



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela politécnica superior de Jaén

Trabajo Fin de Grado

**ESTUDIO FOTOGRAMÉTRICO
DE LA PUERTA DEL ÁNGEL**

Alumno: Antonio de la Torre Morales

Tutor: Prof. D. Manuel Torres Cantero

Tutor: Prof. D. Jose Luis Pérez García

Dpto: Departamento de ingeniería Cartográfica,
Geodésica y Fotogrametría

Septiembre 2015



Universidad de Jaén
Escuela Politécnica Superior de Jaén
Departamento de Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría

Don Manuel Torres Cantero y Don Jose Luis Pérez García, tutores del Trabajo de fin de Grado titulado: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén, que presenta Antonio de la Torre Morales, autorizan su presentación para defensa y evaluación en la Escuela Politécnica Superior de Jaén.

Jaén, Julio de 2015

El alumno:

Los tutores:

Antonio de la Torre Morales

Manuel Torres Cantero

Jose Luis Pérez García

AGRADECIMIENTOS

Agradezco en primer lugar a mis tutores, Jose Luis Pérez García y Manuel Torres Cantero, por haber accedido a tutorizar mi proyecto aún cuando al inicio del curso no disponía todavía de los conocimientos suficientes de fotogrametría digital, siendo ellos los principales responsables de que me haya interesado siempre más por esta rama de la geomática. Agradecer también su infinita paciencia al resolverme siempre todas las dudas que me iban surgiendo.

También a todos aquellos profesores que me han atendido amablemente cuando tenía “dudas topográficas”, especialmente a Antonio Miguel Ruiz Armenteros y a Jose Luis García Balboa.

A mi familia, por haberme dado la oportunidad de estudiar lo que me gusta y por estar siempre ahí, sin los que nunca hubiera podido llegar hasta donde estoy ahora. Mención especial a mi hermano y mi padre por las numerosas tardes que han pasado conmigo aprendiendo el oficio de topógrafo.

Por último, aunque no menos importante por ello, a mis amigos, especialmente a Maricarmen, Rocío, Jesús y Daniel, sin cuya ayuda me hubiera sido difícil terminar este proyecto.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTOS	3
1. INTRODUCCIÓN	9
1.1. Justificación	9
1.2. Objetivos	11
1.3. Estructura.....	12
1.4. Antecedentes	13
2. METODOLOGÍA	17
2.1. Introducción	17
2.2. Planificación	17
2.3. Calibración de la cámara.....	18
2.4. Medición de los puntos de apoyo	27
2.5. Métodos de toma	28
2.6. Obtención de los fotogramas.....	31
2.7. Métodos de Rectificación	31
3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA	44
3.1. Zona de estudio	44
3.2. Instrumentación y software utilizados	45
3.3. Definición del sistema de referencia.....	47
3.4. Desarrollo metodológico.....	51
3.4.1. Zona 1: Generación del modelo 3D de la Puerta del Ángel	51
3.4.2. Zona 2: Ortoimagen de la Fuente Imperial de las Bernardas.....	68
3.4.3. Zona 3: Rectificación de la fachada Oeste del convento de las Bernardas.....	84
4. CONCLUSIONES.....	98
5. BIBLIOGRAFIA	100
6. ANEXOS	101
6.1 Recomendaciones en cuanto a la captura de imágenes	101
6.1.1 Parafotogrametríaestereoscópica	102
6.1.2 Para rectificación fotográfica	102
6.1.3 Parafotogrametríaconvergente	103
6.2 Topografía.....	103
6.2.1 Estudios previos.....	103
6.2.2 Establecimiento de la red topográfica.....	103
6.2.3 Levantamiento de la zona	133
6.2.4 Listado de los puntos de apoyo.....	136
6.3 Reseñas de los puntos de apoyo	141
6.3.1 Reseñas de la Puerta el Ángel.....	141

6.3.2	Reseñas de la fachada del convento	145
6.3.3	Reseñas de la fuente.....	150
6.4	Reseñas de las bases	153
7	PLANOS.....	161

INDICE DE FIGURAS

Figura 1-1. Puerta del Ángel	10
Figura 1-2. Puerta de Martos	11
Figura 2-1. Ecuaciones de calibración	19
Figura 2-2. Plantilla de calibración	21
Figura 2-3. Vista en planta de una calibración	22
Figura 2-4. Ángulos de toma en una calibración	22
Figura 2-5. Autocalibración	27
Figura 2-6. Caso normal de estereofotogrametría	29
Figura 2-7. Planificación de tomas estereoscópicas	29
Figura 2-8. Planificación de tomas convergentes	30
Figura 2-9. Inclinación del eje de toma	31
Figura 2-10. Fotografías inclinadas	32
Figura 2-11. Ecuaciones de una rectificación proyectiva	34
Figura 2-12. Fotografía inclinada	34
Figura 2-13. Fotografía rectificada	35
Figura 2-14. Zona rectificada donde se mantiene la escala	35
Figura 2-15. Ortorrectificación: transformación directa	37
Figura 2-16. Ortorrectificación: transformación inversa	37
Figura 2-17. Pasos para obtener una ortofotografía	39
Figura 2-18. Rectificación proyectiva	41
Figura 2-19. Ortorrectificación	42
Figura 2-20. Diferencias entre rectificación proyectiva y ortorrectificación	42
Figura 2-21. Objeto rectificado	43
Figura 2-22. Objeto ortorrectificado	43
Figura 3-1. Localización de la zona	44
Figura 3-2. Situación de las bases	49
Figura 3-3. Situación Puerta del Ángel	51
Figura 3-4. Planificación de las tomas convergentes	53
Figura 3-5. Distancia mínima de disparo para la Puerta del Ángel	54
Figura 3-6. Croquis de los puntos de control en la Puerta del Ángel	56
Figura 3-7. Imágenes para obtención del modelo 3D	57
Figura 3-8. Esquema de trabajo con Photoscan	58
Figura 3-9. Interfaz de Photoscan	59
Figura 3-10. Aplicación de máscaras	60
Figura 3-11. Nube de puntos dispersa	60
Figura 3-12. Puntos identificados	61
Figura 3-13. Emparejamientos de los puntos	61
Figura 3-14. Parámetros iniciales de calibración	63
Figura 3-15. Parámetros ajustados de calibración	63
Figura 3-16. Medición de puntos de control en las imágenes	64
Figura 3-17. Nube de puntos densa	65
Figura 3-18. Generación de la malla	65
Figura 3-19. Modelo texturizado	66
Figura 3-20. Precisión del modelo 3D	67
Figura 3-21. Mediciones en el pdf3D	67
Figura 3-22. Situación Fuente Imperial de las Bernardas	68
Figura 3-23. Imágenes obtenidas para la fuente	70
Figura 3-24. Croquis de los puntos de apoyo en la fuente	70
Figura 3-25. Exportar calibración	71
Figura 3-26. Exportar parámetros de orientación externa	71
Figura 3-27. Exportación ortofoto photoscan	72
Figura 3-28. Ortofoto photoscan	73
Figura 3-29. Errores en los laterales	73

<i>Figura 3-30. Zonas no ortorrectificadas adecuadamente</i>	74
<i>Figura 3-31. Importación de la cámara en Socet</i>	76
<i>Figura 3-32. Importación de parámetros de orientación externa en socet</i>	76
<i>Figura 3-33. Ortofoto inicial obtenida con socet</i>	78
<i>Figura 3-34. Errores groseros en la base de la fuente</i>	78
<i>Figura 3-35. Errores groseros en la pared</i>	79
<i>Figura 3-36. Errores en la ventana</i>	79
<i>Figura 3-37. Errores en el marco y farolillos</i>	79
<i>Figura 3-38. Líneas de rotura y edición del MDE de la fuente</i>	80
<i>Figura 3-39. Líneas de rotura y edición en las ventanas</i>	80
<i>Figura 3-40. Líneas de rotura en el marco y edición del modelo en la pared</i>	81
<i>Figura 3-41. Ortofoto final obtenida con socet</i>	81
<i>Figura 3-42. Frontal de la fuente corregido</i>	82
<i>Figura 3-43. Lateral izquierdo de la fuente corregido</i>	82
<i>Figura 3-44. Lateral derecho de la fuente corregido</i>	83
<i>Figura 3-45. Cuadro y farolillo corregidos</i>	83
<i>Figura 3-46. Situación zona 1</i>	84
<i>Figura 3-47. Calle de las Bernardas</i>	85
<i>Figura 3-48. Distancia mínima de disparo para la rectificación</i>	86
<i>Figura 3-49. Imágenes para la rectificación de la fachada Oeste</i>	87
<i>Figura 3-50. Croquis de distribución de los puntos de apoyo en la fachada del convento</i>	88
<i>Figura 3-51. Flujo de trabajo con fotoarq3D</i>	89
<i>Figura 3-52. Creación de primitivas</i>	90
<i>Figura 3-53. Medición de puntos</i>	93
<i>Figura 3-54. Imagen del Plano 2 sin rectificar</i>	93
<i>Figura 3-55. Imagen del plano 2 rectificada</i>	93
<i>Figura 3-56. Edición del mosaico</i>	94
<i>Figura 3-57. Plano 1 rectificado</i>	95
<i>Figura 3-58. Plano 2 rectificado</i>	95
<i>Figura 3-59. Plano 3 rectificado</i>	96
<i>Figura 3-60. Plano 4 rectificado</i>	96
<i>Figura 3-61. Mascaras en zonas no rectificadas</i>	97
<i>Figura 3-62. Plano final de la rectificación</i>	97
<i>Figura 6-1. Ecuación de observación para distancias</i>	114
<i>Figura 6-2. Ecuación de observación para ángulos</i>	114
<i>Figura 6-3. Ecuación de observación para direcciones angulares</i>	115
<i>Figura 6-4. Error medio cuadrático</i>	119
<i>Figura 6-5. Elipse de error</i>	120
<i>Figura 6-6. Error en la determinación de las bases</i>	120
<i>Figura 6-7. Modelo matemático</i>	127
<i>Figura 6-8. Ecuación de observación</i>	127
<i>Figura 6-9. Modelo estocástico</i>	128
<i>Figura 6-10. Error medio cuadrático</i>	128
<i>Figura 6-11. Reseñas Fachada Sur Puerta del Ángel</i>	141
<i>Figura 6-12. Reseñas fachada Este puerta del Ángel</i>	142
<i>Figura 6-13. Reseñas fachada Oeste Puerta del Ángel</i>	143
<i>Figura 6-14. Reseñas puerta del Convento de las Bernardas</i>	144
<i>Figura 6-15. Reseñas del plano 1</i>	145
<i>Figura 6-16. Reseñas del plano 2</i>	146
<i>Figura 6-17. Reseñas del plano 3</i>	147
<i>Figura 6-18. Reseñas del plano 4</i>	148
<i>Figura 6-19. Reseñas del plano 4</i>	149
<i>Figura 6-20. Reseñas de la fuente</i>	150
<i>Figura 6-21. Reseñas de la fuente</i>	151

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Coordenadas de las bases.....	50
Tabla 2. Incertidumbre de las bases	50
Tabla 3. Primitiva 1.....	91
Tabla 4. Primitiva 2.....	91
Tabla 5. Primitiva 3.....	91
Tabla 6. Primitiva 4.....	92
Tabla 7. Precisiones recomendadas	101
Tabla 8. Tamaño recomendado del píxel.....	102
Tabla 9. Corrida de acimutes y compensación angular	108
Tabla 10. Cálculo de coordenadas planimétricas	110
Tabla 11. Coordenadas planimétricas de las bases	112
Tabla 12. Coordenadas aproximadas de las bases.....	113
Tabla 13. Vector L_0	113
Tabla 14. Vector l	113
Tabla 15. Matriz A	115
Tabla 16. Matriz cofactor	116
Tabla 17. Matriz de pesos	116
Tabla 18. Matriz t	117
Tabla 19. Coordenadas ajustadas	118
Tabla 20. Vector de residuos.....	118
Tabla 21. Matriz varianza-covarianza	119
Tabla 22. Incertidumbre circular planimétrica	120
Tabla 23. Observaciones para la altimetría.....	121
Tabla 24. Observaciones promediadas y cálculo de los desniveles.....	123
Tabla 25. Errores de cierre en los desniveles.....	124
Tabla 26. Desniveles promedio y compensados.....	125
Tabla 27. Coordenadas altimétricas aproximadas.....	127
Tabla 28. Matrices l y L_0	129
Tabla 29. Matriz A	129
Tabla 30. Matriz t	129
Tabla 31. Parámetros	129
Tabla 32. Coordenadas altimétricas definitivas	130
Tabla 33. Incertidumbre en Z	130
Tabla 34. Coordenadas bases adicionales	130
Tabla 35. Incertidumbre circular planimétrica en bases adicionales.....	131
Tabla 36. Incertidumbre altimétrica en bases adicionales	132
Tabla 37. Coordenadas de los puntos del levantamiento.....	136
Tabla 38. Puntos de apoyo para la rectificación	138
Tabla 39. Puntos de apoyo para la fuente	138
Tabla 40. Puntos de apoyo para la puerta del Ángel.....	140

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Justificación

El patrimonio histórico es un testimonio del pasado humano y los edificios y monumentos que lo integran representan un elemento que pertenece a la historia y tradición de un país siendo este el motivo principal por el que es necesario preservarlo; para poder transmitirlo a las futuras generaciones y que turistas de todo el mundo puedan disfrutar de él y admirarlo.

Constituye además una importante fuente de ingresos, especialmente en nuestro país, España, donde el turismo es uno de los principales motores de la economía y el desarrollo económico en numerosos municipios.

Según la UNESCO se puede considerar como patrimonio cultural obras arquitectónicas, de escultura monumentales, estructuras de carácter arqueológico, inscripciones, cavernas, grupos de construcciones, etc. que tengan un valor universal excepcional desde el punto de vista de la historia, el arte o la ciencia. Este patrimonio es nuestro legado del pasado, con el cual convivimos hoy en día, y el cuál pasaremos a futuras generaciones siendo este una fuente de vida e inspiración irremplazable. Inspira también a la gente con su historia siendo clave para entender a otros pueblos y culturas, además de ser un testigo del paso de otras civilizaciones.

Con el tiempo, guerras, desastres naturales, o incluso la propia negligencia humana someten al patrimonio a un continuo deterioro, siendo por ello necesario cuidarlo, preservarlo y documentarlo.

La documentación del patrimonio es una labor muy importante puesto que deja constancia de su estado de conservación en un determinado momento, haciendo posible su restauración en un futuro.

Para realizar esta tarea son especialmente útiles las técnicas de documentación geométrica debido a su desarrollo y generalización, habiendo hecho posible el incremento de la precisión y la resolución de la información que se puede obtener en el proceso de medición de la geometría y características físicas de un objeto.

A lo largo de este trabajo de fin de grado se utilizará la fotogrametría terrestre como herramienta de documentación, y se mostrará su utilidad mediante diversas aplicaciones.

Para ello se ha elegido La Puerta del Ángel (ver Figura 1.1) como elemento a documentar.

Ésta fue construida en 1646 y es la única puerta que se conserva del recinto amurallado de Jaén. Permanece unida al convento de las Bernardas y está coronada por una hornacina con una escultura de San Miguel, de la cuál recibe su nombre.



Figura 1-1. Puerta del Ángel

Antiguamente la muralla de Jaén contaba con 10 puertas principales y otras tantas de menor tamaño siendo la anteriormente citada la única que queda intacta. Estas puertas han ido desapareciendo progresivamente, a veces por falta de sensibilidad, por desconocimiento otras y por egoísmo de muchas gentes la mayoría. De las demás puertas solo se conservan algunas fotografías como la que se puede apreciar a continuación de la ya desaparecida puerta de Martos, tomada por H.Montalvo:

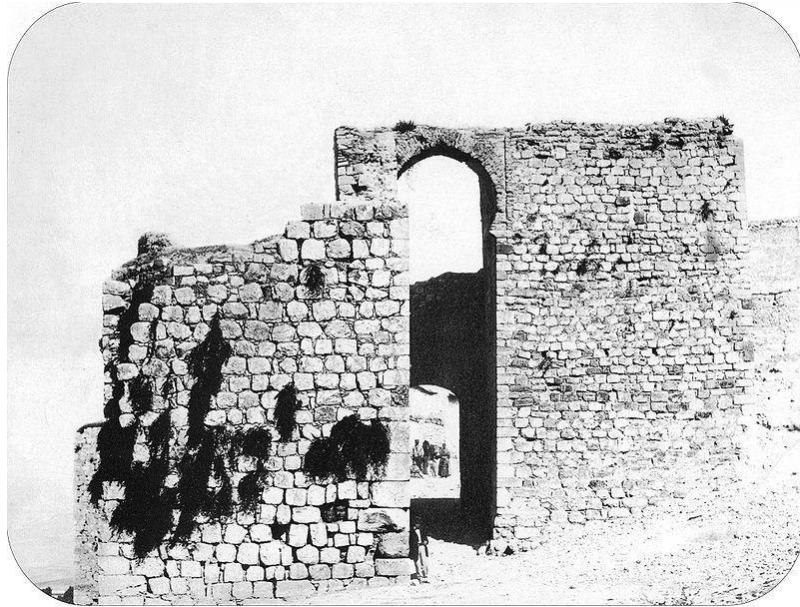


Figura 1-2. Puerta de Martos

He aquí la importancia de documentar el patrimonio, puesto que sin una información que permita restaurarlo en un futuro está destinado a perderse y desaparecer tarde o temprano.

1.2. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo de fin de grado es documentar geométricamente un elemento del patrimonio histórico de Jaén, así como obtener diferentes productos métricos que documenten adecuadamente el objeto estudiado, de manera que pueda constatar el estado actual del objeto con el fin de que en un futuro pudiera restaurarse en caso de deterioro o pérdida a partir de la documentación obtenida para dicho objeto. La zona de trabajo seleccionada será la Puerta del Ángel y alrededores, situada en Jaén; y los productos planteados serán imágenes rectificadas (rectificación proyectiva y diferencial) y modelado tridimensional.

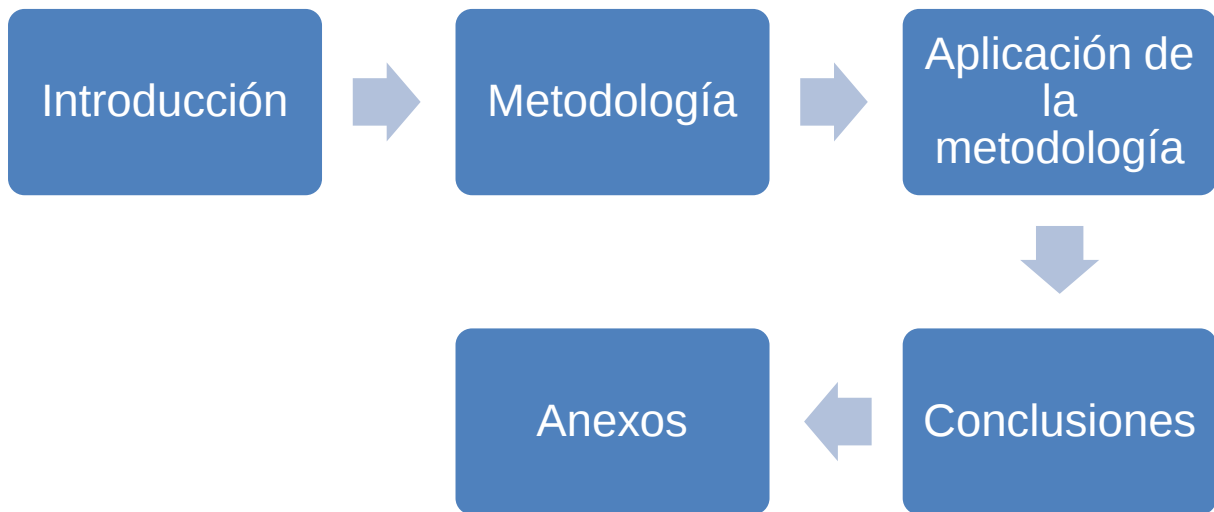
Para ello se tendrán que cumplir una serie de objetivos parciales que se enumeran a continuación:

- Se establecerá un sistema de referencia mediante una red topográfica, como apoyo para realizar diferentes medidas que permitan situar en el

espacio y escalar los productos, así como para realizar un levantamiento con el fin de obtener un plano sobre el que planificar.

- Se llevarán a cabo la toma de las fotografías según la planificación realizada para cada uno de los productos planteados.
- Se importarán las imágenes y los puntos de control en el software correspondiente para llevar a cabo el procesamiento de las mismas.
- Se obtendrán los distintos productos específicos planteados.
- Se comprobarán los productos fotogramétricos obtenidos, evaluando el resultado en cada uno de ellos.

1.3. Estructura



El documento presente consta de:

- Una introducción donde se describen la motivación que ha llevado a realizar este trabajo así como los objetivos que se persiguen y algunos antecedentes donde se describe cómo ha ido evolucionando la fotogrametría hasta ahora.
- Una parte donde se describe la metodología, es decir, las diferentes técnicas que se han empleado a la hora de obtener los productos y en qué consisten.

- Un apartado llamado aplicación de la metodología donde se describe como se ha llevado a cabo la aplicación práctica de las diferentes metodologías y los productos y resultados que se han obtenido. Aquí se definen el sistema de referencia, el instrumental y software empleado y el trabajo que se ha llevado a cabo en cada zona de estudio.
- Para evaluar si se han cumplido los objetivos y la utilidad de las técnicas utilizadas se ha incluido un apartado de conclusiones.
- Por último, se adjuntan varios anexos donde se pueden consultar todos los cálculos realizados así como las reseñas.

1.4. Antecedentes

Según la American Society for photogrammetry and Remote Sensing la fotogrametría puede definirse como el arte, ciencia y tecnología cuyo fin es el de obtener información cuantitativa fiable relativa a objetos físicos y su entorno, mediante procesos de registro, medidas e interpretación de imágenes fotográficas y modelos de energía radiante derivados de sistemas sensores.

Simplificando la anterior definición, la fotogrametría es una técnica que permite determinar las propiedades geométricas de los objetos y las situaciones espaciales a partir de imágenes fotográficas.

La palabra fotogrametría deriva del vocablo "fotograma" (de "phos", "photos", luz, y "gramma", trazado, dibujo), como algo listo, disponible (una foto), y "metrón", medir.

Por lo que resulta que el concepto de fotogrametría es: "medir sobre fotos". Si trabajamos con una foto podemos obtener información en primera instancia de la geometría del objeto, es decir, información bidimensional. Si trabajamos con dos fotos, en la zona común a éstas (zona de solape), podremos tener visión estereoscópica; o dicho de otro modo, información tridimensional.

Básicamente, es una técnica de medición de coordenadas 3D, que utiliza fotografías u otros sistemas de percepción remota junto con puntos de referencia topográficos sobre el terreno, como medio fundamental para la medición.

En el desarrollo y evolución histórica de la fotogrametría pueden distinguirse cuatro etapas (Konecny 1981, 1985):

- **Metrofotografía:** de 1850 hasta aproximadamente 1900. Se inicia con la invención de la fotografía por Niépce y Daguerre en 1839 en Francia. El término metrofotogrametría fue acuñado en 1851 por el coronel francés Aimé Laussedat, a quien se considera el fundador de la fotogrametría. Los inconvenientes por aquella época eran el escaso desarrollo del material fotográfico (las emulsiones eran hechas in situ), la difícil identificación de puntos homólogos, un rendimiento y precisión bajos así como objetivos con grandes distorsiones.
- **Fotogrametría analógica:** desde 1900 a 1960. Ciclo que se inicia con 2 inventos: la estereoscopía como principio de la estereofotogrametría, y la introducción de plataformas adecuadas para la ubicación de sensores (zeppelin en 1900 y areoplanos de motor en 1903). Aparecen el estereocomparador (para medir coordenadas) y el estereoautógrafo (primer instrumento de restitución). Durante ésta época la aviación y la fotografía avanzan enormemente motivados por la segunda guerra mundial y se realizan las primeras fotografías desde un avión. Se empiezan a emplear fotografías inclinadas y aparece el concepto de rectificación. Otto von Gruber consigue orientar fotogramas a partir de 3 puntos, introduciendo el concepto de orientación relativa.
- **Fotogrametría analítica:** de 1960 a 1980. Se inicia con la aparición del ordenador en 1941, que resultó esencial para la aplicación de las teorías verificadas por Finsterwalder en Alemania ya en 1899. Surgen nuevos métodos para la calibración de cámaras y el empleo de ajuste de haces. Aparece el 1º restituidor analítico, el cual tiene analogías mecánicas combinadas con cálculos matemáticos, teniendo este un elevado nivel de precisión.

- **Fotogrametría digital:** desde 1980. Ese cuarto ciclo fue precedido por el lanzamiento del primer satélite artificial, el Sputnik por la URSS y por el uso del satélite Landsat. Se extiende el uso de las imágenes en formato digital, el cual aporta grandes ventajas sobre el formato analógico. Aparece la estación fotogramétrica digital.

Desde sus inicios, la principal aplicación de la fotogrametría ha sido la generación de mapas topográficos y planos, obtenidos fundamentalmente de fotografías aéreas y espaciales.

Su aplicación fuera del campo de la generación de mapas topográficos da lugar a lo que se conoce como fotogrametría no topográfica, también denominada fotogrametría de rango próximo (distancias de toma comprendidas entre 0-300 m).

Actualmente una de las principales áreas de aplicación de la fotografía no topográfica es la arquitectura: la generación de planos de edificios históricos, así como modelos tridimensionales que permiten visualizar, incluso interactivamente, los productos generados.

La fotogrametría arquitectónica, usa los principios de la fotogrametría terrestre desarrollados en la mencionada etapa de la metrofotogrametría; al respecto cabe destacar el trabajo realizado por el arquitecto alemán Meydenbauer en 1858, que aplica el método gráfico de intersección de rayos homólogos punto a punto al levantamiento de planos de iglesias y monumentos históricos, y, en 1885, con la creación del instituto de Fotogrametría Arquitectónica, comienza la creación de un archivo de monumentos históricos en Alemania.

Dentro de los productos que se obtienen en fotogrametría arquitectónica el más común es el dibujo de líneas, aunque también se generan otros como fotografías rectificadas, ortofotografías o modelos digitales. El dibujo de líneas a escalas 1:20 o 1:50 que muestre los detalles arquitectónicos del edificio sigue siendo el más solicitado, ya que resultan esenciales para determinados profesionales como son los arquitectos y los arqueólogos, sin embargo este se trata de un producto interpretado, razón por la cual se demandan cada vez más otro tipo de productos, como las

fotografías rectificadas, o las ortofotografías en el caso de fachadas con variaciones de profundidad notables.

2. METODOLOGÍA

2.1. Introducción

En este apartado de la memoria se exponen las técnicas y métodos basados en fotogrametría empleados para obtener los diversos productos fotogramétricos. Se abordarán desde un punto de vista teórico y de manera resumida, sin pretender ser este apartado un compendio de todo el saber de la fotogrametría.

2.2. Planificación

A la hora de llevar a cabo la documentación del patrimonio, es muy importante realizar una minuciosa planificación que la mayoría de las veces nos ahorrará tiempo e imprevistos a la hora de tomar los datos en campo.

Es necesario visitar la zona donde se encuentra el objeto a documentar, para poder ver los posibles obstáculos que nos podamos encontrar a la hora de realizar las fotografías como pueden ser la vegetación, tejados, calles estrechas, aparcamientos, carreteras, señales de tráfico, farolas etc.

En esta visita se estudiará la posible situación de las bases de estacionamiento teniendo siempre en cuenta que deberán ser visibles entre sí y que deberán estar situadas de forma que podamos medir cómodamente los puntos de apoyo fotogramétrico en las distintas fachadas del elemento a documentar. También es aconsejable realizar algunas fotografías para tener referencias visuales.

Para planificar las tomas será necesario disponer de cartografía de la zona, pudiendo saber de esta manera a que distancia se pueden tomar las fotografías (teniendo en cuenta la anchura de las calles y otros posibles obstáculos) y cuántas serán necesarias.

Lo ideal sería un plano a escala 1/200 por ejemplo, el cual se puede realizar fácilmente realizando un levantamiento topográfico mediante la estación total. La metodología empleada para ello sería la de una simple radiación, la cual se realizaría desde la red topográfica ya medida y compensada mediante mínimos cuadrados anteriormente.

Ya realizado el plano, se procederá a la planificación de las tomas. En 1º lugar es necesario elegir qué cámara vamos a utilizar. Lo ideal es utilizar una cámara profesional que esté calibrada y que posea una buena resolución (12 megapíxeles por ejemplo), donde podamos tener un control manual de los parámetros de la cámara. Será necesario elegir qué objetivo vamos a utilizar, siendo para estos casos los objetivos gran angulares los más adecuados (18-20mm).

Una vez conocida la resolución de la cámara y el objetivo, se puede calcular cuál será su ángulo de cobertura para así poder planificar de la forma más conveniente desde donde se realizarán las fotografías, teniendo siempre en cuenta los posibles obstáculos, las zonas ocultas, la altura del edificio y la escala a la que queremos obtener los fotogramas. Se tratará de optimizar la toma de forma que haciendo el mínimo número de fotografías posible, abarquemos la mayor zona que podamos sin que quede ningún elemento del objeto sin representar.

Un elemento fundamental en este tipo de trabajos son los puntos de apoyo. Estos sirven para referenciar el modelo, para escalarlo y situarlo en el espacio así como para comprobar la precisión de nuestro trabajo posteriormente. Estos puntos de apoyo se medirán con una estación total que posea medición a sólido, y pueden ser dianas fabricadas por nosotros o bien puntos naturales como manchas en la piedra.

2.3. Calibración de la cámara

La calibración de la cámara consiste en un proceso esencial en la restitución puesto que con ella se corrigen los errores debidos a la óptica de la cámara. Al calibrar se corrigen los dos tipos de distorsión que la cámara introduce en el proceso de restitución:

- 1) La distorsión radial producida por la propia lente.
- 2) La distorsión por descentrado del centro de curvatura de la lente o composición de lentes (lo más habitual) y el eje óptico del objetivo.

De estos dos errores el segundo suele ser de menor orden y su consideración no aporta una mejora sustancial en la precisión de los objetos restituidos en la

mayoría de los casos. Pero como la mayor parte del trabajo es realizada por el ordenador, no hay ningún inconveniente en que este trabajo con más ecuaciones.

La restitución de un punto de la fotografía de coordenadas (x,y) considerando el punto principal o centro de la imagen como (0,0), para no introducir traslaciones en las ecuaciones, viene dado por:

$$\begin{aligned} X_c &= x + x \cdot dr + x \cdot dp \\ Y_c &= y + y \cdot dr + y \cdot dp \end{aligned} \quad (1)$$

Donde X_c e Y_c serían las coordenadas donde debería estar correctamente situado el punto.

El término “dr” corresponde a la distorsión radial de la lente que se considera simétrica respecto al punto principal en nuestro modelo. “r” es la distancia radial al punto principal de la lente. Los términos “dp” corrigen el efecto de descentrado de la lente.

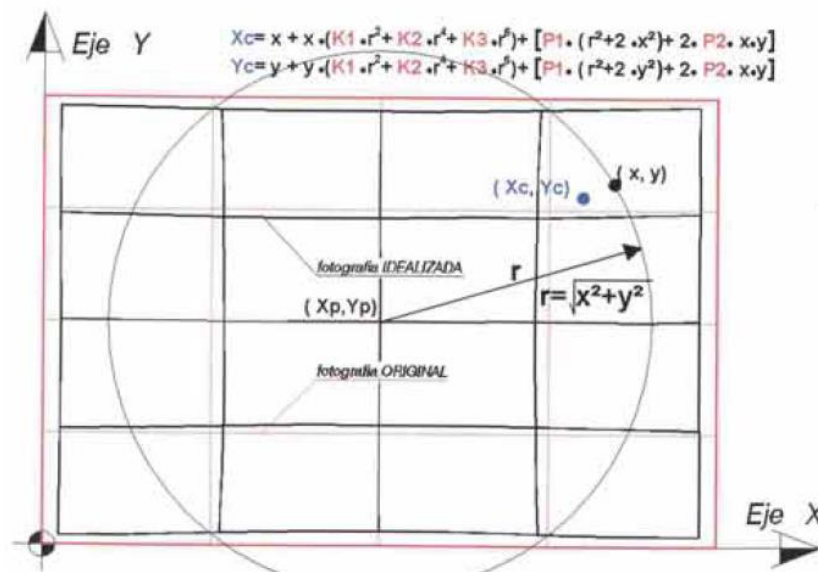


Figura 2-1. Ecuaciones de calibración

Para los algoritmos de diferentes programas:

$$dr = K1 * r^2 + K2 * r^4 + K3 * r^6 \quad (2)$$

Este término “dr” es un polinomio de grado 6 y expresa un diferencial.

Los términos que corrigen el descentrado de la lente se expresan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} x * dp &= P1 * (r^2 + 2 * x^2) + 2 * P2 * x * y \\ y * dp &= P1 * (r^2 + 2 * y^2) + 2 * P2 * x * y \end{aligned} \quad (3)$$

Por tanto las ecuaciones de restitución quedan así:

$$\begin{aligned} X_c &= x + x * (K1 * r^2 + K2 * r^4 + K3 * r^6) + [P1 * (r^2 + 2 * x^2) + 2 * P2 * x * y] \\ Y_c &= y + y * (K1 * r^2 + K2 * r^4 + K3 * r^6) + [P1 * (r^2 + 2 * x^2) + 2 * P2 * x * y] \end{aligned} \quad (4)$$

Aparte de estos 5 parámetros mencionados (K1, K2, K3, P1, P2) también podemos obtener la longitud focal, el tamaño del formato de nuestro CCD en mm, y el punto principal o centro imaginario de nuestra fotografía, que si el modelo fuese perfecto debería estar en el centro del formato anterior.

Calibración mediante plantilla

Para la calibración de una cámara se usa una plantilla que algunos programas como el photomodeler nos proporcionan en forma de documento que puede ser impreso. Esta plantilla consiste en un patrón de puntos uniformemente distribuidos, con un tamaño de estos lo suficientemente grande para que los algoritmos de búsqueda del programa puedan perfilar el contorno de cada uno de ellos y a partir de este, implementar matemáticamente donde se encuentra su centro. Esto último es lo que se denomina precisión subpíxel y es la ventaja que tiene el empleo de dianas sobre el marcado de puntos.

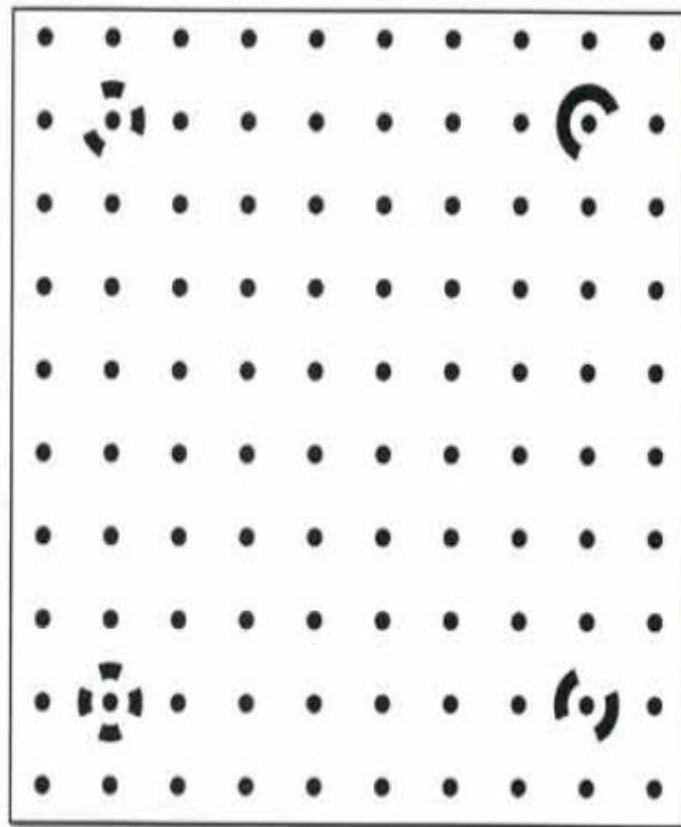


Figura 2-2. Plantilla de calibración

Dentro de la plantilla hay 4 puntos bien diferenciados rodeados por un sector circular diferente en cada uno y similar a un código de barras.

Idealmente el tamaño de la plantilla debería ser de un orden en tamaño similar a los objetos que queramos restituir. Obviamente no podemos imprimir un tamaño equiparable a un edificio por lo que nos conformaremos con imprimir un tamaño de “A0”. Una vez impresa la plantilla es necesario tratarla con cuidado para no producir en ella arrugas o deformaciones, y se dispondrá sobre una superficie plana, pegándola y a la vez tensándola un poco para que no aparezcan esas deformaciones puesto que el programa espera una retícula plana.

Se debe elegir un lugar adecuadamente iluminado de forma que el contraste entre los puntos y el fondo blanco sea aceptable y que no aparezcan zonas de sombras.

La plantilla deberá permanecer fija durante la toma de las fotografías y estas se realizarán de la siguiente forma realizando 2 tomas desde cada lado y girando la cámara 90° de forma que tengamos tomas horizontales y verticales:

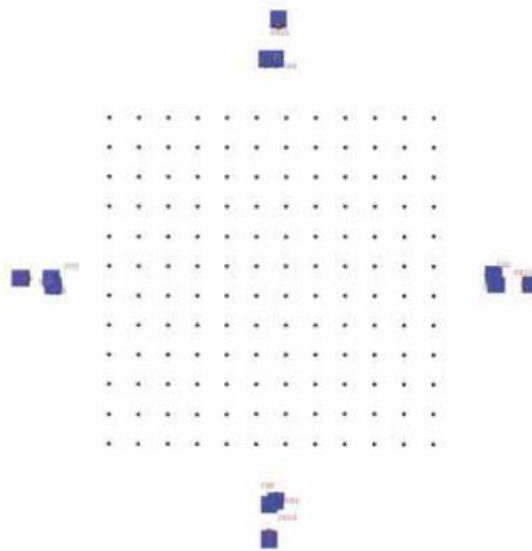


Figura 2-3. Vista en planta de una calibración

Es importante también el tratar de que los ángulos entre las tomas realizadas a la plantilla sean próximos a 90° . Tal y como se muestra en la imagen:

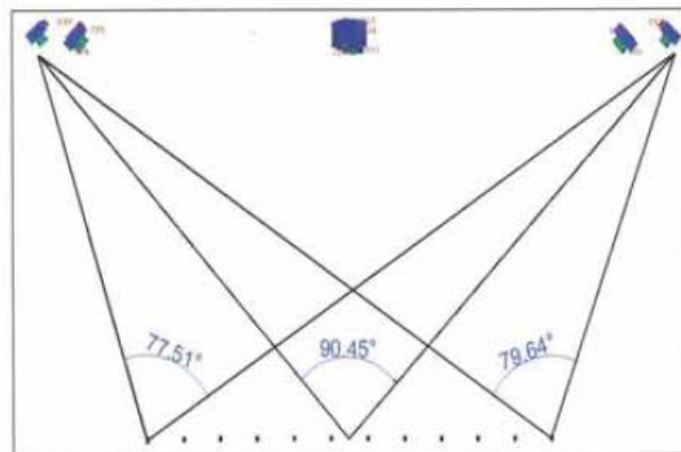


Figura 2-4. Ángulos de toma en una calibración

Hasta ahora nos hemos referido a las circunstancias externas del proceso de calibración: como tomar las fotos, que precauciones tomar o que condiciones de iluminación disponer, pero es importante también la forma de disponer las opciones de la cámara a calibrar.

Lo primero es determinar qué objetivo vamos a usar para el edificio a restituir y lo haremos en función de la distancia a la que nos encontremos de él y a las posibilidades que nos brinde el entorno. Para abordar la calibración es recomendable seguir los siguientes pasos:

- 1) Anulamos el enfoque automático de la cámara
- 2) Disponemos el objetivo en una de las dos posiciones extremas (en una de ellas desenfocherà mucho, por lo que nos quedamos con la otra).
- 3) Con la cámara montada y puesta en el trípode, fijamos un valor ISO bajo, 100 por ejemplo, y un valor de apertura alto del orden de f11 o f16. A partir de esto ajustamos la velocidad de disparo para que la fotografía tenga una luz suficiente, que podemos evaluar en el visor o si estamos más habituados en el histograma que algunas cámaras pueden mostrar.
- 4) En el menú de la cámara es posible que se nos ofrezca la posibilidad de modificar el contraste de los colores. Todo esto lo dejamos a cero para obtener unos datos lo más puros posible. También anulamos la opción de giro automático que poseen por defecto muchas cámaras.
- 5) Se utilizará la mayor resolución de la cámara y si dispone de RAW mucho mejor.

En verdad bastaría con utilizar el enfoque manual y fijar el objetivo en el extremo usando la mayor resolución posible. Dejando todo en automático seguramente se obtendría una buena calibración también. Sin embargo es bueno acostumbrarse a manejar con soltura la cámara, teniendo además el conjunto de parámetros anteriormente descritos la finalidad de conseguir fotografías con una profundidad de campo elevada donde los objetos aparezcan con la mayor nitidez posible para las diferentes profundidades que puedan aparecer.

Hay que tener en cuenta que la calibración por plantilla es un método aproximado y que con la experiencia no es necesario utilizarlo.

Una vez tomadas las fotografías solo hay que crear un proyecto de calibración en el photomodeler (o en otro software) e introducirlas. Aparecerán desorientadas y al ejecutar la calibración el programa procederá a detectar los puntos característicos

de la plantilla y a orientar las fotos. Por defecto no se calculan los parámetros “height” y “k3” pero podemos modificar esto en las opciones.

El coeficiente k3 tiene correlación elevada con el coeficiente k2, significando esto que ambos coeficientes representan de alguna manera el mismo fenómeno y una de ellas es por tanto información redundante. Cuando conocemos una estamos dando una estimación aproximada de la otra. El coeficiente “k3” es en general de un valor poco significativo en el error final salvo en los casos de grandes angulares, y hemos de recordar que afecta en la ecuación de restitución al término de 6º grado.

Después de obtener la 1º calibración se observan los residuos de los puntos medidos y se modifican aquellos que se crea conveniente para mejorar la precisión. Para ello se eliminan los puntos cuyo error sea más alto de lo normal, puesto que no es buena idea modificarlos manualmente en un proyecto de calibración. Esto se debe a que dichos puntos tienen precisión subpíxel y manualmente no se puede de manera fácil encontrar el centro desplazando el cursor. Una vez borrados los puntos se vuelve a ejecutar la calibración inversa y se consulta la tabla de nuevo.

Una buena práctica es la de comparar la precisión que obtenemos en la calibración sin utilizar el coeficiente “k3” y la que obtenemos al utilizarlo. Para ello se pueden comparar las coordenadas los puntos de apoyo medidos con la estación total y las obtenidas en el modelo restituido de forma que podamos comprobar que efectivamente la precisión es buena al utilizar este coeficiente.

La calibración realizada con la plantilla se puede mejorar mediante dos formas:

- La primera consiste en formar una plantilla del orden de los edificios que se van a levantar, lo cual puede ser algo dificultoso puesto que habría que emplear dianas.
- La segunda consiste en utilizar dianas naturales que pueden ser pequeñas manchas en el edificio las cuales se pueden reconocer fácilmente si hemos enfocado las fotografías. Puesto que es aconsejable utilizar la misma distancia focal siempre, se buscará dividir el edificio en diferentes partes en las cuales se pueda emplear el mismo enfoque para realizar las fotografías y que estas salgan nítidas. Posteriormente se pueden fusionar estas partes en el propio photomodeler. Este método consiste en medir unas 30 dianas naturales que son procesadas. Si el error no es alto se puede pasar a realizar la calibración inversa, la cual nos dará los parámetros de la cámara.

Ya realizada la calibración, se procede a idealizar el proyecto, que consiste en la corrección de las fotografías mediante las ecuaciones de cálculo, desplazando los píxeles originales de estas al lugar donde el cálculo señale.

Autocalibración

La autocalibración es un método basado en el ajuste de haces en el cual los parámetros internos se evalúan junto con los parámetros de orientación externa y las coordenadas espaciales de los puntos del bloque. Lo que se hace es añadir los parámetros de orientación interna introduciendo los coeficientes de distorsión en las ecuaciones de colinealidad:

$$(x_a - x_0) * (1 - k_1 * r^2 - k_2 * r^4 - \dots) - \Delta x = -f * \frac{m_{11} * (X_A - X_0) + m_{12} * (Y_A - Y_0) + m_{13} * (Z_A - Z_0)}{m_{31} * (X_A - X_0) + m_{32} * (Y_A - Y_0) + m_{33} * (Z_A - Z_0)} \quad (5)$$

$$(y_a - y_0) * (1 - k_1 * r^2 - k_2 * r^4 - \dots) - \Delta y = -f * \frac{m_{21} * (X_A - X_0) + m_{22} * (Y_A - Y_0) + m_{23} * (Z_A - Z_0)}{m_{31} * (X_A - X_0) + m_{32} * (Y_A - Y_0) + m_{33} * (Z_A - Z_0)} \quad (6)$$

Donde:

x_0, y_0 : punto principal.

f : distancia focal

$K_1, K_2, \dots$: coeficientes de distorsión radial simétrica.

D_x, D_y : distorsión de descentramiento.

Con este método la cámara se calibra cada vez que se emplea. Los errores sistemáticos derivados del desconocimiento de los parámetros internos (o de su inestabilidad) se pueden corregir puesto que se calculan en el proceso. Este tipo de calibración es ampliamente utilizado en aplicaciones de distancia cercana y se recomienda aplicarla sobre bloques de imágenes moderada o altamente convergentes. Un punto importante es que hay que hacer medidas repartidas por toda la superficie de la imagen y el espacio objeto, cosa que hoy en día se hace fácilmente mediante los procesos de matching.

Este tipo de calibración requiere de unos requisitos:

- Redes de imágenes múltiples con configuración (geometría) de moderada a altamente convergente.
- Diversidad de giros (κ /roll)
- Los puntos medidos en la imagen deben tener una buena distribución cubriendo el formato razonablemente bien.
- Debe tener una redundancia alta de observaciones: mínimo de 4 (en algunos casos 3) imágenes en las que se han de mediar al menos 25 puntos en cada una.

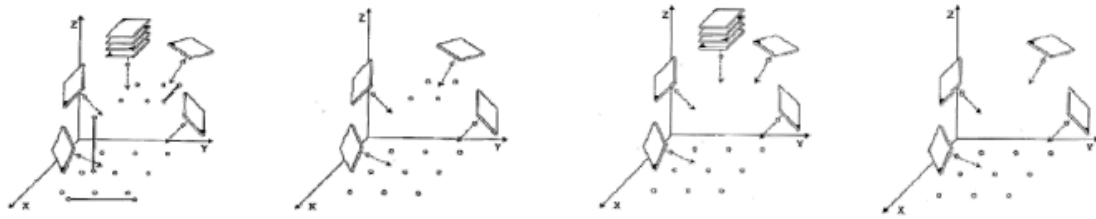


Figura 2-5. Autocalibración

2.4. Medición de los puntos de apoyo

Para poder orientar los fotogramas, así como para escalarlos productos y comprobar su exactitud es necesario medir algunos puntos de control bien distribuidos a lo largo del objeto a restituir. Estos han sido preseñalizados o se han elegido algunos que pudieran ser fácilmente fotoidentificables.

El tamaño de estos debe ser suficiente para que el punto pueda ser identificado en la fotografía. Este tamaño viene condicionado por la distancia de disparo y la escala del fotograma.

Es importante que los puntos estén situados en diferentes planos en caso de utilizar pares estereoscópicos, puesto que el mayor error al restituir se produce en la profundidad.

Las dianas son fácilmente identificables en las fotografías pero puede ser complejo y costoso introducirlas homogéneamente repartidas por toda la fachada puesto que algunas zonas serán de difícil acceso. Por ello, las manchas de las paredes o detalles similares pueden ser una muy buena opción ejerciendo como "dianas naturales", aunque hay que evitar los agujeros puesto que pueden introducir un error en la profundidad. Estas dianas serán utilizadas como elementos de referencia y concordancia entre las medidas topográficas y las coordenadas del modelo obtenidas con los diferentes programas más que como elementos que nos procuren una mejora sustancial de la precisión.

También es necesario realizar un croquis de distribución y reseñas de los puntos apoyo para poder localizarlos luego sin dificultades.

La medición puede realizarse mediante intersección directa o mediante medición a sólido. Puesto que el método de intersección directa puede inducir a error al medir puntos naturales, y disponemos de una estación con medición a sólido, hemos elegido este último método para medir los puntos.

A la hora de elegirlos habrá que tener en cuenta:

- Deben ser suficientes y estar bien distribuidos en el objeto e imágenes.
- Su tamaño debe ser suficientemente grande para que se vean con nitidez en la imagen.
- Deben aparecer en varios fotogramas.
- Evitar coger agujeros como puntos naturales puesto que pueden introducir un error en profundidad.

2.5. Métodos de toma

Fotogrametría estereoscópica: mediante esta metodología de trabajo se realizan pares de fotografías cuya base es paralela a la fachada y con su eje de toma perpendicular a esta. Ambas fotografías del par tienen un área común de solape que dependerá de la relación distancia base:

$$R = \frac{B}{D} \quad (7)$$

El valor de esta relación suele situarse entre 0.10-0.25 de forma que no haya zonas ocultas y que se esté dentro de la precisión requerida. Unos valores bajos de R darán mucha precisión pero también hay más posibilidad de tener zonas ocultas.

Mediante esta técnica se puede medir directamente el relieve en la estación fotogramétrica o en el restituidor y se utiliza para estéreo-restitución o generación de ortofotos.

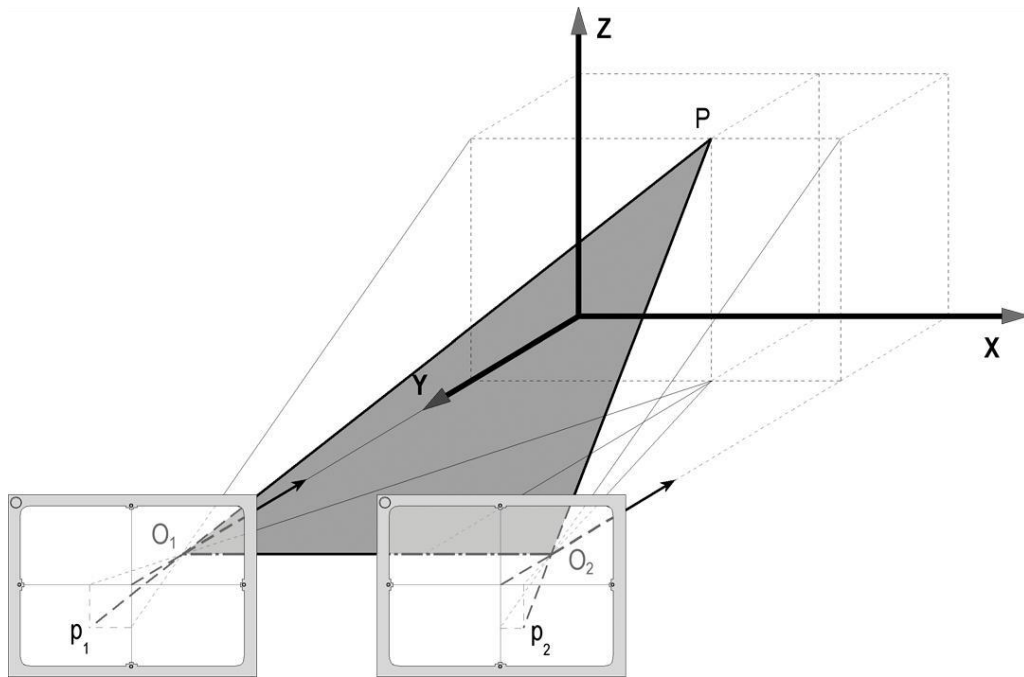


Figura 2-6. Caso normal de estereofotogrametría

A la hora de planificar la toma de las fotografías lo más eficaz será tomar el número mínimo de pares de forma que toda la superficie de la fachada quede cubierta y se mantenga la escala de los fotogramas.

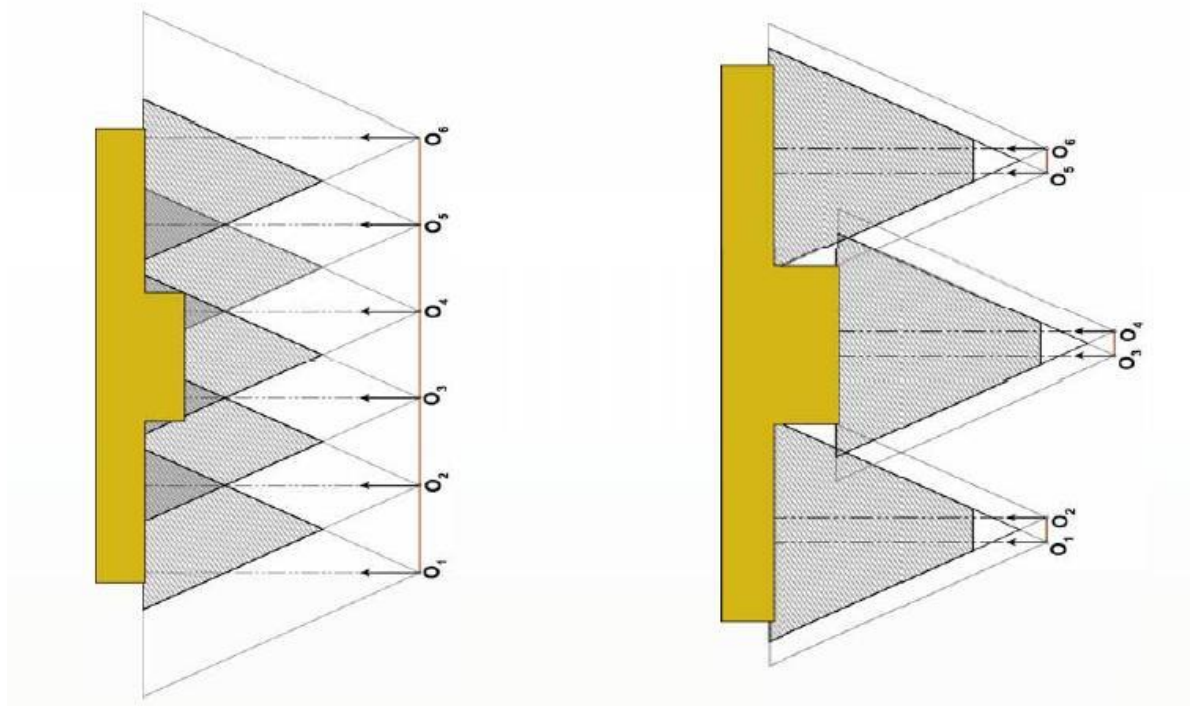


Figura 2-7. Planificación de tomas estereoscópicas

Fotogrametría convergente: se trata de un método más flexible que el anterior puesto que permite diferentes configuraciones de las tomas con diferentes observaciones desde diferentes puntos de vista. Se emplea para la generación de modelos 3D y para realizar rectificaciones proyectivas.

Tiene como condición que cada punto debe aparecer al menos en 3 fotogramas. Al tener múltiples intersecciones desde diferentes puntos de vista se tiene más redundancia y más precisión que en las tomas estereoscópicas. El número de fotos necesarias es también menor por lo que se gana en economía de diseño. Otra ventaja es que se eliminan los errores sistemáticos si se emplea autocalibración. La desventaja frente a la fotogrametría estereoscópica reside en la medición de puntos naturales del objeto donde ésta es mejor ya que permite posarse directamente sobre el punto y medirlo.

Como ya se ha mencionado, a la hora de configurar las tomas solo es necesario tener en cuenta que cada punto de la fachada ha de aparecer en 3 fotogramas como mínimo, y además el ángulo de convergencia entre los rayos ha de estar comprendido entre $60/90^\circ$, teniendo más dificultades para localizar los puntos al aproximarnos a 90° .

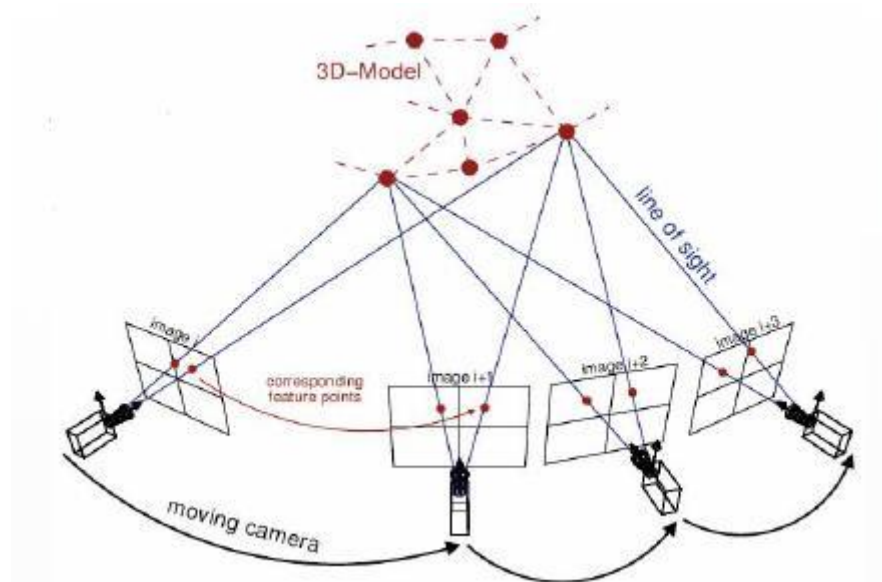


Figura 2-8. Planificación de tomas convergentes

2.6. Obtención de los fotogramas

Para realizar las fotografías es importante tener en cuenta diversos aspectos si se quieren obtener luego unas texturas que sean lo suficientemente nítidas.

Dependiendo de los productos que se quieran obtener, y de la metodología de trabajo, los fotogramas se obtendrán de una manera u otra.

Modelo 3D: para la obtención del modelo 3D de la puerta del Ángel se optará por realizar tomas convergentes de manera que formen ángulos entre sí comprendidos entre los 60° - 90° . Se realizarán siempre con la misma focal y con el enfoque fijado en el infinito, de manera que la focal no varíe y se pueda calibrar después la cámara correctamente para eliminar las distorsiones de las fotografías.

Ortofoto: para la obtención de la ortofoto de la fuente se realizarán una serie de pares estereoscópicos, con algunas fotos convergentes para evitar posibles zonas ocultas.

Rectificación: se ha elegido como zona a rectificar el muro de la fachada Oeste del convento de las Bernardas. Al tener este una altura considerable y ser la calle muy estrecha, las fotografías han de realizarse de forma ligeramente inclinada de manera que se pueda abarcar toda la altura del muro.

2.7. Métodos de Rectificación

Mediante la rectificación se puede transformar una imagen en una proyección del objeto mediante el enderezamiento del eje del fotograma. La rectificación corrige los desplazamientos existentes en la imagen fotográfica original producidos por la inclinación del eje de la toma respecto al plano de proyección.

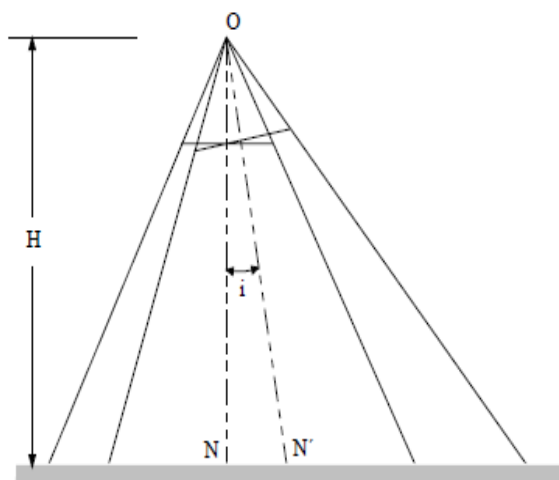


Figura 2-9. Inclinación del eje de toma

La imagen rectificada tendrá las características geométricas de una proyección ortogonal del objeto fotografiado sobre un cierto plano y a una determinada escala. Si se quiere llevar a cabo una rectificación deben cumplirse 2 condiciones:

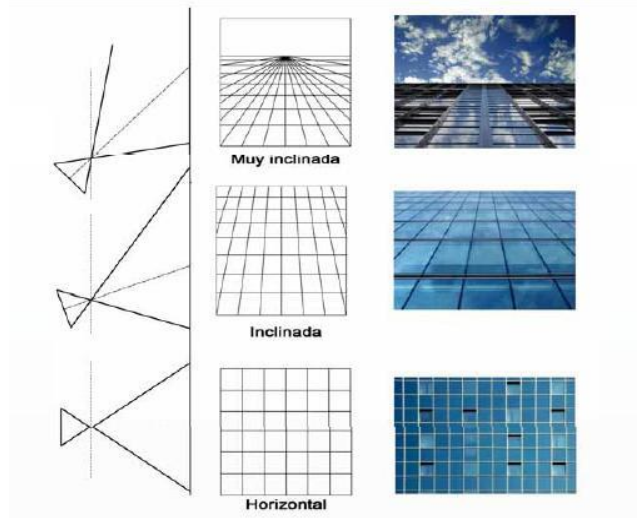


Figura 2-10. Fotografías inclinadas

- 1) El ángulo de inclinación de la toma debe ser pequeño
- 2) El objeto a rectificar debe ser plano

Hay varios tipos de rectificación:

- **Rectificación polinómica**: la transformación entre la imagen original y la rectificada se realiza mediante el empleo de polinomios.

$$x = f_x(x', y')$$

$$y = f_y(x', y')$$

(8)

Corrige las distorsiones de la imagen en base a puntos de control, siendo mayor la precisión al aumentar estos. Es posible cambiar la escala y rotar la imagen de forma que se ajuste a los puntos de referencia. Como desventajas de este método, es preciso decir que puede originar problemas y errores en la imagen transformada debido a que no corrige adecuadamente los desplazamientos del relieve. También es importante saber que el aumento del número del orden del polinomio puede provocar problemas debidos a la sobreparametrización. Es por esto que no es un método aconsejable para rectificar fachadas, aunque es muy utilizado en teledetección puesto que las diferencias de relieve son pequeñas comparadas

con la distancia de toma de los fotogramas y debido también a que la geometría y distorsiones en este tipo de imágenes son difíciles de modelizar. La gran ventaja de este método es que corrige en un solo proceso todas las distorsiones de la imagen.

Un polinomio frecuentemente utilizado es el de grado 2 que incluye un total de 6 incógnitas que se pueden resolver mediante un sistema de 6 ecuaciones (como mínimo 3 puntos con 2 ecuaciones cada uno), aunque se pueden incluir más puntos para tener más ecuaciones y tener así redundancia para aplicar mínimos cuadrados.

$$Z(x, y) = a + bx + cy + dx^2 + exy + fy^2 \quad (9)$$

Donde:

x, y son las coordenadas imagen de los puntos medidos

Z(x, y) es la cota del punto del terreno de coordenadas imagen x, y

a...f son los parámetros de la transformación

- **Rectificación proyectiva**: plantea la relación existente entre 2 planos, definida por 8 parámetros que pueden calcularse a partir de 4 puntos de control y sus coordenadas imagen. Tiene como ventaja que no es necesario el cálculo de los elementos de la orientación interna y externa puesto que están incluidos de forma implícita en los coeficientes obtenidos. Este método se emplea mucho para la rectificación de fotografías aéreas de zonas llanas y fachadas de edificios.

Las expresiones de la transformación son las siguientes:

$$\begin{cases} x = \frac{a_1 X'' + a_2 Y'' + a_3}{c_1 X'' + c_2 Y'' + 1} \\ y = \frac{b_1 X'' + b_2 Y'' + b_3}{c_1 X'' + c_2 Y'' + 1} \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} X'' & Y'' & 1 & 0 & 0 & 0 & -xX'' & -xY'' \\ 0 & 0 & 0 & X'' & Y'' & 1 & -yX'' & -yY'' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Donde a_i , b_i , c_i son los parámetros de la proyección

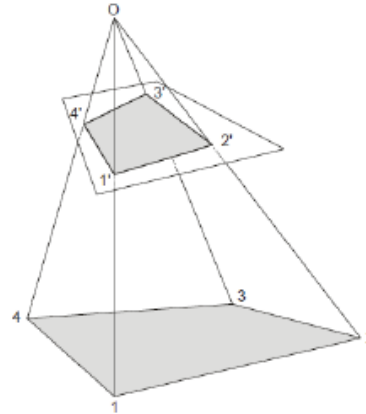


Figura 2-11. Ecuaciones de una rectificación proyectiva

Se utiliza para la rectificación métrica de imágenes sobre superficies planas, para obtener imágenes a escala de planos y para la texturización de imágenes en modelos 3D y productos multimedia. Como ventajas, se trata de un procedimiento simple, directo, económico y barato, además de poder emplear imágenes monoscópicas con recubrimiento reducido. En cuanto a las desventajas, la principal es la forma del objeto, puesto que en cuanto este no es plano y tiene relieve la proyección no será adecuada. Se trata también de un procedimiento bastante manual.

En una fotografía inclinada como esta, cada punto se encuentra a una distancia diferente al punto de toma, por lo que la escala varía a lo largo de toda la fotografía.

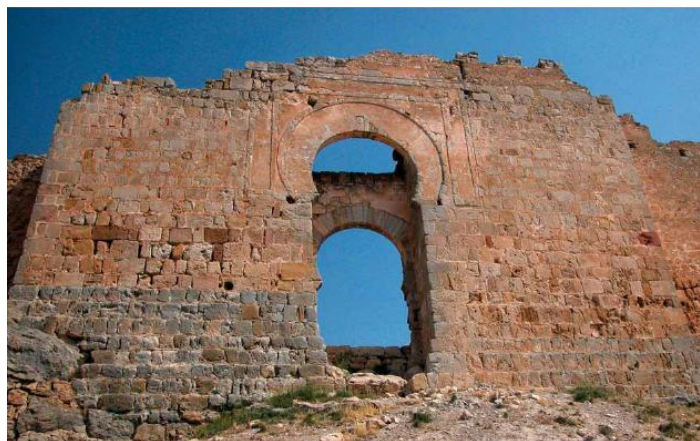


Figura 2-12. Fotografía inclinada

Basta con elegir 4 puntos de la fotografía anterior y darles coordenadas para poder realizar una rectificación proyectiva y obtener una imagen rectificada como la de la figura. La escala se mantiene en la fachada frontal.



Figura 2-13. Fotografía rectificada

Sin embargo, en la fachada del fondo y los laterales no se mantiene esta porque estas zonas pertenecen a otro plano y no están rectificadas. Estas zonas se eliminan y como resultado se obtiene un producto métrico en el que se puede medir.



Figura 2-14. Zona rectificada donde se mantiene la escala

- **Rectificación diferencial u Ortorrectificación**: este término tiene su origen en el hecho de que la rectificación se aplica sobre pequeñas zonas de la imagen. En el caso de las imágenes digitales esas pequeñas zonas serán los píxeles puesto que es la unidad mínima de que se compone. De cada uno de los píxeles se conoce su tamaño, su posición en la imagen y su valor de color. Para realizar una rectificación diferencial es necesario disponer de un modelo digital de elevaciones (MDE) y este ha de estar referido a un sistema de proyección de coordenadas que será en el que se obtenga la imagen rectificada. Este método es más adecuado cuando el terreno no es llano o cuando la fachada tiene relieve, ya que tiene en cuenta el MDE y permite obtener unas coordenadas proyectadas en el plano a

partir de unas coordenadas del objeto X, Y, Z. Mediante este método se pueden obtener ortofotografías las cuáles presentan simultáneamente las ventajas de una fotografía (gran cantidad de información) y las de un mapa (la escala es uniforme y se puede medir sobre él).

Podemos definir esta técnica como el método fotogramétrico para obtener fotomapas precisos, corregidos de las deformaciones producidas en la imagen fotográfica por el relieve y la inclinación de la fotografía.

Este nuevo documento fotográfico se denomina **ortofotografía** y es tan preciso como un mapa.

Para que la transformación de la proyección central de la fotografía a la ortogonal del terreno sea teóricamente exacta, sería necesario que las unidades geométricas a rectificar fuesen un punto. Esto en la práctica es imposible, utilizándose unidades geométricas de reducido tamaño (en el caso de las imágenes digitales, los píxeles).

Tal y como se ha mencionado antes, se requiere un modelo digital de elevaciones almacenado de la misma forma que la imagen. Este modelo debe estar referido a un sistema de proyección de coordenadas que será en el que se obtenga la imagen rectificadora.

Para entender mejor el proceso imaginemos una imagen digital y su transformación al terreno (ver Figura 2-15. Ortorrectificación: transformación directa), suponiendo que cada pixel es plano se transforma en un trapecio. El conjunto de estas piezas en el terreno perfectamente ensambladas constituiría la ortofotografía. El elemento diferencial rectificado ha sido el pixel.

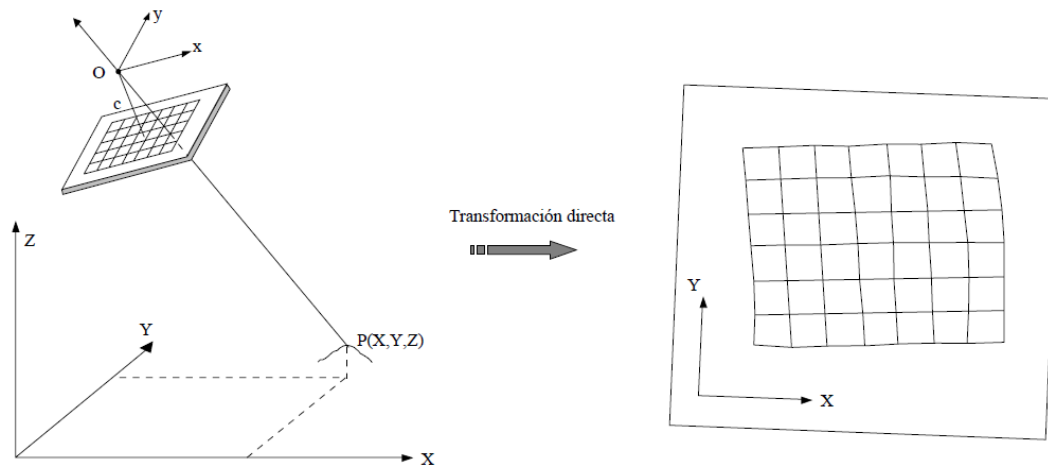


Figura 2-15. Ortorrectificación: transformación directa

En el caso contrario (ver Figura 2.15), una imagen digital que sea proyección ortogonal del terreno (por ejemplo un mapa escaneado), si transformamos los píxeles del mapa a la proyección de la fotografía, obtendríamos una serie de trapecios que ensamblados componen la imagen fotográfica.

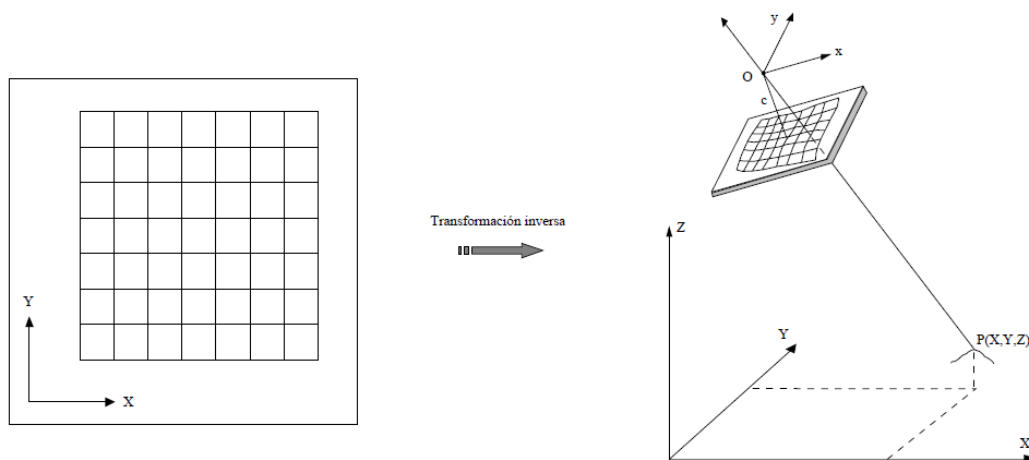


Figura 2-16. Ortorrectificación: transformación inversa

La proyección ortogonal del terreno y la cónica de la fotografía están relacionadas mediante las ecuaciones de colinealidad. El objetivo de la rectificación de una imagen digital es asignar a cada uno de los elementos de la matriz del modelo digital el valor de gris correspondiente. Para determinar el valor de gris se utilizan estas ecuaciones, donde las coordenadas terreno X , Y , Z de los puntos que integran el modelo digital son transformadas en coordenadas imagen x , y .

$$\begin{aligned}
 x &= -f * \frac{m_{11} * (X - X_0) + m_{12} * (Y - Y_0) + m_{13} * (Z - Z_0)}{m_{31} * (X - X_0) + m_{32} * (Y - Y_0) + m_{33} * (Z - Z_0)} \\
 y &= -f * \frac{m_{21} * (X - X_0) + m_{22} * (Y - Y_0) + m_{23} * (Z - Z_0)}{m_{31} * (X - X_0) + m_{32} * (Y - Y_0) + m_{33} * (Z - Z_0)}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Estas ecuaciones expresan las coordenadas (x, y) en la imagen en función de las coordenadas (X, Y, Z) del terreno y los parámetros de orientación externa (X₀, Y₀, Z₀, ω, φ, κ). Si realizamos la orientación interna y externa de la fotografía y además conocemos la Z del punto terreno, podemos realizar las anteriores transformaciones:

- **Transformación directa:** proyección de la fotografía (x, y) al mapa (X, Y-terreno-).

- **Transformación indirecta:** proyección del mapa (X, Y-terreno-) a la fotografía(x, y).

En la ortorrectificación digital se utiliza la transformación inversa. A cada píxel de la imagen en la proyección del mapa, le vamos a asignar el valor de la escala de grises en la proyección cartográfica.

La posición de la imagen digital en el terreno la conocemos y por tanto las coordenadas de cada píxel. Para realizar la transformación es necesario disponer de los siguientes parámetros:

- **Orientación interna de la cámara:** coordenadas del punto principal de la cámara, distancia principal, marcas fiduciales y distorsión de la lente.

- **Orientación externa:** posición de la cámara en el espacio; coordenadas de la posición del centro de proyección(X₀, Y₀, Z₀) y los tres giros de la cámara (ω, φ, κ).

- El tamaño del pixel de la imagen digital en unidades cámara (mm).

- El tamaño de la malla del modelo digital en unidades terreno (m).

- Las coordenadas de referencia del modelo digital en una determinada proyección cartográfica (normalmente las coordenadas del punto superior izquierda).

En la siguiente figura se muestran los pasos a seguir en la generación de una ortofotografía digital. Se parte de una imagen “vacía”, formada por un conjunto de píxeles sin asignación de valor de tonalidad (Nd), caracterizados por estar referidos al sistema de referencia terreno y por poseer un cierto tamaño físico, que constituye la resolución de la ortoimagen. Aplicando en sentido inverso (transformación inversa) las ecuaciones de colinealidad, se rellenará dicho valor de tonalidad.

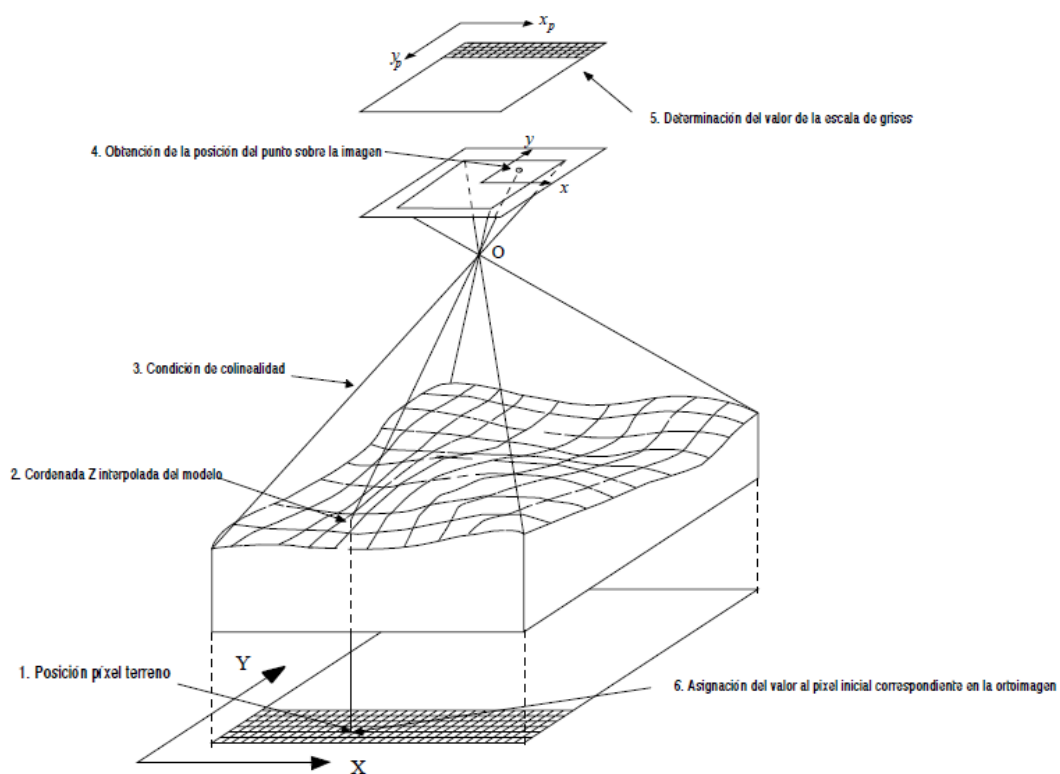


Figura 4. Generación de una ortofotografía digital.

Figura 2-17. Pasos para obtener una ortofotografía

Supongamos que se parte de la posición de cualquier punto sobre el terreno (píxel) de coordenadas X , Y conocidas; por interpolación del modelo digital del terreno podremos obtener la coordenada Z de dicho punto. Con estas coordenadas, los parámetros de orientación externa y las ecuaciones de colinealidad podrá obtenerse analíticamente la posición del punto sobre la imagen (x , y), como si realmente se reconstruyera el rayo luminoso que lo impresionó. A partir de la orientación interna efectuada se identifica dicha posición en la imagen y su

correspondiente tonalidad, bien en modo de escala de grises, o bien en modo color (RGB); este valor se asignará a la posición (X, Y) de partida de la ortoimagen.

Como es de suponer, en el proceso de rectificación que se lleva acabo, las posiciones de los píxeles proyectados no coinciden con la posición de los píxeles originales, siendo necesario combinar de alguna forma la información espectral (Nd) de los píxeles vecinos para obtener el valor final deseado de la tonalidad, empleándose habitualmente las técnicas de remuestreo digital, asegurando así que todos los píxeles de la ortofotografía resultante, tengan su nivel de gris. Los 3 métodos de remuestreo más empleados son:

- **Vecino más próximo:** es el método más simple pero el menos preciso.
- **Interpolación bilineal:** es una solución intermedia, generalmente el más usado.
- **Convolución cúbica:** es el método más preciso, pero requiere de mayores cálculos.

Una vez obtenida la imagen ortorrectificada, es fundamental la supervisión de la calidad de la misma. Los efectos fundamentales que es necesario localizar son los siguientes:

- Comprobación de que la imagen esté completa. Si el área que cubre la imagen no está cubierta adecuadamente por un MDE se pueden producir errores en la ortoimagen final.
- Presencia de arrastres en la imagen. Las causas más frecuentes de aparición de arrastres (la imagen aparece movida) es la presencia de errores en el modelo digital de elevaciones (puntos anómalos) o bien la presencia de valores de desplazamiento debido al relieve muy elevados al encontrarnos en el borde de la imagen.
- Aparición de dobles imágenes. Este problema era especialmente importante en los primeros sistemas fotogramétricos digitales que trabajaban a nivel de modelo en el que errores debidos a la orientación de las imágenes (los parámetros de la orientación externa de la imagen derecha del primer modelo presenta ligeras diferencias con respecto a los calculados con la misma imagen cuando hace de

imagen izquierda del segundo modelo) o bien falta de continuidad en el modelo digital de elevaciones.

- Aparición de porciones de ortoimagen no cubiertas. Este hecho tiene el mismo origen que la aparición de dobles imágenes pero con el resultado contrario, no existe continuidad en la ortoimagen final por un problema de orientación o del MDE empleado en la ortorrectificación.
- Errores planimétricos. Se comprueban mediante la medida directa de puntos sobre el terreno que sean perfectamente distinguibles en la imagen, comparando posteriormente sus coordenadas planimétricas. Los principales problemas que afectan a la calidad de las ortoimágenes generadas mediante rectificación diferencial son los debidos a los errores o falta de precisión del modelo digital de elevaciones, dejando a un lado los problemas de ajuste radiométrico que se compensan mediante correcciones.

A continuación se puede observar la diferencia entre una rectificación proyectiva y una ortorrectificación. En la rectificación proyectiva, como se puede ver, las zonas más alejadas del eje ortogonal a la fotografía aparecen deformadas y alargadas (esto ocurre al proyectar todo el elemento en el mismo plano). Esta deformación es similar en zonas que se encuentran en el mismo plano. Para evitar estas deformaciones es necesario proyectar cada parte del elemento en un plano diferente que contenga dicha parte.

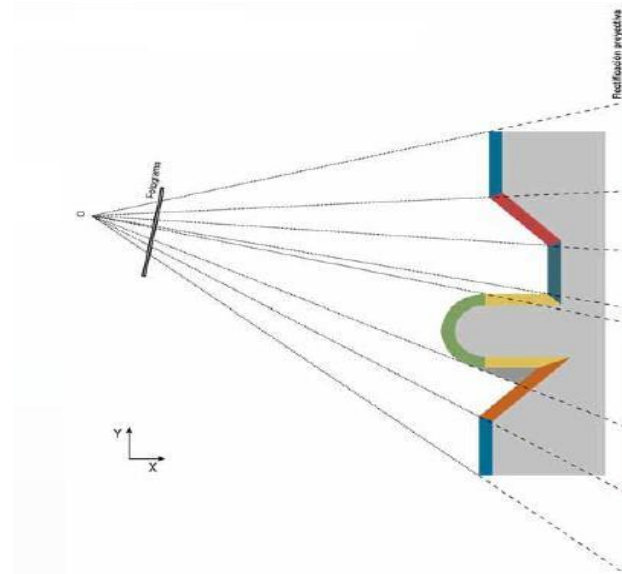


Figura 2-18. Rectificación proyectiva

En una ortoproyección el objeto se proyecta ortogonalmente al plano, por lo que no sufre deformaciones. Como se puede ver se generan algunas zonas ocultas, como los planos de color amarillo que no se ven en la imagen rectificada.

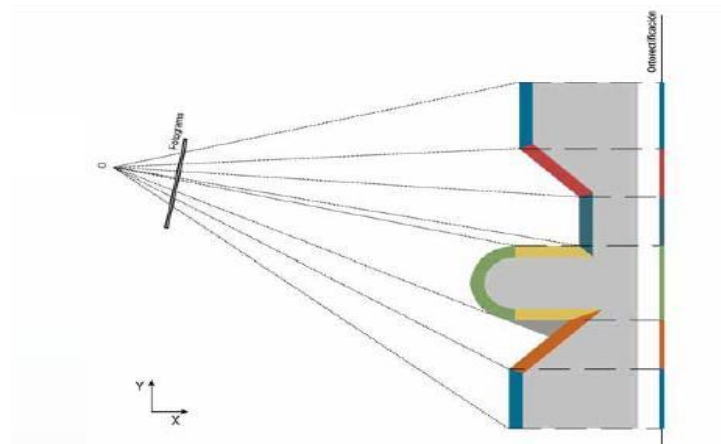


Figura 2-19. Ortorrectificación

También se puede apreciar en esta fotografía que hay diferencias en cuanto a la posición de cada plano del objeto en la imagen rectificada. Estas diferencias son mayores en las zonas más alejadas del punto principal.

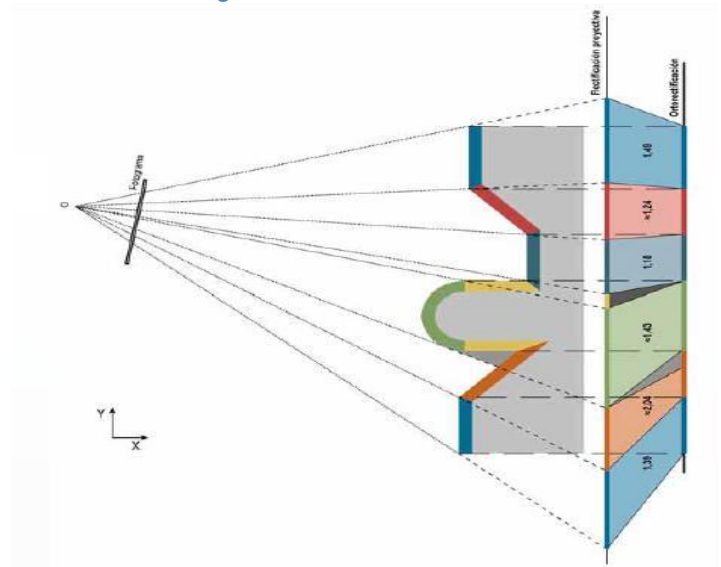


Figura 2-20. Diferencias entre rectificación proyectiva y ortorrectificación

Una vez expuesta esta metodología, la conclusión que se extrae es clara. La diferencia entre una rectificación y una ortorrectificación es que en la primera solo se mantiene la escala en un plano, mientras que en la segunda la escala es uniforme en toda la imagen, teniendo la misma calidad métrica que un mapa (ver Figura 2-21. Objeto rectificado y Figura 2-22. Objeto ortorrectificado). Como se puede ver en la rectificación solo se mantiene la escala en la fachada frontal, mientras que en la ortorrectificación se mantiene la escala en toda la imagen, incluida la fachada de atrás.



Figura 2-21. Objeto rectificado

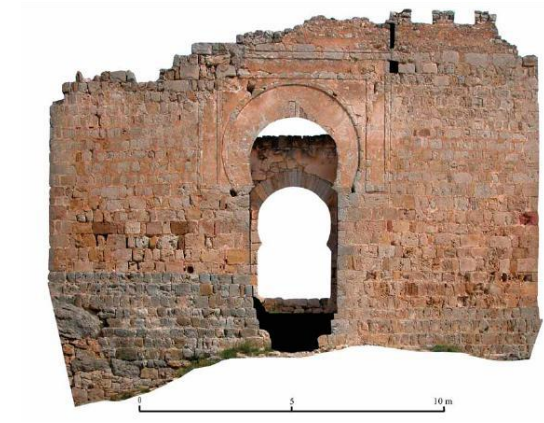


Figura 2-22. Objeto ortorrectificado

3. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA PROPUESTA

3.1. Zona de estudio

El convento de las Bernardas se encuentra situado en la ciudad de Jaén junto a la plaza de toros y la alameda de capuchinos, ubicándose en las siguientes coordenadas UTM:

$$X = 430915.510 \text{ m } Y = 4180281.250 \text{ m}$$

A continuación se muestra una imagen de Google Earth donde pueden ubicarse las zonas de trabajo, las cuales están marcadas mediante polígonos amarillos.



Figura 3-1. Localización de la zona

En cada una de las zonas señaladas se empleará una metodología diferente para obtener diferentes productos:

- **Zona 1:** generación de un modelo 3D de la Puerta del Ángel.
- **Zona 2:** ortorrectificación de la Fuente Imperial de las Bernardas.
- **Zona 3:** rectificación de la fachada Oeste del convento de las Bernardas

3.2. Instrumentación y software utilizados

En este apartado se describen los distintos instrumentos y programas empleados para llevar a cabo el TFG.

A) Instrumentación

- Estación total Leica TS06: mediante este instrumento se han realizado las observaciones necesarias para establecer la red topográfica, realizar el croquis de la zona y medir los puntos de apoyo. Tiene las siguientes características técnicas:

ESTACIONES TOTALES Y DISTANCIÓMETROS													
MODELO	A	medida angular		sens / comp			medida distancia	alcance 1 prisma (km)			alcance 3 prisma (km)		
		σ_{ISO-HZ}	σ_{ISO-V}	S	$\sigma_{comp H}$	$\sigma_{comp V}$	σ_{EDM}	malas	normal	buenas	malas	normal	buenas
LEICA TS-06	30	15 ⁰⁰	15 ⁰⁰	-	5 ⁰⁰	5 ⁰⁰	Prisma: 1.5 mm + 2ppm Sólido: 2 mm + 2 ppm	1,8	3	3,5	2,3	4,5	5,4

Para la observación de la red se realizaron mediciones al prisma mientras que para los puntos de apoyo se empleó la medición a sólido.



- Trípode de pinzas: a la hora de establecer la red topográfica la precisión es muy importante. Una forma de mejorarla es eliminar el error de verticalidad del jalón, puesto que con este trípode se puede dejar perfectamente vertical sin necesidad de que un operador tenga que sujetar el jalón tratando de mantener la burbuja del nivel en el centro.



- Flexómetro: necesario para medir la altura del instrumento y para realizar algunas medidas en la zona que después pueden servir para escalar el modelo o para comprobar la exactitud de este.



- Canon EOS 5D: se trata de una cámara digital con un sensor CMOS de 12.8 megapíxeles. Con ella se han realizado las fotografías.



B) Software

- Photoscan: programa empleado para orientar las fotos y obtener una nube de puntos con la cual generar un modelo 3D. También tiene la capacidad de realizar una autocalibración de la cámara. Se basa en la identificación de puntos homólogos, realizando un proceso automático de matching mediante el cual obtiene una nube de puntos de paso entre las imágenes, orientando estas a partir de las ecuaciones de colinealidad.
- Autocad y MDT: programa mediante el cual se han realizado los planos necesarios para la planificación de las tomas y donde se han fusionado los diferentes mosaicos e imágenes rectificadas a partir de los programas Socet set y Photoarq3D.

- Fotoarg3D: este programa ha sido diseñado por el profesor Jose Luis Pérez García y con el que se pueden rectificar fácilmente las fotos. Se basa en el uso de planos como primitivas y en medir puntos en las imágenes, obteniendo las nuevas imágenes rectificadas con la resolución requerida.
- Socet set: este programa se ha usado para realizar el mosaico de imágenes obteniendo una sola imagen rectificada para cada plano de la fachada del convento, así como para editar el modelo de la fuente para obtener una ortofoto. Con él se puede modificar fácilmente el mosaico indicando que zona de cada fotografía nos interesa más.
- Photoshop: con este software se han editado y recortado algunas imágenes, así como aplicado máscaras a las zonas no rectificadas para diferenciarlas de las que sí lo están.

3.3. Definición del sistema de referencia

Se ha empleado un sistema de coordenadas local, el cual es arbitrario y su origen queda situado en la base 1 cuyas coordenadas son $X = 1000$ $Y = 5000$ $Z = 500$.

Para materializar el sistema de referencia se han establecido una serie de 6 bases topográficas (más dos adicionales posteriormente) a las que se les ha proporcionado coordenadas a partir de la base 1.

Este sistema de referencia es necesario para orientar y escalar los productos, así como para dar coordenadas a los puntos de apoyo que posteriormente servirán para rectificar las fotografías o para comprobar la precisión de nuestro modelo, siendo útil también para realizar el levantamiento topográfico de la zona. Es imprescindible puesto que no es posible medir todos los puntos de apoyo desde la misma estación, siendo necesario que estén en el mismo sistema de referencia.

En caso de querer georreferenciar el modelo tan solo sería necesario medir 2 o 3 bases con el GPS para realizar una transformación entre los 2 sistemas de coordenadas, obteniendo las nuevas en el sistema ETRS89 por ejemplo.

Se ha optado por realizar un itinerario cerrado mediante estación total por los siguientes motivos:

- Falta de visibilidad a puntos de coordenadas conocidas.
- Geometría de la zona similar a un rectángulo
- Presencia de edificios que dificultan la recepción de la señal de los satélites (dificultades a la hora de usar el GPS).
- Al cerrar la poligonal se tiene comprobación y se puede compensar el error.

Un itinerario cerrado requiere como mínimo de un punto conocido para fijar la posición así como de una dirección conocida para fijar la rotación del sistema de referencia arbitrario. Estos datos de partida se han obtenido dotando de coordenadas a la base 1 en un sistema de referencia local ($x=1000$, $Y=5000$, $Z=500$) y estableciendo la lectura angular desde la base 1 a la base 2 como si fuera el acimut de partida. De esta manera queda situada en el espacio y orientada la poligonal.

En 1º lugar se han utilizado clavos de acero para establecer 6 bases principales, a las que posteriormente se añadieron 2 más para tener mejor visibilidad a la hora de medir los puntos de apoyo. Las reseñas se incluyen en el apéndice “Reseñas”. También se incluye un plano con la situación de las bases, cuya distribución puede observarse en el siguiente croquis para hacerse una idea:

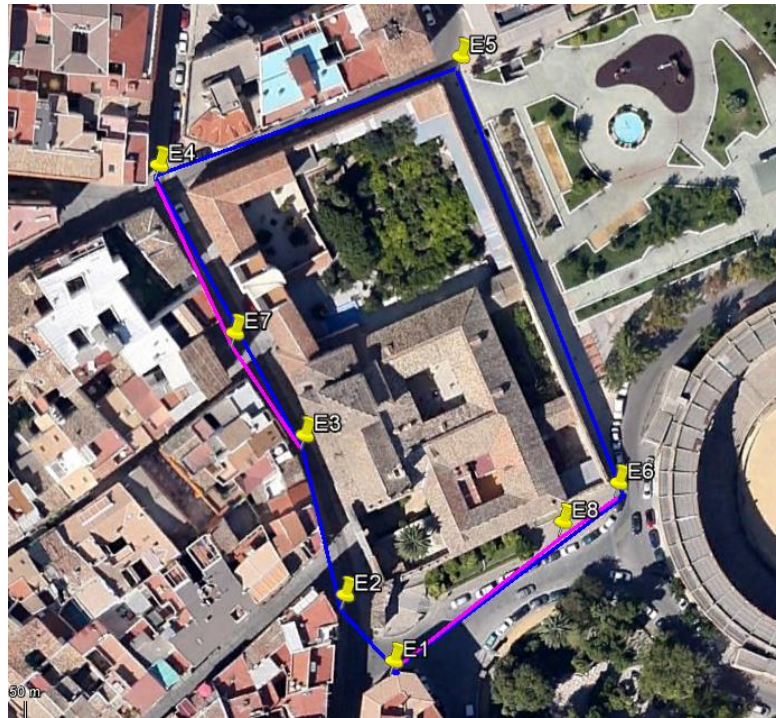


Figura 3-2. Situación de las bases

Un itinerario está compuesto por una serie encadenada de radiaciones. Desde cada estación se observó en 1º lugar a una referencia lejana y bien definida para poder comprobar al final de las observaciones el error de cierre y saber si el instrumento se ha movido.

En cada estación de la red principal (6 en total) se siguieron los siguientes pasos para la toma de datos:

- Se estacionó y se anotó la altura del instrumento.
- Se colocó un jalón en las estaciones anterior y posterior sujeto mediante un trípode de pinzas.
- Una referencia fue observada en CD y CI, anotando las lecturas horizontales.
- Se observó la estación anterior, apuntando a la parte visible más baja del jalón para anotar las lecturas horizontales, y al centro del prisma para las lecturas verticales y distancias geométricas (todas en CD y CI). También se anotó la altura del prisma.
- Se repitió este último paso con la estación posterior.

- Se observó de nuevo la referencia, anotando las lecturas horizontales en CD y CI.
- Se calculó el error de cierre en la referencia, como la diferencia entre los promedios de las lecturas horizontales en CD y CI al principio y al final de las observaciones y se comprobó que entraba en tolerancia.

Posteriormente en gabinete se realizó una corrida de azimutes y se obtuvieron las coordenadas aproximadas de cada estación. Por último se hizo un ajuste de la planimetría y altimetría por separado mediante mínimos cuadrados obteniendo las coordenadas definitivas de las estaciones:

Base	X	Y	Z
E1	1000.000	5000.000	500.000
E2	989.735	5018.051	501.193
E3	988.812	5039.771	501.516
E4	967.822	5107.371	503.075
E5	1036.168	5117.951	498.383
E6	1050.922	5027.037	497.187
E7	979.157	5072.69	502.255
E8	1036.597	5018.81	497.61

Tabla 1 Coordenadas de las bases.

Las coordenadas de las bases E7 y E8 se calcularon realizando un promedio de las radiaciones realizadas desde 2 bases cercanas, obteniendo unas coordenadas promedio.

La incertidumbre estándar circular de las bases se obtiene tras aplicar mínimos cuadrados y se da a continuación en metros:

Base	$\sigma_{c XY} (m)$	$\sigma_Z (m)$
E-1	0	0
E-2	0,0005	0,0002
E-3	0,0008	0,0002
E-4	0,0016	0,0003
E-5	0,0015	0,0003
E-6	0,0006	0,0003
E-7	0,0022	0,0021
E-8	0,0020	0,0021

Tabla 2. Incertidumbre de las bases

Para calcular la incertidumbre en las bases adicionales se aplicó la ley de propagación de las incertidumbres.

El proceso para establecer la red así como las fórmulas empleadas se explican con más detalle en el anexo de topografía.

Las reseñas y fotografías de estas bases se pueden consultar en el anexo de reseñas.

3.4. Desarrollo metodológico

3.4.1. Zona 1: Generación del modelo 3D de la Puerta del Ángel

La puerta se encuentra situada en la calle Adarves Bajos y apoyada en el convento de las Bernardas.

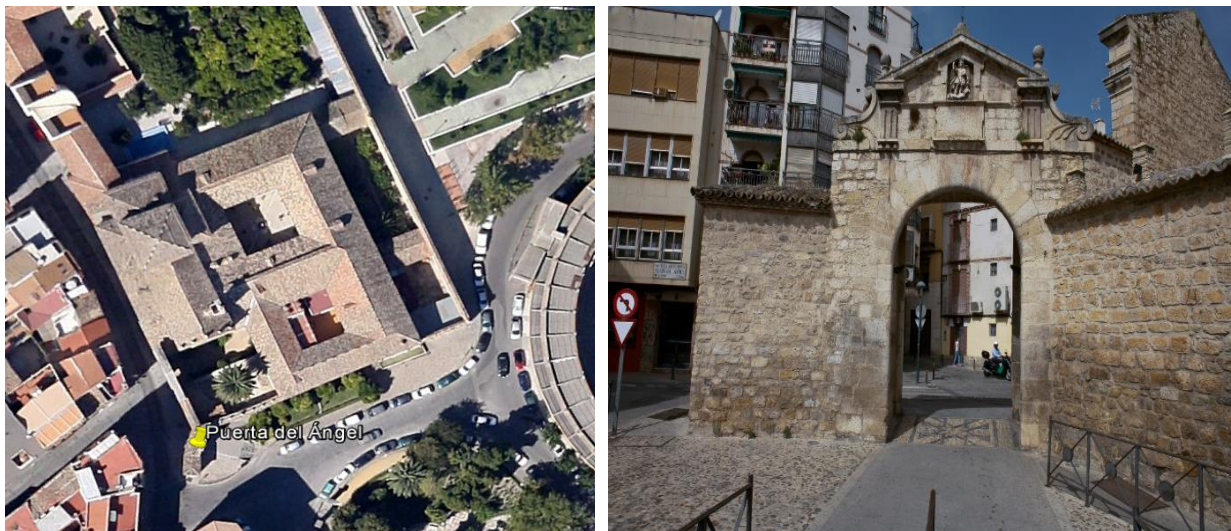


Figura 3-3. Situación Puerta del Ángel

Planificación

Para evitar imprevistos una vez situados en campo, es aconsejable siempre realizar una planificación detallada sobre cómo se va a abordar el trabajo, siendo una buena idea el realizar un plano a escala 1/500 de la zona si no se dispone de una cartografía adecuada (ver plano N° 3).

En este caso se optó por realizar una radiación con la estación total para tomar todos aquellos detalles susceptibles de aparecer en un plano a dicha escala y que pudieran suponer un problema a la hora de realizar los fotogramas. Entre dichos

elementos se tomaron: edificios, farolas, jardines, aceras, bordillos, pasos de cebra, calzadas, señales. Se emplearon códigos para facilitar la posterior elaboración del plano. También se tomaron algunas cotas como la altura del convento o la Puerta del Ángel.

El método más apropiado para obtener modelos 3D es el de las tomas convergentes, por lo que se ha tenido en cuenta a la hora de planificarlas que cada punto debe estar situado en al menos 3 fotografías y que éstas han de tener unos ángulos de convergencia situados entre 60-90°. También se han empleado dianas puesto que la identificación de puntos desde ángulos muy dispares puede ser difícil a veces, siendo las dianas mucho más fáciles de identificar que los puntos naturales. Aun así había algunas zonas de difícil acceso para colocar dianas, donde simplemente se han medido manchas o las esquinas de piedras.

La cámara empleada es una Canon EOS 5D cuyo tamaño del sensor es de 35.8 x 23.9 mm, siendo la focal del objetivo de 20 mm. Se ha elegido esta focal porque es la que mayor cobertura nos da. La resolución también es conocida, siendo de 4368 x 2912 píxeles.

Con estos datos y las siguientes fórmulas es posible calcular los ángulos de cobertura de la cámara y el tamaño del píxel:

$$\text{Ángulo en formato horizontal} = 2 * \operatorname{atan}\left(\frac{\text{ancho del sensor (mm)}}{2 * \text{focal}}\right) = 93^{\circ} \quad (11)$$

$$\text{Ángulo en formato vertical} = 2 * \operatorname{atan}\left(\frac{\text{alto del sensor (mm)}}{2 * \text{focal}}\right) = 69^{\circ} \quad (12)$$

$$\text{Ancho del píxel} = \frac{\text{ancho del sensor en mm}}{\text{ancho del sensor en píxeles}} = \frac{35.8}{4368} = 8.2 \text{ micras} \quad (13)$$

$$\text{Alto del píxel} = \frac{\text{alto del sensor en mm}}{\text{alto del sensor en píxeles}} = \frac{23.9}{2912} = 8.2 \text{ micras} \quad (14)$$

A la hora de realizar las tomas convergentes para la obtención del modelo 3D, estas deberían tener una distribución similar a la siguiente:

Deberán realizarse enfocando a un hipotético centro de un círculo, manteniendo siempre la misma distancia al objeto. Como se puede ver debe haber siempre cierto solape entre las distintas fachadas, aunque esto puede resolverse también empleando puntos de apoyo para orientar las diferentes fachadas.

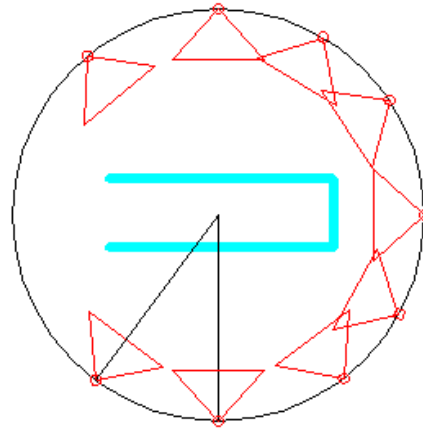


Figura 3-4. Planificación de las tomas convergentes

Es necesario tener en cuenta la resolución con la cual se quiere obtener el modelo del objeto en cuestión. Para ello solo hay que dividir el tamaño del formato (en nº de píxeles) entre el tamaño del objeto. En un caso en el que se quiera realizar una animación del objeto, en el cual este se observe desde lejos, valdría por ejemplo con una resolución de 1 cm por píxel. En cambio si se quieren mostrar detalles del objeto desde cerca, sería más adecuado emplear resoluciones de 3-5 mm por píxel.

Es vital calcular la distancia mínima a la que se pueden realizar las tomas de forma que se encuadre el objeto entero. Hay que tener en cuenta que la Puerta del Ángel tiene una altura de 6 m y que es aconsejable dejar 1 metro de margen de seguridad para no aproximarnos mucho a los bordes de la imagen. Empleando una focal de 20 mm y el formato horizontal de la cámara tenemos que:

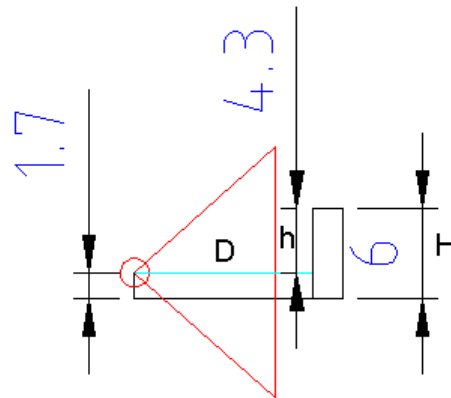


Figura 3-5. Distancia mínima de disparo para la Puerta del Ángel

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{h + 1}{\text{distancia}}$$

$$\text{distancia} = \frac{h + 1}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{5.3 \text{ metros}}{\tan(34.3)} = 7.76 \text{ metros}$$

Como se puede observar en los planos esta distancia no supone ningún problema puesto que se dispone de bastante espacio. Para esta distancia de toma la fotografía tendrá una escala de 1/400 aproximadamente lo que supone un GSD de 3.2 mm, una resolución con bastante detalle con la que se puede apreciar el objeto de cerca.

Es conveniente además realizar pares verticales puesto que son los que mayor recubrimiento tendrán y por tanto tendrán un mayor número de puntos comunes.

Puesto que es aconsejable que la focal no varíe para poder calibrar la cámara, es necesario fijar el enfoque. Para ello se enfoca con el enfoque automático desde el par más frontal a la fachada. Hecho esto se fija el objetivo pasando al enfoque manual, para realizar el resto de fotografías a continuación.

Otro aspecto a tener en cuenta a la hora de realizar las fotografías es que hay que tratar de que el objeto tenga una iluminación similar en toda su superficie. Las primeras horas del día o últimas de la tarde generan una iluminación uniforme sobre los objetos, sin sombras que perjudiquen la textura. Un día nublado también puede ser perfecto para realizar las fotografías. Teniendo en cuenta que la puerta tiene

tanto una fachada que da al Oeste como una que da al Este, lo ideal sería hacer las fotografías con los primeros rayos de sol a 1º hora de la mañana, o con las últimas horas de sol.

En la puerta principal del convento tenemos en cambio una altura de unos 12 metros por lo que la distancia mínima de disparo, teniendo en cuenta que lo ideal será usar el formato vertical de la cámara, será de:

$$distancia = \frac{h + 1}{\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{11.3 \text{ metros}}{\tan(46.4762)} = 10.732 \text{ metros}$$

Como podemos ver no disponemos de esa distancia en la calle puesto que es estrecha.

Medición de los puntos de apoyo

Estos puntos de apoyo han de ser distribuidos de forma homogénea a lo largo de la zona a restituir. En el caso de la puerta del Ángel se han empleado dianas.

El tamaño de los puntos de apoyo viene determinado por la escala del fotograma, de modo que estos puedan ser fácilmente identificables pero sin ser demasiado grandes tampoco.

Para la distancia a la que se han realizado los fotogramas, se calcula que estos tienen una escala de 1/500 aproximadamente. Teniendo en cuenta que en la fotografía el tamaño del punto de apoyo debería ser de unos 5 x 5 píxeles, en la realidad el tamaño de la diana sería de unos 2 x 2 cm.

Es importante que haya puntos en los diferentes planos del objeto puesto que el mayor error se comete en la profundidad.

Se muestra a continuación la distribución de los puntos de apoyo, pudiendo estos observarse con más detalle en el anexo de reseñas.

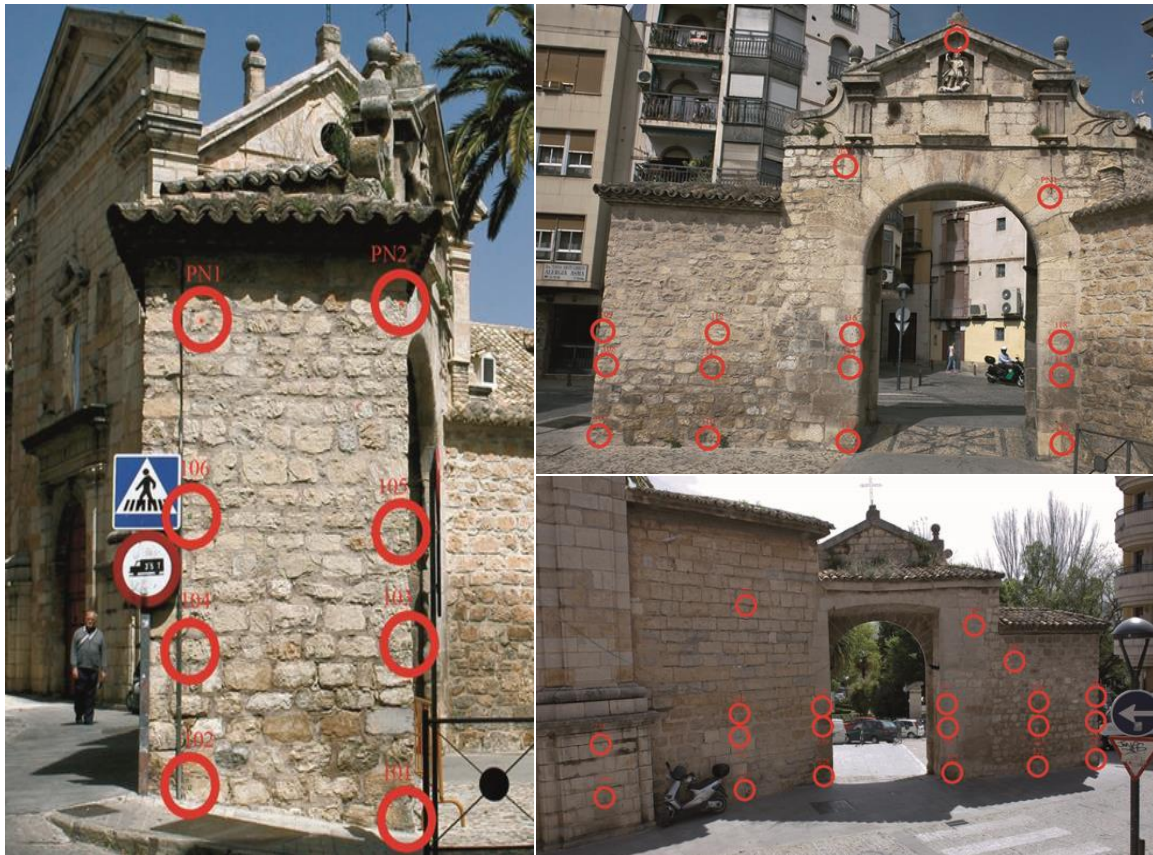


Figura 3-6. Croquis de los puntos de control en la Puerta del Ángel

Obtención de las imágenes

Para obtener las imágenes se ha fijado la focal, utilizando el enfoque automático en la primera foto y fijando este con el modo manual. Es muy importante una vez fijado el enfoque tener cuidado a la hora de manipular la cámara, puesto que podríamos variarlo por accidente. Las fotos se han realizado tratando de mantener siempre la misma distancia a la puerta y apuntando siempre a un centro imaginario de la puerta. Se realizaron algunas más de las necesarias para no dejar ninguna zona oculta. Los pares verticales son aconsejables en este tipo de trabajos, y por ello se ha empleado una pértiga para subir la cámara.

No supone mucho esfuerzo realizar estos pares. Basta con empezar a realizar las fotografías inferiores a pie, marcando los puntos de toma en el suelo (con tiza o alguna diana por ejemplo) para después volver sobre nuestros pasos con la pértiga y la cámara colocada en ella a una altura de 4 metros.

Las fotos obtenidas fueron las siguientes:



Figura 3-7. Imágenes para obtención del modelo 3D

Procesado de las imágenes con Photoscan

Agisoft Photoscan se trata de un programa de modelado 3D basado en imágenes y en la tecnología de reconstrucción 3D multivisión.

El objetivo del procesado de las fotografías con Photoscan es obtener un modelo 3D texturizado. El procedimiento para el procesado de las fotografías y la construcción del modelo 3D comprende 4 etapas:

1. La primera etapa consiste en la orientación de la cámara. Para ello photoscan busca puntos comunes en las fotografías mediante un proceso de matching al mismo tiempo que encuentra la posición de la cámara para cada imagen y refina los parámetros de calibración. Como resultado se obtiene una nube de puntos dispersa y un conjunto de posiciones de cámara.
2. En el siguiente paso se construye la nube de puntos densa basándose en las posiciones de la cámara y de las imágenes. Existe la posibilidad de editar y clasificar estos puntos antes de seguir con el proceso.
3. Otra etapa consiste en la construcción de la malla. En ella Photoscan reconstruye una malla poligonal 3D representando la superficie del objeto basada en la nube de puntos densa. Esta malla puede editarse si es necesario, quitando objetos separados o cerrando agujeros en la malla por ejemplo. Si se requiere un nivel de edición más complejo es necesario exportar la malla y modificarla en un programa externo de edición 3D.

4. Una vez que la geometría ha sido construida, esta puede ser texturizada y empleada en la generación de ortofotos y para una representación más realista del modelo.
- . El esquema de trabajo a seguir con el programa sería el siguiente:

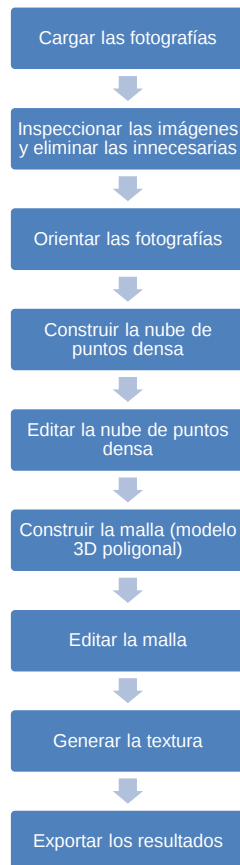


Figura 3-8. Esquema de trabajo con Photoscan

Importación de las imágenes

Photoscan trabaja con las imágenes originales por lo que es importante no cortarlas o transformarlas geométricamente (escalarlas, rotarlas etc). Es aconsejable crear un proyecto nuevo donde se guardarán las fotos y los archivos que se vayan generando como las nubes de puntos o la malla. Una vez cargadas todas, pueden ir visualizándose en el visor del programa. Es recomendable analizar en esta parte del proceso que imágenes pueden ser eliminadas, puesto que un número excesivo de ellas produce una redundancia de datos que se traducirá en un mayor tiempo de procesado para el ordenador a la hora de generar las nubes de puntos.



Figura 3-10. Aplicación de máscaras

Orientación relativa de los fotogramas y calibración

Mediante la opción “orientar fotos” el programa determina los parámetros de orientación externa de la cámara para saber dónde estaba situada en el momento de la toma y como están orientados los fotogramas, obteniendo también una nube de puntos dispersa.



Figura 3-11. Nube de puntos dispersa

Para ello busca puntos homólogos en las fotografías mediante un proceso de matching.

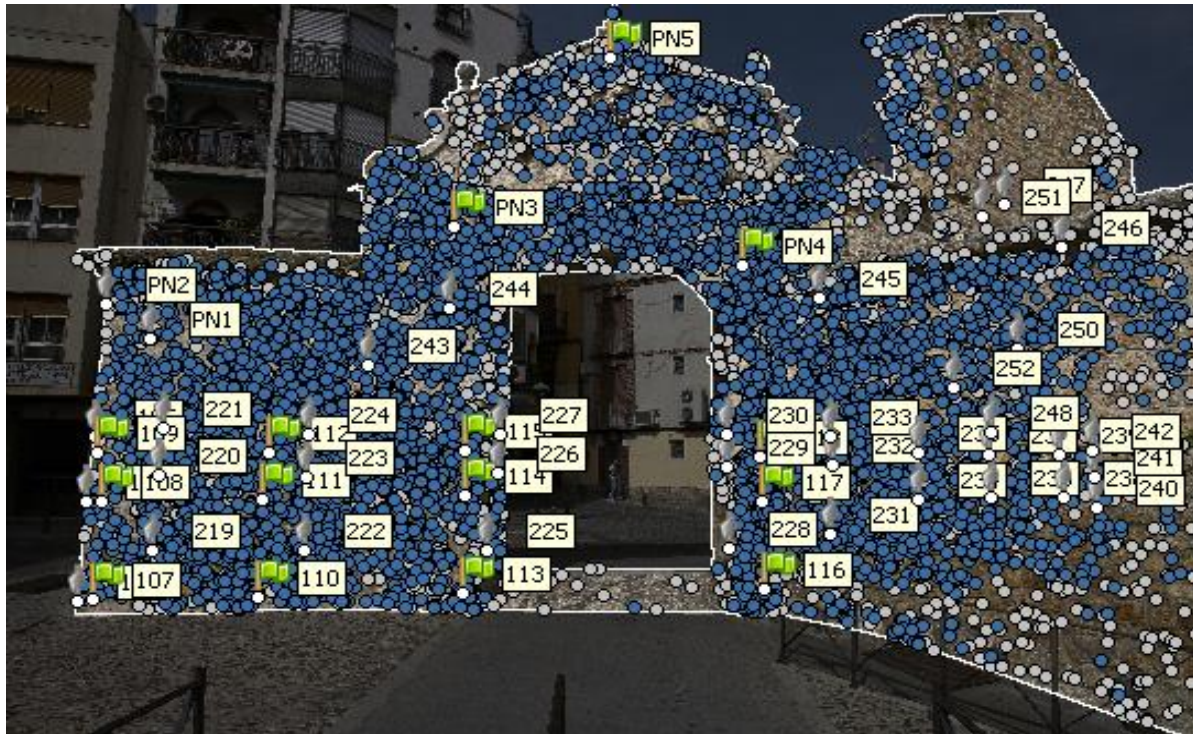


Figura 3-12. Puntos identificados

Estos emparejamientos entre puntos pueden consultarse para cada imagen, viendo el total de puntos identificados, cuántos han sido validados como homólogos y cuántos no.

De no haber aplicado las máscaras el número de puntos sería mucho mayor siendo la mayoría de ellos innecesarios, aunque en algunos casos tener puntos comunes fuera del objeto a modelar puede ser útil para referenciar las fotografías cuando el objeto en sí no tiene una buena textura y es difícil identificar puntos en él.

Imagen	Total	Válido	Inválido
_MG_7147.jpg	3243	2450	793
_MG_7146.jpg	2401	1729	672
_MG_7145.jpg	2266	1612	654
_MG_7187.jpg	1889	1256	633
_MG_7188.jpg	1558	991	567
_MG_7143.jpg	1260	855	405
IMG_0504.JPG	494	242	252
_MG_7183.jpg	307	136	171
_MG_7159.jpg	277	0	277
IMG_0495.JPG	247	0	247
_MG_7165.jpg	243	0	243
_MG_7162.jpg	239	0	239
_MG_7156.jpg	239	0	239
_MG_7185.jpg	235	0	235
IMG_0496.JPG	234	10	224
_MG_7170.jpg	226	0	226
_MG_7164.jpg	226	4	222
_MG_7157.jpg	205	0	205
_MG_7175.jpg	204	0	204
IMG_0498.JPG	197	0	197
SAM_0014.JPG	195	0	195
SAM_0012.JPG	193	0	193
IMG_0500.JPG	191	2	189
_MG_7180.jpg	188	0	188
IMG_0502.JPG	180	11	169
SAM_0015.JPG	178	0	178
IMG_0503.JPG	178	17	161
_MG_7167.jpg	169	0	169
_MG_7152.jpg	168	6	162
SAM_0016.JPG	167	0	167
IMG_0497.JPG	161	0	161
SAM_0017.JPG	160	0	160
_MG_7173.jpg	148	0	148
_MG_7168.jpg	138	0	138
_MG_7179.jpg	134	0	134

Figura 3-13. Emparejamientos de los puntos

Calibración de la cámara

Photoscan obtiene los parámetros internos de la cámara a través del archivo EXIF de esta. Para corregir la distorsión de la lente emplea el modelo de distorsión de Brown.

Una vez orientados los fotogramas, Photoscan realiza una calibración obteniendo la posición y orientación de la cámara (parámetros de orientación externa).

Para que la calibración sea realizada con éxito es de vital aplicar siempre el proceso de estimación separadamente a fotos tomadas con diferentes cámaras. Una vez que las fotos han sido cargadas, Photoscan se encarga automáticamente de esto, dividiéndolas en grupos de calibración acordes a la resolución de la imagen y a los archivos EXIF.

Los parámetros de calibración que calcula Photoscan son:

- f_x, f_y : longitud focal en las dimensiones x e y medida en píxeles.
- C_x, C_y : coordenadas del punto principal.
- Skew: coeficiente de transformación sesgado.
- K_1, k_2, k_3, k_4 : coeficientes de distorsión radial.
- P_1, p_2 : coeficientes de distorsión tangencial.

En las siguientes imágenes se pueden ver la calibración obtenida para este trabajo, donde se observa la calibración inicial obtenida a partir de los parámetros EXIF de las imágenes y la obtenida con los parámetros ajustados una vez orientados los fotogramas.

Tipo de cámara: Cuadro

Tamaño de píxel (mm): 0.006549 x 0.006549

Distancia focal (mm): 20

Valores iniciales | Valores ajustados

Tipo: Automático

fx: 3053.9 k1: 0

fy: 3053.9 k2: 0

cx: 2808 k3: 0

cy: 1872 k4: 0

skew: 0 p1: 0

☐ Fijar calibración p2: 0

Figura 3-14. Parámetros iniciales de calibración

Tipo de cámara: Cuadro

Tamaño de píxel (mm): 0.006549 x 0.006549

Distancia focal (mm): 20

Valores iniciales | Valores ajustados

fx: 3190.58 k1: -0.0830112

fy: 3190.58 k2: 0.0690021

cx: 2826.94 k3: -0.0128388

cy: 1858.56 k4: 0

skew: 0 p1: 0

p2: 0

Figura 3-15. Parámetros ajustados de calibración

Como se puede ver no se han tenido en cuenta en el cálculo los parámetros k_4 , p_1 y p_2 .

Orientación absoluta

Ya orientados los fotogramas, se procedió a medir en las imágenes los puntos de control que se habían medido anteriormente con una estación total. Para ello se importa un fichero con las coordenadas de los puntos y se procede a colocar estos sobre las imágenes. Estos puntos sirven para colocar y orientar el objeto en el espacio así como para llevar a cabo un control de la exactitud del modelo al

comparar las coordenadas obtenidas en el programa con las de los puntos de control.

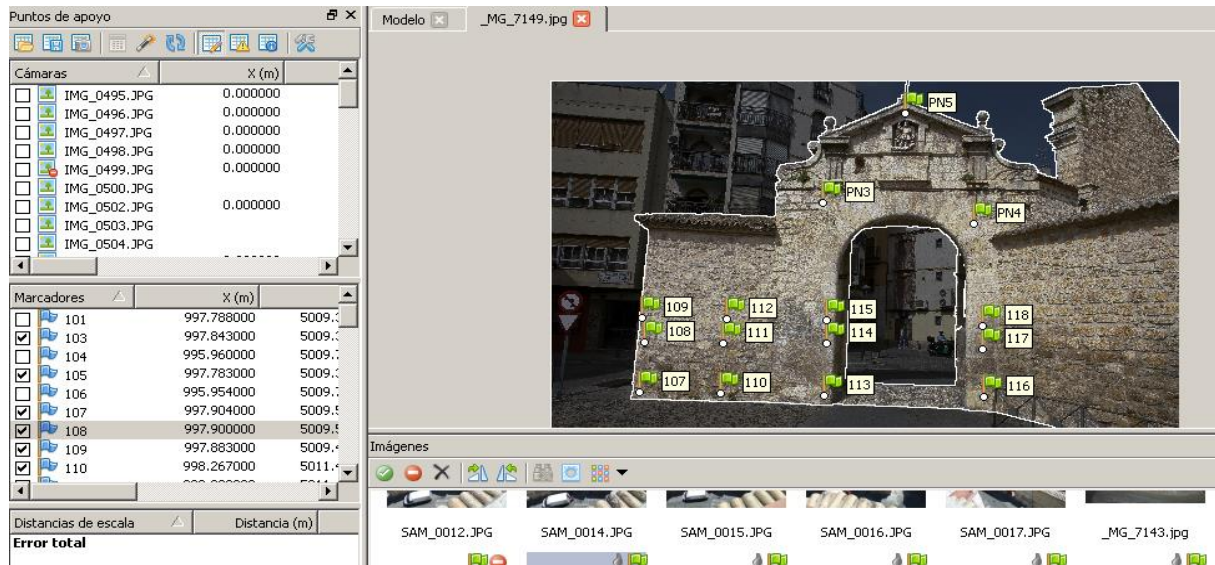


Figura 3-16. Medición de puntos de control en las imágenes

Generación de la nube densa de puntos

Es esta etapa el programa densifica la nube a partir de las posiciones conocidas de la cámara obteniendo una información mucho más profunda así como muchos más puntos según la calidad que utilizemos. Este proceso es el que más tarda en realizarse. Se utilizaron los ordenadores del laboratorio para realizar esta parte puesto que son más potentes, obteniéndose una nube de 8798202 puntos en 3 horas a partir de las 47 imágenes que finalmente se utilizaron. Se utilizó una calidad alta a la hora de realizar la nube de puntos obteniendo el siguiente resultado:

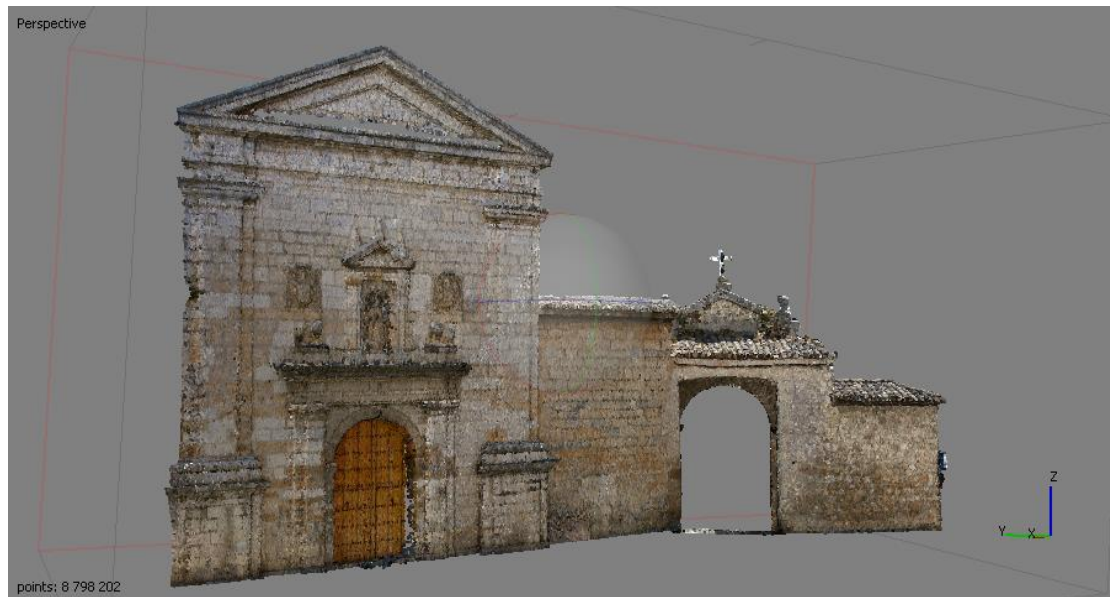


Figura 3-17. Nube de puntos densa

Generación de una malla

A partir de la nube de puntos se puede generar una malla. El programa triangula entre los diferentes puntos rellenando los huecos y creando una superficie de polígonos. Esta malla puede editarse también, eliminando las zonas no deseadas. Se empleó una calidad alta para generarla y se obtuvieron los siguientes resultados:

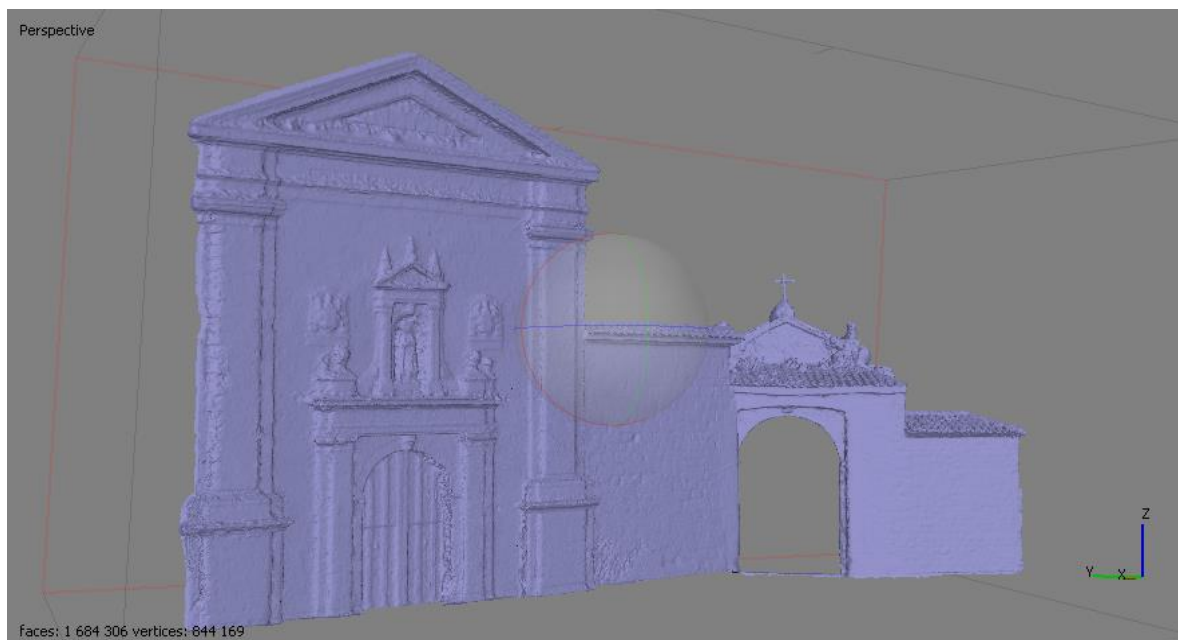


Figura 3-18. Generación de la malla

Aplicación de la textura

Por último, para darle un acabado más realístico al modelo 3D se puede aplicar una textura extraída de las fotos a la malla. A la hora de determinar que fotografías se emplean en la textura, hay disponibles varios criterios. Se puede escoger la fotografía más perpendicular a la zona, la que más brillo tenga o la que menos, o incluso la que tenga el brillo intermedio. En este caso se ha empleado el método générico obteniendo lo siguiente:

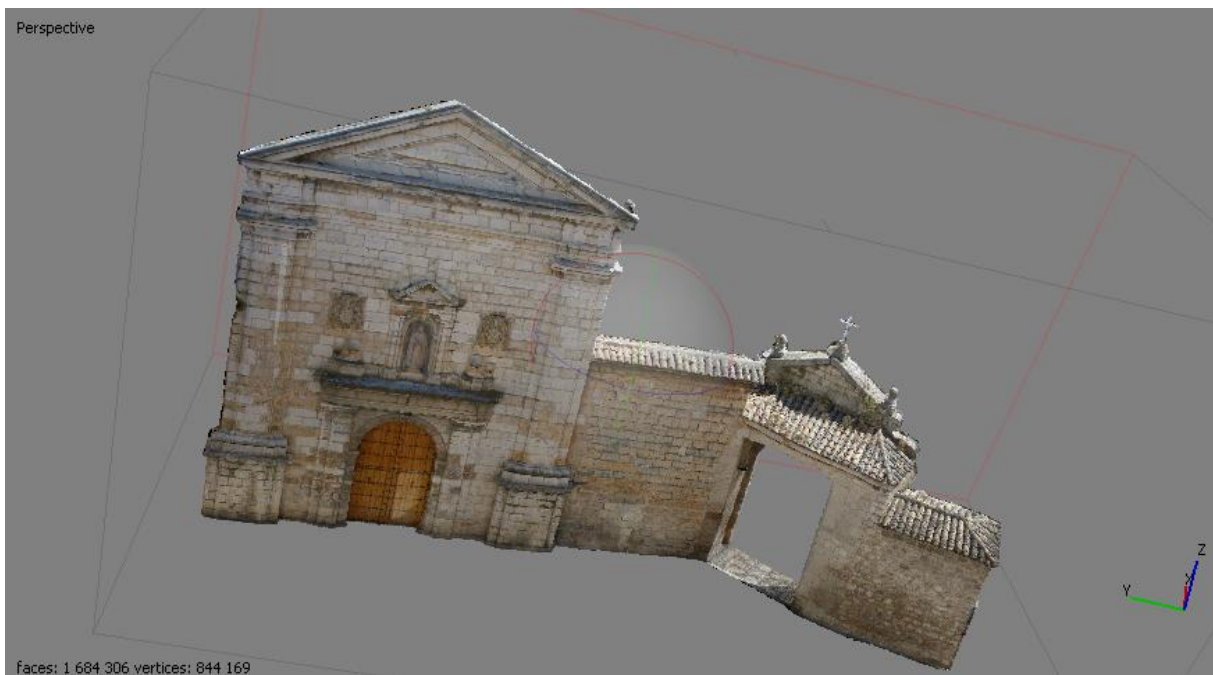


Figura 3-19. Modelo texturizado

Productos obtenidos

Como productos, podemos extraer la nube de puntos, o exportar el modelo como un pdf 3D que puede ser útil para realizar alguna presentación o para difundirlo en la red, siendo una excelente forma de documentar el patrimonio, pudiendo emplearse en el futuro como una herramienta para su restauración o para su difusión. También podrían obtenerse ortofotos, e incluso exportar el modelo, la nube de puntos o la malla para trabajar con ellos.

Como se puede observar la precisión del modelo es muy aceptable puesto que se ha obtenido un error máximo de 1.6 cm.

Marcadores	est x	est y	est z	error(m)	Proyecciones	Error (pix)
PN3	999.111156	5013.674161	506.443245	0.022365	7	0.63
242	994.832007	5033.778436	503.467809	0.016093	4	0.03
251	996.618324	5027.486857	509.563003	0.013475	12	0.39
250	996.077171	5029.172648	506.198407	0.011646	10	0.76
PN5	1000.200913	5015.568045	509.141329	0.011354	4	0.91
246	995.648024	5031.852556	509.591723	0.008049	9	1.19
244	996.657811	5014.296046	505.708939	0.007533	11	0.30
252	997.003219	5025.676554	504.830466	0.007261	10	0.57
241	994.856636	5033.738505	502.685548	0.005641	6	0.25
108	997.901866	5009.516610	502.287608	0.005615	7	0.28

Figura 3-20. Precisión del modelo 3D

En el pdf3D generado pueden realizarse algunas mediciones.

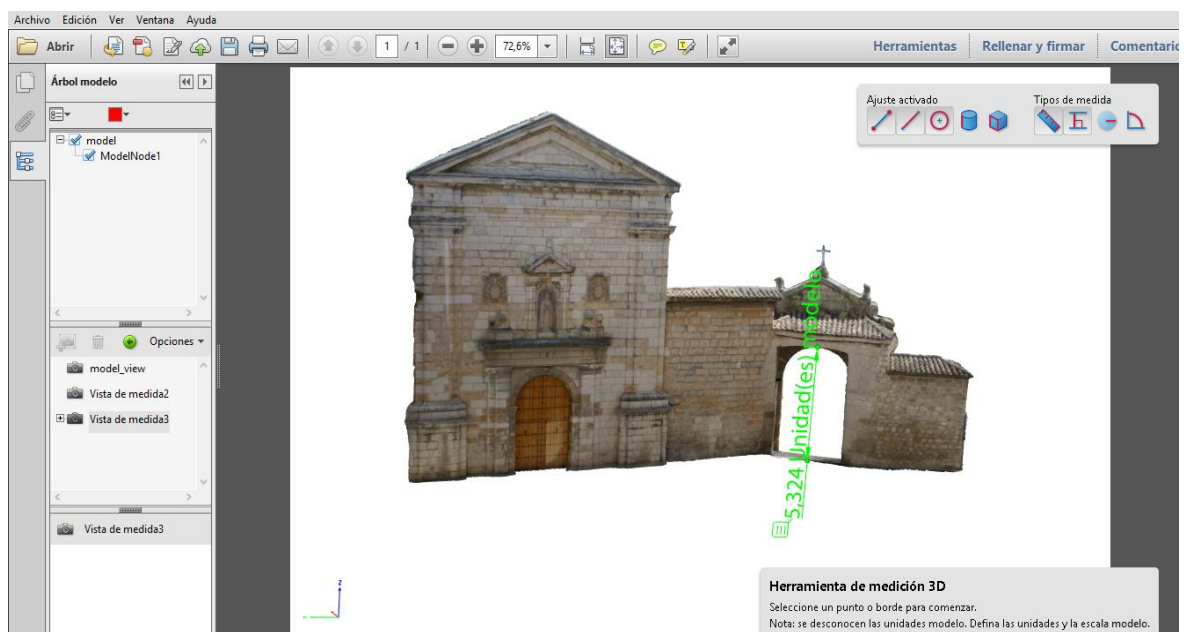


Figura 3-21. Mediciones en el pdf3D

Por último, se ha subido el fichero .obj del modelo 3D a la página web de Sketchfab. Esta página web es muy útil puesto que permite difundir nuestros modelos a través de internet y las redes sociales. En el siguiente enlace puede observarse el modelo:

<https://skfb.ly/F6KM>

3.4.2. Zona 2: Ortoimagen de la Fuente Imperial de las Bernardas

La siguiente zona de trabajo se encuentra junto a la Puerta del Ángel, en la explanada del Paseo de la Alameda y adosada al muro sur del convento de las Bernardas.

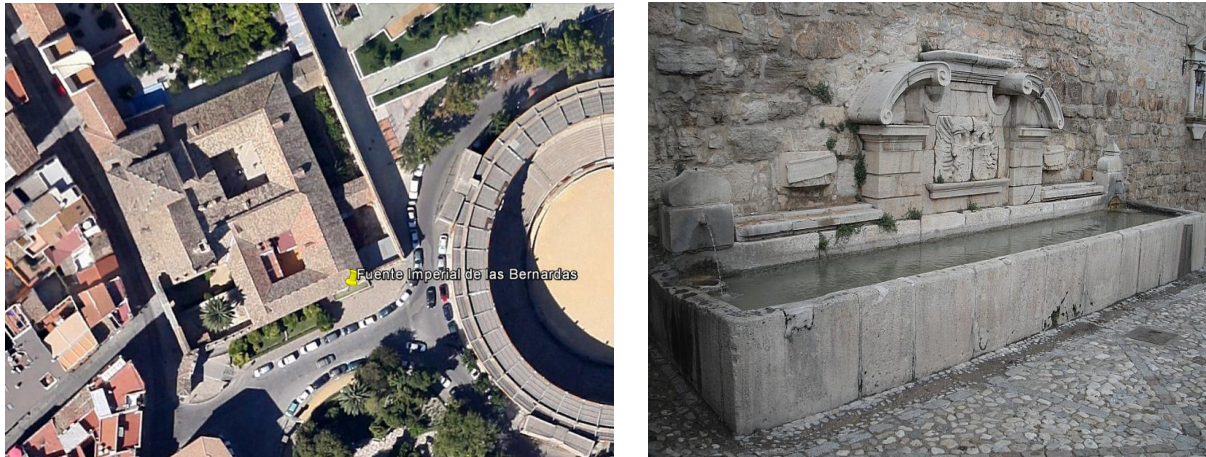
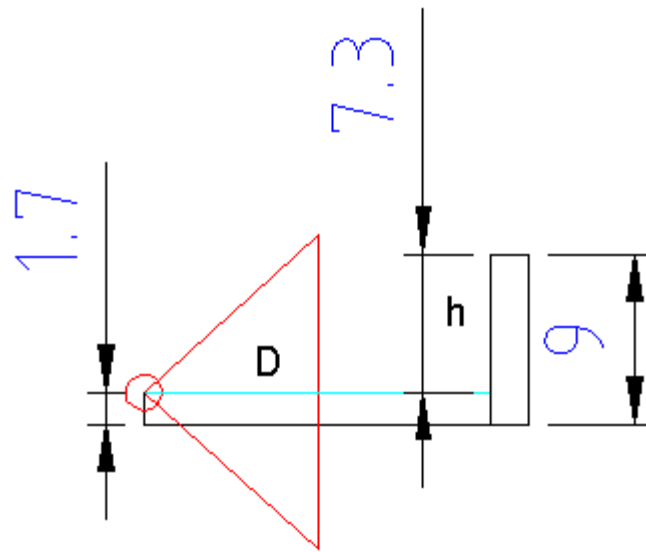


Figura 3-22. Situación Fuente Imperial de las Bernardas

Planificación

Se ha decidido que en este caso, puesto que el objetivo es obtener una ortofoto, lo mejor sería utilizar el método de tomas estereoscópicas (dado que será necesario realizar una edición estereoscópica del modelo digital obtenido para llevar a cabo la rectificación diferencial), aunque también se realizaron algunas tomas convergentes para capturar posibles zonas ocultas y minimizar el error en profundidad de la orientación. Sobre el plano realizado de la zona se han situado los fotogramas a una distancia de la fuente de forma que hubiera una buena relación distancia base $R=B/D$ de entre 0.10 y 0.25.

La distancia más adecuada para realizar los fotogramas de manera que se abarque la fuente y la fachada del convento teniendo en cuenta que tiene una altura de 9 metros es de:



$$distancia = \frac{altura}{\tan(\frac{\alpha}{2})} = \frac{8.3}{\tan(46.5)} = 7.8 \text{ metros}$$

Según la planificación deberíamos situarnos en la zona de aparcamiento para realizar las tomas. Esto se puede solucionar inclinando un poco hacia arriba la cámara, de forma que podamos situarnos más cerca de la fuente y abarquemos toda la fachada también.

Obtención de las imágenes

Las imágenes se han obtenido en modo automático (y dejando el enfoque fijo), procurando siempre tener cierto recubrimiento entre ellas y manteniendo la misma distancia de toma a la fuente. Todas las fotos se han realizado con la cámara situada verticalmente. Se han realizado algunas tomas convergentes también para poder así tener los laterales en el modelo 3D de la fuente.

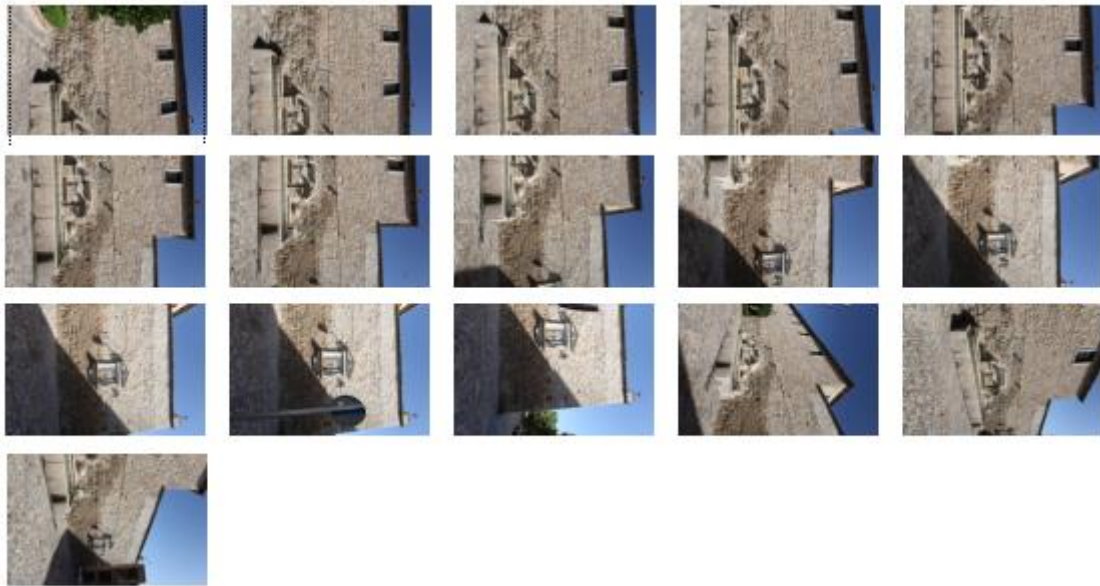


Figura 3-23. Imágenes obtenidas para la fuente

Medición de los puntos de apoyo

Se han medido algunos puntos naturales en cada plano de la fuente y el muro, para tener así menor error en profundidad. Estos se han distribuido de manera regular y se han medido con una estación total con medición a sólido desde la base E-8. Se puede consultar la situación de estos puntos con más detalle en el Anexo de reseñas.



Figura 3-24. Croquis de los puntos de apoyo en la fuente

Calibración de la cámara

Para calibrar la cámara se ha empleado el programa PhotoScan, el cual puede determinar los parámetros de calibración tras orientar las imágenes mediante un proceso de autocalibración como ya se ha explicado anteriormente. También se han extraído los parámetros de orientación externa desde photoscan para utilizarlos en socet set.

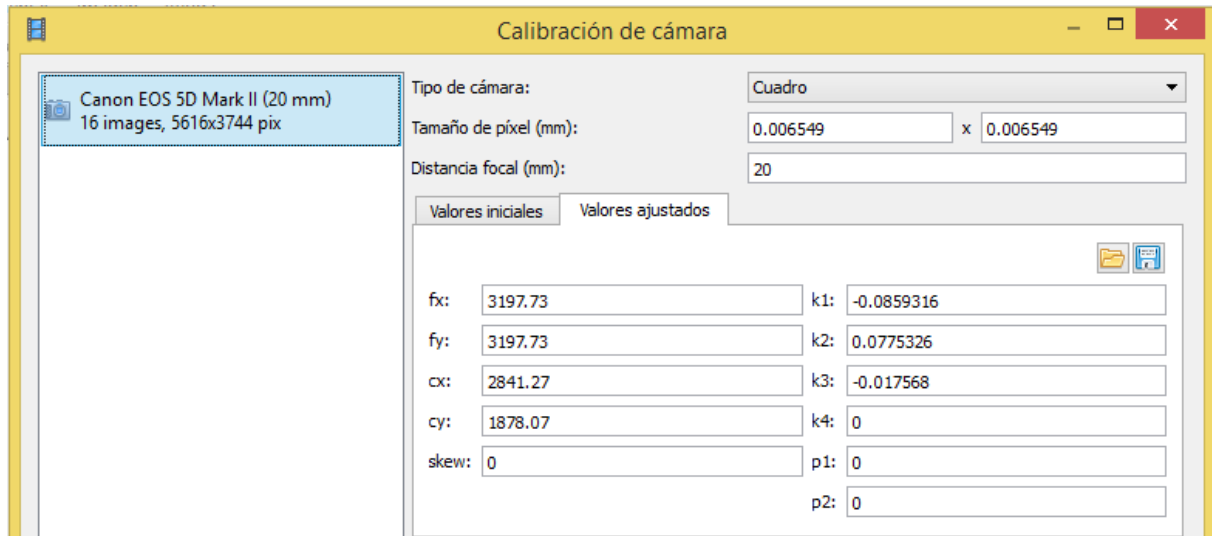


Figura 3-25. Exportar calibración

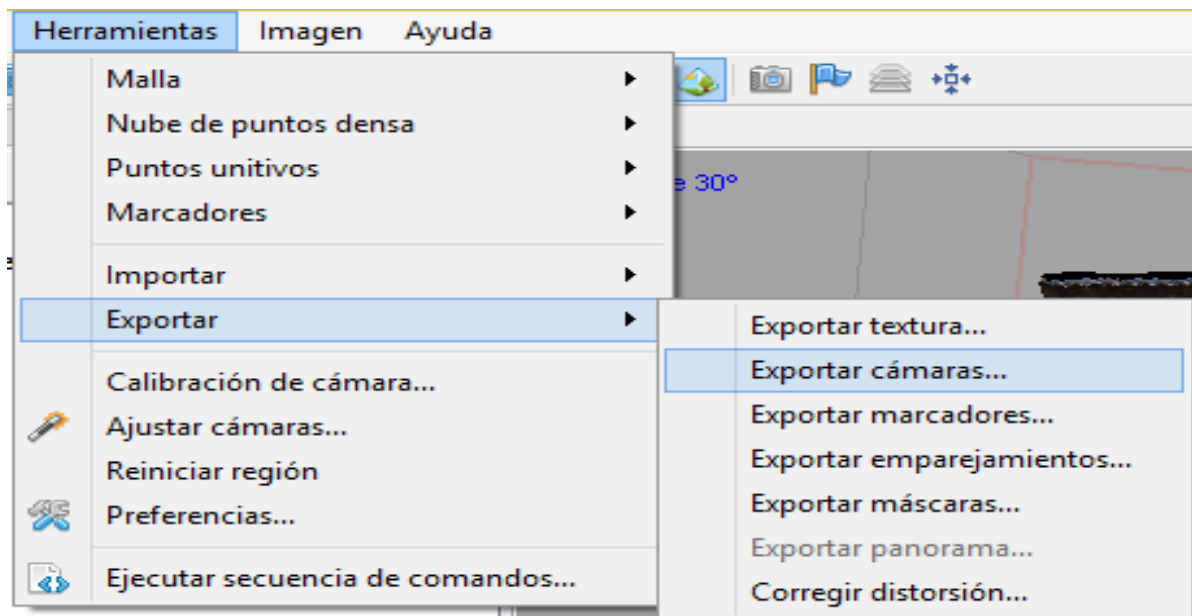


Figura 3-26. Exportar parámetros de orientación externa

Obtención de ortofoto con Photoscan

Para obtener la ortofoto con Photoscan se han orientado primero los fotogramas y se han introducido los puntos de apoyo con el programa. Posteriormente se ha creado una nube densa de puntos, una superficie y por último se ha generado una textura que se ha aplicado sobre el modelo para darle más realismo (en la Zona 1: Generación del modelo 3D de la Puerta del Ángel se puede ver con más detalle cómo se realizan estos pasos).

Al exportar la ortofoto se ha indicado la resolución que queríamos y el plano de proyección, obteniendo el siguiente resultado.

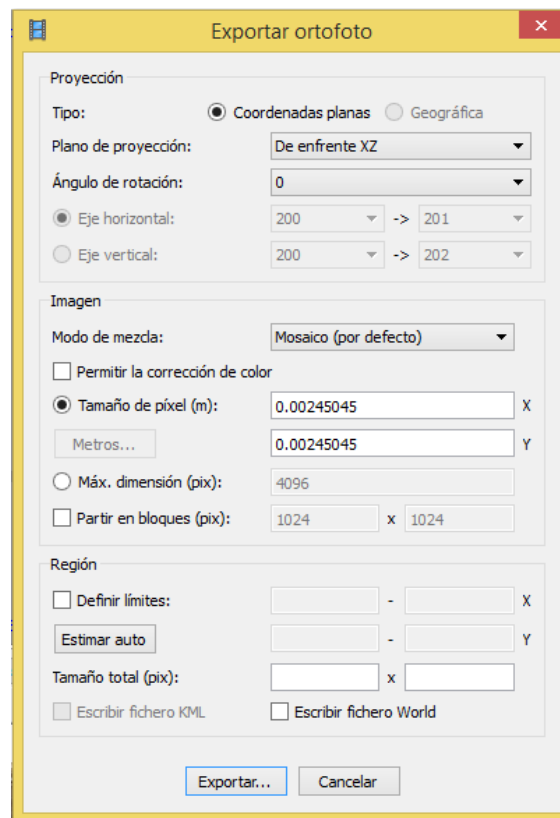


Figura 3-27. Exportación ortofoto photoscan



Figura 3-28. Ortofoto photostan

A simple vista puede parecer un resultado correcto, pero al hacer zoom se observan ciertos problemas como son zonas dobles y laterales de la fuente que no deberían aparecer.

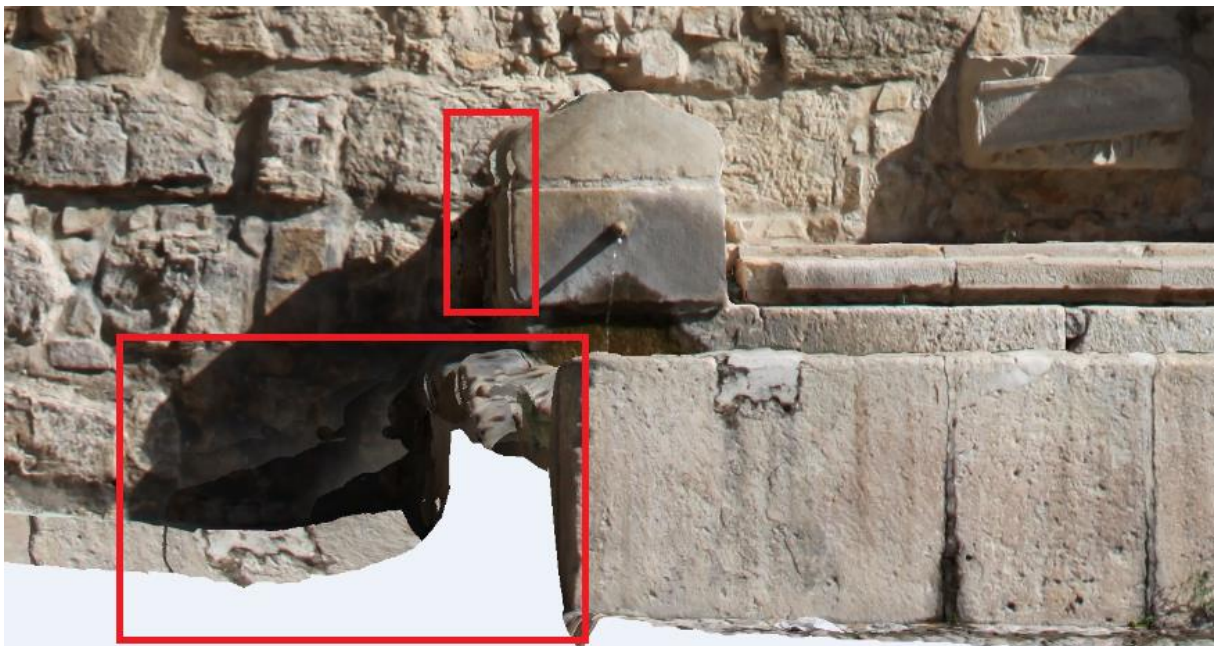


Figura 3-29. Errores en los laterales

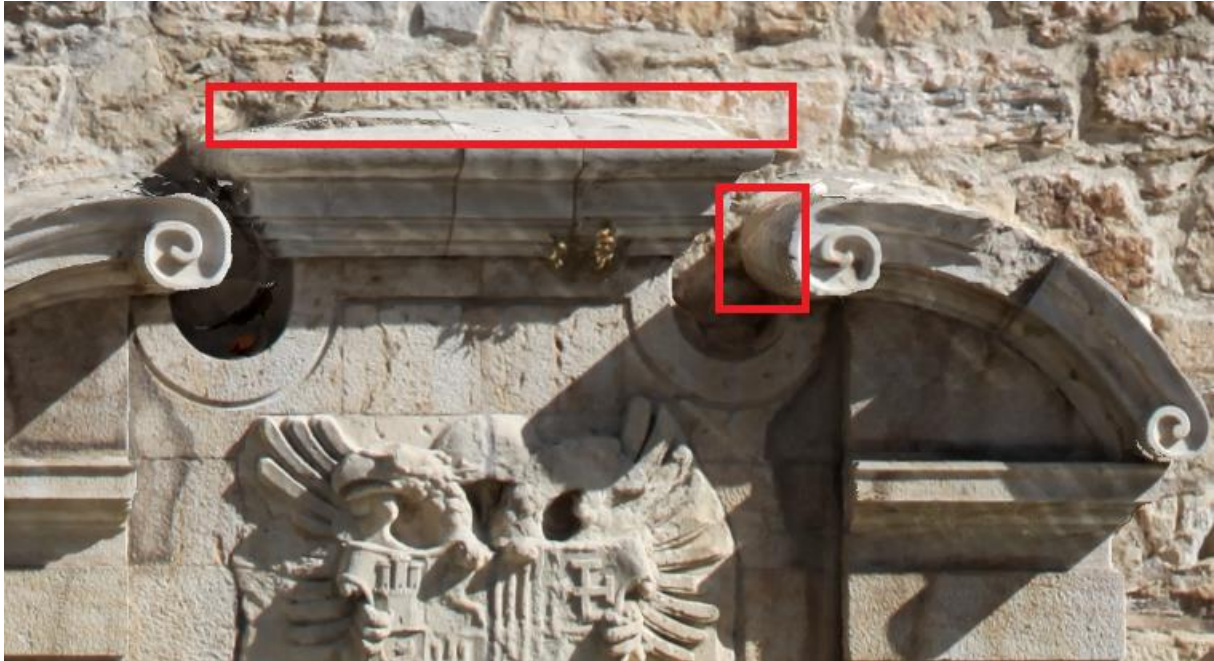


Figura 3-30. Zonas no ortorrectificadas adecuadamente

Esto se debe a que en photoscan no se puede editar el modelo de una forma adecuada, siendo esto más sencillo de hacer con el programa Socet.

Además posteriormente se pudo observar que el plano sobre el que se proyecta no es el más idóneo dado que la aplicación solo permite definirlo mediante la selección de tres puntos de control indicando los ejes x e y del mismo, configuración que no siempre es factible si no se ha previsto con anterioridad a la medida de los puntos de control.

Obtención de ortofoto con socet set

Socet es un programa diseñado para fotogrametría aérea. Debido a esto es necesario transformar primero todos los datos (parámetros de orientación de los fotogramas, puntos de apoyo y nubes de puntos). En fotogrametría terrestre el eje z se encuentra perpendicular a la fachada, mientras que en aérea es perpendicular al suelo. Es por esto que hay que realizar una transformación de los datos de manera que transformemos el plano XZ de las fotografías en el plano XY con el que trabaja Socet. Para ello hay que llevar a cabo una transformación tridimensional entre el sistema de referencia y el sistema de proyección seleccionado, que en este caso es el plano que forma la fachada de la fuente. De esta manera, el sistema quedará con

el eje Z perpendicular a la fachada, el eje X horizontal y paralelo al plano de la misma, y el eje Y vertical y perpendicular al anterior.

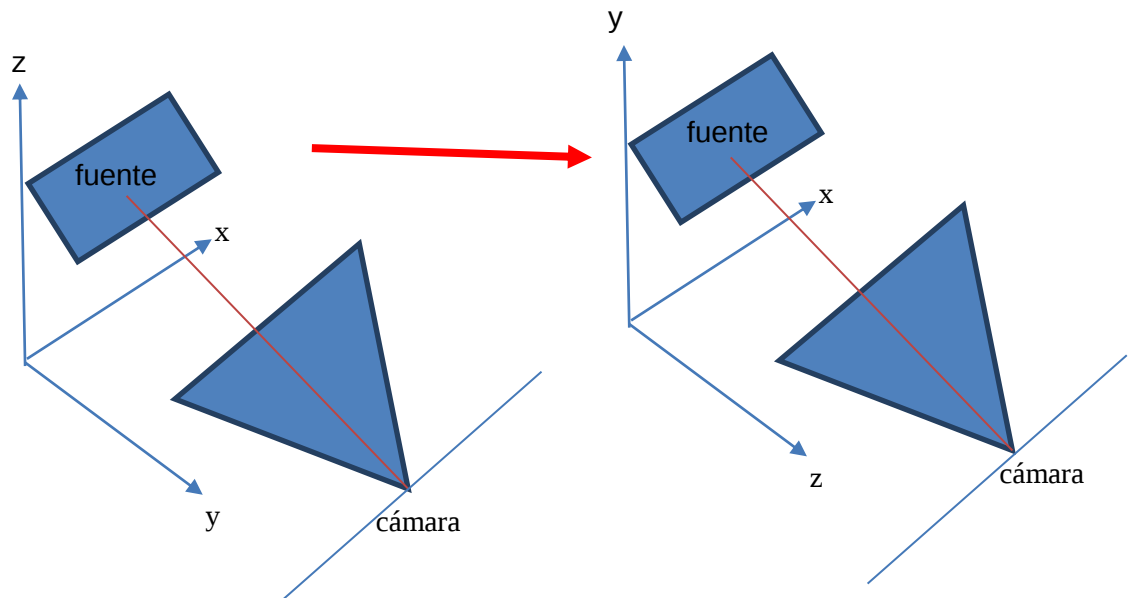


Figura 3-31. Transformación de puntos de control y POE

Importación de los datos

Lo primero es introducir la cámara que hemos utilizado. Para ello se ha creado una cámara nueva a la cual se han introducido los parámetros de distorsión obtenidos en photoscan.

Una vez hecho esto ha de crearse un nuevo proyecto en Socet e importar las imágenes primero. Al introducirlas es necesario marcar que no se realice la pirámide de imágenes de forma automática. Se han introducido en este punto también los parámetros de orientación externa de la cámara como se puede observar. Estos parámetros también fueron obtenidos de Photoscan y fue necesario transformarlos para poner el eje de toma perpendicular al suelo.

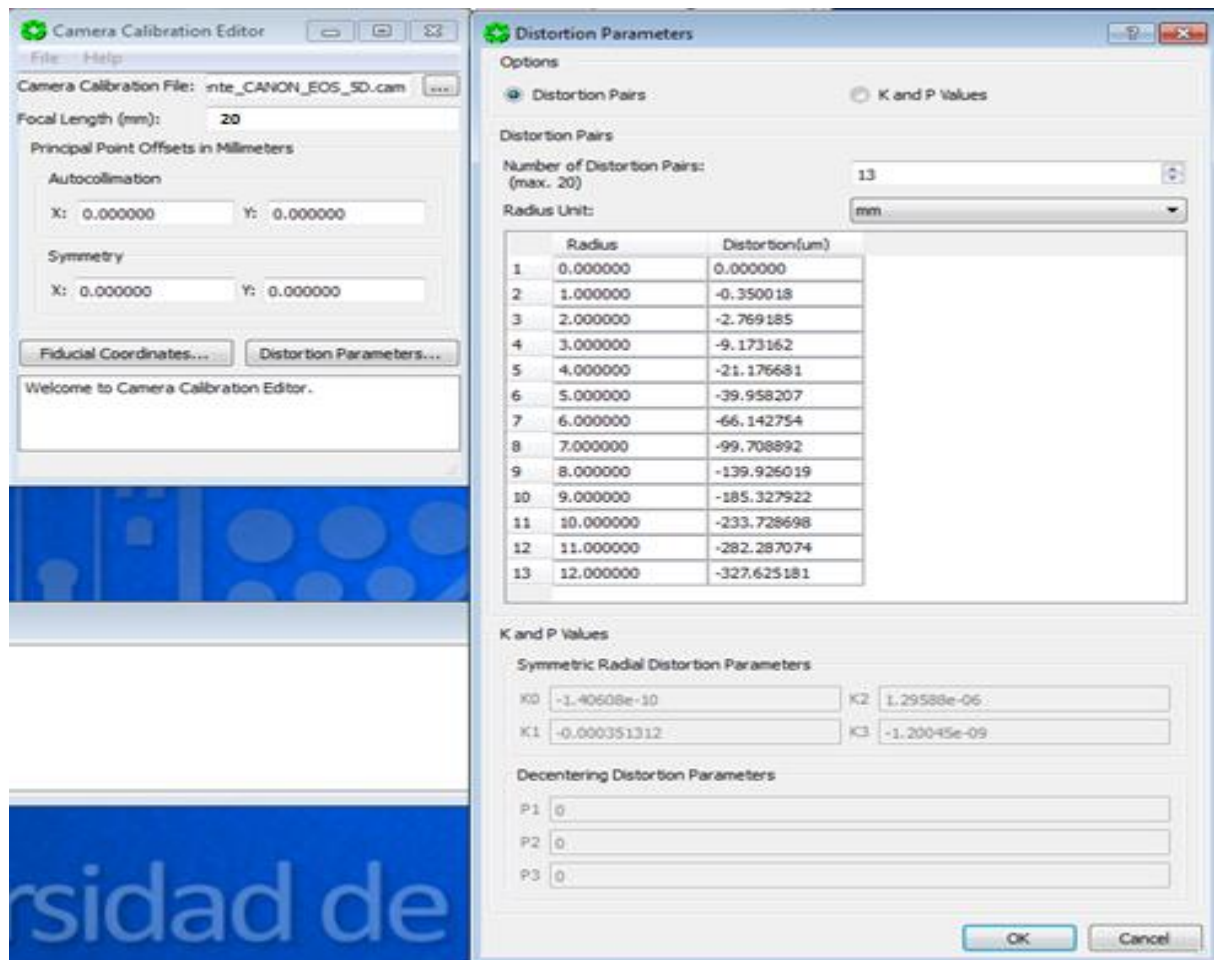


Figura 3-32. Importación de la cámara en Socet

Review/Edit Settings

Support Name Camera-to-Image Camera Position/Orientation

Image Name	Strip ID	Image ID	X	Y	Z	Omega/Heading	Phi/Roll	Kappa/Pitch
1 IMG_0505.tif			1032.416	5016.641	515.816	16.148137	1.931355	87.457565
2 IMG_0506.tif			1033.652	5016.61	515.616	16.872677	-0.874558	88.936085
3 IMG_0507.tif			1034.965	5016.553	515.509	16.33866	0.33129	88.10148
4 IMG_0508.tif			1036.047	5016.498	515.428	14.364131	3.294515	87.843093
5 IMG_0509.tif			1037.443	5016.42	515.565	14.017144	0.009285	88.302663
6 IMG_0510.tif			1038.801	5016.347	515.487	14.354025	-1.627975	87.633986
7 IMG_0511.tif			1040.244	5016.273	515.58	14.511202	0.414405	87.548555
8 IMG_0512.tif			1041.64	5016.207	515.469	14.998335	0.964549	87.121353
9 IMG_0513.tif			1043.037	5016.154	515.362	14.071589	-3.349402	88.754289
10 IMG_0514.tif			1044.659	5016.106	515.178	13.980081	-1.657181	88.27924
11 IMG_0515.tif			1045.773	5015.954	514.901	11.497015	-2.515128	87.690756
12 IMG_0516.tif			1046.927	5015.937	514.478	11.913099	1.588768	88.899554
13 IMG_0517.tif			1048.503	5015.864	514.136	13.638979	1.380822	88.781823
14 IMG_0518.tif			1045.43	5016.083	514.879	22.692648	42.047618	76.10633
15 IMG_0519.tif			1031.456	5016.688	515.633	5.120378	-32.499292	89.256066
16 IMG_0520.tif			1037.705	5016.375	515.691	11.853682	-35.901423	95.271794

Read From File ... Clear All Values

Close

Figura 3-33. Importación de parámetros de orientación externa en socet

Generación del modelo de superficie

Se ha generado un modelo de superficie mediante la opción automatic extraction. Para ello se ha establecido la zona que abarca el modelo de forma automática y se han importado las imágenes, realizándolo en formato TIN y con un espaciado de 0.05 m.

La selección de este formato está justificada porque el formato TIN permite almacenar puntos críticos y líneas de rotura con los que podemos modelar mejor el objeto sin tener datos redundantes, siendo por ello el formato elegido.

Estas líneas de rotura son las que marcaran luego la diferencia con photscan a la hora de generar el modelo tal y como se verá a continuación.

El algoritmo que emplea el programa lo que hace es medir la paralaje en X que hay en las fotografías. Se trata de un algoritmo iterativo que va densificando el modelo a partir de la escala más pequeña hasta llegar al nivel 1:1 de la pirámide. Una vez completado el algoritmo la altura y precisión de cada punto es almacenada en el fichero de salida DTM.

Este primer modelo constituye una aproximación y hay que ir editándolo hasta obtener el resultado deseado en la ortofoto.

Generación de la ortoimagen

A partir del modelo obtenido anteriormente se genera la siguiente ortoimagen:



Figura 3-34. Ortofoto inicial obtenida con socet

Como se puede observar, el resultado obtenido deja bastante que desear siendo incluso peor que el obtenido con Photoscan. Se pueden apreciar errores groseros en la base de la fuente, la cual aparece deformada, así como en las ventanas y en ciertas zonas de la pared.



Figura 3-35. Errores groseros en la base de la fuente



Figura 3-36. Errores groseros en la pared



Figura 3-37. Errores en la ventana



Figura 3-38. Errores en el marco y farolillos

Edición del MDT

Para corregir los errores mencionados anteriormente es necesario editar el modelo.

Mediante “interactive edit” se puede añadir, eliminar o desplazar puntos posándonos directamente sobre el modelo gracias a la visión estereoscópica que nos proporciona la estación fotogramétrica. También se pueden añadir líneas de rotura, siendo necesario introducir estas para definir mejor el contorno de la fuente y de las ventanas del convento.



Figura 3-39. Líneas de rotura y edición del MDE de la fuente



Figura 3-40. Líneas de rotura y edición en las ventanas



Figura 3-41. Líneas de rotura en el marco y edición del modelo en la pared

Obtención de la ortoimagen final

Finalmente tras editar el modelo y lanzar de nuevo la ortofoto se obtiene la siguiente imagen, la cual podemos comparar con la obtenida con Photoscan.



Figura 3-42. Ortofoto final obtenida con socet

Se puede observar con más detalle en el **plano nº10**.

Comparación de resultados

Como se puede observar se obtiene un producto de mayor calidad al utilizar la estación fotogramétrica digital con el software socet set. En la nueva ortoimagen se aprecia cómo se han corregido algunos errores que había en la orto obtenida con photoscan.

El frontal de la fuente ahora se proyecta ortogonalmente:



Figura 3-43. Frontal de la fuente corregido

Los laterales han sido corregidos también:



Figura 3-44. Lateral izquierdo de la fuente corregido



Figura 3-45. Lateral derecho de la fuente corregido

El cuadro ahora está mejor definido al haber introducido líneas de rotura:



Figura 3-46. Cuadro y farolillo corregidos

Se llega a la conclusión de que Mediante socet set se ha obtenido un producto de mayor exactitud y calidad gracias a que podemos editar el modelo, cosa que no se puede hacer con Photoscan.

3.4.3. Zona 3: Rectificación de la fachada Oeste del convento de las Bernardas

En esta zona se ha trabajado con la fachada Oeste del convento de las Bernardas, situado en la calle del mismo nombre.



Figura 3-47. Situación zona 1

Planificación

A la hora de realizar las tomas de la fachada del convento hay que tener en cuenta en 1º lugar que la calle de las Bernardas es muy estrecha (ver Figura 3.2), y que la fachada tiene algunas zonas cuya altura llega a los 12 m. Es por esto que resulta complicado utilizar pares normales a la fachada, siendo necesario realizar algunas fotografías de forma oblicua puesto que esto nos proporciona una mayor distancia de disparo que nos permite encuadrar correctamente la fachada. Lo ideal es realizar las tomas lo más perpendicularmente posible a esta, de forma que haya cierto recubrimiento. Es necesario también determinar el tamaño del píxel, el GSD y que focal se empleará (ésta influye directamente en el ángulo de cobertura de la cámara).



Figura 3-48 Calle de las Bernardas

Conociendo los ángulos de cobertura de la cámara se pueden dibujar estos sobre los planos realizados de la zona para ver donde se pueden realizar las tomas de manera óptima. Para ello hay que calcular la distancia mínima de disparo, siendo esta la distancia a la que nos debemos situar si queremos abarcar verticalmente todo el objeto dentro de la foto.

La distancia mínima obtenida en este caso, utilizando el formato vertical de la cámara y teniendo en cuenta una altura de 13 metros (1 metro más por tener margen de seguridad) es de:

$$distancia = \frac{altura}{\text{tangente} \left(\frac{\alpha}{2} \right)} = \frac{11.3 \text{ metros}}{\text{tang}(46.5)} = 10.723 \text{ metros} \quad (15)$$

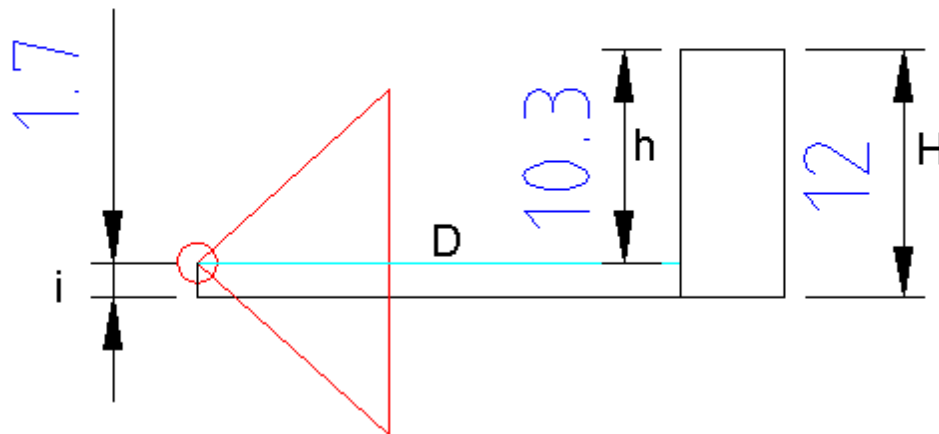


Figura 3-49. Distancia mínima de disparo para la rectificación

Otro detalle a tener en cuenta es la resolución con la cuál obtendremos la imagen final. Esta resolución vendrá determinada por la distancia de disparo, la resolución de la cámara y la configuración de las tomas. En el caso de utilizar tomas inclinadas la resolución varía puesto que hay una variación de escala en la foto. Es por esto que posteriormente, en el proceso de generación del mosaico, habría que coger las partes de las imágenes rectificadas donde la resolución sea mayor.

Obtención de los fotogramas

Al realizar las fotografías se empleó el enfoque automático para enfocar la en la primera fotografía y se fijó este enfoque para realizar las demás. Se realizaron la mayoría con el formato vertical, puesto que es el que mayor cobertura nos da y el más apropiado debido a la altura de la fachada y a la escasa anchura de la calle.

En este caso la distancia mínima obtenida supera el espacio del que se dispone en la calle puesto que es muy estrecha. Es imposible encuadrar los 12 metros de altura que tienen algunas partes de la fachada con los 7-8 metros que posee la calle de anchura. La solución es este caso ha sido emplear fotografías oblicuas que posteriormente se rectificarán.

Aun así, lo ideal es realizar fotografías lo más perpendicularmente posible a la fachada dentro de nuestras posibilidades.

Se realizaron varios fotogramas de forma que se cubrió la superficie entera de la fachada. El recubrimiento en este caso puede ser reducido puesto que con las imágenes monoscópicas se ha realizado un mosaico posteriormente uniendo las partes donde se solapan. La fachada se puede dividir claramente en 4 planos diferentes sobre los que se rectifican las imágenes correspondientes.



Figura 3-50. Imágenes para la rectificación de la fachada Oeste

Medición de los puntos de apoyo

Una vez realizadas las fotografías, fue necesario medir varios puntos de apoyo de forma que aparezcan como mínimo 4 puntos en cada fotografía (5 si se quiere comprobación) para poder rectificarlas. Se han empleado puntos naturales puesto que las fotografías se realizaron antes de medir el apoyo, no habiendo colocado dianas antes. Estos puntos se han medido con una estación total con medición a sólido y sus coordenadas pertenecen a nuestro sistema de coordenadas local. La situación detallada de estos puntos puede consultarse en el anexo de reseñas.



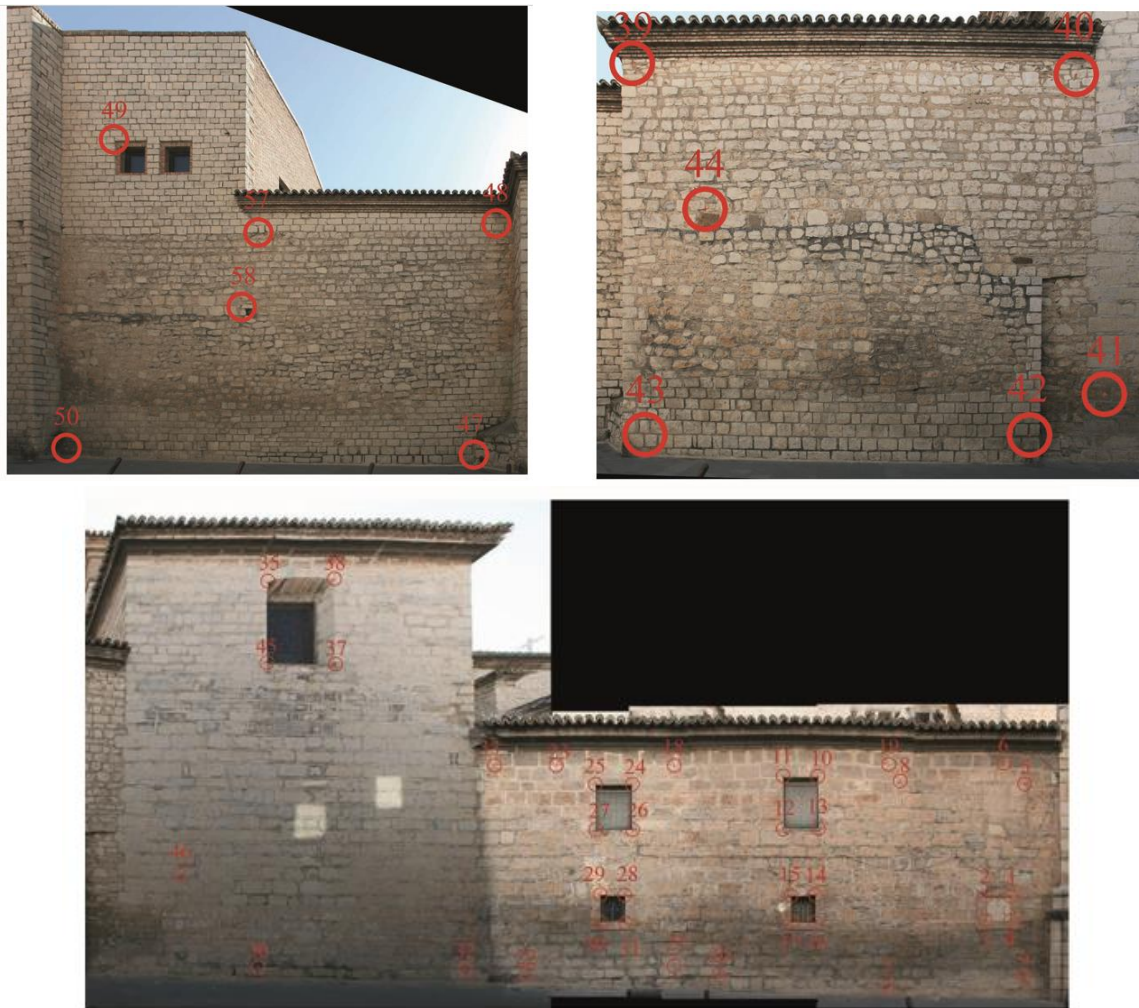


Figura 3-51. Croquis de distribución de los puntos de apoyo en la fachada del convento

Proceso de rectificación proyectiva

A la hora de realizar la rectificación se ha empleado el programa FotoArq, desarrollado por el profesor Jose Luis Pérez García. Mediante este programa se pueden medir en las imágenes los puntos de apoyo medidos en campo anteriormente. El programa se basa en la creación de unos planos o primitivas a partir de los puntos de apoyo sobre los que se proyectan las imágenes posteriormente siguiendo las ecuaciones de la rectificación proyectiva explicadas anteriormente en el apartado de Metodología.

Flujo de trabajo con FotoArq

A continuación se observa un esquema de los pasos que se han de seguir en el programa:



Figura 3-52. Flujo de trabajo con fotoarq3D

Preparación de los datos

Para empezar a trabajar con el programa es necesario crear un nuevo proyecto. Para ello es necesario elegir una cámara (la que se ha usado para hacer las fotografías), la cual puede crearse directamente desde el programa indicando su focal, tamaño del sensor y resolución. Las fotografías que se han utilizado en el programa han sido previamente idealizadas para corregir la distorsión que pudieran tener. Es necesario cargar también los puntos de apoyo que se midieron en campo con la estación a lo largo de la fachada.

Creación de primitivas

FotoArq3D funciona mediante primitivas que representan planos en los cuales se proyectarán las imágenes posteriormente. Crear los planos es sencillo puesto que solo es necesario seleccionar los puntos que pertenecen a cada uno.

PUNTO	X_3D	Y_3D	Z_3D	ACT	RES.	X_PLANO	Y_PLANO	x_imagen	y_imagen	ACT	PUNTO
45	990.412	5055.699	510.549	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	45
46	990.345	5056.135	504.223	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	46
47	987.301	5070.217	502.579	1	0.032	-4391.126	457.698	0.000	0.000	0	47
48	987.721	5069.636	509.969	1	-0.033	-4390.434	465.086	0.000	0.000	0	48
49	983.375	5081.013	512.620	1	0.042	-4402.612	467.734	0.000	0.000	0	49
50	982.764	5082.386	502.790	1	-0.035	-4404.113	457.910	0.000	0.000	0	50
51	981.479	5083.952	512.584	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	51
52	981.874	5082.829	503.402	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	52
53	980.430	5087.058	503.857	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	53
54	981.066	5085.195	506.949	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	54
55	980.718	5086.323	512.581	0	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0	55

Primitiva Rectificación

Primitiva actual
Plano2 PLANO
 $1.000X + 0.379Y + -0.018Z + -2900.310 = 0$

Cálculos
Tipo de primitiva a ajustar PLANO
RMS del ajuste

Invertir Añadir Calcular

Salir

Figura 3-53. Creación de primitivas

Se han creado 4 primitivas puesto que se pueden distinguir 4 planos bien diferenciados en la fachada.

A la hora de crear las primitivas el programa se basa en la ecuación general para definir un plano:

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (16)$$

Determinando los coeficientes A, B, C y D el programa calcula el plano que mejor se ajusta a los puntos elegidos.

A, B y C indican la dirección del plano mientras que D indica su posición.

Hay que tener en cuenta que un plano queda definido en el espacio mediante 2 vectores y un punto, pudiendo quedar este definido también por la posición de su

vector normal. Es importante observar hacia donde apunta el vector normal del plano, debiendo mirar este hacia nosotros. Si mira hacia el lado contrario, las imágenes se rectificarán de forma inversa en el plano.

Se puede comprobar lo bien que se adapta el plano a los puntos comprobando a que distancia se encuentran estos. A continuación se muestra una tabla donde se puede observar cómo se adapta cada plano a los puntos medidos:

Primitiva 1			
pto	x plano	y plano	distancia
51	-4537.03	490.259	0.001
53	-4540.3	481.534	-0.032
55	-4539.52	490.256	-0.003
69	-4557.46	487.534	-0.020
70	-4550.8	480.823	-0.006
71	-4549.82	487.302	-0.008
73	-4549.34	481.37	0.023
Desviación típica (m)			0.016



Tabla 3. Primitiva 1

Primitiva 2			
pto	x plano	y plano	distancia
47	-4391.13	457.698	0.032
48	-4390.43	465.086	-0.033
49	-4402.61	467.734	0.042
50	-4404.11	457.91	-0.035
56	-4399.08	459.217	0.015
57	-4397.99	464.778	-0.036
58	-4398.51	462.385	-0.024
Desviación típica (m)			0.032



Tabla 4. Primitiva 2

Primitiva 3			
pto	x plano	y plano	distancia
39	-4512.49	485.527	0.033
40	-4503.4	485.303	-0.033
42	-4504.4	477.921	0.034
43	-4512.26	477.937	-0.034
44	-4511.09	482.474	-0.012
Desviación típica (m)			0.030



Tabla 5. Primitiva 3

Primitiva 4			
pto	x plano	y plano	distancia
5	-4708.92	520.563	-0.018
6	-4709.48	521.168	-0.016
7	-4712.68	514.983	-0.028
8	-4712.36	520.629	0.005
9	-4708.96	515.259	-0.020
10	-4714.61	520.729	0.020
11	-4715.56	520.723	0.018
12	-4715.56	519.325	-0.003
13	-4714.6	519.321	0.013
18	-4718.54	521.063	0.013
19	-4712.66	521.099	0.009
20	-4717.3	515.274	-0.025
21	-4718.55	515.551	-0.016
22	-4722.58	515.329	-0.013
23	-4721.79	521.067	-0.008
24	-4719.72	520.52	0.009
25	-4720.71	520.509	-0.001
26	-4719.71	519.266	-0.002
27	-4720.72	519.27	-0.006
32	-4724.3	515.485	-0.001
33	-4723.53	521.089	-0.027
34	-4723.99	526.757	-0.034
35	-4729.71	526.108	-0.004
36	-4729.97	515.537	0.015
37	-4727.86	523.758	-0.010
38	-4727.87	526.176	-0.009
45	-4729.72	523.782	-0.014
46	-4730.16	517.457	0.000
Desviación típica (m)			0.014



Tabla 6. Primitiva 4

Proyección de las imágenes

Ya creados los planos se procede a proyectar las imágenes en ellos, siendo necesario medir 4 puntos como mínimo en las imágenes (5 para obtener residuos). También se pueden definir unos límites para que el programa solo rectifique la zona de la foto que nos interesa, en concreto el plano fotografiado.

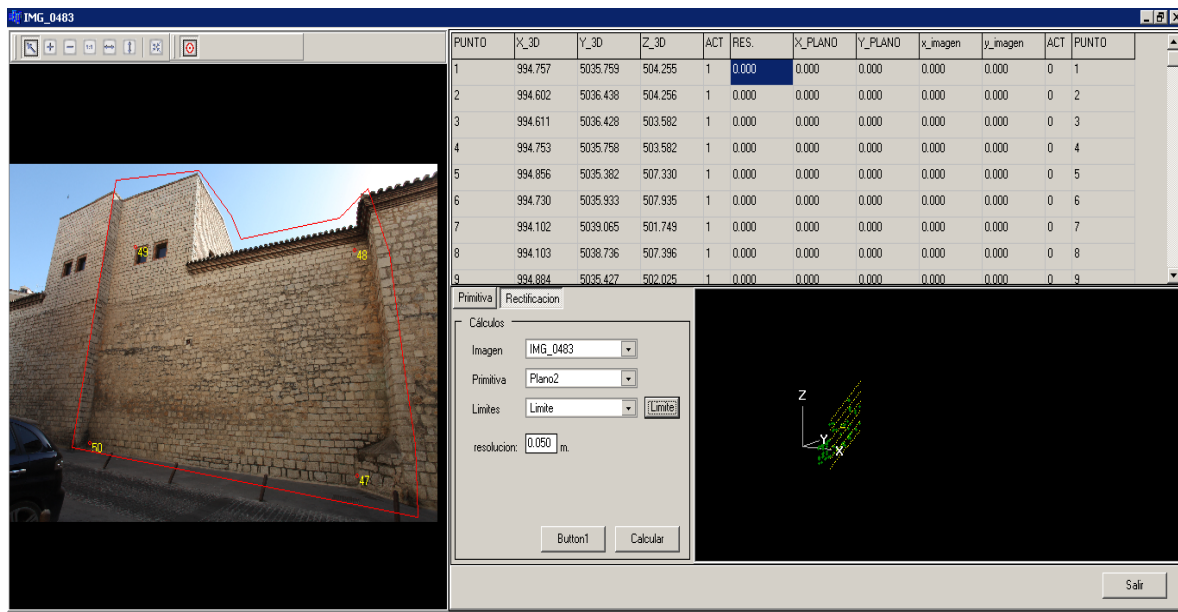


Figura 3-54. Medición de puntos

Se han rectificado aquellas imágenes que parecían más adecuadas, no siendo necesario rectificar todas, obteniéndolas con una resolución de 2 mm. A continuación se muestra un ejemplo.



Figura 3-55. Imagen del Plano 2 sin rectificar



Figura 3-56. Imagen del plano 2 rectificada

Generación de mosaicos

Para generar un plano de la fachada es necesario ensamblar las imágenes rectificadas. Para ello se puede realizar un mosaico de cada plano de la fachada, donde se escojan las partes que más nos interesan de cada fotografía tratando así de obtener una resolución uniforme y de que las fotos encajen bien. Esto se ha realizado con el programa Soccet set donde se ha creado un proyecto en el cual se han importado las imágenes rectificadas y georreferenciadas de los planos 1 y 4. Con las imágenes de cada plano se ha creado un mosaico, al cual se le han modificado después las líneas que marcan la zona de fotografía que se coge, eligiendo las partes más convenientes de cada foto. La resolución con la que se ha generado la nueva imagen es de 2 mm.

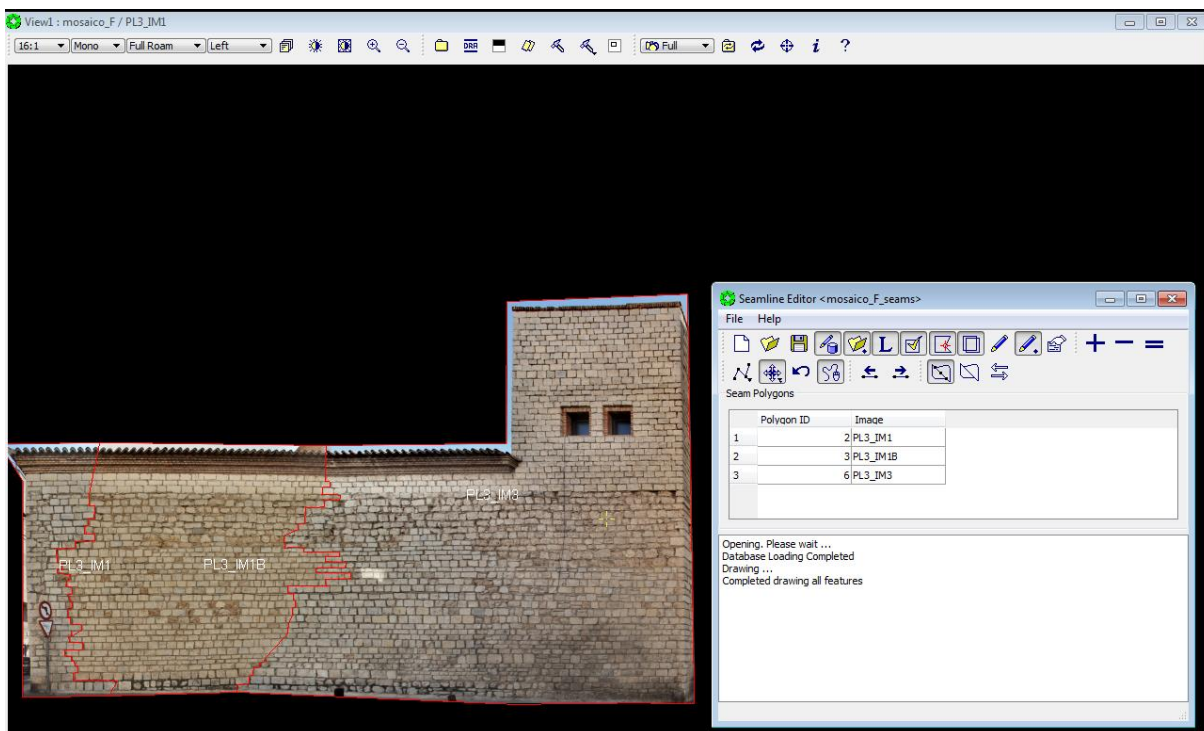


Figura 3-57. Edición del mosaico

Una vez creados los mosaicos obtenemos finalmente 4 imágenes rectificadas, una por cada plano:



Figura 3-58. Plano 1 rectificado



Figura3-59. Plano 2 rectificado



Figura3-60. Plano 3 rectificado

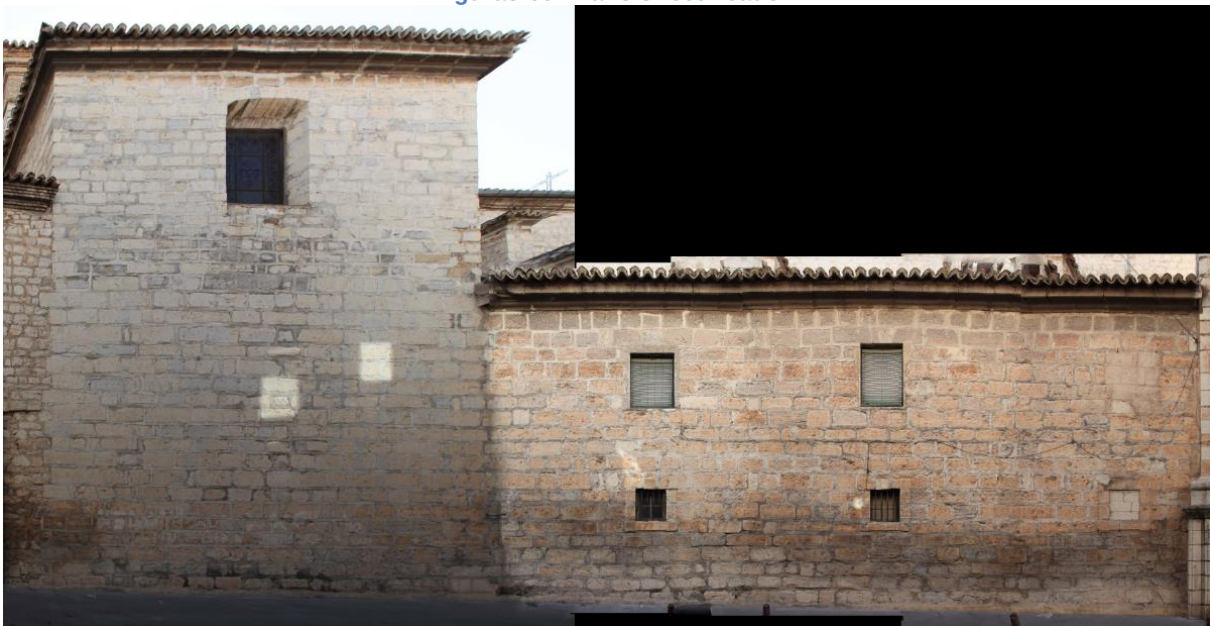


Figura3-61. Plano 4 rectificado

Aplicación de máscaras

Algunas zonas de la fachada no se encuentran rectificadas porque pertenecen a un plano distinto. Estas zonas se corresponden en su mayoría con las ventanas y el tejado del edificio. Para diferenciarlas de las zonas rectificadas se les ha aplicado una transparencia en blanco mediante el programa Photoshop, quedando bien diferenciadas con un tono más claro en el plano final de la rectificación.

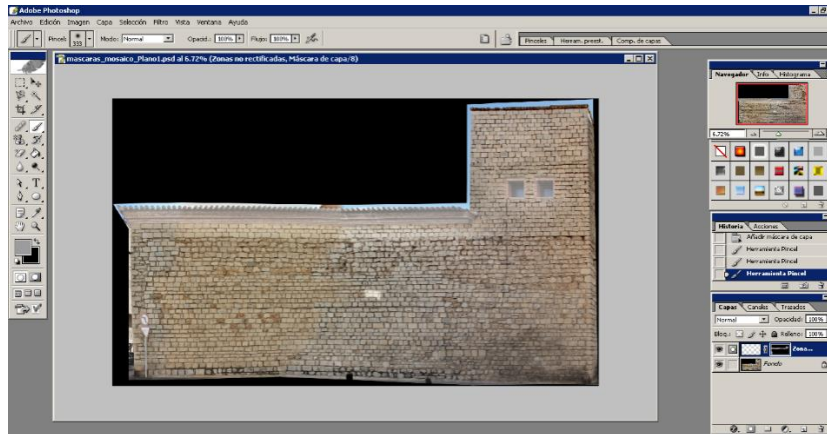


Figura 3-62. Mascaras en zonas no rectificadas

Obtención del plano de la fachada

Ya conseguidos los distintos planos rectificados y aplicadas las máscaras, estos se han unido en autocad recortando aquellas zonas que no interesaban y eliminando los bordes de las imágenes. Se ha aprovechado que las imágenes están georreferenciadas y por tanto a escala.

Se obtiene finalmente un plano donde se puede medir directamente a excepción de las zonas no rectificadas, las cuales están marcadas con una transparencia en color blanco (ventanas y voladizos).



Figura 3-63. Plano final de la rectificación

4. CONCLUSIONES

Tras finalizar este trabajo de fin de grado, se ha comprobado que se han cumplido los objetivos, tanto principales como secundarios, propuestos al inicio del proyecto, logrando documentar geométricamente el elemento elegido y obteniendo una serie de productos que podrán utilizarse en un futuro para la puesta en valor del patrimonio de Jaén mediante su difusión.

Se han afianzado y puesto en práctica los conocimientos adquiridos en la formación ya recibida en los estudios realizados en ingeniería geomática y topográfica, habiendo adquirido algunos nuevos que complementan a estos.

Haciendo un análisis de las técnicas empleadas, se puede decir que la fotogrametría se presenta como una técnica muy útil a la hora de documentar geométricamente el patrimonio. Supone calidad y precisión, permitiendo la documentación del estado de un objeto en un momento determinado del tiempo para poder restaurarlo tal cual era en caso de deterioro o pérdida.

Se ha demostrado como se puede realizar la documentación con una instrumentación relativamente barata si la comparamos con otros medios que se pueden utilizar, como el Láser escáner terrestre. Aun así, lo ideal es combinar la fotogrametría con otros instrumentos, como la estación total que en este caso nos permite escalar y orientar en el espacio el modelo, así como comprobar la concordancia entre las coordenadas reales y las del modelo. Sería interesante también el uso de vehículos aéreos no tripulados, puesto que estos permiten fotografiar las zonas de más difícil acceso.

En cuanto al proceso seguido se ha podido constatar la importancia de planificar bien eligiendo que tipo de cámara se utilizará, donde se realizarán los fotogramas y el tamaño y distribución de los puntos de apoyo para evitar posteriormente errores en el procesado o tener que volver a campo. Se ha comprobado que la fase de medición y captura es rápida, requiriendo una mayor inversión de tiempo en la fase de procesado y edición.

Gracias al desarrollo de software específico, la obtención de productos fotogramétricos se lleva a cabo a través de un proceso muy automatizado pero que

requiere siempre del control de un técnico a la hora de obtener el mejor resultado. Esto se ha podido comprobar tras obtener las ortofotos iniciales desde photoscan y socet set, resultados automáticos que dejaban mucho que desear. A pesar de que photoscan es un software mucho más sencillo, el usuario tiene poco control sobre la edición del modelo, siendo mejor en este aspecto el programa socet set.

Aún así se ha comprobado también que no siempre es necesario editar el modelo para obtener una ortofoto, ya que para elementos planos como una fachada podemos realizar una rectificación donde es necesario darle coordenadas a algunos puntos que aparezcan luego en las fotos para poder proyectarlos sobre un plano. Este proceso de rectificación es muy manual pero puede ser útil en determinados casos como el que hemos visto.

Por último, evaluando la calidad de los productos obtenidos se llega a la conclusión de que es buena, puesto que como hemos podido comprobar el error que se ha cometido en el modelo ha sido de 1,6 cm, mientras que el error de las ortofotografías sería el mismo que el de los puntos de apoyo, el cual está en torno a 0.5 cm. Al tener también una escala adecuada en los fotogramas se ha conseguido una resolución de 2 mm.

5. BIBLIOGRAFIA

- PÉREZ GARCÍA, J.L., TORRES CANTERO, M.,(2013) Apuntes de la asignatura“Técnicas geomáticas aplicadas al patrimonio”. Grado en ingeniería geomática y topografía. Universidad de Jaén.
- PÉREZ ÁLVAREZ, J.A., (2001) Apuntes defotogrametría 3. Ingeniería técnica en topografía. Universidad de extremadura.
- CUERI LÓPEZ, J.T., (2013). Fotogrametría práctica. Punto arquitectura.
- DE GRUYTER (2014). Close-range photogrammetry and imaging.
- LERMA GARCÍA, J.L., Fotogrametría moderna: Analítica y Digital.
- INSTITUTO ANDALUZ DEL PATRIMONIO HISTÓRICO (2011). Recomendaciones técnicas para la documentación geométrica del patrimonio.
- PÉREZ ZAPATA, C., Aplicaciones de la fotogrametría convergente en la restauración y rehabilitación de edificios.
- GARRIDO CARRETERO, M.S., BORQUE ALARCÓN, M.J., Apuntes de la asignatura “Redes topométricas”. Ingeniería técnica en topografía. Universidad de Jaén.
- ROMERO MANCHADO, A., Apuntes de la asignatura “Fotogrametría I”. Ingeniería técnica en topografía. Universidad de Jaén.
- RUIZ ARMENTEROS, A.M., GARCÍA BALBOA, J.L., Apuntes de la asignatura “Topometría”. Ingeniería técnica en topografía. Universidad de Jaén.

Referencias web:

- Recomendaciones técnicas del instituto andaluz del patrimonio
<http://www.iaph.es/web/portal/buscador/index.jsp?query=recomendaciones%20t%C3%A9cnicas>
- Agisoft photoscan
<http://www.agisoft.com/>
- World photogrammetry, página con información y cursos de fotogrametría
<http://www.worldphotogrammetry.com/>

6. ANEXOS

6.1 Recomendaciones en cuanto a la captura de imágenes

En función de la escala de trabajo empleada se tendrá una tolerancia para la precisión, determinada por el estándar de visualización del ojo humano (0,2 mm) y el margen de tolerancia definida para cada escala concreta. Las “recomendaciones técnicas para la documentación geométrica del patrimonio de la junta de Andalucía” proponen la siguiente tabla:

Tabla 5: Tolerancia aceptable en la precisión			
Escala de trabajo	Precisión máxima (+/- mm)	Margen de tolerancia ¹ (número de veces la precisión máxima para esa escala)	Precisión Recomendada (+/- mm)
1:5	1	2,5	2,5
1:10	2	2,5	5
1:20	4	1,5	6
1:50	10	1,5	15
1:100	20	1,5	30
1:200	40	1,5	60
1:500	100	1,5	150

Tabla 7. Precisiones recomendadas

Teniendo en cuenta el campo visual de la cámara se planificará la captura de las imágenes, determinando el número de tomas necesarias y teniendo en cuenta el solape requerido, los obstáculos y la posición más adecuada de cada una de ellas.

- Recomendado al menos 12 Megapíxeles de resolución.
- Tamaño de píxel en la realidad o GSD (Ground Sample Distance) menor o igual a 0,05mm en una escala 1:1. Si extrapolamos a las escalas más utilizadas en documentación geométrica del patrimonio:

Tabla 6: GSD en función de la escala	
Escala de trabajo	Tamaño de píxel máximo (mm)
1:5	0,25
1:10	0,5
1:20	1
1:50	2
1:100	4

Tabla 8. Tamaño recomendado del píxel

- La escala de trabajo no debe ser mayor de 10 veces la escala del negativo. La escala del negativo consiste en la relación entre la focal del objetivo y la distancia entre la cámara y la entidad a documentar.
- Uso de objetivo fijo calibrado (precisión focal de 0.01mm), se aconseja el uso de angular o gran angular (ya que así se disponen de ángulos paralácticos mayores) obteniendo una relación base altura superior, lo que facilita el solape.

6.1.1 Para fotogrametría estereoscópica

- El ratio base-altura (cámara-objetivo³) no debe ser inferior o igual a 1:3, ni mayor de 1:10. Valores recomendados: 1:4 / 1:5.
- 60% de solape mínimo entre imágenes adyacentes
- Continuidad de la escala entre imágenes adyacentes, manteniendo tanto la focal, como la distancia al objeto fotografiado durante el proceso de toma.
- Si hubiera inclinación de la cámara arriba-abajo o derecha-izquierda, debe ser igual en todas las tomas. Lo ideal es que el plano del sensor de la cámara y el plano de la entidad a documentar sean paralelos.

6.1.2 Para rectificación fotográfica

- Las fotografías que se utilicen deben tener claramente identificados las dianas o puntos de control utilizados para la rectificación.
- Se recomienda que el eje óptico de la cámara sea lo más perpendicular posible al plano de la superficie a rectificar.

6.1.3 Para fotogrametría convergente

- Cada punto debe aparecer en al menos 3 imágenes.
- Los ángulos de convergencia entre los haces de rayos estarán comprendidos entre 60-90°.

6.2 Topografía

6.2.1 Estudios previos

En 1º lugar se realizó una inspección de la zona de trabajo para poder observar las posibles dificultades que se presentarían a la hora de ir a campo para la toma de datos. Se realizaron algunas fotografías de la zona y se observó que lugares podrían ser más adecuados para establecer las bases de la red en función de la visibilidad.

También se buscó cartografía de la zona que pudiera servir como croquis a la hora de realizar el levantamiento.

6.2.2 Establecimiento de la red topográfica

En este apartado se detallan los cálculos realizados en gabinete para dar coordenadas a la red topográfica.

Observaciones

Estación	Pv	LH CD	LH CI	LV CD	LV CI	DG CD	DG CI	DR CD	DR CI	m	i
1	ref	80,0525	280,0546							1,3	1,627
	6	68,9253	268,9283	103,4687	296,5284	57,74	57,741	57,655	57,655	1,3	1,627
	2	367,0815	167,0803	97,3488	302,6449	20,782	20,782	20,764	20,764	1,3	1,627
	ref	80,0507	280,0525							1,3	1,627
2	ref	80,5258	280,5278							1,3	1,621
	1	36,4478	236,4487	104,6356	295,3622	20,822	20,822	20,767	20,767	1,3	1,621
	3	266,6604	66,6611	99,9993	299,9984	21,74	21,741	21,74	21,741	1,3	1,621
	ref	80,5246	280,5281							1,3	1,621
3	ref	185,164	385,1652							1,3	1,595
	2	395,1658	195,1686	101,8163	298,181	21,749	21,749	21,74	21,74	1,3	1,595
	4	178,7025	378,7054	98,8654	301,1283	70,794	70,795	70,783	70,784	1,3	1,595
	ref	185,1649	385,1666							1,3	1,595
4	ref	208,0163	8,0173							1,3	1,633
	3	210,3631	10,3669	101,708	298,2949	70,809	70,809	70,783	70,783	1,3	1,633
	5	119,75	319,753	104,6251	295,372	69,342	69,342	69,159	69,159	1,3	1,633
	ref	208,0207	8,0225							1,3	1,633
5	ref	215,694	15,699							1,3	1,603
	4	118,7235	318,7256	95,9679	304,0292	69,3	69,3	69,161	69,161	1,3	1,603
	6	18,2601	218,2619	101,0375	298,9603	92,115	92,115	92,102	92,102	1,3	1,603
	ref	215,692	15,6971							1,3	1,603
6	ref	366,2231	166,227							1,3	1,689
	5	367,3286	167,3294	99,4445	300,5546	92,108	92,108	92,105	92,105	1,3	1,689
	1	246,4977	46,5002	97,3291	302,6664	57,704	57,704	57,653	57,653	1,3	1,689
	ref	366,225	166,2285							1,3	1,689

Estación	Punto visado	LH CD	LH CI	V CD	V CI	DG CD	DG CI	Dr CD	Dr CI	m	i
B4	B7	179,8914	379,8919	102,0373	297,9553	36,503	36,503	36,484	36,484	1,3	1,65
B3	B7	381,8377	181,8411	99,3043	300,6874	34,305	34,305	34,303	34,303	1,3	1,666
B1	B8	69,7727	269,7773	103,7408	296,2521	41,22	41,22	41,149	41,149	1,6	1,637
B6	B8	266,8055	66,8101	99,6793	300,3161	16,52	16,52	16,52	16,52	1,3	1,652

Errores de cierre y tolerancias

En cada estación se ha de comprobar si el error de cierre entra en tolerancia, y en caso de no hacerlo sería necesario repetir las observaciones en esa estación.

$$\sigma_{HISO} = \sigma_{ISO-HZ} * \sqrt{2} = 15^{cc} * \sqrt{2} = 21^{cc} \quad (17)$$

$$\sigma_{HREF} = \frac{\sigma_{HISO}}{\sqrt{2}} = 15^{cc} \quad (18)$$

$$T_{ecRef(3\sigma)} = \pm 3 * \sigma_{HREF} * \sqrt{2} = 63^{cc} \quad (19)$$

Como se puede observar en el apéndice de observaciones todos los errores de cierre a la referencia entran en tolerancia.

También es necesario comprobar que la diferencia entre cada par de distancias geométricas medidas en CD y CI es aceptable, calculando la tolerancia al 99.8% de probabilidad y considerando que ni la estación ni la base del jalón han sufrido movimiento desde la observación en CD a la de CI.

$$\sigma_j = m * \beta^{\text{rad}} = 0 \text{ (el jalón permanece vertical debido al trípode de pinzas)} \quad (20)$$

$$\sigma_{MED} = \sqrt{a(m)^2 + \left[\frac{b(\text{ppm}) * Dg(m)}{1000000}\right]^2} = a(m) = 0.0015 \text{ m} \quad (21)$$

$$T_{\Delta Dg(3\sigma)} = \pm 3 * \sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_{MED}^2} * \sqrt{2} = 0.006 \text{ m} \quad (22)$$

Todas las distancias entran en tolerancia puesto que no varían más de 0.001 m.

Una vez observada la poligonal en campo y antes de dar la toma de datos por válida, se comprobó el error de cierre angular in situ. Para ello se calculó la diferencia entre la sumatoria de las lecturas horizontales promedio de frente y la sumatoria de las de espalda, restándole al valor obtenido el múltiplo de 200g más cercano.

$$\xi Lf = 1196.95705^g \quad (23)$$

$$\xi Le = 1196.9608^g \quad (24)$$

$$\xi Lf - \xi Le = -0.00375 \quad (25)$$

$$e_{c\ ang} = -0.00375^g \quad (26)$$

A continuación se determinó la tolerancia para comprobar si el error de cierre angular es tolerable al 99.8% de probabilidad. En caso de no serlo hubiera sido necesario observar de nuevo en campo todas las lecturas horizontales del itinerario, o, si se detectase una equivocación, repetir solamente la estación en la que se cometió. Para simplificar el cálculo se consideró la distancia geométrica media de todas las observadas para estimar una única incertidumbre angular horizontal σ_{HPROM} que es aplicable a todas las direcciones, observadas con regla de Bessel:

$$\sigma_{HISO} = \sigma_{ISO-HZ} * \sqrt{2} = 21^{cc} \quad (27)$$

$$\sigma_{He} = \pm \frac{\sigma_e}{Dg_{media}} * r^{cc} = \frac{0.001}{Dg_{media}} * r^{cc} = 11^{cc} \quad (28)$$

$$\sigma_{Hs} = \pm \frac{\sigma_s}{Dg_{media}} * r^{cc} = \frac{0.002}{Dg_{media}} * r^{cc} = 23^{cc} \quad (29)$$

$$\sigma_{Hj} = \pm \frac{\sigma_j}{Dg_{media}} * r^{cc} = 0 \text{ (al haber observado la punta del jalón)} \quad (30)$$

$$\sigma_{HPROM} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{HISO}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \sigma_{He}^2 + \sigma_{Hs}^2 + \left(\frac{\sigma_{Hj}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 30^{cc} \quad (31)$$

$$T_{ec\ ang(3\sigma)} = \pm 3 * \sigma_{HPROM} * \sqrt{2} * \sqrt{ne} = 309^{cc} \quad (32)$$

Puesto que $38^{cc} < 309^{cc}$, se concluye que el error de cierre angular es tolerable.

Cálculo de la incertidumbre estándar de las observaciones

En este apartado se estima la incertidumbre de los ángulos horizontales, ángulos verticales y de las distancias geométricas, todos promediados de CD y CI. Las incertidumbres de los ángulos horizontales dependen de la distancia y por lo tanto son diferentes en cada tramo. Se ha realizado una simplificación utilizando la distancia geométrica media de todo el itinerario para obtener un valor representativo de la incertidumbre angular horizontal. También se ha calculado la incertidumbre de una distancia reducida media del itinerario.

Incertidumbre estándar de una distancia geométrica promediada σ_{Dgprom}

$$\sigma_e = 0.001 \text{ m}$$

$$\sigma_s = 0.002 \text{ m}$$

$$\sigma_j = 0 \text{ m (al hacer la puntería a la punta del jalón)}$$

Al ser distancias cortas, la parte proporcional a la distancia se puede despreciar, por lo que:

$$\sigma_{MED} = \pm \sqrt{[a(m)]^2 + \left[\frac{b(ppm) * Dgmedia(m)}{1000000}\right]^2} = a(m) = 0.0015 \text{ m} \quad (33)$$

Finalmente la incertidumbre de una distancia geométrica promediada es:

$$\sigma Dg_{prom} = \pm \sqrt{\sigma e^2 + \sigma s^2 + \left(\frac{\sigma j}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma MED}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.002 \text{ m} \quad (34)$$

Incertidumbre estándar de una lectura vertical promediada σ_{Vprom}

En su cálculo solo influye la incertidumbre del equipo:

$$\sigma VISO = \pm \sigma ISOV * \sqrt{2} = 21^{cc} \quad (35)$$

$$\sigma V_{prom} = \pm \frac{\sigma VISO}{\sqrt{2}} = 15^{cc} \quad (36)$$

Incertidumbre estándar de una lectura horizontal promediada σ_{HPROM}

Este valor ya se había obtenido previamente en los trabajos de campo al calcular el error de cierre.

$$\sigma_{HPROM} = \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{HISO}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \sigma_{He}^2 + \sigma_{Hs}^2 + \left(\frac{\sigma_{Hj}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 30^{cc} \quad (37)$$

Incertidumbre estándar de la distancia reducida media σ_{Dr}

La distancia reducida depende de la distancia geométrica y del ángulo vertical. La distancia geométrica media de todo el itinerario ya se conoce de cálculos anteriores. Como ángulo vertical de inclinación media se efectúa el promedio de todos los ángulos verticales promediados de CD y CI, pero utilizando, en caso de aquellos menores de 100^g , sus equivalente mayores de 100^g ($200^g - V$). Si el terreno es llano y las visuales de escasa inclinación, el resultado debería ser similar al de la incertidumbre estándar de la distancia geométrica media.

$$V_{\text{medio}}(>100) = 102.3608 \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{Dr} &= \pm \sqrt{\left(\frac{\partial Dr}{\partial Dg} * \sigma Dg_{\text{prom}}\right)^2 + \left(\frac{\partial Dr}{\partial V} * \sigma V_{\text{prom}}\right)^2} \\ &= \pm \sqrt{(\sin V_{\text{medio}}(> 100) * \sigma Dg_{\text{prom}})^2 + (Dg_{\text{media}} * \cos V_{\text{medio}}(> 100) * \sigma V_{\text{prom}})^2} \\ &= 0.002 \text{ m} \end{aligned} \quad (39)$$

Como se puede observar son idénticas ambas incertidumbres.

CORRIDA DE ACIMUTES Y COMPENSACIÓN ANGULAR

Como acimut de partida se ha tomado la lectura horizontal promediada entre CD y CI desde la estación E-1 a la estación E-6. Una vez calculado este y teniendo en cuenta las lecturas promediadas entre CD y CI, se pasará a realizar la corrida de acimutes, obteniendo los acimutes sin compensar θ' .

Eje	H prom	θ'	C	θ
1 6	68.9268	68.9268		
1 2	367.0809	367.0809	0.0006	367.0815
2 1	36.44825	167.0809		
2 3	266.66075	397.2934	0.0012	397.2946
3 2	395.1672	197.2934		
3 4	178.70395	380.83015	0.0018	380.83195
4 3	210.365	180.83015		
4 5	119.7515	90.21665	0.0024	90.21905
5 4	118.72455	290.21665		
5 6	18.261	189.7531	0.003	189.7561
6 5	367.329	389.7531		
6 1	246.49895	268.92305	0.0036	268.92665

Tabla 9. Corrida de acimutes y compensación angular

Efectuada la corrida de acimutes, se calcula el error de cierre angular del itinerario, que deberá coincidir con el calculado previamente en campo.

$$ec_{ang} = (\theta_6^1 \pm 200) - \theta_1^6 = -0.00375 \quad (40)$$

Al coincidir con el error de cierre calculado en campo y ser tolerable, se pasa a obtener el acimut compensado θ de cada tramo. Para ello cada ángulo del itinerario deberá corregirse con una cantidad C (compensación), que será de signo contrario al error de cierre y con valor igual al resultado de dividir el error de cierre entre el número de estaciones. La corrección se redondea al segundo centesimal.

$$C = \frac{-ec}{ne} = \frac{-ec}{5} = 6^{cc} \quad (41)$$

Comprobación y cálculo de distancias reducidas promedio

Una vez compensados los acimutes, se calculan las distancias reducidas promediadas de cada tramo. Antes se comprobará si la diferencia entre las distancias reducidas en los sentidos directo y recíproco de cada tramo es tolerable. Para ello se obtiene un valor de tolerancia para esta diferencia, válido para todos los tramos al 99.8% de probabilidad:

$$\begin{aligned} T_{\Delta Dr(3\sigma)} &= \pm 3 * \sqrt{(\sigma_{Dr(directa)})^2 + (\sigma_{Dr(recíproca)})^2} = 3 * \sigma_{Dr} * \sqrt{2} = 0.010 \text{ m} \\ &= 1 \text{ cm} \end{aligned} \quad (42)$$

Observando las distancias reducidas se puede ver que varían entre 1-3 mm como mucho por lo que entran en tolerancia.

La incertidumbre estándar del resultado de promediar una distancia reducida directa con una recíproca se obtiene a partir de:

$$\sigma_{Drprom} = \frac{\sigma_{Dr}}{\sqrt{2}} = 0.002 \text{ m} \quad (43)$$

Cálculo de coordenadas planimétricas y precisión

Una vez ya calculados los acimutes compensados y las distancias reducidas promediadas, se calculan los incrementos de coordenadas $\Delta X'$, $\Delta Y'$ sabiendo que:

$$\Delta X' = Dr_{\text{prom}} * \text{sen}(V_{\text{prom}}) \quad (44)$$

$$\Delta Y' = Dr_{\text{prom}} * \text{cos}(V_{\text{prom}}) \quad (45)$$

EJE	Θ	DR prom	$\Delta X'$	$\Delta Y'$	ΔX	ΔY
1 2	367.0815	20.7655	-10.26534688	18.0507242	-10.2653357	18.0504859
2 3	397.2946	21.74025	-0.923602651	21.7206222	-0.92359097	21.7203727
3 4	380.83195	70.78325	-20.99164532	67.5989594	-20.9916073	67.5981471
4 5	90.21905	69.16	68.34534756	10.583906	68.3453847	10.5831124
5 6	189.7561	92.1035	14.75657518	-90.9136854	14.7566246	-90.9147424
6 1	268.92665	57.654	-50.92150631	-27.0367141	-50.9214753	-27.0373757
			-0.000178416	0.0038122	0	0

Tabla 10. Cálculo de coordenadas planimétricas

Al ser una poligonal cerrada la suma de los incrementos de coordenadas calculadas debería ser cero. La diferencia de este valor proporciona los errores de cierre e_x y e_y , y su componente cuadrática el error de cierre planimétrico e_{cp} .

$$e_x = \Sigma \Delta X' = -0.0002 \text{ m} \quad (46)$$

$$e_y = \Sigma \Delta Y' = 0.0038 \text{ m} \quad (47)$$

$$e_{cp} = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} = 0.0038 \text{ m} \quad (48)$$

Para comprobar que el error de cierre es tolerable, se calcula la tolerancia T_{ecP} . Esta tolerancia representa la incertidumbre expandida circular al 99.8% de probabilidad en el último punto del itinerario, es decir $\sigma_{\text{itin}(3.5)}$:

$$Tec P = \sigma_{c_{itin(3.5)}} = 3.5 * \sigma_{c_{itin}} = 0.023 m \quad (49)$$

$$\sigma_L = \pm \sigma_{Dr prom} = \pm 0.0017 m \quad (50)$$

$$\sigma_T = \pm \sigma_{H prom} * \sqrt{2} * Dg_{media} = \pm 0.0036 m \quad (51)$$

$$\sigma_C = \frac{\sigma_L + \sigma_T}{2} = 0.0026 m \quad (52)$$

$$\sigma_{C itin} = \sigma_C * \sqrt{nt} = 0.0065 m \quad (53)$$

Puesto que el error de cierre es tolerable, se compensa mediante el método de Bowditch (de forma proporcional a la longitud de los tramos). Se utilizan las siguientes expresiones:

$$\Delta X_i^j = \Delta X_i'^j - \frac{e_x}{\Sigma Dr} * Dr_i^j \quad (54)$$

$$\Delta Y_i^j = \Delta Y_i'^j - \frac{e_y}{\Sigma Dr} * Dr_i^j \quad (55)$$

Una vez compensados y obtenidos los incrementos de coordenadas (ΔX , ΔY) se comprueba que su sumatoria es igual a cero y se pasa a calcular las coordenadas de cada estación partiendo desde las de la estación E-1 que son fijas:

$$X_j = X_i + \Delta X_i^j \quad (56)$$

$$Y_j = Y_i + \Delta Y_i^j \quad (57)$$

Est	X	Y
1	1000	5000
2	989.735	5018.050
3	988.811	5039.771
4	967.819	5107.369
5	1036.165	5117.952
6	1050.921	5027.037

Tabla 11. Coordenadas planimétricas de las bases

Estas coordenadas son aproximadas y para ajustarlas se pueden compensar por mínimos cuadrados.

Ajuste planimétrico de la red por mínimos cuadrados

Para poder compensar una red es necesario tener 2 puntos fijos o al menos 1 punto fijo y un acimut. En este caso el punto fijo es la estación E-1 y el acimut de partida es la lectura horizontal de E-1 a E-2.

Para compensar se ha empleado el método de ecuaciones de observación, teniendo 13 ecuaciones:

- 1 acimut
- 6 ángulos horizontales
- 6 distancias reducidas

Las incógnitas son las coordenadas de las otras 5 estaciones, es decir:

X2, Y2, X3, Y3, X4, Y4, X5, Y5, X6, Y6

Siendo 10 en total.

$$\text{Redundancia: } r = m - n = 13 - 10 = 3$$

(58)

1º Se parte de unas coordenadas aproximadas de las bases, las cuales se calcularon en el apartado anterior:

Est	X	Y
1	1000	5000
2	989.735	5018.050
3	988.811	5039.771
4	967.819	5107.369
5	1036.165	5117.952
6	1050.921	5027.037

Tabla 12. Coordenadas aproximadas de las bases

2º Por diferencia de coordenadas entre las estaciones se calcula el vector L_0

	L_0
θ_{16}	68.9259887
α_1	298.15518
α_2	230.213435
α_3	183.537163
α_4	309.388011
α_5	299.536406
α_6	279.169805
Dr1	20.7652873
Dr2	21.7400003
Dr3	70.782463
Dr4	69.1599153
Dr5	92.1045512
Dr6	57.6542829

Tabla 13. Vector L_0

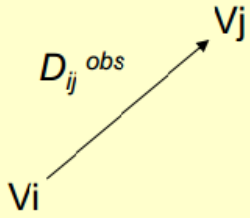
3º A partir de las observaciones de campo se construye el vector I :

	I
θ_{16}	68.9268
α_1	298.1541
α_2	230.2125
α_3	183.53675
α_4	309.3865
α_5	299.53645
α_6	279.16995
Dr1	20.7655
Dr2	21.74025
Dr3	70.78325
Dr4	69.16
Dr5	92.1035
Dr6	57.654

Tabla 14. Vector I

4º A partir de las coordenadas aproximadas X_0 y del vector L_0 se construye la matriz A (13x10) utilizando las ecuaciones de observación para acimutes, ángulos y distancias:

- Ecuación de observación para distancias:



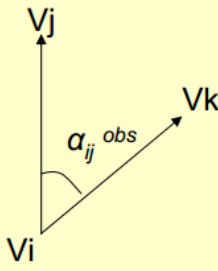
$$D_{ij} \text{ Calc.} + dD_{ij} = D_{ij} \text{ Obs} + VD_{ij}$$

$$dD_{ij} - (D_{ij} \text{ Obs} - D_{ij} \text{ Calc}) = VD_{ij}$$

$$-\frac{X_j - X_i}{D_{ij}} dX_i - \frac{Y_j - Y_i}{D_{ij}} dY_i + \frac{X_j - X_i}{D_{ij}} dX_j + \frac{Y_j - Y_i}{D_{ij}} dY_j - (D_{ij}^{obs} - D_{ij}) = V_{D_{ij}}$$

Figura 6-1 Ecuación de observación para distancias

- Ecuación de observación para ángulos:



$$a_{ijk} \text{ Calc.} + da_{ijk} = a_{ijk} \text{ Obs} + Va_{ijk}$$

$$da_{ijk} - (a_{ijk} \text{ Obs} - a_{ijk} \text{ Calc}) = Va_{ijk}$$

$$\left(-\frac{Y_k - Y_i}{D_{ik}^2} + \frac{Y_j - Y_i}{D_{ij}^2} \right) dX_i + \left(\frac{X_k - X_i}{D_{ik}^2} - \frac{X_j - X_i}{D_{ij}^2} \right) dY_i - \frac{Y_j - Y_i}{D_{ij}^2} dX_j + \frac{X_j - X_i}{D_{ij}^2} dY_j + \frac{Y_k - Y_i}{D_{ik}^2} dX_k - \frac{X_k - X_i}{D_{ik}^2} dY_k - (\alpha_{ijk}^{obs} - \alpha_{ijk}) = V_{ij}$$

Figura 6-2. Ecuación de observación para ángulos

- Ecuación de observación para direcciones angulares:

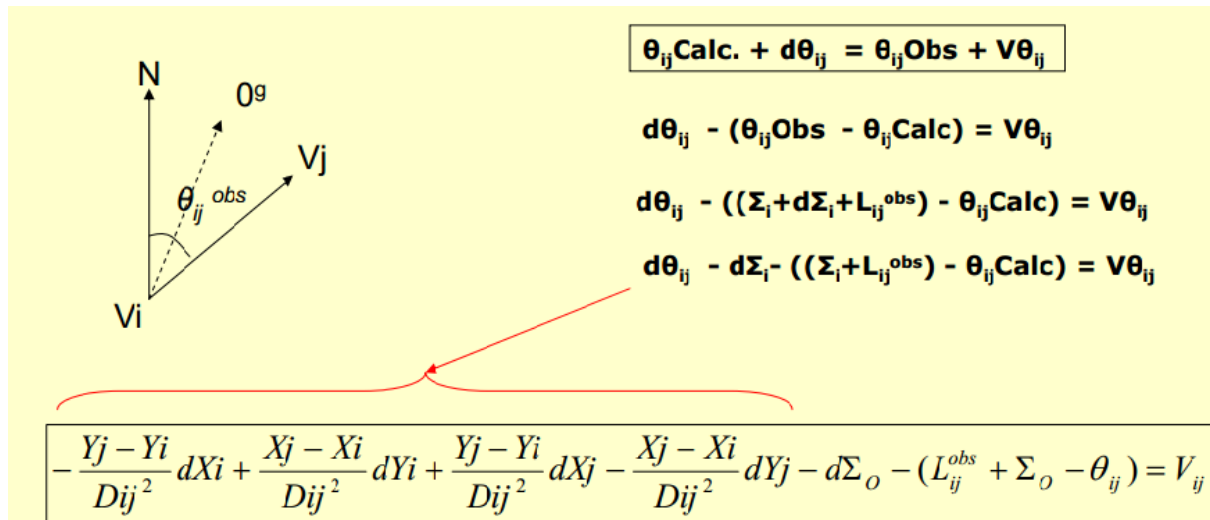


Figura 6-3. Ecuación de observación para direcciones angulares

Se obtiene la siguiente matriz A:

A (13x10)	dX2	dY2	dX3	dY3	dX4	dY4	dX5	dY5	dX6	dY6
Θ16	0	0	0	0	0	0	0	0	0.51782321	-0.97525447
α1	2.66497494	1.51557485	0	0	0	0	0	0	-0.51782321	0.97525447
α2	-5.59066494	-1.63998068	2.92569	0.12440582	0	0	0	0	0	0
α3	2.92569	0.12440582	-3.78463147	-0.39113743	0.85894147	0.2667316	0	0	0	0
α4	0	0	0.85894147	0.2667316	-0.99980048	0.64293115	0.14085901	-0.90966275	0	0
α5	0	0	0	0	0.14085901	-0.90966275	0.54140467	1.02040286	-0.68226368	-0.11074012
α6	0	0	0	0	0	0	-0.68226368	-0.11074012	1.20008689	-0.86451436
Dr1	-0.49435077	0.86926251	0	0	0	0	0	0	0	0
Dr2	0.04248349	-0.99909717	-0.04248349	0.99909717	0	0	0	0	0	0
Dr3	0	0	0.29656509	-0.95501264	-0.29656509	0.95501264	0	0	0	0
Dr4	0	0	0	0	-0.98822251	-0.153	0.98822251	0.153	0	0
Dr5	0	0	0	0	0	0	-0.16021602	0.98708198	0.16021602	-0.98708198
Dr6	0	0	0	0	0	0	0	0	0.88322103	0.46895693

Tabla 15. Matriz A

5º También es necesario construir la matriz de pesos puesto que unas observaciones afectan más a la precisión de las coordenadas que otras. En este caso las observaciones son incorreladas por tanto:

$$P = \Sigma_{ll}^{-1} = (\sigma_0^2 * Q_{ll})^{-1} = (1 * Q_{ll})^{-1} = Q_{ll}^{-1} \quad (59)$$

La matriz de pesos es la inversa de la matriz cofactor, siendo:

$$P_\theta = \frac{1}{\sigma_\alpha^2} \quad (60)$$

$$P_{Dr} = \frac{1}{\sigma_{Dr}^2} \quad (61)$$

$$P_{\alpha} = \frac{1}{\sigma_{\alpha}^2} \quad (62)$$

QII (13x13)												
1.50995E-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.00010618	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0.00010618	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.00010618	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.00010618	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0.00010618	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0.00010618	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.00010618	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2.91741E-06	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	2.9174E-06	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.9174E-06	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.9174E-06	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.91741E-06	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2.9174E-06

Tabla 16. Matriz cofactor

P (13x13)												
66227.20784	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	9417.86097	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	9417.86097	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	9417.86097	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	9417.86097	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	9417.86097	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	9417.86097	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	9417.86097	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	342769.7596	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	342769.76	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	342769.76	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	342769.76	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	342769.7596
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 17. Matriz de pesos

6º Se construye la matriz t , que es igual a las observaciones reales de campo menos las observaciones calculadas.

$$t = l - L_0 \quad (63)$$

t(13x1)
0.00081127
-0.00107984
-0.00093455
-0.00041287
-0.00151118
4.3877E-05
0.00014456
0.00021265
0.00024975
0.000787
8.4744E-05
-0.00105119
-0.00028291

Tabla 18. Matriz t

Una vez ya formado el **modelo funcional** se estiman los parámetros “x” que son las correcciones a aplicar a las coordenadas aproximadas de las bases incógnita, calculados bajo la condición de mínimos cuadrados.

Solución:

$$x = (A^t * P * A)^{-1} * A * P * t = N^{-1} * d \quad (64)$$

Coordenadas ajustadas:

$$X = X_0 + x \quad (65)$$

Residuos:

$$v = A * x - t \quad (66)$$

Observaciones ajustadas:

$$L = L_0 + A * x = l + v$$

(67)

Estas son las coordenadas definitivas de las estaciones una vez ajustadas:

	X corregidas
X 2	989.735
Y 2	5018.051
X 3	988.812
Y 3	5039.771
X 4	967.822
Y 4	5107.371
X5	1036.168
Y 5	5117.951
X 6	1050.922
Y 6	5027.037

Tabla 19. Coordenadas ajustadas

A continuación y mediante el **modelo estocástico** se ha realizado un análisis estadístico:

v
7.58942E-19
0.000981894
0.001407309
0.001404462
0.002211601
-0.000888332
-0.001366935
-7.02519E-05
-7.88632E-05
-7.62995E-05
-8.51848E-06
7.8338E-05
3.37842E-05

Tabla 20. Vector de residuos

Varianza a posteriori:

$$\sigma_0^2 = \frac{v^T * P * v}{m - n} = \frac{v^T * P * v}{r} = 0.0419 \quad (68)$$

Matriz varianza-covarianza de los parámetros

$$\Sigma_{xx} = \sigma_0^2 * Q_{xx} = \sigma_0^2 * (A^T * P * A)^{-1} = \sigma_0^2 * N^{-1} \quad (69)$$

Σ_{xx}									
2.91315E-07	1.05183E-07	4.6E-07	1.16548E-07	6.72951E-07	1.87839E-07	6.99994E-07	-4.52212E-08	8.22133E-08	-1.40345E-07
1.05183E-07	1.84339E-07	2.3E-07	1.89163E-07	4.42175E-07	2.57501E-07	4.78687E-07	-9.79918E-09	4.72901E-08	-7.95303E-08
4.64543E-07	2.25338E-07	1E-06	2.6074E-07	1.73776E-06	4.98868E-07	1.79914E-06	-6.48514E-08	1.83826E-07	-3.07799E-07
1.16548E-07	1.89163E-07	2.6E-07	3.15273E-07	5.61581E-07	4.07872E-07	6.17707E-07	7.23717E-09	5.25954E-08	-8.6128E-08
6.72951E-07	4.42175E-07	1.7E-06	5.61581E-07	5.34078E-06	1.7471E-06	5.54442E-06	-1.02405E-07	4.95776E-07	-8.31226E-07
1.87839E-07	2.57501E-07	5E-07	4.07872E-07	1.7471E-06	9.39532E-07	1.86708E-06	1.24518E-08	1.50222E-07	-2.48269E-07
6.99994E-07	4.78687E-07	1.8E-06	6.17707E-07	5.54442E-06	1.86708E-06	5.89447E-06	-1.56933E-07	5.37455E-07	-9.16975E-07
-4.52212E-08	-9.79918E-09	-6.5E-08	7.23717E-09	-1.02405E-07	1.24518E-08	-1.56933E-07	4.06589E-07	-1.12406E-07	3.08963E-07
8.22133E-08	4.72901E-08	1.8E-07	5.25954E-08	4.95776E-07	1.50222E-07	5.37455E-07	-1.12406E-07	2.08453E-07	-1.64925E-07
-1.40345E-07	-7.95303E-08	-3.1E-07	-8.6128E-08	-8.31226E-07	-2.48269E-07	-9.16975E-07	3.08963E-07	-1.64925E-07	4.31499E-07

Tabla 21. Matriz varianza-covarianza

Error medio cuadrático:

$$\Sigma_{xx} = \sigma_0^2 Q_{xx} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & \dots \\ Q_{yx} & Q_{yy} & \\ \dots & & \dots \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_{xx} = \sigma_0^2 Q_{xx} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{xy_1} & \dots \\ \sigma_{yx_1} & \sigma_{y_1}^2 & \\ & \dots & \sigma_{x_n}^2 & \sigma_{xy_n} \\ \dots & & \sigma_{yx_n} & \sigma_{y_n}^2 \end{bmatrix}$$

$$e.m.c. \quad x_n = \sqrt{\sigma_x^2} = \sigma_x$$

$$e.m.c. \quad y_n = \sqrt{\sigma_y^2} = \sigma_y$$

Figura 6-4. Error medio cuadrático

También se puede determinar la elipse de error de cada punto:

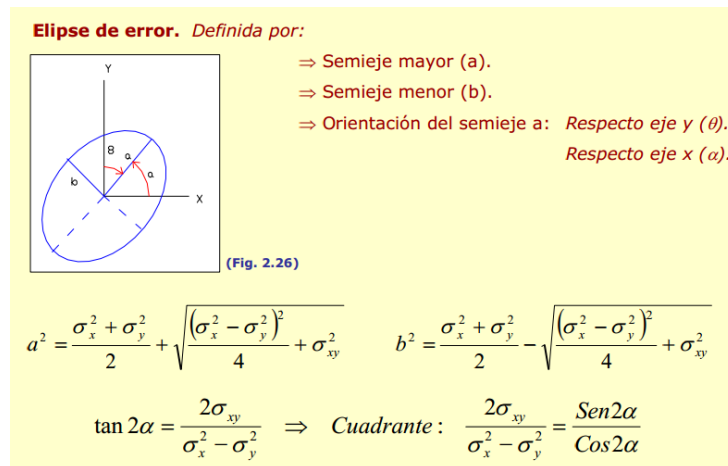


Figura 6-5. Elipse de error

	ex	ey	a	b	θ	exy
E-2	0.0005	0.0004	0.0006	0.0004	-35.02529	0.0000
E-3	0.0010	0.0006	0.0011	0.0006	-19.72268	0.0000
E-4	0.0023	0.0010	0.0024	0.0010	-21.35919	0.0000
E-5	0.0024	0.0006	0.0024	0.0006	1.81851	0.0000
E-6	0.0005	0.0007	0.0007	0.0007	-31.07401	0.0000

Figura 6-6. Error en la determinación de las bases

A partir de estos errores planimétricos se puede determinar la incertidumbre circular de las bases mediante la fórmula:

$$\sigma_{c XY} = \frac{ex + ey}{2}$$

Obteniendo los siguientes resultados:

Base	$\sigma_{c XY}$ (m)
E-1	0
E-2	0,0005
E-3	0,0008
E-4	0,0016
E-5	0,0015
E-6	0,0006

Tabla 22. Incertidumbre circular planimétrica

Cálculo de coordenadas altimétricas y compensación

Para determinar la altimetría de las estaciones se ha empleado el método de nivelación trigonométrica compuesta por estaciones recíprocas ya que con él se puede tener un control de las observaciones y cualquier equivocación que se cometa se puede detectar, ya que cada desnivel se determina dos veces, una por cada sentido. Las mediciones se han efectuado al mismo tiempo que se medían los ángulos horizontales, realizando las punterías al centro del prisma y anotando los ángulos verticales y distancias geométricas.

Observaciones

Las observaciones realizadas en campo son las siguientes:

EST	PTO	i (m)	m (m)	V CD (g)	V CI (g)	Dg CD (m)	DG CI (m)
1	6	1.627	1.3	103.4687	296.5284	57.74	57.741
1	2	1.627	1.3	97.3488	302.6449	20.782	20.782
2	1	1.621	1.3	104.6356	295.3622	20.822	20.822
2	3	1.621	1.3	99.9993	299.9984	21.74	21.741
3	2	1.595	1.3	101.8163	298.181	21.749	21.749
3	4	1.595	1.3	98.8654	301.1283	70.794	70.795
4	3	1.633	1.3	101.7056	298.2949	70.809	70.809
4	5	1.661	1.3	104.6472	295.3493	69.349	69.348
5	4	1.653	1.3	96.015	303.9812	69.296	69.295
5	6	1.603	1.3	101.0375	298.9603	92.115	92.115
6	5	1.689	1.3	99.4445	300.5546	92.108	92.108
6	1	1.689	1.3	97.3291	302.6664	57.704	57.704

Tabla 23. Observaciones para la altimetría

Cálculo de la incertidumbre estándar de las medidas

En este apartado se estima la incertidumbre estándar de los ángulos verticales y de las distancias geométricas, todos promediados de CD y CI.

Incertidumbre estándar de una distancia geométrica promediada σ_{Dgprom}

$$\sigma_e = 0.001 \text{ m}$$

$$\sigma_s = 0.002 \text{ m}$$

$$\sigma_j = 0 \text{ m (al utilizar trípode de pinzas el jalón se mantiene nivelado)}$$

Al ser distancias cortas, la parte proporcional a la distancia se puede despreciar, por lo que:

$$\sigma_{MED} = \pm \sqrt{[a(m)]^2 + \left[\frac{b(\text{ppm}) * D_{gmedia}(m)}{1000000}\right]^2} = a(m) = 0.0015 \text{ m} \quad (70)$$

Finalmente la incertidumbre de una distancia geométrica promediada es:

$$\sigma_{Dgprom} = \pm \sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_s^2 + \left(\frac{\sigma_j}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{MED}}{\sqrt{2}}\right)^2} = 0.002 \text{ m} \quad (71)$$

Incertidumbre estándar de una lectura vertical promediada

En su cálculo solo influye la incertidumbre del equipo:

$$\sigma_{V_{ISO}} = \pm \sigma_{ISO-V} * \sqrt{2} = 21^{cc} \quad (72)$$

$$\sigma_{V_{prom}} = \pm \frac{\sigma_{V_{ISO}}}{\sqrt{2}} = 15^{cc} \quad (73)$$

Cálculo de los desniveles

En primer lugar se calcula el promedio de las lecturas verticales en CD y CI así como el de las distancias geométricas. A partir de estos datos promediados se obtendrá el término t y el desnivel de cada tramo ΔZ en ambos sentidos, empleando las expresiones:

$$\Delta Z_i^j = t + i - m + (C_e - C_r) \quad (74)$$

$$t = Dg_{prom} * \cos V_{prom}$$

(75)

Siendo la corrección por esfericidad y refracción (Ce – Cr) despreciable, debido a la reducida longitud de las visuales.

EST	PTO	Vprom (g)	Dgprom (g)	t (m)	Ce-Cr (m)	ΔZ
1	6	103.47015	57.7405	-3.1458179	0.00021913	-2.81859877
1	2	97.35195	20.782	0.86418785	2.8427E-05	1.19121628
2	1	104.6367	20.822	-1.51519066	2.8427E-05	-1.19416223
2	3	100.00045	21.7405	-0.00015367	3.1158E-05	0.32087748
3	2	101.81765	21.749	-0.62088394	3.1158E-05	-0.32585278
3	4	98.86855	70.7945	1.25814848	0.0003303	1.55347878
4	3	101.70535	70.809	-1.89657457	0.0003303	-1.56324427
4	5	104.64895	69.3485	-5.05971156	0.00031534	-4.69839622
5	4	96.0169	69.2955	4.33274109	0.00031534	4.68605643
5	6	101.0386	92.115	-1.50272422	0.00055923	-1.19916499
6	5	99.44495	92.108	0.80305231	0.00055923	1.19261154
6	1	97.33135	57.704	2.41818886	0.00021913	2.80740799

Tabla 24. Observaciones promediadas y cálculo de los desniveles

Cálculo del error de cierre de cada tramo y su tolerancia

Para realizar el promedio de cada pareja de desniveles medidos en los sentidos directo y recíproco, es necesario calcular antes el error de cierre $e_c \Delta Z$ en cada tramo, para lo cual simplemente hay que realizar la suma de ambos para posteriormente comprobar si están en tolerancia:

$$\Delta Z_{DIR} + \Delta Z_{REC}$$

(76)

EST	PTO	ΔZ DIR (m)	ΔZ REC (m)	ec ΔZ (m)
1	2	1.191	-1.194	-0.003
2	3	0.321	-0.326	-0.005
3	4	1.553	-1.563	-0.010
4	5	-4.698	4.686	-0.012
5	6	-1.199	1.193	-0.007
6	1	2.807	-2.819	-0.011

Tabla 25. Errores de cierre en los desniveles

Para obtener la tolerancia es necesario calcular en primer lugar la incertidumbre estándar de un desnivel $\sigma_{\Delta Z}$ entre 2 puntos consecutivos del itinerario. A este valor contribuyen la incertidumbre estándar al medir la altura del instrumento σ_i , la incertidumbre estándar al medir la altura del prisma σ_m , la incertidumbre estándar en la medida de la distancia geométrica promedio $\sigma_{Dg_{prom}}$ que provoca una incertidumbre $\sigma_{t'}$ en el desnivel y la incertidumbre estándar en la medida del ángulo vertical promedio $\sigma_{t''}$ que provoca una incertidumbre en el desnivel. Tanto $\sigma_{t'}$ como $\sigma_{t''}$ se calculan con valores medios del itinerario, por lo que se consideran representativo para cualquier tramo de éste.

$$\sigma_i = 0.002 \text{ m}$$

$$\sigma_m = 0.002 \text{ m}$$

$$\sigma_{t'} = \sigma_{Dg_{prom}} * \cos V_{medio(>100)} = 9.17E - 05 \text{ m} \quad (77)$$

$$\sigma_{t''} = -Dg_{media} * \sin V_{medio(>100)} * \sigma_{V_{prom}} = -0.0013 \text{ m} \quad (78)$$

$$\sigma_{\Delta Z} = \pm \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_m^2 + \sigma_{t'}^2 + \sigma_{t''}^2} = 0.003 \text{ m} \quad (79)$$

Al comparar los desniveles directo y recíproco, la diferencia no puede exceder la tolerancia de $Tol_{ec\Delta Z(3\sigma)}$:

$$Tol_{ec\Delta Z(3\sigma)} = \pm 3 * \sigma_{\Delta Z} \sqrt{2} = 0.013 \text{ m} \quad (80)$$

Como se puede observar todos los errores de cierre en los tramos entran en tolerancia.

En caso de que uno o varios desniveles no entraran en tolerancia sería necesario repetir los trabajos de campo relativos a esos desniveles.

Cálculo de desniveles promedio, error de cierre de la nivelación y compensación de desniveles

A partir de los niveles directo y recíproco se puede calcular el desnivel promedio de cada tramo $\Delta Z_{prom.}$

EST	PTO	$\Delta Z_{prom} \text{ (m)}$	$\Delta Z_{comp} \text{ (m)}$
1	2	1.193	1.193
2	3	0.323	0.323
3	4	1.558	1.559
4	5	-4.692	-4.692
5	6	-1.196	-1.196
6	1	2.813	2.813
		-0.0006953	0

Tabla 26. Desniveles promedio y compensados

La incertidumbre estándar que tendrá cada uno de los desniveles promedio será:

$$\sigma_{\Delta Z_{prom}} = \pm \frac{\sigma_{\Delta Z_{prom}}}{\sqrt{2}} = 0.002 \text{ m} \quad (81)$$

Como el itinerario es cerrado, la suma de todos sus desniveles proporciona el error de cierre e_{cZ} . Para comprobar si e_{cZ} es tolerable, se debe calcular la tolerancia de este itinerario altimétrico $T_{ecZ(3\sigma)}$, a partir de la incertidumbre altimétrica σ_{Zitin} en el último punto del itinerario:

$$e_{cZ} = \Sigma \Delta Z_{\text{prom}} = -0.0007 \text{ m} \quad (82)$$

$$\sigma_{Z \text{ itin}} = \sigma_{\Delta Z \text{ prom}} * \sqrt{nt} = 0.005 \text{ m (donde nt es el nº de tramos)} \quad (83)$$

$$T_{ecZ(3\sigma)} = \pm 3 * \sigma_{Z \text{ itin}} = 0.016 \text{ m} \quad (84)$$

Se puede observar que el error de cierre es tolerable puesto que $e_{cZ} < T_{ecZ(3\sigma)}$ y se puede pasar a su compensación. El criterio para compensar se basa en la longitud de los tramos, ya que a mayor distancia hay mayor incertidumbre en el desnivel medido. De esta forma la compensación se realiza a partir de las distancias geométricas en el sentido directo del itinerario (de 1 a 6).

$$\Sigma DG_{(\text{sensido directo})} = 332.485 \text{ m} \quad (85)$$

$$\Delta Z_{\text{icomp}}^j = \Delta Z_{\text{iprom}}^j + \left(\frac{-e_{cZ}}{\Sigma DG_{(\text{sensido directo})}} \right) * Dg_i^j \quad (86)$$

Cálculo de cotas

Una vez compensado el itinerario altimétrico se calculan las cotas de las bases partiendo de la cota conocida de E-1 Z=500 y sumándole los desniveles compensados obtenidos anteriormente.

EST	Z
1	500
2	501.193
3	501.516
4	503.075
5	498.383
6	497.187

Tabla 27. Coordenadas altimétricas aproximadas

Ajuste altimétrico por mínimos cuadrados

Se ha aplicado el método de ecuaciones de observación, teniendo:

- N° de observaciones = 6 desniveles
- N° de incógnitas = 5 cotas
- Redundancia = 6 – 5 = 1

MODELO MATEMÁTICO:

$$Ax - t = v \Rightarrow \hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P t$$

Figura 6-7. Modelo matemático

ECUACIÓN DE OBSERVACIÓN:

Con valores aproximados de las incógnitas.

$$H_j^o + dH_j - H_i^o - dH_i - \Delta H_i^j = v_{ij}$$

Figura 6-8. Ecuación de observación

Cálculo de residuos

$$\hat{V} = A\hat{x} - t$$

Varianza a posteriori:

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum V_i^2}{m-n} = \frac{\hat{V}^T P \hat{V}}{m-n}$$

Matrices Cofactor y Covarianza.

$$Q_{\hat{x}\hat{x}} = (A^T P A)^{-1} = N^{-1} \quad ; \quad \sum_{\hat{x}\hat{x}} = \sigma_0^2 Q_{\hat{x}\hat{x}} = \sigma_0^2 N^{-1}$$

Figura 6-9. Modelo estocástico

Error medio cuadrático.

$$\sum_{\hat{x}\hat{x}} = \sigma_0^2 Q_{\hat{x}\hat{x}} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} Q_{x_1x_1} & Q_{x_1x_2} & \dots \\ Q_{x_2x_1} & Q_{x_2x_2} & \\ \dots & & \dots \end{bmatrix}$$

$$\sum_{\hat{x}\hat{x}} = \sigma_0^2 Q_{\hat{x}\hat{x}} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1x_2} & & \dots \\ \sigma_{x_2x_1} & \sigma_{x_2}^2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \sigma_{x_{n-1}}^2 & \sigma_{x_{n-1}x_n} \\ \dots & & & \sigma_{x_nx_{n-1}} & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix}$$

$$e.m.c. \quad x_n = \sqrt{\sigma_x^2} = \sigma_x$$

* Teniendo en cuenta que x_n son las incógnitas estimadas.

Figura 6-10. Error medio cuadrático

Lo primero es construir las matrices Lo y I:

Lo	I
1.193	1.19268926
0.323	0.32336513
1.559	1.55836153
-4.692	-4.69222633
-1.196	-1.19588826
2.813	2.81300338

Tabla 28. Matrices I y Lo

Seguidamente se construyen las matrices A y t (I-Lo)

Matriz A (6x5)	dZ 2	dZ 3	dZ 4	dZ 5	dZ 6
$\Delta Z 1$	1	0	0	0	0
$\Delta Z 2$	-1	1	0	0	0
$\Delta Z 3$	0	-1	1	0	0
$\Delta Z 4$	0	0	-1	1	0
$\Delta Z 5$	0	0	0	-1	1
$\Delta Z 6$	0	0	0	0	-1

Tabla 29. Matriz A

Matriz t (6x1)
-0.000043
-0.000045
-0.000148
-0.000145
-0.000193
-0.000121

Tabla 30. Matriz t

Finalmente se obtienen los parámetros x:

x (5x1)
1.36979E-09
3.87431E-08
1.38574E-07
-1.31763E-07
4.38706E-09

Tabla 31. Parámetros

Como se puede apreciar son inferiores al mm. Esto se debe a que se han empleado unas coordenadas muy aproximadas en el ajuste.

Debido a esto las coordenadas no varían tras aplicar mínimos cuadrados.

EST	Z
1	500
2	501.193
3	501.516
4	503.075
5	498.383
6	497.187

Tabla 32. Coordenadas altimétricas definitivas

La incertidumbre altimétrica se obtiene a partir de la matriz varianza-covarianza:

σ_z
0,0002
0,0002
0,0003
0,0003
0,0003

Tabla 33. Incertidumbre en Z

Bases adicionales

Una vez establecida la red principal, fue necesario añadir 2 estaciones más por comodidad a la hora de medir los puntos de apoyo fotogramétrico. Para su medición se realizó una radiación desde 2 bases cercanas y se calcularon las coordenadas promedio de las 2 observaciones, siendo estas:

Estación	Pto visado	X	Y	Z	X prom	Y prom	Z prom
B4	B7	979.155	5072.692	502.255	979.157	5072.690	502.255
B3	B7	979.159	5072.688	502.255			
B1	B8	1036.598	5018.811	497.614	1036.597	5018.810	497.610
B6	B8	1036.597	5018.809	497.607			

Tabla 34. Coordenadas bases adicionales

Para el cálculo de las incertidumbres de estas bases, se ha de tener en cuenta que tenemos una incertidumbre circular por cada radiación. La fórmula a emplear por tanto es la siguiente:

$$\sigma_c = \frac{\sqrt{\sigma_{c1}^2 + \sigma_{c2}^2}}{2}$$

Teniendo en cuenta la ley de propagación de la incertidumbre, y que tenemos un error circular en cada base de la poligonal principal tenemos que:

$$\sigma_{c1} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L + \sigma_T}{2}\right)^2 + \sigma_{cE}^2}$$

$$\sigma_{c2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_L + \sigma_T}{2}\right)^2 + \sigma_{cE}^2}$$

Donde:

σ_{c1} = incertidumbre circular obtenida para la radiación realizada desde la primera base.

σ_{c2} = incertidumbre circular obtenida para la radiación realizada desde la segunda base.

σ_{cE} = incertidumbre circular de la base desde la cual se está radiando.

Una vez aplicadas las fórmulas se obtiene el siguiente resultado:

Base	σ_{cXY} (m)
E-7	0,0022
E-8	0,0020

Tabla 35. Incertidumbre circular planimétrica en bases adicionales

En cuanto a la incertidumbre altimétrica tenemos que está compuesta por la componente cuadrática de las incertidumbres obtenidas en las observaciones realizadas desde dos bases:

$$\sigma_z = \frac{\sqrt{\sigma_{z1}^2 + \sigma_{z2}^2}}{2}$$

$$\sigma_{z1} = \sqrt{(\sigma_{\Delta z})^2 + \sigma_{zE}^2}$$

$$\sigma_{z2} = \sqrt{(\sigma_{\Delta z})^2 + \sigma_{zE}^2}$$

La incertidumbre en una nivelación trigonométrica simple es la siguiente:

$$\sigma_{\Delta z} = \sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_m^2 + \sigma_t'^2 + \sigma_t''^2 + \sigma_{j-v}^2 + \sigma_k^2}$$

Donde:

σ_i : incertidumbre en la medida de la altura del instrumento. Se considera una incertidumbre estándar de 0.002 m.

σ_m : incertidumbre en la medida de la altura de la señal. Se considera una incertidumbre estándar de 0.002 m.

σ_k : incertidumbre en el coeficiente de refracción K, si se determina experimentalmente.

σ_{j-v} : incertidumbre por falta de verticalidad del jalón midiendo la Dg con distanciómetro. Su valor es despreciable.

$$\sigma_t' = \left[\cot V + 2 * (0.5 - K) * \frac{Dg^2}{R_T} \right] * \sigma_{Dg}$$

$$\sigma_t'' = -Dr * \csc^2 V * \sigma_V$$

Tras aplicar las fórmulas se obtienen las siguientes incertidumbres en altimetría:

Base	σ_Z (m)
E-7	0,0021
E-8	0,0021

Tabla 36. Incertidumbre altimétrica en bases adicionales

6.2.3 Levantamiento de la zona

Para poder planificar las tomas fotográficas, fue necesario elaborar un plano de la zona donde se representarían los distintos elementos de esta como aceras, bordillos, fachada, árboles, farolas, vallas etc.

Se ha utilizado para ello el método de radiación, realizando punterías desde las distintas estaciones materializadas en campo al jalón y anotando ángulos horizontales, verticales y distancias geométricas.

Las coordenadas de los puntos medidos se adjuntan a continuación:

Point ID	X	Y	Z
1	5018.051	989.736	501.187
2	5013.5	993.745	501.113
3	5009.318	994.647	501.104
4	5007.053	998.584	500.433
5	5010.239	1006.726	499.652
6	5013.652	1007.687	499.837
7	5016.735	1007.942	500.052
8	5016.322	1002.929	500.737
9	5016.703	1007.83	500.633
10	5013.67	1007.633	500.597
11	5014.014	1006.934	500.63
12	5010.948	1005.383	500.621
13	5010.247	1006.643	500.595
14	5007.095	1000.895	500.687
15	4999.972	1001.417	499.855
16	5007.63	997.518	500.791
17	5008.499	1004.513	500.636
18	5007.51	997.359	501.84
19	5012.552	1006.017	501.703
20	5011.486	1008.021	500.69
21	5009.808	995.654	502.366
22	5009.798	995.649	501.145
23	5009.281	997.843	500.786
24	5012.488	998.486	500.775
25	5014.029	999.276	500.778
26	5017.019	1000.864	500.802
27	5017.675	1001.294	500.798
28	5019.238	1008.805	500.049
29	5022.239	1020.779	498.65
30	5024.99	1032.697	497.721
31	5023.084	1033.21	497.838

32	5023.091	1033.236	497.487
33	5024.873	1041.657	497.32
34	5028.973	1050.165	497.183
35	5023.657	1048.195	497.204
36	5029.42	1052.388	497.169
37	5022.374	1048.44	497.204
38	5019.09	1042.318	497.371
39	5016.579	1029.952	498.062
40	5011.267	1009.525	499.446
41	5011.908	1010.604	499.491
42	5013.282	1009.691	499.633
43	5018.641	1009.09	499.824
44	5023.742	1030.536	497.996
45	5018.768	1031.431	497.936
46	5019.298	1029.653	498.17
47	5018.81	1028.11	498.268
48	5020.062	1025.248	498.375
49	5020.713	1022.631	498.512
50	5016.994	1020.078	498.89
51	5019.8	1018.298	498.909
52	5018.888	1014.015	499.233
53	5015.105	1012.59	499.377
54	5014.64	1010.066	499.78
55	5017.084	1009.845	499.782
56	5009.824	1007.043	499.608
57	5004.679	1012.498	498.876
58	4999.149	1018.453	498.26
59	5012.306	1034.057	497.707
60	4996.739	986.53	501.005
61	5011.009	990.187	501.189
62	5016.71	990.395	501.159
63	5020.618	985.918	501.412
64	5018.452	985.797	501.392
65	5012.801	987.608	501.229
66	4995.905	983.441	501.036
67	5013.912	1029.222	498.027
68	5015.564	999.97	509.832
69	5019.135	1007.205	506.861
70	5022.573	1022.272	508.265
71	5029.432	1049.654	506.134
72	5000	1000.001	500.002
73	5000.488	1001.526	499.872
74	5000.48	1001.472	499.874
75	4997.596	992.123	501.022
76	4995.653	990.071	501.01

77	4999.167	1002.184	499.668
78	4998.285	1002.403	499.568
79	5018.669	994.527	501.083
80	5024.849	994.935	501.191
81	5024.849	994.936	501.187
82	5042.229	991.713	501.548
83	5048.023	990.605	501.689
84	5036.558	989.715	501.433
85	5036.534	989.709	501.432
86	5030.983	990.738	501.312
87	5028.202	990.369	501.293
88	5026.467	988.535	501.367
89	5021.35	980.27	501.883
90	5021.897	978.607	501.977
91	5028.085	989.154	501.335
92	5009.977	995.479	501.182
93	5009.971	995.488	501.182
94	5014.279	996.546	501.183
95	5015.218	997.066	501.189
96	5018.163	998.618	501.192
97	5023.621	997.429	501.273
98	5025.743	996.58	501.274
99	5027.901	996.469	501.271
100	5030.364	995.985	501.289
101	5032.4	995.455	501.354
102	5012.972	996.015	505.722
103	5014.694	996.74	507.04
104	5015.717	999.901	509.805
105	5020.513	997.962	508.55
106	5027.965	996.137	513.256
107	5035.388	994.554	508.49
108	5018.051	989.735	501.188
109	5041.477	993.525	501.556
110	5060.618	989.363	502.005
111	5068.617	986.499	502.158
112	5069.882	986.108	502.193
113	5076.85	984.75	502.354
114	5082.488	982.746	502.482
115	5082.317	982.031	502.469
116	5103.626	975.267	503.006
118	5104.43	974.643	503.002
119	5101.748	973.935	502.921
120	5074.498	982.391	502.262
121	5048.027	990.603	501.687
122	5036.686	992.722	501.42

123	5047.146	987.756	501.669
124	5064.836	982.236	502.058
125	5071.32	980.205	502.206
126	5103.478	969.908	502.949
127	5054.577	990.578	513.555
128	5062.696	988.248	510.634
129	5074.764	985.547	510.594
130	5078.039	984.487	516.068
131	5090.539	979.096	510.656

Tabla 37. Coordenadas de los puntos del levantamiento

6.2.4 Listado de los puntos de apoyo

Para poder restituir y orientar los fotogramas es necesario medir algunos puntos de apoyo, que además sirven para comprobar la exactitud del modelo.

A continuación se ofrece un listado con todos los puntos medidos:

Puntos de apoyo para rectificación			
Pto	X	Y	Z
100	995.070	5034.492	508.181
101	994.993	5034.876	502.002
102	991.628	5050.212	508.327
103	991.622	5050.136	513.604
104	989.540	5059.490	513.564
105	989.312	5060.582	502.014
106	989.035	5060.582	502.006
107	993.676	5040.833	502.048
108	993.626	5040.936	504.775
109	993.437	5041.861	504.774
110	993.447	5041.899	502.065
111	992.536	5045.923	505.978
112	992.332	5046.901	505.971
113	992.585	5045.868	502.050
114	992.953	5044.206	503.134
115	990.805	5053.883	509.214
116	990.423	5055.690	509.275
117	991.597	5050.470	500.678
118	989.582	5059.488	509.001
119	986.476	5068.673	508.961
120	986.495	5068.749	501.064
121	987.274	5070.224	500.920
122	986.553	5068.830	501.146
123	986.503	5068.701	508.975

124	987.863	5069.155	508.982
125	984.875	5077.114	508.971
126	984.291	5078.666	510.197
127	983.392	5081.041	510.231
128	982.745	5082.554	514.674
129	982.006	5082.346	514.638
130	982.681	5082.560	501.197
131	982.073	5082.356	501.193
132	982.539	5082.516	508.254
133	986.838	5068.796	504.085
134	981.496	5083.911	510.125
135	981.157	5084.987	510.205
136	981.041	5085.341	510.215
137	980.726	5086.320	510.184
138	981.973	5082.353	514.649
139	980.191	5087.947	508.961
140	975.165	5103.548	508.929
141	975.323	5103.580	501.709
142	982.024	5082.375	501.179
143	981.070	5085.202	505.688
144	986.477	5068.662	508.989
145	980.199	5087.926	514.684
146	989.045	5060.647	504.498
147	996.490	5027.432	502.474
148	996.620	5014.286	501.100
149	997.047	5015.094	502.107
150	996.396	5013.517	500.243
151	996.158	5028.859	504.841
152	997.747	5009.373	500.846
153	997.494	5009.421	503.998
154	996.428	5009.686	501.289
300	994.603	5036.438	504.263
301	994.748	5035.776	503.592
302	992.364	5046.780	503.560
303	993.487	5041.485	507.893
304	991.870	5049.052	508.215
305	992.779	5044.740	508.181
306	992.925	5044.491	501.982
307	987.707	5069.117	503.779
308	984.369	5078.044	503.788
309	984.928	5076.870	507.043
310	985.723	5074.449	503.454
311	982.226	5082.411	506.833
312	984.861	5077.131	515.945
313	976.261	5100.044	503.341

314	975.983	5101.057	503.388
315	975.852	5101.608	503.364
316	976.749	5098.283	508.228
317	975.691	5101.833	510.244
318	975.637	5102.172	506.750

Tabla 38. Puntos de apoyo para la rectificación

Puntos de apoyo para la fuente			
Pto	X	Y	Z
200	1050.076	5029.047	497.175
201	1050.191	5029.013	504.949
202	1050.060	5029.016	500.465
203	1040.347	5026.628	504.972
204	1040.365	5026.661	508.183
205	1028.175	5023.831	508.008
206	1031.754	5024.675	507.977
207	1036.216	5025.710	508.010
208	1033.180	5023.079	497.474
209	1033.195	5023.134	498.189
210	1032.441	5024.925	499.487
211	1036.998	5025.700	499.713
212	1034.438	5025.232	498.907
213	1039.127	5026.308	498.835
214	1032.984	5024.677	498.654
215	1041.050	5026.357	498.636
216	1036.517	5025.575	498.795
217	1035.782	5025.348	498.581
218	1036.794	5025.546	498.956
219	1036.710	5025.514	499.268
220	1034.866	5025.072	498.389
221	1039.209	5025.998	498.380
222	1038.256	5025.890	498.782
223	1038.559	5025.893	499.412
224	1036.085	5025.351	499.783
225	1037.228	5025.632	499.909
226	1046.057	5028.028	499.210
227	1045.737	5027.858	500.970
228	1046.105	5027.816	501.281
319	1043.390	5027.434	502.820
320	1041.390	5026.976	501.911
321	1041.453	5027.007	499.971
322	1043.476	5027.493	499.157
323	1043.936	5027.620	497.813

Tabla 39. Puntos de apoyo para la fuente

Puntos de apoyo-Puerta del Ángel			
pto	X	Y	Z
101	997.764	5009.286	500.908
103	997.819	5009.276	502.268
104	995.912	5009.750	502.239
105	997.758	5009.296	503.154
106	995.906	5009.748	503.294
107	997.883	5009.448	500.957
108	997.879	5009.450	502.270
109	997.860	5009.347	502.922
110	998.270	5011.413	500.954
111	998.286	5011.401	502.303
112	998.294	5011.454	502.982
113	999.273	5013.932	501.016
114	999.275	5013.912	502.423
115	999.281	5013.914	503.052
116	1001.152	5017.459	501.142
117	1001.156	5017.431	502.388
118	1001.154	5017.419	503.003
PN1	996.018	5009.714	504.863
PN2	997.825	5009.283	505.046
PN3	999.136	5013.637	506.433
PN4	1001.072	5017.234	505.812
PN5	1000.267	5015.556	509.120
219	995.539	5009.976	500.060
220	995.565	5009.994	501.291
221	995.566	5009.992	502.088
222	996.072	5012.195	500.036
223	996.068	5012.190	501.299
224	996.064	5012.190	502.047
225	996.973	5014.968	500.064
226	997.033	5015.076	501.414
227	997.046	5015.093	502.108
228	998.585	5018.529	500.143
229	998.586	5018.516	501.591
230	998.593	5018.520	502.164
231	997.997	5021.169	500.248
232	998.006	5021.240	501.641
233	998.018	5021.210	502.218
234	996.855	5024.632	500.847
235	996.858	5024.638	501.965
236	996.517	5027.327	500.863
237	996.507	5027.338	501.924

238	995.706	5031.043	500.749
239	995.698	5031.031	501.987
240	994.863	5033.689	500.388
241	994.849	5033.731	501.371
242	994.841	5033.767	502.154
243	996.265	5013.053	503.304
244	996.662	5014.290	504.397
245	998.170	5020.865	504.969
246	995.646	5031.856	508.280
247	995.997	5029.088	509.056
248	996.484	5027.434	502.526
249	995.525	5032.453	500.719
250	996.072	5029.179	504.890
251	996.617	5027.476	508.241
252	997.005	5025.669	503.519

Tabla 40. Puntos de apoyo para la puerta del Ángel

A continuación se puede observar la situación de estos puntos en el anexo de reseñas.

6.3 Reseñas de los puntos de apoyo

6.3.1 Reseñas de la Puerta el Ángel

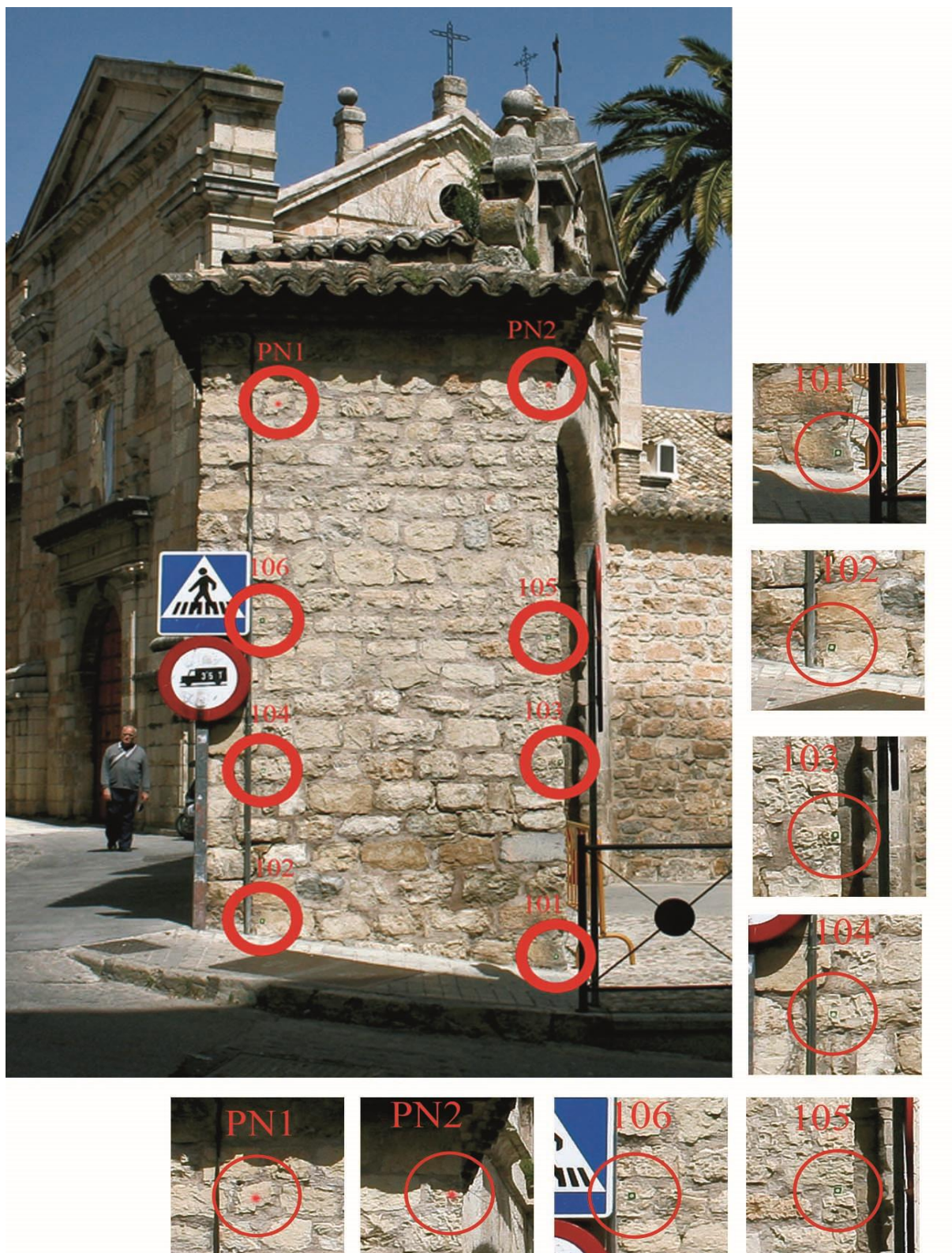


Figura 6-11. Reseñas Fachada Sur Puerta del Ángel

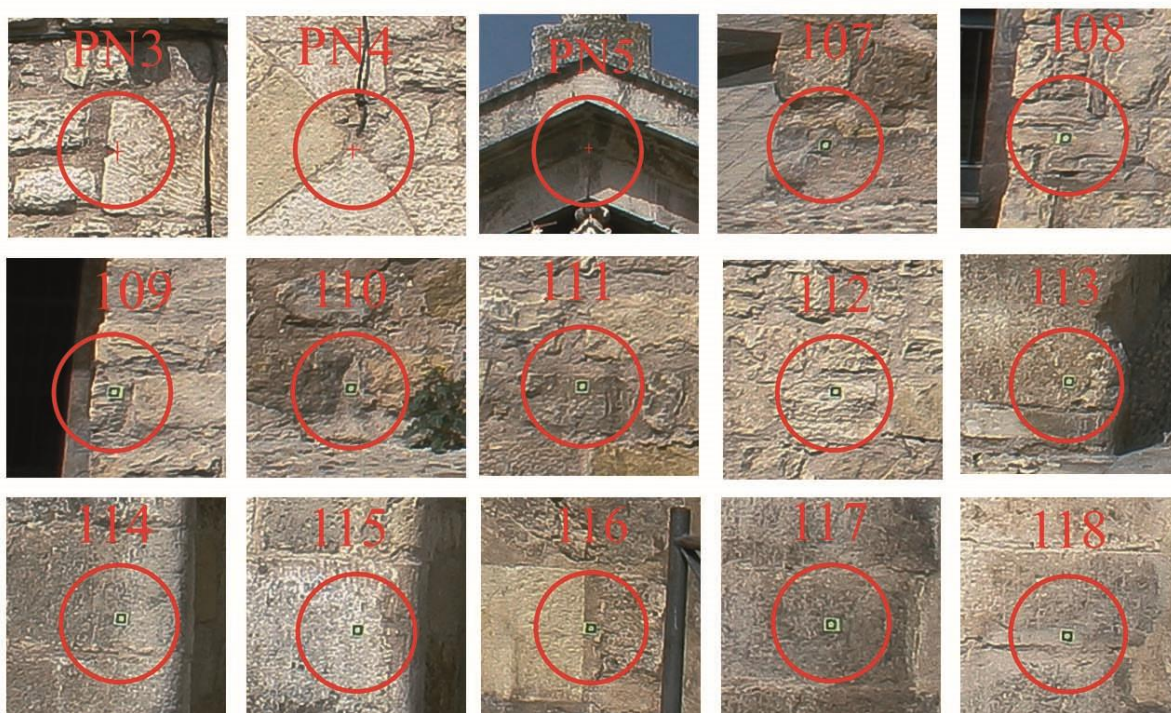
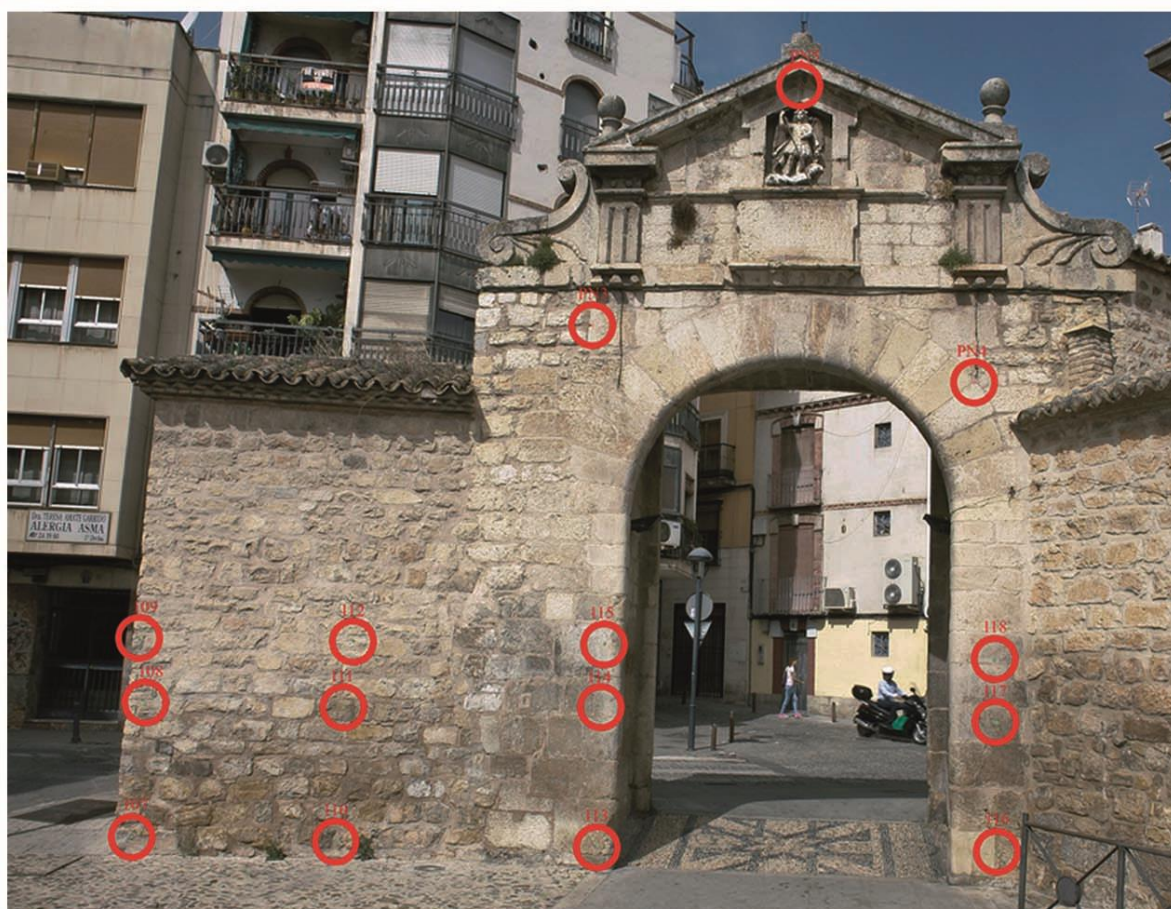


Figura 6-12. Reseñas fachada Este puerta del Ángel

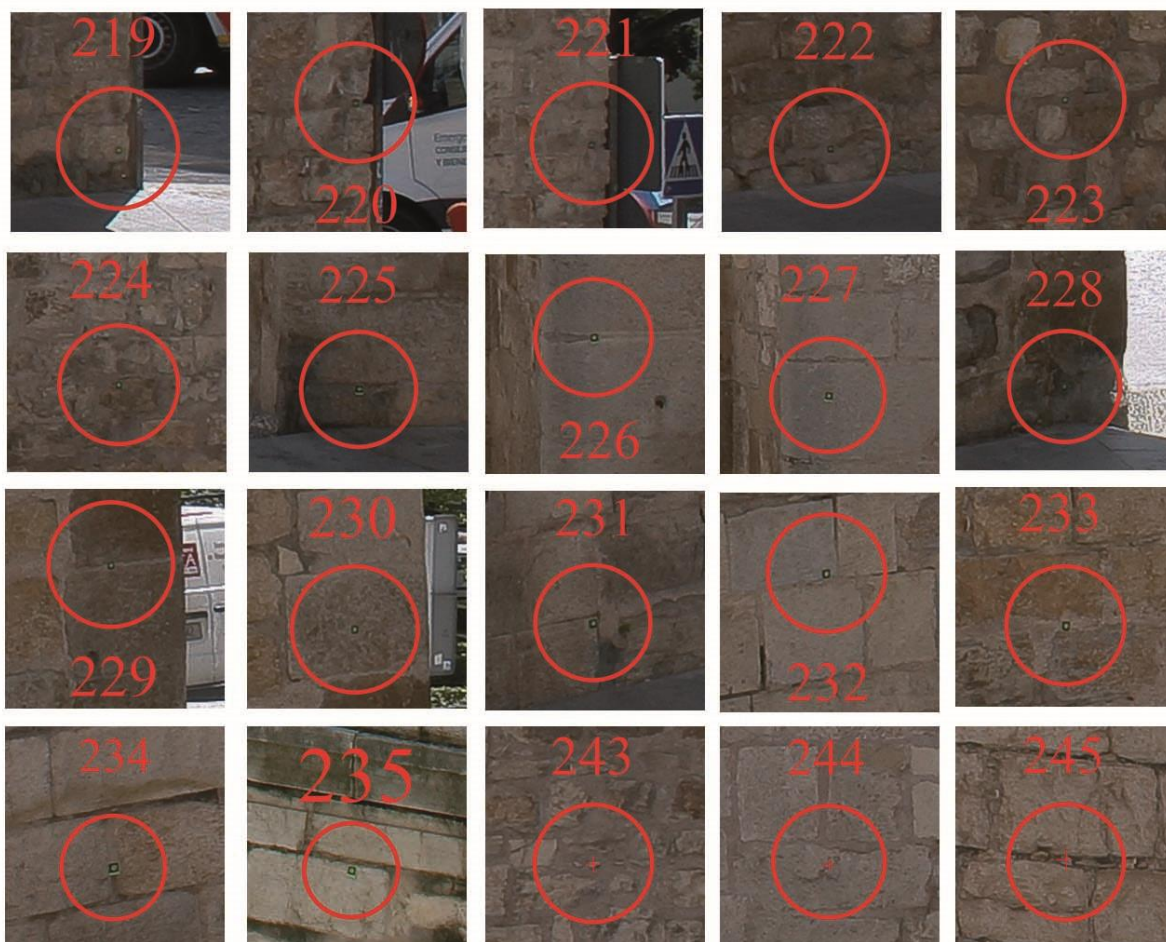
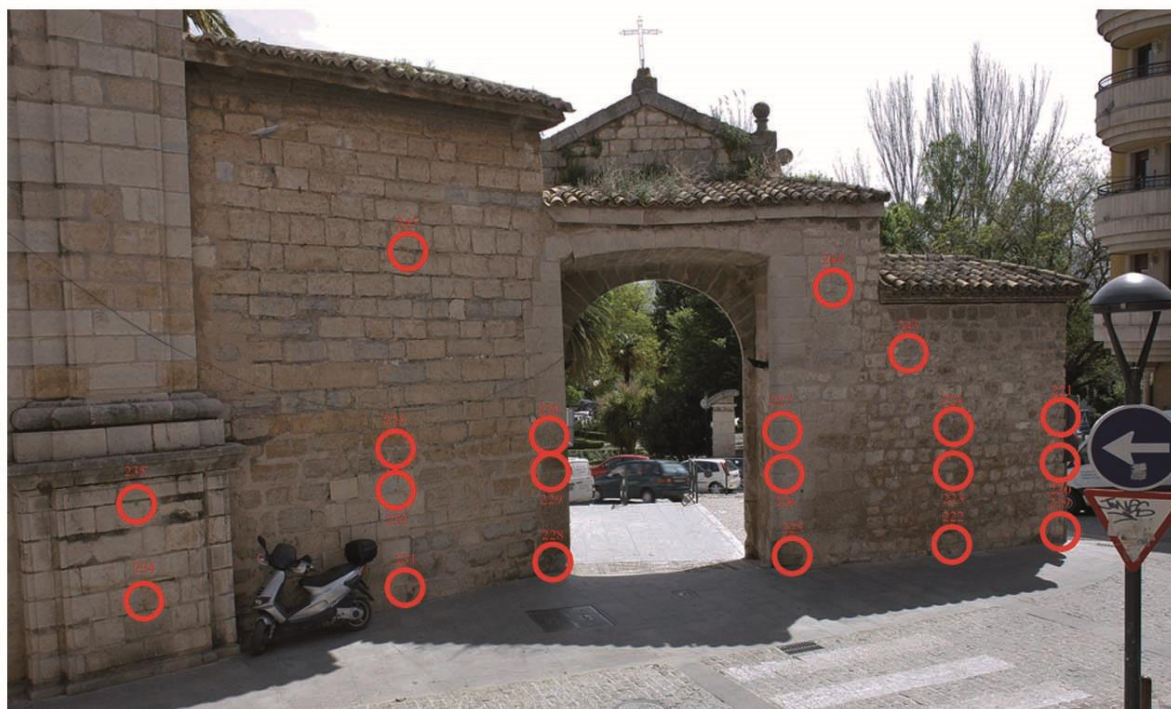


Figura 6-13. Reseñas fachada Oeste Puerta del Ángel



Figura 6-14. Reseñas puerta del Convento de las Bernardas

6.3.2 Reseñas de la fachada del convento

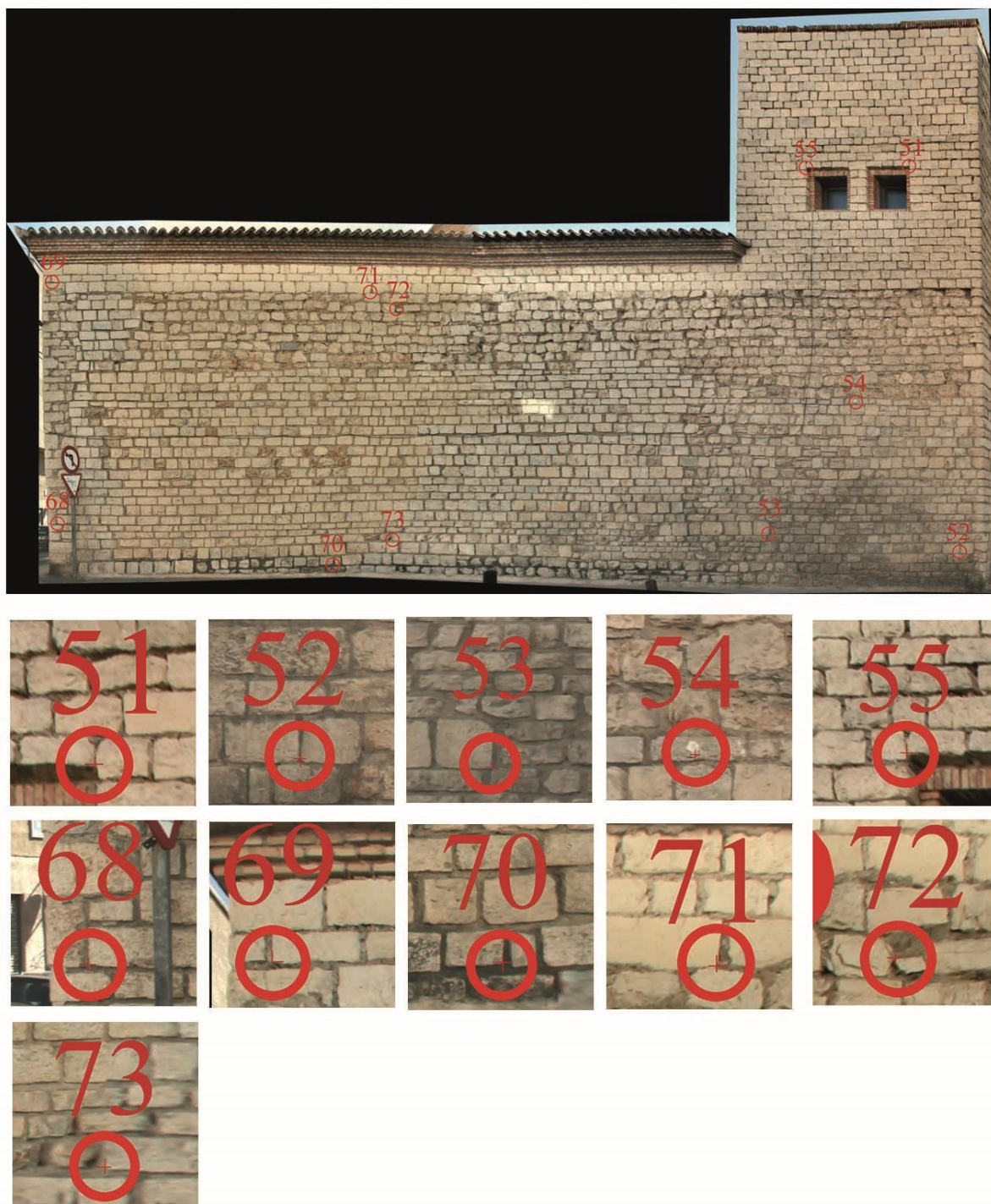


Figura 6-15. Reseñas del plano 1

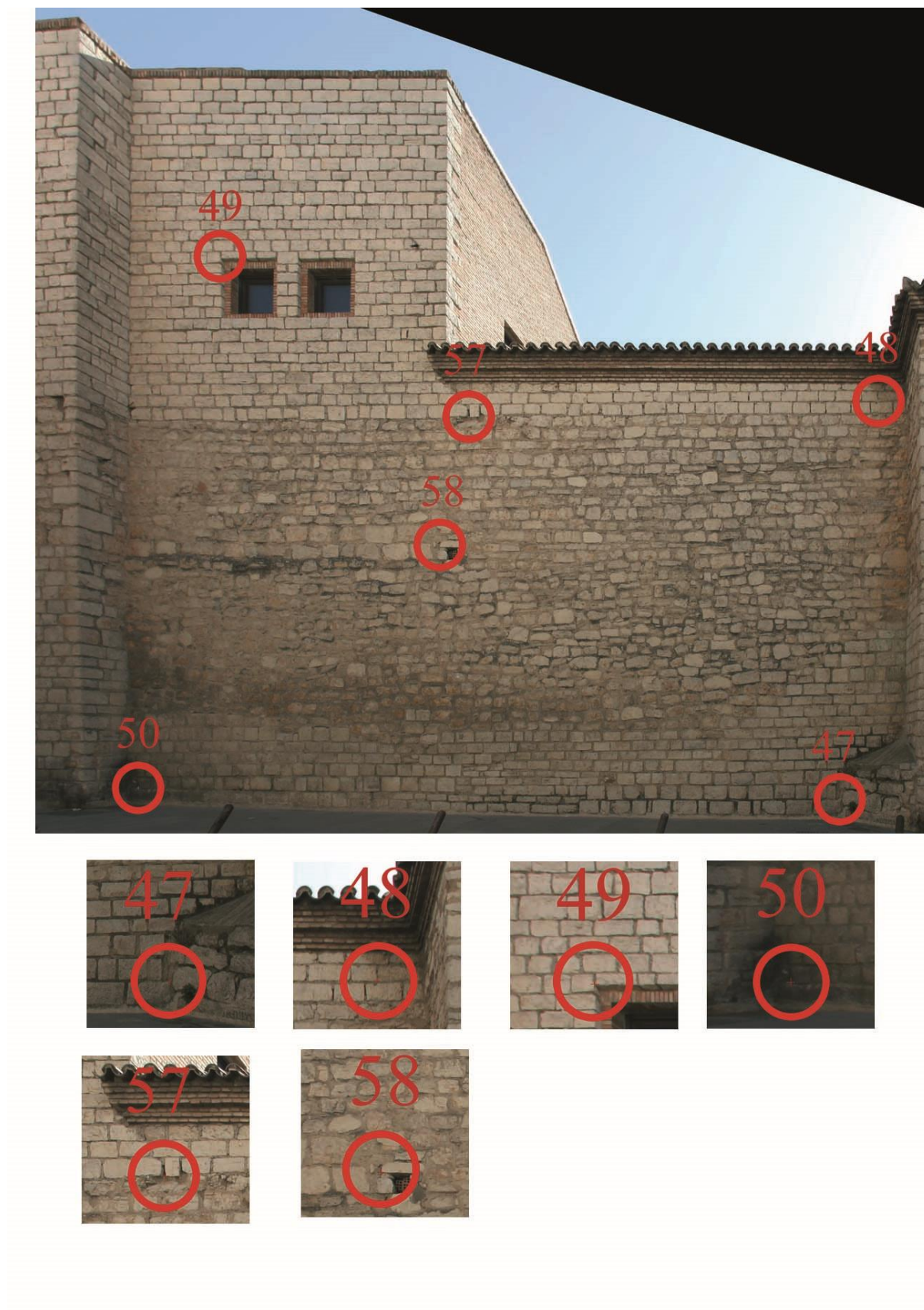


Figura 6-16. Reseñas del plano 2

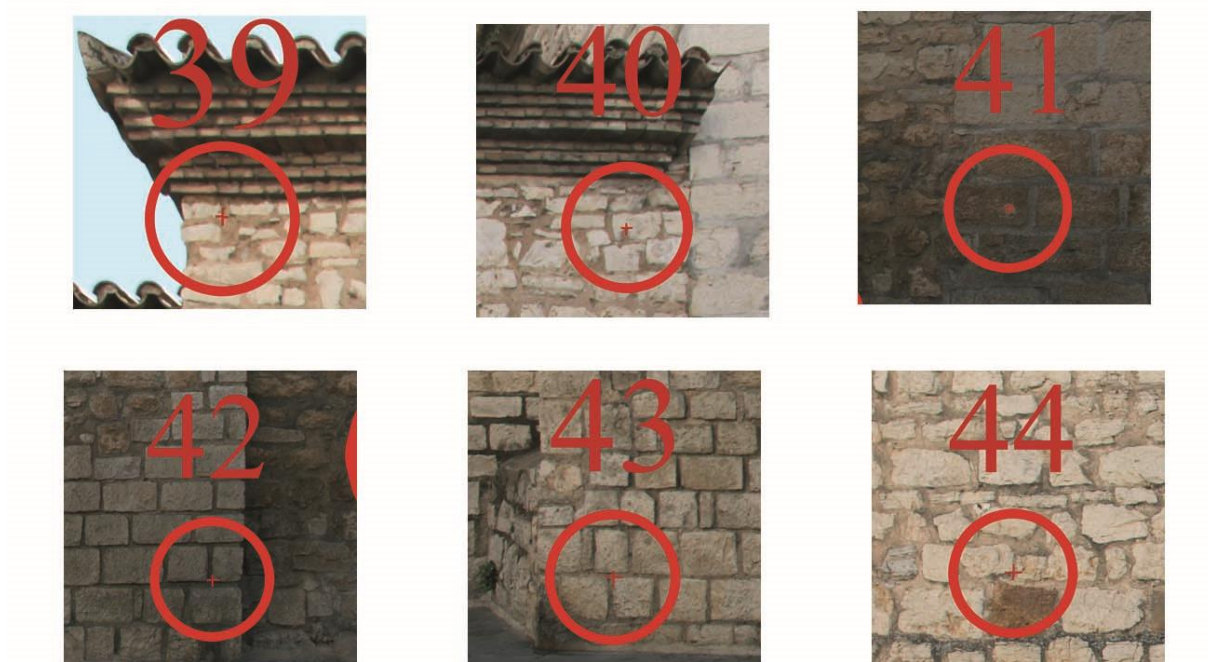
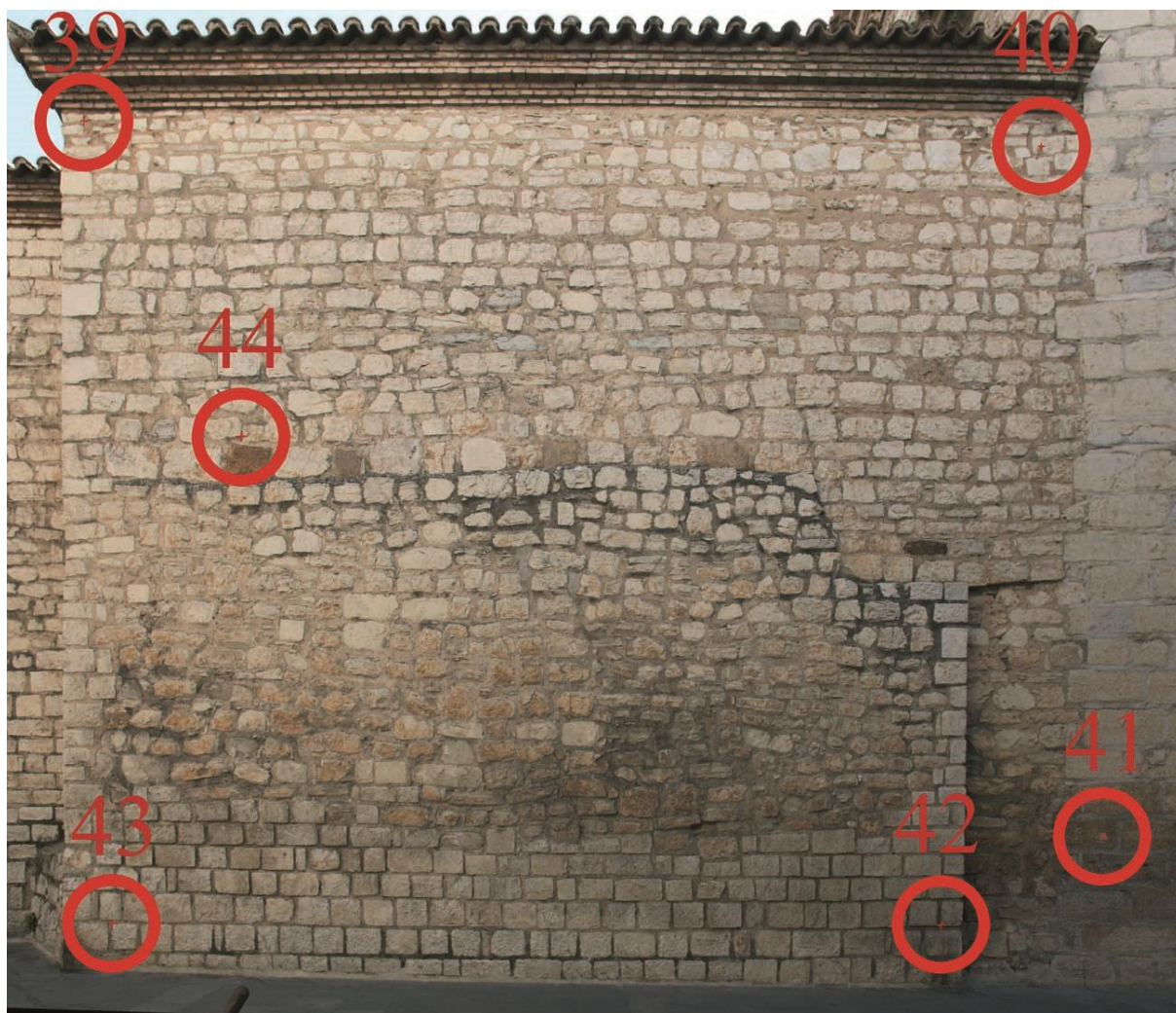


Figura 6-17. Reseñas del plano 3



Figura 6-18. Reseñas del plano 4



Figura 6-19. Reseñas del plano 4

6.3.3 Reseñas de la fuente

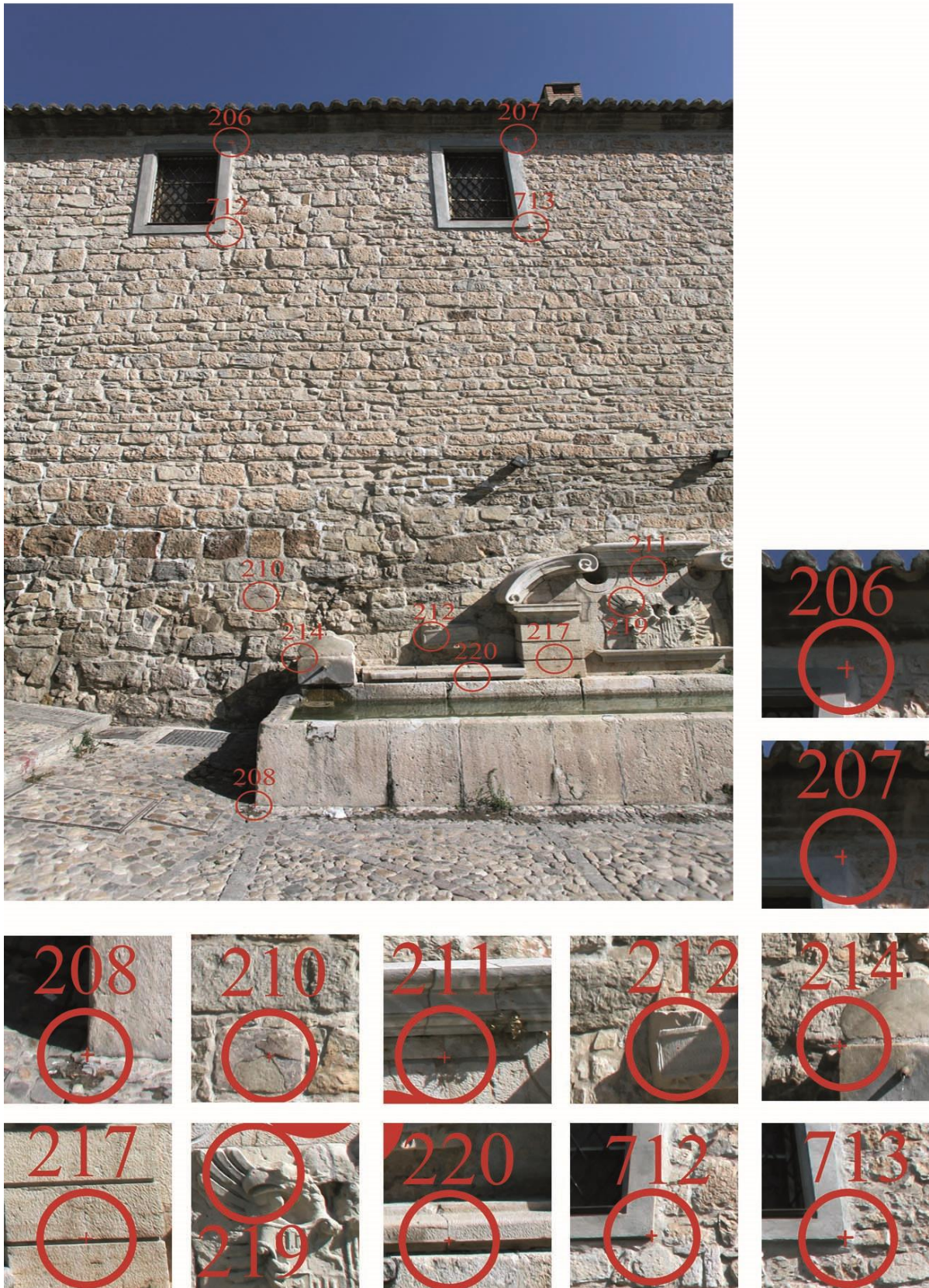


Figura 6-20. Reseñas de la fuente

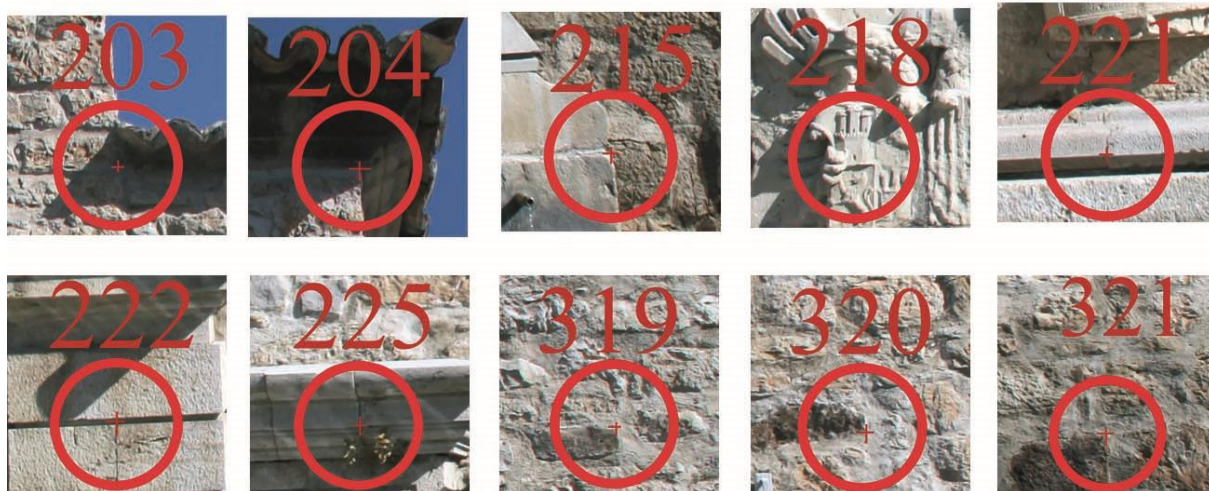


Figura 6-21. Reseñas de la fuente



Figura 6-22. Reseñas de la fuente

6.4 Reseñas de las bases

Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén

Nombre de la Base: E-1

Tipo de señal: Punta de acero en el suelo.

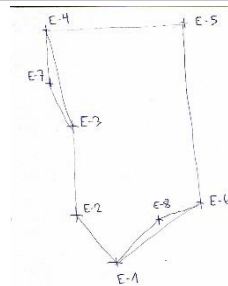
Situación: se encuentra enfrente de la fachada sur de la Puerta del Ángel, cerca de la cabina telefónica y a 1,48 m de una seña de tráfico en la junta de un bordillo.

Fecha de materialización: 20-6-2014

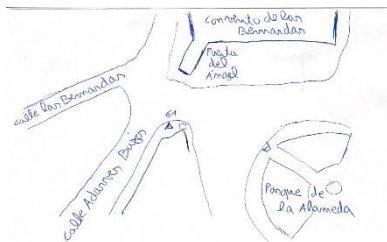
Sistema de referencia: local

Coordenadas: X=1000 Y=5000 Z=500

Croquis de situación en la red:



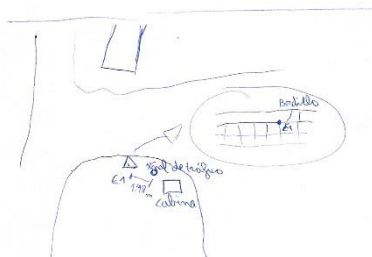
Croquis de acceso



Fotografías



Croquis de localización



Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén

Nombre de la Base: E-2

Tipo de señal: Punta de acero en el suelo.

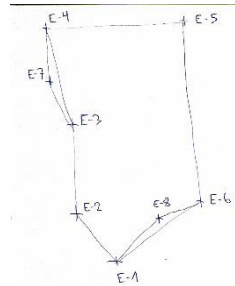
Situación: se encuentra junto a la tienda de alimentación Alameda, frente a la fachada Oeste de la Puerta del Ángel y a medio metro de la farola en una junta del suelo.

Fecha de materialización: 20-6-2014

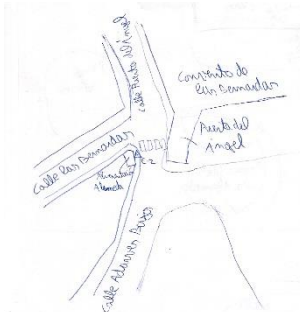
Sistema de referencia: local

Coordenadas: X=989.735 Y=5018.051 Z=501.193

Croquis de situación en la red:



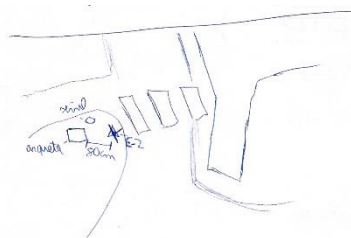
Croquis de acceso

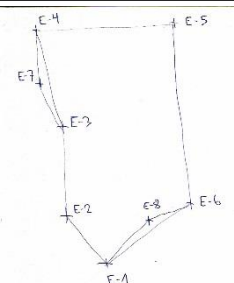
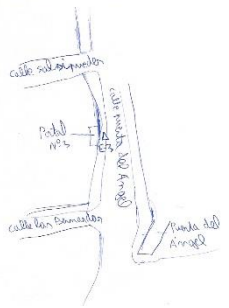


Fotografías



Croquis de localización



Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén		
Nombre de la Base: E-3		
Tipo de señal: Punta de acero en el suelo.		
Situación: se encuentra en la calle Puerta del Ángel junto al portal nº 3 en una junta del suelo.		
Fecha de materialización: 20-6-2014		
Sistema de referencia: local		
Coordenadas:	X=988.812	Y=5039.771 Z=501.516
Croquis de situación en la red:		
		
Croquis de acceso		Fotografías
		
Croquis de localización		

Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén

Nombre de la Base: E-4

Tipo de señal: Punta de acero en el suelo.

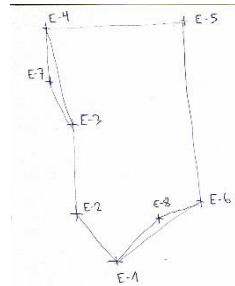
Situación: se encuentra en la intersección de las calles Tablerón, Portillo de San Jerónimo y Puerta del Ángel, en una junta del acerado a medio metro de una señal.

Fecha de materialización: 20-6-2014

Sistema de referencia: local

Coordenadas: X=967.822 Y=5107.371 Z=503.075

Croquis de situación en la red:



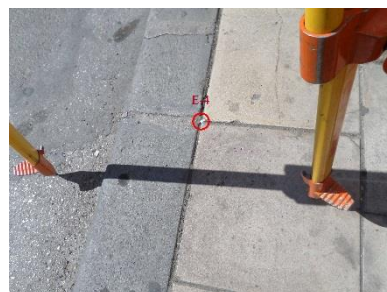
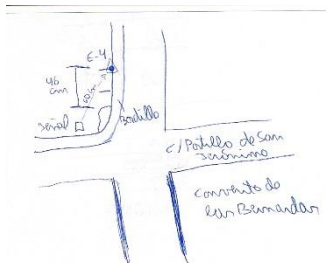
Croquis de acceso

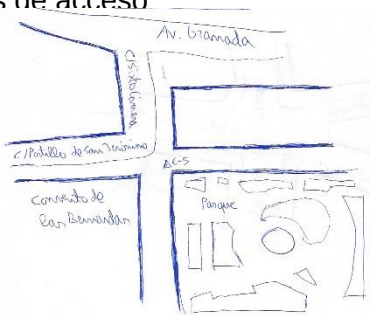
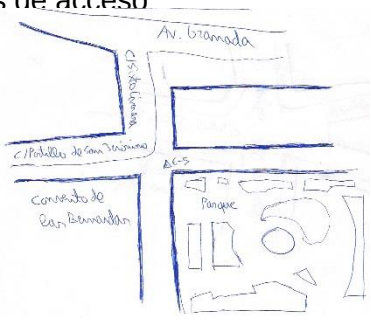
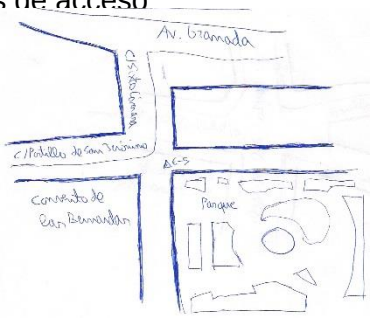
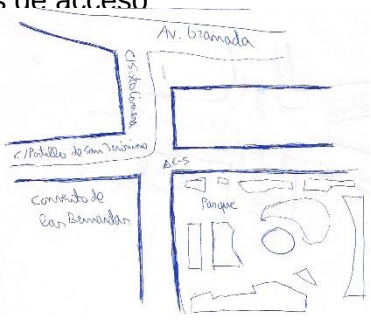


Fotografías



Croquis de localización



Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén		
Nombre de la Base: E-5		
Tipo de señal: Punta de acero en el suelo.		
Situación: Se encuentra en la intersección de las calles Portillo de San Jerónimo y Sixto cámara, a escasos cm de una arqueta situada junto a un transformador.		
Fecha de materialización: 20-6-2014		
Sistema de referencia: local		
Coordenadas:	X=1036.168	Y=5117.951 Z=498.383
Croquis de situación en la red:		
		
Croquis de acceso		Fotografías
		
Croquis de localización		Fotografías
		
		

Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén

Nombre de la Base: E-6

Tipo de señal: Punto de arqueta

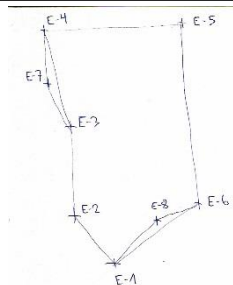
Situación: se encuentra a un lado de la fuente haciendo esquina con el convento de las Bernardas. Es un punto situado en una doble arqueta.

Fecha de materialización: 20-6-2014

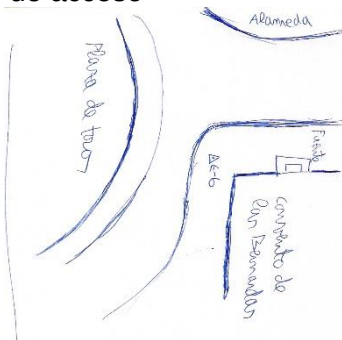
Sistema de referencia: local

Coordenadas: X=1050.922 Y=5027.037 Z=497.187

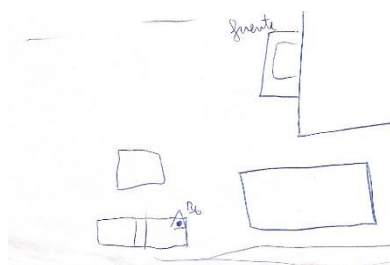
Croquis de situación en la red:



Croquis de acceso



Croquis de localización



Fotografías



Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén		
Nombre de la Base: E-7		
Tipo de señal: Punta de acero en el suelo.		
Situación: se encuentra junto al portal número 13 de la calle Puerta del Ángel en una junta del suelo y a 1.96 m del tercer pilote contando desde la puerta.		
Fecha de materialización: 20-6-2014		
Sistema de referencia: local		
Coordenadas:	X=979.157	Y=5072.690
Z=502.255		
Croquis de situación en la red:		
Croquis de acceso		Fotografías
Croquis de localización		

Proyecto: Estudio fotogramétrico de la Puerta del Ángel en Jaén

Nombre de la Base: E-8

Tipo de señal: Punta de acero en el suelo.

Situación: se encuentra enfrente de la fuente que hay en la fachada sur del Convento de las Bernardas en una junta que hay en el empedrado.

Fecha de materialización: 20-6-2014

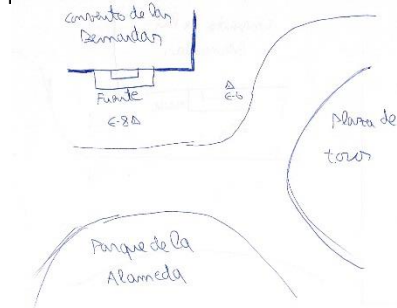
Sistema de referencia: local

Coordenadas: X=1036.597 Y=5018.810 Z=497.610

Croquis de situación en la red:



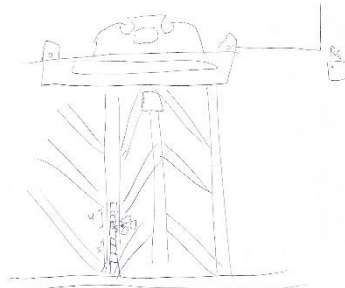
Croquis de acceso



Fotografías



Croquis de localización



7 PLANOS