



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

DISEÑO Y CÁLCULO DE UNA PLATAFORMA STEWART

Alumno: José Luis Criado Lainez

Tutor: Prof. D. Javier Fernández Aceituno
Depto.: Ingeniería Mecánica y Minera

Julio, 2024



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

DISEÑO Y CÁLCULO DE UNA PLATAFORMA STEWART

Tutor: Prof. D. Javier Fernández Aceituno

Alumno: José Luis Criado Lainez

AGRADECIMIENTOS

A mi tutor, Javier Fernández Aceituno, por la ayuda, los consejos y la atención ofrecida durante la realización y redacción de este TFG.

A mis amigos y compañeros de mesa en la biblioteca de la EPSL, por aliviar los momentos de estrés y sufrir todos juntos.

A mi novia, por acompañarme durante este último curso de carrera para ambos, tan lleno de experiencias, sentimientos y recuerdos.

A mi familia, por sus ánimos y apoyo incondicional a lo largo de toda mi etapa estudiantil hasta ahora y durante las próximas etapas de mi vida.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

RESUMEN	14
ABSTRACT	15
1. OBJETIVOS, METODOLOGÍA Y JUSTIFICACIÓN	17
1.1. Objetivos.....	17
1.2. Metodología	17
1.2.1. Justificación	19
2. ESTADO DEL ARTE	20
2.1. Análisis dinámico de las colisiones en el aterrizaje de un helicóptero para el diseño de un helipuerto activo sobre un barco [12].....	25
2.2. Diseño mecatrónico de una plataforma Stewart como aislador sísmico con un sistema de control activo [13].....	27
2.3. Diseño en Autodesk Inventor y simulación en MATLAB-Simulink de un modelo de una plataforma Stewart [14]	28
3. DISEÑO MECÁNICO	29
3.1. Elementos de la plataforma Stewart	29
3.2. Modelado de piezas	32
3.3. Ensamblaje y restricciones.....	34
4. SIMULACIÓN DINÁMICA DEL ENSAMBLAJE	38
4.1. Parámetros de simulación en software computacional	39
4.2. Problemas computacionales encontrados	42
4.3. Metodología para análisis cinemático inverso y directo como solución a los problemas computacionales.....	45
5. RESULTADOS NUMÉRICOS.....	50
5.1. Descripción de los casos de estudio.....	50
5.2. Caso 1: movimiento vertical	52
5.3. Caso 2: movimiento lateral y circular	60

5.4.	Caso 3: movimiento de trampilla.....	69
5.5.	Caso final: movimiento alternante inclinado	80
5.5.1.	Movimiento vertical alternante más movimiento horizontal alternante	80
5.5.2.	Movimiento vertical alternante más movimiento circular.....	85
5.5.3.	Movimiento alternante en yz más movimiento de trampilla alrededor del lado largo	86
5.5.4.	Movimiento alternante en yz más movimiento de trampilla alrededor del lado corto	89
5.5.5.	Movimiento alternante inclinado.....	91
5.5.6.	Dimensionamiento de los brazos actuadores.....	94
6.	CONCLUSIONES.....	96
6.1.	Volumen de movimiento	96
6.2.	Dimensionamiento de los brazos actuadores	96
6.3.	Objetivos secundarios	97
6.4.	Trabajos futuros	97
7.	REFERENCIAS	98
8.	ANEXOS.....	101
A.	Códigos de MATLAB para la generación de gráficas.....	101
B.	Fichas técnicas y planos del cilindro MC3018M25200 y de las juntas universales AR40673 de Airwork [17].....	106

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Máquina para probar neumáticos por V.E. Gough y S.G. Whitehall [4].	21
Figura 2.2. Simulador de vuelo propuesto por Georges H. Stewart [5].	21
Figura 2.3. Diseño en detalle de los brazos del actuador paralelo propuesto por Stewart [5].	22
Figura 2.4. Diseño esquemático de una plataforma Stewart con seis actuadores lineales como brazos y uniones de bola en sus extremos [6].	23
Figura 2.5. Plataforma Stewart de grandes dimensiones para la filmación de metrajes [7].	23
Figura 2.6. Plataforma Stewart de pequeñas dimensiones utilizable para la docencia [8].	23
Figura 2.7. Simulador de vuelo de Lufthansa sustentado por una plataforma Stewart [9].	24
Figura 2.8. Sistema de anclaje de la NASA basado en el sistema de acoplamiento estándar internacional (IDSS) [10].	24
Figura 2.9. Telescopio AMiBA situado en Hawaii durante su construcción en 2006 montado sobre una plataforma Stewart [11].	25
Figura 2.10. Montaje helipuerto sobre plataforma Stewart que forma un helipuerto activo [12].	26
Figura 2.11. Modelo de una plataforma Stewart, en Inventor, como aislador sísmico en un edificio, colocada una por cada columna estructural de este [13].	27
Figura 2.12. Trayectorias tridimensionales deseada y real del punto de referencia en el diseño de la plataforma Stewart de [14].	29
Figura 3.1. Distintas configuraciones de una plataforma Stewart diferenciadas por el número y tipo de articulaciones y actuadores utilizados [15].	30
Figura 3.2. Vista de alzado de la plataforma inferior fija o base (dimensiones en cm).	32
Figura 3.3. Modelo del pistón, parte del brazo actuador, con su carrera acotada.	33
Figura 3.4. Modelo del cilindro, parte del brazo actuador, con su carrera acotada.	33
Figura 3.5. Vista de planta de la plataforma superior móvil.	34
Figura 3.6. Ventana de edición de una unión de bola entre la base y un cilindro, estando marcado en azul el punto pivote.	35
Figura 3.7. Ventana de edición de los límites de una unión cilíndrica entre un cilindro y un pistón, siendo el punto azul oscuro el de referencia del cilindro y el azul claro el de referencia del pistón.	36

Figura 3.8. Puntos de unión de los brazos con la plataforma superior (izquierda) y con la inferior (derecha).	37
Figura 3.9. Vista de alzado de la plataforma Stewart en posición inicial.	37
Figura 3.10. Plataforma Stewart ensamblada en posición de referencia.	38
Figura 4.1. Espacio de trabajo en Dynamic Simulation con la ventana de edición de la gravedad y el sentido de esta en los ejes de referencia.	39
Figura 4.2. Ventana de edición de la <i>Spatial Joint</i> entre ambas plataformas.	41
Figura 4.3. Ventana de edición de las propiedades de la <i>Spatial Joint</i> (izquierda) y ventana de edición de la posición impuesta sobre el GdL seleccionado (derecha).	42
Figura 4.4. Fuerza actuante sobre cada uno de los brazos de la plataforma Stewart durante un movimiento vertical ascendente definido por el Método de imposición final.	43
Figura 4.5. Posición final de la plataforma Stewart después de un movimiento vertical ascendente definido por el Método de imposición final.	44
Figura 4.6. Evolución de la posición longitudinal de las uniones cilíndricas de los brazos durante un movimiento vertical ascendente definido por el Método de imposición final.	46
Figura 4.7. Ventana de edición de la posición longitudinal de una de las uniones cilíndricas con el spline correspondiente de la simulación de comprobación cargado.	47
Figura 4.8. Posición final de la plataforma Stewart después de un movimiento vertical ascendente definido por el Método de imposición articular.	47
Figura 4.9. Fuerza actuante sobre cada uno de los brazos de la plataforma Stewart durante un movimiento vertical ascendente definido por el Método de imposición articular.	48
Figura 4.10. Fuerza actuante sobre un brazo de la plataforma Stewart durante un movimiento vertical ascendente definido por el Método de simulación para distintas masas de la plataforma superior.	49
Figura 5.1. Vista frontal de una posición inicial para simular el movimiento vertical. Orígenes de los sistemas de referencia puntuados y distancias entre ellos acotadas.	53
Figura 5.2. Alturas máximas alcanzadas por la plataforma Stewart en función de una distancia lateral fija en el plano xy. Posiciones finales de las plataformas superpuestas para las distancias laterales central y extremas. Línea de tendencia polinómica también representada.	54

Figura 5.3. Alturas mínimas alcanzadas por la plataforma Stewart en función de una distancia lateral fija en el plano xy. Posiciones finales de las plataformas superpuestas para las distancias laterales central y extremas. Línea de tendencia polinómica también representada.	54
Figura 5.4. Vistas tridimensionales de la plataforma Stewart junto con el sistema de referencia general del ensamblaje.	55
Figura 5.5. Rango de posiciones del origen del sistema de referencia de la plataforma superior que cumplen con las restricciones estructurales en el plano xy.	56
Figura 5.6. Brazos de la plataforma Stewart numerados y clasificados.	58
Figura 5.7. Evolución de las fuerzas actuantes en cada tipo de brazo durante la simulación de un movimiento vertical alternante a una distancia en x de -20 cm.	58
Figura 5.8. Evolución de las fuerzas actuantes en cada tipo de brazo durante la simulación de un movimiento vertical alternante a una distancia en x de 20 cm.	59
Figura 5.9. Evolución de las fuerzas actuantes en cada tipo de brazo durante la simulación de un movimiento vertical alternante a una distancia lateral nula.	59
Figura 5.10. Distancias laterales máximas (rojo) alcanzadas por la plataforma Stewart en función de una altura fija en el plano xy. Posiciones finales de las plataformas superpuestas para las alturas máxima y mínima (azul), y para las distancias laterales máximas a una altura de 20 cm. Línea de tendencia polinómica también representadas.	62
Figura 5.11. Volumen de posiciones del origen del sistema de referencia superior que cumplen con las restricciones estructurales cuando la plataforma Stewart describe un movimiento circular sin inclinación.	62
Figura 5.12. Evolución de la fuerza actuante (rojo) sobre uno de los brazos largos de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica (verde) de dicho brazo durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas junto con las posiciones longitudinales y los momentos en los que ocurren marcados.	64
Figura 5.13. Evolución de la fuerza actuante (rojo) sobre uno de los brazos intermedios de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica (verde) de dicho brazo durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas junto con las posiciones longitudinales y los momentos en los que ocurren marcados.	65
Figura 5.14. Evolución de la fuerza actuante (rojo) sobre uno de los brazos cortos de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica (verde) de dicho brazo durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas y mínimas junto con las posiciones longitudinales y los momentos en los que ocurren marcados.	65

Figura 5.15. Posición de la plataforma Stewart en el momento 1 (izquierda) y en el momento 2 (derecha) durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. En cada situación, de izquierda a derecha se resalta un brazo largo, intermedio y corto.	66
Figura 5.16. Evolución de la fuerza actuante sobre uno de los brazos de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica de dicho brazo durante un movimiento circular a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas, posiciones máximas y mínimas, y los momentos en los que ocurren marcados.	67
Figura 5.17. Vista de alzado de la plataforma Stewart en el momento 1.1 de fuerza máxima en el brazo resaltado (izquierda) y en el momento 1.2 de posición cilíndrica máxima del mismo brazo (derecha). Sentido de giro también indicado.	68
Figura 5.18. Vista de alzado de la plataforma Stewart en el momento 2.1 de fuerza máxima en el brazo resaltado (izquierda) y en el momento 2.2 de posición cilíndrica mínima del mismo brazo (derecha). Sentido de giro también indicado.	68
Figura 5.19. Origen del sistema de referencia superior colocado en el punto medio del lado largo de la plataforma superior (izquierda) y en el punto medio del lado corto (derecha). Distancias laterales al sistema de referencia inferior acotadas.	69
Figura 5.20. Posiciones inicial (izquierda) y final (derecha) de la plataforma Stewart cuando simula un movimiento de trampilla sobre su lado largo. Distancias características de la posición inicial y ángulo máximo final acotados.	72
Figura 5.21. Posiciones inicial (izquierda) y final (derecha) de la plataforma Stewart cuando simula un movimiento de trampilla sobre su lado corto. Distancias características de la posición inicial y ángulo máximo final acotados.	73
Figura 5.22. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -13,66 cm.	73
Figura 5.23. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 27,5 cm y a una distancia en x de -13,66 cm.	74
Figura 5.24. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 35 cm y a una distancia en x de -13,66 cm.	74
Figura 5.25. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -33,66 cm.	75

Figura 5.26. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -8,66 cm.	76
Figura 5.27. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de 16,34 cm.	76
Figura 5.28. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -23,66 cm.	77
Figura 5.29. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado corto de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -2,009 cm.	78
Figura 5.30. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de 6,34 cm.	78
Figura 5.31. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado corto de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de 27,991 cm.	79
Figura 5.32. Funciones senoidales que describen la coordenada y (rojo) y la coordenada x (verde) durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano xy.	82
Figura 5.33. Evolución de las fuerzas actuantes sobre los brazos largos (rojo), intermedios (verde) y cortos (azul) durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano xy.	82
Figura 5.34. Evolución de las fuerzas actuantes sobre cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz.	83
Figura 5.35. Evolución de la posición longitudinal de la unión cilíndrica de cada tipología de brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano xy.	84
Figura 5.36. Evolución de la posición longitudinal de la unión cilíndrica de cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz.	84
Figura 5.37. Evolución de las fuerzas actuantes sobre cada brazo durante un movimiento vertical alternante y circular. Envolvente superior también representada.	86
Figura 5.38. Posición de dos pistones dentro de sus respectivos cilindros cuando la plataforma Stewart tiene una altura de 20 cm, una distancia en z de -25 cm y un ángulo alrededor del lado largo horizontal de 5°.	88

Figura 5.39. Evolución de las fuerzas actuantes sobre cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz y un movimiento de trampilla alternante alrededor del lado largo de la plataforma superior.	89
Figura 5.40. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz y un movimiento de trampilla alternante alrededor del lado corto de la plataforma superior.	91
Figura 5.41. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo de la plataforma Stewart durante una combinación de un movimiento vertical alternante entre 20 y 25 cm, y de un movimiento horizontal alternante entre -20 y 20 cm en dirección z. Envolvente superior y el punto de máxima sollicitación también representados.	92
Figura 5.42. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo de la plataforma Stewart durante una combinación de un movimiento vertical alternante entre 20 y 25 cm, de un movimiento horizontal alternante entre -20 y 20 cm en dirección z, y de un movimiento de trampilla alrededor del lado largo de la plataforma superior alternante entre 0° y 20°. Envolvente superior y el punto de máxima sollicitación también representados.	92
Figura 5.43. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo de la plataforma Stewart durante una combinación de un movimiento vertical alternante entre 20 y 25 cm, de un movimiento horizontal alternante entre -20 y 20 cm en dirección z, y de un movimiento de trampilla alrededor del lado corto de la plataforma superior alternante entre 0° y 20°. Envolvente superior y el punto de máxima sollicitación también representados.	93
Figura 5.44. Volumen de movimiento para el origen del sistema de referencia superior en el que la plataforma superior puede rotar alrededor de sus aristas paralelas a la dirección z hasta un ángulo máximo de 20°.	94
Figura 5.45. Carreras permitidas en función del diámetro y del tipo de cilindro ISO 6432 de Airwork [17]. Dimensiones del sistema cilindro-pistón modelado remarcadas.	95
Figura 5.46. Fuerzas máximas permitidas por los cilindros ISO 6432 de Airwork [17] en función de su diámetro. Valores correspondientes a las dimensiones del sistema cilindro-pistón modelado remarcados.	95

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 5.1. Fuerzas máximas actuantes sobre cada tipo de brazo en función de la distancia lateral durante un movimiento vertical alternante.	60
Tabla 5.2. Posibles valores de altura y distancia en x iniciales de la plataforma Stewart para simular el movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior.	70
Tabla 5.3. Posibles valores de altura y distancia en x iniciales de la plataforma Stewart para simular el movimiento de trampilla sobre el lado corto de la plataforma superior.	70
Tabla 5.4. Ángulos máximos de la plataforma superior sobre la horizontal cuando rota sobre su lado largo, en función de la altura y la distancia en x iniciales.	71
Tabla 5.5. Ángulos máximos de la plataforma superior sobre la horizontal cuando rota sobre su lado corto, en función de la altura y la distancia en x iniciales.	72

RESUMEN

Una plataforma Stewart es un actuador paralelo de 6 grados de libertad que se presenta como una gran alternativa a los comúnmente usados actuadores serie cuando se busca un mecanismo con mayor precisión en los movimientos, mayor rigidez y mayor capacidad de carga. Estas características han supuesto un aumento reciente en la implementación de los hexápodos tanto en ámbitos industriales (aeroespacial o astronómico) como en ámbitos del entretenimiento o de la docencia.

Este trabajo persigue servir como base cinemática y dinámica para futuros proyectos cuya intención sea la fabricación de una plataforma Stewart con fines didácticos o de investigación. Para ello, mediante el software Autodesk Inventor, se han diseñado los componentes del mecanismo y se han ensamblado aplicando restricciones reales.

Los resultados se han obtenido simulando diversos movimientos en la estructura con la finalidad de encontrar los límites del volumen de movimiento y de, en función del peso aplicado, dimensionar los actuadores. Cumpliéndose así los objetivos del trabajo y demostrando el potencial de los actuadores paralelo en el ámbito industrial y en el ámbito formativo ingenieril.

ABSTRACT

A Stewart platform is a parallel actuator with 6 degrees of freedom that is presented as a great alternative to the commonly used serial actuators when looking for a mechanism with greater precision in movements, greater rigidity and greater load capacity. These characteristics have led to a recent increase in the implementation of hexapods both in industrial fields (aerospace and astronomy) and in the fields of entertainment and teaching.

This work aims to serve as a kinematic and dynamic basis for future projects whose intention is to manufacture a Stewart platform for teaching or research purposes. To this end, using Autodesk Inventor software, the components of the mechanism have been designed and assembled by applying real constraints.

The results were obtained by simulating various movements in the structure in order to find the limits of the movement volume and, depending on the weight applied, to dimension the actuators. Thus fulfilling the objectives of the work and demonstrating the potential of parallel actuators in the industrial and engineering training fields.

1. OBJETIVOS, METODOLOGÍA Y JUSTIFICACIÓN

En este capítulo se presentan y definen tanto los objetivos generales, como los específicos marcados para este trabajo. Además, se justifica la importancia e impacto de este proyecto en el ámbito universitario hacia el que va dirigido.

1.1. Objetivos

Este documento está motivado por el reciente auge en la utilización y desarrollo de los actuadores paralelos, como la plataforma Stewart o hexápodo, en una gran variedad de ámbitos [1]. Por lo que resulta conveniente introducir estos mecanismos en los niveles formativos de los ingenieros que trabajarán con ellos en su futuro laboral. De esta forma, se definen los objetivos principales de este proyecto como:

- La **obtención del volumen de movimiento** de una plataforma Stewart dimensionada para aplicaciones universitarias, es decir, el lugar geométrico tridimensional en el que la estructura es capaz de realizar ciertos movimientos, en determinados rangos, libremente.
- El **dimensionamiento de los brazos actuadores** de la plataforma Stewart mediante la elección de unas dimensiones normalizadas y el estudio de la máxima sollicitación posible en función del peso soportado.

1.2. Metodología

La metodología se basa en el software Autodesk Inventor 2025 para modelar, ensamblar, restringir, simular y calcular resultados.

Primeramente, se estudia la estructura de una plataforma Stewart típica y se desglosa en los distintos componentes y juntas que la componen, por ejemplo, elementos

en los que consisten los brazos actuadores y cómo interactúan entre sí. Seguidamente, se seleccionan unas dimensiones normalizadas, coherentes entre ellas y adecuadas para un prototipo a pequeña escala aplicable al ámbito universitario y docente.

A continuación, se modelan en Inventor las distintas piezas del prototipo adaptando su geometría para facilitar el establecimiento de las conexiones entre ellos, por ejemplo, esferas para juntas de bola o cilindros huecos para uniones cilíndricas.

Una vez diseñadas las piezas individualmente, se ensamblan aplicando los tipos de unión proporcionados por Inventor que mejor representan la capacidad de movimiento y los grados de libertad de una plataforma Stewart real. Además de establecer restricciones y limitaciones reales, como por ejemplo, la carrera de un sistema cilindro-pistón.

Finalizada la etapa de modelado, le sigue la etapa de simulación. La filosofía a seguir consiste en simular primeramente movimientos sencillos, listados a continuación, en uno o dos grados de libertad, con el fin de encontrar posiciones limítrofes del rango de actuación del prototipo.

- Movimientos **verticales** de subida y bajada con los que se hallan las alturas máximas y mínimas alcanzadas por la plataforma Stewart desde distintas posiciones iniciales.
- Movimientos **horizontales** con los que se hallan las distancias laterales o radios máximos para luego aplicarlos a movimientos **laterales y circulares** a distintas alturas.
- Movimientos **de trampilla** o de rotación alrededor de distintos ejes con los que se hallan los ángulos máximos de inclinación sobre la horizontal alcanzados por la plataforma Stewart desde distintas posiciones iniciales.

Seguidamente, se estudian los efectos de distintas combinaciones de movimientos en los límites individuales anteriormente establecidos, y en consecuencia, en el rango total de movimiento de la plataforma. Finalmente, se establecen unas condiciones de movimiento específicas que permitan una simulación ininterrumpida del mecanismo que lo

mantenga en todo momento dentro del volumen de movimiento definido. Esta última simulación se denomina simulación de un movimiento alternante inclinado.

Un factor que influye a la hora de definir el movimiento final es el peso que soporta la plataforma, o consecuentemente, la fuerza que soportan los brazos actuadores. Además de estudiar los límites del volumen de movimiento de la plataforma, también se estudia qué movimientos y posiciones hacen que las solicitudes sobre los brazos sean mayores, con la meta de encontrar el valor de la máxima fuerza posible soportada por la plataforma Stewart, en función del peso total de esta.

En conclusión, tras realizar y estudiar todas las simulaciones, se habrán cumplido los objetivos principales de definir el rango tridimensional de movimiento de la plataforma y de dimensionar los brazos actuadores, desde un catálogo comercial, con las dimensiones establecidas y la solicitud máxima obtenida.

1.2.1. Justificación

La investigación alrededor de la plataforma Stewart y los actuadores paralelos está siendo crucial en el mundo empresarial debido a las posibilidades que estos mecanismos ofrecen en términos de precisión, rigidez y capacidad de carga en comparación con los tradicionalmente utilizados actuadores serie [2]. En ámbitos como el aeroespacial [9, 10] o el astronómico [11], la plataforma Stewart ya es un mecanismo ampliamente utilizado y confiable para una gran variedad de finalidades.

La elección del software Autodesk Inventor 2025 para todas las etapas de la metodología, a diferencia de otros artículos que lo utilizan únicamente para el modelado [13, 14], se basa en profundizar en las posibilidades de simulación cinemática y dinámica del programa. Además, el entorno de trabajo de simulación *Dynamic Simulation* proporciona animaciones realistas de los movimientos que, visualmente, son de gran ayuda para comprender el comportamiento de la plataforma Stewart e interpretar los resultados obtenidos.

En este documento se establece una nueva metodología, basada en las técnicas de cinemática directa e inversa [3], para hallar resultados de variables como fuerza, posición, velocidad o aceleración, de cualquier componente y unión de cualquier mecanismo sobre el que se aplique. Este método puede ayudar a detectar problemas y, en consecuencia, a optimizar el diseño en términos de eficiencia y durabilidad.

Este trabajo espera contribuir, además de demostrando la capacidad de Inventor como simulador, proporcionando un punto de partida para futuros proyectos sobre la plataforma Stewart. Ya sea desde un punto de vista del diseño, cinemático o dinámico.

2. ESTADO DEL ARTE

En este capítulo se dará contexto histórico y bibliográfico sobre la plataforma Stewart. Concretamente, se profundizará en su origen, los primeros artículos sobre esta tecnología, su evolución, sus aplicaciones y sus áreas de desarrollo actuales.

El origen de la plataforma Stewart se remonta a la década de 1960. Una época de gran desarrollo tecnológico e ingenieril, marcada por el período de paz posterior a la Segunda Guerra Mundial. El mejor y más famoso ejemplo de estos avances es la carrera espacial, motivada por la Guerra Fría. También hubo invenciones muy notables en muchos otros campos de la industria. Por ejemplo, las primeras computadoras de IBM o los primeros circuitos integrados que, posteriormente, desembocarían en la revolución digital. Además, se alcanzaron en esta época hitos muy importantes en el campo de la medicina, como la invención del marcapasos o el primer trasplante de corazón humano.

El primer prototipo funcional de un actuador paralelo es una máquina para probar neumáticos de 1955 creada por V.E. Gough y S.G. Whitehall [4] (Figura 2.1). Sin embargo, es el artículo publicado por Georges H. Stewart en 1965 [5] el que se considera como punto de partida de los actuadores paralelos como los conocemos actualmente.

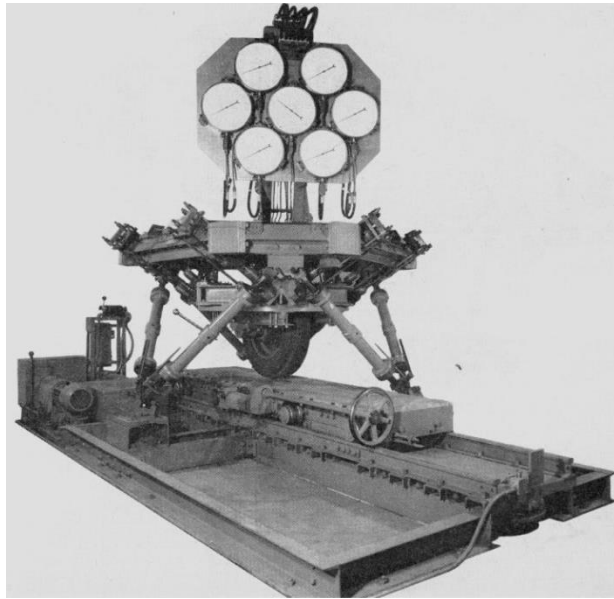


Figura 2.1. Máquina para probar neumáticos por V.E. Gough y S.G. Whitehall [4].

En dicho artículo, Stewart propone un simulador de vuelo compuesto por una cabina triangular sustentada por tres brazos (Figura 2.2), en lugar de los seis que componen una plataforma Stewart típica actual.

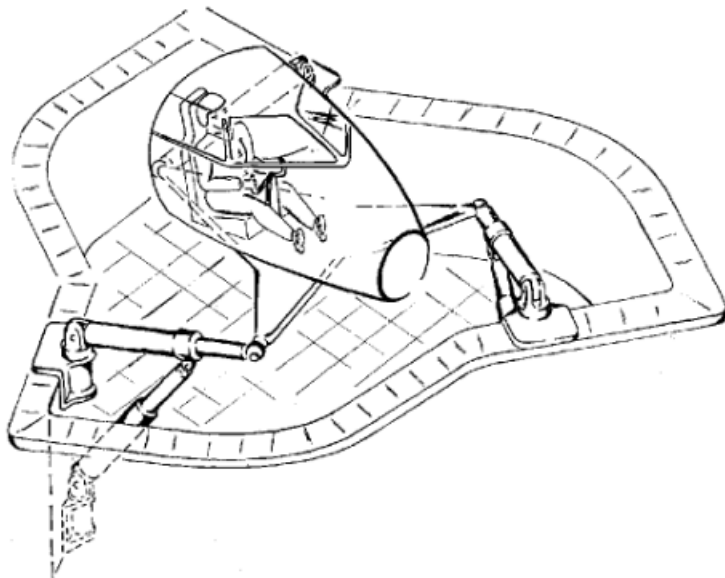


Figura 2.2. Simulador de vuelo propuesto por Georges H. Stewart [5].

El diseño de un brazo del actuador paralelo de Stewart se puede ver detallado en la Figura 2.3. Está formado por dos actuadores lineales, ambos unidos a una superficie fija por articulaciones que permiten la rotación en dos ejes. Uno de ellos se une, en su extremo libre, a la cabina por una junta que permite la rotación en los tres ejes. Mientras que el otro, se une al primero por una articulación que permite la rotación en un solo eje.

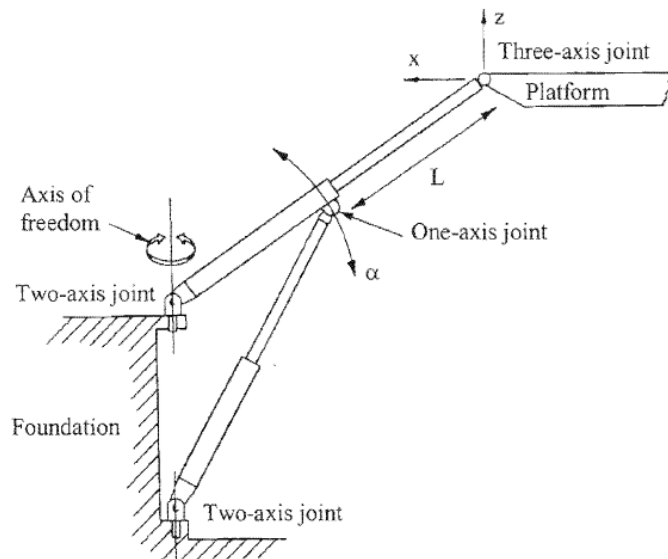


Figura 2.3. Diseño en detalle de los brazos del actuador paralelo propuesto por Stewart [5].

La posición de la cabina de vuelo queda entonces controlada por la posición de cada uno de los tres puntos de unión con los brazos. A su vez, la posición de dichos puntos es determinada por el par de actuadores de cada brazo, siendo el primero descrito el que controla la componente lineal de la posición y el segundo, el que controla la componente polar.

Aunque este diseño esté obsoleto en la actualidad, Stewart menciona la posibilidad de seis puntos de unión a la cabina mediante brazos únicamente compuestos por un actuador lineal cada uno, y con articulaciones que permiten la rotación en los tres ejes en ambos extremos. Esta última descripción encaja mejor con el diseño más común de una plataforma Stewart actual (Figura 2.4).

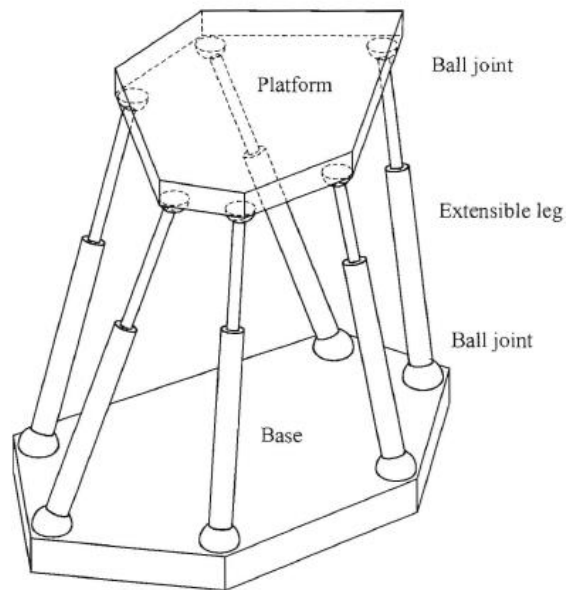


Figura 2.4. Diseño esquemático de una plataforma Stewart con seis actuadores lineales como brazos y uniones de bola en sus extremos [6].

Los diseños actuales de la plataforma Stewart son muy diversos. Pueden ir desde grandes versiones en el ámbito del entretenimiento (Figura 2.5) [7], hasta aplicaciones didácticas o de investigación con pequeños modelos a escala (Figura 2.6) [8]. Sin embargo, donde más vital es su presencia es en los campos aeroespacial y astronómico.



Figura 1.2.5. Plataforma Stewart de grandes dimensiones para la filmación de metrajes [7].



Figura 1.2.6. Plataforma Stewart de pequeñas dimensiones utilizable para la docencia [8].

Como se puede ver en la Figura 2.7, las compañías aéreas utilizan simuladores de vuelo basados en plataformas Stewart [9]. Con este mecanismo consiguen la precisión necesaria para recrear las situaciones a las que se verá sometida la aeronave durante su vida útil. También en este ámbito, los sistemas de anclaje presentes en la Estación Espacial Internacional fueron diseñados por la NASA basándose en actuadores paralelos (Figura 2.8) [10].



Figura 1.2.7. Simulador de vuelo de Lufthansa sustentado por una plataforma Stewart [9].



Figura 1.2.8. Sistema de anclaje de la NASA basado en el sistema de acoplamiento estándar internacional (IDSS) [10].

Por último, debido a la gran precisión que pueden llegar a proporcionar los actuadores paralelos, en el campo astronómico se utilizan hexápodos como base para telescopios (Figura 2.9) [11]. Siendo así capaces de redirigirse y enfocarse correctamente en objetivos a grandes distancias.



**Figura 1.2.9. Telescopio AMiBA
situado en Hawaii durante su
construcción en 2006 montado
sobre una plataforma Stewart [11].**

A continuación, se resumen brevemente cuatro artículos sobre la plataforma Stewart, representativos de los campos de investigación y desarrollo actuales para este tipo de mecanismo. Además, la lectura de estos ha servido como base e inspiración para el desarrollo de este proyecto.

2.1. Análisis dinámico de las colisiones en el aterrizaje de un helicóptero para el diseño de un helipuerto activo sobre un barco [12]

Este artículo resalta la importancia de los helicópteros en operaciones marinas y la dificultad que presentan las condiciones en las que se tiene que realizar un aterrizaje sobre un barco en movimiento. También describe los distintos métodos existentes para facilitar esta tarea junto con los inconvenientes que cada uno presenta.

Como alternativa, los autores presentan un helipuerto montado sobre una plataforma Stewart (Figura 2.10), con el objetivo de garantizar unas condiciones de aterrizaje más sencillas y seguras para la persona encargada de aterrizar el vehículo.

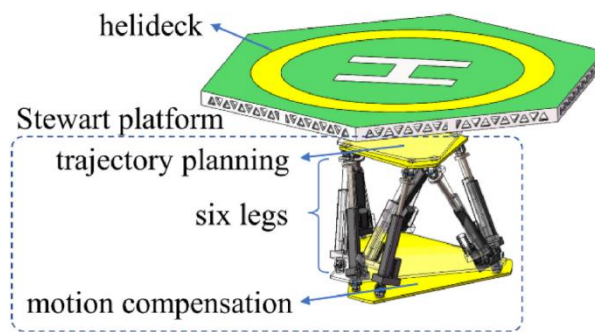


Figura 2.10. Montaje helipuerto sobre plataforma Stewart que forma un helipuerto activo [12].

Primeramente, se define un modelo matemático dinámico que describe el comportamiento de los brazos actuadores en función del movimiento del barco para asegurar una superficie de aterrizaje lo más estable y horizontal posible. Posteriormente, se crea otro modelo matemático, esta vez cinemático, que describe la trayectoria que describe un helicóptero durante su aterrizaje.

Finalmente, se combinan y se simulan ambos modelos a distintas velocidades y posiciones del helicóptero respecto del helipuerto. Los resultados que se obtienen son las posiciones y las fuerzas soportadas por los brazos durante el aterrizaje, los cuales deben mantener el helipuerto lo más estático posible.

De esta manera, se demuestra la validez de los modelos matemáticos y la viabilidad de este sistema de atenuación de las fuerzas de colisión en el helicóptero para asegurar aterrizajes más seguros. Adicionalmente, se presenta un método de predicción de la trayectoria del helicóptero, a implementar en el modelo matemático dinámico de la plataforma Stewart, que reduciría la fuerza inmediata en los brazos a la mitad para las mismas condiciones de estabilidad.

El estudio realizado en el artículo sobre las fuerzas de colisión entre el helicóptero y el helipuerto puede asemejarse al objetivo en este trabajo de dimensionar los brazos actuadores en función a la solicitación máxima soportada. Estas fuerzas de colisión resultan ser prácticamente inmediatas y, con diferencia, las máximas durante el proceso de aterrizaje.

2.2. Diseño mecatrónico de una plataforma Stewart como aislador sísmico con un sistema de control activo [13]

La utilización de la plataforma Stewart como disipador de vibraciones es el campo de investigación y desarrollo más amplio para estos mecanismos. Este artículo diseña y propone una plataforma Stewart como un aislador sísmico que disipe las excitaciones y vibraciones sísmicas en un edificio de cinco plantas localizado en Lima, Perú (Figura 2.11).

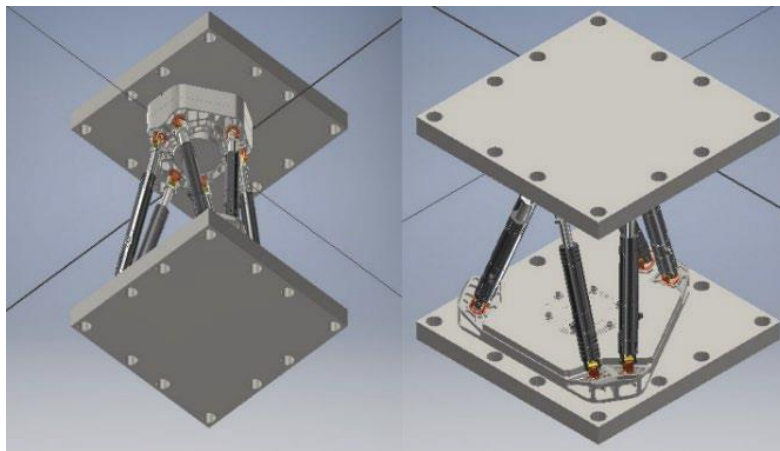


Figura 2.211. Modelo de una plataforma Stewart, en Inventor, como aislador sísmico en un edificio, colocada una por cada columna estructural de este [13].

Primeramente, se dimensionan tanto el edificio como los componentes de la plataforma en el software Autodesk Inventor, al igual que en este trabajo. Luego, a los elementos del edificio se les asignan los materiales reales correspondientes para realizar un análisis de tensión estático, también en Inventor, en los componentes de la plataforma. De esta forma se pueden seleccionar los materiales del hexápodo en función de los esfuerzos críticos.

Posteriormente, se simulan distintas combinaciones de perturbaciones en cada uno de los ejes cartesianos. En función de los resultados, se programa electrónicamente el comportamiento de los brazos actuadores de forma que proporcionen una respuesta lo más inmediata posible ante cualquier vibración sufrida.

2.3. Diseño en Autodesk Inventor y simulación en MATLAB-Simulink de un modelo de una plataforma Stewart [14]

Este artículo comparte bastantes similitudes con este trabajo. Por ejemplo, el diseño del modelo de la plataforma Stewart se realiza en Inventor, se utiliza la técnica de la cinemática inversa para la simulación y cálculo de resultados, y se comparte el objetivo de obtener limitaciones espaciales en el movimiento del modelo.

En cambio, las simulaciones son llevadas a cabo en el software MATLAB-Simulink. Además de no llegar a definir la totalidad del volumen de movimiento, únicamente las limitaciones laterales a una altura fija sin inclinación. Tampoco se dimensionan los brazos actuadores en función de la fuerza máxima soportada.

Los autores se centran principalmente en la creación de un modelo de simulación con las herramientas de Simulink y en la verificación de este mediante la cinemática inversa. Concretando en la metodología, se establece un punto de referencia en la plataforma móvil (punto central) y se fija una altura, alineada sobre el punto central de la plataforma fija. Esta posición es la inicial del movimiento.

Seguidamente, se define una trayectoria deseada a cumplir por el punto de referencia, la cual es una espiral que va girando alrededor de la posición inicial a la vez que se va alejando lateralmente de ella. El modelo de simulación creado intentará que se siga la trayectoria en todo momento, sin embargo, hay momentos en los que las limitaciones mecánicas no lo permiten. Es por esto que el modelo está programado de tal forma que, en vez de detener la simulación en estos momentos, continúa con ella asegurando que la posición del punto de referencia es la más cercana posible a la deseada (Figura 2.12).

La presentación de resultados graficados en este artículo ha servido como inspiración para este mismo aspecto del trabajo. Es decir, las gráficas presentadas a lo largo de este documento son obtenidas con MATLAB. Además, aquellas que representan variables espaciales se centran en la posición de un punto de referencia sobre el componente final de la plataforma Stewart.

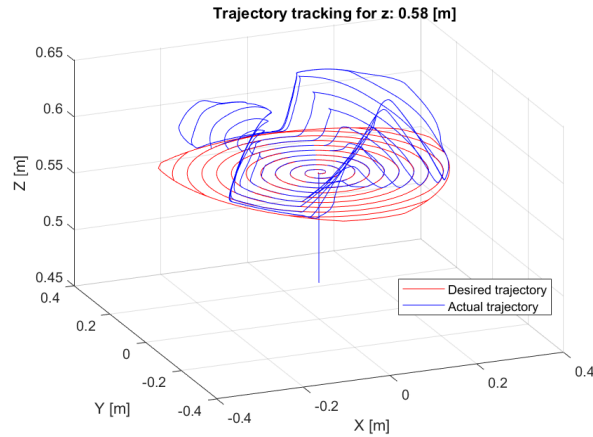


Figura 2.12. Trayectorias tridimensionales deseada y real del punto de referencia en el diseño de la plataforma Stewart de [14].

3. DISEÑO MECÁNICO

En este capítulo se determinarán la geometría y las dimensiones del prototipo de una plataforma Stewart a estudiar en los siguientes capítulos. Para ello, en el primer apartado se definen con detalle los conceptos de actuador paralelo y plataforma Stewart, desglosando la configuración y determinando los grados de libertad del hexápodo; en el segundo apartado se diseñan y se dimensionan las piezas del prototipo; y en el tercer apartado se ensamblan, se aplican restricciones estructurales y se establece una posición de referencia.

3.1. Elementos de la plataforma Stewart

La plataforma Stewart es un actuador paralelo que consta de dos plataformas, una fija y otra móvil, que se conectan mediante tres o seis enlaces para permitir movimientos precisos en seis grados de libertad en un espacio tridimensional. En este caso, las plataformas están conectadas por seis brazos actuadores como enlaces.

Un actuador paralelo es un sistema mecánico cuya principal característica es que la base está directamente conectada a la plataforma móvil (componente final que interactúa con el ambiente) a través de más de un enlace o unión al mismo tiempo, típicamente tres o seis. A diferencia de los actuadores lineales, que unen la base con el componente final mediante una serie de enlaces conectados entre sí.

Consecuentemente, la capacidad de movimiento del componente final en un actuador paralelo depende del número total de enlaces, restringiéndose cuanto mayor sea esta cantidad. Mientras que, en el caso de los actuadores lineales ocurre lo contrario, es decir, se incrementa la capacidad de movimiento cuanto mayor sea la cadena de enlaces entre la base y el componente final [6].

En la Figura 3.1 se presentan distintas configuraciones de hexápodos, indicando los tipos de articulaciones y actuadores en cada una. Se distinguen la configuración del simulador de vuelo de Stewart [5] en la opción B, y la configuración en la cual se basa este trabajo para diseñar el prototipo a estudiar, en la opción C. Con la única diferencia en que, la configuración usada en este trabajo tendrá articulaciones esféricas o de bola tanto en la plataforma inferior como en la superior, siendo una mejor representación la Figura 2.4.

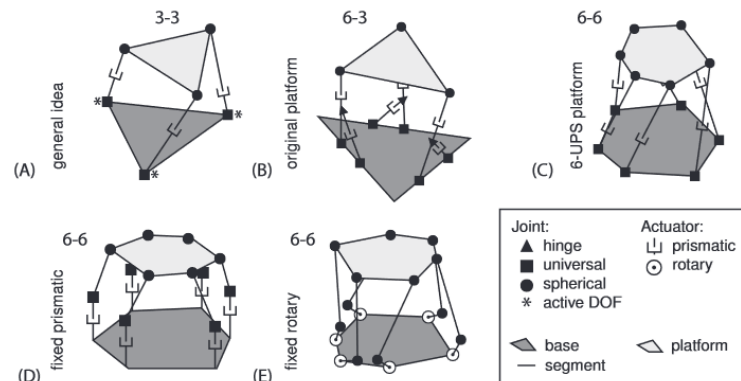


Figura 3.1. Distintas configuraciones de una plataforma Stewart diferenciadas por el número y tipo de articulaciones y actuadores utilizados [15].

Como se ha mencionado anteriormente, una plataforma Stewart tiene seis grados de libertad (GdL). Los GdL de un mecanismo indican su capacidad de realizar, sin restricciones, movimientos de rotación alrededor y de traslación a lo largo de los ejes cartesianos (x , y , z). Por ejemplo, un mecanismo con dos GdL de traslación y uno de

rotación, es capaz de moverse en sentido positivo y negativo a lo largo de dos de las direcciones cartesianas y de girar en sentido horario y antihorario alrededor de una de ellas.

Para la determinación de los GdL de un mecanismo se utiliza el criterio de Chebychev–Grübler–Kutzbach [16]:

$$m = \lambda \cdot (n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i - I_f \quad (1)$$

Siendo:

- m : número de GdL del mecanismo.
- λ : GdL del espacio de trabajo. En este caso se trabaja tridimensionalmente, es decir, $\lambda = 6$.
- n : número de eslabones fijos del mecanismo. Para una plataforma Stewart $n = 14$, que son las dos plataformas y los 6 brazos, cada uno formado por un cilindro y un pistón.
- j : número de juntas o uniones del mecanismo. Contando 12 uniones de bola (6 por plataforma) y 6 uniones cilíndricas (1 por brazo), $j = 18$.
- f_i : GdL relativos por junta. Para cada unión de bola se tienen $f_i = 3$ GdL de rotación, y para cada unión cilíndrica $f_i = 1$ GdL de traslación.
- I_f : GdL pasivos. Estos son los que están presentes en el mecanismo pero no son necesarios o no se utilizan para el movimiento final de la estructura. Esta variable corresponde a la capacidad de rotación que tiene cada pistón dentro de su cilindro, es decir, $I_f = 6$.

Sustituyendo:

$$m = 6 \cdot (14 - 18 - 1) + \sum_{i=1}^{12} 3 + \sum_{i=1}^6 1 - 6 = 6 \quad (2)$$

3.2. Modelado de piezas

Comenzando por la plataforma inferior que actuará como base, se conecta a los brazos por uniones de bola que permiten la rotación libremente alrededor de las tres direcciones cartesianas. La filosofía seguida para el diseño de esta pieza es igual que la de las Figuras 2.5 y 2.6, es decir, forma de triángulo equilátero con los picos recortados.

Las aristas que recortan estos ángulos definen el lugar geométrico donde, por parejas, se sitúan huecos circulares que servirán como una de las dos superficies necesarias para definir las uniones en la etapa de ensamblaje. La geometría de la plataforma puede verse acotada en la Figura 3.2, excepto por el espesor de 1,20 cm y la profundidad del hueco de 1 cm.

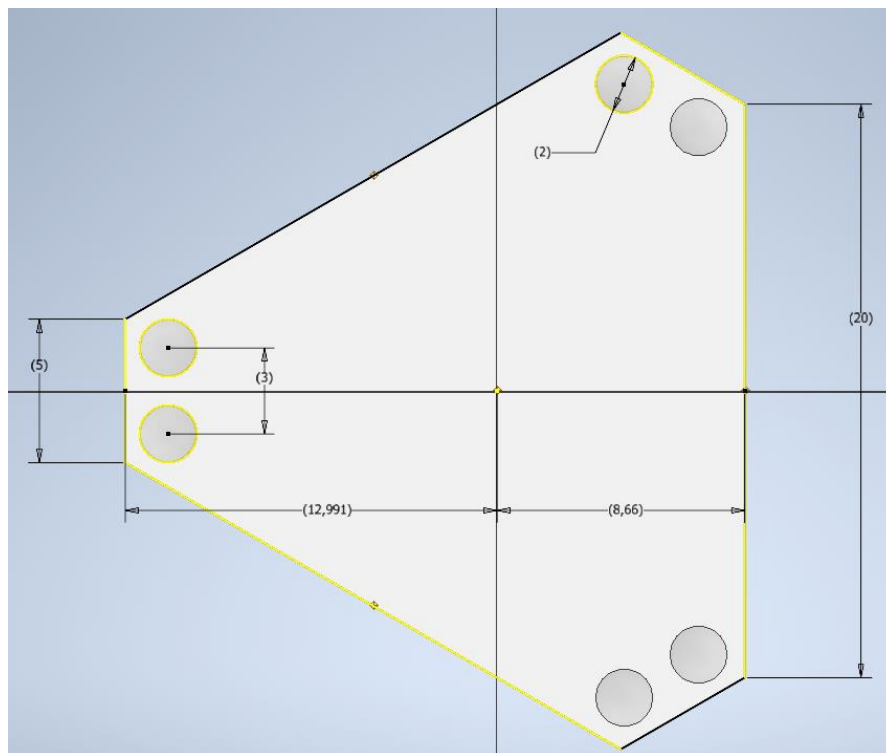


Figura 3.2. Vista de alzado de la plataforma inferior fija o base
(dimensiones en cm).

A continuación, cada brazo actuador se divide en dos elementos: un cilindro y un pistón. El cilindro será el elemento inferior, es decir, el que se unirá a la base. Por ello, su geometría debe contemplar una esfera, del mismo diámetro que el hueco circular en la plataforma, para que pueda rotar libremente en su interior. Como se aprecia en la Figura

3.3, se hace coincidir el diámetro exterior del cilindro con el de la esfera, resultando esta finalmente en una media esfera.

El pistón por tanto, es el elemento superior del brazo actuador e irá unido a la plataforma superior mediante uniones de bola también. Por lo que, su geometría requiere de una esfera en el extremo superior. El diámetro interior del cilindro debe tener el mismo valor que el diámetro del pistón para definir correctamente la unión cilíndrica en la etapa de ensamblaje, siendo su valor de 1,20 cm.

En ambas Figuras 3.3 y 3.4 se acotan las distancias desde el extremo del elemento donde no está la esfera hasta el centro de esta, siendo iguales ambas. Esta longitud representa la carrera del sistema cilindro-pistón diseñado.

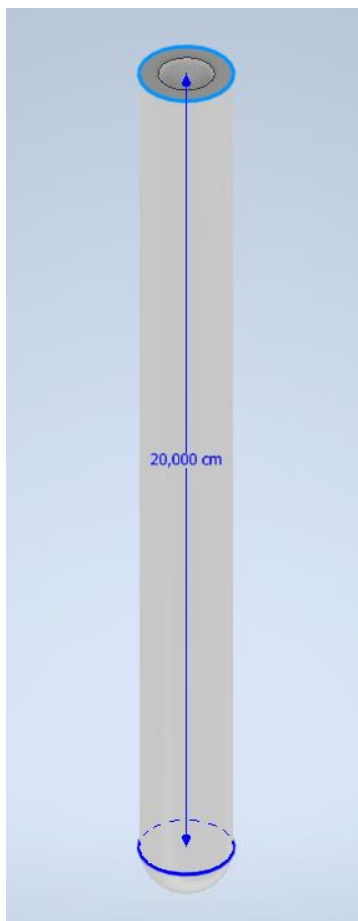


Figura 3.3. Modelo del pistón, parte del brazo actuador, con su carrera acotada.

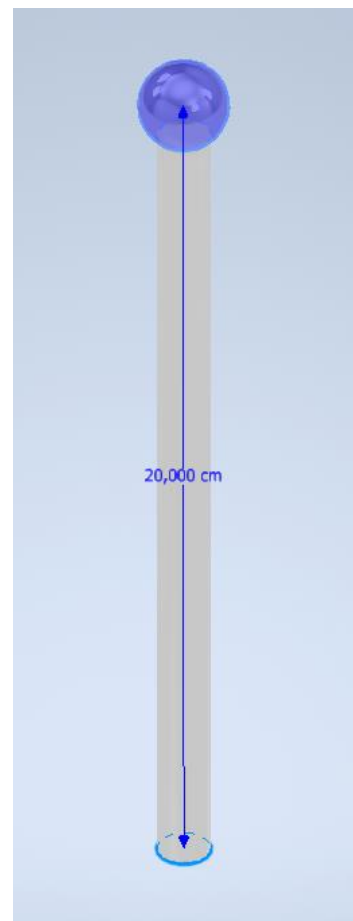


Figura 3.4. Modelo del cilindro, parte del brazo actuador, con su carrera acotada.

Por último, la plataforma superior, por motivos de normalización, tiene la misma geometría que la inferior. Siendo la única diferencia que los huecos para las uniones de bola se sitúan en su cara inferior, dejando así la superior lisa para que objetos puedan colocarse sobre ella. En la Figura 3.5 se ve de planta el modelo sin cotas porque coinciden con las de la Figura 3.2.

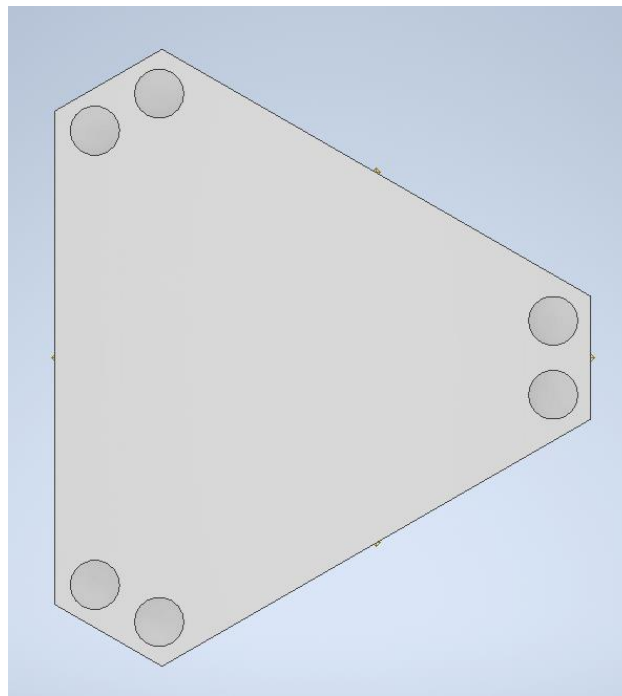


Figura 3.5. Vista de planta de la plataforma superior móvil.

3.3. Ensamblaje y restricciones

Primeramente, en el espacio de trabajo de Inventor para ensamblar se añaden los componentes de la plataforma Stewart, es decir, las plataformas inferior y superior, seis cilindros y seis pistones. Seguidamente, aplicamos la primera restricción del proceso fijando la plataforma inferior en cualquier lugar, siempre y cuando esté colocada paralelamente al plano horizontal xz . Consecuentemente, el eje y es el eje vertical.

Para establecer uniones entre piezas en Inventor hay que seleccionar la opción *Joint* en el menú superior *Assemble*. Entonces, aparece una ventana con un desplegable para

seleccionar el tipo de unión (Figura 3.6). Comenzando de nuevo por los elementos inferiores, la opción *Ball* coincide con la definición dada a la unión de bola en este trabajo, es decir, aquella que restringe totalmente el movimiento longitudinal, pero permite la rotación libremente alrededor de cualquier dirección.

Una vez se selecciona la opción *Ball*, en el recuadro *Connect* hay dos opciones llamadas *First origin* y *Second origin*, las cuales permiten seleccionar los dos puntos que se convierten en coincidentes y actúan como pivote para las rotaciones. Estos son el punto central de la superficie del fondo del hueco y el punto central de la esfera del cilindro.

El orden de selección es el que sitúe al cilindro por encima de la plataforma y puede invertirse con la opción *Flip component*. Se repite el proceso para todas las uniones base-cilindro.

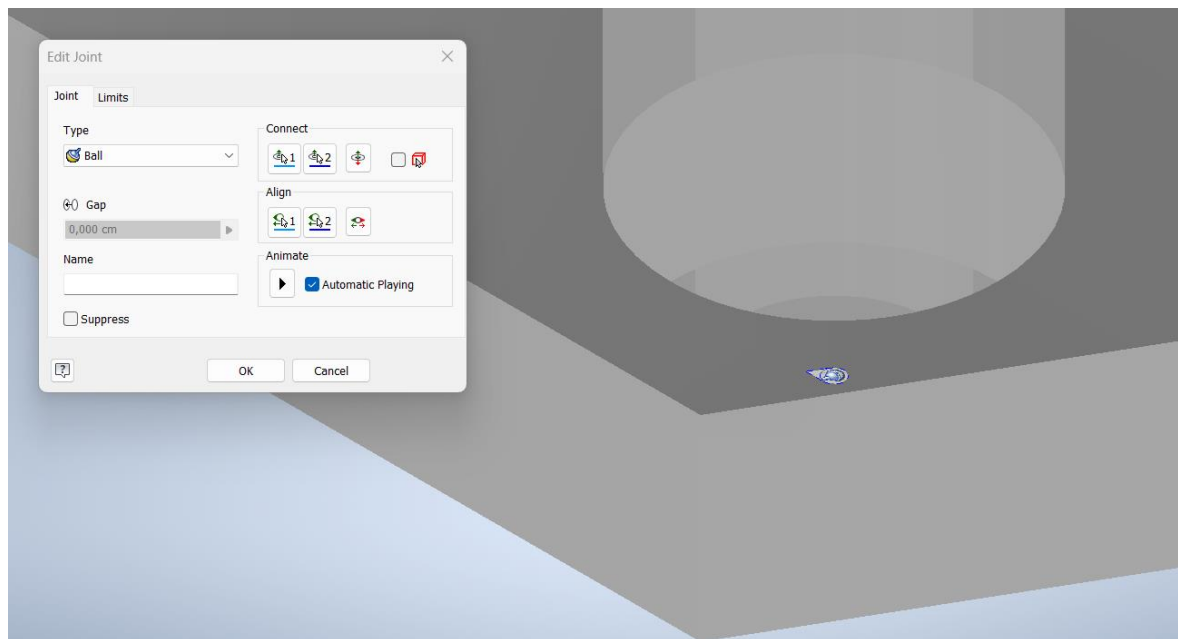


Figura 3.6. Ventana de edición de una unión de bola entre la base y un cilindro, estando marcado en azul el punto pivote.

En orden ascendente, el siguiente paso es definir las uniones cilíndricas entre pistones y cilindros. En este caso se elige el tipo de unión *Cylindrical*, la cual permite la translación de un punto sobre otro en una sola dirección, es decir, en la dirección longitudinal de los elementos. Además, permite la rotación alrededor de esta dirección

longitudinal. Este GdL no afecta al movimiento final de la plataforma y, en conjunto, representan los GdL pasivos definidos en el apartado 3.1.

Los puntos *origin* de estas juntas son el central de la superficie transversal inferior del pistón y el central de la superficie transversal media del cilindro. Cuando estos puntos coincidan, la coordenada longitudinal de la unión valdrá cero.

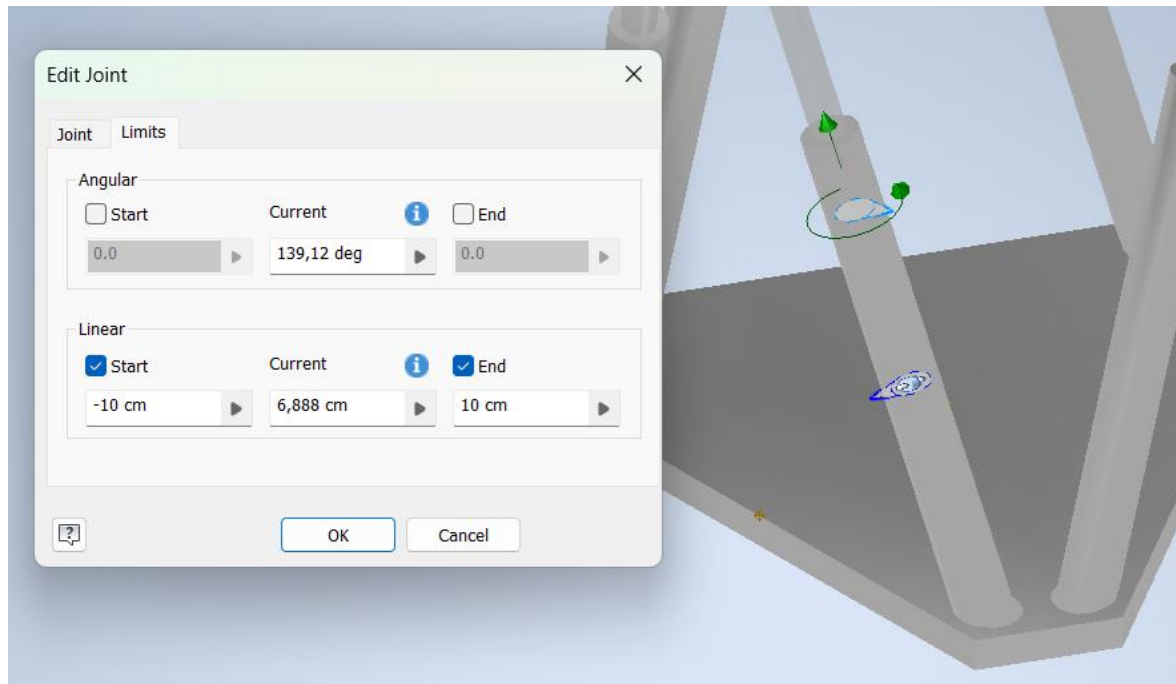


Figura 3.7. Ventana de edición de los límites de una unión cilíndrica entre un cilindro y un pistón, siendo el punto azul oscuro el de referencia del cilindro y el azul claro el de referencia del pistón.

En el recuadro *Linear* de la pestaña *Limits* se restringe el movimiento de la coordenada longitudinal a los valores permitidos por la carrera del sistema cilindro-pistón. Por tanto, el límite inferior o *Start* vale -10 cm y el superior o *End* vale 10 cm. La coordenada *Angular* no se edita ya que no afecta al movimiento de la estructura.

Como se puede ver en las Figuras 3.2 y 3.5, aunque ambas plataformas tengan la misma geometría, la superior está girada 180° respecto a la inferior. Esto se debe a la posición de referencia que se quiere que tenga el prototipo, con los brazos inclinados o en diagonal como los ejemplos de las Figuras 2.5, 2.6, 2.7, 2.10 y 2.11.

Numerando los seis brazos de la estructura del 1 al 6, en la Figura 3.8 puede verse una combinación de las Figuras 3.2 y 3.5 donde los huecos están identificados con el número del brazo correspondiente. Siguiendo esta numeración, se repite la misma metodología para las uniones de bola entre pistones y plataforma móvil que anteriormente.

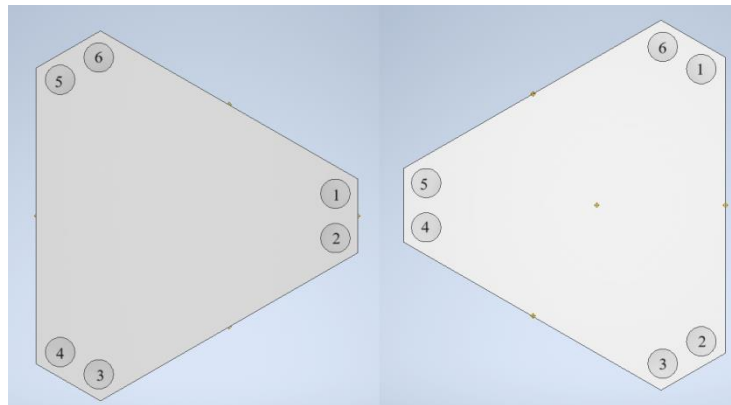


Figura 3.8. Puntos de unión de los brazos con la plataforma superior (izquierda) y con la inferior (derecha).

Finalmente, mediante la inserción de planos, puntos de trabajo, restricciones y uniones entre ambas plataformas, se coloca la superior paralelamente a la inferior y sus puntos centrales coincidentes en la misma vertical (Figura 3.10). En la Figura 3.9 se presenta la vista de alzado para asemejarla con la Figura 3.8 y entender mejor la posición y numeración de los brazos.

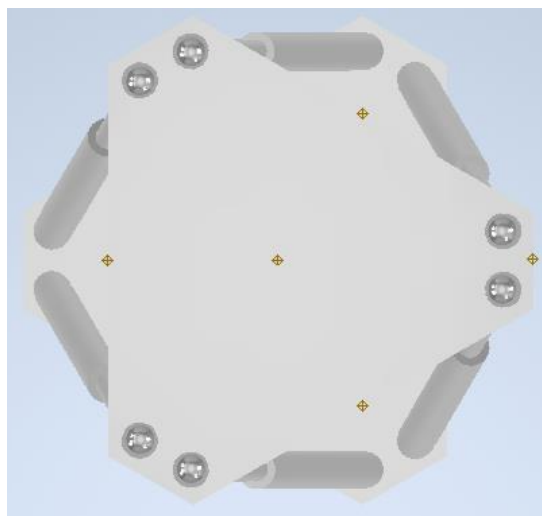


Figura 3.9. Vista de alzado de la plataforma Stewart en posición inicial.

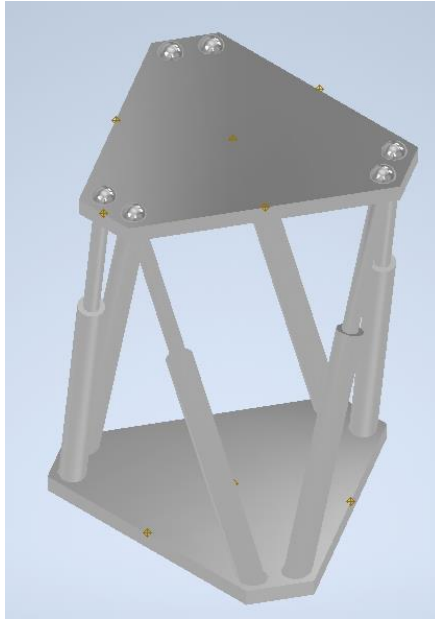


Figura 3.10. Plataforma Stewart ensamblada en posición de referencia.

4. SIMULACIÓN DINÁMICA DEL ENSAMBLAJE

En este capítulo se pretende validar una metodología de simulación y cálculo dinámico del comportamiento de la plataforma Stewart, mediante simulaciones cuyas soluciones sean manualmente sencillas de calcular. El orden seguido en los siguientes apartados es:

- Estudio del entorno de trabajo *Dynamic Simulation* y exploración de sus opciones.
- Determinación del *Método de imposición final* y comprobación de su validez.
- Relacionar las técnicas de cinemática inversa y directa con los *Métodos de imposición final* y *de imposición articular*.
- Determinación del *Método de simulación* y comprobación de su validez.

4.1. Parámetros de simulación en software computacional

A partir de este punto en adelante se trabajará prácticamente con totalidad en la opción *Dynamic Simulation* del menú *Enviroments*. Automáticamente, aparece la ventana llamada *Simulation Player*, en la cual se puede establecer un tiempo de simulación e iniciarla. Esta ventana también se puede abrir con la opción homónima.

En el árbol del proyecto situado a la izquierda (Figura 4.1) aparecen recopiladas todas las piezas utilizadas en el ensamblaje; todas las uniones establecidas en el apartado anterior convertidas en *Standard Joints*, es decir, adaptadas al entorno de simulación; y por último existe la opción de definir la gravedad, a la que se le asigna un valor de 9.8 m/s^2 en sentido negativo de la dirección vertical.

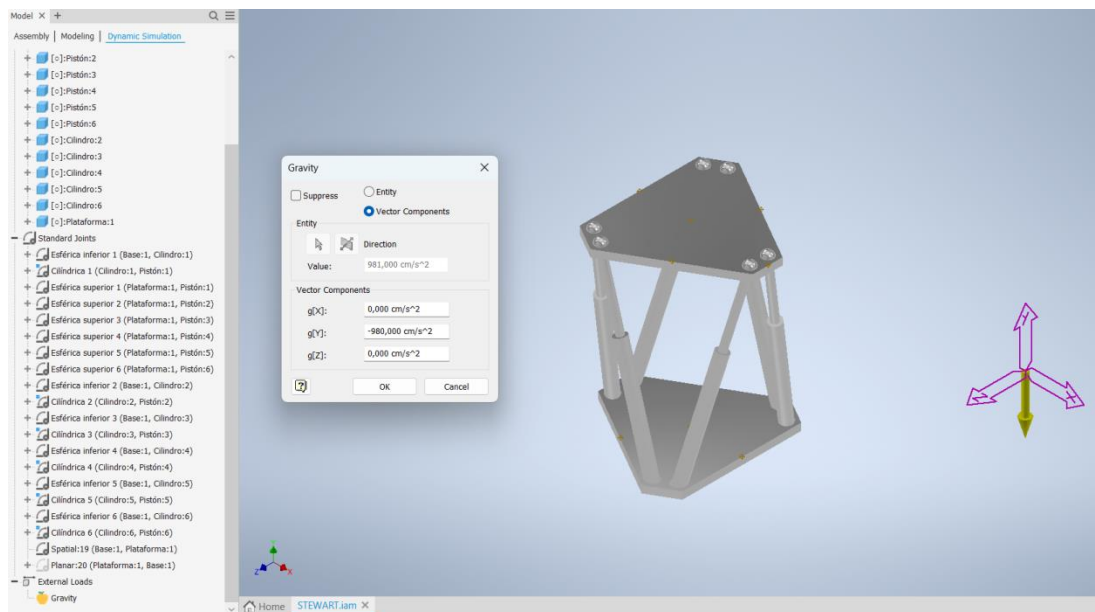


Figura 4.1. Espacio de trabajo en *Dynamic Simulation* con la ventana de edición de la gravedad y el sentido de esta en los ejes de referencia.

El siguiente paso es darles a las piezas una masa, que influirá en el peso que tengan que soportar los brazos actuadores, con la opción *Body Properties* tras clic derecho sobre el elemento en el árbol. El peso de la base, al estar fija y ser el punto de apoyo de la estructura, no afecta en las solicitaciones.

Se ha realizado una búsqueda bibliográfica con el fin de aplicarle a la estructura un peso coherente con las opciones disponibles en el mercado. Teniendo en cuenta que un

sistema cilindro-pistón es más complejo y se compone de más elementos que únicamente un cilindro y un pistón como en este modelo, los pesos correspondientes a piezas adicionales reales se recogen en el peso de la plataforma superior, por tanto, se le asigna a esta última una masa de 15 kg. Mientras que a cada cilindro se le asigna una masa de 0,50 kg, y a los pistones, por ser menos volumétricos, una masa de 0,25 kg. La masa final de la estructura se ha sobredimensionado respecto a las conclusiones bibliográficas, aplicando así un factor de seguridad al diseño de la plataforma Stewart.

A continuación, hay que encontrar una manera de definir el movimiento. En base al concepto de componente final que interactúa con el ambiente asociado a la plataforma superior, se idea definir el movimiento del componente final respecto a otro componente fijo para hacerlo de manera absoluta y no relativa. Es decir, se busca definir el movimiento de la plataforma superior respecto al de la plataforma inferior fija.

Esta manera de describir el movimiento actúa directamente sobre el componente final, referenciándose en un componente estático. En consecuencia, en ningún momento se considera la existencia de los brazos actuadores. Por ello, la aplicación de esta filosofía en Inventor se denomina como *Método de imposición final*.

Para aplicar este método en el ambiente de trabajo de Inventor se añade manualmente una nueva *Standard Joint* de tipo *Spatial*, la cual no restringe ningún GdL, con la intención de aplicarla entre ambas plataformas. La unión identifica a ambos componentes por sistemas de referencia colocados sobre ellos, así que para facilitar la posterior definición del movimiento, se busca que los orígenes coincidan en todos los GdL posibles cuando la plataforma se encuentra en la posición de referencia (Figura 3.10). Por tanto, el origen de cada sistema de referencia se sitúa en su centro de gravedad correspondiente. De esta manera, únicamente no coinciden en la componente vertical que determina la altura de la estructura.

En la Figura 4.2 se puede ver la ventana de edición de la unión. El *Component 1*, en el contexto del software, es aquel utilizado como componente de referencia, por tanto, la plataforma inferior. Se selecciona la cara superior y se coloca el origen del sistema de referencia en el punto central. El *Component 2* es entonces, la plataforma superior y se repite el mismo proceso que para la inferior. Es posible editar los sentidos positivo y

negativo de las direcciones de cada sistema de referencia, aunque, idealmente ambos deben ser iguales en este aspecto.

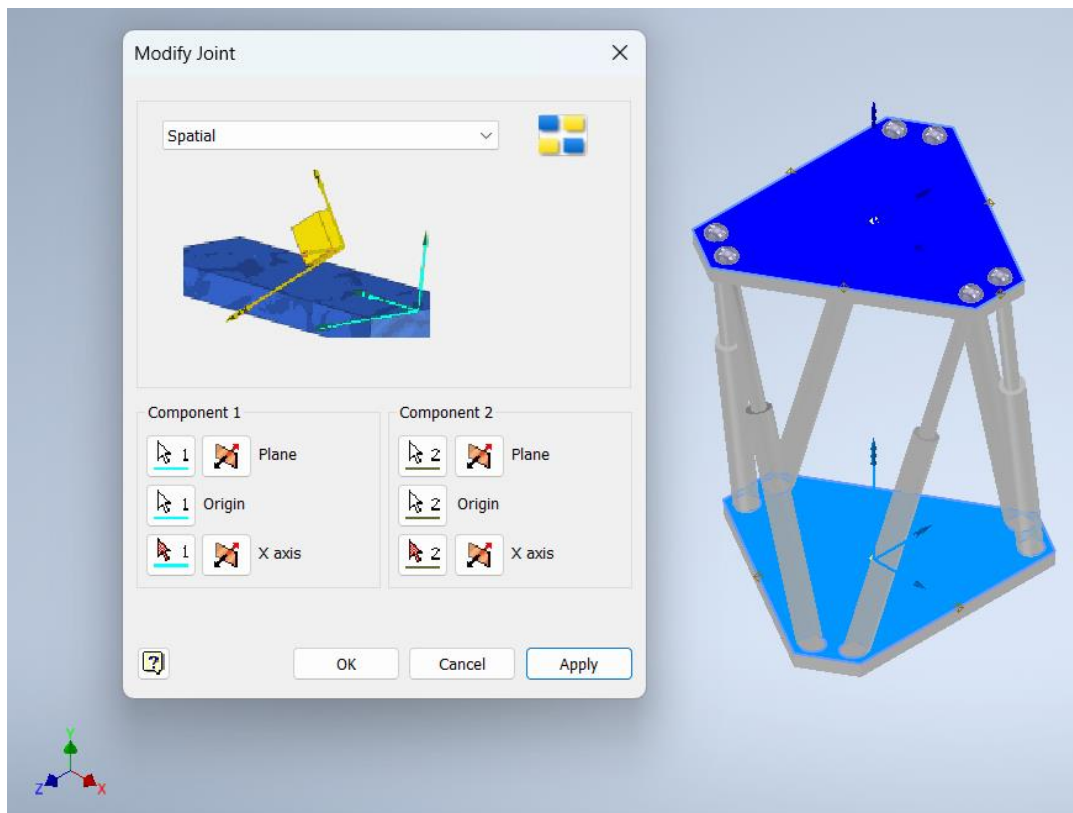


Figura 4.2. Ventana de edición de la *Spatial Joint* entre ambas plataformas.

En la ventana de edición de las propiedades de la unión, se puede acceder a cada uno de sus 6 GdL y modificarlos libremente. Uno de los valores interesantes a editar para definir el movimiento es la posición inicial en la opción *Edit initial conditions*. Si se le aplica un valor que no cumple con las restricciones estructurales, el programa no permite modificarla. Además, se puede fijar en un valor para que no varíe durante la simulación.

En la opción *Edit imposed motion*, se pueden imponer funciones que determinan la posición, la velocidad o la aceleración (lineales o angulares en función del tipo de GdL) del GdL elegido (Figura 4.3). Combinando imposiciones en los 6 GdL se define el movimiento deseado y se puede comenzar la simulación. Al finalizar, los resultados se visualizan en la opción *Output Grapher*.

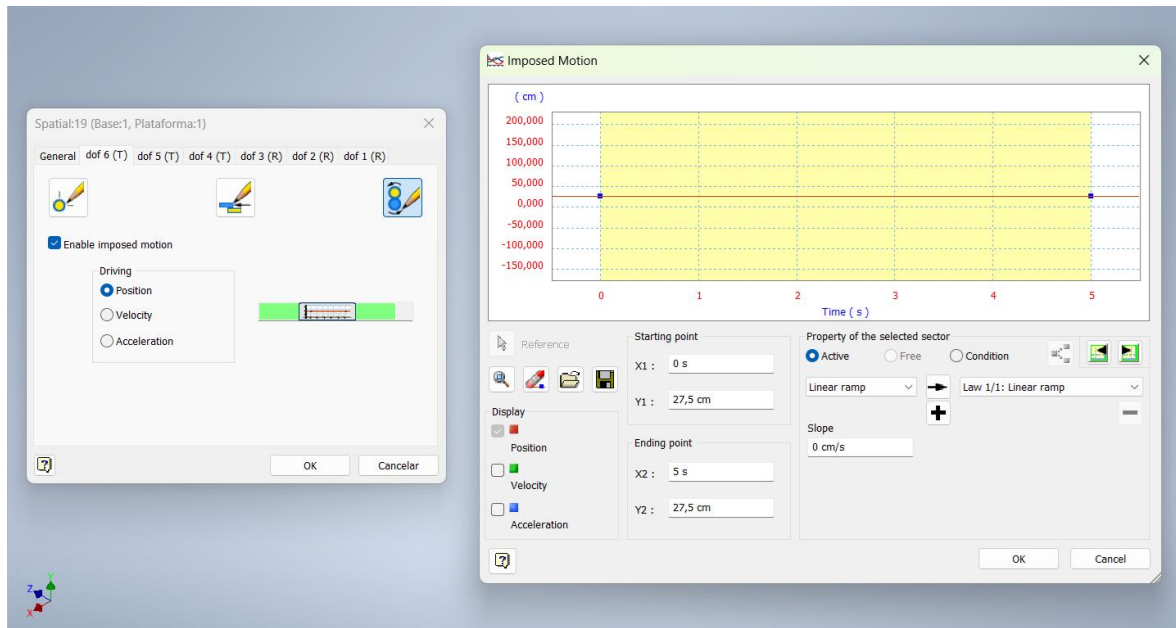


Figura 4.3. Ventana de edición de las propiedades de la *Spatial Joint* (izquierda) y ventana de edición de la posición impuesta sobre el GdL seleccionado (derecha).

4.2. Problemas computacionales encontrados

Para comprobar si el *Método de imposición final* es fiable, se simula un movimiento sencillo cuyos resultados sean fáciles de calcular, como un movimiento vertical ascendente. Para ello, se estudiará si se respetan las restricciones impuestas en el apartado 3.3 y si los valores de fuerza calculados que soporta cada brazo son coherentes.

La primera comprobación está relacionada con la carrera del sistema cilindro-pistón. La posición inicial del movimiento se establece a una altura aceptable por las restricciones, mientras que se hace lo contrario con la posición final. De esta forma, llegará un punto durante la simulación en el que la plataforma superior, junto con los pistones, quiera separarse del resto de la estructura. El método será fiable si, llegado este punto la simulación se detiene por el incumplimiento de las restricciones o si este momento es identificable en los resultados.

Por otro lado, la fuerza máxima que soporta un brazo se da en un su punto más bajo, es decir, en la unión de bola con la plataforma inferior. En este punto actúan el peso de la plataforma superior, repartido igualmente entre todos los brazos, el del pistón y el del cilindro. Además de la fuerza necesaria para realizar el movimiento ascendente a velocidad constante, ya que si la fuerza ejercida por el brazo fuese la misma que el peso total, se cumpliría el equilibrio estático y no habría movimiento.

Este último valor de fuerza es insignificante en comparación con el peso total de la estructura. Así que para esta rápida comprobación, sólo se calcula la fuerza debida a las masas:

$$F_{\text{peso}} = \left(15 \text{ kg} / 6 + 0,25 \text{ kg} + 0,50 \text{ kg} \right) \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 31,85 \text{ N} \quad (3)$$

En la Figura 4.4 se grafican los resultados de la fuerza actuante en la unión de bola inferior de cada uno de los brazos, y en la Figura 4.5 puede verse la posición final del ensamblaje tras la simulación.

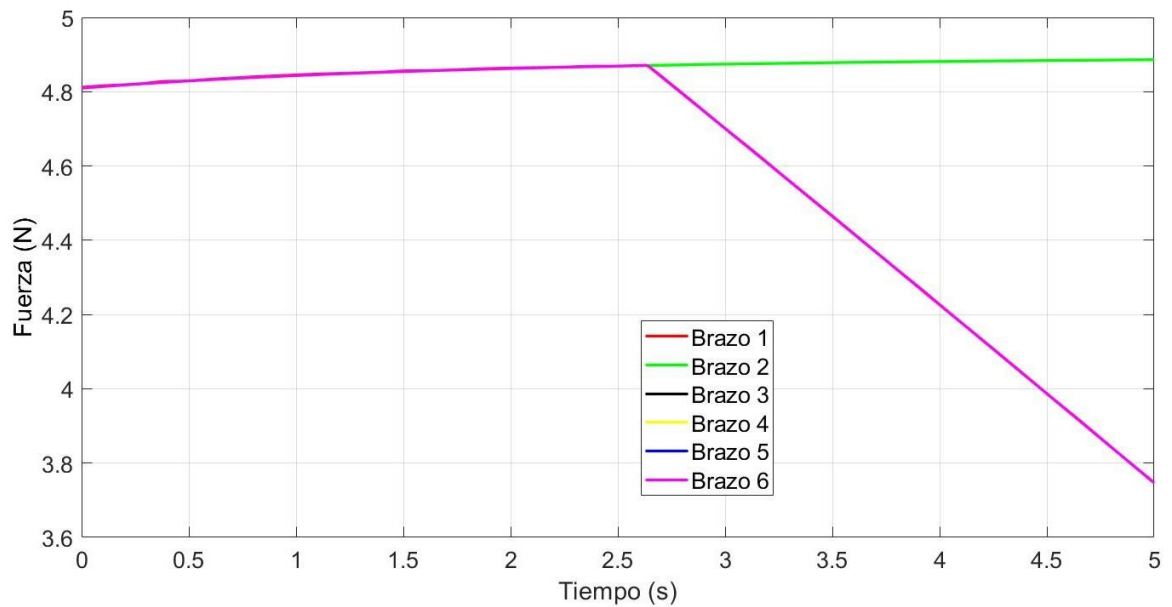


Figura 4.4. Fuerza actuante sobre cada uno de los brazos de la plataforma Stewart durante un movimiento vertical ascendente definido por el Método de imposición final.

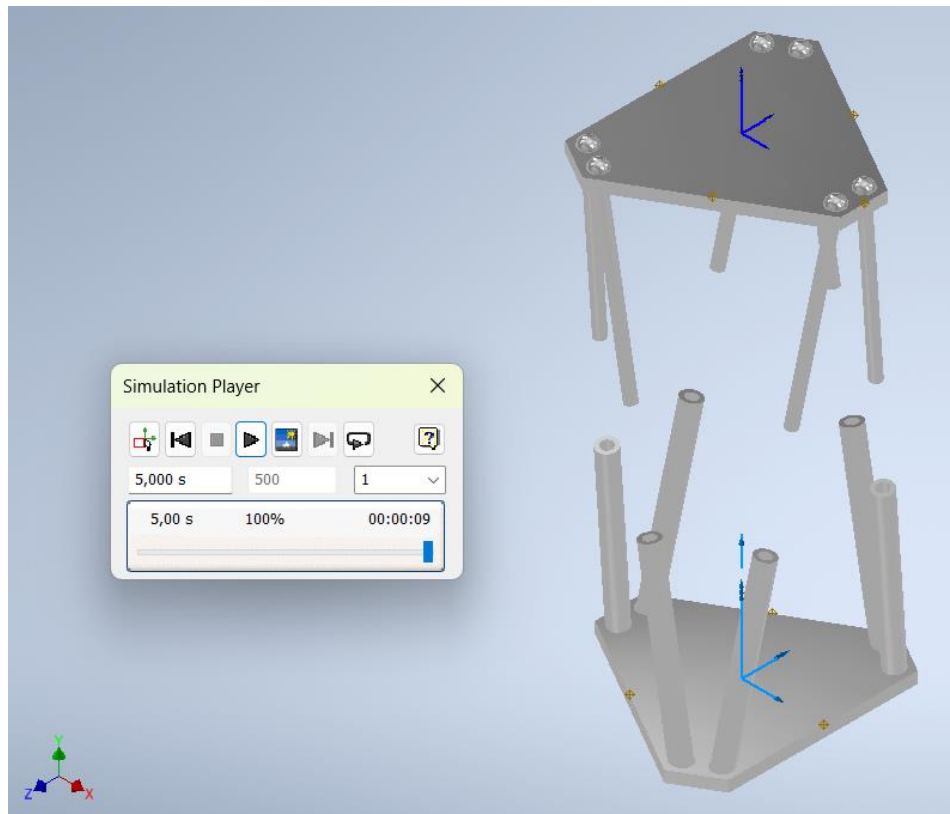


Figura 4.5. Posición final de la plataforma Stewart después de un movimiento vertical ascendente definido por el *Método de imposición final*.

La Figura 4.5 deja en evidencia que la simulación no se detuvo en el momento que se empezaron a incumplir las restricciones de la carrera de los brazos. Aunque en la Figura 4.4 se distingue un cambio de tendencia en algunos de los brazos que puede deberse a este motivo, no se distingue con claridad un punto limítrofe entre ambas etapas de la simulación.

Debido a que los brazos coinciden en inclinación en todo momento, la fuerza total debería repartirse en proporciones iguales entre ellos, cosa que no ocurre a partir del cambio de tendencia. Además, los valores de fuerza en la Figura 4.4 no son cercanos al valor calculado en (3).

Se puede concluir entonces, que el *Método de imposición final* no es válido, ni para obtener resultados de limitaciones espaciales de movimiento, ni de solicitaciones en los brazos actuadores.

4.3. Metodología para análisis cinemático inverso y directo como solución a los problemas computacionales

En primer lugar se describen brevemente las técnicas de cinemática inversa y directa [3]:

- La **cinemática inversa** es una técnica utilizada en los ámbitos de robótica industrial, de animación, de simulación y de realidad virtual. Explicándola de forma adaptada a actuadores, consiste en determinar u obtener resultados referentes a las articulaciones de un mecanismo a partir de posiciones o movimientos específicos del componente final.
- La **cinemática directa** es la técnica que sigue el proceso opuesto a la cinemática inversa. Es decir, consiste en determinar u obtener resultados referentes al componente final a partir de posiciones o movimientos de las articulaciones

El *Método de imposición final* se adapta a la definición de cinemática inversa, ya que en él se impone un movimiento a la plataforma superior y tras simularlo, el software calcula y grafica las evoluciones de la posición, de la velocidad o de la aceleración de cada una de las uniones durante la simulación.

El nuevo método de simulación se basa en una combinación de ambas técnicas, denominándose a partir de ahora como *Método de simulación*. La metodología basada en la cinemática directa se denomina a partir de ahora como *Método de imposición articular*.

Al igual que en el apartado anterior, se comprueba la fiabilidad de este método con la misma metodología. El primer paso es aplicar el *Método de imposición final*, pero en esta ocasión, los resultados buscados son los de posición longitudinal en las uniones cilíndricas de los brazos. Esta variable expresa la distancia entre los puntos de referencia establecidos en el apartado 3.3 cuando se creó la unión.

El *Output Grapher* permite guardar los valores de la variable seleccionada en función del tiempo como un spline (curva suavizada a través de un conjunto de puntos) en un archivo de texto. Como se ve en la Figura 4.6, todos los brazos describen la misma

curva porque se trata de un movimiento sin inclinaciones angulares ni desviaciones laterales de la plataforma superior.

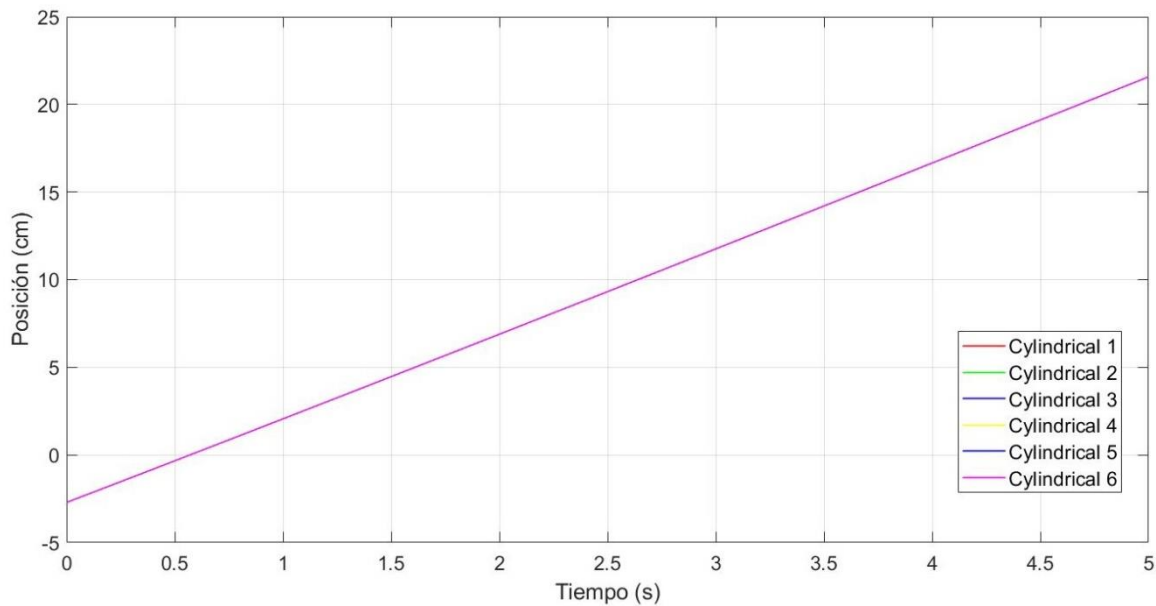


Figura 4.6. Evolución de la posición longitudinal de las uniones cilíndricas de los brazos durante un movimiento vertical ascendente definido por el *Método de imposición final*.

Una vez guardados los splines de cada brazo, el próximo paso es aplicar el *Método de imposición articular*. Primeramente, se desactiva la *Spatial Joint* entre ambas plataformas ya que el movimiento ahora va a ser impuesto en las uniones cilíndricas. En vez de desactivar la unión, existe la alternativa de dejarla activa asegurándose de que sus GdL no están ni bloqueados ni con movimientos impuestos. De esta manera, en el *Output Grapher* pueden visualizarse también las variables entre las plataformas directamente.

Seguidamente, en la ventana de edición de la posición impuesta en el GdL longitudinal de una de las *Cylindrical Joints* (Figura 4.3), se selecciona la opción *Spline* en el desplegable del recuadro *Property of the selected sector*. Por último, se carga el spline correspondiente a la unión que se esté editando y ya se ha habría impuesto el movimiento, quedando la ventana de edición como en la Figura 4.7.

Se repite el proceso para los brazos restantes y se comienza la simulación.

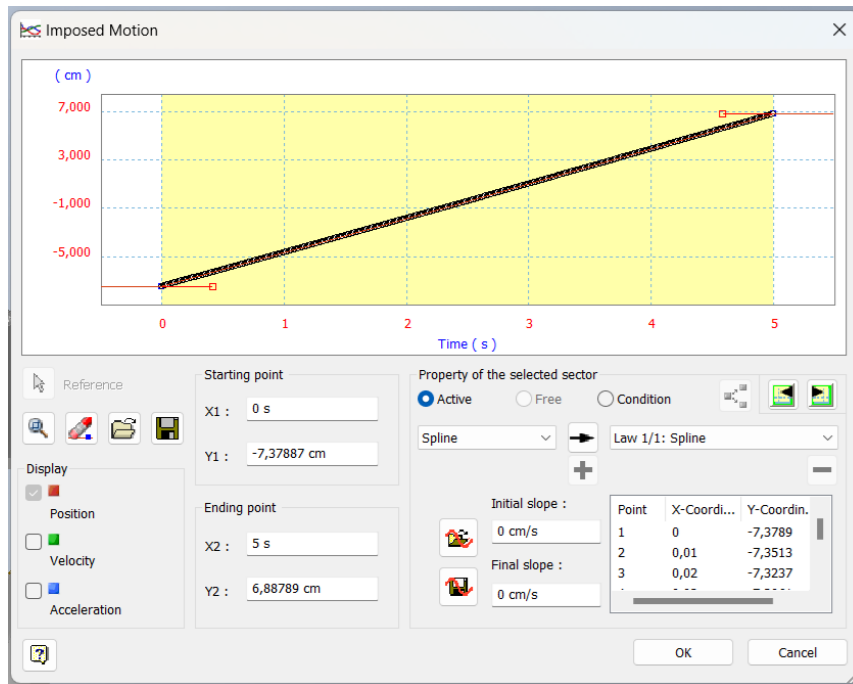


Figura 4.7. Ventana de edición de la posición longitudinal de una de las uniones cilíndricas con el spline correspondiente de la simulación de comprobación cargado.

En la Figura 4.8 se muestra la posición final de la plataforma Stewart, y en la Figura 4.9 los resultados de la fuerza actuante sobre cada uno de los brazos.

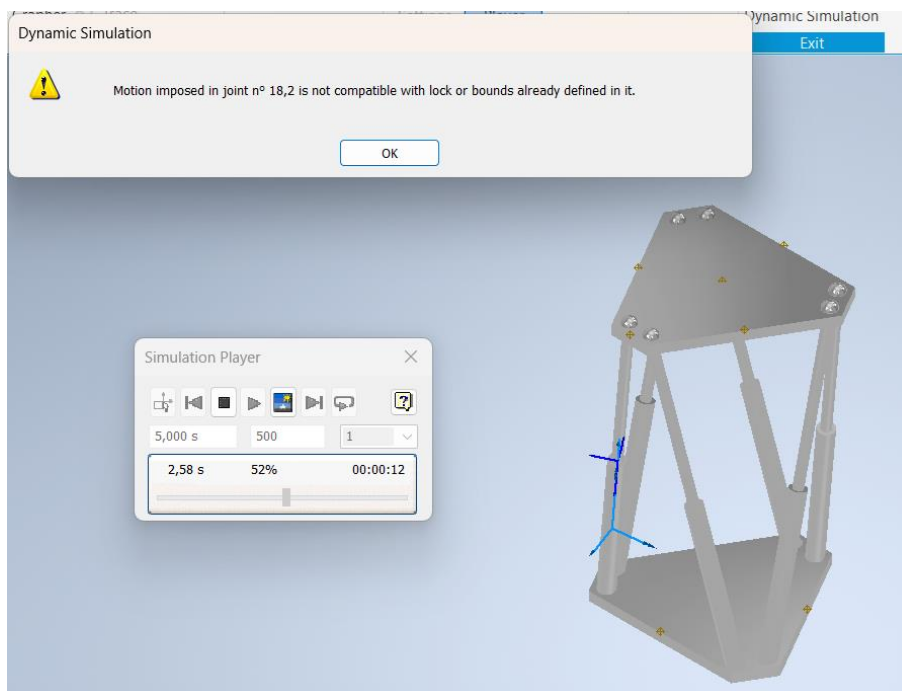


Figura 4.8. Posición final de la plataforma Stewart después de un movimiento vertical ascendente definido por el Método de imposición articular.

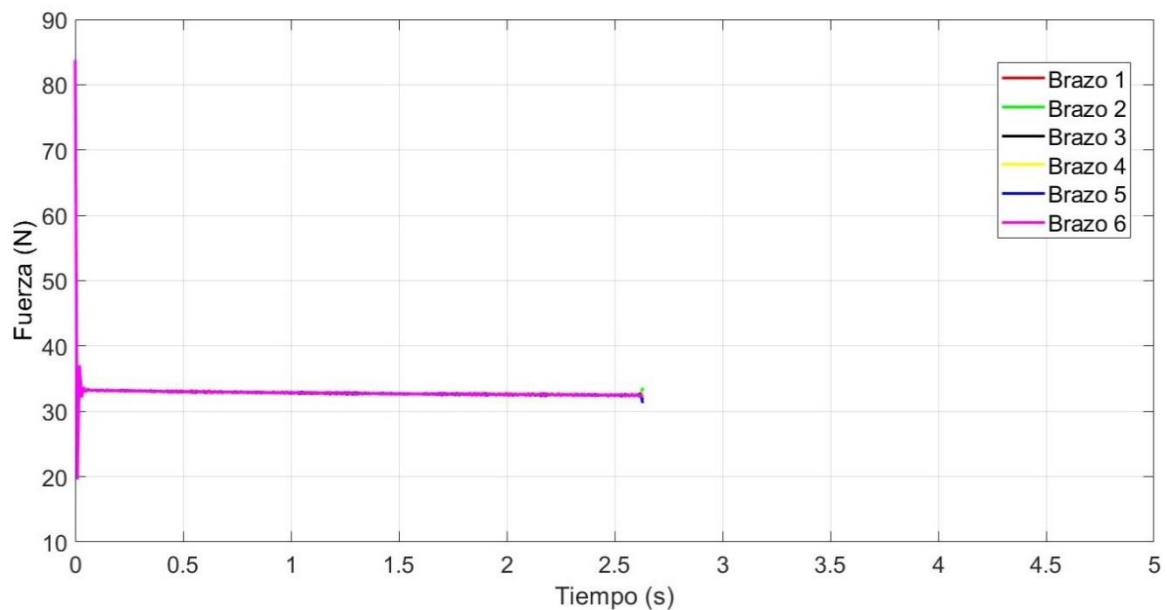


Figura 4.9. Fuerza actuante sobre cada uno de los brazos de la plataforma Stewart durante un movimiento vertical ascendente definido por el *Método de imposición articular*.

La Figura 4.8 muestra que, en esta ocasión, la simulación sí se detiene cuando se incumplen las restricciones de la carrera, además de presentar un mensaje de aviso que indica que el movimiento impuesto no es compatible con las restricciones aplicadas en cierta unión. Dicha unión puede buscarse en los parámetros del ensamblaje para conocer dónde se han incumplido las restricciones. La interrupción de la simulación se visualiza también en la Figura 4.9, donde los valores sólo llegan hasta este momento.

Observando los valores de la fuerza soportada por los brazos de la Figura 4.9, mediante este método sí que se obtienen resultados lógicos, ya que todos los brazos se ven sometidos a la misma fuerza, y coherentes acorde con el valor calculado anteriormente. Aunque este último sea mínimamente inferior, esta diferencia se debe a consideraciones no tomadas en (3) como la inclinación de los brazos no coincidente con la dirección de actuación de la fuerza peso.

Cabe destacar que los primeros valores (y los últimos cuando el tiempo de simulación se cumple) presentan mucho ruido y distorsiones debido a que las condiciones iniciales de la simulación no representan una posición de equilibrio estático, por lo que se eliminan antes de presentar los resultados.

Como comprobación adicional, se repite la simulación variando el peso de la plataforma superior a 5 kg y 10 kg con el objetivo de observar un descenso en los valores de la fuerza proporcional al descenso en la masa del componente final. En la Figura 4.10 se recopilan los resultados, esta vez de un solo brazo porque se ha visto en la Figura 4.9 que soportan lo mismo.

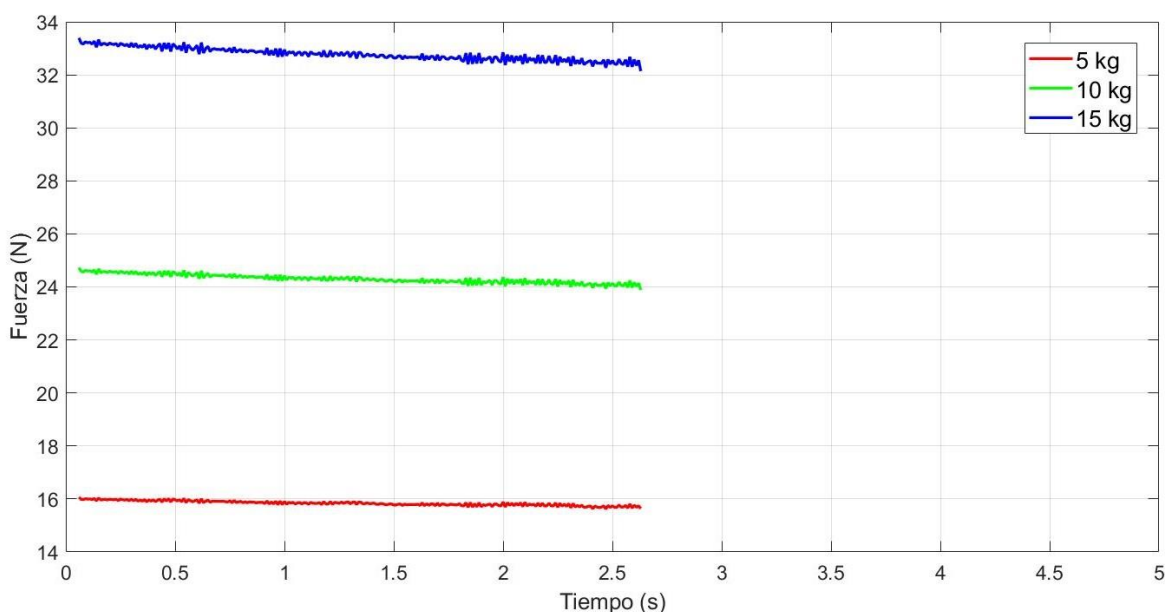


Figura 4.10. Fuerza actuante sobre un brazo de la plataforma Stewart durante un movimiento vertical ascendente definido por el *Método de simulación* para distintas masas de la plataforma superior.

Ya que la evolución de las fuerzas es prácticamente constante, se calculan los valores medios de cada simulación: $F_{5\text{kg}} = 15,84 \text{ N}$, $F_{10\text{kg}} = 24,30 \text{ N}$ y $F_{15\text{kg}} = 32,77 \text{ N}$. La diferencia entre ellas es constante e igual a aproximadamente 8,45 N. Esto significa que, para un movimiento vertical ascendente de la plataforma superior, un aumento de 5 kg en su peso supone un aumento de aproximadamente 8,45 N en la fuerza que debe aplicar cada brazo individualmente.

Finalmente, se puede concluir que el *Método de simulación*, combinación del *Método de imposición final* primero y del *Método de imposición articular* después, es **válido** porque respeta las restricciones aplicadas a las uniones y calcula resultados lógicos y acordes con los esperados.

Repasando su metodología:

- Se decide qué movimiento se quiere que describa la plataforma superior.
- Se le impone dicho movimiento mediante la edición de los GdL de la *Spatial Joint* que la une con la plataforma inferior.
- Se realiza la simulación y se guardan las evoluciones de la posición longitudinal de las uniones cilíndricas como splines.
- Se desactiva la *Spatial Joint*, o se desactivan las imposiciones sobre sus GdL, y se les imponen los splines guardados a las *Cylindrical Joints* correspondientes.
- Se vuelve a simular y los resultados calculados son válidos.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

En este capítulo se describen los distintos movimientos sencillos y las condiciones espaciales de las simulaciones correspondientes, a la vez que se grafican los resultados buscados que posteriormente, servirán de base para definir y simular un movimiento complejo final con el que se cumplan los objetivos del trabajo.

5.1. Descripción de los casos de estudio

Como se mencionó en el apartado 1.1, la etapa de simulación consiste en, primeramente, trabajar con movimientos sencillos para después, definir un movimiento final combinación de los anteriores, y que se desarrolle libremente en el volumen de movimiento determinado.

Un primer grupo de simulaciones buscará hallar las posiciones limítrofes de la estructura para distintas posiciones iniciales, es decir, buscará la interrupción de la simulación como en la Figura 4.8. Un segundo grupo, en función de dichas limitaciones, buscará hallar las condiciones en las que los brazos están más solicitados. Se recuerdan las masas sobredimensionadas de los componentes del ensamblaje: 0,50 kg para cada cilindro, 0,25 kg para cada pistón y 15 kg para la plataforma superior.

Los movimientos sencillos y los resultados buscados con cada uno de ellos son:

- **Movimiento vertical:** Dentro del primer grupo, con una primera ronda de simulaciones de un movimiento ascendente y una segunda de un movimiento descendente, se hallan las alturas máximas y mínimas alcanzadas por la plataforma partiendo desde varias distancias laterales de la plataforma superior respecto a la posición de referencia (Figura 3.10). Ambos movimientos sin inclinación de la plataforma superior respecto a la horizontal. Con el segundo grupo de simulaciones de un movimiento vertical alternante, se establecen las condiciones de máxima sollicitación para movimientos a lo largo de la coordenada vertical y .
- **Movimiento horizontal y circular:** Con el primer grupo de simulaciones de un movimiento horizontal en dirección x , se hallan las distancias laterales máximas partiendo desde varias alturas dentro del rango establecido en el apartado anterior. Dentro del segundo grupo, con una primera ronda de simulaciones de un movimiento horizontal alternante y con una segunda ronda de un movimiento circular, se establecen las condiciones de máxima sollicitación en ambos casos. Todos los movimientos simulados no contemplan inclinación de la plataforma superior, es decir, esta se mantiene horizontal constantemente.
- **Movimiento de trampilla:** Con un único grupo de simulaciones de movimiento de trampilla o de rotación alrededor de distintos ejes paralelos a la dirección z , y partiendo de varias posiciones iniciales definidas por alturas y distancias en x establecidas anteriormente, se hallan los ángulos máximos sobre la horizontal alcanzados por la estructura. Al mismo tiempo, se estudian las condiciones de máxima sollicitación para los mismos movimientos de trampilla.

Finalmente, mediante la combinación de las limitaciones y las condiciones de máxima sollicitación halladas, se va definiendo y simulando el movimiento final paso a paso. La combinación de movimientos afectará a las conclusiones obtenidas de las primeras rondas de simulaciones, así que se estudian los nuevos resultados para ajustar los parámetros de simulación hasta definir el movimiento alternante inclinado deseado.

5.2. Caso 1: movimiento vertical

El primer grupo de simulaciones se divide en dos rondas: la primera describe un movimiento ascendente, mientras que la segunda uno descendente. En ambos casos se establecen posiciones finales que no cumplan con las restricciones estructurales.

Cuando el sistema cilindro-pistón está totalmente estirado, cada brazo mide 40 cm, así que la posición final superior se establece en 50 cm para asegurar que se incumplen las restricciones. Por otro lado, la posición final inferior se establece en 0 cm, también asegurando la interrupción de las simulaciones porque, estructuralmente, es imposible que las plataformas entren en contacto. Por tanto, la posición inicial para ambas rondas se establece en el punto medio entre las posiciones finales, es decir, 25 cm.

En resumen, las funciones que definen los movimientos a simular en este primer grupo, y a introducir en la ventana de edición de la posición del GdL vertical de la *Spatial Joint* (Figura 4.3 derecha), tienen las siguientes expresiones correspondientes a un tiempo de simulación de 5 segundos. Siendo la primera correspondiente al movimiento ascendente y la segunda al descendente:

$$Altura [cm] = 25 + 5 \cdot Tiempo [s] \quad (4)$$

$$Altura [cm] = 25 - 5 \cdot Tiempo [s] \quad (5)$$

Las posibles posiciones iniciales se diferencian entre ellas en la distancia lateral en dirección x entre los sistemas de referencia de cada plataforma, pudiendo ser esta nula o múltiplos de cinco en ambos sentidos hasta que las restricciones no permitan aumentarla más. Este valor máximo resulta ser de 20 cm en ambos sentidos. La Figura 5.1 muestra un ejemplo de una de las posiciones iniciales de la plataforma Stewart vista frontalmente.

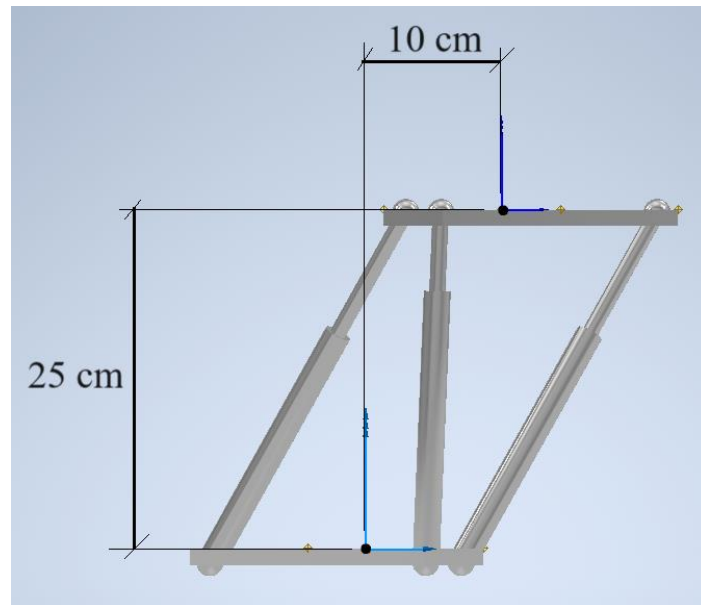


Figura 5.1. Vista frontal de una posición inicial para simular el movimiento vertical. Orígenes de los sistemas de referencia puntuados y distancias entre ellos acotadas.

En la Figura 5.2 se grafican las alturas máximas en función de la distancia lateral inicial. Si la distancia lateral es negativa, significa que es hacia la izquierda del sistema de referencia inferior. La Figura 5.3 muestra las alturas mínimas con la misma filosofía que la anterior.

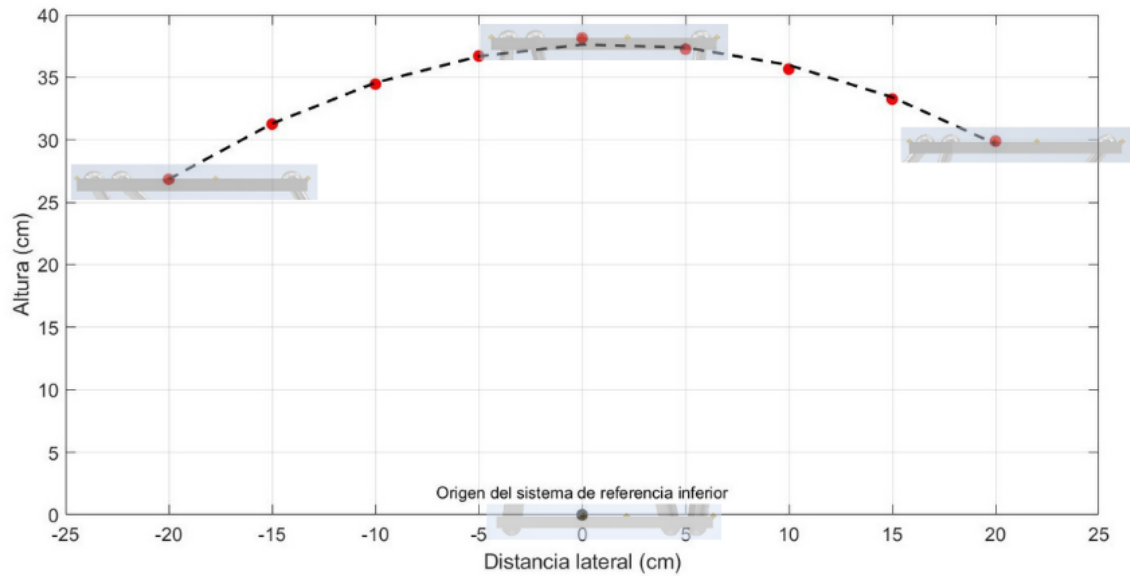


Figura 5.2. Alturas máximas alcanzadas por la plataforma Stewart en función de una distancia lateral fija en el plano xy. Posiciones finales de las plataformas superpuestas para las distancias laterales central y extremas. Línea de tendencia polinómica también representada.

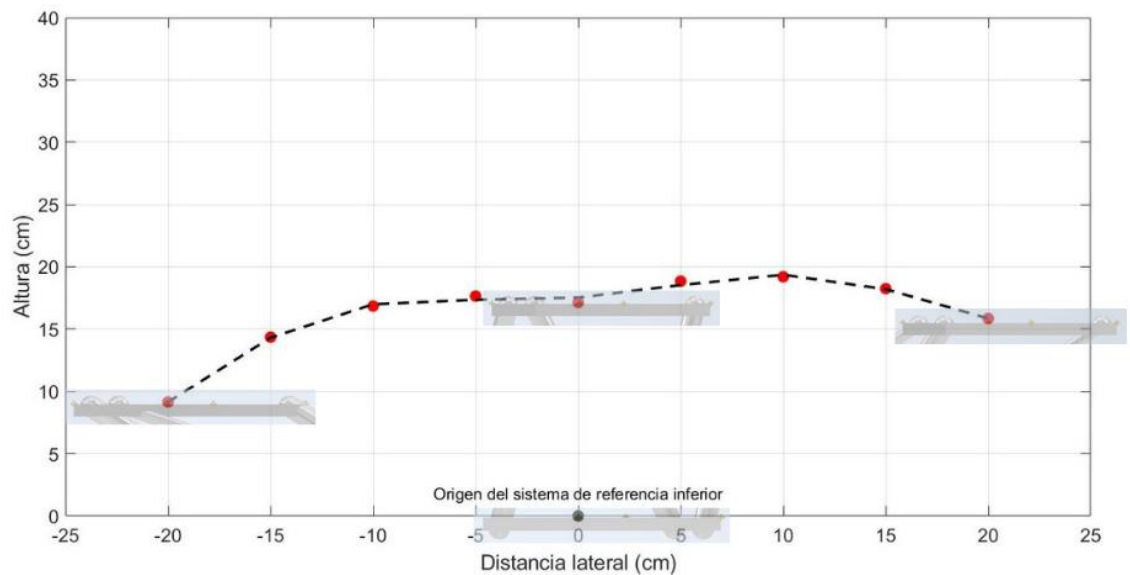


Figura 5.3. Alturas mínimas alcanzadas por la plataforma Stewart en función de una distancia lateral fija en el plano xy. Posiciones finales de las plataformas superpuestas para las distancias laterales central y extremas. Línea de tendencia polinómica también representada.

Se puede apreciar que en el caso de las alturas máximas, la línea de tendencia tiene una forma más continuada que en las alturas mínimas, pudiendo considerarse como una parábola (polinomio de grado 2). La altura máxima se da cuando las plataformas no están desviadas lateralmente entre ellas, es decir, cuando los brazos están menos inclinados.

También se observa que se alcanzan valores mayores cuando la distancia lateral es hacia el lado corto de la plataforma superior (Figura 5.4 derecha). Esto se debe a que la plataforma Stewart no es simétrica respecto al plano yz , perpendicular al plano de movimiento xy . En la Figura 5.4 se muestran distintas vistas tridimensionales de la plataforma Stewart que ayudan a entender la situación de esta respecto a los planos cartesianos.

La estructura sí es simétrica respecto al plano xy , lo que significa que si las distancias laterales fuesen en dirección z en vez de en x como las de las simulaciones, las alturas obtenidas en ambos sentidos coincidirían. En cambio, como se verá en el apartado 5.5, cada brazo se vería sometido a una fuerza distinta en todo momento.

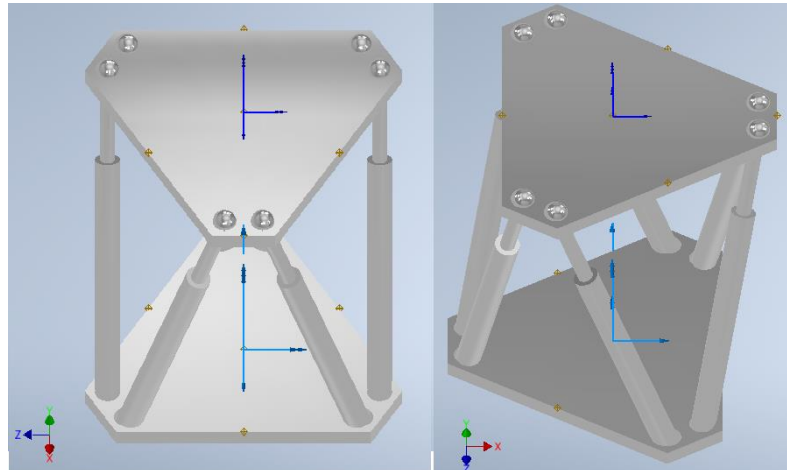


Figura 5.4. Vistas tridimensionales de la plataforma Stewart junto con el sistema de referencia general del ensamblaje.

La elección del plano xy como plano de movimiento se debe a querer estudiar los efectos de la asimetría de la estructura respecto a ciertos planos en los resultados espaciales y solicitantes.

Por otro lado, la línea de tendencia de las alturas mínimas se ajusta mejor a los datos cuando su grado polinómico es 6. Al igual que en el caso anterior, se alcanzan valores menores cuando la distancia lateral es hacia el lado largo de la plataforma superior. Siendo la altura menor cuanto mayor es la distancia lateral hacia la izquierda.

En la Figura 5.5 se unen ambas gráficas anteriores en una sola. El área delimitada por las líneas de tendencia representa el rango de movimiento de la plataforma Stewart en el plano xy que contiene ambos orígenes de los sistemas de referencia de las plataformas.

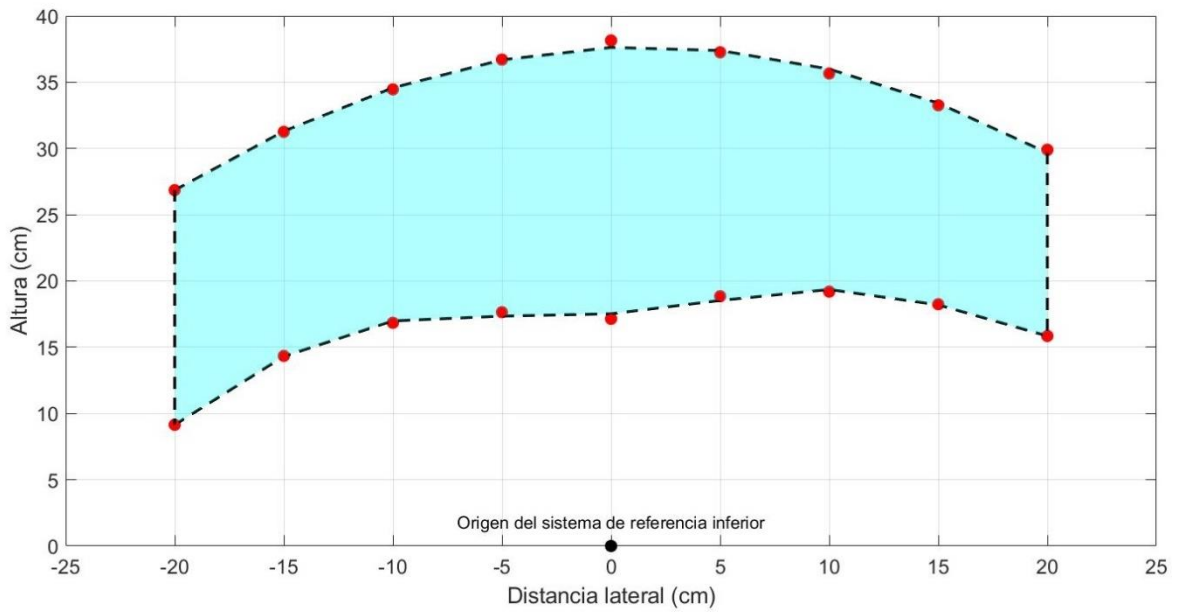


Figura 5.5. Rango de posiciones del origen del sistema de referencia de la plataforma superior que cumplen con las restricciones estructurales en el plano xy.

Para la segunda ronda de simulaciones, se impondrá un movimiento alternante vertical entre los valores de alturas máxima y mínima correspondientes a las distancias laterales de -20 cm, 0 cm y 20 cm. La expresión que define dicho movimiento es la siguiente:

$$y [cm] = Alt.media [cm] + Amplitud [cm] \cdot \sin(2\pi \cdot f [Hz] \cdot Tiempo [s]) \quad (6)$$

Siendo:

$$Alt. media [cm] = \frac{Alt. máx [cm] + Alt. mín [cm]}{2} \quad (7)$$

$$Amplitud [cm] = \frac{Alt. máx [cm] - Alt. mín [cm]}{2} \quad (7)$$

$$f = 0,2 \text{ Hz} \quad (9)$$

El valor de la frecuencia es el que permite que la plataforma superior describa dos repeticiones completas en un tiempo de simulación de 10 segundos.

Debido a la simetría de la estructura respecto al plano xy , las fuerzas soportadas por los brazos 1, 5 y 6 serán las mismas que en los brazos 2, 4 y 3, respectivamente. El brazo 1 se denominará en este apartado brazo del lado largo, el brazo 5 como brazo del lado corto y el brazo 6 como brazo intermedio.

Estas denominaciones se deben a que, observando la Figura 5.6, los brazos 1 y 2 son los más cercanos al lado corto perpendicular a la dirección x . Mientras que los brazos 5 y 4 son los más cercanos al lado largo opuesto, y los brazos 6 y 3 los intermedios. La Figura 5.6 muestra los brazos numerados e indica su tipología.

La Figura 5.7 muestra la evolución de las fuerzas en los tres tipos de brazo cuando existe una distancia lateral hacia la izquierda. Mientras que la Figura 5.8 muestra lo mismo pero cuando la distancia lateral es hacia la derecha, y la Figura 5.9 cuando no hay distancia lateral.

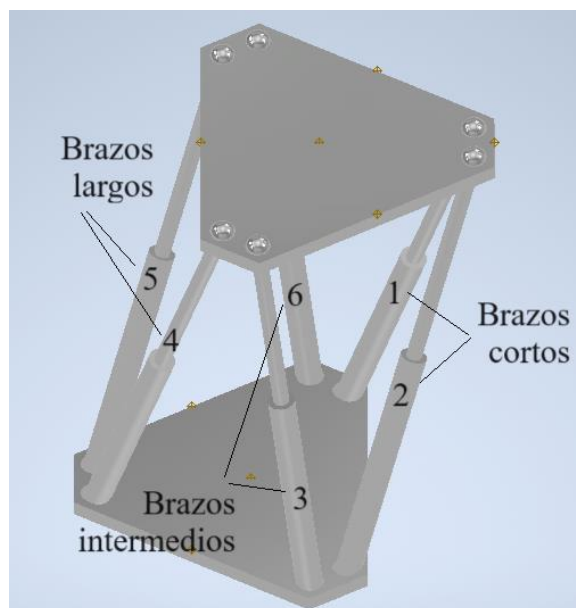


Figura 5.6. Brazos de la plataforma Stewart numerados y clasificados.

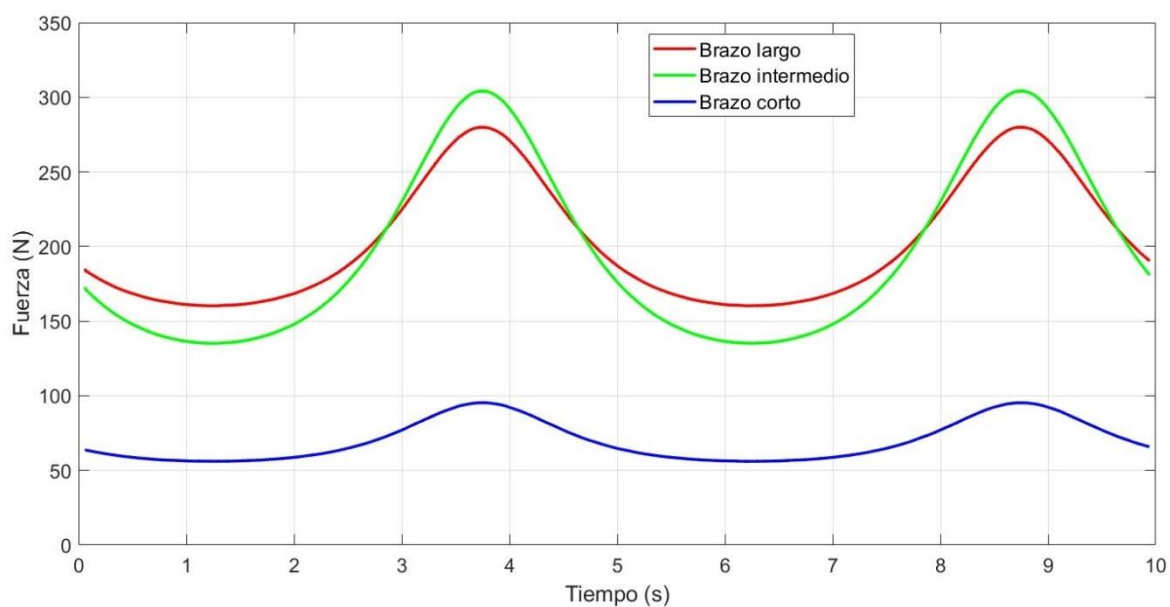


Figura 5.7. Evolución de las fuerzas actuantes en cada tipo de brazo durante la simulación de un movimiento vertical alternante a una distancia en x de -20 cm.

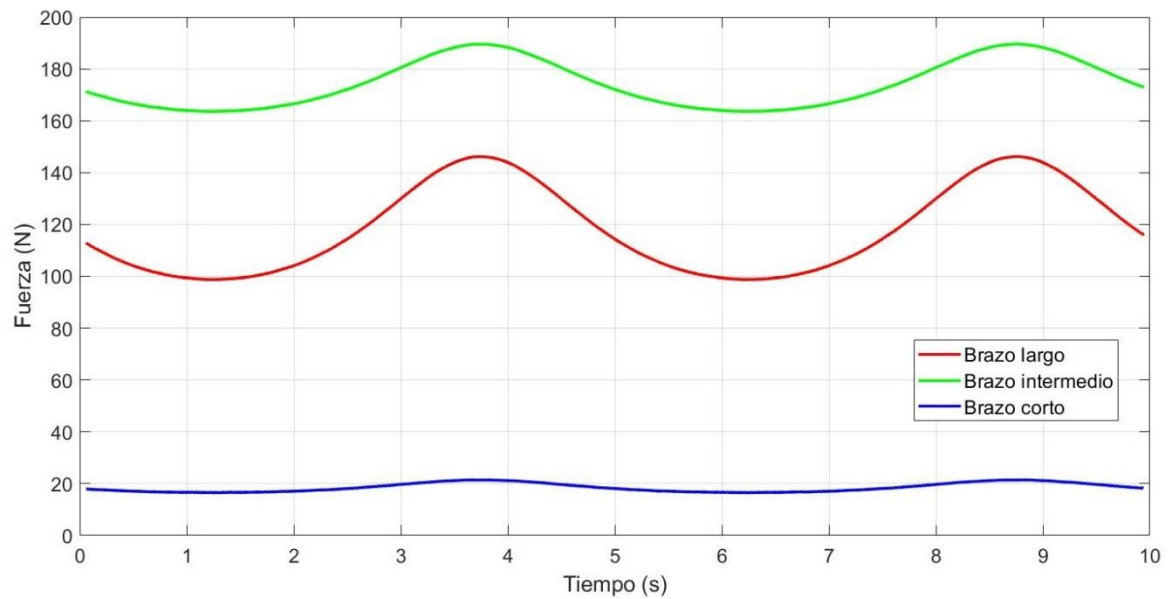


Figura 5.8. Evolución de las fuerzas actuantes en cada tipo de brazo durante la simulación de un movimiento vertical alternante a una distancia en x de 20 cm.

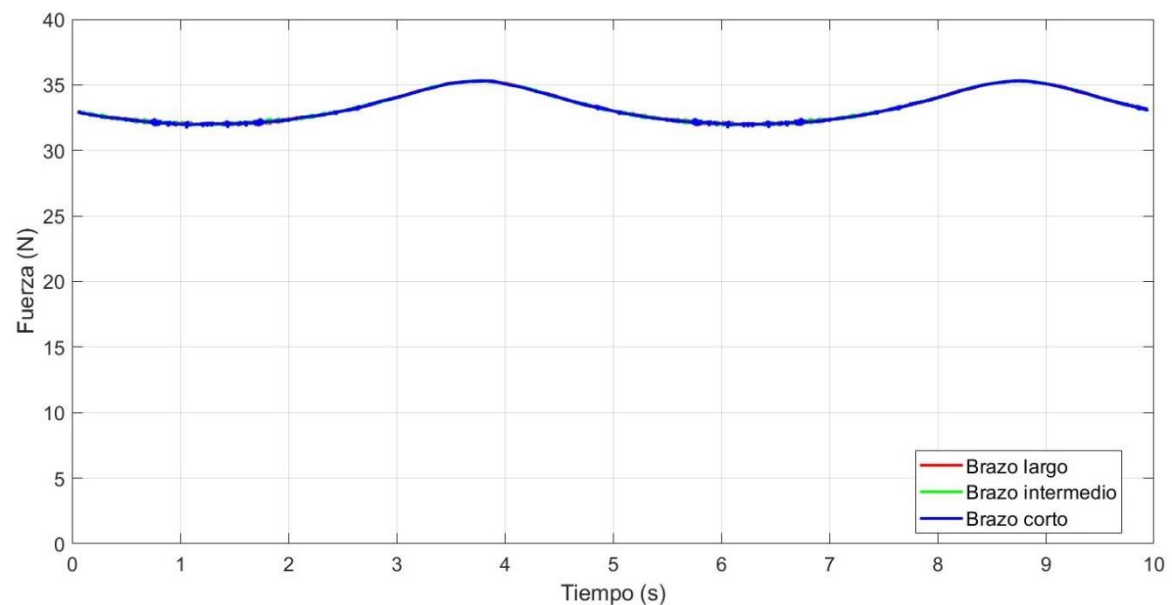


Figura 5.9. Evolución de las fuerzas actuantes en cada tipo de brazo durante la simulación de un movimiento vertical alternante a una distancia lateral nula.

Como se puede ver en las dos primeras gráficas, la mayor sollicitación es soportada por los brazos intermedios y ocurre cuando la plataforma superior alcanza la altura mínima posible. En cambio, cuando no hay distancia lateral, todos los brazos soportan la misma fuerza en todo momento ya que la inclinación de cada uno también es igual constantemente.

En otros momentos de la simulación, el rol de brazo más solicitado se lo van alternando el intermedio y el del lado largo cuando la distancia lateral es hacia la izquierda. Esto no ocurre hacia la derecha donde el intermedio siempre soporta más fuerza que las otras dos tipologías. Además, en ambos casos el brazo del lado corto siempre es el que menos solicitado se encuentra.

La geometría y disposición de los seis brazos de la plataforma Stewart provocan estas diferencias debidas a la no simetría respecto al plano yz, perpendicular a la dirección lateral de las posiciones iniciales. Las no simetrías de la estructura respecto de ciertos planos de movimiento suponen que los resultados finales del volumen de movimiento tengan que ajustarse al mínimo valor máximo obtenido. Por ejemplo, la altura máxima para una distancia lateral concreta en cualquier dirección es la mínima de entre todas las máximas calculadas para todas las direcciones.

En la siguiente tabla se recopilan los valores máximos de fuerza para cada simulación y tipo de brazo. Resultando el mayor sobre los brazos intermedios cuando la distancia lateral es máxima en el sentido negativo de la dirección x.

Distancia lateral	Fuerza (N)		
	Brazo del lado largo	Brazo intermedio	Brazo del lado corto
-20 cm	280,4	304,8	95,5
0 cm	35,3	35,3	35,4
20 cm	146,2	189,7	21,6

Tabla 5.1. Fuerzas máximas actuantes sobre cada tipo de brazo en función de la distancia lateral durante un movimiento vertical alternante.

5.3. Caso 2: movimiento lateral y circular

Para la primera ronda de simulaciones el objetivo es hallar las distancias laterales en x máximas en ambos sentidos para distintas alturas iniciales y fijas. Al igual que en el apartado anterior, se aplica el *Método de simulación* para hallar los resultados deseados, es decir, el último valor de posición previo a la interrupción de la simulación por incumplimiento de las restricciones estructurales.

Las funciones que definen los movimientos a simular en este primer grupo, y a introducir en la ventana de edición de la posición del GdL en dirección x de la *Spatial Joint*, tienen las siguientes expresiones. Siendo la primera correspondiente al movimiento hacia la izquierda y la segunda hacia la derecha:

$$x [cm] = -6 \cdot Tiempo [s] \quad (10)$$

$$x [cm] = 6 \cdot Tiempo [s] \quad (11)$$

La pendiente de 6 cm/s es tal que la posición final no cumpla con las restricciones estructurales. Tras un tiempo de simulación de 5 segundos, la distancia lateral final es de 30 cm.

En la Figura 5.10 se grafican las distancias laterales máximas, en ambos sentidos, alcanzadas para varias alturas múltiplos de cinco y comprendidas entre el valor máximo y mínimo, halladas en el apartado anterior, correspondientes a una distancia lateral nula.

Se aprecia que conforme la altura va aumentando, la distancia lateral máxima se va reduciendo. También se observa que se obtienen valores mayores de la distancia lateral hacia la derecha que hacia la izquierda.

Junto a los resultados del apartado anterior, se puede concluir que cuando la plataforma superior se desplaza hacia su lado corto, puede alcanzar distancias laterales mayores y alturas máximas mayores que cuando lo hace hacia su lado largo. Sin embargo, cuando se desplaza hacia este último, puede alcanzar alturas mínimas menores.

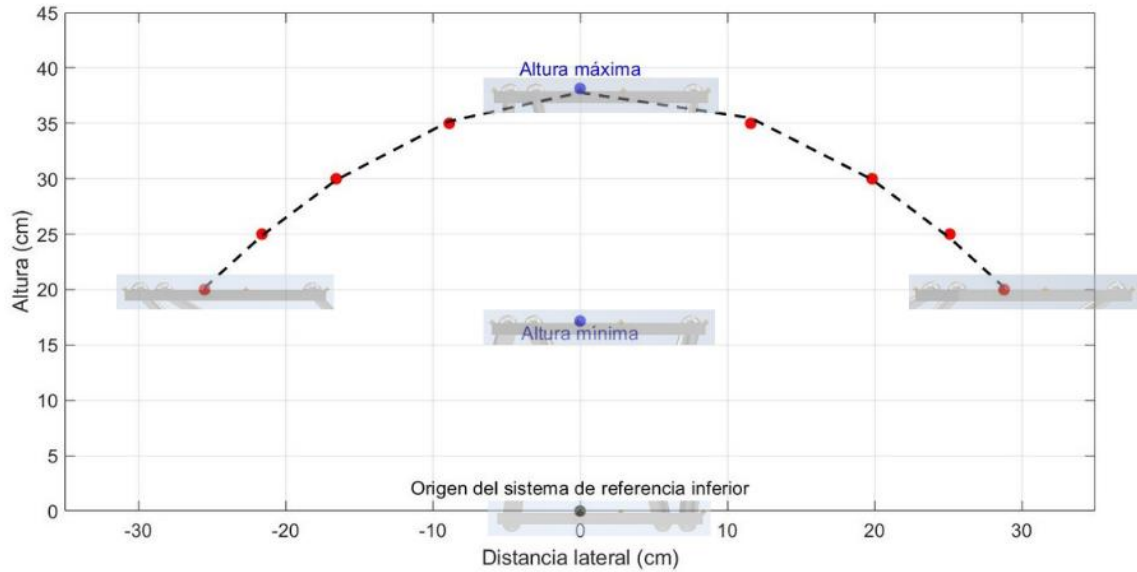


Figura 5.10. Distancias laterales máximas (rojo) alcanzadas por la plataforma Stewart en función de una altura fija en el plano xy . Posiciones finales de las plataformas superpuestas para las alturas máxima y mínima (azul), y para las distancias laterales máximas a una altura de 20 cm. Línea de tendencia polinómica también representadas.

Para la segunda ronda del segundo grupo de simulaciones se definirán movimientos circulares, a las mismas alturas con las que se está trabajando, y de radio igual a la distancia máxima más pequeña correspondiente, es decir, la obtenida hacia la izquierda.

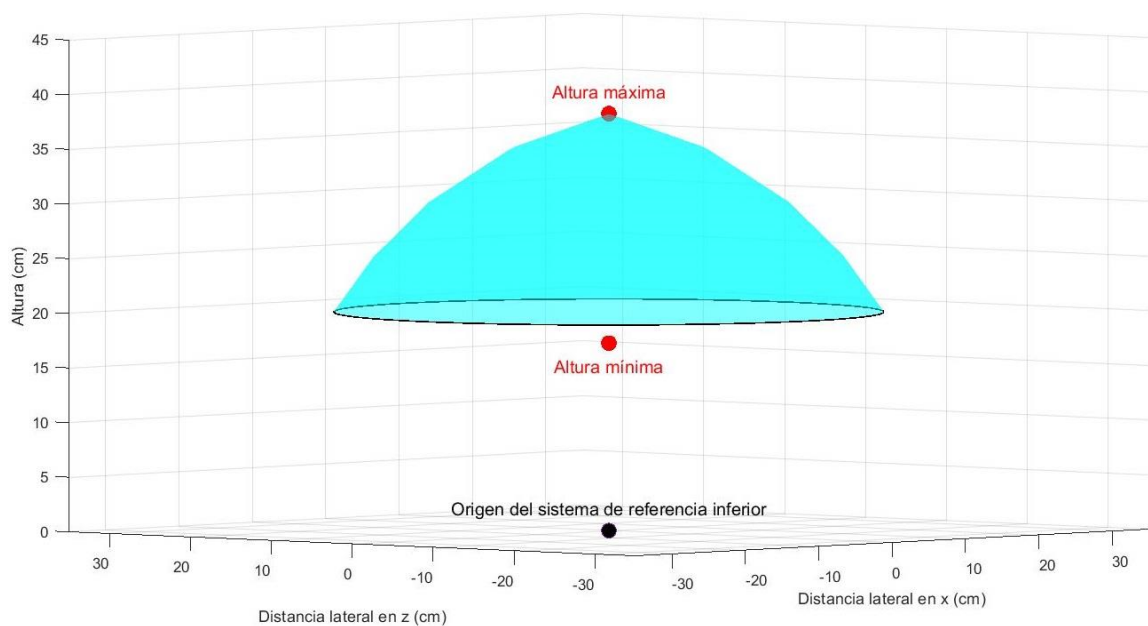


Figura 5.11. Volumen de posiciones del origen del sistema de referencia superior que cumplen con las restricciones estructurales cuando la plataforma Stewart describe un movimiento circular sin inclinación.

Combinando las distintas alturas y sus correspondientes radios de giro máximos, se puede delimitar un volumen de posiciones, para el origen del sistema de referencia superior, que cumplen con las restricciones cuando se simula un movimiento circular (Figura 5.11).

Con base en las condiciones en las que se da la fuerza máxima para el movimiento vertical (tabla 5.1), se puede deducir que para el segundo grupo de simulaciones las fuerzas máximas se darán para una altura lo menor posible. Para una altura de 20 cm se simula un movimiento horizontal alternante en x entre las distancias laterales máximas hacia cada sentido.

La expresión de dicho movimiento es la siguiente:

$$x [cm] = Dis.med [cm] + Amplitud [cm] \cdot \sin(2\pi \cdot f [Hz] \cdot Tiempo [s]) \quad (12)$$

Siendo:

$$Dis.med [cm] = \frac{Dis.lat.máx [cm] + Dis.lat.mín [cm]}{2} \quad (13)$$

$$Amplitud [cm] = \frac{Dis.lat.máx [cm] - Dis.lat.mín [cm]}{2} \quad (14)$$

$$f = 0,2 Hz \quad (15)$$

El valor de la frecuencia es el que permite que la plataforma superior describa dos repeticiones completas en un tiempo de simulación de 10 segundos.

Al igual que en el caso anterior, el movimiento y las posiciones iniciales se encuentran siempre dentro del plano xy . Por tanto se puede repetir la filosofía de los distintos tipos de brazo para representar los resultados de fuerzas actuantes en cada uno de ellos.

En las Figuras 5.12, 5.13 y 5.14 se grafican los valores de las fuerzas soportadas por los brazos largos, intermedios y cortos, respectivamente, junto con la posición longitudinal de las uniones cilíndricas correspondientes para entender mejor el momento de tiempo en el que se da la sollicitación máxima.

El eje vertical derecho está acotado por la carrera del sistema cilindro-pistón (± 10 cm), es decir, si en algún momento la curva verde sobrepasa los límites del eje significaría que la simulación no cumple con las restricciones del ensamblaje y se detendría.

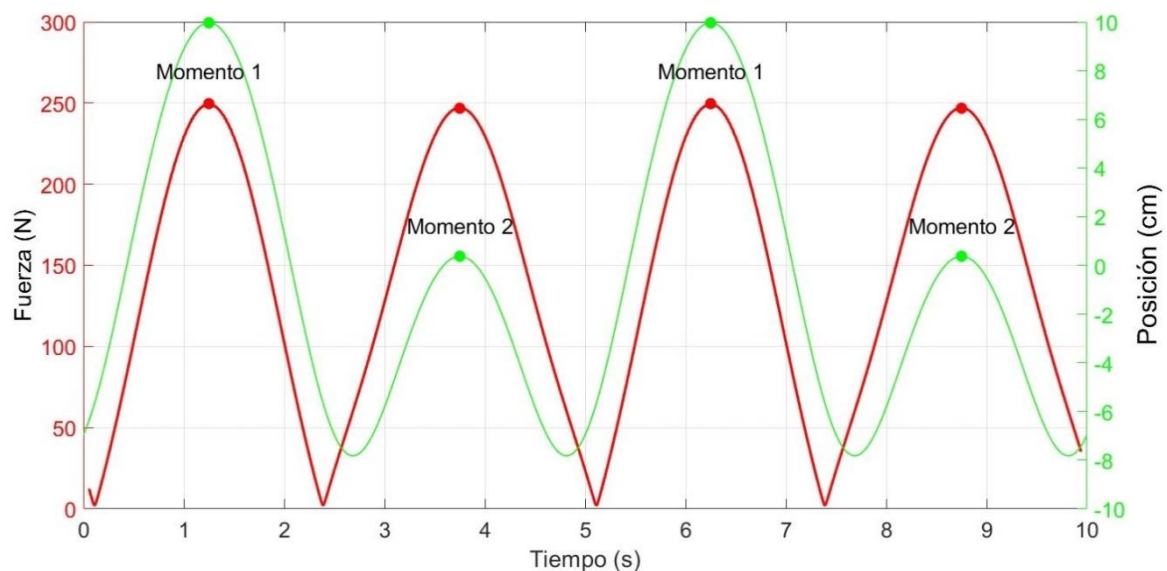


Figura 5.12. Evolución de la fuerza actuante (rojo) sobre uno de los brazos largos de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica (verde) de dicho brazo durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas junto con las posiciones longitudinales y los momentos en los que ocurren marcados.

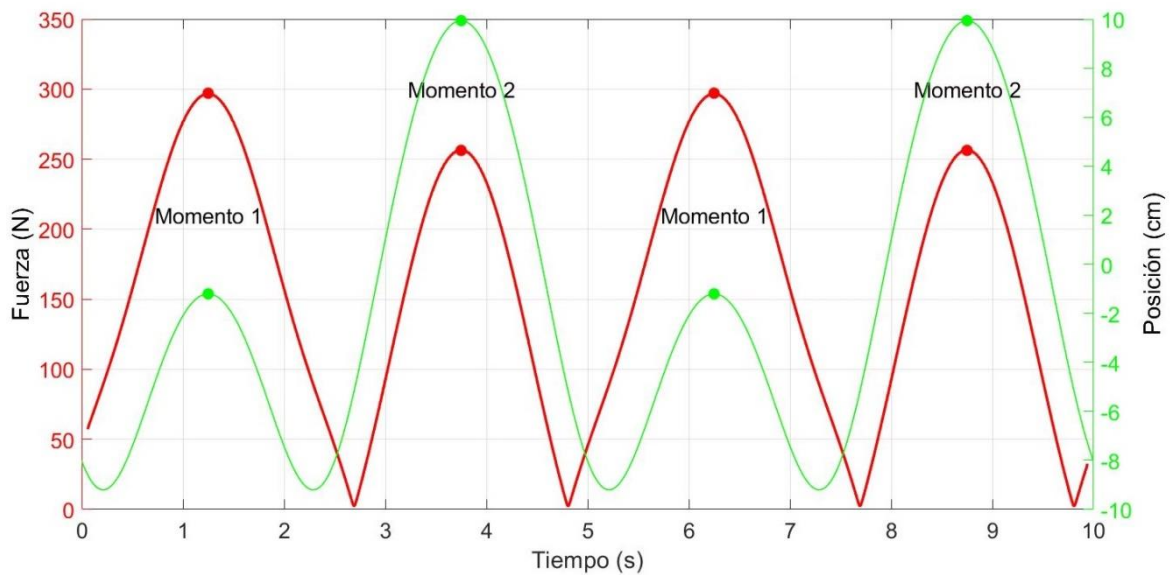


Figura 5.13. Evolución de la fuerza actuante (rojo) sobre uno de los brazos intermedios de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica (verde) de dicho brazo durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas junto con las posiciones longitudinales y los momentos en los que ocurren marcados.

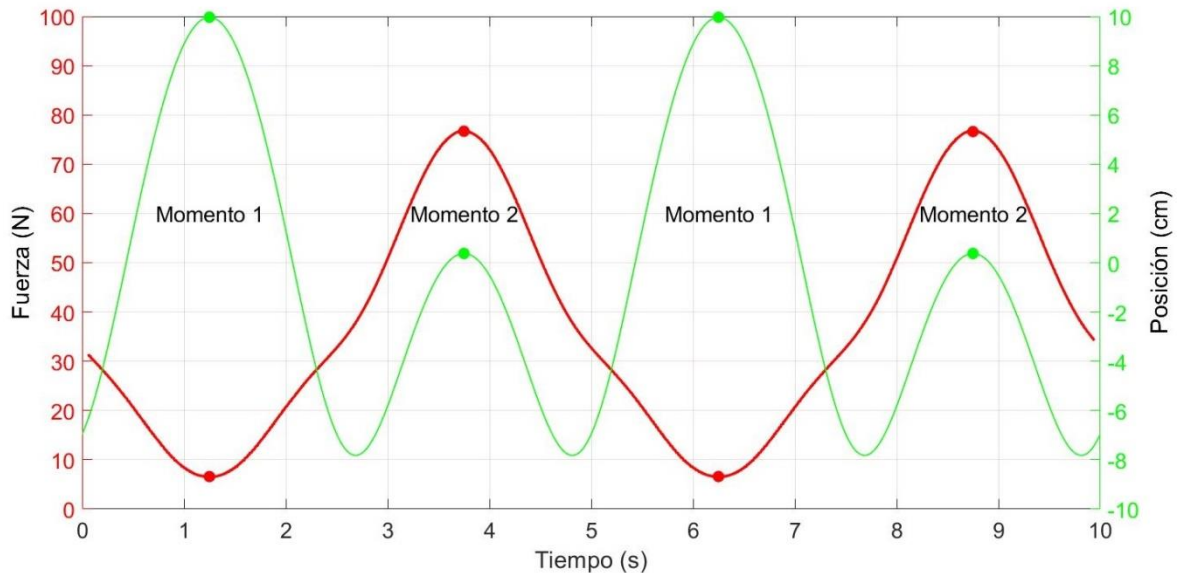


Figura 5.14. Evolución de la fuerza actuante (rojo) sobre uno de los brazos cortos de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica (verde) de dicho brazo durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas y mínimas junto con las posiciones longitudinales y los momentos en los que ocurren marcados.

Al igual que en el caso anterior, el brazo intermedio es el que soporta más fuerza, en el momento 1. Las fuerzas sobre el brazo largo describen la misma forma que las del brazo intermedio, siendo ligeramente superiores en el momento 2. Por otro lado, el brazo corto vuelve a ser el menos solicitado, describiendo una curva distinta a las anteriores.

Respecto a las posiciones longitudinales, se puede observar que todos los brazos llegan al límite permitido por su carrera. Las curvas de los brazos largos y cortos coinciden, mientras que la de los brazos intermedios, tiene la misma forma que las demás pero desfasada.

La posición de la plataforma Stewart en ambos momentos señalados en las gráficas se puede ver en la Figura 5.15 con uno de los brazos largos, intermedios y cortos señalados de izquierda a derecha, en ese orden, en cada una de las posiciones.

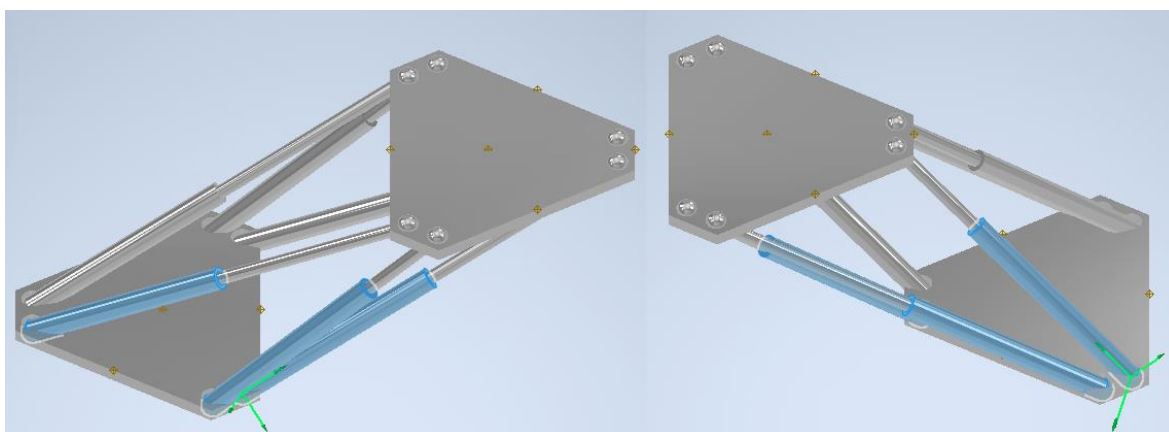


Figura 5.15. Posición de la plataforma Stewart en el momento 1 (izquierda) y en el momento 2 (derecha) durante un movimiento en x alternante a una altura de 20 cm. En cada situación, de izquierda a derecha se resalta un brazo largo, intermedio y corto.

El momento 1, como se puede deducir de las gráficas anteriores, corresponde al punto de máxima extensión de los brazos largos y cortos. Mientras que el momento 2 corresponde al punto de máxima extensión de los brazos intermedios.

Para la simulación del movimiento circular se toma también la altura mínima de 20 cm, y como radio, la distancia lateral mínima entre las máximas calculadas en cada sentido para cumplir con las restricciones en todo momento.

Para definir un movimiento circular, al producirse en dos GdL, también habrá que introducir una función senoidal en el GdL en dirección z de la *Spatial Joint*. Las expresiones en dirección x y en dirección z , respectivamente, son las siguientes:

$$x [cm] = Dis.lat.mín [cm] \cdot \sin(2\pi \cdot f [Hz] \cdot Tiempo [s]) \quad (16)$$

$$z [cm] = Dis.lat.mín [cm] \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [Hz] \cdot Tiempo [s] + \frac{\pi}{2}\right) \quad (17)$$

La coordenada z fija la posición inicial de la plataforma en la trayectoria circular al estar desfasada 90° respecto a la coordenada x .

El origen del sistema de referencia superior describe la trayectoria simétrica circular negra de la Figura 5.11. Por ello, todos los brazos se ven sometidos a las mismas solicitaciones pero en momentos distintos.

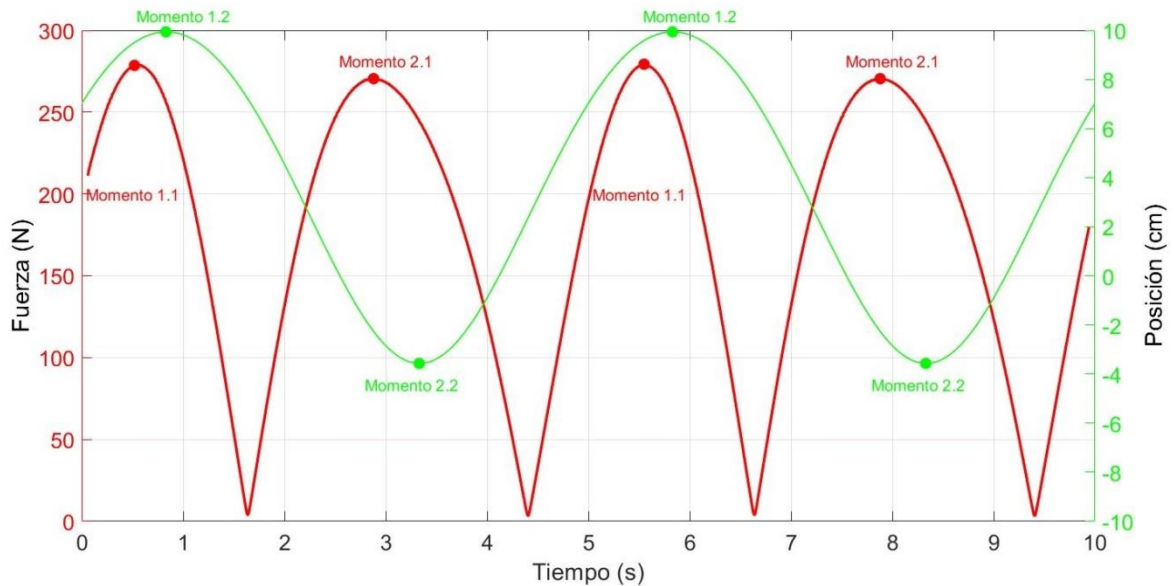


Figura 5.16. Evolución de la fuerza actuante sobre uno de los brazos de la plataforma Stewart y la posición longitudinal de la unión cilíndrica de dicho brazo durante un movimiento circular a una altura de 20 cm. Fuerzas máximas, posiciones máximas y mínimas, y los momentos en los que ocurren marcados.

Todos los puntos de fuerza máxima se encuentran previos al momento en el que el brazo alcanza su máxima o mínima posición cilíndrica. Esto significa que el alto valor de la fuerza se debe al cambio de sentido de la velocidad del pistón. De extenderse a contraerse en el momento 1.2, y de contraerse a extenderse en el momento 2.2. Siendo la sollicitación mayor previa al primer caso, es decir, en el momento 1.1.

Las Figuras 5.17 y 5.18 muestran una vista de alzado comparativa de la plataforma Stewart entre los momentos 1.1 y 1.2, y entre los momentos 2.1 y 2.2, respectivamente.

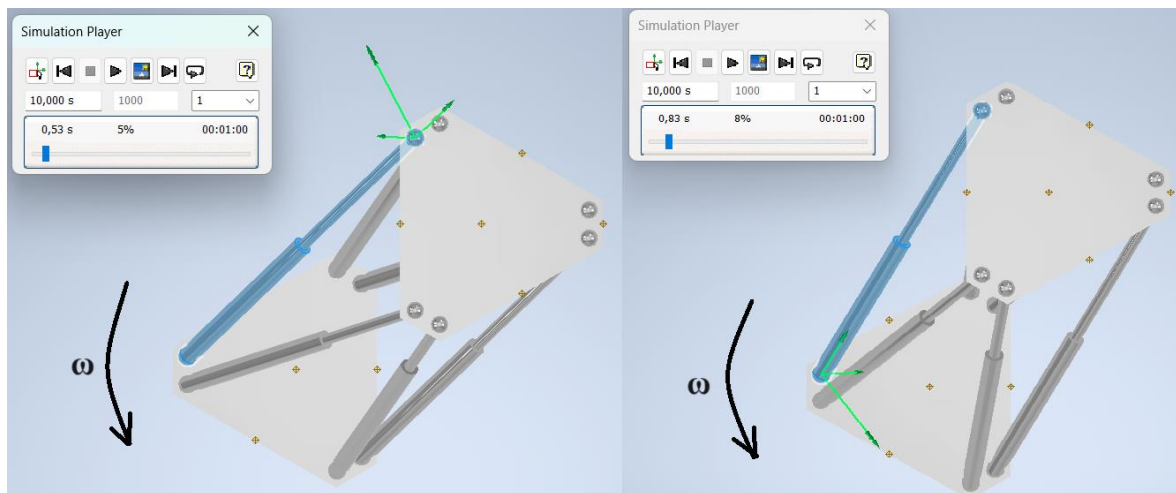


Figura 5.17. Vista de alzado de la plataforma Stewart en el momento 1.1 de fuerza máxima en el brazo resaltado (izquierda) y en el momento 1.2 de posición cilíndrica máxima del mismo brazo (derecha). Sentido de giro también indicado.

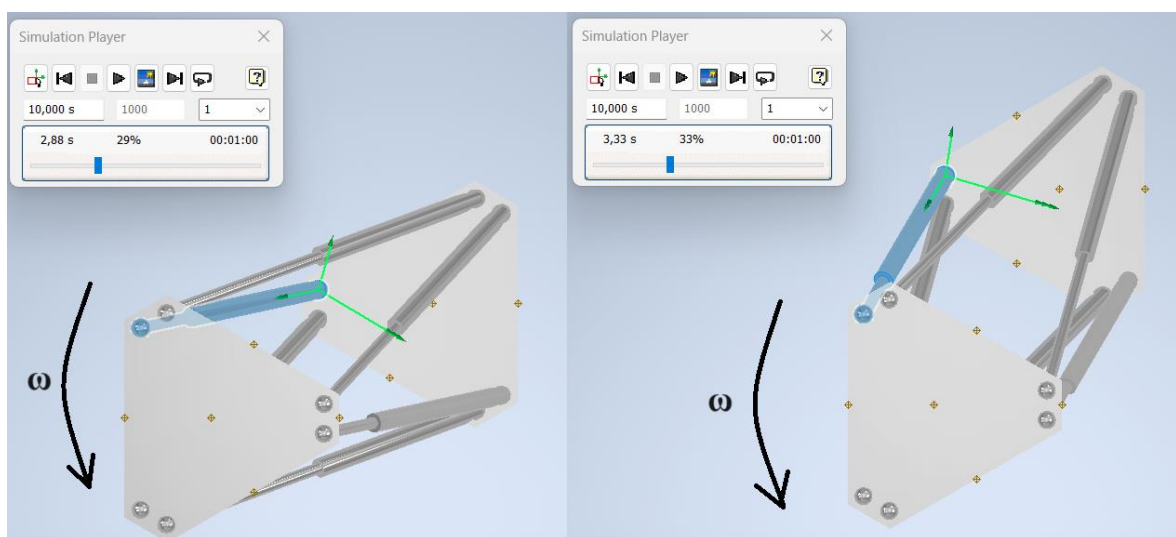


Figura 5.18. Vista de alzado de la plataforma Stewart en el momento 2.1 de fuerza máxima en el brazo resaltado (izquierda) y en el momento 2.2 de posición cilíndrica mínima del mismo brazo (derecha). Sentido de giro también indicado.

Comparando los puntos máximos en las curvas de fuerza de las Figuras 5.13 y 5.16, se obtienen solicitaciones máximas mayores en los brazos intermedios durante un movimiento horizontal alternante que en cualquier brazo durante un movimiento circular.

5.4. Caso 3: movimiento de trampilla

Para este caso se realizan dos rondas de simulaciones que buscan hallar los ángulos máximos de rotación de la plataforma superior sobre la horizontal. La primera ronda consiste en un movimiento de rotación del componente final alrededor de un eje coincidente con una de sus aristas de mayor longitud y paralelo a la dirección z . Mientras que la segunda ronda consiste en el mismo movimiento pero alrededor de una de las aristas de menor longitud.

Para facilitar la definición del movimiento en la *Spatial Joint*, se desplaza el origen del sistema de referencia superior al punto medio de la arista correspondiente. Para establecer la posición de referencia de la plataforma Stewart tras esta modificación, se fija el valor del GdL longitudinal en dirección x igual a la distancia entre el punto central de la superficie y el punto medio de la arista (Figura 3.2).

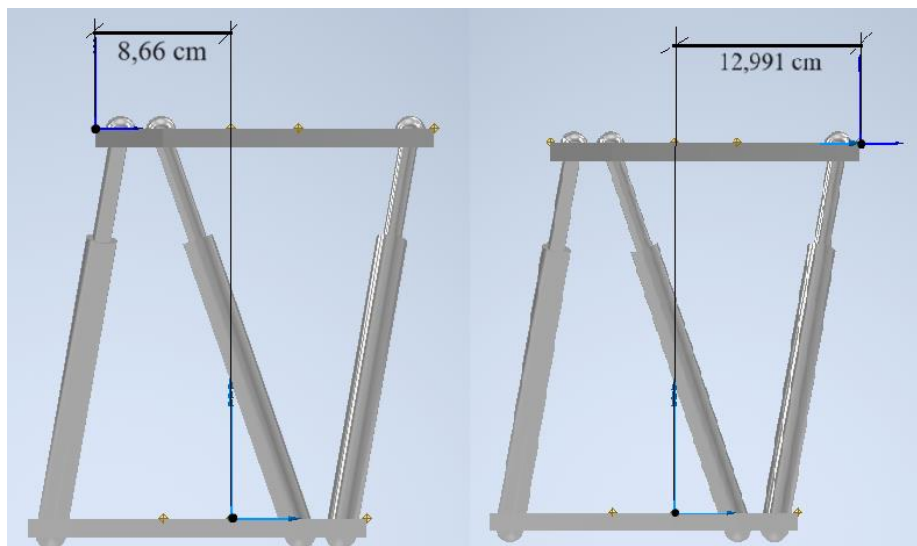


Figura 5.19. Origen del sistema de referencia superior colocado en el punto medio del lado largo de la plataforma superior (izquierda) y en el punto medio del lado corto (derecha). Distancias laterales al sistema de referencia inferior acotadas.

Las posibles posiciones iniciales para este movimiento son una combinación de los resultados obtenidos en los anteriores. Es decir, cada posición inicial está definida por una combinación entre valores posibles de altura y de distancia lateral utilizados anteriormente.

Sin embargo, por el cambio en el origen del sistema de referencia superior, el valor de las distancias laterales en x se ve modificado de las siguientes maneras, primero para el origen sobre el lado largo y después para el lado corto:

$$\text{Nuevo valor dist. lat.} = \text{Antiguo valor dist. lat.} - 8,66 \text{ [cm]} \quad (18)$$

$$\text{Nuevo valor dist. lat.} = \text{Antiguo valor dist. lat.} + 12,991 \text{ [cm]} \quad (19)$$

Todas las posibilidades se recopilan en las casillas blancas no vacías de las siguientes tablas. Los antiguos valores de la distancia lateral utilizados son 25 cm, 15 cm y 5 cm en ambos sentidos, y 0 cm.

Altura (cm)	Distancia lateral (cm)						
20	-33,66	-23,66	-13,66	-8,66	-3,66	6,34	16,34
27,5	-	-23,66	-13,66	-8,66	-3,66	6,34	-
35	-	-	-13,66	-8,66	-3,66	-	-

Tabla 5.2. Posibles valores de altura y distancia en x iniciales de la plataforma Stewart para simular el movimiento de trampa sobre el lado largo de la plataforma superior.

Altura (cm)	Distancia lateral (cm)						
20	-12,009	-2,009	7,991	12,991	17,991	27,991	37,991
27,5	-	-2,009	7,991	12,991	17,991	27,991	-
35	-	-	7,991	12,991	17,991	-	-

Tabla 5.3. Posibles valores de altura y distancia en x iniciales de la plataforma Stewart para simular el movimiento de trampa sobre el lado corto de la plataforma superior.

En ambos casos, el ángulo final se establece en 90° ya que es estructuralmente imposible que la plataforma alcance tal posición, como se demuestra en las tablas de resultados siguientes. Por lo tanto, las funciones a introducir en la ventana de edición de la posición del GdL de rotación alrededor del eje z en la *Spatial Joint* tienen las siguientes expresiones, siendo la primera cuando el sistema de referencia superior se coloca sobre el lado largo y la segunda sobre el lado corto.

$$\text{Ángulo } [^\circ] = -18 \cdot \text{Tiempo } [s] \quad (20)$$

$$\text{Ángulo } [^\circ] = 18 \cdot \text{Tiempo } [s] \quad (21)$$

La pendiente de 18 °/s corresponde a un tiempo de simulación de 5 segundos y al ángulo final de 90°.

El signo de cada una se explica por el sentido de giro. Para que la plataforma se abra o gire hacia arriba alrededor de su lado largo, la rotación tiene que ser en sentido antihorario. Mientras que cuando gira alrededor de su lado corto, la rotación tiene que ser en sentido horario.

Los resultados obtenidos tras la primera ronda de simulación se muestran en la siguiente tabla. La Figura 5.20 muestra la posición inicial y final de la plataforma Stewart, como ejemplo, para una de las posibilidades de la Tabla 5.2.

Altura (cm)	Distancia lateral (cm)						
	-33,66	-23,66	-13,66	-8,66	-3,66	6,34	16,34
20	17,46 °	48,06 °	59,04 °	63,18 °	65,70 °	57,42 °	18,18 °
27,5	-	27,72 °	33,48 °	33,84 °	32,04 °	19,26 °	-
35	-	-	11,34 °	10,62 °	7,92 °	-	-

Tabla 5.4. Ángulos máximos de la plataforma superior sobre la horizontal cuando rota sobre su lado largo, en función de la altura y la distancia en x iniciales.

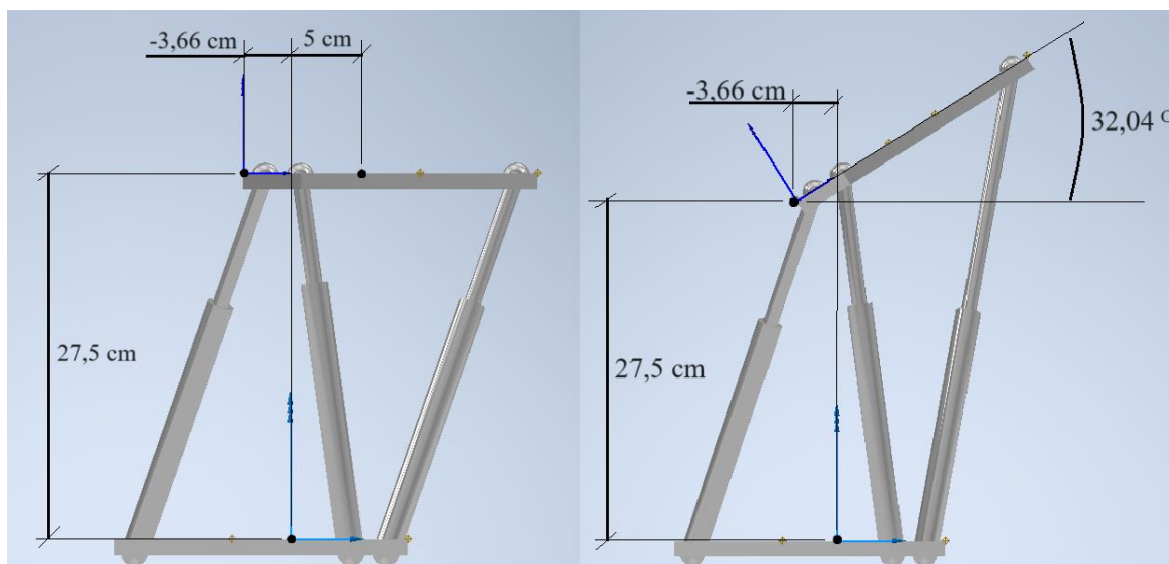


Figura 5.20. Posiciones inicial (izquierda) y final (derecha) de la plataforma Stewart cuando simula un movimiento de trampilla sobre su lado largo. Distancias características de la posición inicial y ángulo máximo final acotados.

Se observa una tendencia del valor del ángulo máximo a reducirse conforme la altura y la distancia lateral aumentan. Por tanto, se consiguen mayores inclinaciones a alturas menores y posiciones centradas entre ambas plataformas.

Los resultados obtenidos de la segunda ronda de simulaciones se presentan en la Tabla 5.5. La Figura 5.21 muestra la posición inicial y final de la plataforma Stewart para las mismas condiciones que en la Figura 5.20, pero simulando un movimiento correspondiente a esta segunda ronda.

Altura (cm)	Distancia lateral (cm)						
	-12,009	-2,009	7,991	12,991	17,991	27,991	37,991
20	1,44 °	43,92 °	59,40 °	54,18 °	48,24 °	33,84 °	13,14 °
27,5	-	13,50 °	32,58 °	30,78 °	27,18 °	15,48 °	-
35	-	-	5,58 °	9,00 °	6,48 °	-	-

Tabla 5.5. Ángulos máximos de la plataforma superior sobre la horizontal cuando rota sobre su lado corto, en función de la altura y la distancia en x iniciales.

Se pueden observar las mismas tendencias del valor del ángulo máximo que en la ronda de simulaciones anterior. Además, comparando ambos movimientos, se alcanzan inclinaciones mayores cuando la plataforma superior rota sobre su lado largo.

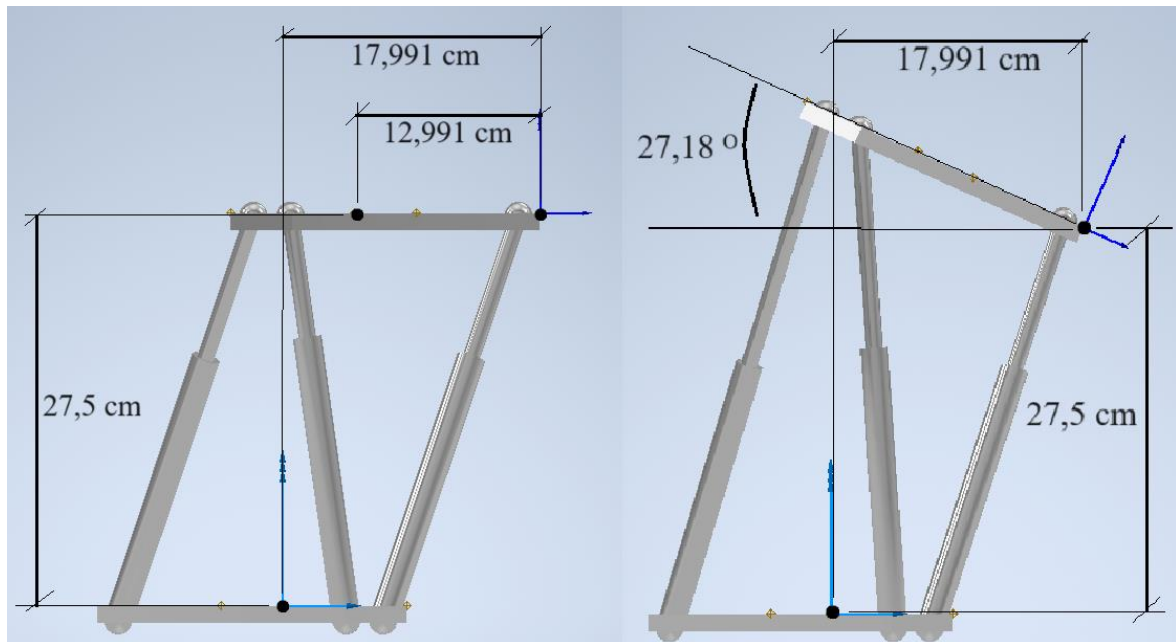


Figura 5.21. Posiciones inicial (izquierda) y final (derecha) de la plataforma Stewart cuando simula un movimiento de trampilla sobre su lado corto. Distancias características de la posición inicial y ángulo máximo final acotados.

En cuanto a las fuerzas, primeramente se estudia si, al igual que en los casos anteriores, las solicitaciones son mayores conforme la altura de la simulación es menor. A continuación, se presentan las fuerzas actuantes en los brazos en las tres simulaciones correspondientes a una distancia lateral de -13,66 cm de la Tabla 5.2.

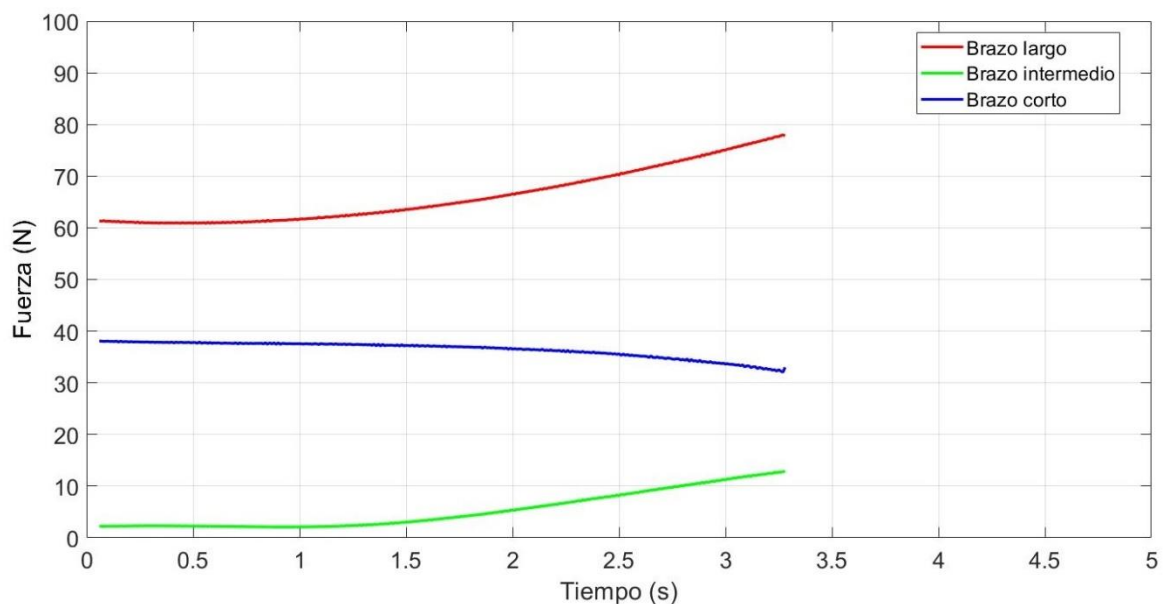


Figura 5.22. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -13,66 cm.

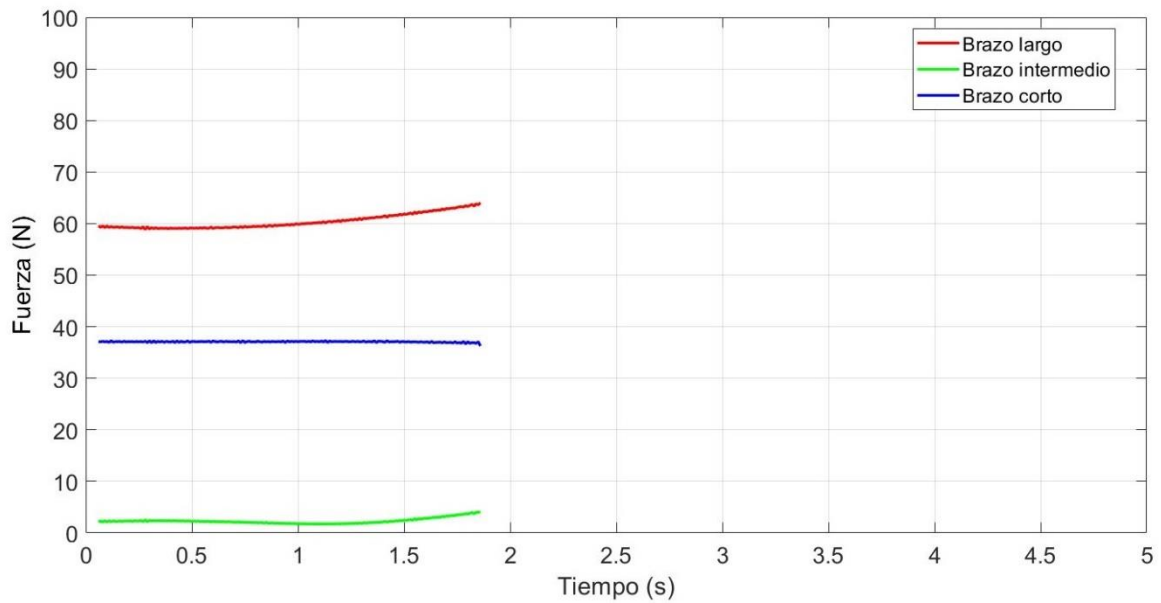


Figura 5.23. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 27,5 cm y a una distancia en x de -13,66 cm.

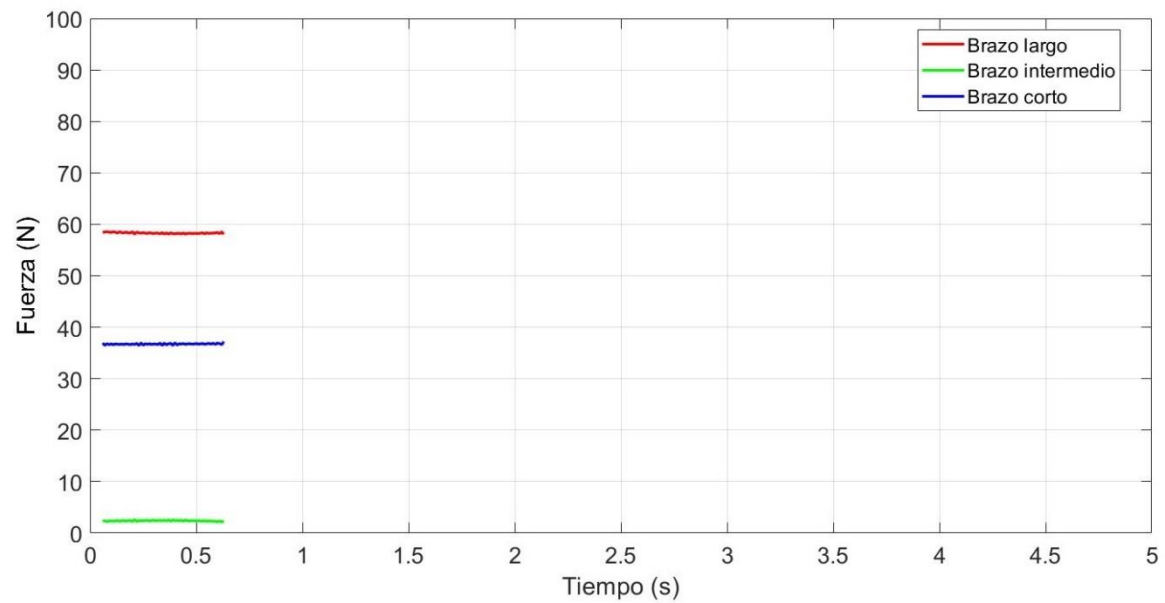


Figura 5.24. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 35 cm y a una distancia en x de -13,66 cm.

Por la dirección del movimiento, se puede aplicar en este caso la clasificación de brazos largos, intermedios y cortos a la hora de presentar las fuerzas actuantes en ellos.

Se aprecia que en todos los casos, las curvas de cada brazo comienzan prácticamente en los mismos valores. Sin embargo, conforme la altura aumenta, la simulación se detiene antes porque el ángulo máximo es menor. Aun así, se puede intuir que, si las restricciones estructurales lo permitiesen, la forma de las curvas coincidiría en todas las situaciones. Por tanto, los valores máximos de fuerza se obtienen para alturas menores por el simple hecho de que la simulación se alarga en el tiempo.

A diferencia de casos anteriores, el rol de brazo más solicitado en esta ocasión es para el brazo largo en todo momento. Esto puede deberse a que la rotación se realice sobre él o a la geometría de la estructura. Esta cuestión se resuelve más adelante cuando se presenten los resultados de la segunda ronda de simulaciones.

Una vez establecido que la altura no influye en las fuerzas, se estudia lo mismo para las distancias laterales. A continuación, se presentan las fuerzas actuantes en los brazos en las simulaciones correspondientes a una altura de 20 cm, porque permite visualizar mejor la evolución de estas, y a las distancias laterales extremas y central. Es decir, las casillas 1, 4 y 7, de izquierda a derecha, de la fila superior de la Tabla 5.2.

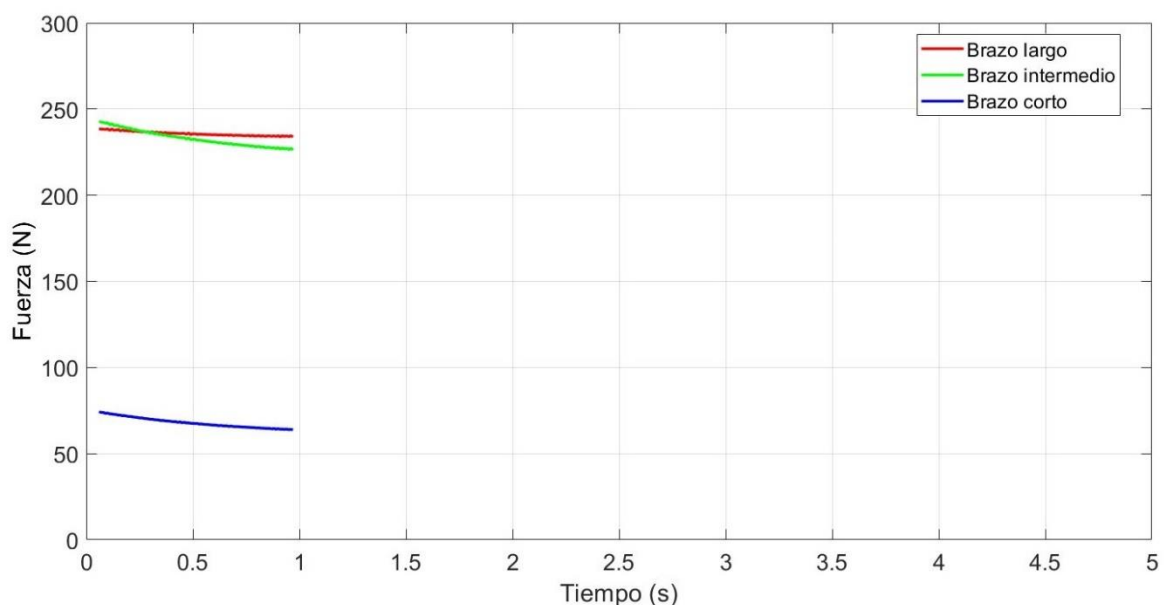


Figura 5.25. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -33,66 cm.

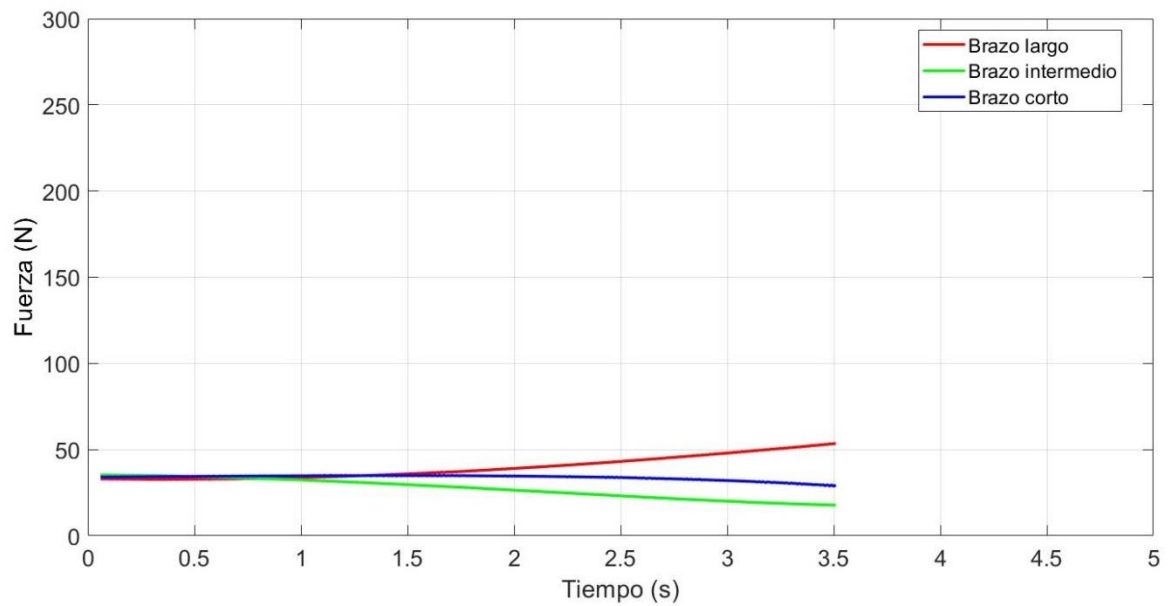


Figura 5.26. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -8,66 cm.

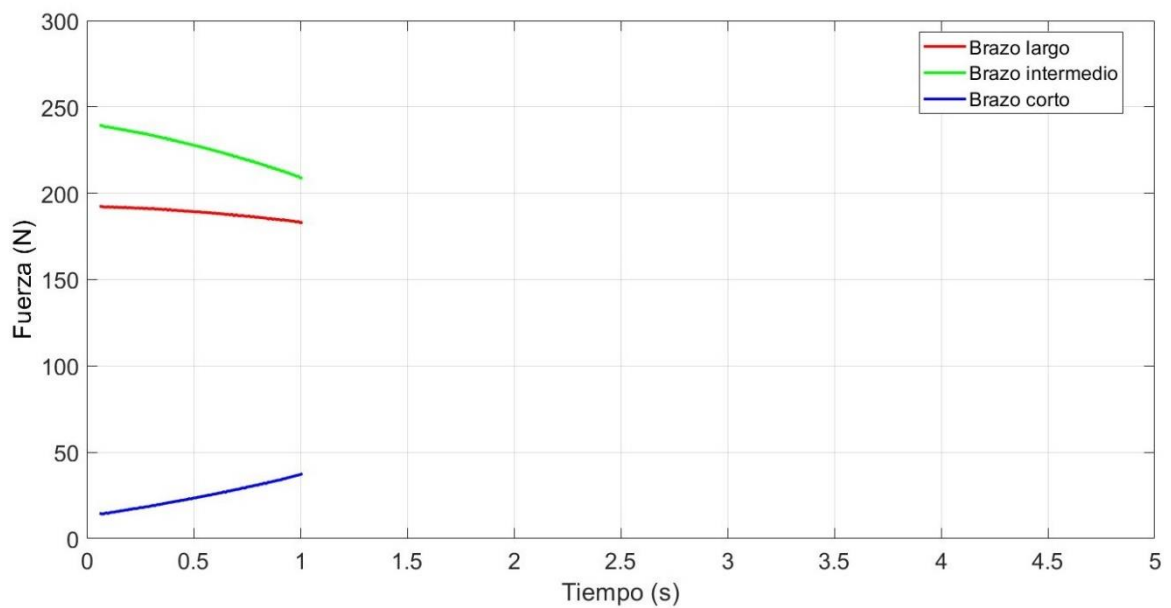


Figura 5.27. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de 16,34 cm.

Es obvio señalar que, comparando estas tres últimas gráficas y la Figura 5.22, las solicitaciones aumentan a la vez que lo hace la distancia lateral. Este hecho es mucho más marcado en los brazos intermedios, los cuales pasan de ser los menos solicitados en posiciones centradas a los que más en posiciones extremas.

Por último, para comparar los efectos del hecho de que se rote alrededor de un lado concreto sobre los brazos correspondientes, se presentan los resultados de parejas de simulaciones con las mismas condiciones iniciales, pero el movimiento de cada una rota sobre un lado distinto.

Con el fin de visualizar mejor la evolución de las fuerzas, las simulaciones presentadas no se inician en la distancia lateral máxima, si no en el valor anterior, en el que el ángulo máximo es mayor y en consecuencia, la duración de la simulación también.

Concretamente, los resultados mostrados a continuación corresponden con las casillas 2 y 6, de izquierda a derecha, de las filas superiores de las Tablas 5.2 y 5.3.

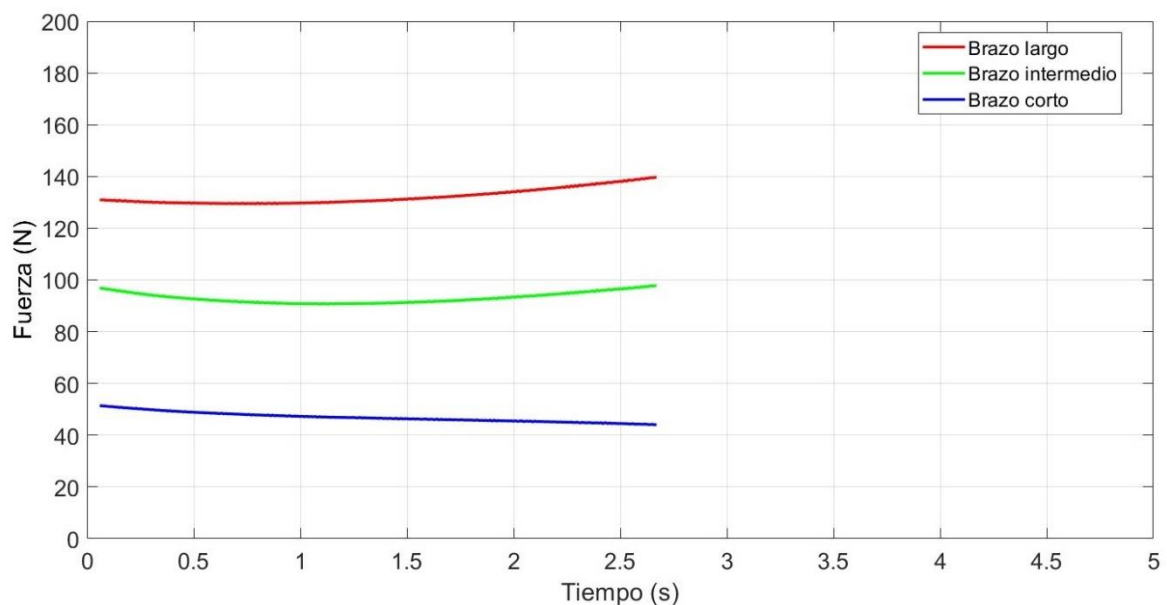


Figura 5.28. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -23,66 cm.

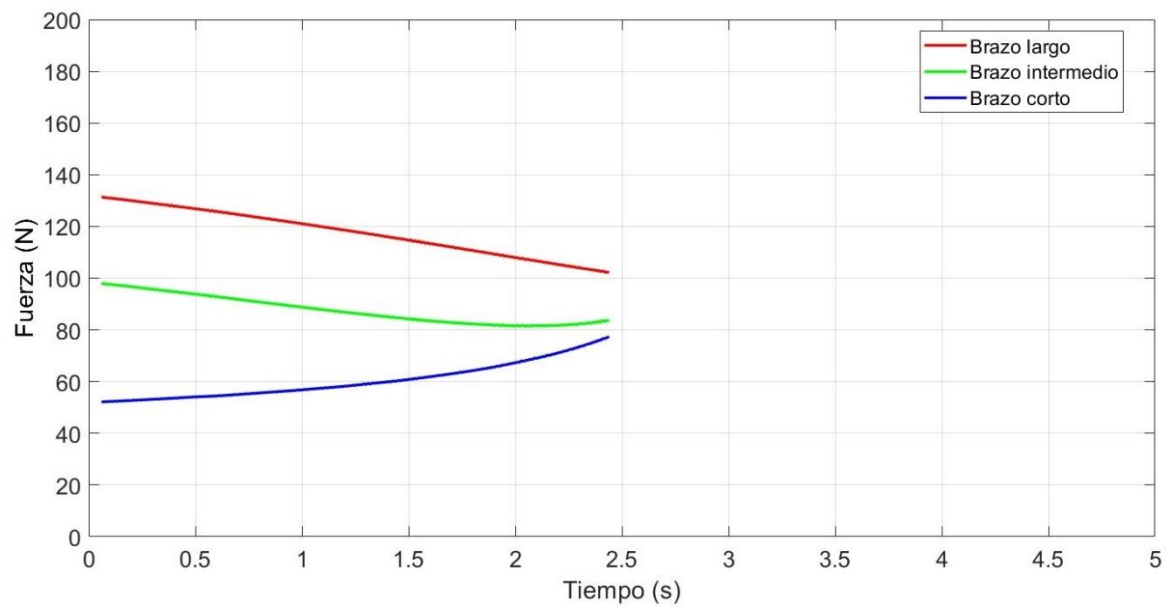


Figura 5.29. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado corto de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de -2,009 cm.

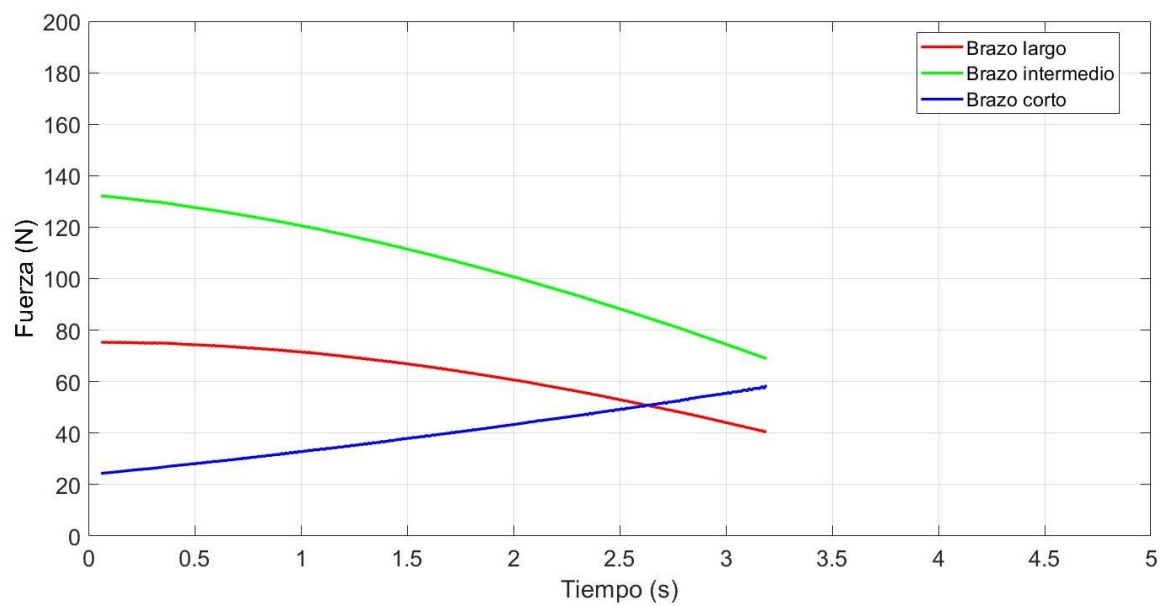


Figura 5.30. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado largo de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de 6,34 cm.

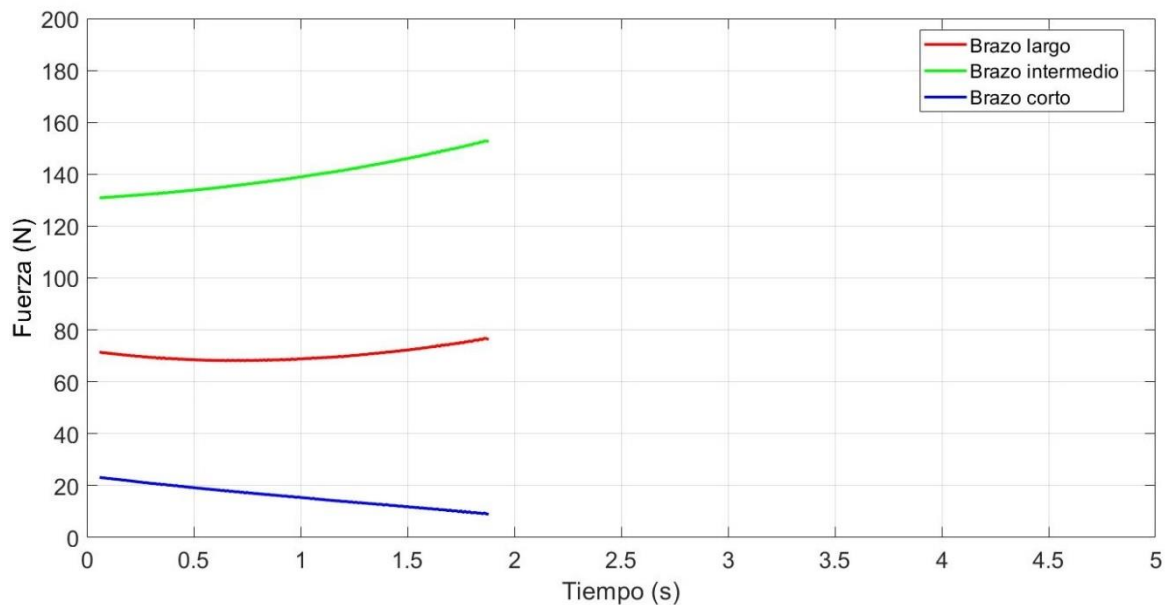


Figura 5.31. Evolución de la fuerza actuante sobre cada tipología de brazo durante un movimiento de trampilla sobre el lado corto de la plataforma superior, estando a una altura de 20 cm y a una distancia en x de 27,991 cm.

La cuestión anterior queda resuelta observando que los brazos cortos siguen siendo los menos solicitados a pesar de que la plataforma superior rote alrededor de su lado corto correspondiente. Aun así, se puede concluir, gracias a las Figura 5.27, 5.30 y 5.31 en las que la distancia lateral es hacia la derecha, que los brazos intermedios soportan la fuerza máxima cuando la plataforma se encuentra desplazada en este sentido. Mientras que en el contrario, suelen ser los brazos largos los más solicitados.

En todos los resultados se identifican dos tendencias distintas por las curvas: ascendente y descendente. Además, generalmente, las tendencias de las fuerzas sobre los brazos largos e intermedios coinciden, mientras que la de los brazos cortos es la opuesta.

En conclusión, se puede considerar que, cuando coinciden el lado hacia el que está desplazada la plataforma superior y el lado sobre el que se rota, las curvas de las fuerzas sobre los brazos largos e intermedios son ascendentes y la de los brazos cortos. Mientras que si no coinciden, las tendencias son las contrarias.

Por ejemplo, en las Figuras 5.28 y 5.31, donde en la primera la plataforma está desplazada hacia su lado largo y rota sobre él, y en la segunda donde es al contrario, las curvas correspondientes a los brazos largos e intermedios son ascendentes.

5.5. Caso final: movimiento alternante inclinado

La metodología a seguir para definir completamente el movimiento final alternante inclinado consiste en ir combinando poco a poco los movimientos sencillos anteriores. Primeramente, se combina el movimiento vertical alternante tanto con el horizontal alternante como con el circular.

Ambas casuísticas se comparan a nivel de solicitaciones en los brazos para determinar en cuál se dan los valores máximos de fuerzas. A la combinación resultante se le añade un movimiento de trampilla alternante alrededor tanto del lado largo como del lado corto de la plataforma superior. Igual que antes, se comparan ambas casuísticas a nivel de solicitaciones en los brazos.

Durante todo este proceso de combinación de movimientos, se buscará que las condiciones de sollicitación máxima individuales halladas en apartados anteriores coincidan en el tiempo a la hora de simular las combinaciones mencionadas.

5.5.1. *Movimiento vertical alternante más movimiento horizontal alternante*

Recordando las alturas límite halladas en el apartado 5.2 (Figura 5.5), un movimiento de estas características estará limitado por arriba por la mínima de las alturas máximas y por abajo por la máxima de las alturas mínimas. Dichos valores son 26,85 cm y 19,20 cm. Redondeándolos al múltiplo de 5 más cercano para relacionar de forma más sencilla resultados de distintos apartados entre sí, el movimiento vertical varía entre 25 cm y 20 cm de la siguiente forma:

$$y [cm] = Alt. media [cm] + Amplitud [cm] \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [Hz] \cdot Tiempo [s] - \frac{\pi}{2}\right) \quad (22)$$

Siendo las expresiones de la altura media y de la amplitud las ecuaciones (7) y (8), respectivamente. La frecuencia tiene un valor de 0,4 Hz y el tiempo de simulación es de 10

segundos, por lo que la plataforma describe cuatro repeticiones completas. La explicación del valor de la frecuencia viene más adelante junto con la frecuencia del movimiento horizontal.

El desfase de 90° es para que la posición inicial corresponda con la altura mínima. Como se ha visto a lo largo de este capítulo, las solicitaciones son mayores conforme menor es la altura y mayor la desviación lateral. Por tanto, estableciendo también la posición inicial en el GdL en dirección x en la distancia lateral máxima, se asegura la combinación de ambas condiciones de máxima solicitación.

Con la intención de que cuando la distancia lateral es máxima, la altura es mínima, los límites del movimiento horizontal los determinará este último valor. Recordando los resultados del apartado 5.3, para una altura de 20 cm las distancias lateral máximas son de 25,2 cm hacia la izquierda y 28,8 cm hacia la derecha. Redondeando ambos al múltiplo de 5 inmediatamente inferior, el movimiento horizontal varía entre 25 cm en un sentido y en otro de la siguiente forma:

$$x [cm] = 25 \text{ cm} \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [Hz] \cdot \text{Tiempo} [s] - \frac{\pi}{2}\right) \quad (23)$$

En este caso la frecuencia es la mitad que en (22), es decir, 0,2 Hz. Esta diferencia se debe al hecho de que cada valor máximo o mínimo de la coordenada x debe coincidir con un valor mínimo de la coordenada y . Ambas expresiones, (22) y (23), se representan en la siguiente Figura 5.32.

En la Figura 5.33 se representan las fuerzas de cada tipología de brazo, la cual puede aplicarse porque el movimiento ocurre en el plano xy .

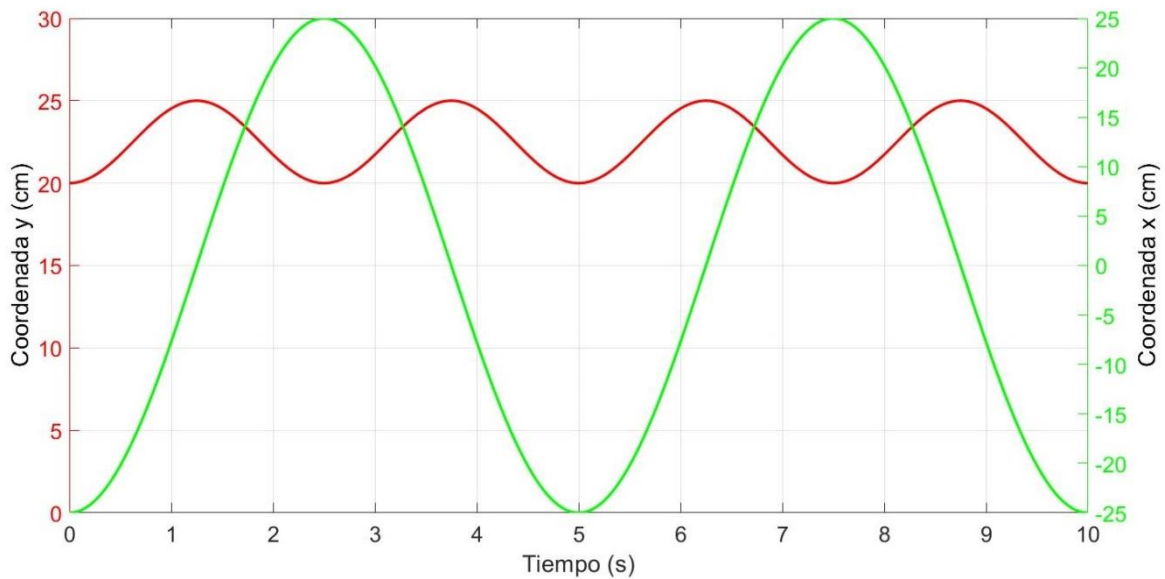


Figura 5.32. Funciones senoidales que describen la coordenada y (rojo) y la coordenada x (verde) durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano xy.

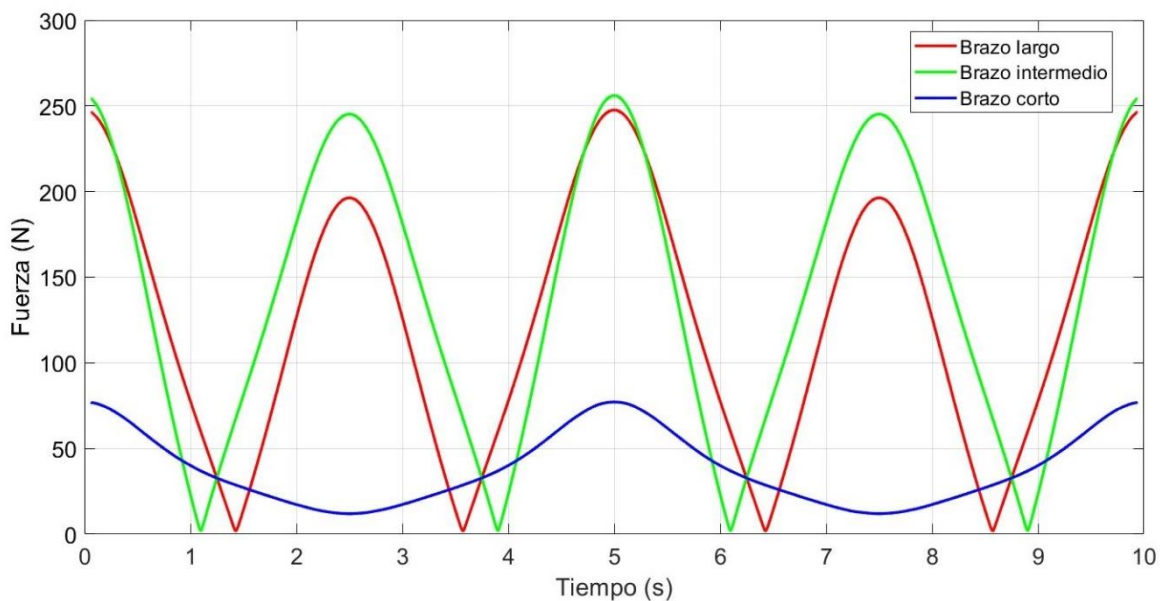


Figura 5.33. Evolución de las fuerzas actuantes sobre los brazos largos (rojo), intermedios (verde) y cortos (azul) durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano xy.

Aunque en algunos momentos sea el brazo largo el más solicitado, la mayoría del tiempo es el brazo intermedio el que soporta una fuerza superior. Comparando con la Figura 5.32, se puede identificar que cuando ocurre la sollicitación máxima es al principio, a mitad y al final de la simulación, es decir, cuando la altura es mínima y la distancia lateral es negativa en x, es decir, hacia la izquierda.

A continuación y por primera vez en este trabajo, se simula un movimiento en el plano yz para estudiar las diferencias en los resultados respecto a las simulaciones en el plano xy. La única modificación a realizar en la edición de los GdL de la *Spatial Joint* es no imponer nada en la coordenada x e imponer la ecuación (23) en la coordenada z.

Como ya se mencionó en el apartado 5.2, los movimientos realizados en este plano provocan que cada brazo esté sometido a una fuerza distinta en todo momento. Sin embargo, se puede intuir que, siguiendo la clasificación utilizada hasta ahora, las curvas de cada pareja de brazos tienen la misma forma pero desfasadas en el tiempo.

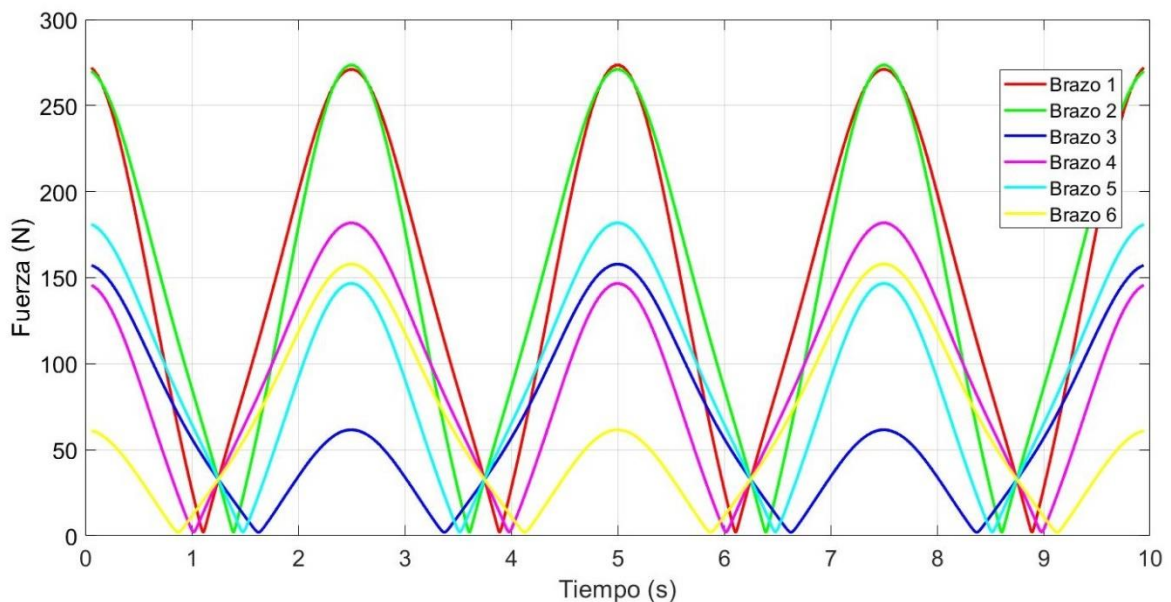


Figura 5.34. Evolución de las fuerzas actuantes sobre cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz.

Como se supuso, las curvas de los brazos largos (4 y 5), de los brazos intermedios (3 y 6) y de los brazos cortos (1 y 2) en la Figura 5.34 tienen la misma forma pero están desfasadas entre ellas.

En este caso, las fuerzas máximas están soportadas por los brazos cortos, los cuales eran constantemente los que menos sollicitación recibían en los movimientos simulados en el plano xy. Importante destacar también, que en esta última simulación se obtienen fuerzas máximas mayores que en la anterior, aunque los brazos no alcancen posiciones tan limítrofes, como se puede observar comparando las Figura 5.35 y 5.36.

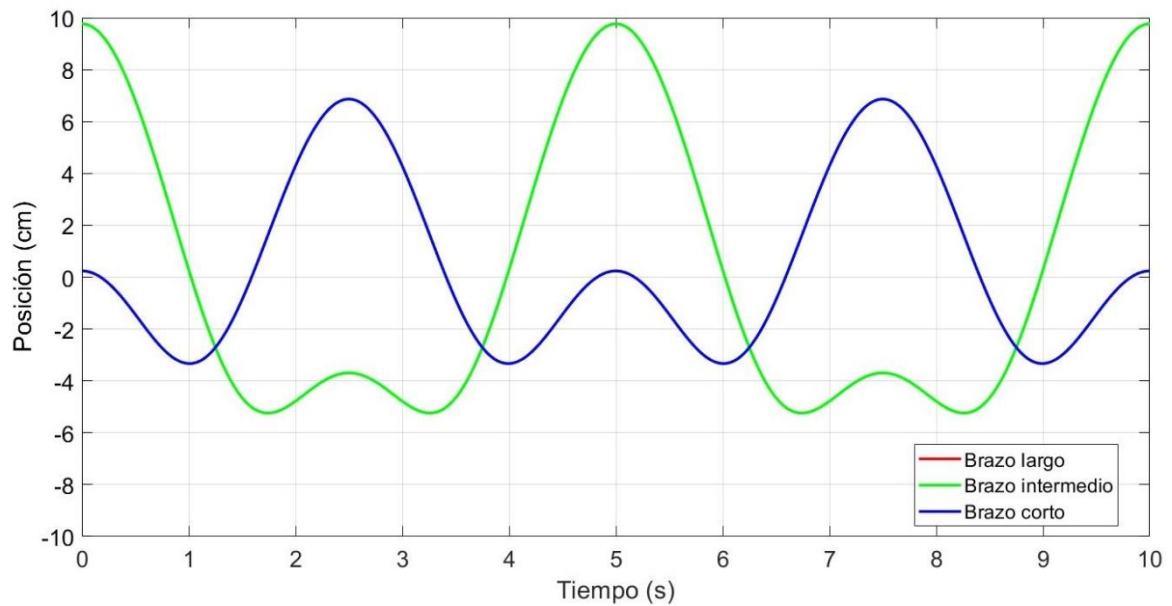


Figura 5.35. Evolución de la posición longitudinal de la unión cilíndrica de cada tipología de brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano xy .

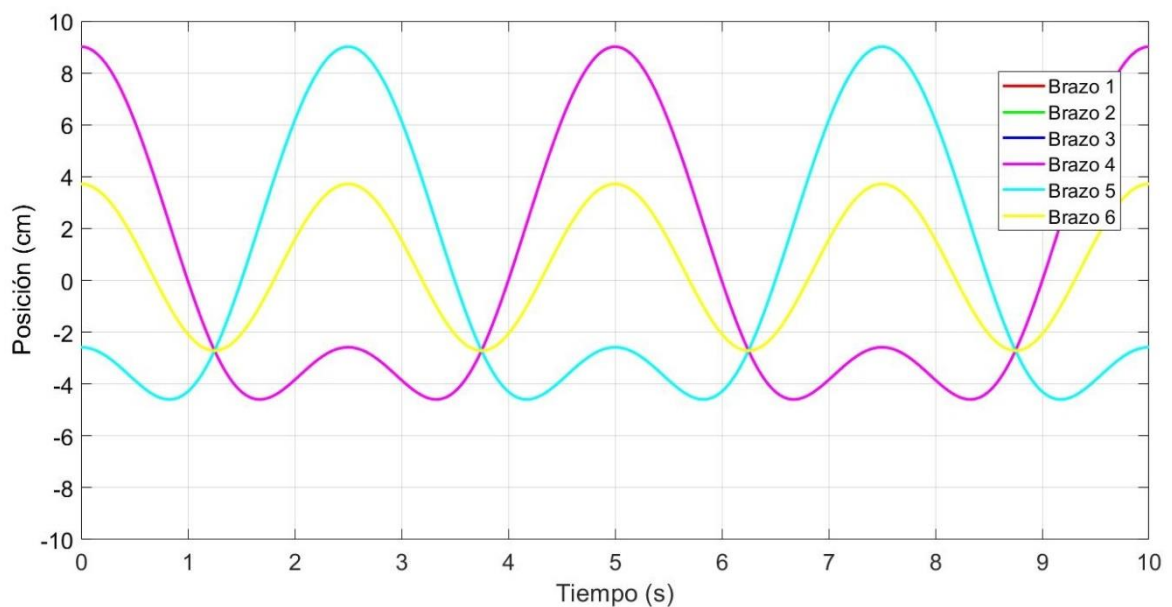


Figura 5.36. Evolución de la posición longitudinal de la unión cilíndrica de cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz .

Cuando el movimiento ocurre en el plano xy , los brazos intermedios son los que alcanzan posiciones más extremas y los que soportan más fuerza al mismo tiempo. En cambio, cuando el movimiento ocurre en el plano yz , los brazos intermedios son los que menos se estiran longitudinalmente. Siendo los largos y los cortos los que más lo hacen, aunque no alcanzando posiciones tan extremas como en la Figura 5.35.

5.5.2. *Movimiento vertical alternante más movimiento circular*

Para este movimiento no existe la doble casuística anterior de más de un plano de movimiento. El movimiento viene definido por un movimiento vertical alternante en la coordenada y, junto con dos funciones senoidales, una aplicada en la coordenada x y la otra en la coordenada z, que describen el movimiento circular.

Las alturas limítrofes no varían respecto al caso anterior, por lo que la función que describe el movimiento vertical es la (22). En cambio, la distancia lateral o radio límite en este caso lo determina la altura máxima. Recordando los resultados del apartado 5.3, el radio máximo para una altura de 25 cm es de 21,60 cm. Redondeando al múltiplo de 5 inmediatamente inferior, el radio del movimiento circular es de 20 cm, el cual viene definido por las siguientes expresiones, basadas en la (16) y la (17):

$$x [cm] = 20 \text{ cm} \cdot \sin(2\pi \cdot f [Hz] \cdot \text{Tiempo} [s]) \quad (24)$$

$$z [cm] = 20 \text{ cm} \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [Hz] \cdot \text{Tiempo} [s] + \frac{\pi}{2}\right) \quad (25)$$

En esta ocasión, al cumplir en cualquier combinación posible de altura y distancia lateral con las restricciones estructurales, la frecuencia puede ser la misma en todas las funciones del movimiento. Se establece en 0,2 Hz por normalización a lo largo del trabajo.

En la Figura 5.37 se representan las curvas de la fuerza actuante sobre cada brazo a lo largo de la simulación. También se representa la envolvente superior, la cual toma el valor máximo de fuerza en cada momento.

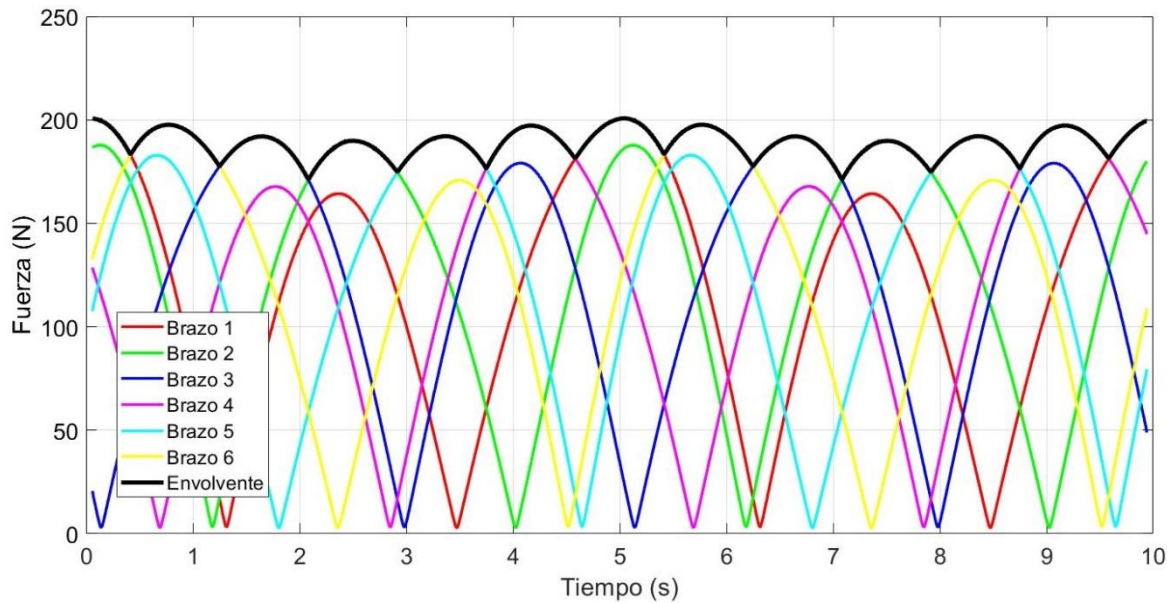


Figura 5.37. Evolución de las fuerzas actuantes sobre cada brazo durante un movimiento vertical alternante y circular. Envolvente superior también representada.

Como se aprecia gracias a la envolvente, todos los brazos soportan la fuerza máxima en algún momento de la simulación. Este valor es mayor cuando la altura de la plataforma es menor, siendo máximo al principio, a mitad y al final del tiempo de simulación, recayendo sobre el brazo 1.

En conclusión, comparando los resultados de estos tres últimos movimientos, el vertical y horizontal alternante en el plano yz es donde ocurren las sollicitaciones máximas. Por tanto, es con el que se continúa el trabajo, denominándose a partir de ahora como movimiento alternante en yz.

5.5.3. *Movimiento alternante en yz más movimiento de trampilla alrededor del lado largo*

En primer lugar, el origen del sistema de referencia superior tiene que colocarse en el punto medio del lado largo de la plataforma superior como en la Figura 5.19. Este cambio provoca que la coordenada x, constante durante el movimiento alternante en yz, valga ahora -8,66 cm.

La definición del movimiento alternante en yz no sufre variaciones respecto a las simulaciones anteriores, por lo que se aplican de nuevo las ecuaciones (22) y (23), esta última en la coordenada z .

En el caso de los límites del movimiento de trampilla, no se tienen los ángulos máximos para distancias laterales en la dirección z . Entonces, la metodología a seguir es la siguiente:

- Se define el movimiento de trampilla basándose en los resultados obtenidos en el apartado 5.4 y se simula el movimiento combinado descrito.
- Si la simulación se detiene, significa que los ángulos máximos de la plataforma superior sobre la horizontal son menores cuando la distancia lateral es en dirección z . Así que, se define de nuevo el movimiento de trampilla en base a las nuevas limitaciones y se simula el movimiento combinado.
- Si la simulación no se detiene, no se modifica nada y los resultados obtenidos se toman como válidos. Esto se debe a la forma en la que se quiere expresar el volumen de movimiento. Los resultados del trabajo se presentarán en forma de figura geométrica en tres dimensiones, como un cubo o una esfera, junto con un rango de ángulos de la plataforma sobre la horizontal posibles. Este rango debe cumplir con las restricciones estructurales en cualquier punto del volumen de movimiento, por lo que si la simulación no se detiene, este rango está delimitado por los resultados del apartado 5.4.

Recordando los resultados de ángulo máximo en la Tabla 5.4, el ángulo más limitante para las condiciones de este sub-apartado es de $17,46^\circ$ cuando la altura es de 20 cm y la distancia lateral es de -25 cm (-33,66 cm en la Tabla por la posición del sistema de referencia superior). Redondeando al múltiplo de 5 inmediatamente inferior, el movimiento de trampilla varía entre la posición horizontal (0°) y 15° y viene definido por la siguiente expresión:

$$\text{Ángulo } [^\circ] = -7,5^\circ + 7,5^\circ \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [\text{Hz}] \cdot \text{Tiempo } [s] - \frac{\pi}{2}\right) \quad (26)$$

El desfase y la frecuencia se igualan a los de la coordenada y (90° y 0,4 Hz) para que coincidan en el tiempo los valores mínimos de altura con los máximos del ángulo, esperando provocar así sollicitaciones mayores.

Sin embargo, al intentar aplicar las funciones del movimiento en Inventor, el programa genera un aviso indicando que las posiciones iniciales y el movimiento descrito no son posibles. En la Figura 5.38 se puede ver la plataforma Stewart en la posición inicial del movimiento alternante en yz, y un ángulo de únicamente 5°.

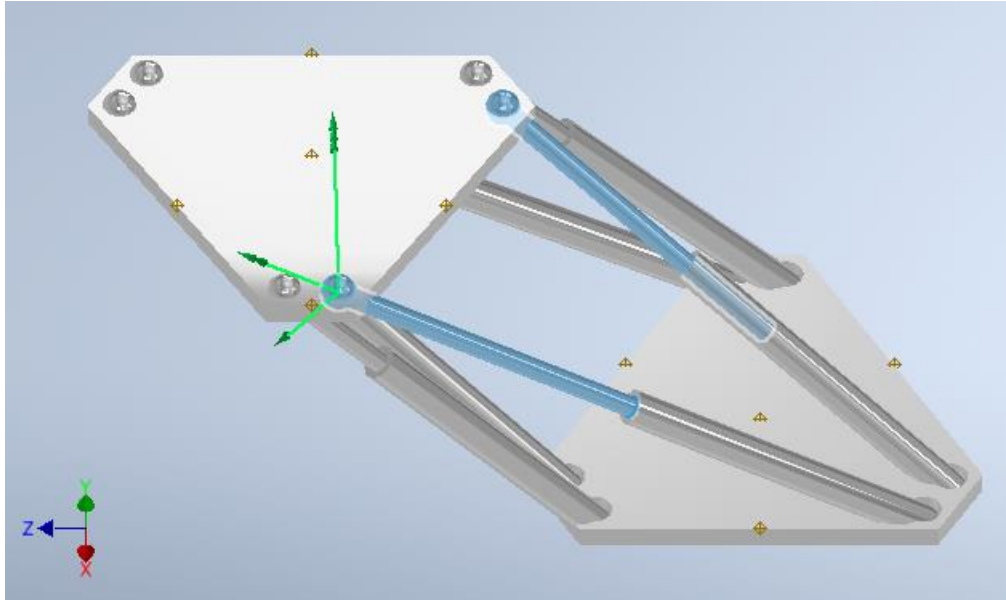


Figura 5.38. Posición de dos pistones dentro de sus respectivos cilindros cuando la plataforma Stewart tiene una altura de 20 cm, una distancia en z de -25 cm y un ángulo alrededor del lado largo horizontal de 5°.

Por tanto, se simula para las condiciones iniciales del movimiento alternante en yz, únicamente el movimiento de trampilla mediante la ecuación (20), obteniéndose un ángulo máximo de 5,04°. Se redefine la expresión (26) para un rango entre 0° y 5°:

$$\text{Ángulo } [^\circ] = -2,5^\circ + 2,5^\circ \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [\text{Hz}] \cdot \text{Tiempo } [s] - \frac{\pi}{2}\right) \quad (27)$$

Los resultados de la simulación se grafican en la Figura 5.39.

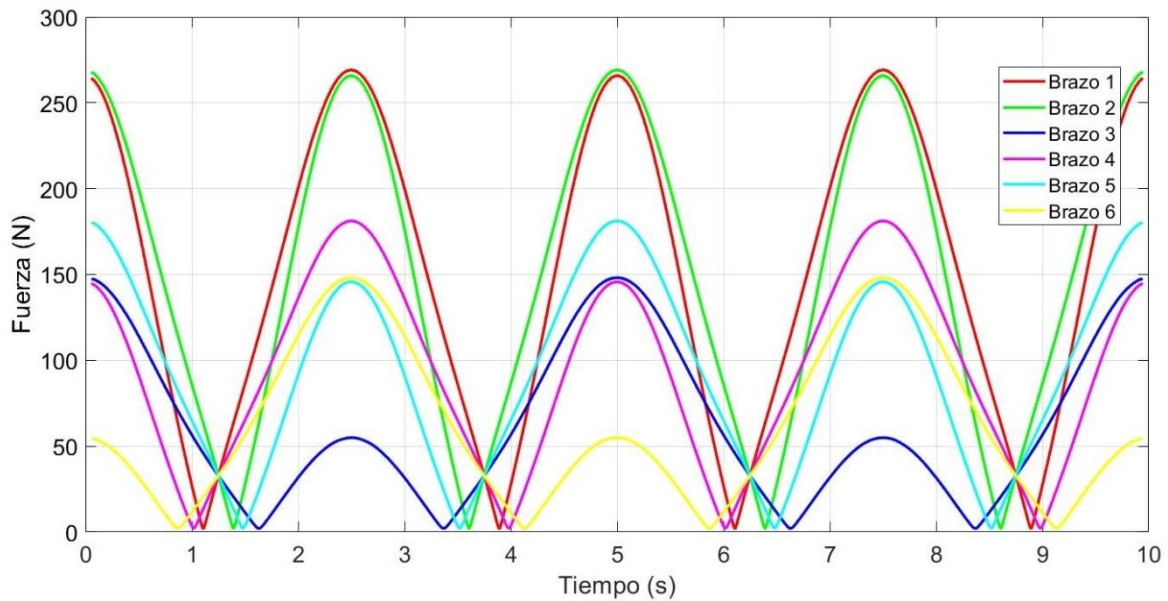


Figura 5.39. Evolución de las fuerzas actuantes sobre cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz y un movimiento de trampilla alternante alrededor del lado largo de la plataforma superior.

En comparación con la Figura 5.34, donde únicamente se simula el movimiento alternante en yz, se observan pocas diferencias en las curvas representadas. El valor máximo de fuerza alcanzado en la Figura 5.34 es de 273,84 N, mientras que en la Figura 5.39 es de 269,30 N. Es decir, la introducción de un movimiento de trampilla al movimiento alternante en yz reduce las fuerzas máximas soportadas por los brazos.

5.5.4. *Movimiento alternante en yz más movimiento de trampilla alrededor del lado corto*

Viendo lo ocurrido en la simulación del movimiento anterior, este sub-apartado comienza con la simulación del movimiento de trampilla únicamente, en las condiciones iniciales del movimiento alternante en yz. Cabe recordar que el origen del sistema de referencia superior tiene que colocarse en el punto medio del lado corto y la coordenada x adapta un valor constante de 12,991 cm (Figura 5.19).

Mediante la ecuación (21), se obtiene un ángulo máximo de $11,91^\circ$. Sin embargo, comparándolo con el valor correspondiente en la Tabla 5.5 de $1,44^\circ$, las condiciones de simulación del apartado 5.4 son las limitantes en este caso. Este valor, al ser tan pequeño, plantea la posibilidad de reducir la distancia lateral en el movimiento alternante en yz para que, a la hora de presentar la solución del volumen de movimiento, la plataforma Stewart sea capaz de girar dentro de un rango aceptable en las aplicaciones para las que está pensada.

Por ello, la ecuación (23) se reescribe como:

$$z [cm] = 20 \text{ cm} \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [Hz] \cdot \text{Tiempo} [s] - \frac{\pi}{2}\right) \quad (28)$$

Cuando se rota sobre el lado corto de la plataforma superior, las condiciones de la Tabla 5.5 son las que han entregado el valor del ángulo más limitante, por lo que se vuelve a simular dicho movimiento con el nuevo valor de distancia lateral máximo. En resumen, altura de 20 cm, distancia lateral en x de -7,009 cm y rotación alrededor del lado corto según (21). Obteniéndose un ángulo máximo de 32° .

En cambio, cuando se rota sobre el lado largo de la plataforma superior, las condiciones del sub-apartado anterior son más limitantes que las de la Tabla 5.4. Por lo que, se simula también dicho movimiento para la nueva distancia lateral máxima. En resumen, altura de 20 cm, distancia lateral en z de 20 cm, distancia lateral constante en x de -8,66 cm y rotación alrededor del lado largo según (20). Obteniéndose un ángulo máximo de 23° , menor que el anterior. Redondeando, el ángulo limitante es de 20° .

(27) se reescribe como:

$$\text{Ángulo } [^\circ] = 10^\circ + 10^\circ \cdot \sin\left(2\pi \cdot f [Hz] \cdot \text{Tiempo} [s] - \frac{\pi}{2}\right) \quad (29)$$

Los resultados obtenidos se grafican en la Figura 5.40.

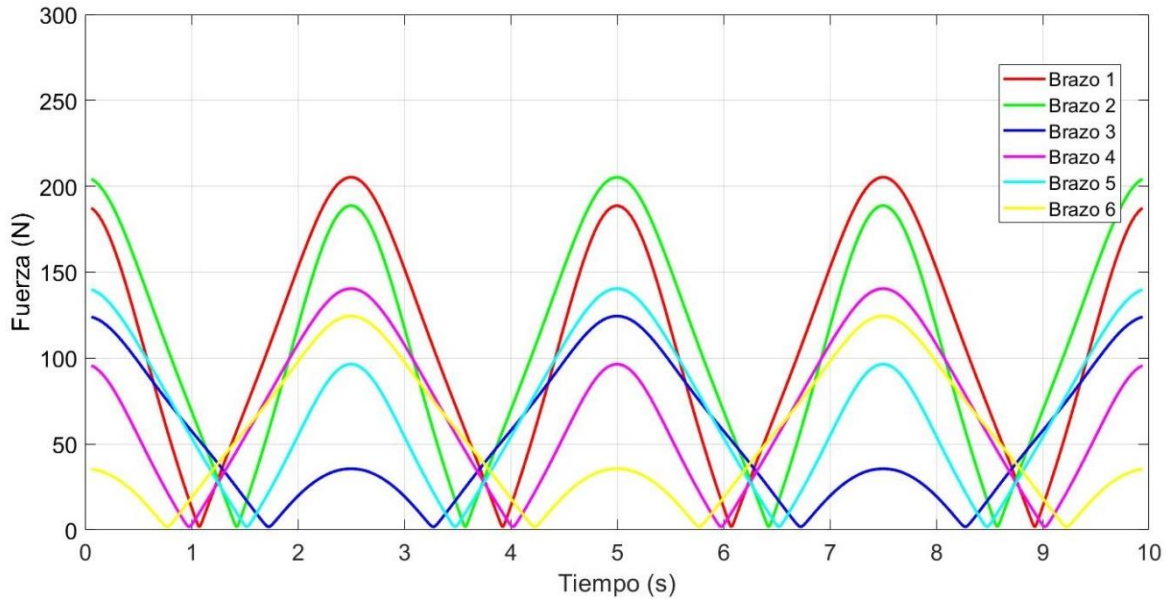


Figura 5.40. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo durante un movimiento vertical y horizontal alternante en el plano yz y un movimiento de trampilla alternante alrededor del lado corto de la plataforma superior.

Como es obvio, las fuerzas máximas se han visto duramente reducidas debido a la reducción de la distancia lateral máxima. Además, el nuevo volumen de movimiento incluye las limitaciones espaciales del sub-apartado 5.5.2.

5.5.5. *Movimiento alternante inclinado*

Para averiguar el valor de fuerza máxima en el nuevo volumen de movimiento definido, hay que volver a simular los movimientos correspondientes de las Figuras 5.34 y 5.39. Comparando resultados, junto con el movimiento de la Figura 5.40, se comprueba también el hecho de que un movimiento de trampilla no incrementa la fuerza actuante en los brazos si no que la reduce.

La Figura 5.41 muestra las curvas de las fuerzas en cada brazo de la plataforma Stewart para un movimiento vertical alternante entre 20 cm y 25 cm, y un movimiento horizontal alternante entre 20 cm a cada sentido de la dirección z. Mientras que la Figura

5.42 añade un movimiento de trampilla alrededor del lado largo de la plataforma superior alternante entre 0° y 20°

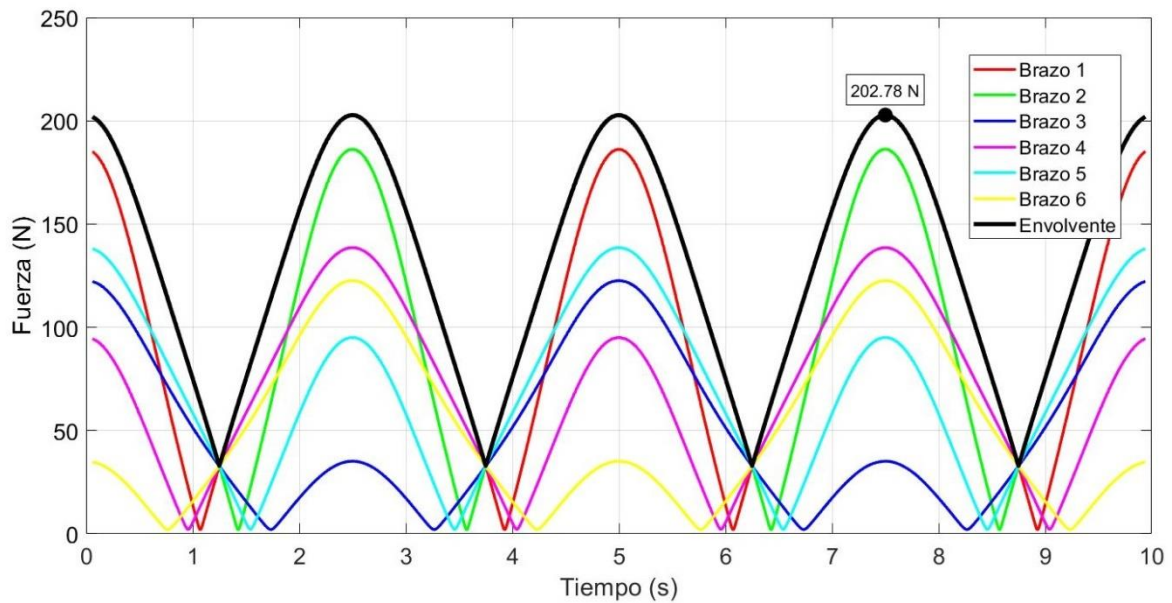


Figura 5.41. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo de la plataforma Stewart durante una combinación de un movimiento vertical alternante entre 20 y 25 cm, y de un movimiento horizontal alternante entre -20 y 20 cm en dirección z. Envolvente superior y el punto de máxima sollicitación también representados.

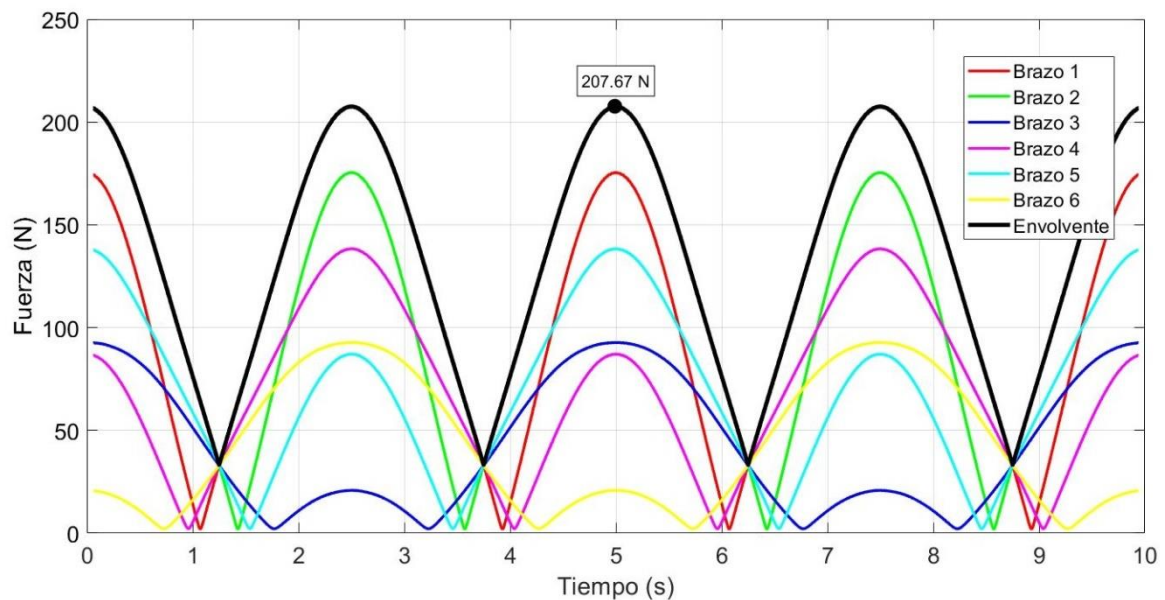


Figura 5.42. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo de la plataforma Stewart durante una combinación de un movimiento vertical alternante entre 20 y 25 cm, de un movimiento horizontal alternante entre -20 y 20 cm en dirección z, y de un movimiento de trampilla alrededor del lado largo de la plataforma superior alternante entre 0° y 20° . Envolvente superior y el punto de máxima sollicitación también representados.

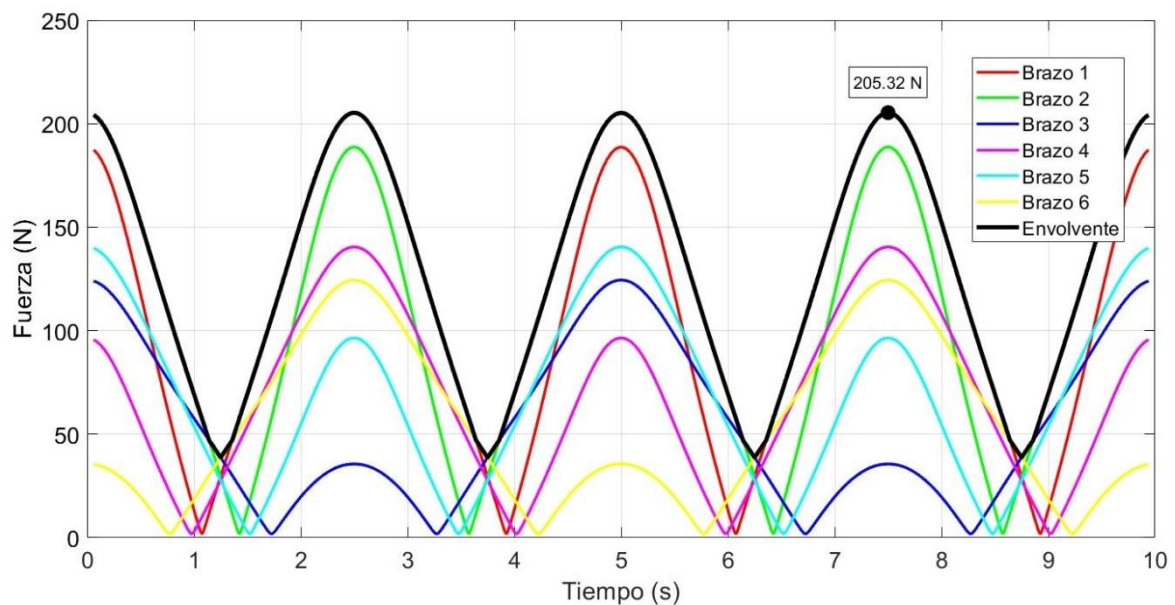


Figura 5.43. Evolución de las fuerzas actuantes en cada brazo de la plataforma Stewart durante una combinación de un movimiento vertical alternante entre 20 y 25 cm, de un movimiento horizontal alternante entre -20 y 20 cm en dirección z, y de un movimiento de trampilla alrededor del lado corto de la plataforma superior alternante entre 0° y 20° . Envolvente superior y el punto de máxima sollicitación también representados.

Por último, la Figura 5.43 muestra lo mismo que la Figura 5.40 pero adaptando el estilo de las Figura 5.41 y 5.42.

Comparando los valores máximos en cada simulación, esta vez no se cumple que los movimientos de trampilla reduzcan los valores máximos de la fuerza. De hecho, cuando no existe rotación es cuando la fuerza máxima es mínima.

Aun así, la variación entre ellos es muy pequeña, por lo que se puede asegurar que la influencia de la rotación de la plataforma superior alrededor de cualquiera de sus lados sobre las fuerzas actuantes en los brazos es insignificante.

La Figura 5.44 representa el volumen de movimiento en el que se ha trabajado durante estas últimas simulaciones, en forma de prisma. En dicho volumen, la plataforma puede rotar alrededor de ejes paralelos a la dirección z y coincidentes con sus aristas, hasta un ángulo máximo de 20° sobre la horizontal.

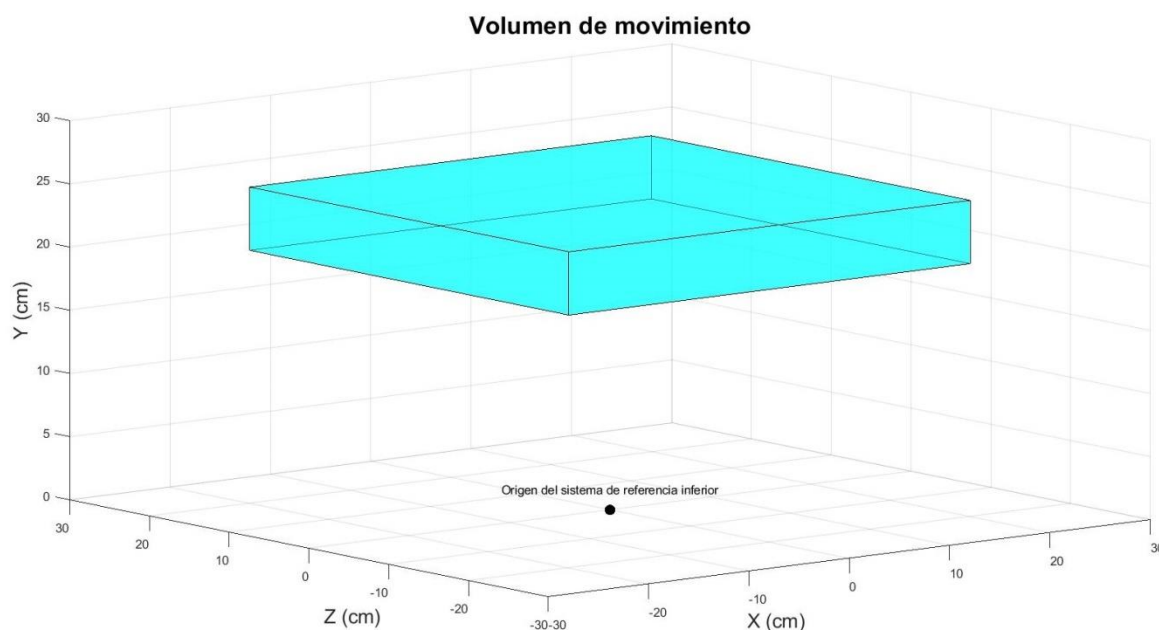


Figura 5.44. Volumen de movimiento para el origen del sistema de referencia superior en el que la plataforma superior puede rotar alrededor de sus aristas paralelas a la dirección z hasta un ángulo máximo de 20°.

5.5.6. Dimensionamiento de los brazos actuadores

Una vez cumplido el primer objetivo del trabajo, hay que dimensionar los brazos actuadores del prototipo mediante catálogos en el mercado. Se parte de la solicitación máxima calculada para el volumen de movimiento de la Figura 5.44, es decir, 207,67 N (Figura 5.42), y de las dimensiones del sistema cilindro-pistón, las cuales son: diámetro de 12 mm y carrera de 200 mm.

La empresa italiana Airwork [17], ofertan una gran variedad de cilindros y actuadores neumáticos, entre los que se filtran los productos que coincidan o, por lo menos, que se acerquen lo máximo posible a los requerimientos de este trabajo.

Del catálogo de la entidad italiana, los cilindros tipo ISO 6432 cumplen con las dimensiones del prototipo cuando el cilindro es de doble efecto (Figura 5.45). Sin embargo, las fuerzas capaces de soportar el elemento no alcanzan a las calculadas en las simulaciones de este trabajo (Figura 5.46).

STANDARD STROKES / COURSES STANDARD / CORSE STANDARD		
Double acting / <i>Double effet</i> / <i>Doppio effetto</i>	Cushioning / <i>Avec amortissement</i> / <i>Ammortizzato</i>	Single acting / <i>Simple effet</i> / <i>Semplice effetto</i>
Ø8 mm 10-25-50-80-100-125	Ø16 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250	Ø8 mm 10-25-50
Ø10 mm 10-25-50-80-100-125	Ø20 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320	Ø10 mm 10-25-50
Ø12 mm 10-25-50-80-100-125-160-200	Ø25 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320	Ø12 mm 10-25-50
Ø16 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250		Ø16 mm 10-25-50
Ø20 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320		Ø20 mm 10-25-50
Ø25 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320		Ø25 mm 10-25-50

Figura 5.45. Carreras permitidas en función del diámetro y del tipo de cilindro ISO 6432 de Airwork [17]. Dimensiones del sistema cilindro-pistón modelado remarcadas.

THEORICAL FORCES AT 6 BAR / FORCE THÉORIQUE À 6 BAR / FORZA TEORICA A 6 BAR		
	Thrust force (N) / <i>Force de poussée</i> (N) / <i>Forza di spinta</i> (N)	Traction force (N) / <i>Force de traction</i> (N) / <i>Forza di trazione</i> (N)
Ø8	30	23
Ø10	47	40
Ø12	68	51
Ø16	121	104
Ø20	180	158
Ø25	295	247

Figura 5.46. Fuerzas máximas permitidas por los cilindros ISO 6432 de Airwork [17] en función de su diámetro. Valores correspondientes a las dimensiones del sistema cilindro-pistón modelado remarcados.

Aunque los requerimientos iniciales del prototipo no se puedan cumplir en el catálogo de Airwork, el diseño del prototipo puede ajustarse para encontrar un modelo válido. Por ejemplo, el diámetro interior del cilindro y el del pistón pueden ampliarse a 25 mm, medida con la que se cumpliría con las solicitaciones máximas simuladas.

En ese caso, el cilindro escogido del catálogo de Airwork sería el MC3018M25200. Además, el catálogo también incluye juntas universales como complementos para los cilindros. Dichas juntas, a nivel de GdL, actúan de la misma forma que las uniones de bola en este trabajo. Las correspondientes al diámetro seleccionado son las AR40673.

En el anexo B se encuentran las fichas técnicas y planos del modelo de cilindro escogido y de las juntas universales, proporcionados por Airwork [17].

6. CONCLUSIONES

6.1. Volumen de movimiento

Recordando los objetivos principales marcados para este trabajo, se pretendía definir un volumen de movimiento en el que el prototipo diseñado de una plataforma Stewart sea capaz de realizar ciertos movimientos con total libertad. Este hito se ha cumplido como se puede ver en la Figura 5.44, que representa el volumen de movimiento del origen del sistema de referencia superior colocado en el centro de gravedad de la plataforma superior.

Dicho volumen tiene forma de prisma y está delimitado por un rango en la coordenada y entre 20 y 25 cm, y por un rango lateral entre -20 y 20 cm en las coordenadas x y z . Además, la plataforma superior es capaz de realizar rotaciones alrededor de la dirección z en un rango angular entre 0° y 20° sobre la horizontal.

Esta geometría no es la única solución para esta cuestión. Existen infinidad de posibles geometrías, como esferas o cubos, que pueden representar un volumen de actuación del hexápodo si se encuentran las limitaciones dinámicas correspondientes.

6.2. Dimensionamiento de los brazos actuadores

El otro objetivo principal de este trabajo es el dimensionamiento de los brazos actuadores en función de las características del modelo y de la solicitud máxima dentro del volumen de movimiento. Por falta de coincidencias en el mercado este hito se ha cumplido parcialmente, es decir, modificando el diámetro del sistema cilindro-pistón originalmente diseñado en el apartado 3.2 a 25 mm, sí que se ha encontrado un modelo que cumple con las condiciones de solicitud máxima.

Este último valor es de 207,67 N y ocurre en el movimiento simulado y representado en la Figura 5.42. Concretamente, para una altura mínima de 20 cm, una distancia lateral en z máxima de 20 cm y un ángulo de apertura máximo de 20°.

6.3. Objetivos secundarios

Para el cumplimiento de los objetivos principales del trabajo ha sido necesaria la determinación y validación del *Método de simulación*, descrito en el capítulo 4, en el espacio de trabajo *Dynamic Simulation* del software Autodesk Inventor 2025. Gracias a esta metodología se han obtenido resultados válidos y coherentes a lo largo del gran número de simulaciones llevadas a cabo.

A lo largo de este documento, se han mostrado las posibilidades que ofrece Inventor como simulador. Comenzando en la etapa de ensamblaje, el software recoge las suficientes tipologías de uniones para diseñar prácticamente cualquier mecanismo en la industria. Continuando con el espacio de trabajo *Dynamic Simulation*, donde es posible utilizar las técnicas de cinemática inversa y directa para hallar cualquier incógnita dinámica asociada tanto a uniones como a elementos del ensamblaje.

6.4. Trabajos futuros

Como se mencionó en el comienzo de este documento, este trabajo espera ser el punto de partida para futuros proyectos con el objetivo de fabricar una plataforma Stewart real y, configurarla electrónicamente para que sea capaz de realizar los movimientos simulados (u otros) en este documento.

Los resultados de este trabajo han demostrado las cualidades que hacen destacar a los actuadores paralelos en la industria actualmente. Por lo que se justifica aún más la necesidad de la fabricación de un modelo a pequeña escala con fines didácticos y universitarios que ayude al mejor entendimiento de la cinemática y la dinámica.

7. REFERENCIAS

- [1] Díaz-Rodríguez, M., Quintero-Riaza, H. F., Mejía-Calderón, L. A., Holguin, G., Herrera-López, M., Mesa, C., & Daraviña-Peña, G. (2018). Aplicación de los robots paralelos. Manipuladores paralelos: Síntesis, Análisis y Aplicaciones. <https://hal.science/hal-01907282>
- [2] Bonev, I. (2003, January 2024). *The true origins of parallel robots*. The Parallel Mechanisms Information Center. <https://www.parallemic.org/Reviews/Review007.html>
- [3] Benitez Ruiz, A., Casiano, A., De la Calleja Mora, J., Muñiz Montero, C., & Sánchez Gaspariano, L. A. (2014). Modelo cinemático directo e inverso para un manipulador de 5GL. *REPOSITORIO NACIONAL CONACYT*, 17-21.
- [4] Gough, V. a. (1962). Universal tyre test machine. *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*, 117-137.
- [5] Stewart, D. (1965). A Platform with Six Degrees of Freedom. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 180(1), 371–386.
- [6] Du Plessis, L. J. (2006). *Design and optimum operation of a re-configurable planar Gough-Stewart machining platform* (Doctoral dissertation, University of Pretoria).
- [7] Paur, J. (2023, February 5). *How moving cars and vehicles are faked in movies and TV explained in video*. GeekTyrant. <https://geektyrant.com/news/how-moving-cars-and-vehicles-are-faked-in-movies-and-tv-explained-in-video>
- [8] *Stewart Platform: 6-DOF Hexapod Positioner System*. Acrome. <https://acrome.net/product/stewart-platform>
- [9] *Flugsimulator fliegen im Lufthansa Full Flight Simulator*. ProFlight GmbH. <https://www.proflight.com/en/#moreinfo-simulation>

- [10] McFatter, J., Keiser, K., & Rupp, T. W. (2018). NASA Docking System Block 1: NASA's new direct electric docking system supporting ISS and future human space exploration. *Aerospace Mechanisms Symposium* (No. JSC-E-DAA-TN51081).
- [11] Koch, P. M., Kesteven, M., Nishioka, H., Jiang, H., Lin, K., Umetsu, K., Huang, Y., Raffin, P., Chen, K., Ibañez-Romano, F., Chereau, G., Huang, C. L., Chen, M., Ho, P. T. P., Pausch, K., Willmeroth, K., Altamirano, P., Chang, C., Chang, S., Romeo, B. (2009). The AMiBA hexapod telescope mount. *The Astrophysical Journal* 694(2), 1670–1684. <https://doi.org/10.1088/0004-637x/694/2/1670>
- [12] Qiu, W., Wang, S., Niu, A., Fan, K., Han, G., & Chen, H. (2024). Modeling and analysis of landing collision dynamics for an active helideck based on the Stewart platform. *Ocean Engineering*, 297. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2024.117107>
- [13] Olivera-Perez, R. M., Julcarima-Coca, T. L., Ortiz-Zacarias, J. R., Quintanilla-Mosquera, I. L., Del Carpio-Ramirez, S. I., & Hinostroza-Yucra, J. J. (2022). Mechatronic design of a Stewart platform as a base isolator with an active control system. *2022 IEEE 13th Annual Ubiquitous Computing, Electronics & Mobile Communication Conference (UEMCON)*. <https://doi.org/10.1109/uemcon54665.2022.9965713>
- [14] Noskievic, P., & Walica, D. (2020). Design and Realisation of the Simulation Model of the Stewart Platform using the MATLAB-Simulink and the Simscape Multibody Library. *International Carpathian Control Conference (ICCC)*. <https://doi.org/10.1109/iccc49264.2020.9257249>
- [15] Szufnarowski, F. (2013). Stewart platform with fixed rotary actuators: a low cost design study. *Advances in Medical Robotics*, Chapter 4, 1st Ed. (Rzeszow, Uniwersytet Rzeszowski).
- [16] Jorge Angeles, Clifford Truesdell (1989). *Rational Kinematics*. Springer. p. Chapter 6, p. 78ff.

[17] *Actuadores y cilindros neumáticos*. Airwork. https://www.airwork.it/es/actuadores-y-cilindros-neumaticos/?_gl=1*13wk2s5*_up*MQ..*_ga*MTQyMDA4MDU2OS4xNzE5MzIxMzM3*_ga_JSMM1W9X4X*MTcxOTMyMTMzNi4xLjAuMTcxOTMyMTMzNi4wLjAuMA..

8. ANEXOS

A. Códigos de MATLAB para la generación de gráficas

Se presentan únicamente los códigos de las gráficas más representativas, por la similitud existente entre la mayoría de ellas. Se recuerda que los resultados calculados por Inventor se pueden exportar a un archivo de Excel, desde el cual el código recopila los valores.

- Figura 5.11

```
clear all
close all

heights = [20,25,30,35,38.15];
radii = [25.2,21.6,16.56,8.88,0];

n = 50;
theta = linspace(0, 2*pi, n);
r_interp = linspace(min(radii), max(radii), n);
h_interp = interp1(radii, heights, r_interp, 'linear');

[R, Theta] = meshgrid(r_interp, theta);
X = R .* cos(Theta);
Z = interp1(r_interp, h_interp, R, 'linear');
Y = R .* sin(Theta);

figure('Position', [50, 50, 1300, 600]);
surf(X, Y, Z, 'FaceColor', 'cyan', 'EdgeColor', 'none');
alpha(0.6);
axis equal;
xlabel('Distancia lateral en x (cm)');
ylabel('Distancia lateral en z (cm)');
zlabel('Altura (cm)');

xlim([-30 30]);
ylim([-30 30]);
zlim([0 45]);

hold on;
```

```

plot3(0, 0, max(heights), 'ro', 'MarkerSize', 8,
'MarkerFaceColor', 'r');
text(0, 0, max(heights) + 2, 'Altura máxima',
'FontSize', 12, 'Color', 'r', 'HorizontalAlignment',
'center');

plot3(0, 0, min(heights), 'ro', 'MarkerSize', 8,
'MarkerFaceColor', 'r');
text(0, 0, min(heights) - 3, 'Altura mínima',
'FontSize', 12, 'Color', 'r', 'HorizontalAlignment',
'center');

plot3(0, 0, 0, 'ko', 'MarkerSize', 8, 'MarkerFaceColor',
'k');
text(0, 0, -2, 'Origen del sistema de referencia
inferior', 'FontSize', 12, 'Color', 'k',
'HorizontalAlignment', 'center');

theta_edge = linspace(0, 2*pi, 100);
x_edge = radii(1) * cos(theta_edge);
y_edge = radii(1) * sin(theta_edge);
z_edge = heights(1) * ones(size(theta_edge));
plot3(x_edge, y_edge, z_edge, 'k', 'LineWidth', 1);

view(3);
grid on;

```

- Figura 5.16

```

clear all;
close all;

filename = 'Evolución.xlsx';
sheet = 'Data';
range = 'A2:C1002';
rangeFmax = 'D2:E5';
rangePmax = 'D8:E11';
data = xlsread(filename, sheet, range);
dataFmax = xlsread(filename, sheet, rangeFmax);
dataPmax = xlsread(filename, sheet, rangePmax);

tiempo = data(:, 1);
fuerza = data(:, 2);
posicion = data(:, 3);
tiempoFmax = dataFmax(:, 1);

```

```

Fmax = dataFmax(:, 2);
tiempoPmax = dataPmax(:, 1);
Pmax = dataPmax(:, 2);

figure;

yyaxis left;
plot(tiempo, fuerza, 'r', 'LineWidth', 2);
ax = gca;
ax.YColor = 'r';
ylabel('Fuerza (N)', 'Color', 'k');
hold on;

plot(tiempoFmax, Fmax, 'ro', 'MarkerSize', 8,
'MarkerFaceColor', 'r');
text(0.5, 200, 'Momento 1.1', 'FontSize', 12, 'Color',
'r', 'HorizontalAlignment', 'center');
text(5.5, 200, 'Momento 1.1', 'FontSize', 12, 'Color',
'r', 'HorizontalAlignment', 'center');
text(3, 280, 'Momento 2.1', 'FontSize', 12, 'Color',
'r', 'HorizontalAlignment', 'center');
text(8, 280, 'Momento 2.1', 'FontSize', 12, 'Color',
'r', 'HorizontalAlignment', 'center');

yyaxis right;
plot(tiempo, posicion, 'g', 'LineWidth', 2);
ylim([-10 10]);
ax = gca;
ax.YColor = 'g';
ylabel('Posición (cm)', 'Color', 'k');
hold on;

plot(tiempoPmax, Pmax, 'go', 'MarkerSize', 8,
'MarkerFaceColor', 'g');
text(1, 10.5, 'Momento 1.2', 'FontSize', 12, 'Color',
'g', 'HorizontalAlignment', 'center');
text(6, 10.5, 'Momento 1.2', 'FontSize', 12, 'Color',
'g', 'HorizontalAlignment', 'center');
text(3.5, -4.5, 'Momento 2.2', 'FontSize', 12, 'Color',
'g', 'HorizontalAlignment', 'center');
text(8.5, -4.5, 'Momento 2.2', 'FontSize', 12, 'Color',
'g', 'HorizontalAlignment', 'center');

xlabel('Tiempo (s)');
grid on;
xlim([0 max(tiempo)]);

```

- Figura 5.42

```

clear all;
close all;

filename = 'Fuerzas.xlsx';
sheet = 'Data';
range = 'B2:H1002';
data = xlsread(filename, sheet, range);

tiempo = data(:, 1);
fuerzas = data(:, 2:end);

envolvente_superior = max(fuerzas, [], 2);

[max_envolvente, idx_max] = max(envolvente_superior);
tiempo_max = tiempo(idx_max);

figure;
hold on;

plot(tiempo, fuerzas, 'LineWidth', 2);

plot(tiempo, envolvente_superior, '-k', 'LineWidth', 3);

plot(tiempo_max, max_envolvente, 'ko', 'MarkerSize', 10,
'MarkerFaceColor', 'k');

str_max = sprintf('%.2f N', max_envolvente);

x_box = 5;
y_box = 225;

text(x_box, y_box, str_max, 'FontSize', 12,
'BackgroundColor', 'white', 'EdgeColor', 'black', ...
'HorizontalAlignment', 'center',
'VerticalAlignment', 'middle');

xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Fuerza (N)');
title('Curvas de Fuerzas y Envolvente Superior');
legend({'Brazo 1', 'Brazo 2', 'Brazo 3', 'Brazo 4',
'Brazo 5', 'Brazo 6', 'Envolvente Superior'},
'Location', 'Best');

grid on;
hold off;

```

- Figura 5.44

```

clear all
close all

x = [-20, 20, 20, -20];
y = [-20, -20, 20, 20];
z_bottom = 20 * ones(1, 4);
z_top = 25 * ones(1, 4);

figure;
hold on;

patch('Vertices', [x(:) y(:) z_bottom(:)], 'Faces', [1 2
3 4], 'FaceColor', 'cyan', 'FaceAlpha', 0.5);

patch('Vertices', [x(:) y(:) z_top(:)], 'Faces', [1 2 3
4], 'FaceColor', 'cyan', 'FaceAlpha', 0.5);

for i = 1:4
    j = mod(i, 4) + 1;
    fill3([x(i) x(i) x(j) x(j)], [y(i) y(i) y(j) y(j)],
[z_bottom(i) z_top(i) z_top(j) z_bottom(j)], 'cyan',
'FaceAlpha', 0.5);
end

plot3(0, 0, 0, 'ko', 'MarkerSize', 8, 'MarkerFaceColor',
'k');

text(0, 0, 1, 'Origen del sistema de referencia
inferior', 'VerticalAlignment', 'bottom',
'HorizontalAlignment', 'center');

xlabel('X (cm)', 'FontSize', 16);
ylabel('Z (cm)', 'FontSize', 16);
zlabel('Y (cm)', 'FontSize', 16);
title('Volumen de movimiento', 'FontSize', 20);
axis equal;
grid on;
view(3);

xlim([-30 30]);
ylim([-30 30]);
zlim([0 30]);

hold off;

```

B. Fichas técnicas y planos del cilindro MC3018M25200 y de las juntas universales AR40673 de Airwork [17]



AIRWORK microcylinders ISO 6432 are manufactured according to the european DIN/ISO norme, and have bores from 8 to 25 mm. The heads are fixed to the tube through a process of rolling. They are available in different versions: single/double acting, magnetic, cushioned. A complete range of fixing accessories is available, and the production of special cylinders on customer's drawing is possible.

Les microvérins AIRWORK sont conformes à la norme européenne DIN/ISO 6432, et ils vont du diamètre 8 jusqu'à 25 mm. Différentes versions et accessoires sont disponibles: simple ou double effet, magnétique ou non, avec ou sans bloqueur.

Une liste complète d'accessoires est disponible et nous pouvons également créer des vérins spéciaux selon la conception du client

I microcilindri AIRWORK sono realizzati secondo le normative europee DIN/ISO 6432 ed hanno alesaggi compresi tra 8 e 25 mm. Le testate sono fissate alla camicia mediante rullatura. Sono realizzabili in differenti versioni, semplice e doppio effetto, magnetici, Ammortizzati. Sono inoltre disponibili i relativi accessori di fissaggio ed esecuzioni speciali a disegno.

ORDERING CODE / CODIFICATION / CHIAVE DI CODIFICA

M C 3 0 0 0 M 0 0 0 0 0

Stroke / Course / Corsa

Ø cylinder / Ø vérin / Ø cilindro

M= Magnetic / Magnétique / Magnetico
0= Non magnetic / Non magnétique / Non magnetico

VERSION / VERSIONE / VERSIONE

16= Single acting front spring / Simple effet tige rentrée / Semplice effetto molla anteriore

17= Single acting rear spring / Simple effet tige sortie / Semplice effetto molla posteriore

18= Double acting / Double effet / Doppio effetto

19= Double acting with cushioning / Double effet amorti / Doppio effetto con ammortizzo

20= Double acting through rod / Double effet tige traversante / Doppio effetto stelo passante

21= Double acting through rod with cushioning / Double effet tige traversante amorti / Doppio effetto stelo passante con amm.

22= Double acting for rod lock / Double effet pour bloqueur de tige / Doppio effetto con extrastelo per bloccastelo

24= Double acting with rod lock / Double effet avec bloqueur de tige / Doppio effetto con bloccastelo

25= Double acting cushioning with rod lock / D.e. amorti avec bloqueur de tige / Doppio effetto con ammortizzo con bloccastelo

SEALS / JOINTS / GUARNIZIONI

0= Standard / Standard / Standard (-20°C / +80°C)

2= High temperature / Haute température / Alta temperatura (-10°C / +150°C)

3= Low friction / Faible frottement / Basso attrito

4= Viton on the rod only / Viton sur la tige uniquement / Viton solo sullo stelo

7= Low temperature / Basse température / Basso temperatura (-40°C / +80°C)

VERSION / VERSIONE / VERSIONE

3= Standard / Standard / Standard

5= Feeding in axis - rear part / Alimentation dans l'axe arrière / Alimentazione in asse parte posteriore

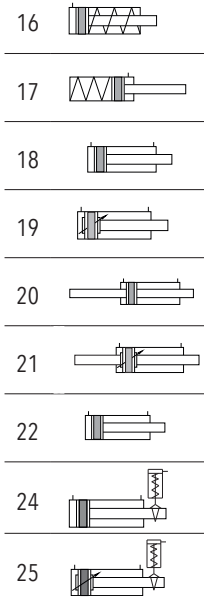
6= Anti rotation rod / Antirotation tige hexagonale / Antirrotazione stelo esagonale

7= Short series without rear thread / Série courte sans filetage arrière / Serie corta senza filetto posteriore



On request Atex version:
Sur demande version Atex:
Su richiesta versione Atex:
Ex II 2G Ex h II c T5 Gb
Ex II 2D Ex h III c T100°C Db

VERSION / VERSIONE / VERSION



STANDARD STROKES / COURSES STANDARD / CORSE STANDARD

Double acting / Double effet / Doppio effetto

Ø8 mm 10-25-50-80-100-125

Ø10 mm 10-25-50-80-100-125

Ø12 mm 10-25-50-80-100-125-160-200

Ø16 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250

Ø20 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320

Ø25 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320

Cushioning / Avec amortissement / Ammortizzato

Ø16 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250

Ø20 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320

Ø25 mm 10-25-50-80-100-125-160-200-250-320

Single acting / Simple effet / Semplice effetto

Ø8 mm 10-25-50

Ø10 mm 10-25-50

Ø12 mm 10-25-50

Ø16 mm 10-25-50

Ø20 mm 10-25-50

Ø25 mm 10-25-50

TECHNICAL DATA / DONNÉES TECHNIQUES / DATI TECNICI

Fluid / Fluide / Fluido

Lubricated or non lubricated air / Air lubrifié ou non lubrifié / Aria con o senza lubrificazione

Operating temperature range / Température d'utilisation / Temp. di esercizio

(-20°C / +80°C) (-10°C / +150°C) (-40°C / +80°C)

Max operating pressure / Pression maximum / Pressione massima di esercizio

10 bar

Force / Force / Forze sviluppate

Technical informations page / Page informations techniques / Pagina dati tecnici

Air consumption / Consommation d'air / Consumo aria

Technical informations page / Page informations techniques / Pagina dati tecnici

THEORICAL FORCES AT 6 BAR / FORCE THÉORIQUE À 6 BAR / FORZA TEORICA A 6 BAR

	Thrust force (N) / Force de poussée (N) / Forza di spinta (N)	Traction force (N) / Force de traction (N) / Forza di trazione (N)
Ø8	30	23
Ø10	47	40
Ø12	68	51
Ø16	121	104
Ø20	180	158
Ø25	295	247

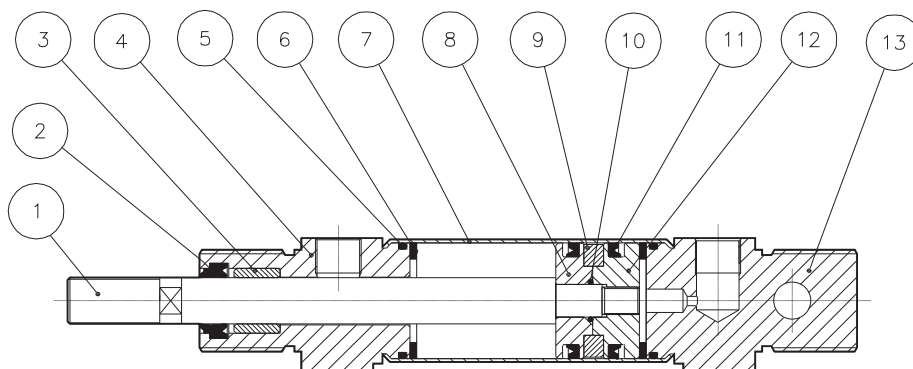
THEORETICAL FORCE OF SPRINGS / FORCE THÉORIQUE DES RESSORTS / FORZA TEORICA DELLE MOLLE

Stroke / Course / Corsa	Front spring / Ressort avant / Molla anteriore						Rear spring / Ressort arrière / Molla posteriore					
	10mm		25mm		50mm		10mm		25mm		50mm	
Force / Force / Forza *	F1 (N)	F2 (N)	F1 (N)	F2 (N)	F1 (N)	F2 (N)	F1 (N)	F2 (N)	F1 (N)	F2 (N)	F1 (N)	F2 (N)
Ø8	4.1	4.6	3.4	4.6	2.2	4.6	5.5	6	4.8	6	3.6	6
Ø10	4.1	4.6	3.4	4.6	2.2	4.6	5	6.2	3.3	6.2	3.3	6.2
Ø12	5.6	6	5.5	6	4.1	6	13	14.2	11.3	14.2	8.5	14.2
Ø16	19.2	21.5	15.7	21.5	9.8	21.5	19	20.7	16.3	20.7	12	20.7
Ø20	20.4	22.5	17.3	22.5	11.7	22.5	57.2	61.5	50.7	61.5	39.8	61.5
Ø25	17.5	18.8	15.6	18.8	12.4	18.8	28.5	30.6	25.3	30.6	19.8	30.6

*

F1 = Extended spring force / **Force de ressort étendue** / Forza molla estesa

F2 = Compressed spring force / **Force du ressort comprimé** / Forza molla compressa

COMPONENTS / COMPOSANTS / COMPONENTI


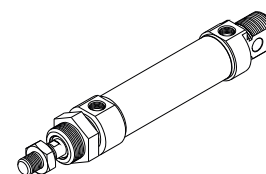
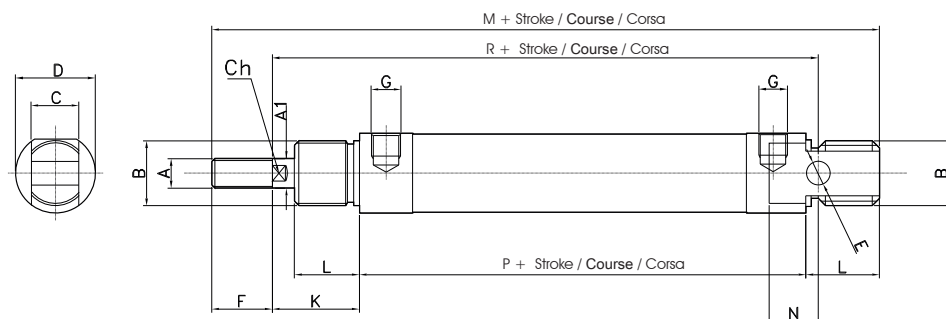
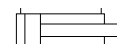
N.	DESCRIPTION / DESCRIPTION / DESCRIZIONE	MATERIAL / MATIÈRE / MATERIALE
1	rod / tige / stelo	stainless steel AISI 303 / acier AISI 303 / acciaio inox 303
2	rod seal / joints tige / guarnizione stelo	polyurethane / polyuréthane / poliuretano
3	guide bush / bague guidage / bussola guida	bronze / bronze / bronzo
4	front cap / fond antérieur / testata anteriore	aluminium / aluminium / alluminio
5	o-ring / joint torique	NBR
6	bumper / butoir / paracolpo	NBR
7	tube / tube / tube	stainless steel AISI 304 / acier AISI 304 / acciaio inox 304
8	piston / piston / pistone	brass / cuivre / ottone
9	magnet / aimant / magnete	plastroferrite
10	o-ring / joint torique	NBR
11	seal piston / joints piston / guarnizione pist.	polyurethane / polyuréthane / poliuretano
12	piston / piston / pistone	brass / laiton / ottone
13	rear cap / fond postérieur / testata post.	aluminium / aluminium / alluminio

Double acting
Double effet
 Doppio effetto

CODE: MC3018M.Ø.mm



CODE: MC30180.Ø.mm

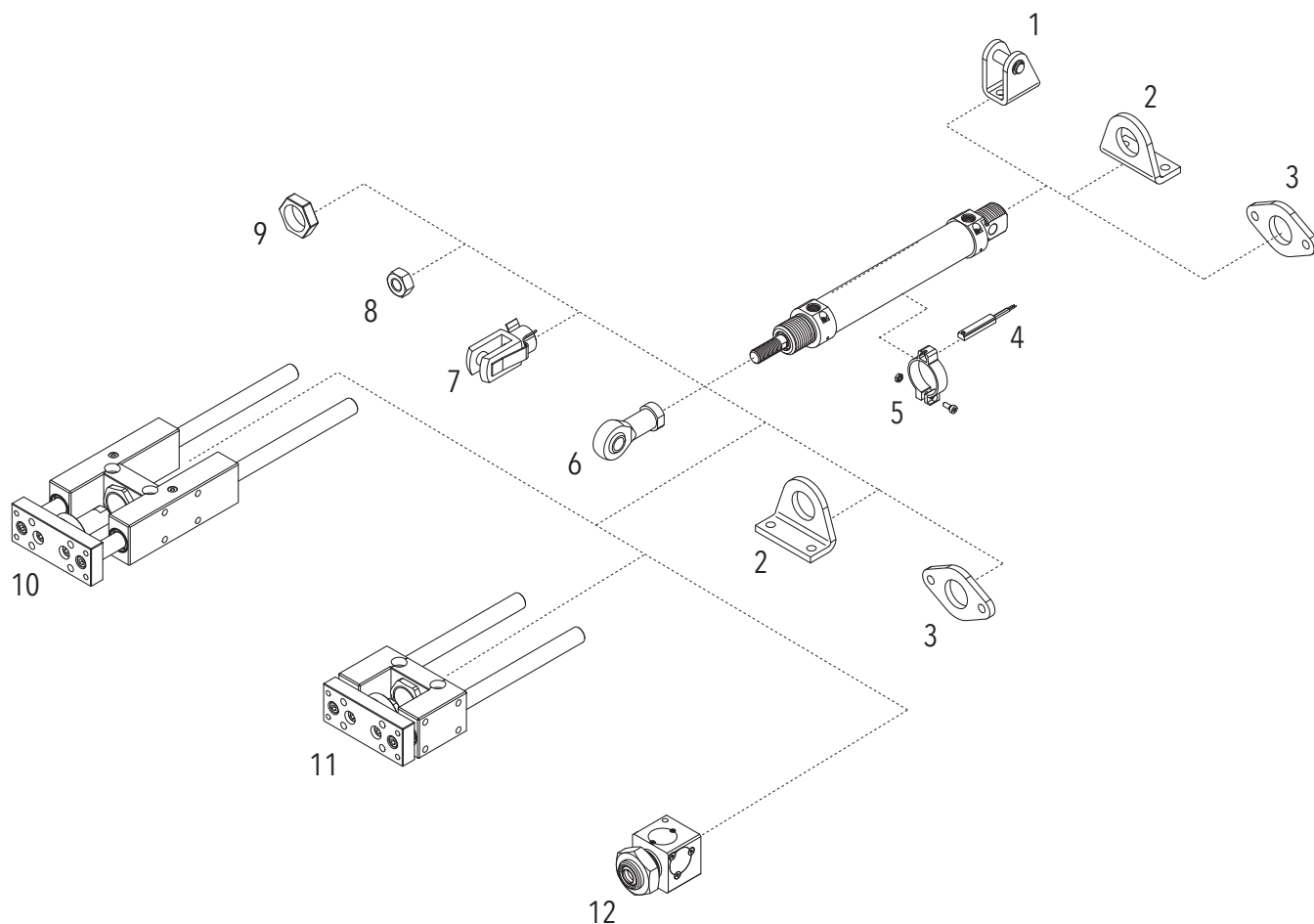


Ø	A	A1	B	C	D	E	F	G	K	L	M	N	P	R	CH
8	M4	4	M12x1.25	8	16	4	12	M5	16	12	86	6	46	64	-
10	M4	4	M12x1.25	8	16	4	12	M5	16	12	86	6	46	64	-
12	M6	6	M16x1.5	12	19	6	16	M5	22	18	104	9	48	75	5
16	M6	6	M16x1.5	12	19	6	16	M5	22	18	109	9	53	82	5
20	M8	8	M22x1.5	16	27	8	20	1/8 G	24	20	131	12	67	95	7
25	M10x1.25	10	M22x1.5	16	30	8	22	1/8 G	28	22	140	12	68	104	9

MOUNTING PARTS / ACCESSOIRES DE MONTAGE / ACCESSORI DI FISSAGGIO

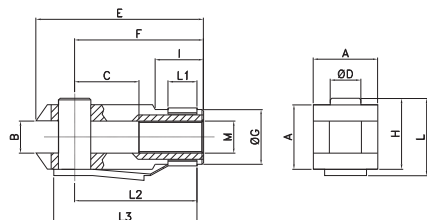
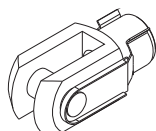
Actuators / Actionneurs / Attuatori

CYLINDERS ISO 6432 / MICROVERINS ISO 6432 / CILINDRI ISO 6432



POS.	DESCRIPTION / DESCRIPTION / DESCRIZIONE	CODE / CODE / CODICE	PAGE / PAGE / PAGINA
1	Female hinge / Chape arriere / Cerniera femmina	AR4154 Ø	1.14
2	Pedestal / Equerre / Piedino	AR4155 Ø	1.14
3	Flange / Bride / Flangia	AR4157 Ø	1.14
4	T switch / Capteur en T / Sensore a T	AR4023...	1.16
5	Adaptor for T switch / Adaptateur capteur en T / Adattatore sensore a T	AR4199 Ø	1.16
6	Rod ends / Chape de tige rotulée / Testa a snodo	AR406...	1.15
7	Yoke with clip / Chape de tige / Forcella con clip	AR4067...	1.15
8	Nut for rod / Ecrou pour tige / Dado per stelo	DAN...	1.15
9	Nut for cap / Ecrou de nez / Dado per testata	DAN...	1.15
10	Guide unit H type / Unité de guidage en H / Unità guida ad H	UG2014. Ø	1.133
11	Guide unit U type / Unité de guidage en U / Unità guida ad U	UG2008. Ø	1.133
12	Rod lock / Bloqueur de tige / Bloccastelo	BS.... Ø	1.121

YOKE WITH CLIP
CHAPE DE TIGE
 FORCELLA CON CLIP

 Material: Steel
Matière: Acier
 Materiale: Acciaio


CODE	Ø
AR40670	8-10
AR40671	12-16
AR40672	20
AR40673	25

Ø	A	B	C	D	E	F	G	H	I	M	L	L1	L2	L3
8/10	8	4	8	4	21	16	8	9	6	M4	11	5	15	19
12/16	12	6	12	6	31	24	10	14	9	M6	16	6	23	28
20	16	8	16	8	42	32	14	19	12	M8	22	8	31	37
25	20	10	20	10	52	40	18	23	15	M10x1.25	26	10	39	46