



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Investigación en el aula acerca de la enseñanza y aprendizaje del concepto de polígono en 4º de Educación Primaria

Alumno/a: Manuel Caño Cubillas

Tutor/a: D. Ángel Contreras de la Fuente

Dpto.: Didáctica de las Ciencias

JULIO, 2017

Índice

1 Introducción.

1.1 Geometría y los Elementos de Euclides.....	3
1.2 Aprendizaje y enseñanza de la Geometría.....	4
1.3 Justificación de la elección del tema.....	6
1.4 Objetivos del TFG.....	7

2 Marco teórico.

2.1 Enfoque ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemáticos.....	8
2.2 Análisis de la actividad matemática.....	9
2.3 Facetas duales.....	10
2.4 Significados y tipos.....	12
2.5 Criterios de idoneidad.....	13

3 Metodología.

3.1 Población y muestra.....	14
3.2 Análisis semióticos.....	15

4 Significado de referencia sobre la enseñanza y aprendizaje de los polígonos.

4.1 Significado de los polígonos en el libro de 4º de Educación Primaria.....	15
4.2 Significado de los polígonos en el libro dirigido a la formación de maestros.....	17
4.3 Comparación entre el libro de 4º y el manual de referencia.....	19

5 Significado pretendido.

5.1 El currículo de los polígonos en 4º de Educación Primaria.....	21
5.2 Análisis semiótico del cuestionario previo. Aplicación.....	22
5.3 Elementos del significado pretendido.....	24

6 Significado implementado.

6.1 Metodología utilizada en el aula.....	26
6.2 Interacciones en el aula. Conflictos semióticos.....	27

7 Significados personales.

7.1 Análisis del cuestionario.....	29
7.2 Análisis de resultados.....	31

8 Criterios de idoneidad.

8.1 Idoneidad epistémica.....	32
8.2 Idoneidad cognitiva.....	34
8.3 Idoneidad afectiva.....	35
8.4 Idoneidad mediacional.....	36

9 Propuesta de mejora.....

10 Conclusiones y competencias del TFG.....

11 Bibliografía.....

Investigación en el aula acerca de la enseñanza y aprendizaje del concepto de polígono en 4º de Educación Primaria

Resumen

En este trabajo se describe un proceso de estudio acerca de la enseñanza y el aprendizaje de alumnos de 4º de Educación Primaria en cuanto al concepto de polígono según el enfoque Ontosemiótico de la instrucción matemática. Para ello se han estudiado los significados de referencia, pretendido, implementado y personal, y se han aplicado los criterios de idoneidad. Por último, se ha realizado una propuesta de mejora teniendo en cuenta dichos criterios.

Palabras clave: Geometría, elementos de Euclides, polígonos, Enfoque Ontosemiótico, idoneidades didácticas, tipos de significados.

Abstract

In this dissertation it is described a study process about the teaching and learning of students from grade 4 of Primary School in relation to polygon concept according to the Ontosemiotic perspective of mathematics instruction. For this, the meanings of reference, pretended, implemented and personal have been studied. Finally, an improvement proposal has been made considering those rules.

Key Words: Geometry, Euclides's elements, polygons, Ontosemiotic perspective, didactic suitability, types of meanings.

1. Introducción

1.1. Geometría y los Elementos de Euclides.

Según Contreras, A. (2016) toda Ciencia, aun la más abstracta como la Matemática, tiene en el individuo, como ha tenido en la especie humana, un origen experimental. Las experiencias primeras son simples observaciones de hechos que la vida misma presenta a nuestra consideración. El análisis de estos hechos suscita el deseo de crear artificialmente otros nuevos para someterlos también a estudio y comparación. Esta fase experimental, que en algunas Ciencias ha tenido largos siglos de historia, en Matemáticas ha sido más breve.

La Geometría empezó siendo también un conjunto de reglas y conocimientos empíricos, obtenidos por vía experimental, y usados por los constructores y medidores de terrenos de los antiguos pueblos orientales.

Empezaremos hablando de los elementos de Euclides que son la esencia de la geometría y así ha sido durante siglos. Los elementos de Euclides son un tratado Matemático y Geométrico compuesto por 13 libros, escritos por el matemático griego Euclides cerca del 300 a.C. en Alejandría.

Según Contreras, A. (2016) *deducir* o *demostrar* una verdad es establecerla como consecuencia de verdades anteriormente establecidas. Retrocediendo en tal cadena deductiva, llegaremos necesariamente a un punto de partida, constituido por algunas verdades imposibles de reducir a otras más simples, y cuya certeza es forzoso admitir, bien sea por su validez inmediata o por la validez del cuerpo de doctrina que de ellas se deduce. Estas proposiciones se llaman *axiomas* o *postulados*, para distinguirlas de las proposiciones demostrables, llamadas *teoremas*. Así aparecen clasificadas las proposiciones de la Geometría desde los famosos “Elementos” de Euclides.

Los 5 postulados o axiomas de Euclides según Kline, M. (1972) son:

- a- Por dos puntos diferentes pasa una sola línea.
- b- Es posible prolongar continuamente en línea recta una línea dada.
- c- Es posible trazar una circunferencia con cualquier centro y radio.
- d- Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.

e- Si una recta secante corta a dos rectas formando a un lado ángulos interiores, la suma de los cuales sea menor que dos ángulos rectos; las dos rectas, suficientemente alargadas se cortarán en el mismo lado.

1.2. Aprendizaje y enseñanza de la geometría.

Lo que tradicionalmente se ha llamado “enseñanza de la geometría”, en realidad pertenece a dos campos de conocimiento:

a) El relativo al espacio, y la necesidad de los niños para controlar las relaciones sensoriales con él, formado por el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales construyen y manipulan objetos espaciales.

b) El campo de la Geometría propiamente dicha, por lo tanto usando la terminología actual deberíamos referirnos a ella como “espacio-geometría”.

Por tanto el principal problema que podemos observar en la Didáctica de la Geometría es que “usamos la misma palabra para referirnos a los objetos perceptibles con determinada forma geométrica y al concepto geométrico correspondiente” Godino y Ruiz (2003). En consecuencia, y según la teoría de Piaget, deberíamos distinguir entre los objetos espaciales que son los cuerpos físicos de nuestro entorno y las representaciones mentales que son entidades psicológicas.

En cada uno de los estadios de desarrollo, Piaget distingue una progresiva diferenciación de propiedades geométricas, partiendo de aquellas que él llama topológicas, es decir, propiedades independientes de la forma o el tamaño como son las siguientes:

- a) Cercanía: por ejemplo, dibujar un hombre con los ojos juntos
- b) Separación: por ejemplo, no solapar los dedos de las manos en los dibujos
- c) Ordenación: por ejemplo, dibujar la nariz entre los ojos y la boca
- d) Cerramiento: por ejemplo, dibujar los ojos no usando más espacio que el utilizado para la boca
- e) Continuidad: por ejemplo dibujar los brazos continuos con el tronco pero no con la cabeza.

Según Contreras, A. (2016), en la actualidad el modelo de razonamiento geométrico de Van hiele es el marco teórico predominante y cuya aplicación al desarrollo curricular está

dando mejores resultados (Battista, 2007; Clements y Battista, 2001). La teoría comprende 5 niveles sucesivos de desarrollo del razonamiento:

a) Nivel 0 o Básico (reconocimiento o visualización): Las figuras se distinguen por sus formas individuales, como un todo, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes.

b) Nivel 1 (Análisis): Comienza aquí a desarrollarse la conciencia de que las figuras constan de partes. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etc.

c) Nivel 2 (deducción informal u orden): Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas, merced a una mezcla de experimentación práctica y de razonamiento.

d) Nivel 3 (deducción): Van Hiele llamó a este nivel la esencia de las matemáticas, porque los razonamientos a este nivel tienen que ver con la deducción per se. Una persona en este nivel razona lógicamente y reflexiona sobre el significado de deducción y lo que ello significa para organizar las pruebas lógicamente.

e) Nivel 4 (rigor): Un sistema deductivo existe en el nivel 4, pro su esencia no es percibida hasta que es alcanzado el próximo nivel. El nivel 5 tiene que ver con el aspecto formal de la deducción. En este nivel una persona acepta la necesidad lógica de un argumento deductivo y aceptará una demostración contraria a la intuición si el argumento es válido.

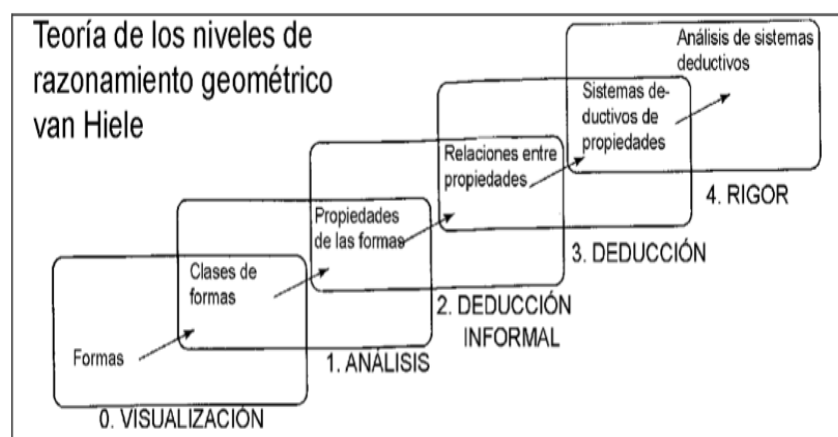


Figura 1: niveles de Van Hiele

Según Contreras, A. (2016) de acuerdo con esta teoría, no es posible alcanzar cierto nivel de pensamiento sin pasar antes por el nivel anterior.

1.3. Justificación de la elección del tema

Gran parte de los problemas en la comprensión de las Matemáticas viene a raíz de la enseñanza que han recibido por parte de los docentes, tratando la geometría como algo abstracto y centrándose casi exclusivamente en cuestiones de medida. Sin embargo, la Geometría va mucho más allá de ese tipo de conceptos, solo tenemos que mirar a nuestro alrededor para ser conscientes de que es parte fundamental en nuestras vidas ya que la mayoría de objetos que nos rodean son formas geométricas. Desde la infancia, en los parques infantiles, los niños están rodeados de todo tipo de formas como cuadrados, circunferencias, triángulos, etc. como se observa en la figura 2.



Figura 2: parque infantil

Es decir, en edades tempranas empezamos a estudiar las diferentes formas de manera muy básica, qué es un triángulo, qué es un cuadrado... Posteriormente, con el paso de los años, somos capaces de comprender que hay figuras con volumen, por ejemplo los cubos y tomamos conciencia de la cercanía de estas figuras a la realidad como podemos observar en la arquitectura, arte, ciencia, etc.

Esto nos lleva a la conclusión de que ese tema que suele ser el último que aparece en los libros, por lo que hay años que ni se imparte por falta de tiempo, sea posiblemente uno de los temas más importante para el aprendizaje pero también para el correcto desarrollo espacial de los alumnos.

1.4. Objetivos.

Los objetivos de este trabajo son los siguientes:

- a) Objetivo general: realizar un análisis didáctico de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Geometría en 4º de Educación Primaria, en cuanto a la noción de polígono.
- b) Análisis semiótico del libro dirigido a 4º de primaria de la editorial Edelvives y comparación con un manual de referencia que es “Matemáticas para maestros de Educación Primaria” Segovia y Rico (2011)

- c) Análisis didáctico del cuestionario de conocimientos previos y el cuestionario final de la unidad utilizando las herramientas del enfoque ontosemiótico. Godino (2009)
- d) Proponer una implementación adecuada en el aula para solventar los conflictos semióticos observados en el cuestionario de conocimientos previos
- e) Analizar dicha implementación mediante los criterios de idoneidad. Godino (2013)
- f) Tras analizar los resultados obtenidos, proponer un plan de mejora para solucionar los conflictos semióticos observados en el aula.

2. Marco teórico.

2.1. Enfoque Ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemática.

El fin específico de la Didáctica de las Matemáticas, como campo de investigación, es el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos.

Según Godino (2008), para lograr este objetivo, la Didáctica de las Matemáticas debe considerar las contribuciones de diversas disciplinas como la psicología, pedagogía, filosofía, o la sociología. Además, debe tener en cuenta y basarse en un análisis de la naturaleza de los contenidos matemáticos, su desarrollo cultural y personal, particularmente en el seno de las instituciones escolares. Este análisis ontológico y epistemológico es esencial para la Didáctica de las Matemáticas ya que difícilmente podría estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje de objetos difusos o indefinidos

El punto de partida del Enfoque Ontosemiótico (EOS) es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Tomando como noción primitiva la de situación-problemática, se definen los conceptos teóricos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado, con el fin de hacer patente y operativo, por un lado, el triple carácter de la matemática a que hemos aludido, y por otro, la génesis personal e institucional del conocimiento matemático, así como su mutua interdependencia.

Una de las principales cuestiones a tratar son las nociones de significado institucional y personal de un objeto matemático. Estas ideas tratan de focalizar el interés de la investigación en los conocimientos matemáticos institucionalizados, aunque en ningún momento se deja de pensar en el sujeto al que va dirigido.

Por último se llega a distinguir seis dimensiones dentro de un proceso de instrucción matemática, los cuales nos presentan Godino, Contreras y Font (2006) como: epistémica (relativa al conocimiento institucional), docente (funciones del profesor), discente (funciones del estudiante), mediacional (relativa al uso de recursos instruccionales), cognitiva (génesis de significados personales) y emocional (que da cuenta de las actitudes, emociones, etc. de los estudiantes ante el estudio de las matemáticas).



Figura 3: Idoneidades didácticas. Godino (2013)

Este modelo proporciona pautas para establecer los estados posibles de las trayectorias ecológicas, epistémica y cognitiva, y la "negociación de significados" como conocimiento fundamental para la gestión y comprensión.

2.2. Análisis de la actividad matemática.

Según el Enfoque Ontosemiótico, los objetos matemáticos se derivan de sistemas de prácticas, y estos se podrían simplificar en dos niveles procedentes de la actividad matemática.

a) Entidades primarias: configuraciones de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas.

b) Elementos contextuales, atributos contextuales.

Para el análisis semiótico de la actividad matemática, utilizaremos las entidades primarias de los objetos matemáticos que según Godino, Contreras y Font (2006) son:

- *Elementos lingüísticos* (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...)

- *Situaciones-problemas* (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios,...)

- *Conceptos- definición* (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...)
- *Proposiciones* (enunciados sobre conceptos, ...)
- *Procedimientos* (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- *Argumentos* (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo)

En consecuencia, cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado formado por situaciones-problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulado en la *configuración* de la Figura 4 (Font y Godino, 2006, p. 69).

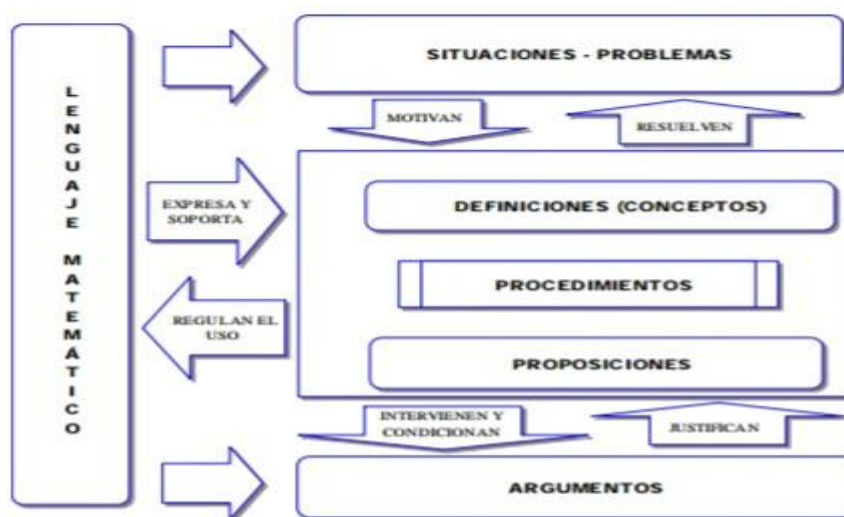


Figura 4: configuración de entidades primarias. Godino (2008)

2.3. Facetas duales

Según Godino (2008) en un segundo nivel nos encontramos los elementos o atributos contextuales. La noción de juego de lenguaje (Wittgenstein, 1953, citado en Godino 2008) ocupa un lugar importante, al considerarla, junto con la noción de institución, como los elementos contextuales que relativizan los significados de los objetos matemáticos y atribuyen a éstos una naturaleza funcional. Los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego del lenguaje en que participan, pueden ser consideradas desde las siguientes facetas o dimensiones duales:

a) Personal-Institucional: si los sistemas de prácticas son compartidas en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como “objetos personales” (Godino y Batanero, 1994, p. 338).

b) Ostensivo-No ostensivo: un objeto es considerado ostensivo cuando se puede mostrar a otro, mientras que no-ostensivo es que no son perceptibles por sí mismos, sino que mediante asociaciones, ya que son objetos instituciones o personales.

c) Expresión-Contenido: Siendo el primero el significante o antecedente de relaciones semióticas, y el segundo contenido o consecuente de dicha función.

d) Extensivo-Intensivo: Esta dualidad es utilizada en el uso de elementos genéricos, ya que establece pragmática entre lo particular y lo general. Esta cuestión es fundamental para la construcción del conocimiento matemático.

e) Unitario-Sistémico: Unitarios (elementales) son los objetos matemáticos más simples que no se pueden descomponer y que han de ser conocidos previamente, mientras que sistémico son como indica la palabra sistemas o redes que han de ser descompuestas y analizadas para la consecución de su estudio.

Estas facetas se presentan agrupadas en parejas que se complementan de manera dual y dialéctica. Se consideran como atributos aplicables a los distintos objetos primarios. En la figura 5 se representan las diferentes nociones teóricas que se han descrito anteriormente.

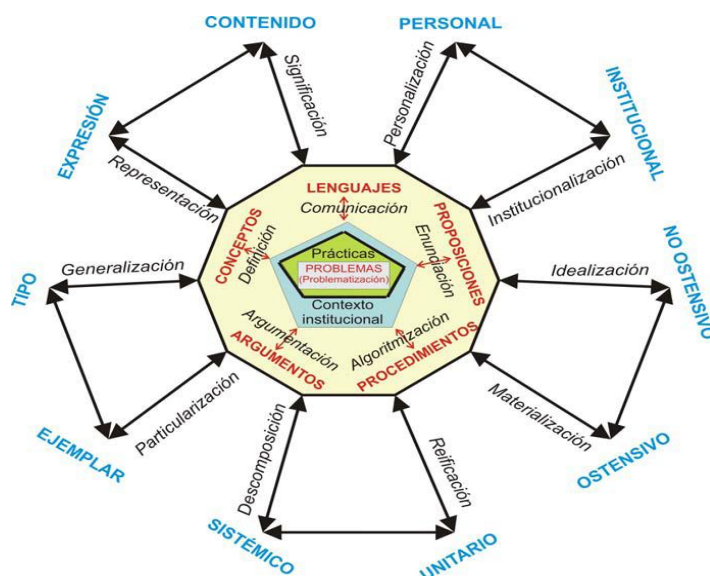


Figura 5: configuración de objetos y procesos. Godino (2008)

2.4. Significados y tipos

La relatividad socioepistémica y cognitiva de los significados, entendidos como sistemas de prácticas, y su utilización en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología básica de significados que se resume en la figura 6 (Godino, 2003, p.141, citado en Godino, 2008). Con relación a los significados institucionales proponemos tener en cuenta los siguientes tipos:

- a) Referencia: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido.
- b) Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- c) Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente
- d) Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.

Respecto a los significados personales proponemos los siguientes:

- a) Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático.
- b) Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
- c) Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida.

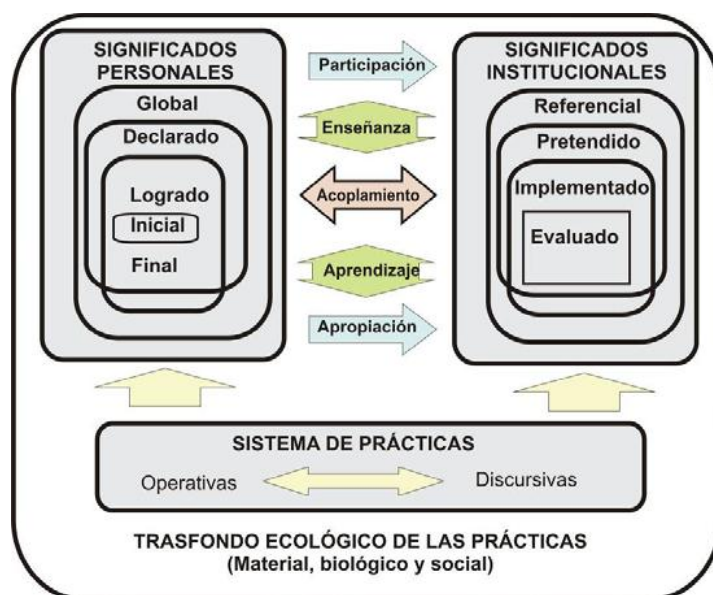


Figura 6: tipos de significados institucionales y personales. Godino (2008)

2.5. Criterios de idoneidad.

La noción de idoneidad didáctica, sus dimensiones, criterios, y desglose operativo, han sido introducidos en el EOS (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2007) como herramientas que permiten el paso de una didáctica descriptiva–explicativa a una didáctica normativa, esto es, una didáctica que se orienta hacia la intervención efectiva en el aula. Consideramos que esta noción puede servir de punto de partida para una teoría de diseño instruccional (Teoría de la Idoneidad Didáctica) que tenga en cuenta, de manera sistémica, las dimensiones epistémica – ecológica, cognitiva– afectiva, interaccional – mediacional implicadas en los procesos de estudio de las áreas curriculares específicas. La idoneidad didáctica de un proceso de instrucción se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Batanero y Font, 2007):

a) Idoneidad epistémica: se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto de un significado de referencia.

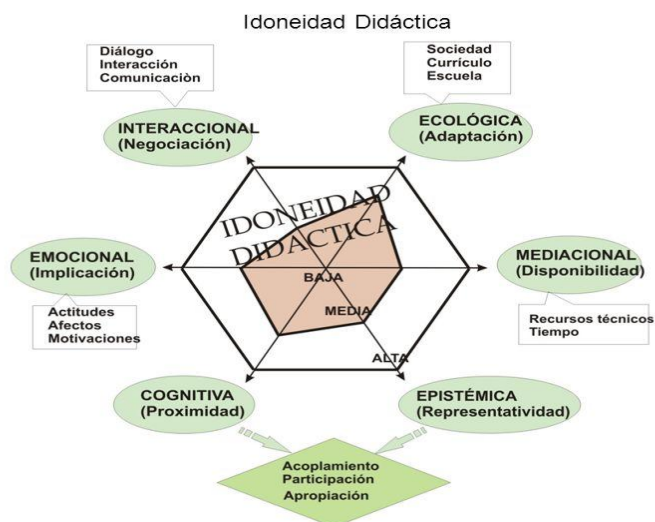
b) Idoneidad cognitiva: expresa el grado en que los significados pretendidos/implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos

c) Idoneidad interaccional: Un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

d) Idoneidad mediacional: grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso enseñanza-aprendizaje.

e) Idoneidad afectiva: implicación del alumnado en el proceso de estudio.

f) Idoneidad ecológica: grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.



48

Figura 7: idoneidad didáctica. Godino (2013)

La figura 7 resume las principales características de dicha noción. Representamos mediante el hexágono regular la idoneidad correspondiente a un proceso de estudio pretendido o planificado, donde *a priori* se supone un grado máximo de las idoneidades parciales. El hexágono irregular interno correspondería a las idoneidades efectivamente logradas en la realización del proceso de estudio implementado. Situamos en la base las idoneidades epistémica y cognitiva al considerar que el proceso de estudio gira alrededor del desarrollo de unos conocimientos específicos. “Diferentes tipos de cosas que deben ser aprendidas requieren diferentes tipos de apoyos para su aprendizaje. (Spector, 2001, p. 391, citado en Godino, 2013)

3. Metodología.

3.1. Población y muestra

La población a la que va dirigido este trabajo es los alumnos de 4º de Educación Primaria. La muestra escogida para nuestro trabajo será el curso de 4º de primaria del colegio Virgen de la Cabeza, de Andújar, puesto que es el centro donde realicé el Practicum. Se trata de un grupo de 25 alumnos con unos niveles culturales altos y procedentes de familias con un nivel socio-económico medio-alto. Nos encontramos también con dos alumnos que precisan refuerzo en matemáticas.

3.2. Análisis semiótico.

Para efectuar el análisis del proceso de estudio se han aplicado análisis semióticos. Es decir, se han utilizado las entidades primarias descritas en el punto 2.2 a las diferentes unidades de análisis centradas en las situaciones-problemas.

4. Significado de referencia.

4.1. Significado de los polígonos en el libro de 4º de Educación Primaria.

Al igual que la mayoría de los libros empleados en las aulas que he podido observar, inducen a los alumnos que usan dichos libros a cometer varios conflictos semióticos, pero uno de los más graves que he podido observar es hacer creer a los alumnos que todos los polígonos y en particular los triángulos, siempre tienen la base paralela al folio, lo que puede provocar el fallo de los alumnos cuando se les presente un problema en el que cambiemos la orientación de la figura colocando ésta en una posición en la que no se encuentren lados paralelos al folio.

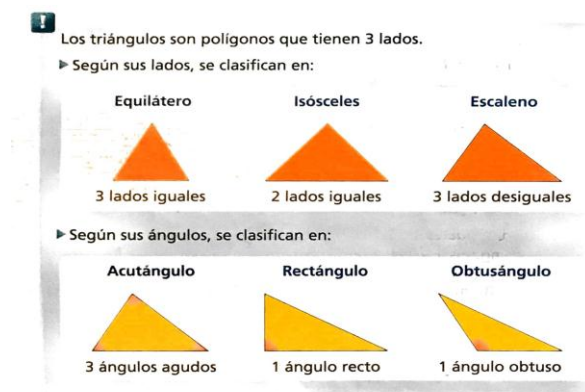


Figura 8: definición y clasificación de los triángulos.

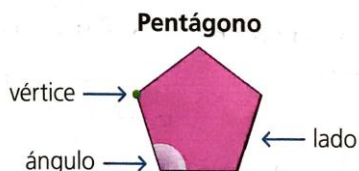
En este libro, se hace un abuso de la ostensividad para explicar los polígonos y los triángulos y no se realiza una explicación que pueda ayudar a los alumnos a concebir y a comprender realmente lo que es un triángulo e inducir a un conflicto semiótico en cuanto se cambia la orientación de la figura. Los problemas propuestos por dicho libro también se basan en la ostensividad, proponiendo imágenes de figuras que en muchas ocasiones son poco claras.

A continuación, haremos un análisis semiótico de algunas de las actividades propuestas por el libro utilizado en clase.

Polígonos y elementos

Un polígono está formado por una línea poligonal cerrada y su interior.

El nombre de un polígono depende del número de lados.



5 Dibuja un polígono de 6 lados y señala sus elementos.

- Situación-problema: definición de polígono y sus elementos
- Lenguaje: vernáculo escrito, gráfico y simbólico.
- Conceptos: polígono, ángulo, vértice.
- Procedimientos: una vez explicados los conceptos y los elementos de los polígonos, seguir las pautas dadas en clase para la realización del ejercicio.
- Propiedades: el polígono es un conjunto finito ordenado de segmentos consecutivos, de forma que el extremo final de un segmento coincide con el inicio del siguiente. La unión de dos segmentos se llama vértice. La unión de dos segmentos forma un ángulo.
- Argumentación: a través de la deducción y la ostensión, realizar la figura indicada.

3 Dibuja en tu cuaderno un triángulo rectángulo e isósceles y otro que sea escaleno y obtusángulo. ¿Puedes encontrar dos objetos de tu entorno que tengan la forma de algunos de estos triángulos?

- Situación-problema: un enunciado en el que se pide formar dos triángulos diferentes y observar las formas que nos rodean.
- Lenguaje: vernáculo escrito.
- Conceptos: triángulo rectángulo, triángulo isósceles, triángulo escaleno, triángulo obtusángulo.
- Procedimientos: reconocer e interpretar cada triángulo con su nombre correspondiente y ser capaz de formarlo adecuadamente.

-Propiedades: el triángulo rectángulo tiene un ángulo recto, un triángulo isósceles tiene dos lados iguales y uno desigual, un triángulo escaleno tiene todos sus lados desiguales, un triángulo obtusángulo tiene al menos un ángulo obtuso.

- Argumentación: mediante la deducción y los conocimientos recién adquiridos formar las figuras que se piden.

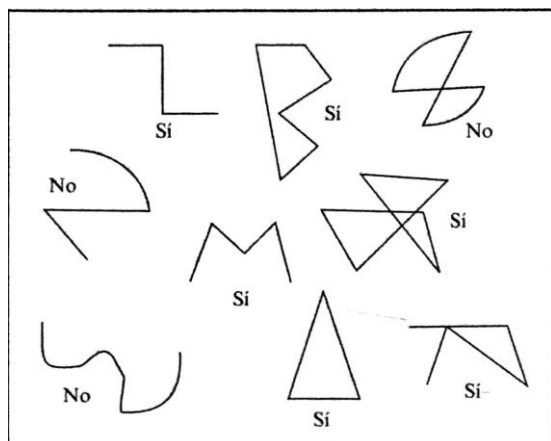
-conflictos semióticos observados: escasez de explicaciones, falta de introducción de unos conceptos nuevos para el alumnado, definir los triángulos como polígonos de tres lados sin decir cómo deben ser esos lados, orientación de los polígonos con un lado siempre paralelo al plano del libro.

- puntos fuertes: fomenta el aprendizaje por descubrimiento apoyándose en las tics, cierto grado de hincapié en las IIMM y puesta en práctica de la innovación educativa.

4.2. Significado de los polígonos en el libro dirigido a la formación de Maestros.

En el manual de referencia también sufrimos alguno de los conflictos semióticos comentados en el apartado anterior, por ejemplo, la orientación de los polígonos. Por otro lado, si soluciona algunos conflictos como por ejemplo la definición de triángulo y polígono que son bastantes extensas.

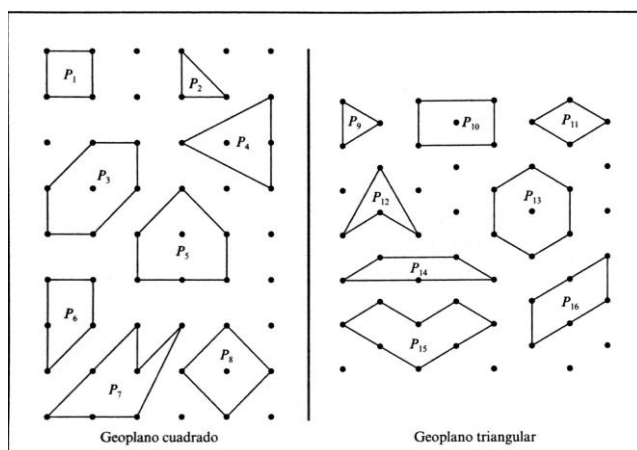
A continuación analizaremos semióticamente algunas de las actividades de este manual que nos han parecido interesantes puesto que uno de ellos introduce errores a propósito para que sean identificados y el otro trata sobre la identificación de diferentes polígonos por su número de lados.



ACTIVIDAD 1: Comprueba, utilizando la definición de poligonal, que las etiquetas de las líneas de la figura 10.23 son correctas.

- Situación-problema: un enunciado que nos pide identificar cuáles de esas figuras cumplen los requisitos para ser poligonales independientemente de la información que da la actividad.
- Lenguaje: vernáculo escrito, visual
- Conceptos: polígono.
- Procedimientos: reconocer que figura cumple los requisitos y comprobar si la imagen ha clasificado correctamente esa figura.
- Propiedades: el polígono es un conjunto finito ordenado de segmentos consecutivos, de forma que el extremo final de un segmento coincide con el inicio del siguiente. La unión de dos segmentos se llama vértice. La unión de dos segmentos forma un ángulo.
- Argumentación: una vez interiorizada la definición de polígono, los alumnos serán capaces de diferenciar un polígono de un conjunto de segmentos.

ACTIVIDAD 4: Nombra los polígonos de la figura 10.27 según su número de lados.



- Situación-problema: un enunciado que nos pide identificar qué tipo de polígonos aparecen en esa imagen y nombrarlos adecuadamente.
- Lenguaje: vernáculo escrito, visual.
- Conceptos: polígono, tipos de polígonos según su número de lados.
- Procedimientos: reconocer que tipo de polígono es cada una de esas figuras.
- Propiedades: el polígono es un conjunto finito ordenado de segmentos consecutivos, de forma que el extremo final de un segmento coincide con el inicio del siguiente. Dependiendo del número de lados y de la posición de esos lados recibe un nombre otro.
- Argumentación: son capaces de contar el número de lados y darle un nombre correctamente.

4.3. Comparación entre el libro de 4º de Educación Primaria y el manual

En el manual Matemáticas para Maestros en Educación Primaria, Segovia y Rico (2011), nos encontramos una mayor extensión de contenidos, definiciones y figuras que el libro utilizado en clase que apenas utiliza la cuarta parte de una página para hablarnos sobre todo esto y da paso inmediato a los tipos de polígonos regulares, empezando por el que nos interesa que es el triángulo.

En cuanto a la definición de polígono, es cierto que existe cierta similitud entre ambas como se observa en las figuras 9 y 10, aunque como ya he comentado anteriormente, el libro de texto utilizado en clase apenas da ejemplos de polígonos ya que busca que sean los alumnos los que descubran por ellos mismos que es un polígono y como deben identificarse.

Polígonos y elementos

Un polígono está formado por una línea poligonal cerrada y su interior.

El nombre de un polígono depende del número de lados.



Figura 9: definición y ej. Libro de 4º

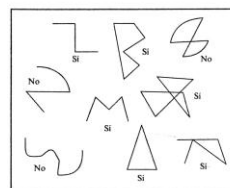


Figura 10.23.—Líneas poligonales y no poligonales.

Una poligonal es un conjunto finito ordenado de segmentos consecutivos, de forma que el extremo de uno de ellos coincide con el origen de otro. Los *vértices de la poligonal* son los extremos de los segmentos que la componen.

Actividad 10.1 Comprueba, utilizando la definición de poligonal, que las etiquetas de las líneas de la figura 10.23 son correctas.

5.1. Tipos de poligonales

Las poligonales pueden ser *abiertas* o *cerradas*, y *simples* o *no simples*. En la figura 10.24 caracterizamos con estos términos las poligonales de la figura anterior.

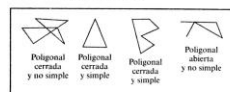


Figura 10.24.—Tipos de poligonales.

Actividad 10.2 Observando los ejemplos de la figura 10.24, elabora una definición para una poligonal abierta y otra para una poligonal cerrada. Igualmente, la definición de polígono simple y la definición de polígono no simple.

6. POLÍGONOS SIMPLES

Es fácil identificar polígonos en tu entorno utilizando tus conocimientos.

Actividad 10.3 Realiza un boceto en tu cuaderno de los polígonos que reconozcas en la imagen siguiente:



Para definir un polígono simple necesitamos la idea de poligonal.

Un **polígono simple** es una figura delimitada por una poligonal cerrada y simple.

En este apartado haremos referencia a los polígonos. Los *vértices de la poligonal* son los vértices del polígono. Los *lados del polígono* son los segmentos que unen dos vértices consecutivos.

Figura 10: definición y ej. Manual

En cuanto al triángulo en particular, el libro empleado en clase, solo dice “los triángulos son polígonos de 3 lados”, pasando directamente a su clasificación según sus lados y ángulos, mientras que en el libro de referencia se hace una amplia explicación de lo que es un triángulo y que es necesario para formar dicho polígono como vemos en la figura 11.

7. TRIÁNGULOS

El triángulo es el polígono de tres lados, y es el único polígono rígido.

Un triángulo lo determinan tres rectas m , n y p , que se cortan dos a dos (figura 10.30). Los puntos de corte A , B y C no están alineados y son los vértices del triángulo ABC . Los segmentos determinados por dos vértices, AB , BC y AC , son los lados del triángulo.

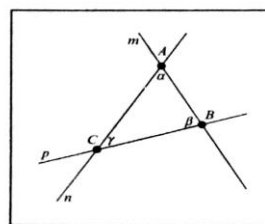


Figura 10.30.—Triángulo.

Figura 11: definición de triángulo extraída del manual de referencia.

5. Significado pretendido

5.1 El currículo de los polígonos en 4º de Educación Primaria en Andalucía.

En la Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía, nos dice en el bloque 4 destinado a geometría: El alumnado aprenderá sobre formas y estructuras geométricas. La geometría se centra sobre todo en la clasificación, descripción y análisis de relaciones y propiedades de las figuras en el plano y en el espacio. La Geometría recoge los contenidos relacionados con la orientación y representación espacial, (...).El aprendizaje de la geometría requiere pensar y hacer, y debe ofrecer continuas oportunidades para clasificar de acuerdo a criterios libremente elegidos, construir, dibujar, modelizar, medir, desarrollando la capacidad para visualizar relaciones geométricas(...). El entorno cotidiano es una fuente de estudio de diversas situaciones físicas reales que evitan el nivel de abstracción de muchos conceptos geométricos, trabajando sus elementos, propiedades, etc.

El objetivo de área que concierne a la geometría es: O.MAT.5. Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural, analizar sus características y propiedades, utilizando los datos obtenidos para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.

Según todo esto, cogeremos los contenidos que queremos trabajar en este trabajo:

4.3. Exploración e Identificación de figuras planas y espaciales en la vida cotidiana.

4.4. Identificación y denominación de polígonos atendiendo al número de lados. Cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio y rombo. Lados, vértices y ángulos.

4.6. Clasificación de triángulos atendiendo a sus lados y sus ángulos.

4.12. Descripción de la forma de objetos utilizando el vocabulario geométrico básico.

Los criterios de evaluación en los que nos basaremos son:

2.11. Reconocer y describir, en el entorno cercano, las figuras planas (cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio y rombo, circunferencia y círculo) y los cuerpos geométricos (el cubo, el prisma, la pirámide, la esfera y el cilindro) e iniciarse en la clasificación de estos cuerpos.

2.12. Comprender el método de cálculo del perímetro de cuadrados, rectángulos, triángulos, trapecios y rombos. Calcular el perímetro de estas figuras planas. Aplicarlo a situaciones del entorno cercano.

5.2 Análisis semiótico del cuestionario previo. Aplicación.

1- Situación-problema: ¿Qué es un polígono?

- ☐ Lenguaje: vernáculo escrito
- ☐ Conceptos: polígono
- ☐ Procedimientos:
- ☐ Propiedades: un polígono es lo que se encuentra dentro de una línea poligonal cerrada
- ☐ Argumentación: saber que un polígono debe estar cerrado al menos por una parte.

2- Situación-problema: ¿Qué tipo de polígonos conoces?

- ☐ Lenguaje: vernáculo escrito
- ☐ Conceptos: polígono, clasificación de polígonos
- ☐ Procedimientos: nombrar polígonos según sus lados
- ☐ Propiedades:
- ☐ Argumentación: mediante su experiencia previa serán capaces de nombrar algunos polígonos simples.

3- Situación-problema: ¿Qué es el perímetro de un polígono? ¿Y el área?

- ☐ Lenguaje: vernáculo escrito
- ☐ Conceptos: polígono, perímetro, área
- ☐ Procedimientos:
- ☐ Propiedades:
- ☐ Argumentación:

4- Situación-problema: ¿Cómo se clasifican los triángulos?

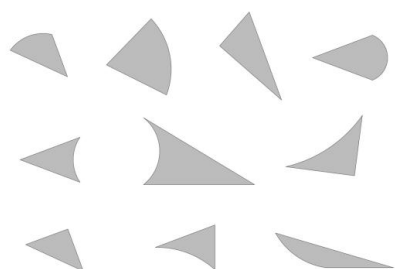
- ☐ Lenguaje: vernáculo escrito

- ☐ Conceptos: polígono, triángulos, clasificación de triángulos
- ☐ Procedimientos: mediante la medida de triángulos.
- ☐ Propiedades: según sus lados o según sus ángulos.
- ☐ Argumentación: comprobar si realmente tienen conocimientos previos sobre estas figuras

5- Situación-problema: Nombra al menos tres objetos cotidianos con forma triangular

- ☐ Lenguaje: vernáculo escrito
- ☐ Conceptos: polígono, triángulos
- ☐ Procedimientos: mediante la ostensividad deben relacionar objetos que conocen con esta forma geométrica determinada
- ☐ Propiedades: los ángulos de un triángulo suman 180° , los lados de un triángulo son segmentos.
- ☐ Argumentación: mediante la ostensividad y los conocimientos previos del alumno serán capaces de nombrar dichos objetos

6- Situación-problema: Rodea solo las figuras que sea triángulos



- ☐ Lenguaje: vernáculo escrito, grafico-geométrico
- ☐ Conceptos: polígono, triángulo, orientación.
- ☐ Procedimientos: mediante la ostensividad descubrir cuál de estas figuras es realmente un triángulo
- ☐ Propiedades: los ángulos de un triángulo suman 180° , los lados de un triángulo son

segmentos.

- Argumentación: por medio de la ostensividad saber diferenciar cual es realmente un triángulo y cual no.
- Conflictos semióticos: pensar que cualquier figura con tres lados es un triángulo, inducidos por los libros de clase durante toda su infancia.

5.3 Elementos del significado pretendido

Metodología para la introducción.

Para la introducción de los polígonos en general y de los triángulos en particular utilizaré el juego de Tamgram. Dicho juego consiste en formar figuras geométricas a partir de 7 piezas dadas. Normalmente estas piezas son 5 triángulos de diferentes tamaños, un cuadrado y un paralelogramo romboide.

Si le pones deberes. Qué preguntas te hacen. Cómo las respondes. Si hay diálogo entre ellos. Metodología dialógica. Interrupciones y por qué.

Recursos:

En cuantos a los recursos en una de las sesiones podremos contar con la ayuda de una pizarra digital, en otra podremos contar con un nuevo recurso adquirido por el colegio que son unas gafas de realidad virtual dirigidas por una Tablet que usa el profesor. Con ellas visitaremos un museo virtual de historia natural en el que tendrán que identificar las diferentes formas geométricas que vayan descubriendo. También contamos con los recursos didácticos proporcionados por la editorial del libro de texto empleado en clase.

Tras la implementación de nuestro trabajo, podremos comprobar la Idoneidad mediacional de estos recursos y decidir si ha sido la mejor opción o podríamos haberlo hecho mejor

TEMPORALIDAD:

	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
9:00-9:45	Evaluación inicial	Sesión 2			
9:45-10:30	Sesión 1	Sesión 2			
10:30-11:15				Sesión 3	
11:15-12:00				Sesión 3	
12:00-12:30	RECREO	RECREO	RECREO	RECREO	RECREO
12:30-13:15					Sesión 4
13:15-14:00					Evaluación final

DESARROLLO DE LAS SESIONES

Sesión 1: en esta primera sesión introduciremos que son los polígonos y que tipo de polígonos hay. Para ello utilizaremos un Tamgram que cuenta con varias figuras geométricas. Se explicarán los diferentes polígonos que conforman esta figura e intentaremos evitar los conflictos semióticos a los que induce el libro

Sesión 2: tras recordar los diferentes polígonos conocidos en la sesión anterior realizaremos algunos juegos utilizando la pizarra digital. En algunos juegos los alumnos deberán dibujar el polígono que se les requiera. En la segunda parte de la sesión utilizaremos las páginas web www.cerebriti.com y www.mundoprimaria.com

Tras estos juegos se harán los ejercicios 1 y 2 de la página 180 del libro. El ejercicio 2 es muy interesante ya que sus figuras en uno de los casos son poco claras y me gustaría ver como resuelven estas situaciones los niños. El ejercicio 3 se mandará para realizarlo en casa, ya que pide observar objetos de la vida cotidiana y en sus casas se pueden encontrar más ejemplos.

Sesión 3: en esta sesión nos desplazaremos al aula de informática y contaremos con la ayuda de las gafas de realidad virtual. Con ellas realizaremos un pequeño paseo por un museo de historia natural y realizaremos un viaje aéreo sobre la ciudad de Barcelona. Tras esto los alumnos deberán escribir por parejas que formas geométricas han podido observar en los dos lugares y si alguna vez se habían fijado en que estamos rodeados de objetos con las formas geométricas para así familiarizarlos con los tipos de polígonos y que sean capaces por su cuenta de identificarlos en cualquier momento y lugar.

Sesión 4: en esta última sesión se van a explicar las diferentes fórmulas para hallar el área y el perímetro de los diferentes polígonos pero centrándonos sobre todo en el triángulo que es el núcleo del trabajo.

Comprobaremos al final de la unidad en qué grado se ajusta nuestro trabajo a las directrices educativas y al proyecto de centro en el que hemos trabajado (idoneidad ecológica).

A continuación, realizaremos un análisis semiótico del cuestionario de conocimientos previos que realizaremos en clase para saber desde que punto debemos partir.

6. Significado implementado

6.2 Metodología utilizada en el aula

Las clases fueron muy fluidas, en la mayoría de los casos al menos, como veremos en un apartado posterior la sesión 3 causo algún conflicto pero se solucionó rápidamente. Las clases han sido impartidas totalmente por mí y con total libertad a la hora de actuar y programar las diferentes sesiones. Para mi sorpresa, se hicieron muy pocas preguntas y la mayoría de ellas iban orientadas al por qué de los nombre de algunas de las figuras explicadas en clase. Yo planteé algunas preguntas en clase para fomentar el descubrimiento por parte de los alumnos y levantando la mano iban respondiendo los que se daban cuenta antes de donde se encontraba la figura buscada. Por tanto podemos hablar de una metodología dialógica e interaccional.

6.2 Interacción en el aula. Conflictos semióticos.

- sesión 1: en esta sesión, con la ayuda de un juego llamado tangram se empezó a explicar que es un polígono. Primero se dio la definición que aparece en su libro de clase. Posteriormente introduje el juego y empezamos a explicar que tipos de figuras había y que diferencias encontraban entre ellas. Después del juego se realizaron en clase dos ejercicios, uno de ellos inducía a error y hubo que explicarlo en más de una ocasión. Como deberes, se mandó otro ejercicio para casa que al día siguiente casi todos habían resuelto correctamente.

- sesión 2: en esta sesión, comenzamos recordando lo visto el día anterior en clase y corrigiendo el ejercicio que se mandó para casa. No todos lo habían hecho, aunque de algunos era de esperar, también hubo algunos conflictos como decir que la tulipa de una lámpara era un triángulo o que su televisión era un cuadrado. Tras esto, con la ayuda de la pizarra digital, y elegidos los alumnos al azar, iban saliendo a dibujar en dicha pizarra algunos polígonos. Al fijarme en que todos los alumnos que iban saliendo dibujaban los polígonos con la misma orientación (base paralela a la base de la pizarra), les requerí que cambiasen dicha orientación y en la mayoría de los casos no concebían esa posición del polígono o no eran capaces de reconocerlos. Esto me demostraba aún más que su libro de texto les inducía a cometer estos conflictos semióticos ya que el lenguaje gráfico utilizado en su libro en particular pero en la mayoría de los manuales de clase en general induce a los alumnos a creer que todos los polígonos tiene al menos un lado paralelo al folio en que se les presenta.

- sesión 3: en esta sesión nos trasladamos al aula de informática para realizar unas actividades diferentes a los que los alumnos están acostumbrados en clase ya que contábamos con un equipamiento recién adquirido por el colegio, se trataba de gafas de realidad virtual que los alumnos se ponen mientras el profesor con una Tablet los va dirigiendo. Esto tiene una infinidad de aplicaciones, pero en nuestro caso las usamos para pasear por algunas partes del museo de historia natural de Londres y para hacer un pequeño viaje a vista de pájaro sobre Barcelona. Elegí la ciudad de Barcelona porque está organizada perfectamente y en formas geométricas. Al principio la clase fue un poco difícil de controlar ya que apenas uno o dos en clase sabían cómo funcionaban estas gafas y la sorpresa que causó entre ellos fue difícil de controlar al principio para poder visitar ambos lados en el escaso tiempo que teníamos disponible para utilizar dichos recursos pero finalmente si nos dio tiempo.





- sesión 4: en esta sesión trabajamos las fórmulas para hallar el área y el perímetro de los diferentes polígonos. En el libro de clase, las fórmulas para hallar el perímetro viene diferenciada cada una con su polígono, lo que puede inducir al alumno a pensar que el perímetro es diferente dependiendo de que figura estemos tratando. Por lo que primero explique que el perímetro es la suma de todos los lados del polígono, y que la formula era igual para todos los polígonos. Por lo que la fórmula dada en clase ha sido $p=a+b+c+\dots$ y así como tantos lados tenga la figura. El área si se explicó según las pautas del libro, creo que fue lo más adecuado para la edad que tienen ya que aún no asimilan bien ciertos conceptos y procedimientos matemáticos.

Al finalizar estas sesiones, se les realizó una pequeña prueba de conocimientos para comprobar lo aprendido durante estas sesiones y quedó demostrado que eran capaces de identificar figuras que en el cuestionario de conocimientos previos no consiguieron hacerlo.

7. Significados personales

En este apartado analizaremos el cuestionario que se realizó a los alumnos de 4º curso para comprobar que han aprendido durante este proceso y en grado se ajustan los resultados obtenidos con las expectativas que teníamos puestas en esta metodología.

7.1. Análisis a priori del cuestionario de evaluación.

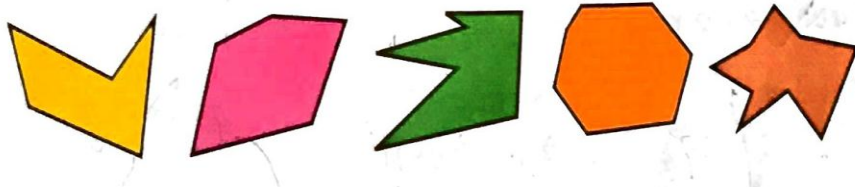
a) ¿Qué es un polígono?

- Lenguaje: vernáculo escrito
- Conceptos: polígono.
- Procedimientos: dar la definición consolidada durante la unidad
- Propiedades: un polígono está formado por una línea poligonal cerrada y su interior.
- Argumentación: con los conocimientos adquiridos serán capaces de ofrecer una definición adecuada.

b) ¿Qué tipos de polígonos conoces? ¿Cómo clasificarías los triángulos?

- Lenguaje: vernáculo escrito
- Conceptos: polígono, tipos de polígonos, clasificación de triángulos
- Procedimientos: recordar los polígonos trabajados en clase y nombrarlos.
- Propiedades:
- Argumentación: sabrán diferenciar entre triángulos, cuadriláteros, circunferencias...

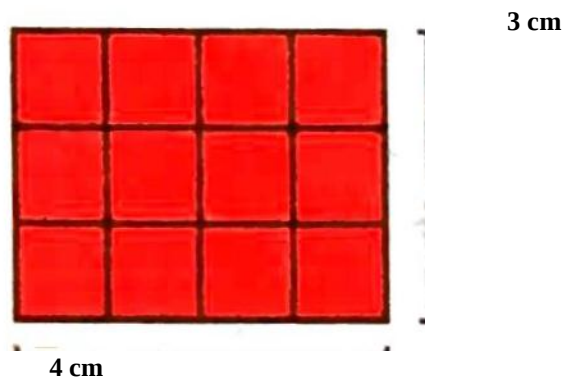
c) Clasifica estos polígonos en cóncavos y convexos



- Lenguaje: vernáculo escrito, gráfico-visual
- Conceptos: polígonos cóncavos y convexos

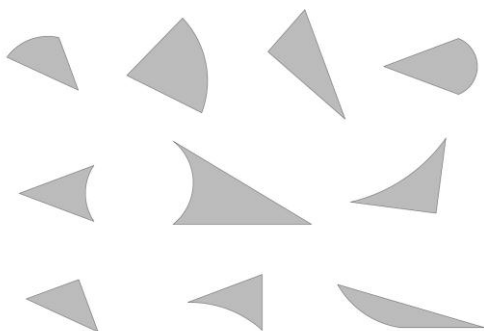
- Procedimientos: mediante la ostensividad reconocer cual es cóncavo y cual convexo
- Propiedades: un polígono es cóncavo si al menos uno de sus ángulos interiores mide 180° y será convexo si todos sus ángulos interiores son menos de 180°
- Argumentación: reconociendo las figuras propuestas reconocerán la diferencia

d) Halla el área de esta figura. Después descubre los triángulos ocultos y calcula el área de uno de ellos.



- Lenguaje: vernáculo escrito, grafico-visual y matemático.
- Conceptos: área de un polígono regular
- Procedimientos: aplicar la fórmula del área del rectángulo y recordar que esta figura está formada por dos triángulos rectángulos.
- Propiedades: área del rectángulo = $b \cdot h$; área del triángulo = $(b \cdot h) / 2$
- Argumentación: hemos hecho mucho hincapié en este tipo de ejercicios para relacionar fórmulas y facilitar su memorización.

e) Identifica cuales de estas figuras son triángulos



- Lenguaje: vernáculo escrito, gráfico
- Conceptos: triángulos
- Procedimientos: reconocer los triángulos independientemente de su orientación.
- Propiedades: un triángulo está formado por 3 puntos no alineados unidos por segmentos
- Argumentación: deben ser capaces de reconocer los triángulos independientemente de su orientación ya que se ha intentado solventar los conflictos semióticos inducidos por el libro de clase.

7.2. Análisis de resultados.

En este apartado analizaremos las respuestas de los alumnos y con ellos podremos comprobar si se han alcanzado los objetivos buscados.

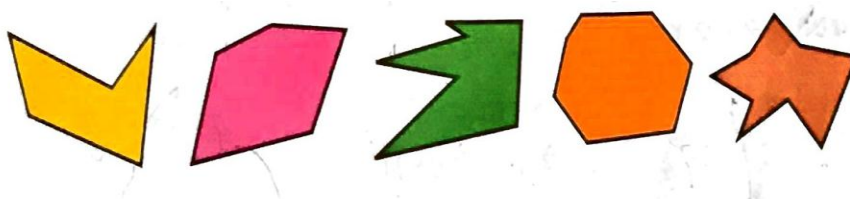
a) ¿Qué es un polígono?

- es una figura geométrica. 12%
- es la figura formada por una línea poligonal cerrada y su interior. 80%
- es una figura. 8%

b) ¿Qué tipo de polígonos conoces? ¿Cómo clasificarías los polígonos?

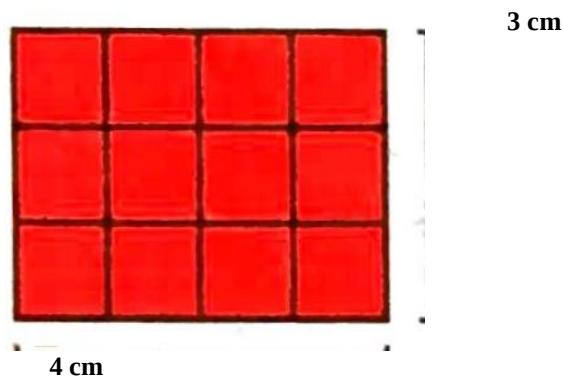
- regulares e irregulares 12%
- triángulos, cuadrados, rectángulos, etc. 60%
- cóncavos y convexos. 28%
- según su número de lados y sus ángulos. 64%
- según su forma. 36%

c) Clasifica estos polígonos en cóncavos y convexos



En este ejercicio solo 16% de los alumnos cometieron algún tipo de fallo, por lo general a todos les ha quedado claro la diferencia de estos dos conceptos.

d) Halla el área de esta figura. Después descubre los triángulos ocultos y calcula el área de uno de ellos.



- El 28% de los alumnos consiguió resolver todo el ejercicio.
- El 60% de los alumnos solo consiguió resolver el rectángulo y uno de los triángulos, el que tiene la posición habitual.
- El 12% de los alumnos solo resolvió el rectángulo.

Los conflictos semióticos que he observado son sobre todo los relacionados con la orientación de los polígonos y en la detección de un polígono a partir de otro polígono como en el ejercicio 4 del cuestionario de evaluación final. En la propuesta de mejora que realizaremos posteriormente intentaremos superar dichos conflictos.

8. Criterios de Idoneidad.

8.1. Idoneidad epistémica: según Godino, Contreras y Font (2009) hace referencia al grado de representatividad de los significados institucionales implementados o pretendidos, respecto de un significado de referencia.

Para poder valorar el grado de idoneidad epistémica es necesario conocer sus indicadores, para ello utilizaremos la tabla formulada por el NCTM (2000) citada por Godino (2011).

COMPONENTES:	INDICADORES:
Situaciones-problemas	- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen - Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. - Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Figura 12: Componentes e indicadores de Idoneidad Epistémica.

Una vez realizados los análisis pertinentes sobre el libro de texto utilizado en clase y el cuestionario final, guiándome con estos componentes e indicadores, he llegado a la siguiente conclusión.

- Situaciones- problema: en el cuestionario aparecen diversas formas geométricas para su identificación y en su mayoría con una orientación diferente a la habitual (lado paralelo al folio) para evitar la asociación entre una figura y la posición que comúnmente aparece en los libros, como es el caso del libro de texto utilizado en clase. El libro de texto hace un excesivo uso de las características de las figuras para su reconocimiento, mientras que en el cuestionario hemos incluido ambas opciones, es decir, reconocer la figura mediante sus características y a través de la figura reconocer sus características.

- Lenguaje: el libro de texto al igual que el cuestionario utilizan el lenguaje verbal, gráfico y matemático y tanto en el libro como en el cuestionario presentan actividades que fomentan la expresión matemática.

- Reglas (definiciones, proposiciones, procedimientos): lo primero que se observa en el libro de texto es que las definiciones son un tanto escasas, a su vez, en algunas de las situaciones-problema propuestas se mezclan diferentes figuras haciendo bastante complicado su reconocimiento por parte del alumnado (cuadriláteros y triángulos, hexágonos y triángulos). En el cuestionario, aunque hemos introducido un cuadrilátero, se especifica claramente que deben buscar los dos triángulos que forman esa figura. Las definiciones que se han dado en clase han ayudado a ampliar la escasez del libro en este aspecto, sobretodo en el

caso de los triángulos ya que la definición de polígono es muy similar en el libro de texto y en el manual de referencia.

- Argumentos: en el libro se proponen actividades para que los alumnos argumenten pero cometen el error de mezclar figuras y hacerlas poco claras, además al posicionar los triángulos siempre con la misma orientación, inducen a un conflicto semiótico que si no se trata puede ser difícil de corregir. En el cuestionario no nos encontramos con estos problemas.

- Relaciones: tanto en el cuestionario como en el libro, las actividades propuestas van desde lo más simple a lo complicado.

En conclusión, tenidos en cuenta tanto criterios como componentes, creo que el grado de idoneidad epistémica del cuestionario es alto.

8.2. **Idoneidad cognitiva:** es el grado en que los contenidos implementado o pretendidos son adecuados para los alumnos, es decir, se encuentran en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.

En la siguiente tabla se exponen los componentes e indicadores seleccionados.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) - Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	- Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo - Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: - Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva - La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia - Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones.

Figura 13: Componentes e indicadores de Idoneidad cognitiva

A continuación analizaremos los resultados del cuestionario para evaluar el grado de idoneidad cognitiva de este basándonos en sus componentes e indicadores.

- Conocimientos previos: los resultados del cuestionario de conocimientos previos fueron en su mayoría muy limitados, ya que era la primera vez que estudiaban esta parte de la geometría, pero nos sirvió para saber cuál era el punto de partida.

- Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales: el cuestionario, está diseñado para que todos los alumnos alcancen el nivel mínimo necesario para superar la prueba, asimismo, cuenta con dos problemas más complejos para que sirvan de ampliación a los alumnos más avanzados.

- Aprendizaje: queda demostrado una vez evaluados los resultados que casi la totalidad de los alumnos ha conseguido alcanzar el nivel básico y la apropiación de los conocimientos pretendidos. La evaluación del cuestionario ha tenido en cuenta los diferentes niveles de los alumnos.

Una vez comparados estos componentes e indicadores, podemos afirmar que el grado de idoneidad cognitiva es muy alto.

8.3. **Idoneidad afectiva:** es el grado de implicación, interés y motivación de los estudiantes.

En la siguiente tabla vemos los componentes e indicadores de la idoneidad afectiva.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Intereses y necesidades	■ Las tareas tienen interés para los alumnos ■ Se proponen situaciones que permitan valorar la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana y profesional
Actitudes	■ Se promueve la participación en las actividades, la perseverancia, responsabilidad, etc. ■ Se favorece la argumentación en situaciones de igualdad; el argumento se valora en sí mismo y no por quién lo dice.
Emociones	■ Se promueve la autoestima, evitando el rechazo, fobia o miedo a las matemáticas. ■ Se resaltan las cualidades de estética y precisión de las matemáticas.

Figura 14: Componentes e indicadores de Idoneidad afectiva

A continuación, valoraremos el grado de idoneidad afectiva presente en nuestras sesiones.

- Intereses y necesidades: las sesiones implementadas se han diseñado buscando el interés del alumno en el aprendizaje de polígonos y triángulos, descubriéndoles que viven en un mundo rodeados por estas figuras, apoyándonos en el juego y en las TICS.

- Actitudes: al proponer actividades bastante lúdicas en algunos de los casos, conseguimos la participación total de los alumnos y su intervención era muy importante. Todos tenían su oportunidad de aportar su punto de vista en el momento que lo viese oportuno y todas las opiniones o argumentaciones se les ha dado la misma importancia y se le ha prestado la misma atención.

- Emociones: con estas actividades basadas en el juego, hemos conseguido que los alumnos vean las matemáticas desde otro punto de vista, un punto de vista que intenta limpiar esa imagen de asignatura terrorífica que muchos de los alumnos tienen debido a su dificultad, falta de habilidad o desgana a la hora de estudiar y aprender esta asignatura tan fundamental.

Hemos comprobado que el grado de Idoneidad afectiva es bastante alto, ya que las sesiones implementadas han conseguido captar el interés de los alumnos por esta unidad.

8.4. **Idoneidad mediacional:** es el grado de adecuación y disponibilidad de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

En la siguiente tabla se muestran los componentes e indicadores de Idoneidad mediacional.

COMPONENTES:	INDICADORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	■ Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido ■ Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	■ El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida ■ El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) ■ El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	■ El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida ■ Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema ■ Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

Figura 15: componentes e indicadores de Idoneidad mediacional.

- Recursos materiales: durante las sesiones hemos contado con la ayuda de una pizarra digital, gafas de realidad virtual y utilizamos un tangram para la introducción del tema.

- Número de alumnos, horario y condiciones del aula: la distribución de los alumnos en clase es en grupos de 4 y un grupo de 5. En el aula de informática los 25 alumnos estaban

sentados por parejas y un trío. El horario de las clases ha estado organizado en sesiones de 1 hora y media.

- Tiempo: el tiempo presencial en las clases ha sido el adecuado, en mi opinión lo hubiese alargado un poco más pero ha sido suficiente. El tiempo no presencial, es más difícil de controlar y aunque es cierto que algunos alumnos nos ha ido mostrando resultados de los juegos de internet propuestos en clase y que luego han continuado jugando en casa con la supervisión de sus padres.

Comparando nuestras sesiones con estos componentes e indicadores podemos afirmar que el grado de adecuación y disponibilidad de estos recursos ha sido alto, puesto que no hemos tenido ningún problema a la hora de usar estos recursos ni hemos sufrido conflictos con los demás profesores gracias a la organización y gestión del centro.

La idoneidad ecológica, como hemos visto en el apartado 5.1. se ha ajustado a nuestro trabajo por lo que consideramos que tiene un alto grado. También podemos decir que la idoneidad interaccional que tiene ver con las sesiones de aula y con los conflictos semióticos, ha tenido un grado medio alto ya que aunque la interacción en el aula ha sido muy satisfactoria, la superación de los conflictos semióticos no ha sido completa.

9. Propuesta de mejora.

Al finalizar la unidad y una vez analizados los resultados obtenidos, hemos comprobado que prácticamente la totalidad de la clase se ha apropiado de los conceptos básicos de la unidad, especialmente los conceptos teóricos, pero siguen teniendo en muchos casos dificultades para reconocer ciertas figuras con una orientación no convencional. Para ello se propusieron algunas actividades para facilitar el reconocimiento de estas figuras y el afianzamiento de los conocimientos recién adquiridos.

El reconocimiento y la superación de errores es la base de todas las teorías matemáticas, por ello proponemos lo siguiente:

Actividad 1: esta primera actividad tiene como fin que sean los propios alumnos los que reconozcan sus errores, para ello se realizará una corrección del cuestionario de forma grupal en clase. Esto les servirá para que sean ellos mismos los que vean que errores cometen e intenten superarlos.

Para tratar que los alumnos superen el conflicto semiótico ligado a la orientación de los polígonos, proponemos esta actividad:

Actividad 2: utilizaremos un juego manipulativo muy adecuado para formar figuras geométricas que han estudiado y que nos permite hacerlo en todas las orientaciones posibles, este juego es el geoplano. En grupos, tendrán que formar tantas figuras como les sea posible en un tiempo determinado y además la originalidad a la hora de colocar estas figuras dará puntos extra al equipo. Al final de la clase el equipo ganador obtendrá un premio.

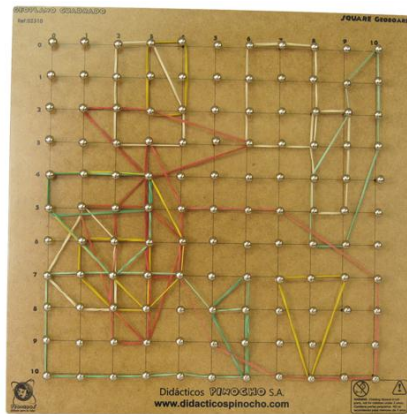


Figura 16: geoplano.

Para reforzar la idoneidad mediacional trabajaremos lo siguiente:

Actividad 3: en el aula de informática, utilizaremos las páginas web de juegos interactivos que usamos ya en una de las sesiones, para comprobar la mejora que han llegado a conseguir. www.cerebriti.com y www.mundoprimaria.com

En el REAL DECRETO 126/2014, Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), por el que se establece las enseñanzas mínimas de Educación Primaria, nos habla de la relación entre las matemáticas y los objetos de la vida cotidiana, para reforzar esta relación, haremos el siguiente ejercicio:

Actividad 4: deberán dibujar objetos cotidianos que encuentren por casa, reconociendo que tipo de polígono es. Con un especial hincapié en los triángulos.

Con estas actividades esperamos que su capacidad para reconocer e interpretar los objetos que les rodea aumente considerablemente. Que sean capaces de usar los contenidos que han adquirido para interpretar cualquier figura independientemente de su orientación espacial.

10. Conclusiones y competencias.

En general, la idea fundamental del trabajo ha sido realizar una investigación, basada en un marco teórico de Didáctica de las Matemáticas, para poder detectar conflictos semióticos en el aula tratando de darle solución.

Como conclusión importante obtenida una vez analizados los resultados de los cuestionarios, se puede destacar que hemos conseguido que el 76% de los alumnos reconozca los polígonos y sea capaz de nombrarlos y clasificarlos, en especial los triángulos. Es decir, puede deducirse que tanto el significado pretendido como el implementado, se acerca a lo que debe ser una clase de 4º de Educación Primaria.

También hemos conseguido que sean capaces de reconocer los polígonos que se esconden tras los objetos cotidianos que vemos a diario en todas las casas, parques, aulas y todos los lugares en los que se encuentren los alumnos. Esto lo hemos comprobado mediante el cuestionario final y lo hemos reforzado con las actividades de mejora.

Respecto a las idoneidades didácticas analizadas, consideramos que en general todas tienen un alto grado. Por ejemplo, si hablamos de idoneidad mediacional, hemos comprobado que la adecuación y disponibilidad de los recursos utilizados se ajustaban bastante bien a nuestras necesidades, debido a estos recursos y su atractivo para los alumnos, hemos conseguido captar el interés del alumno y la ilusión por seguir aprendiendo, por tanto podemos decir que el grado de idoneidad afectiva también ha sido alto. Mediante los resultados obtenidos en el cuestionario, hemos determinado que el grado de idoneidad cognitiva ha sido muy alto, lo que nos ayuda a deducir, que la idoneidad epistémica por tanto, también tiene un grado alto.

El mayor error y el más difícil de solventar, es el conflicto semiótico al que todos los libros de texto inducen a los alumnos, ya que les hace pensar que los triángulos, cuadrados, rectángulos, etc. siempre tienen un lado paralelo al folio, puesto que los diagramas que utilizan, usan figuras con esas posiciones, por lo que cambiar esa idea es complicado. Con las actividades propuestas para mejorar diversos aspectos, este es uno de los que más se ha de trabajar, por ello la actividad 2 de la propuesta de mejora es la que considero más importante.

Las competencias que se han trabajado en el TFG y se han intentado alcanzar son las siguientes:

- Resolución de problemas geométricos relacionados con la vida cotidiana.
- Conocer los elementos de los polígonos, su presencia y aplicación a la vida cotidiana.

-Habilidad de interpretar y expresar con claridad y precisión, informaciones, datos y argumentaciones.

-Comprender y expresar un razonamiento matemático.

11. Bibliografía

Battista, M.T. y Clements, D.H., (2001). Logo and Geometric. Journal for research and Mathematics Education monograph. Reston, V.A.: *National Council of teachers of Mathematics*.

Battista, M.T. (2007). The development of Geometric and Spatial thinking. En Frank, K. Lester, J. R. (Ed) *Second Handbook of Research on Mathematics teaching and learning* (pp. 846-859).

Contreras, A.; García, I.J.; y García M. (2013). *Apuntes de Didáctica de la Geometría en Educación Primaria*. Universidad de Jaén.

Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Acta Scientiae. Revista de Ensino de Ciências e Matemática*.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en Educación Matemática*, (11), 111-132.

Kline, M., Martínez, M., Tarrés, J., Hernández Alonso, J., Casal, A., GarciaDiego Dantan, A. and Fernández, C. (2012). *El pensamiento Matemático de la Antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza Editorial, pp.88-93.

Ley orgánica para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) (Ley Orgánica 8/2013, 9 de diciembre). *Boletín Oficial del Estado*, nº 295, 2013, 10 diciembre.

ORDEN de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. (BOJA número 60 del 27 de marzo de 2015)

Segovia, I. & Rico, L. (2011). *Matemáticas para maestros de Educación Primaria*. Madrid: Pirámide.

<http://www.cerebriti.com/juegos-de-matematicas/poligonos#.WUwAN-vyjIU>

<http://www.mundoprimeria.com/juegos-matematicas/juegos-actividades-figuras-geometricas-4o-primaria/>

12. Anexos.

Anexo I: páginas del libro de cuarto



1 Lee atentamente el texto y averigua los tres instrumentos de caza que aparecen en él.



2 ¿Qué figuras planas y cuerpos geométricos aparecen en el texto? Dibújalos en tu cuaderno y escribe su nombre debajo.



3 ¿Crees que es importante que las personas mayores compartan sus experiencias con los más jóvenes? Razona tu respuesta.



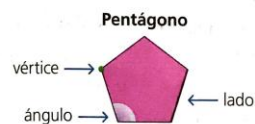
4 Busca información sobre las piedras con forma geométrica que se utilizan en las construcciones y elabora un mural para exponerlo en clase.

Contenidos previos

Polígonos y elementos

Un polígono está formado por una línea poligonal cerrada y su interior.

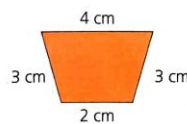
El nombre de un polígono depende del número de lados.



5 Dibuja un polígono de 6 lados y señala sus elementos.

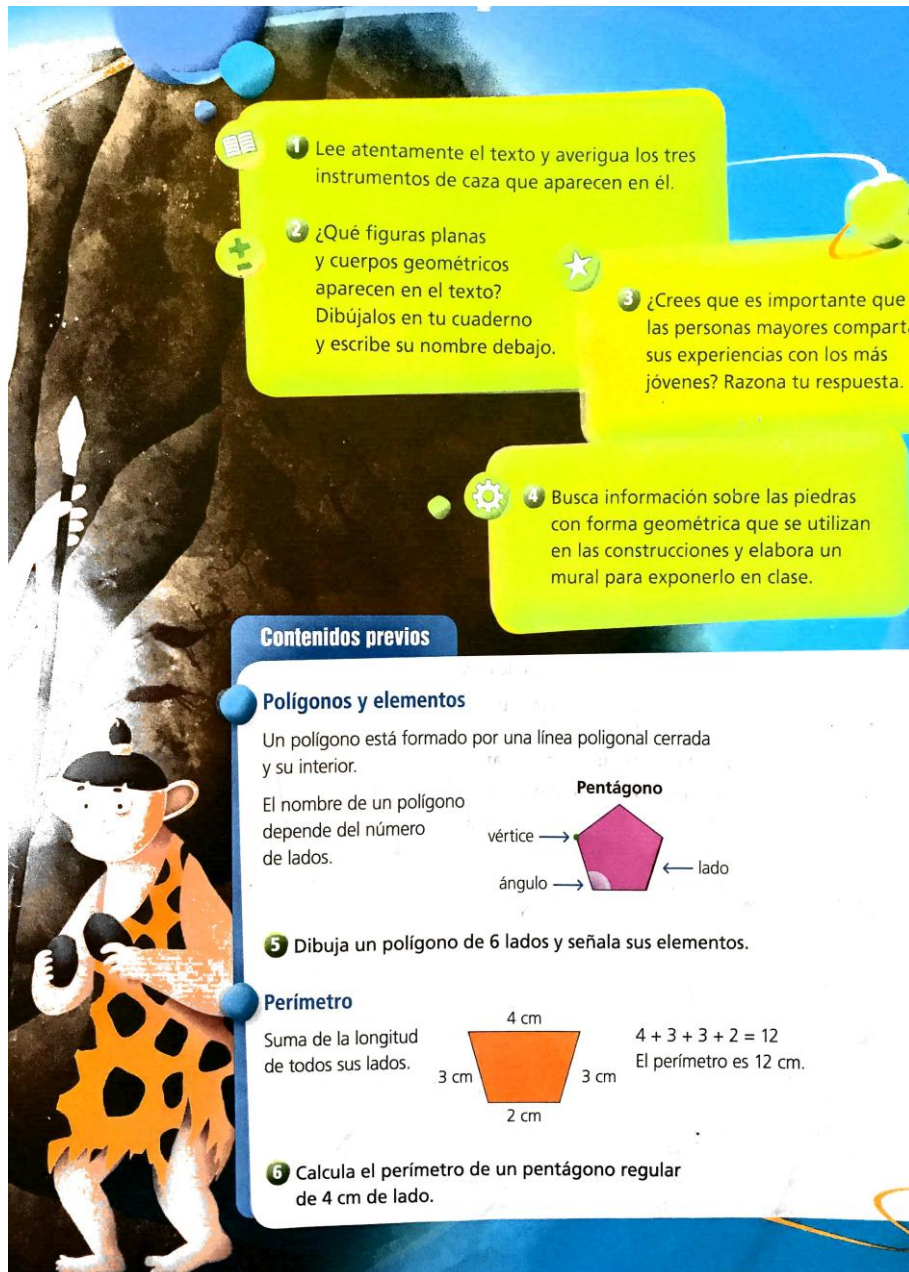
Perímetro

Suma de la longitud de todos sus lados.



$4 + 3 + 3 + 2 = 12$
El perímetro es 12 cm.

6 Calcula el perímetro de un pentágono regular de 4 cm de lado.



Clasificación de triángulos



Los triángulos son polígonos que tienen 3 lados.

► Según sus lados, se clasifican en:

Equilátero



3 lados iguales

Isósceles



2 lados iguales

Escaleno



3 lados desiguales

► Según sus ángulos, se clasifican en:

Acutángulo



3 ángulos agudos

Rectángulo



1 ángulo recto

Obtusángulo



1 ángulo obtuso



- 1 Lee las descripciones siguientes. ¿Cuál es la de los lados, cuál la del vértice y cuál la del ángulo?

Segmentos que forman la línea poligonal.

Región formada por el corte de los lados.

Punto donde se cortan dos lados.

- 2 Observa cómo las diagonales de estas figuras las descomponen en triángulos. ¿De qué clase es cada uno de esos triángulos según sus ángulos?



Diagonal



Segmento que une dos vértices que no están en el mismo lado.

- 3 Dibuja en tu cuaderno un triángulo rectángulo e isósceles y otro que sea escaleno y obtusángulo. ¿Puedes encontrar dos objetos de tu entorno que tengan la forma de algunos de estos triángulos?

Clasificación de cuadriláteros



Los cuadriláteros son polígonos que tienen 4 lados.

► Si tienen los lados opuestos iguales y paralelos, se llaman **paralelogramos**.

Paralelogramos

Cuadrado



4 lados iguales.
4 ángulos iguales.

Rectángulo



Lados iguales 2 a 2.
4 ángulos iguales.

Rombo



4 lados iguales.
Ángulos iguales 2 a 2.

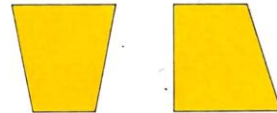
Romboide



Lados iguales 2 a 2.
Ángulos iguales 2 a 2.

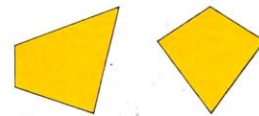
No paralelogramos

Trapecio



Solo 2 lados paralelos.

Trapezoide



Ningún lado paralelo a otro.



1 Calca y completa en tu cuaderno las figuras para formar el cuadrilátero que se pide. Después, traza sus diagonales.



cuadrado



trapecio



trapezoide



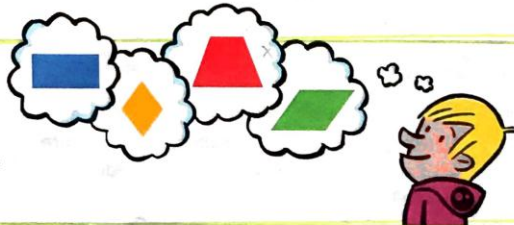
rombo



Lógica

2 ¿En qué figura piensa Pedro?

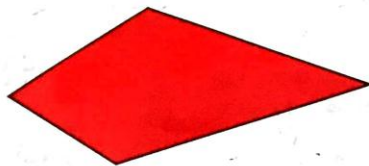
- Es un paralelogramo.
- No tiene todos los lados iguales.
- Sus ángulos son rectos.



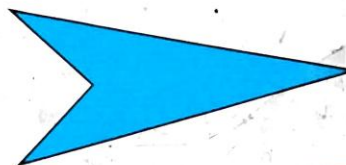
Concavidad y convexidad

- Un polígono es **convexo** si todos sus ángulos interiores miden menos de 180° , y **cóncavo** si al menos uno de sus ángulos interiores mide más de 180° .

Polígono convexo



Polígono cóncavo



- 1 Clasifica estos polígonos en cóncavos o convexos.



- 2 Dibuja un ángulo que mida más de 180° y completa un polígono a partir del ángulo dibujado. ¿Podrá ser el polígono dibujado cóncavo?
- 3 ¿Se puede formar un polígono cóncavo con 4 palillos iguales? Debatirlo en clase.
- 4 Formad equipos y dibujad en cartulinas dos polígonos cóncavos y dos convexos. Después, recortadlos y realizad un mural para exponerlo en clase.



Calculimetro

- 5 Calcula mentalmente.

• $450 : 10$	• $500 : 10$	• $80 : 10$
• $790 : 10$	• $900 : 10$	• $9400 : 10$

- 6 Prepara papel y lápiz y calcula.

• $792 - (413 + 210)$	• $621 + 399 - (312 : 2)$
• $913 + (5621 - 2642)$	• $(421 + 112) \times (803 - 401)$

Recuerda

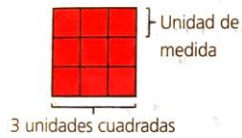
$$6200 : 10 = 620$$

Área del cuadrado y rectángulo



El área de una figura es la medida de su superficie.

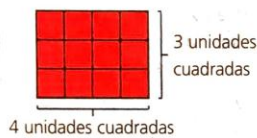
- Para calcular el área de un cuadrado tomo como unidad de medida el cuadrado pequeño.



$$\text{Área} = \text{lado} \times \text{lado}$$

$3 \times 3 = 9 \rightarrow$ El área de este cuadrado es 9 unidades cuadradas.

- Para calcular el área de un rectángulo multiplico sus lados, que son su base y su altura.



$$\text{Área} = \text{base} \times \text{altura}$$

$4 \times 3 = 12 \rightarrow$ El área de este rectángulo es 12 unidades cuadradas.



- 1 Calcula el área de estos cuadrados y rectángulos tomando como unidad de medida el cuadrado. ¿A cuántos triángulos equivale sabiendo que es la mitad del cuadrado?



Para medir una superficie puedo tomar distintas unidades de medida.



Tiene 4 de superficie.

Tiene 8 de superficie.



Problemas

- 2 María quiere calcular cuánto mide el perímetro de su mural de fotos. ¿Cuánto medirá su área en unidades cuadradas?



Lógica

- 3 ¿Dos figuras con distinta forma pueden tener la misma superficie? Razona tu respuesta.

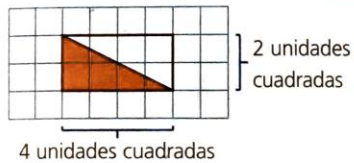


Recuerda

El **perímetro** de una figura es la suma de la longitud de todos sus lados.

Área del triángulo, el rombo y el trapecio

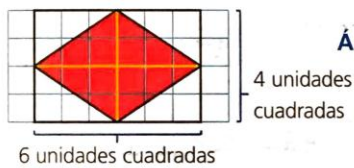
- El **área de un triángulo** es la mitad del área de un rectángulo.



$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$\frac{4 \times 2}{2} = 4 \rightarrow \text{El área de este triángulo es de 6 unidades cuadradas.}$$

- El **área de un rombo** es la mitad del área de un rectángulo.



$$\text{Área} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{\text{diagonal mayor} \times \text{diagonal menor}}{2}$$

$$\frac{6 \times 4}{2} = 12 \rightarrow \text{El área de este rombo es de 12 unidades cuadradas.}$$

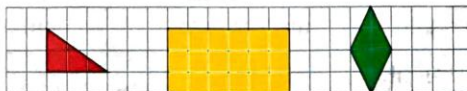
- El **área de un trapecio** es igual a la suma de sus bases por la altura dividido por dos.



$$\text{Área} = \frac{(\text{base} + \text{base}) \times \text{altura}}{2}$$

$$\frac{(6 + 2) \times 4}{2} = 16 \rightarrow \text{El área de este trapecio es de 16 unidades cuadradas.}$$

- 1 Calcula el área de estas figuras tomando como unidad de medida una unidad cuadrada.



Calculímetro

- 2 Calcula mentalmente.

• $7850 : 100$ • $6500 : 100$ • $9980 : 100$

- 3 Prepara papel y lápiz y calcula.

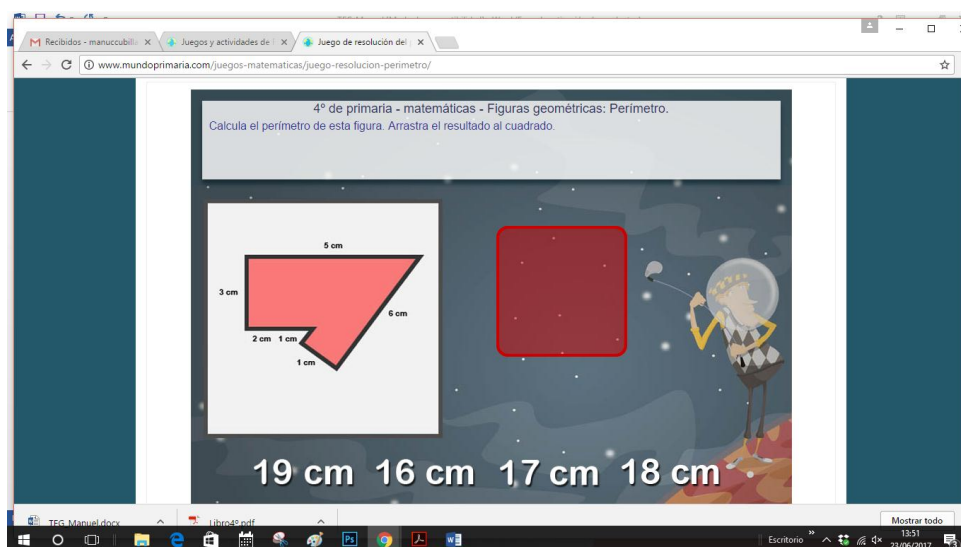
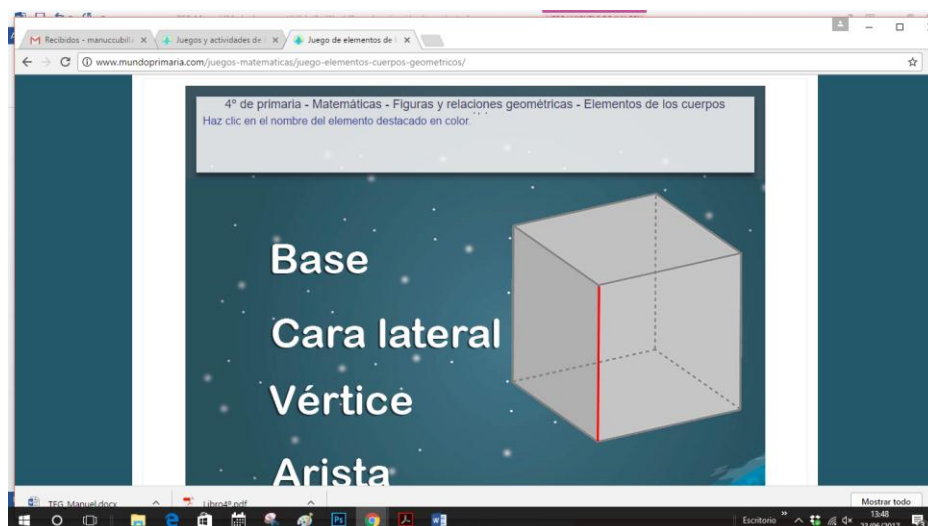
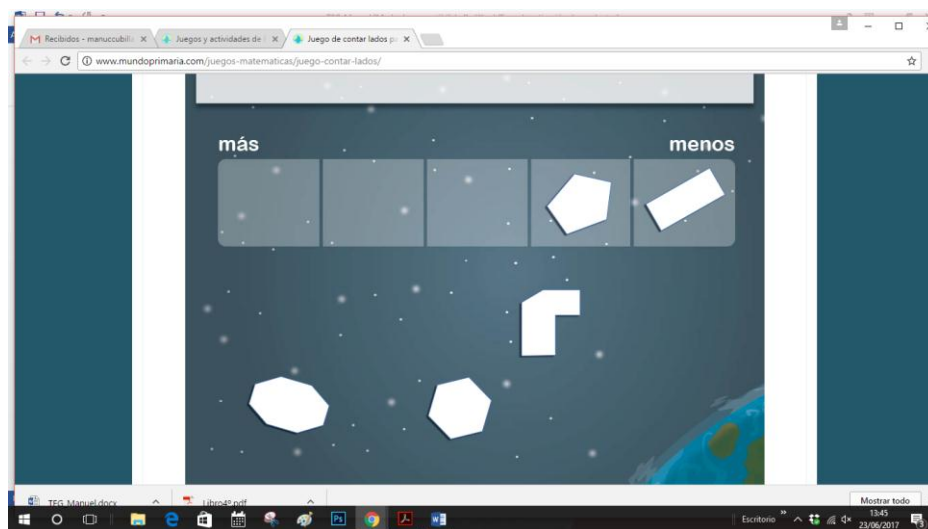
• $62,24 : 359$ • $38,95 : 754$ • $82,7 : 45,5$



Recuerda

$$34000 : 100 = 340$$

Anexo II: juegos de internet



Anexo III: cuestionarios

Nombre:

Fecha:

1- ¿Qué es un polígono?

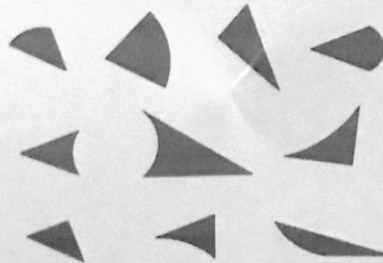
2- ¿Qué tipo de polígonos conoces?

3- ¿Qué es el perímetro de un polígono? ¿Y el área?

4- ¿Cómo se clasifican los triángulos?

5- Nombra al menos tres objetos cotidianos con forma triangular

6- Rodea solo las figuras que sea triángulos



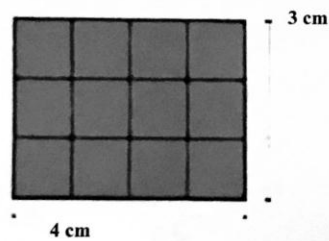
Nombre:

Fecha:

- a) ¿Qué es un polígono?
- b) ¿Qué tipos de polígonos conoces?
- c) Clasifica estos polígonos en cóncavos y convexos



- d) Halla el área de esta figura. Después descubre los triángulos ocultos y calcula el área de uno de ellos.



- e) Identifica cuales de estas figuras son triángulos

