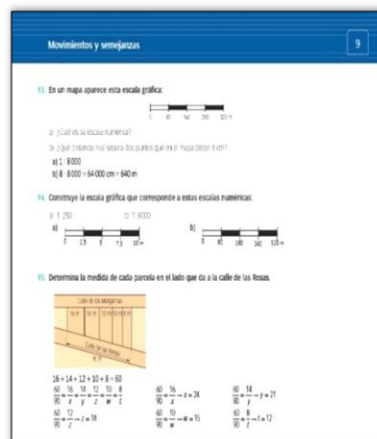


Imagen 15, libro Santillana, idoneidad interaccional.

Fuente: Editorial Santillana.



Imagen 16: libro Marea verde, idoneidad interaccional.

Fuente: Editorial Marea Verde.

Para ejemplificar la idoneidad interaccional, en las **Imágenes 14, 15, 16** se puede observar cómo todas las editoriales utilizan distintos recursos materiales para llevar a cabo los ejercicios; en Anaya usan un papel para plegar, en Santillana las escalas gráficas y los mapas, mientras que en Marea Verde se usan recursos de tipo TIC con Geogebra, además de otros que no aparecen en dicha página. En cuanto al tiempo y la relación entre contenido y duración de las sesiones de matemáticas, la editorial Anaya es la que mejor maneja la temporalización al ser más conciso en el lenguaje y presentar menos densidad en los conceptos matemáticos.

6) Idoneidad ecológica

Se realiza la Tabla 10 para ilustrarla. En cuanto a la adaptación al currículo, tanto Anaya como Marea Verde y Santillana se adaptan bien. La apertura a la innovación es escasa en Anaya y en Santillana y Marea Verde sí se trabaja más.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

La adaptación socio-profesional en la editorial de Anaya se consigue a través del pensamiento crítico de los alumnos mediante el lenguaje formal y en Santillana y Marea Verde a través de la resolución de problemas en situaciones reales.

Conexiones interdisciplinares en Anaya ya que los contenidos están siempre relacionados tanto dentro del temario como con el resto de los temas, algo que también pasa en Marea Verde pero no en Santillana.

Componentes	ANAYA	SANTILLANA	MAREA VERDE
Adaptación al currículo			
Apertura a la innovación			
Adaptación socio-profesional			
Educación en valores			
Interdisciplinariedad			

Tabla 10: Idoneidad afectiva de las editoriales Anaya, Santillana y Marea Verde.

Fuente: elaboración propia.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos



Imagen 17: libro Marea Verde, idoneidad ecológica.
Fuente: Editorial Marea Verde.

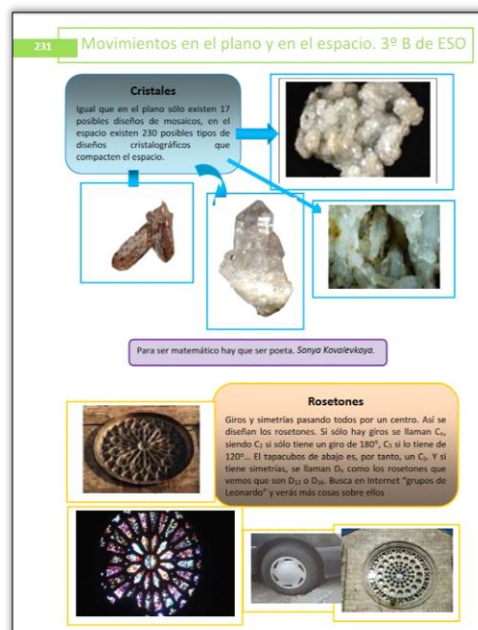


Imagen 18: libro Marea verde II, idoneidad ecológica.
Fuente: Editorial Marea Verde.

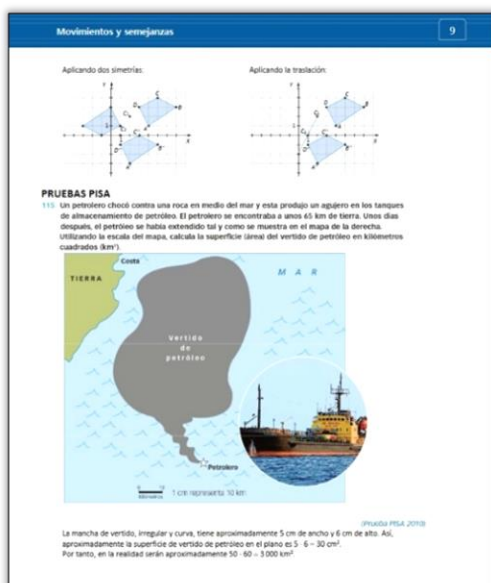


Imagen 19: libro Santillana, idoneidad ecológica.
Fuente: Editorial Santillana.



Imagen 20: libro Anaya, idoneidad ecológica.
Fuente: Editorial Anaya.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Por último, para la ejemplificación de la idoneidad ecológica, se puede apreciar en las **Imágenes 17, 18, 19 y 20** cómo en la editorial Marea Verde se hace mucha más referencia en contenido a otras disciplinas científicas, presentan una mejor relación con el ámbito socio-profesional y apuestan por la apertura a la innovación al promover todo tipo de actividades. El inconveniente es que tanta información puede no adaptarse temporalmente al currículo y por lo tanto promover que no se desarrollen en clase la totalidad de los contenidos.

Por otra parte, Santillana y Anaya sí presentan una buena adaptación curricular adaptada al tiempo necesario de cada curso.



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

ANEXO V: TABLAS DE EVALUACIÓN

Se realizan las Tablas 19, 20, 21 y 22 para mostrar de manera ordenada la forma de evaluar la asignatura durante el transcurso de la UD.

Evaluación de trabajo de investigación (25% de la asignatura):

	EXCELENTE	BIEN	MEJORABLE	INSUFICIENTE
Integración en el grupo de trabajo				
Aporta soluciones al grupo (iniciativa)				
Entrega la actividad				
Investigación y búsqueda de información				
Claridad, limpieza y orden en el trabajo				
Estrategias y procedimientos seguidos				
Uso adecuado de los recursos				
Uso de TIC				
Solución de actividades				

Tabla 19: rúbrica de evaluación de la actividad de investigación.

Fuente: elab. propia

Evaluación de actividades individuales (10% de la asignatura):

	EXCELENTE	BIEN	MEJORABLE	INSUFICIENTE
Tiene iniciativa para realizar los ejercicios				
Autonomía				



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Confianza para enfrentarse a los ejercicios				
Realización de ejercicios extra				
Pregunta dudas				
Investiga y busca información				
Corrige los fallos				
Soluciones y resultados				
Voluntario para salir a la pizarra a corregir				

Tabla 20: rúbrica de evaluación de ejercicios individuales.

Fuente: elab. propia

Evaluación actitud y comportamiento (10% de la asignatura):

	EXCELENTE	BIEN	MEJORABLE	INSUFICIENTE
No interrumpe la clase				
Facilita el desarrollo de la clase				
No falta el respeto				
Tiene tolerancia con todos los ritmos de aprendizaje				
Solidaridad y apoyo a sus compañeros				
Muestra interés por la asignatura				

Tabla 21: rúbrica de evaluación de actitud y comportamiento.

Fuente: elab. propia



MAES: Universidad de Jaén

Geometría del plano y sus movimientos

Evaluación cuaderno de trabajo (20% de la asignatura):

	EXCELENTE	BIEN	MEJORABLE	INSUFICIENTE
Claridad, orden, limpieza				
Toma apuntes de clase				
Ejercicios realizados				
Ejercicios corregidos				
No tiene faltas de ortografía				

Tabla 22: rúbrica de evaluación de cuaderno de trabajo.

Fuente: elab. propia