



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Investigación en el aula acerca de la enseñanza de los ángulos en 4º de Educación Primaria

Alumno/a: Fernando Cobo Aparicio

Tutor/a: Ángel Contreras de la Fuente
Dpto.: Didáctica de las ciencias

Julio, 2017

Índice

1	Introducción.	
1.1	Geometría.....	4
1.2	Aprendizaje y enseñanza de la Geometría.....	5
1.3	Justificación de la elección del tema.....	7
1.4	Objetivos del TFG.....	8
2	Marco teórico.	
2.1	Enfoque ontosemiótico	9
2.2	Análisis de la actividad matemática.....	10
2.3	Significados y tipos.....	12
2.4	Criterios de idoneidad.....	13
3	Metodología.	
3.1	Población y muestra.....	14
3.2	Análisis semióticos.....	14
4	Significado de referencia sobre la enseñanza y aprendizaje de los ángulos	
4.1	análisis semiótico del libro de 4º de Educación Primaria.....	15
4.2	Comparación del libro de 4º de Educación Primaria con los libro de formación de profesores.....	16
5	Significado pretendido.....	20
6	Significado implementado....	24
7	Significados personales.	
7.1	Análisis a priori del cuestionario.....	25
7.2	Análisis cualitativo de las respuestas del alumnado al cuestionario.....	27
7.3	Análisis cuantitativo de las contestaciones de los alumnos (Anexo I).....	31
8	Criterios de idoneidad.	
8.1	Idoneidad epistémica.....	32
8.2	Idoneidad cognitiva.....	33
8.3	Idoneidad mediacional.....	34
8.4	Idoneidad interaccional.....	36
9	Propuesta de mejora.....	37
10	Conclusiones y competencias del TFG.....	38
11	Bibliografía.....	39
12	Anexos.....	41

Investigación en el aula a cerca de la enseñanza de los ángulos en 4º de Educación Primaria.

Fernando Cobo Aparicio
Grado en Educación Primaria
Universidad de Jaén

Resumen

En este trabajo hemos analizado los procesos de enseñanza-aprendizaje en alumnos de 4º de Educación Primaria, en cuanto al concepto de ángulo para ello hemos estudiado los significados puestos en juego (pretendido, implementado y personal) a los que se les han aplicado los diversos criterios de idoneidad para obtener la idoneidad didáctica, por ultimo realizar una propuesta de mejora, teniendo en cuenta los conceptos didácticos anteriores

Palabras clave: Geometría, Didáctica de la Geometría, Ángulos, Enfoque Ontosemiótico, Idoneidad didáctica, tipos de significados

Abstract

On this academic paper I have analysed the different learning and teaching processes applied to students of 4º E.P, in terms of angle concept. To carry on this research, I have studied the meanings brought into play (expected, implemented and personal) to which I have applied diverse criteria of aptitude to obtain the didactic aptitude. Finally, I will show an improvement proposal taking into account the already mentioned didactic concepts.

Key Words: Geometry, Geometry didactics, angles, onto-semiotic approach, didactic aptitude, kinds of meanings.

1. Introducción

1.1 La Geometría

Previamente, Según la Real Academia Española la definición de Geometría sería el estudio de propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano y en el espacio

También contamos con la definición de Geometría según Contreras (2016), como la parte de la ciencia matemática que tiene por objetivo el estudio de las propiedades de las figuras geométricas o gráficas, la medida de extensión de esas figuras, sus formas y posiciones relativas y su representación.

La Geometría empezó siendo también un conjunto de reglas y conocimientos empíricos, obtenidos por vía experimental, y usados por los constructores y medidores de terrenos de los antiguos pueblos orientales.

Geometría, es la parte de la ciencia matemática que tiene por objeto el estudio de las propiedades de las figuras geométricas o gráficas, el de la medida de la extensión de esas figuras, el de sus formas y sus posiciones relativas y el de su representación.

Atendiendo a esta definición tan amplia cabe clasificar la Geometría desde diversos puntos de vista, Contreras (2016):

- Geometría pura: Estudia las propiedades de las figuras con razonamientos exclusivamente geométricos, auxiliándose de las razones y proporciones.
- Geometría métrica: Establece las nociones de igualdad y de suma y aprecia la magnitud de las figuras.
- Geometría proyectiva: Estudia aquellas propiedades de las figuras que se conservan al proyectar las figuras sobre una recta o sobre un plano.
- Trigonometría: Es una parte especializada de la Geometría métrica pues su objeto es la determinación completa de un triángulo esférico.
- Geometría analítica: Estudia las propiedades métricas y proyectivas con el auxilio del Álgebra y del Análisis.

- Geometría infinitesimal: Trata de determinar los elementos métricos o relaciones métricas haciendo intervenir el cálculo de los infinitamente pequeños.
- Geometría descriptiva: Enseña a representar los cuerpos.
- Geometría no euclídea o antieuclídea: Se desenvuelve por deducciones lógicas.

Centrándonos en el tema elegido, según Contreras (2016), Un ángulo se define:

Dadas dos semirrectas no opuestas a y b, de origen común O, llamaremos ángulo convexo ab o, simplemente, ángulo ab a la interferencia de los (o conjunto de puntos comunes a los) semiplanos siguientes: aquel cuyo borde es la recta a y que contiene b, y aquel cuyo borde es la recta b y que contiene a (la región de rayado doble de la figura).

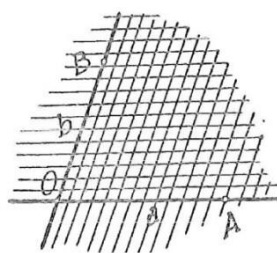


Figura 1: Ángulo

Las semirrectas a y b se llaman lados y su origen común vértice del ángulo, el cual se designa dando sus lados ab, o un punto en cada lado y el vértice en medio, así. $\angle AOB$.

1.2 Aprendizaje y enseñanza de la geometría

El RD1513/2006 define la competencia matemática de la forma siguiente:

“Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.”

Se llega a ser matemáticamente competente, entre otros aspectos, al desarrollo de la comprensión del contenido matemático, cuando se comprenden las nociones y

procedimientos matemáticos se pueden utilizar de manera flexible adaptándolos a situaciones nuevas y permitiendo establecer relaciones entre ellos y ser utilizados para aprender nuevo contenido matemático, así comprender está vinculado a saber cuál es el significado y cómo funcionan los procedimientos, como se relacionan unos con otros y por qué funcionan de la manera que lo hacen.

El desarrollo del infante comienza antes de adentrarse en la institución educativa, desde que nace empieza a interactuar con su entorno físico creando conexiones de significados a través de lo que percibe y lo que es capaz internalizar, generalizando en forma de conceptos y relaciones que ya pueden convertirse en asociaciones de símbolos, palabras o incluso símbolos matemáticos.

Con respecto a lo anteriormente dicho y como referencia Contreras (2016), nos encontramos a Piaget, este famoso Psicoanalista, propuso una teoría del desarrollo teniendo en cuenta los conceptos espaciales del niño. Previamente a explicarlos brevemente es importante hacer un inciso para explicar que él entiende como percepción, “el conocimiento de objetos resultante del contacto directo con ellos” y representación, que “comporta la evocación de objetos en ausencia de ellos”. Por lo tanto así quedarían definidas las cinco propiedades siguiendo el ejemplo de la representación del cuerpo humano:

- ☐ Cercanía (“proximidad”); por ejemplo, dibujar un hombre con los ojos juntos, aun cuando éstos puedan haber sido situados por debajo de la boca.
- ☐ Separación; por ejemplo, no traslapar la cabeza y el cuerpo.
- ☐ Ordenación; por ejemplo, dibujar la nariz entre los ojos y la boca.
- ☐ Cerramiento; como dibujar los ojos dentro de la boca.
- ☐ Continuidad; como hacer que los brazos formen un continuo con el tronco y no con la cabeza.

A la luz de la actual posición de la investigación sobre el desarrollo de los conceptos geométricos en los niños, se mantiene que es más probable que algunos conceptos topológicos se desarrollen muy al principio, mientras otros, como la equivalencia topológica, se desarrollan más tarde, tras haber sido comprendidas ciertas ideas euclídeas y proyectivas.

En lo referente a la Geometría, en la actualidad el modelo de razonamiento matemático de Van Hiele es el marco teórico predominante y cuya aplicación al desarrollo curricular está dando mejores resultados. Battista(2007) y Gutierrez(1992) La observación de las formas de razonar de los alumnos conduce a identificar diversos estilos con características diferenciadas y que muestran sucesivos momentos en el desarrollo de la capacidad de razonamiento matemático de los estudiantes. La teoría comprende cinco niveles sucesivos de desarrollo del razonamiento: Contreras (2016).

- Nivel 1 o Básico (reconocimiento o visualización). Las figuras se distinguen por sus formas individuales, como un todo, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes.
- Nivel 2 (Análisis). Comienza aquí a desarrollarse la conciencia de que las figuras constan de partes. Estas propiedades van siendo comprendidas a través de observaciones efectuadas durante trabajos prácticos como mediciones, dibujo, construcción de modelos, etc.
- Nivel 3 (deducción informal u orden). Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. Comienzan a establecerse las conexiones lógicas, merced a una mezcla de experimentación práctica y de razonamiento.
- Nivel 4 (deducción). Van Hiele llamó a este nivel la esencia de las matemáticas, porque los razonamientos a este nivel tienen que ver con la deducción per se. Una persona en este nivel razona lógicamente y reflexiona sobre el significado de deducción y lo que ello significa para organizar las pruebas lógicamente.
- Nivel 5 (rigor). Un sistema deductivo existe en el nivel 4, pero su esencia no es percibida hasta que es alcanzado el próximo nivel. El nivel 5 tiene que ver con el aspecto formal de la deducción. En este nivel una persona acepta la necesidad lógica de un argumento deductivo y aceptará una demostración contraria a la intuición si el argumento es válido.

De acuerdo con la teoría de los Van Hiele, un aprendiz no puede llegar a cierto nivel de pensamiento sin haber antes pasado por los niveles anteriores. Esta teoría provee una definición de lo que es entendimiento o aprendizaje en geometría, Contreras, (2016)

1.3 Justificación de la elección del tema

Las limitaciones en las Matemáticas que se observan en los alumnos son en parte debido a la enseñanza obtenida de los docentes, los cuales a su vez se basan de modo bastante exclusivo en los libros de texto. De modo que tienen errores comunes por ese aprendizaje.

A veces los conceptos geométricos se definen con poca cercanía a los alumnos que puede crear conflictos ontosemióticos, Incluso en el aspecto visual- geométrico, donde puede crear confusión, a veces las figuras se asocian con un libro que no corresponde a las mismas.

Poniendo un poco de vista en nuestro entorno nos daremos cuenta en la repercusión que tiene la asignatura de Geometría, basta con mirar un espacio habitual y comprobar que estamos rodeados de figuras geométricas, como por ejemplo la clase de un colegio, donde las esquinas de la pizarra forman ángulo, las esquinas de las mesas, el marco de la puerta entornada etc... En esto consiste la Geometría, que está sin que nos demos cuenta, pero no solo en los objetos sino en las mismas acciones, como puede ser una apertura de piernas de una bailarina.



Figura 2: Aula de colegio



Figura 3: Bailarina

Por todo ello, pretendemos enseñar a que los niños sepan apreciar toda esta belleza oculta en la realidad, conocer correctamente el concepto de ángulo y como se forman e incluso los distintos tipos de ángulos que pueden existir. Como las propiedades que lo componen.

He elegido el concepto de ángulo por ser polisémico y muy polémico en cuanto a las dificultades de aprendizaje en los niños, por tanto me ha parecido importante centrar mi trabajo en la didáctica de esta noción.

1.4 objetivos del trabajo

Este trabajo se basará en los siguientes objetivos para lograr la finalidad del mismo:

- Analizar el libro de texto de 4º Educación Primaria de Matemáticas, en cuanto a los ángulos.

-Comparación con los libros de “Matemáticas para maestros de Educación Primaria” (Carrillo, 2016) y “Matemáticas para maestros de Educación Primaria”(Segovia y Rico,2011).

- Investigar sobre los resultados de los cuestionarios tanto previo, como final realizando un análisis didáctico a través de las herramientas del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (Godino, J. D., Batanero, C y Font, V. 2009).

-Tras el estudio de los diseños curriculares y el análisis del cuestionario previo, debido a los resultados obtenidos, proponer, mediante un plan de mejora una enseñanza adecuada (Significado pretendido) para evitar conflictos ontesemióticos en un futuro.

-Analizar el significado de ángulo implementado en el aula

2. Marco teórico

2.1 Enfoque Ontosemiótico

El fin específico de la Didáctica de las Matemáticas, como campo de investigación, es el estudio de los factores que condicionan los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de programas de mejora de dichos procesos. Como propuso el programa de Steiner para la Teoría de la Educación Matemática, es necesario “el desarrollo de una aproximación comprensiva a la educación matemática, que debe ser vista en su totalidad como un sistema interactivo que comprende investigación, desarrollo y práctica” (Steiner et al., 1984) citado en Godino, Batanero y Font (2008)

El punto de partida del enfoque ontosemiótico (EOS) es la formulación de una ontología de objetos matemáticos que tiene en cuenta el triple aspecto de la matemática como actividad de resolución de problemas, socialmente compartida, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Tomando como noción primitiva la de situación-problemática, se definen los conceptos teóricos de práctica, objeto (personal e institucional) y significado, con el fin de hacer patente y operativo, por un lado, el triple carácter de la matemática a que hemos aludido, y por otro, la génesis personal e institucional del conocimiento matemático, así como su mutua interdependencia.

Una de las principales cuestiones a tratar son las nociones de “significado institucional y personal de un objeto matemático” (es importante que en ambos casos hablamos de

sistemas de prácticas en el que objeto es fundamental para su consecución). Estas ideas tratan de focalizar el interés de la investigación en los conocimientos matemáticos institucionalizados, aunque en ningún momento se deja de pensar en el sujeto al que va dirigido.

2.2 Emergencia de objetivos matemáticos

Tal como se ha dicho, en el enfoque ontosemiótico (EOS) se asumen los presupuestos de la epistemología pragmatista y los objetos se derivan de las prácticas matemáticas. En concreto se considera que los objetos matemáticos son emergentes de sistemas de prácticas. Dicha emergencia es un fenómeno complejo cuya explicación implica considerar, como mínimo, dos niveles de objetos que emergen de la actividad matemática. En el primer nivel tenemos aquellas entidades que se pueden observar en un texto matemático (problemas, definiciones, proposiciones, etc.). En un segundo nivel tenemos una tipología de objetos que emerge de las distintas maneras de ver, hablar, operar, etc. sobre los objetos del nivel anterior; nos referimos a objetos personales o institucionales, ostensivos o no ostensivos, unitarios o sistémicos, etc.

El primer nivel es, las Configuraciones de objetos intervinientes y emergentes de los sistemas de prácticas: Para la realización de una práctica matemática y para la interpretación de sus resultados como satisfactorios se necesita poner en funcionamiento determinados conocimientos. Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones simples que componen la práctica, y ella en tanto que acción compuesta, son satisfactorias. (Font y Godino, 2006)

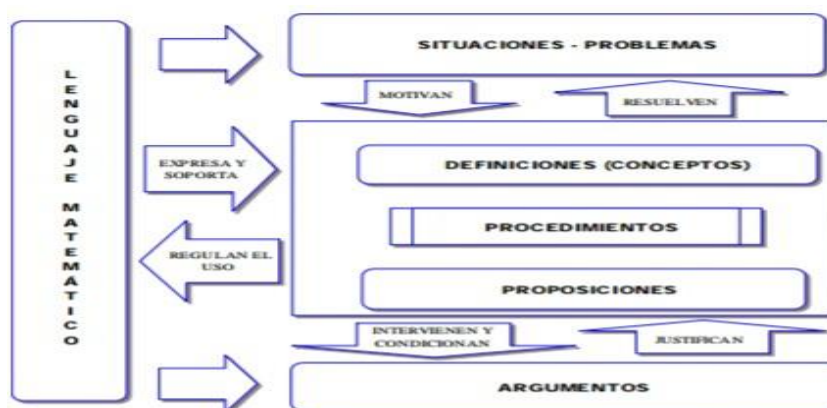


Figura 4: Configuración de objetos primarios, extraído de Godino, Batanero y Font (2008)

La tipología de objetos matemáticos primarios son, según Godino, Contreras y Font (2006):

- Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...)
- Situaciones – problemas (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, ...)
- Conceptos- definición (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...)
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos, ...)
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...).

Segundo nivel: Atributos contextuales La noción de juego de lenguaje (Wittgenstein, 1953), citado en Godino, Batanero y Font (2008), ocupa un lugar importante, al considerarla, junto con la noción de institución, como los elementos contextuales que relativizan los significados de los objetos matemáticos y atribuyen a éstos una naturaleza funcional. Los objetos matemáticos que intervienen en las prácticas matemáticas y los emergentes de las mismas, según el juego de lenguaje en que participan, pueden ser consideradas desde las siguientes facetas o dimensiones duales (Godino, 2002):

Personal – institucional: Si los sistemas de prácticas son compartidas en el seno de una institución, los objetos emergentes se consideran “objetos institucionales”, mientras que si estos sistemas son específicos de una persona se consideran como “objetos personales” (Godino y Batanero, 1994, p. 338). Como aclaración la cognición personal es el resultado del pensamiento individual del sujeto ante un problema, mientras la institucional implica un diálogo o convenio de un grupo dentro de una comunidad de prácticas.

□ Ostensivo-no ostensivo: Un objeto es considerado ostensivo cuando se puede mostrar a otro, mientras que no-ostensivo es que no son perceptibles por sí mismos, sino que mediante asociaciones, ya que son objetos instituciones o personales.

□ Expresión – contenido: Siendo el primero el significante o antecedente de relaciones semióticas, y el segundo contenido o consecuente de dicha función.

□ Extensivo-intensivo: Esta dualidad es utilizada en el uso de elementos genéricos, ya que establece pragmática entre lo particular y lo general. Esta cuestión es fundamental para la construcción del conocimiento matemático.

□ Unitario – sistémico: Unitarios (elementales) son los objetos matemáticos más simples que no se pueden descomponer y que han de ser conocidos previamente, mientras que sistémico son como indica la palabra sistemas o redes que han de ser descompuestas y analizadas para la consecución de su estudio.

2.3 Significados y tipos

La relatividad socio-epistémica y cognitiva de los significados, entendidos como sistemas de prácticas, y su utilización en el análisis didáctico lleva a introducir la tipología básica de significados que se resume en la figura 6 (Godino, 2003, p.141). Con relación a los significados institucionales proponemos tener en cuenta los siguientes tipos:

- Implementado: en un proceso de estudio específico es el sistema de prácticas efectivamente implementadas por el docente.
- Evaluado: el subsistema de prácticas que utiliza el docente para evaluar los aprendizajes.
- Pretendido: sistema de prácticas incluidas en la planificación del proceso de estudio.
- Implementado: sistema de prácticas que se usa como referencia para elaborar el significado pretendido.

Respecto a los significados personales proponemos los siguientes:

- Global: corresponde a la totalidad del sistema de prácticas personales que es capaz de manifestar potencialmente el sujeto relativas a un objeto matemático.
- Declarado: da cuenta de las prácticas efectivamente expresadas a propósito de las pruebas de evaluación propuestas, incluyendo tanto las correctas como las incorrectas desde el punto de vista institucional.
- Logrado: corresponde a las prácticas manifestadas que son conformes con la pauta institucional establecida.



Figura 5: tipos de significados institucionales y personales, extraídos de Godino (2003)

2.4 Criterios de idoneidad

Las nociones teóricas precedentes se complementan con la noción de idoneidad didáctica de un proceso de instrucción que se define como la articulación coherente y sistémica de las seis componentes siguientes (Godino, Contreras y Font, 2006; Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi, 2006; Ramos y Font, 2008):

- Epistémica: representatividad de los significados institucionales implementados respecto de un significado de referencia.

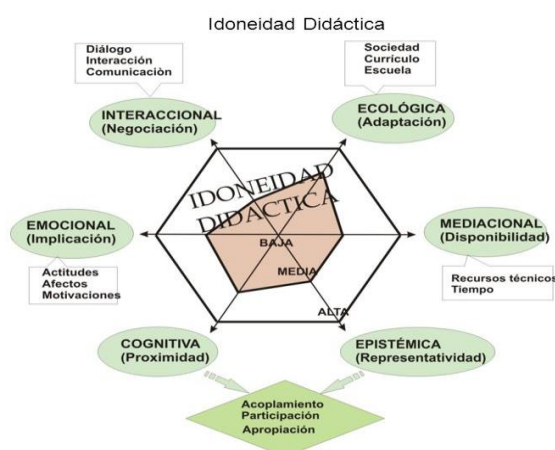
- Cognitiva: los significados pretendidos/implementados están en la zona de desarrollo potencial (Vigotski, 1934, citado en Godino, J.D., Batanero, C. y Font, V., 2009), de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos o implementados.

- Interaccional: un proceso de E-A tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales, y por otra parte permita resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

- Mediacional: grado de disponibilidad y adecuación de recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de E-A.

- Emocional: implicación del alumnado en el proceso de estudio.

- Ecológica: grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla.



48

Figura 6: Componentes de las idoneidades didácticas, extraído de Godino (2013)

Las herramientas descritas se pueden aplicar al análisis de un proceso de estudio puntual implementado en una sesión de clase, a la planificación o el desarrollo de una unidad didáctica, o a un nivel más global, como puede ser el desarrollo de un curso o una propuesta curricular. También pueden ser útiles para analizar aspectos parciales de un proceso de estudio, como un material didáctico, un manual escolar, respuestas de estudiantes a tareas específicas, o “incidentes didácticos” puntuales.

3. Metodología

3.1 Población y muestra

La población son los alumnos y alumnas de 4º de Educación Primaria de Andalucía.

La muestra es intencional ya que he tenido que recurrir al grupo de clase donde estaba realizando el prácticum, contando con 22 alumnos y alumnas.

3.2 Análisis de datos

Para realizar los análisis semióticos de datos hemos utilizado las entidades primarias (Godino, 2008).

Es decir, tanto en el cuestionario previo, como en el de evaluación he utilizado las entidades primarias de la actividad matemática.

Las diversas idoneidades didácticas y criterios de idoneidad que utilizaremos en el trabajo:

- Idoneidad epistémica: representación de los significados implementado o pretendido respecto al significado de referencia
- Idoneidad cognitiva: grado de proximidad hacia el significado personal a través de los demás significados
- Idoneidad mediacional: contando con una serie de recursos facilitados por otros profesores y por el mismo centro.
- Idoneidad afectiva: contaremos con un grado de motivación e interés en el alumnado para la exposición del tema.
- Idoneidad interaccional: en la que los alumnos y alumnas se comunican con el profesorado en cuestiones de explicar el tema y las dudas que surjan.

-Idoneidad ecológica: el grado en el que se aproxima la sociedad, la escuela y el curriculum al tema que se presenta

4. Significado de referencia

Compararemos el libro de texto de 4º de Educación Primaria de Vicens Vives (Fraile.J,2015) en comparación con los libros “Matemáticas para maestros de Educación Primaria” (José Carrillo,2016) y “Matemáticas para maestros de Educación Primaria”(Segovia y Rico,2011). Dirigidos a la formación de profesores.

4.1 Análisis semiótico del libro de 4º de Educación Primaria

Para el análisis semiótico de tema utilizaremos las situaciones problema y en cada una de ellas se estudiará el lenguaje, los conceptos, las propiedades, los procedimientos y la argumentación.

*Por razones de espacio nos centraremos en analizar la situación-problema 3

-Situación-problema 3: De la definición de las regiones pasa a que un ángulo tiene dos lados y un vértice.



Figura 7: formación de un ángulo

Lenguaje: natural escrito y visual-geométrico

Conceptos: rectas secantes, plano, regiones, ángulo, lados y vértice

Procedimiento: Debido a estos dos tipos de conceptos diferentes de ángulo, crea un conflicto semiótico entre los alumnos ya que no queda claro como se forma el mismo.

En la noción de ángulo intervienen tres variables muy importantes que, en la enseñanza del ángulo, hay que destacar:

*La longitud de los lados de los ángulos no influyen en su tamaño, son indiferentes. Hay que dar a entender que el ángulo depende de la abertura o amplitud, no de la longitud de sus lados.

*El arco se puede colocar para indicar la abertura. Este arco puede ser mayor o menor, pero no cambia el ángulo, por lo tanto lo importante es la amplitud, no los arcos

*La posición del ángulo no cambia su abertura o amplitud, es decir, se ha de poner ejemplos con ángulos iguales en distintas posiciones, para que no vean que no varía según la posición, sino según la abertura.

Propiedades: Las *rectas secantes* son aquellas que se cortan en un punto o que si se prolongan llegan a cortarse. Un *ángulo* son dos rectas que dividen el plano en cuatro regiones y cada una de ellas forma un ángulo, Un lado es cualquiera de las dos líneas rectas que lo forman. Un vértice es el punto que marca la unión entre los segmentos que originan un ángulo. Un *plano* es una superficie con dichas características, Las *regiones* son denominadas como las particiones, las fracciones.

Argumentación: Hay que tener en cuenta que se pasa de una definición de ángulo como región del plano, sin utilizar la argumentación, a una definición de semirrectas que tienen el origen común. Esto supone una variación importante para el alumno, el cual no entiende por qué se cambia de definición. Sobre todo porque no se ha introducido el ángulo de muy diferentes formas. Es decir, el ángulo es un objeto matemático con una gran complejidad semiótica.

4.2 Comparación del libro de 4º de Educación Primaria con los libro de formación de profesores.

-Definición de ángulo:



Figura 8: Definición de ángulo

El autor del libro de primaria, al colorear solamente una parte del ángulo puede confundir al alumno, ya que éste puede considerar que el ángulo es solo lo coloreado y no lo demás, es decir se conduce a los alumnos al conflicto semiótico de que “el ángulo es la parte del arcoíris coloreada”.

Además, en la figura hay dos ángulos agudos y otros dos obtusos, pero además hay 4 ángulos llanos. También hay ángulos cóncavos. Todo esto conduce al alumno a una verdadera confusión sobre lo que es el ángulo. Es decir, hay un fenómeno didáctico de exceso de ostensividad, ya que no se efectúan argumentaciones que pusieran en evidencia todos estos tipos de ángulos y sus diferencias.

Como se puede ver en Carrillo (2016), la definición es polisémica y habría que aprovechar sus distintas concepciones para tratar de conducir al alumno a la definición que propone el texto (que es la de ángulo como región angular).

*La definición es polisémica y hay que aprovechar sus distintas concepciones para conducirla a este que presenta el libro.

-Un ángulo tiene dos lados y un vértice:

*Hay que tener en cuenta que se pasa de una definición de ángulo como región del plano, sin utilizar la argumentación, a una definición de semirrectas que tienen el origen común. Esto supone una variación importante para el alumno, el cual no entiende por qué se cambia de definición. Sobre todo porque no se ha introducido el ángulo de muy diferentes formas. Es decir, el ángulo es un objeto matemático con una gran complejidad semiótica.



Figura 9: Formación de ángulo

Hay que tener en cuenta que se pasa de una definición de ángulo como región del plano, sin utilizar la argumentación, a una definición de semirrectas que tienen el origen común. Esto supone una variación importante para el alumno, el cual no entiende por qué se cambia de definición. Ocurre, sobre todo, porque no se ha introducido el ángulo de muy diferentes formas y él no sabe que existen todas esas formas. Es decir, el ángulo es un objeto matemático con una gran complejidad semiótica y en el libro se intenta que parezca un objeto matemático “muy claro”, lo cual no es cierto.

Algunas reflexiones didácticas importantes sobre la noción de ángulo intervienen tres variables muy importantes que, en la enseñanza del concepto, hay que destacar:

- La *longitud de los lados de los ángulos*. El alumno ha de saber que es imposible representar totalmente la longitud de los lados de un ángulo en un dibujo, ya que en el dibujo la longitud es finita aunque en el concepto es infinita. Por tanto, la longitud de los lados del dibujo no influye en el tamaño del ángulo, siendo indiferente dicha longitud. Es decir, hay que dar a entender que el ángulo depende de la abertura o amplitud, no de la longitud de sus lados en el dibujo.

- El *arquito* que se puede colocar para indicar la abertura. Este arquito, si se coloca en un lugar cercano al vértice, es menor que si se coloca en un lugar más separado del vértice. Pero, si estamos dentro de un mismo ángulo da igual donde coloquemos el arquito porque el ángulo no cambia. Es decir, lo importante es la amplitud, no los arquitos que colocamos dentro del ángulo de forma artificial.

- La *posición de un mismo ángulo* en el plano puede ser muy variada pero no cambia su abertura o amplitud. Es decir, el profesor debe poner ejemplos con ángulos iguales en

distintas posiciones, para que los alumnos vean que no varía según la posición, sino según la abertura.

-Tipo de ángulos

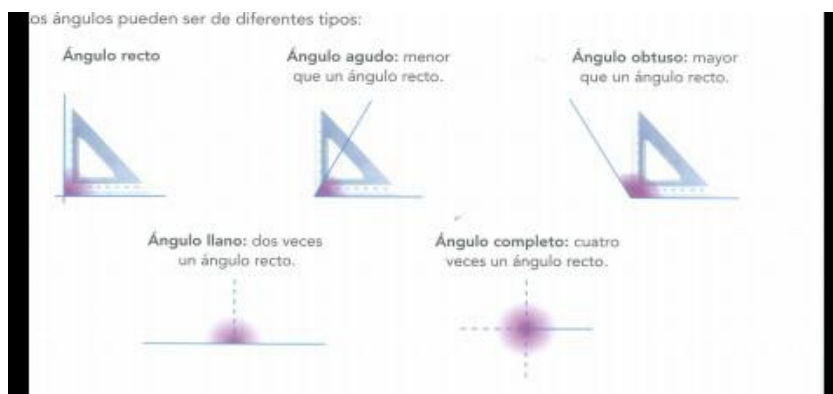


Figura 10: Tipos de ángulos

*El libro confía en la ostensividad creyendo que el alumno lo entiende ya que solamente visualizando la amplitud del ángulo puede crear un conflicto semiótico ya que no miden los ángulos, se basan en la figura geométrica.

Finalmente haremos una valoración de la idoneidad epistémica utilizando los criterios de idoneidad (Godino,2013) La cual cuenta con una serie de criterios que serán analizados con el libro de primaria.

La propuesta didáctica elegida para realizar este análisis será sobre el libro de 4 de primaria Vicens Vives, J.Fraile(2015), basándonos en los libros Matemáticas para maestros de educación primaria(Segovia y Rico,2011),y Matemáticas para maestros de educación primaria(José Carillo, Luis C.Contreras, Nuria Climent, Miguel A.Montes, Dinazar I. Escudero y Eric Flores, 2016), Trabajando el tema de los ángulos.

Para el análisis semiótico de tema utilizaremos las situaciones problema y en cada una de ellas se estudiará el lenguaje, los conceptos, las propiedades, los procedimientos y la argumentación.

5. Significado pretendido

Para comenzar el tema de los ángulos se hará una pequeña prueba en la que haremos un análisis semiótico a través de situaciones-problema para identificar los errores y conflictos que han sido producidos por los alumnos, Por razones de espacio solo se analizarán las situaciones problema 1 y 2

Situación-problema 1: ¿Cómo se forman los ángulos?: Se pretende estudiar el conocimiento previo que tiene el alumno sobre el concepto de ángulo y cómo se forma.

*Lenguaje: natural escrito

*Conceptos: líneas, esquinas, lados, triángulo, semirrectas etc.

*Procedimientos: darán respuesta a través de su conocimiento a la formación del ángulo, utilizando elementos geométricos hasta llegar a la formación del ángulo

*Propiedades: Un ángulo se forma mediante dos lados y un vértice, la concepción del ángulo es polémica ya que se puede concebir de diversas maneras. La longitud de los lados no influye en su tamaño, es indiferente, por lo que hay que tener en cuenta la apertura, no la longitud de sus lados. Los arcos, según si son más grande o más pequeños no varía su tamaño sino que varía mediante la apertura del ángulo. Si la posición de dos ángulos iguales varía, siguen siendo iguales, no depende de la posición.

*Argumentación: basados en las definiciones de los libros de texto y mediante la ostensión

Resultados obtenidos:

*Lenguaje: escrito natural y geométrico

* Definiciones:

-Los ángulos se forman a través de esquinas. Interpretan que las esquinas son los ángulos.

-Los ángulos son formados mediante dos semirrectas que esquinas, a través de la imaginación unen las dos semirrectas en un mismo punto formando una esquina que es el ángulo.

-Coge dos líneas y las unes en el mismo punto, formando un ángulo.

-Pones dos lápices y los juntas por la punta y forman un ángulo, mediante elementos cotidianos han sabido interpretar como se forma un ángulo.

-Son triángulos sin la parte de abajo, a través de una figura geométrica, quitan lado ha formado un ángulo.

Situación-problema 2: ¿Qué tipos de ángulos conoces?: Se pretende que a través del conocimiento geométrico previo de los alumnos, sepan diferenciar los distintos tipos de ángulos.

*Lenguaje: Natural escrito

*Conceptos: ángulos, agudo, recto, obtuso

*Propiedades: según su apertura son de diversos tipos, Recto mide 90° . Agudo es menos que el ángulo recto, obtuso: es mayor que el ángulo recto.

*Argumentación: a través libro de texto y ostensión

Resultados obtenidos:

*Lenguaje: natural escrito y geométrico

*Definiciones:

-Recto, hexagonal, indirecto -Recto y semirecto -Llano, obtuso, entero -Recto, indirecto, hexagonal -Triángulo, pirámide, cono -Ángulos curvos

Respuestas correctas:

Los alumnos sobre todo han sabido diferenciar el ángulo recto, pero algunos también otros tipos como son el llano, obtuso, a través de dibujo geométrico han sido capaces de diferenciar los tipos de ángulos más fácil que mediante la teoría.

Los resultados obtenidos son los siguientes:

El 73% de los alumnos han respondido que un ángulo se forma juntando dos lados en un mismo punto.

El 27% de los alumnos han respondido que se forman a partir de las esquinas.

El 52% de los alumnos han sabido responder a que dentro de los tipos de ángulos está el Recto, mientras que el resto no ha sabido ningún tipo de ángulo.

El 14% de los alumnos ha sabido responder otro tipo de ángulo que no fuera el Recto.

El 100% saben interpretar los ángulos en los objetos cotidianos tanto si estaban en las imágenes adjuntas o no.

Debido a que este tema se dio el año pasado y poco, no entendían mucho sobre los ángulos, pero con la ayuda de los profesores lograron entender un poco sobre dicho tema.

Este tema se impartirá a través de una metodología más práctica que teórica, no basta solo con explicarlo, sino que se enterarán más haciendo deberes y fichas e incluso algún trabajo que se le mande con sus respectiva evaluación tanto inicial como final para conocer los contenidos que han adquirido tras la explicación de este tema.

Habrà que poner varios ejemplos con objetos cotidianos para que sepan que es un ángulo y como se forma, según la apertura de los ángulos...

En cuanto a la temporalización contamos con 4 días, las clases duran unos 45 minutos, la semana del 17 al 20 de abril.

En cuanto a las definiciones, según nuestro libro el ángulo cuenta con una sola definición: dos rectas secantes dividen el plano en cuatro regiones, llamadas ángulos.

Mientras que en el libro de Carrillo, cuenta con varias definiciones como:

-La parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen.

-La abertura entre dos líneas rectas que se intersecan.

-La unión de dos semirrectas que tienen el mismo punto extremo

En este caso, veo más adecuado debido a que el 73% de los alumnos han respondido que un ángulo se forma juntando dos lados en un mismo punto, utilizar la definición de ángulo como la región abarcada por dos semirrectas con el origen común. Ya que si cada uno se aprende una será más liso y poco claro para ellos.

Recursos:

Contaremos con la pizarra digital donde proyectaremos el libro de texto, por lo que será de mayor interés para los alumnos y se le puede quedar mejor la explicación, también tendremos reglas, transportadores de ángulos gigantes donde puedan ver con claridad la formación de los ángulos

También contaremos con una serie de instrumentos prestados por un profesor:

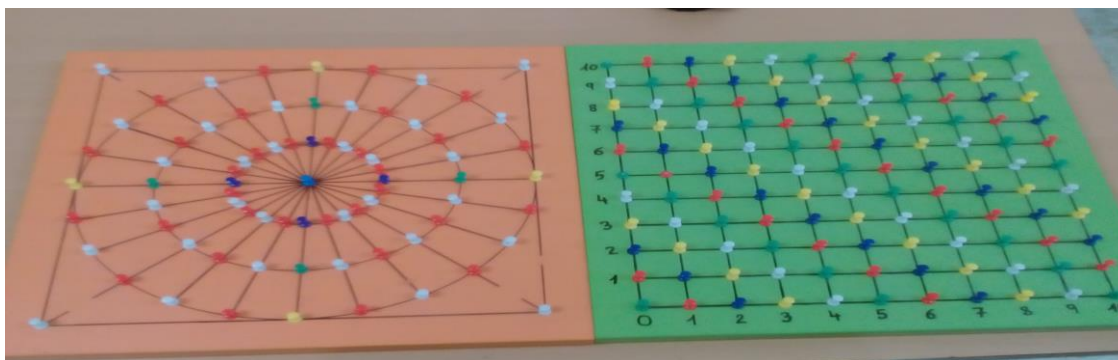


Figura 11: Instrumento de ángulos

Este material sirve para explicar el concepto de ángulo, mediante semirrectas, siempre explicando de sus lados son infinitos, no se cortan en los puntos de las tablas, también se pueden ver los tipos de ángulos, todo ello mediante gomas que formen lo que nos interese explicar.

A partir de la explicación:

Que será mediante los recursos mencionados, siempre con un lenguaje sencillo, sustituyendo palabras técnicas por palabras que puedan entender con mayor facilidad y ejemplificando para que puedan plasmar sus conocimientos en la realidad.

Tras estas explicaciones veré los resultados mediante una serie de ejercicios del libro e incluso juegos informáticos que me permitieran ver como avanzan en el tema y si les queda claro de principio a fin todas las fases del ángulo.

6. Significado Implementado

Empezando el temario comencé por explicar las rectas, semirrectas y segmentos, diferenciándolos para la posterior formación de ángulos, tras esto continuamos con entender cómo se forman los mismos, los ángulos no se forman a través de rectas paralelas sino los secantes que se cortan dos rectas dividiendo el plano en regiones, me hicieron muchas preguntas de que si se cortaban de diversas formas también son rectas secantes, pensaban que solo había una forma de cortar dos rectas y que coincidieran en el mismo punto, les puse varios ejemplos de dos rectas y si se cortan por algún lado son secantes y podrían formar un ángulo.

Complementándolo con que se forman con lados y el vértice que es el punto de unión entre dos los lados y el espacio entre ellos se llama amplitud o abertura.

En cuanto a los tipos de ángulos partimos de la base de un ángulo recto para comprender los demás, poniendo como ejemplos, las esquinas de la pizarra, las esquinas de los poster...posteriormente el ángulo agudo, en el que uno de sus lados era menor que el recto, mientras que el obtuso, es mayor que el recto. A la vez, todos ellos formándolos con una regla para que vieran su formación.

Partiendo del ángulo recto podíamos unir dos y formar un ángulo llamo e incluso 4 ángulos rectos y formar el completo

En cuanto a la metodología, he pretendido hacer explicaciones muy cortas y precisas dejando tiempo para hacer las tareas que mandaba, por lo que solamente tuve problema para explicar las rectas secantes pero lo demás tuvieron capacidad de aprenderlo sin mayor dificultad.

Utilizando los significados del libro en cuanto a ángulos paso por paso, partiendo de rectas (sucesión de puntos alineados sin principio ni fin), semirrectas (dividida por un punto), segmento (recta comprendida entre dos puntos), secantes (rectas que si se prolongan llegan a cortarse) con esto llega a formarse un ángulo (dos rectas secantes dividen el plano en

cuatro regiones formando ángulos) comprendido entre dos lados, el vértice y la amplitud o abertura.

Los ejercicios que mandaba eran relacionados con identificar rectas, secantes y paralelas, avanzando en el temario, identificar ángulos y los tipos de ángulos y a final de tema hicimos un repaso de todo por si surgía alguna duda.

El único problema fue el uso de él transportador de ángulos donde no sabían bien medir los ángulos, ya que al tener dos líneas de números del 0 al 180 y del revés hacia el otro lado, no entendían cual línea tenían que coger, y les expliqué que siempre tienen que comenzar por el 0, sea el ángulo hacia la derecha o hacia la izquierda.

La temporalización fue de una semana aproximadamente sobrando el viernes para hacer actividades de repaso, teniendo el examen el miércoles de la semana siguiente.

En la práctica que han realizado previamente (verbal, escrita...), deben de solucionar los problemas que se les presentan, comunicando las soluciones obtenidas en este caso al docente.

Debido a los conflictos semióticos producidos en el cuestionario previo, y a la posterior resolución de los problemas tomando como noción a la situación-problema con la intención de conocer los errores de los alumnos y buscar recursos didácticos para que sean capaces de superarlos, como por ejemplo explicaciones más visuales donde el alumno diferencia más las características etc, utilizaremos una metodología dialógica, que es el diálogo entre personas, en este caso entre alumnos y profesores, de cara a la resolución de problemas didácticos del aula.

7. Significados personales

7.1 Análisis a priori del cuestionario

Previamente, a través de este cuestionario podemos comprobar lo aprendido por el alumnado mediante los conocimientos que ha obtenido.

La prueba final ha sido realizada a un total de 21 alumnos de 4º de Educación Primaria del Colegio Sixto Sigler de Mancha Real, en los que nos hemos basado para esta evaluación y para las próximas situaciones-problemas que desglosaremos a continuación.

*Solo se han realizado las dos primeras situaciones-problema por el inconveniente del espacio.

-Situación-problema 1: Identificar la paralela de la calle Londres, mediante un dibujo de calles.

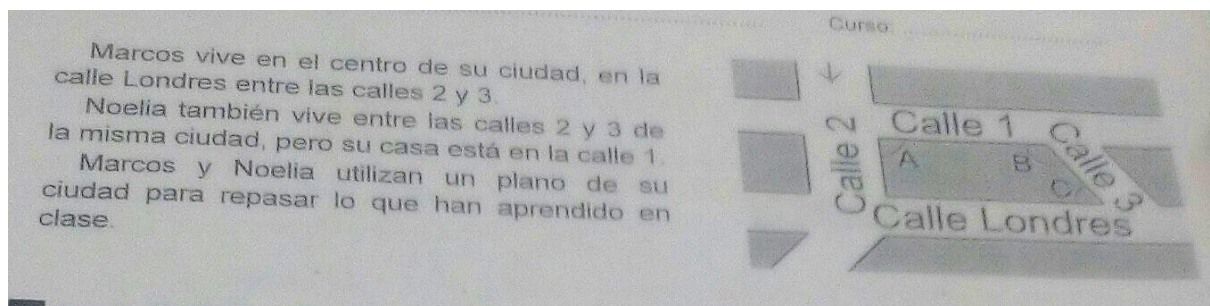


Figura 12: Situación- problema 1, Cuestionario final

Conceptos: Recta, semirrecta, paralelas

Lenguaje: Escrito y visual

Procedimientos: identificar en el dibujo cual calle es paralela a la calle Londres. Teniendo en cuenta las propiedades de las rectas perpendiculares.

Propiedades: La recta es una sucesión de puntos alineados que no tiene principio ni fin. Las semirrectas son las que en un punto P separan las rectas en dos. Las paralelas son rectas que nunca se cortan, por mucho que se prolonguen.

Argumentación: Por deducción y ostensión, averiguar la recta paralela que corresponde a la calle Londres.

-Situación-problema 2: averiguar perpendicular a la calle Londres, indicar rectas secantes, tipos de ángulos.(Figura anterior)

Lenguaje: escrito y visual geométrico

Conceptos: Rectas, perpendiculares, rectas secantes, ángulos, tipos de ángulos

Procedimientos: identificar que rectas es perpendicular a la calle Londres conociendo las propiedades de la misma, interpretar las rectas secantes e conocer los tipos de ángulos que son formados por las calles.

Propiedades: Las rectas son una sucesión de puntos alineados que no tienen principio ni fin. Las rectas perpendiculares son cuatro regiones que al cortarse son iguales. Las rectas secantes son aquellas que se cortan en un punto o que si se prolongan llegan a cortarse. Un ángulo son dos rectas que dividen el plano en cuatro regiones y cada una de ellas forma un ángulo, Los tipo de ángulos engloban: el ángulo recto, ángulo agudo(menor al recto), ángulo obtuso(mayor al recto) y posteriormente mediante la unión de ángulos rectos forman: ángulo llano(dos veces el ángulo recto) y ángulo completo(cuatro veces un ángulo recto).

Argumentación: a través de la deducción y la ostensión deben de identificar las rectas perpendiculares, secantes y los tipos de ángulos que indican en el dibujo

7.2 Análisis cualitativo de las respuestas del alumnado al cuestionario

Posteriormente procederíamos a analizar los resultados finales obtenidos por los niños, introduciremos alguna respuesta de cada pregunta que seleccionamos para este cuestionario. (No contamos con todas ya que algunas son similares.)

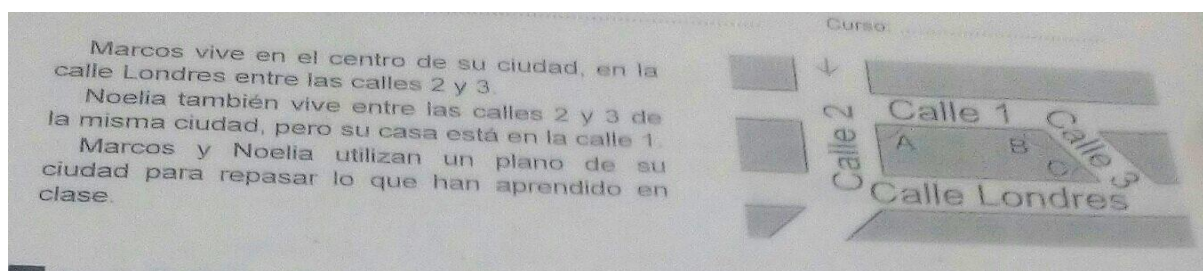


Figura 13: Enunciado 1, Cuestionario final

-Primera pregunta:

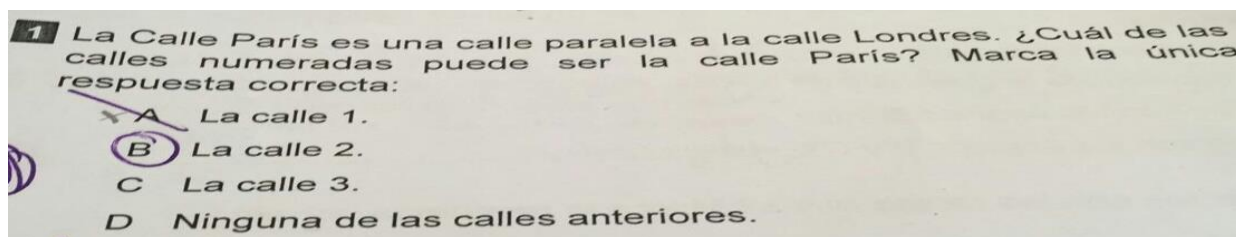


Figura 14: Pregunta2, Cuestionario final

Trata de que el alumnado identifique la calle paralela a la calle Londres, por lo que el/la alumno/a ha respondido en este caso la calle 2(Perpendicular) en cuanto a la calle Londres, siendo la correcta la calle 1, que es la paralela a la calle Londres.

-Segunda Pregunta:

2 Observa el plano y contesta:

a) ¿Qué calle es perpendicular a la calle Londres? ...Calle 2...

b) ¿Qué calle no es perpendicular ni paralela a la calle Londres? ...Calle 3...

c) Indica dos calles que sean secantes: ...Calle 1 y calle 3...

d) ¿Qué tipo de ángulo forman las calles 1 y 2? ...recto...

e) ¿Qué tipo de ángulo es B? ...obtuso... ¿Y el ángulo C? .../...

Figura 15: Pregunta 2, Cuestionario final

En el apartado:

a) Pide que se identifique la calle perpendicular a la calle Londres, el/la alumno/a responde que es la calle 3(Secante a la calle Londres), mientras que la correcta es la calle 2.

b) Pide una calle que no sea ni perpendicular ni paralela a la calle Londres, el/la alumno/a, en este caso, responde la 2(Siendo perpendicular),mientras que la correcta es la calle 3(Secante) a la calle Londres.

c) Hay que indicar dos calles que sean secantes, en este caso el alumno señala la calle 1(Correcta) y la calle 2(perpendicular), siendo la respuesta correcta la calle 3.

d) Tenían que indicar que tipo de ángulo formaban la calle 1 y 2, en este caso señala el alumno/a, un ángulo recto, siendo correcta la respuesta.

e) Pregunta qué tipo de ángulo es el b y c, en ángulo B, lo responde correctamente, obtuso, mientras que el c, no lo responde, la respuesta correcta sería agudo.

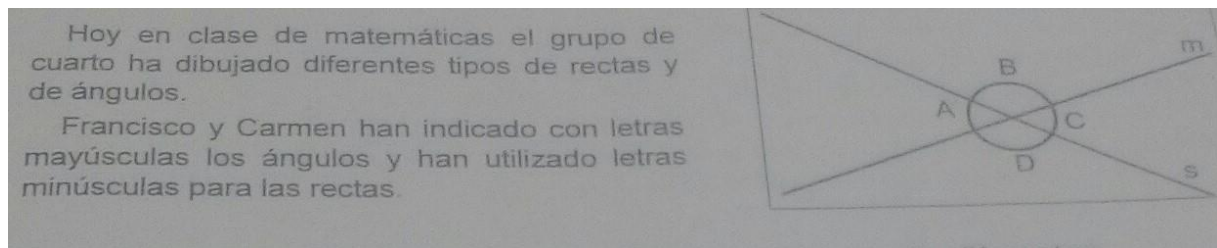


Figura 16: Enunciado 2, Cuestionario final

-Pregunta 4:

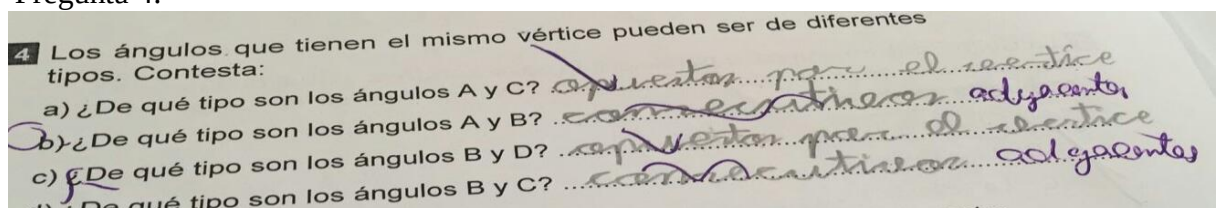


Figura 17: Pregunta 4, Cuestionario final

a) Ángulos A y C, la respuesta correcta era opuestos al vértice ya que sus lados están sobre dos rectas que se cortan y tienen la misma amplitud.

b) Ángulos A y B, el/la alumno/a contesta consecutivos (tienen en común un lado y un vértice), mientras que la respuesta correcta es adyacentes (tienen en común un lado y un vértice y suman 180°).

c) Ángulos B y C, la respuesta correcta era opuestos al vértice ya que sus lados están sobre dos rectas que se cortan y tienen la misma amplitud.

d) Ángulos B y C, el/la alumno/a vuelve a responder consecutivos y la respuesta correcta es adyacentes

-Pregunta

6:

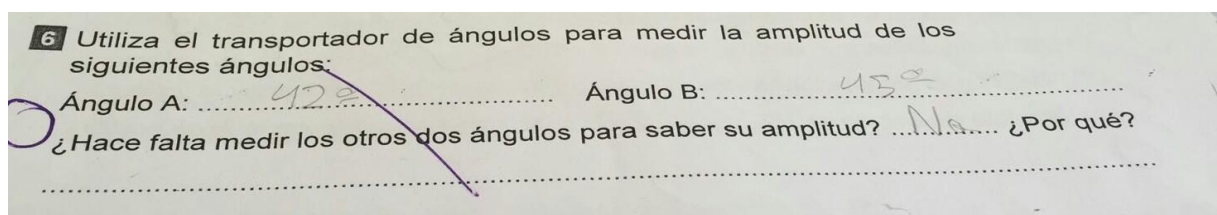


Figura 17: Pregunta 6, Cuestionario final

Utilizando el transportador de ángulos, deben de medir el ángulo a y b y responder a la pregunta de si hace falta medir los dos ángulos siguiente para saber si amplitud y porqué, el/la alumno/a responde que el ángulo A mide 42° y el B mide 45° , por consiguiente los dos son erróneos, el ángulo A mide unos 55° aproximadamente, y el ángulo B, mide sobre unos 130° . Posteriormente a la pregunta, no obtiene respuesta, solo pone No, si tener argumento, pues bien, la respuesta correcta sería, que no hace falta medir los demás, ya que son iguales a los ángulos medidos.

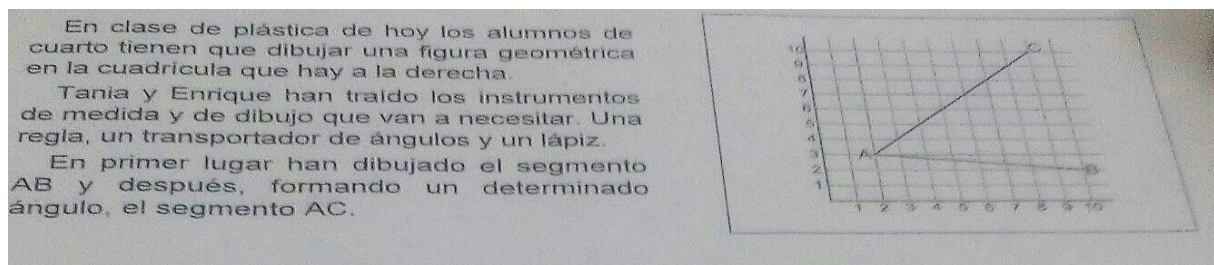


Figura 18: Enunciado 3, Cuestionario final

-Pregunta 9:

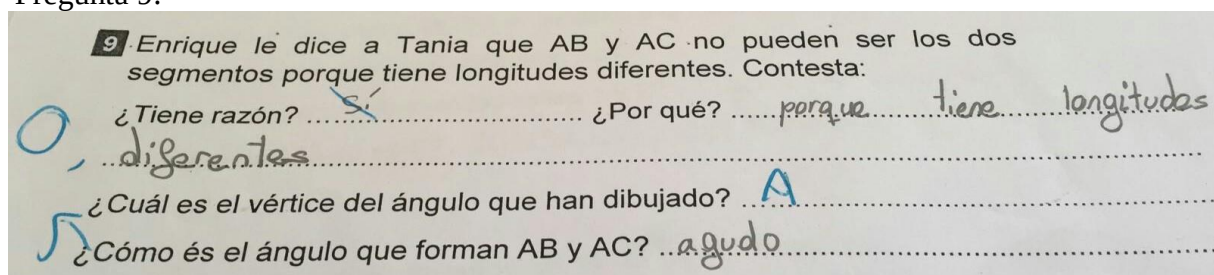


Figura 19: Pregunta 9, Cuestionario final

En esta pregunta había que señalar si Enrique tenía razón al indicar que AB Y AC no podían ser dos segmentos ya que sus longitudes eran diferentes, pon lo que el alumno/a responde que Si tiene razón ya que tiene longitudes distintas, la respuesta es errónea ya que los segmentos pueden tener distintas longitudes. El vértice del ángulo es el A y el tipo de ángulo que forman AB y AC es agudo como bien responde el/la alumno/a.

7.3 Análisis cuantitativo de las contestaciones de los alumnos (Anexo I)

Se ha realizado un cuestionario final donde comprobaremos lo que han sido capaces de aprender con el método que proponemos, esta prueba se ha realizado a un total de 22 alumnos del colegio Sixto Sigler de Mancha Real(Jaén), en ellos nos hemos basado para analizar los resultados tanto del cuestionario previo al tema como el que a continuación desglosaremos.

El examen cuenta con 10 preguntas con una puntuación sobre 10 repartiéndose esos puntos entre ellas (1 punto).

Evaluando pregunta por pregunta entre todos los alumnos:

En la primera pregunta el 82% han sabido identificar las rectas paralelas que indicaban, el 86% ha logrado responder correctamente a la pregunta de las rectas perpendiculares

En la segunda pregunta el 72% han señalado las calles perpendiculares, el 76% las rectas secantes y el 81% los tipos de ángulos.

En la cuarta pregunta el 82% han respondido al menos un apartado bien, confundiendo en alguna ocasión la relación entre pares de ángulos con los tipos de ángulos.

En la pregunta 6, solamente el 13% supo medir el ángulo A y B teniendo el error de de medir los ángulos empezando por los 180° en vez por del 0° por lo que obviamente salía grados incorrectos.

En el ejercicio 9, solamente el 18% supo que las longitudes de los segmentos pueden variar, mientras que el 100% respondieron adecuadamente los siguientes apartados de señalar el vértice e indicar los tipos de ángulos que se representaban en la figura geométrica.

Esta evaluación, ha sido útil para futuras tomas de decisiones respecto al grupo clase, así como de cara al futuro.

Como conclusión, considero que los ejercicios habrían sido resueltos por la mayoría del alumnado si se hubieran puesto más en práctica

8. Criterios de Idoneidad

8.1 Idoneidad epistémica

Según Godino, Contreras y Font, 2009; nos muestran que la Idoneidad epistémica, hace referencia al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

Debemos de apoyarnos en la siguiente tabla, NCTM (2000) citado por Godino, J.D. (2011):

COMPONENTES:	INDICADORES:
Situaciones-problemas	- Se presenta una muestra representativa y articulada de situaciones de contextualización, ejercitación y aplicación - Se proponen situaciones de generación de problemas (problematización)
Lenguajes	- Uso de diferentes modos de expresión matemática (verbal, gráfica, simbólica...), traducciones y conversiones entre los mismos. - Nivel del lenguaje adecuado a los niños a que se dirige - Se proponen situaciones de expresión matemática e interpretación
Reglas (Definiciones, proposiciones, procedimientos)	- Las definiciones y procedimientos son claros y correctos, y están adaptados al nivel educativo al que se dirigen - Se presentan los enunciados y procedimientos fundamentales del tema para el nivel educativo dado - Se proponen situaciones donde los alumnos tengan que generar o negociar definiciones proposiciones o procedimientos
Argumentos	- Las explicaciones, comprobaciones y demostraciones son adecuadas al nivel educativo a que se dirigen - Se promueven situaciones donde el alumno tenga que argumentar
Relaciones	- Los objetos matemáticos (problemas, definiciones, proposiciones, etc.) se relacionan y conectan entre sí. - Se identifican y articulan los diversos significados de los objetos que intervienen en las prácticas matemáticas.

Figura 20: Componentes e indicadores de idoneidad epistémica.

Al realizar el análisis semiótico del libro de texto y de los cuestionarios a través de los componentes e indicadores señalados anteriormente, sacaremos las siguientes conclusiones:

-Situaciones-problemas: El libro se centra en una sola definición mientras que la concepción de ángulo es polisémica, es decir, posee varios significados. También el significado es erróneo ya que crea el concepto a través de 4 regiones formando un ángulo, por lo que está creando un conflicto semiótico ya que se formarían 4 ángulos. En el libro señalan con un “arquito” apertura del ángulo, lo que importa es la amplitud, no los arquitos que colocamos dentro del ángulo de forma artificial ya que pueden confundirlos, en cuanto a los tipos de ángulos creen que de forma visual-geométrica deben de aprender cada uno de ellos, no diferenciando cada una de sus propiedades. En los cuestionarios no hay tantos ejercicios de

identificar tipos de ángulos, dibujarlos etc. Sino que hay más tipo test donde no se podría demostrar los conocimientos adquiridos por el alumnado.

-Lenguaje: tanto en el libro como en los cuestionarios contamos con los mismos lenguajes (escrito, visual y numérico).

-Reglas: En el libro de texto las definiciones no son muy claras, ya que cambian de una a otra sin argumentación, por lo que puede conducir al error, sin embargo, en los cuestionarios las definiciones y procedimientos son adecuados a su nivel, por lo que sí han aprendido de la explicación serán capaces de responderlas sin ningún tipo de problema.

-Argumentos: El nivel del libro en cuanto a argumentos, es pobre ya que no pueden argumentar de ninguna manera el contenido expuesto, como por ejemplo los tipos de ángulos, el libro cree que a través de las figuras sabrán identificarlas y argumentar cuales son cada uno, pero, ¿y si cambiar de posición o de apertura?, no sabría ya que no saben las características de cada uno. En cuanto al cuestionario tampoco tienen que argumentar ninguna respuesta, solamente responder sin argumentar la respuesta.

-Relaciones: No hay gran relación entre los contenidos tanto del libro como de los cuestionarios.

Como conclusión, la idoneidad epistémica del libro es media-baja ya que como hemos comprobado crea numerosos conflictos en el alumnado, en cuanto al cuestionario, el grado de idoneidad es medio-alto ya que puede resolverse de una forma sencilla, exceptuando alguna confusión en el mismo.

8.2 Idoneidad Cognitiva

Definimos la idoneidad cognitiva como el grado en que los contenidos implementados (o pretendidos) son adecuados para los alumnos, es decir, están en la zona de desarrollo potencial de los alumnos.

Para el análisis nos basamos en la siguiente tabla:

COMPONENTES:	INDICADORES:
Conocimientos previos (Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los alumnos tienen los conocimientos previos necesarios para el estudio del tema (bien se han estudiado anteriormente o el profesor planifica su estudio) - Los contenidos pretendidos se pueden alcanzar (tienen una dificultad manejable) en sus diversas componentes
Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales	- Se incluyen actividades de ampliación y de refuerzo - Se promueve el acceso y el logro de todos los estudiantes
Aprendizaje: Se tienen en cuenta los mismos elementos que para la idoneidad epistémica)	- Los diversos modos de evaluación indican que los alumnos logran la apropiación de los conocimientos, comprensiones y competencias pretendidas: - Comprensión conceptual y proposicional; competencia comunicativa y argumentativa; fluencia procedimental; comprensión situacional; competencia metacognitiva - La evaluación tiene en cuenta distintos niveles de comprensión y competencia - Los resultados de las evaluaciones se difunden y usan para tomar decisiones

Figura 21: Componentes e indicadores de idoneidad cognitiva

-Conocimientos previos: En este caso y a través del cuestionario previo realizado a los alumnos antes de impartir el tema, no ha sido adecuado ya que la mayoría no han logrado superar las preguntas sin ayuda del profesor, por lo que el conocimiento previo de los ángulos es escaso.

-Adaptaciones curriculares a las diferencias individuales: Tras la explicación del tema, el cuestionario final está realizado para que el alumnado pueda superarlo con facilidad, después de explicar el tema de una forma más sencilla debido a su escaso conocimiento y mediante actividades del tipo del examen que facilitan la superación del mismo.

-Aprendizaje: Tras la prueba final, he podido comprobar que un alto porcentaje de alumnado ha conseguido superar los objetivos propuestos, por lo que han comprendido el tema de ángulos

Por lo tanto, la evolución del alumnado a través de las diversas explicaciones y ejercicios ha sido satisfactoria partiendo de que los conocimientos previos eran escasos y han logrado superar los objetivos la mayoría de ellos. Por lo que la idoneidad cognitiva es alta.

8.3 Idoneidad mediacional:

Se entiende la idoneidad mediacional como el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Partimos de esta tabla para realizar el siguiente análisis:

COMPONENTES:	INDICADORES:
Recursos materiales (Manipulativos, calculadoras, ordenadores)	■ Se usan materiales manipulativos e informáticos que permiten introducir buenas situaciones, lenguajes, procedimientos, argumentaciones adaptadas al contenido pretendido ■ Las definiciones y propiedades son contextualizadas y motivadas usando situaciones y modelos concretos y visualizaciones
Número de alumnos, horario y condiciones del aula	■ El número y la distribución de los alumnos permite llevar a cabo la enseñanza pretendida ■ El horario del curso es apropiado (por ejemplo, no se imparten todas las sesiones a última hora) ■ El aula y la distribución de los alumnos es adecuada para el desarrollo del proceso instruccional pretendido
Tiempo (De enseñanza colectiva /tutorización; tiempo de aprendizaje)	■ El tiempo (presencial y no presencial) es suficiente para la enseñanza pretendida ■ Se dedica suficiente tiempo a los contenidos más importantes del tema ■ Se dedica tiempo suficiente a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión

Figura 22: Componentes e indicadores de idoneidad mediacional

-Recursos materiales: Para estas explicaciones se han utilizado como recursos pantallas táctiles donde se podría exponer fácilmente el tema, ya que habría herramientas como transportador de ángulos, reglas etc.... incluso instrumentos como el adjuntado anteriormente facilitado por los profesores, se pretendía no basarse tanto en el libro de texto sino que fuera más innovador y entretenido.

-Número de alumnos, horario y condiciones de aula: contamos con 22 alumnos, una clase extensa pero sin problema para la explicación, en cuanto a el horario es de 1 hora al día, por lo que contaremos con 5 horas a la semana, suficiente para exponerlo en una semana, finalmente el aula cuenta con una pantalla táctil donde se explicará el tema y donde los alumnos participarán en las actividades.

-Tiempo: no solo es suficiente el trabajo en clase, solamente con la explicación sino que también será necesario hacer ejercicios en casa donde pondrán en práctica todo lo aprendido en la clase. En clase la mayor parte del tiempo será dedicada a explicar el tema pero sobre todo se pondrá más hincapié en los contenidos complicados de entender para ellos.

En este proceso, he podido utilizar numerosos recursos y el número de alumnos es idóneo, al igual que el tiempo utilizado, por lo tanto la idoneidad mediacional es alta.

8.4 Idoneidad interaccional

Es el grado en que los modos de interacción permiten identificar y resolver conflictos de significado, favorecen la autonomía en el aprendizaje y el desarrollo de competencias comunicativas.

Debemos de apoyarnos en la siguiente tabla, NCTM (2000) citado por Godino, J.D. (2011):

COMPONENTES:	INDICADORES:
Interacción docente-discente	- El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos clave del tema, etc.) - Reconoce y resuelve los conflictos de los alumnos (se hacen preguntas y respuestas adecuadas, etc.) - Se busca llegar a consensos con base al mejor argumento - Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos. - Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase
Interacción entre alumnos	- Se favorece el diálogo y comunicación entre los estudiantes - Tratan de convencerse a sí mismos y a los demás de la validez de sus afirmaciones, conjeturas y respuestas, apoyándose en argumentos matemáticos - Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión
Autonomía	- Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (plantean cuestiones y presentan soluciones; exploran ejemplos y contraejemplos para investigar y conjeturar; usan una variedad de herramientas para razonar, hacer conexiones, resolver problemas y comunicarlos)
Evaluación formativa	- Observación sistemática del progreso cognitivo de los alumnos

Figura 23: Componentes e indicadores de idoneidad interaccional

-Interacción docente-discente: he tratado de comenzar el temario haciendo un cuestionario previo para comprobar el grado de conocimiento que poseen los alumnos y alumnas, en este caso, bajo. Posteriormente partiendo desde el principio, con contenidos bien ordenados y parándonos en las palabras clave, tras la explicación se hace una sesión de dudas, donde los niños preguntan sobre lo que no entiendan hasta que le quede claro y sepan realizarlo e incluso tratando de incluir a los alumnos en las clases a través de la realización de actividades creativas en la pizarra táctil, captando la atención del alumnado.

-Interacción entre alumnos: se trata de que los alumnos y alumnas interactúen entre ellos para la resolución de problemas que propondrá el docente, con la ayuda entre ellos conseguirán los objetivos propuestos, argumentando sus contestaciones.

-Autonomía: Al ser un tema nuevo para ellos y poniendo en conocimiento la existencia de ángulos en el espacio en el que vivimos, muestran gran interés y se conectan inmediatamente, por lo que comienzan a realizar preguntas sobre curiosidades e investigan a cerca de los contenidos e incluso resolver problemas que van surgiendo.

-Evaluación formativa: En primer lugar se va evaluando desde la prueba previa a la final, continuamente al alumnado ya que a través de actividades se irá comprobando si van

adquiriendo los objetivos propuestos, incluso se pueden corregir los errores durante la corrección de las mismas.

Como conclusión, la idoneidad interaccional es alta ya que se consigue una adecuada interacción entre alumnos y profesores, incluso entre los mismos alumnos, en cuanto a la evaluación formativa, tiene una idoneidad alta ya que de principio a fin se van analizando cuestionarios y ejercicios hasta llegar a un adecuado aprendizaje.

9. Plan de mejora

Tras analizar los resultados obtenidos por el alumnado en el cuestionario final, y por las calificaciones final, que la mayor parte de la clase ha tenido dificultades para la realización de alguna de los ejercicios propuestos que analizaremos para realizar un plan de mejora posterior.

En el ejercicio 1, los alumnos muestran confusión entre los distintos tipos de rectas (Secantes, paralelas), al igual que en el ejercicio 2, incluyendo tipos de ángulos, que pueden llegar a crear dudas ya que no quedan claros en el temario en relación de los dibujos con el texto.

En el ejercicio 4, hay numeroso errores, ya que los alumnos no son capaces de diferenciar los distintos tipos de ángulos según pares, también puede ser que el enunciado no quede claro, ya que en el libro los nombran como relación entre pares de ángulos y en la prueba como que indique los tipos de ángulos que tienen el mismo vértice, alguno de estos alumnos se ha ido a los tipos de ángulos (Agudo, obtuso, recto...).

En el ejercicio 6, que se suponía la parte más sencilla ya que todos debían de saber utilizar el transportador de ángulos y verían que unos ángulos son iguales a los otros, la mayoría no lo superaron con éxito, ya que al haber dos líneas de números indicando los grados en el transportador, ponían los grados contrarios a los que debían poner, e incluso ni sabían la posición del transportador con respecto a el ángulo que tenían que medir a la vez sin darse cuenta de que los ángulos que pedía en el siguiente aparta eran iguales que los medidos.

En el ejercicio 9, una de las características de los segmentos es que pueden tener varias longitudes, pero no dejan de ser segmentos, de aquí es el error que la mayoría del alumnado no ha respondido bien, debimos de poner en conocimiento suyo esta característica.

Tras analizar los ejercicios, procedemos a enseñar a superar a los alumnos los errores que han cometido, a través de una serie de ejercicios de refuerzo con la anterior explicación sobre dichos errores.

Actividad 1: tratará de que los alumnos observen los errores cometidos, posteriormente el profesor procederá a corregirlos, con el fin de que el alumnado los supere.

Actividad 2: tratará de una serie de juegos de una página web, donde podrán practicar sobre los errores ya analizados anteriormente, como identificar los tipos de ángulos e indicar los grados (Anexo II y III) Página web: <http://www.mundoprimaria.com/juegos-matematicas>

Actividad 3: se seleccionarán objetos y acciones de la vida cotidiana donde el alumnado deberá indicar si hay ángulos o no y de qué tipo son.

Actividad 4: a través de la figura 7 (Instrumentos de ángulos), por grupos los alumnos y alumnas deberán formar ángulos de los distintos tipos mediante gomas elásticas, después tras haber representado los tipos de ángulos en distintas aperturas, lo dibujarán en un folio y explicarán las características de cada tipo.

En cuanto a los recursos de aula, necesitaremos la pizarra digital para explicar los errores cometido, señalados anteriormente, y posteriormente para los juegos es necesario utilizar los ordenadores portátiles del centro, con ellos introducimos las TIC en el aula. Una herramienta que incrementa el interés del alumnado.

10. Conclusiones y competencias

Analizando las idoneidades estudiadas anteriormente, hemos comprobado que tanto la idoneidad epistémica es media-alta en cuanto a los cuestionarios ya que se pueden solucionar de una forma sencilla, mientras que el libro de texto posé una idoneidad media-baja ya que crea conflictos entre el alumnado, como las demás idoneidad, como la idoneidad mediacional, que tiene unos recursos materiales, un tiempo y un número de alumnos adecuado para esta investigación, al igual que la interaccional y la cognitiva, por ello podemos decir que la idoneidad en general

Como conclusión, en definitiva y observando los significados personales por el alumnado, han sido positivos, a pesar de tener pequeños errores, han adquirido un conocimiento general sobre el tema de los ángulos. Hay que tener en cuenta que el libro de texto no era adecuado para la explicación ya que creaba gran número de conflictos semióticos en el alumnado.

Aun viendo los resultados positivos, habría problemas respecto a la diferenciación de los tipos de ángulos, ya que los alumnos solo sabían identificarlos si la posición y apertura era similar a la del libro, o en otro caso, sobre la utilización del transportador de ángulos, estos son los mayores errores cometidos.

En el ámbito de la Geometría se ha pretendido conseguir las siguientes competencias:

- Comprensión conceptual de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas que son usados para resolver la tarea propuesta. Podemos observar como los alumnos han adquirido un aprendizaje significativo de concepto de ángulo.

- Pensamiento estratégico: capacidad de formula, representar y resolver problemas. Todas las capacidades anteriores se manifiestan en la habilidad del alumnado de plantearse, representarse y resolver problemas.

- Comunicar, explicar y argumentar matemáticamente. El alumno ha conseguido un aprendizaje debido a la adquisición de una base teórica, pero sobre todo se ha pretendido llegar al aprendizaje a través de la reflexión, el alumnado no solo conoce el concepto, sino que comprende el porqué, ya que se pretende llegar a conseguir un aprendizaje significativo a través de la reflexión de los contenidos.

11. Referencias Bibliográficas

- Carrillo, J. (2016) Matemáticas para maestros de Educación Primaria. Ed. Paraninfo: Madrid
- Contreras, A. (2016) Apuntes de la asignatura Didáctica de la Geometría. Universidad de Jaén.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14 (3), 325-355.
- Godino, J.D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 22 (2/3), 237-284.
- Godino, J. D., Contreras, y Font, V (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 26 (1), 39-88.

Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, XXVII (2), 221-252.

Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2009). Un enfoque Ontosemiótico del conocimiento y la instrucción Matemática. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.

Godino J.D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, (11), 111-132.

Gutierrez, A (1992) Exploring the link between Van Hiele levels and 3-Dimensional Geometry. *Estructural Topology*, 18, 31-48

Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía. *Boletín Oficial de la Junta de Andalucía*, 26, 2017-2007.

Ley orgánica para la mejora de la calidad educativa (LOMCE) (Ley Orgánica 8/2013, 9 de diciembre). *Boletín Oficial del Estado*, nº 295, 2013, 10 diciembre.

Ramos, A.B y Font, V (2008). Criterios de idoneidad y valoración de cambios en el proceso de instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa-RELIME*, 11 (2), 233-265

Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22. Ed.). Consultado en <http://www.rae.es/>

Enlaces:

- (1) <http://www.mundoprimeria.com/juegos-matematicas/juego-clasificacion-angulos/>
- (2) <http://www.mundoprimeria.com/juegos-matematicas/juego-medir-angulos-usando-transportador/>

12. Anexo

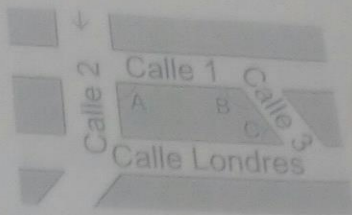
Anexo I

Cuestionario final completo

TEMA 11 INDICADORES DE EVALUACIÓN: EVALUACIÓN FINAL

Nombre: Curso:

Marcos vive en el centro de su ciudad, en la calle Londres entre las calles 2 y 3.
Noelia también vive entre las calles 2 y 3 de la misma ciudad, pero su casa está en la calle 1.
Marcos y Noelia utilizan un plano de su ciudad para repasar lo que han aprendido en clase.



1 La Calle Paris es una calle paralela a la calle Londres. ¿Cuál de las calles numeradas puede ser la calle Paris? Marca la única respuesta correcta.

- A La calle 1.
- B La calle 2.
- C La calle 3.
- D Ninguna de las calles anteriores.

2 Observa el plano y contesta:

- a) ¿Qué calle es perpendicular a la calle Londres?
- b) ¿Qué calle no es perpendicular ni paralela a la calle Londres?
- c) Indica dos calles que sean secantes:
- d) ¿Qué tipo de ángulo forman las calles 1 y 2?
- e) ¿Qué tipo de ángulo es B? ¿Y el ángulo C?

3 Marcos dice que los ángulos A y B son ángulos adyacentes, pero Noelia opina que A y B son ángulos consecutivos. Contesta:

¿Quién tiene razón?

¿Por qué?

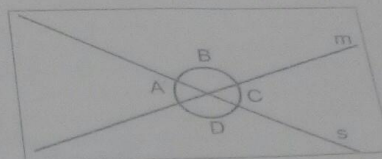


Nombre:

Curso:

Hoy en clase de matemáticas el grupo de cuarto ha dibujado diferentes tipos de rectas y de ángulos.

Francisco y Carmen han indicado con letras mayúsculas los ángulos y han utilizado letras minúsculas para las rectas.



- 4** Los ángulos que tienen el mismo vértice pueden ser de diferentes tipos. Contesta:

- a) ¿De qué tipo son los ángulos A y C?
- b) ¿De qué tipo son los ángulos A y B?
- c) ¿De qué tipo son los ángulos B y D?
- d) ¿De qué tipo son los ángulos B y C?

- 5** ¿Qué tipo de rectas son las rectas m y s ? Marca la respuesta correcta:

- A Paralelas.
- B Secantes.
- C Perpendiculares.
- D Segmentos.

- 6** Utiliza el transportador de ángulos para medir la amplitud de los siguientes ángulos:

Ángulo A: Ángulo B:

¿Hace falta medir los otros dos ángulos para saber su amplitud? ¿Por qué?

.....

- 7** Marca la única frase correcta sobre la amplitud de los ángulos A y B de la figura anterior:

- A A es agudo y B es obtuso.
- B A es agudo y B es recto.
- C A es obtuso y B es agudo.
- D A es obtuso y B es obtuso.

TEMA 11

INDICADORES DE EVALUACIÓN: EVALUACIÓN FINAL

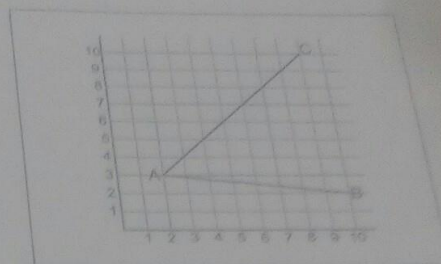
Nombre:

Curso:

En clase de plástica de hoy los alumnos de cuarto tienen que dibujar una figura geométrica en la cuadrícula que hay a la derecha.

Tania y Enrique han traído los instrumentos de medida y de dibujo que van a necesitar. Una regla, un transportador de ángulos y un lápiz.

En primer lugar han dibujado el segmento AB y después, formando un determinado ángulo, el segmento AC.



- 8** Utiliza el transportador de ángulos y mide el ángulo que forman AB y AC. Marca la única respuesta correcta:

A 90° .
B 52° .
C 45° .
D 127° .

- 9** Enrique le dice a Tania que AB y AC no pueden ser los dos segmentos porque tiene longitudes diferentes. Contesta:

¿Tiene razón? ¿Por qué?

¿Cuál es el vértice del ángulo que han dibujado?

¿Cómo es el ángulo que forman AB y AC?

- 10** Todos los niños y niñas han dibujado los puntos A, B y C en la misma posición. Marca la respuesta que indica las coordenadas de estos tres puntos:

A A (3, 2), B (2, 10) y C (10, 9).
B A (2, 3), B (10, 2) y C (9, 10).
C A (2), B (10) y C (9).
D A (5), B (12) y C (19).

Anexo II

Juego de medir ángulos de ángulos



Anexo III

Juego de tipos de ángulos



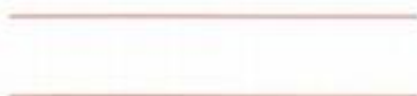
Anexo IV

Libro de 4 de primaria Vicens Vives, J.Fraile (2015)

2. Relaciones entre rectas

Según su posición, las rectas pueden ser:

Paralelas



Son rectas que nunca se cortan, por mucho que se prolonguen.



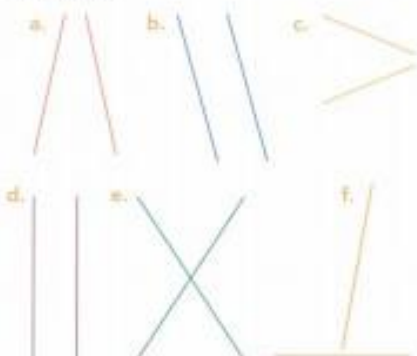
Secantes



Son rectas que se cortan o que si se prolongan llegan a cortarse.

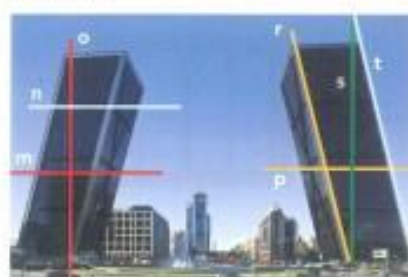


6 Indica en tu cuaderno cómo son las rectas de cada par:



7 Dibuja una recta con una regla y después, con ayuda de una escuadra, traza una recta paralela. ¿Puedes trazar más? ¿Cuántas?

8 Observa la imagen y responde en tu cuaderno:



- Halla dos rectas paralelas a n y una recta paralela a r .
- Indica cómo son las rectas o y t .
- ¿Cómo son las rectas s y t ? ¿Y las rectas r y o ?
- ¿Qué recta es paralela a o ?

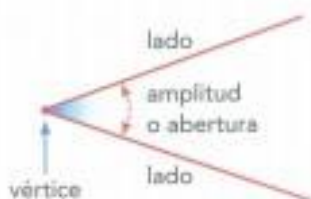
Resta: 45 - 15 33 - 13 56 - 26 82 - 32 79 - 29 67 - 27 38 - 18 55 - 25

3. Los ángulos

Dos rectas secantes dividen el plano en cuatro regiones. Cada una de estas regiones es un **ángulo**.



Un ángulo tiene dos **lados** y un **vértice**:



Rectas perpendiculares

Si las cuatro regiones que definen dos rectas al cortarse son iguales, las rectas son **perpendiculares**.



Cada una de las regiones es un **ángulo recto**.

- 9 Calca estas imágenes en tu cuaderno y señala al menos dos ángulos en cada una:



- 10 Ordena estos ángulos de menor a mayor amplitud:



- 11 Dibuja en tu cuaderno una recta y un punto como los de la figura y traza una recta que pase por el punto A y forme ángulos rectos con la recta r.
¿Cómo son la recta r y la recta que has trazado?



Cuenta de 5 en 5 hacia atrás: desde 620 desde 870 desde 630 desde 675 desde 425

4. Tipos de ángulos

Los ángulos pueden ser de diferentes tipos:

Ángulo recto



Ángulo agudo: menor que un ángulo recto,



Ángulo obtuso: mayor que un ángulo recto,



Ángulo llano: dos veces un ángulo recto,



Ángulo completo: cuatro veces un ángulo recto,



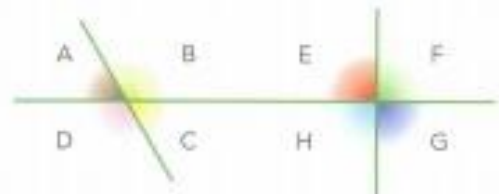
- 2 Indica qué clase de ángulo es cada uno y ordénalos de menor a mayor amplitud:



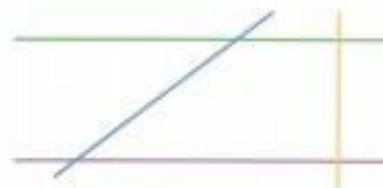
- 3 Indica qué clase de ángulo es cada uno:



- 14 ¿Cómo son los ángulos que forman las rectas de esta figura?



- 15 Calca esta figura en tu cuaderno y señala dos ángulos agudos, dos rectos, dos obtusos, dos llanos y dos completos:



- 16 ¿Cuántos ángulos llanos hay en un ángulo completo?

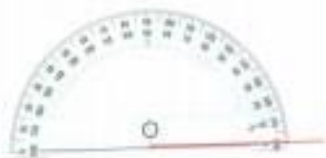
Construcción de ángulos

Ver cómo se construye un ángulo de 55° :

1 Traza una recta y señala un punto O.



2 Haz coincidir el punto O con el centro del transportador y haz pasar la recta por el 0° .



3 Marca los 55° con el lápiz.



4 Une el vértice O y la marca del lápiz con una regla.



Recuerda

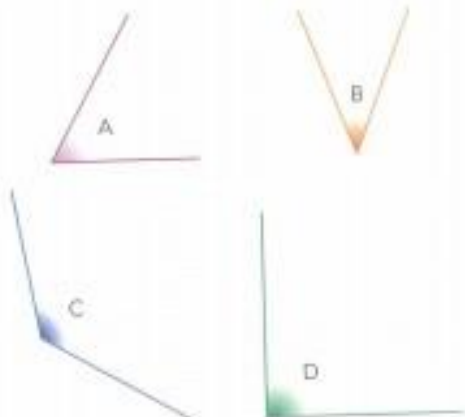
Para medir un ángulo se utiliza el transportador.

La amplitud de un ángulo se expresa en grados.

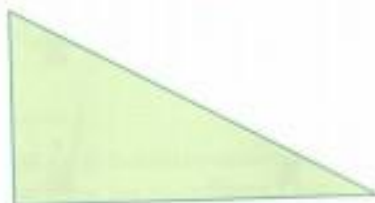


7 Dibuja un ángulo de 75° y otro ángulo de 140° en tu cuaderno.

8 Mide estos ángulos y dibuja otros iguales en tu cuaderno:



19 Mide con el transportador los ángulos y con la regla los lados de esta figura. Luego, dibújala en tu cuaderno.



Explica, de forma ordenada, los pasos que has seguido.

20 Responde en tu cuaderno:

- ¿Cuánto mide un ángulo recto? ¿Y un ángulo llano?
- ¿De qué tipo es un ángulo de 120° ? ¿Y uno de 89° ?

Resta decenas a centenas: 500 - 60 600 - 50 800 - 30 900 - 20 200 - 80 700 - 10

6. Relaciones entre pares de ángulos

Dos ángulos pueden ser:

Consecutivos: tienen en común el vértice y un lado.



Adyacentes: tienen en común el vértice y un lado, y suman 180° .

$$A + B = 180^\circ$$

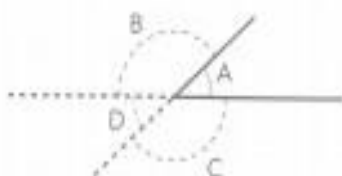


Opuestos por el vértice: sus lados están sobre dos rectas que se cortan y tienen la misma amplitud.

$$C = D$$

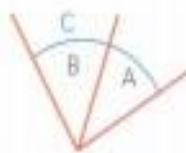


- 21 Dibuja el ángulo A con una amplitud de 43° y prolonga los lados tal como indica la figura:



- ¿Cómo es el ángulo B respecto al ángulo A?
- ¿Cómo es el ángulo D respecto al ángulo A?
- Calcula, sin usar el transportador, la amplitud del ángulo D.
- Calcula la amplitud del ángulo C. Explica el procedimiento que has seguido.

- 22 El ángulo C mide 90° . Si A mide 39° , ¿cuánto mide B? ¿Qué clase de ángulos son A y B?



- 23 Identifica ángulos consecutivos, ángulos adyacentes y ángulos opuestos por el vértice en estos objetos:



Cuenta hacia atrás desde 200: de 5 en 5 de 2 en 2 de 3 en 3 de 4 en 4 de 6 en 6

Anexo V

Cuestionario previo

1.¿Cómo se forman los ángulos?

2.¿Qué tipos de ángulos conoces?

3.¿Qué objetos que conozcas forman ángulos?

4.Señala los ángulos que aparezcan en estas imágenes

