



**UNIVERSIDAD DE JAÉN**  
Escuela Politécnica Superior de Linares

Trabajo Fin de Grado

---

**ESTUDIO DE UN  
DIFERENCIAL Y  
SIMULACIÓN MEDIANTE  
SOFTWARE.**

**Alumno: Francisco Moreno de Castro**

**Tutores:** Prof. D. César Álvarez Arroyo  
Prof. D. Francisco Javier Gómez de la  
Cruz

**Depto.: Ing. Mecánica y Minera**

**Julio, 2018**

# ESTUDIO DE UN DIFERENCIAL Y SIMULACIÓN MEDIANTE SOFTWARE

D. CÉSAR ÁLVAREZ ARROYO Y D. FRANCISCO J. GÓMEZ DE LA CRUZ, tutores del Trabajo Fin de Grado “ESTUDIO DE UN DIFERENCIAL Y SIMULACIÓN MEDIANTE SOFTWARE” que presenta el alumno FRANCISCO MORENO DE CASTRO, dan su visto bueno para la defensa y evaluación del citado trabajo en la Escuela Politécnica Superior de Linares.

Linares, JULIO de 2018

EL ALUMNO:



Fdo.: F. Moreno de Castro

EL TUTOR:



Fdo.: D. César A. Arroyo

EL TUTOR:



Fdo.: D. F.J. Gómez de la  
Cruz



## CONTENIDO

1	RESUMEN .....	5
2	NOMENCLATURA .....	7
3	INTRODUCCIÓN .....	9
4	OBJETIVOS.....	11
5	ESTUDIO DE LOS DISTINTOS ELEMENTOS QUE COMPONDRÁN EL SISTEMA DIFERENCIAL.....	13
5.1	Planteamiento inicial .....	13
5.2	Elección de piñón y corona .....	15
5.2.1	Geometría de los engranajes y sus dientes.....	18
5.3	Elección de satélites y planetarios.....	19
5.3.1	Geometría de los engranajes y sus dientes.....	20
6	CÁLCULO DE RESISTENCIAS ENTRE LOS ELEMENTOS DEL DIFERENCIAL .....	23
6.1	Acoplamiento entre piñón y corona .....	23
6.1.1	Primera decisión de diseño: Paso diametral de ensayo, $P_d$ .....	27
6.1.2	Segunda decisión de diseño: Ancho de cara, $F$ . .....	28
6.1.3	Tercera decisión de diseño: Precisión de transmisión.....	29
6.1.4	Cuarta decisión de diseño: Material y tratamiento. ....	30
6.1.5	Resumen de todos los factores que intervienen.....	31
6.1.6	Desgaste y flexión en el grupo reductor. ....	32
6.2	Acoplamiento entre planetario y satélite .....	36
7	CINEMÁTICA ENTRE PLANETARIOS Y SATÉLITES .....	39
7.1	Cálculo de las velocidades en cada planetario .....	39
7.2	Velocidad con un planetario bloqueado.....	41
8	ANÁLISIS DE LAS DISTINTAS FUERZAS QUE INTERVENDRÁN EN EL DIFERENCIAL .....	43
8.1	Potencias y pares transmitidos.....	43
8.2	Reacciones .....	44
8.3	Carga en dientes de satélites-planetarios.....	47

8.4	Elección de rodamientos .....	47
9	REALIZACIÓN DEL MODELO GEOMÉTRICO/ESTRUCTURAL DEL CONJUNTO DE LOS DISTINTOS ELEMENTOS DEL SISTEMA DIFERENCIAL MEDIANTE SOFTWARE .....	53
9.1	Proceso de diseño de uno de los satélites .....	53
9.2	Ensamblaje del diferencial .....	63
10	REALIZACIÓN DE SIMULACIÓN MEDIANTE SOFTWARE Y ANÁLISIS ESTÁTICO DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DIFERENCIAL .....	65
10.1	Estudio de movimiento en SolidWorks.....	65
10.2	Análisis estático del piñón.....	66
10.2.1	Análisis local en el piñón.....	73
10.3	Análisis estático de la corona .....	76
10.4	Análisis estático del satélite .....	79
10.5	Análisis estático del planetario.....	81
11	RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	85
12	CONCLUSIONES .....	89
13	ANEXOS .....	91
13.1	Cálculos realizados mediante MatLab .....	91
13.1.1	Dimensiones de los dientes del grupo reductor.....	91
13.1.2	Dimensiones de los dientes de los satélites y planetarios. ....	92
13.1.3	Acoplamiento del grupo reductor.....	93
13.1.4	Acoplamiento de satélite y planetario.....	96
13.1.5	Velocidades, pares y potencias en planetarios.....	100
13.1.6	Fuerzas en grupo reductor y reacciones. ....	101
13.1.7	Fuerza en planetarios y satélites.....	102
13.2	Rodamientos .....	104
13.3	Resultados Catia .....	107
14	BIBLIOGRAFÍA.....	111
15	PLANOS.....	113

# 1 RESUMEN

En esta memoria se estudiará y analizará el diseño de un mecanismo diferencial concreto, el cual será de diseño propio, mediante la ayuda de software informáticos, más concretamente mediante los software de CAD Catia y SolidWorks. También será utilizado en la realización de los cálculos matemáticos analíticos el software Matlab.

Esto se llevará a cabo principalmente mediante la comparación de las tensiones y esfuerzos que aparecen en los dientes de los engranajes como resultado de las cargas que se generan en los mismos, las cuales son resultado del contacto y el par transmitido desde el motor hasta el diferencial. Más concretamente se compararan los factores reales de seguridad obtenidos de forma analítica con los obtenidos de la simulación mediante software.

Finalmente, observando y analizando los resultados se podrá determinar la validez y la fiabilidad del diseño realizado.



## 2 NOMENCLATURA

$N_p$	Numero de dientes del piñón
$N_g$	Numero de dientes de la corona
$N_{pl}$	Numero de dientes del planetario
$N_s$	Numero de dientes del satélite
$\Phi$	Angulo de presión
$\Gamma$	Angulo de paso de la corona
$\gamma$	Angulo de paso del piñón
$T$	Temperatura de trabajo
$R'$	Relación de transmisión
$d_p$	Diámetro de paso del piñón
$d_g$	Diámetro de paso de la corona
$d_s$	Diámetro de paso del satélite
$d_{pl}$	Diámetro de paso del planetario
$m$	Módulo
$P_d$	Paso diametral
$n_p$	Velocidad angular del piñón
$n_g$	Velocidad angular de corona y portasatélites
$n_m$	Velocidad angular del motor
$n_{sat}$	Velocidad angular en el satélite
$r_c$	Relación caja de cambios (1ª marcha)
$W$	Potencia transmitida
$N_L$	Revoluciones de vida del piñón
$CT$	Diámetro del circulo de trazado [4]
$R_i$	Radios del diente
$r$	Radio del pie del diente
$e$	Espesor circular
$n_d$	Factor de diseño
$S_H$	Facto de seguridad por contacto
$S_F$	Factor de seguridad por flexión
$C_L$	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la picadura
$K_L$	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexión
$K_R$	Factor de confiabilidad de resistencia a la flexión
$C_R$	Factor de confiabilidad por picadura

$K_T$	Factor de temperatura
$C_{XC}$	Factor de coronamiento por picadura
$K_X$	Factor de curvatura en el sentido longitudinal de resistencia a la flexión
$I$	Factor de contacto geométrico
$J$	Factor de flexión
$F$	Ancho de cara
$A_0$	Distancia del cono
$C_S$	Factor de tamaño por resistencia a picadura
$K_m$	Factor de distribución de carga
$Q_v$	Número de exactitud de transmisión
$K_v$	Facto dinámico
$v_t$	Velocidad en la línea de paso
$s_{ac}$	Número de esfuerzo de contacto permisible
$s_{at}$	Números de esfuerzo de flexión permisible
$S_t$	Esfuerzo de flexión
$S_{wt}$	Resistencia a la flexión
$s_c$	Esfuerzo de contacto
$s_{wc}$	Esfuerzo de contacto permisible
$R$	Radio de giro
$M_m$	Par generado por el motor
$W_m$	Potencia aportada por el motor
$\omega_m$	Velocidad del motor en rad/s
$M'$	Par a la salida del grupo reductor
$F_t$	Carga transmitida o tangencial en el diente
$F_r$	Fuerza radial en el diente
$F_a$	Fuerza axial en el diente

### 3 INTRODUCCIÓN

Primero de todo, se debe de tener una idea concreta de lo que es un mecanismo diferencial, conocer los distintos elementos de que se compone y su utilidad.

Un mecanismo diferencial no es más que un conjunto de engranajes cónicos dispuestos y montados formando un sistema mecánico, el cual permite transmitir un movimiento mecánico rotatorio de un eje a otros dos ejes de forma independiente, pudiendo estos girar a distintas revoluciones uno del otro.

La utilidad por la que es más conocido este mecanismo, es por su presencia en los automóviles, donde transmite el movimiento que le llega del motor en forma de rotación, mediante un eje, a las ruedas. Esto permite que las ruedas de un vehículo cuando toman una curva puedan girar a distintas revoluciones mejorando así el rendimiento, desgaste y adherencia de los neumáticos entre otras ventajas, puesto que las ruedas interiores deben girar a menos revoluciones que las exteriores debido a que la curva recorrida por ellas tiene menos radio, es decir, recorren menor longitud.

Por otra parte, hoy día hay muchos distintos tipos de diferenciales compuestos por infinidad de elementos mecánicos y electrónicos. En esta memoria solo se tendrán en cuenta a la hora de diseñar, los elementos básicos e imprescindibles para el correcto funcionamiento de un sistema diferencial en un vehículo.

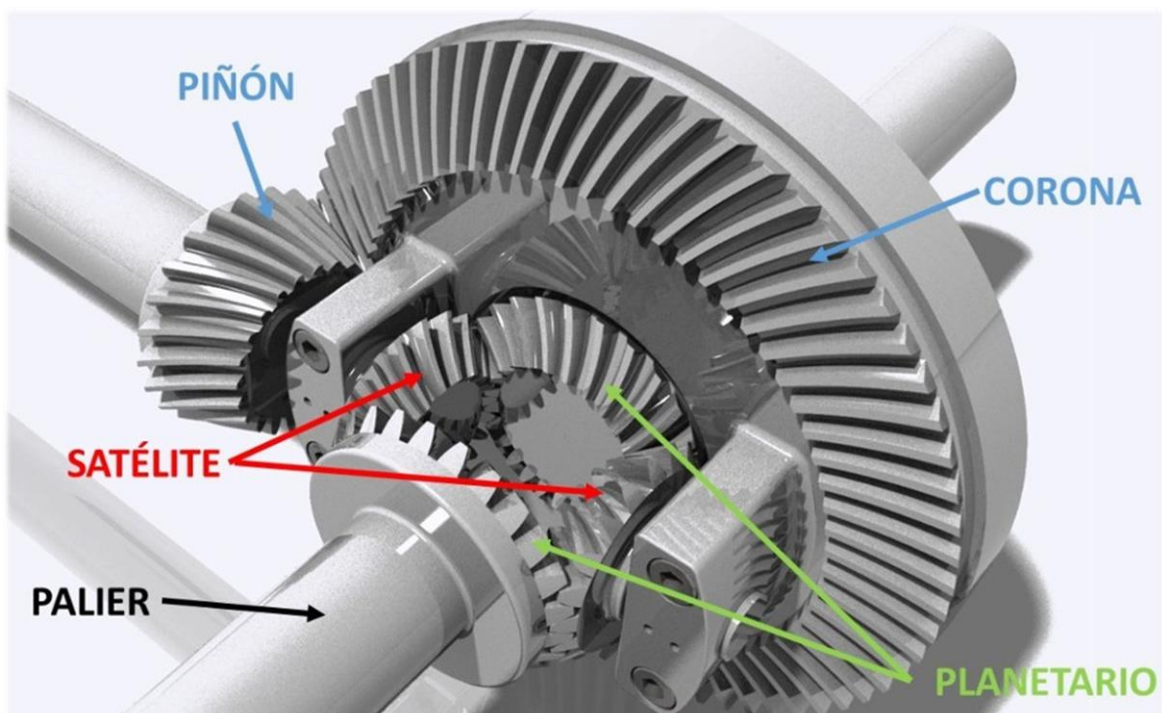


Figura 1.1 Elementos del diferencial

Estos elementos serán:

- El piñón, este es el engranaje encargado de transmitir toda la potencia que le llega desde motor y caja de cambios al diferencial.

- La corona, este engranaje es el encargado de acoplarse con el piñón. Además en este engranaje se encuentra el portasatélites, el cual gira solidariamente con la corona. (Al conjunto de piñón y corona también se le llama 'grupo reductor').

- Los satélites, estos engranajes son los encargados de suplir la diferencia de revoluciones que pueda haber entre los planetarios, por lo tanto, cuando el vehículo circule en línea recta (ambos planetarios con misma velocidad), los satélites no girarán.

- Los planetarios, estos engranajes son los encargados de acoplarse con los satélites y de transmitir la potencia a palieres y ruedas.

A parte de los elementos del diferencial en sí mismo, también se tendrán en cuenta en el diseño unos elementos que se podrían considerar externos al diferencial pero que no por esto son menos importantes, los cojinetes/rodamientos en los que se apoyará.

Resumiendo, aquí se abordará el diseño del piñón, la corona, los satélites y los planetarios mediante cálculos con la ayuda de Matlab, y se analizará también su comportamiento estático ante las distintas fuerzas bajo las que trabajará el diseño mediante Catia.

## 4 OBJETIVOS

El objeto principal de este trabajo es aprender como es el proceso de diseño de un sistema mecánico, decantándose en este trabajo más concretamente en el diseño de un mecanismo diferencial debido a ser un mecanismo muy presente en los vehículos.

El porqué de este trabajo es la pasión que despierta todo lo relacionado con los vehículos y su mecánica en el autor y por la fuerte relación que este tema tiene con la titulación de Grado en Ingeniería Mecánica. También se ha optado por un proceso de diseño CAD y su simulación por ser un tema interesante y por servir a modo de experiencia e introducción para futuros proyectos laborales.

Se podría haber optado por el diseño de cualquier otro mecanismo o incluso se podría haber optado por cualquier otro trabajo que no fuese de diseño estando también dentro del marco de un trabajo dirigido a la titulación de Grado en Ingeniería Mecánica, pero el hecho de que los trabajos de diseño sean tan atractivos para un ingeniero y el hecho de que los diseños de diferenciales sean prácticamente inexistentes como TFG fue una importante razón para que se tomase la decisión de abordar este trabajo y no otro, por el reto que suponía.

El fin último que se pretende alcanzar con este trabajo es poder diseñar un mecanismo diferencial para un vehículo concreto de forma efectiva, aprender que decisiones deben de tomarse en un proceso de diseño de este tipo, normas y restricciones a cumplir y demostrar que el diseño es apto mediante el análisis de software.



## 5 ESTUDIO DE LOS DISTINTOS ELEMENTOS QUE COMPODRÁN EL SISTEMA DIFERENCIAL

Una vez se tiene una cierta idea de lo que es un mecanismo diferencial y su aplicación en un vehículo, se pueden comenzar a plantear los cálculos pertinentes para su diseño. Para ello, se han tenido que tomar ciertas decisiones a priori y concretar los datos de partida. Por otro lado, además de los datos de partida y decisiones a priori también se han tenido que concretar algunos valores específicos de diseño como número de dientes en engranes, ciertos diámetros, ángulos, etc. [7]

En cuanto a los datos de contorno de partida, se pueden reducir a dos, que serían el número de revoluciones por minuto a las que girará el piñón y la potencia total transmitida a los palieres. Con estos dos datos es suficiente para la realización de todos los cálculos. Además, las decisiones a priori se pueden tomar con la ayuda de estos dos datos.

Las decisiones a priori están dirigidas al acoplamiento del grupo reductor (piñón-corona) y el de satélite-planetario en el mecanismo, y estas serían la función, el factor de diseño y el sistema y número de dientes. Dentro de las decisiones a priori también entran ciertas variables de diseño, como pueden ser el paso y ancho de cara, el número de calidad, material del engranaje y la dureza del núcleo y superficie.

También cabe destacar, que aunque los elementos más importantes y con más peso del diseño serán los engranajes, hay que tener en cuenta que serán necesarios unos rodamientos para sostener el mecanismo diferencial. Puesto que los rodamientos ya vienen normalizados, se usarán unos de acuerdo con las cargas a las que serán sometidos y que serán calculadas mucho más adelante, por lo que su elección no podrá ser realizada hasta haber obtenido dichas reacciones. Esto será en el apartado séptimo de esta memoria.

### 5.1 Planteamiento inicial

El aquí planteado será un diseño sencillo enfocado en satisfacer las prestaciones más básicas de un vehículo de gama media. Para ello se han tenido que determinar de ante mano unos datos básicos de partida, los cuales se decidirán de acuerdo con las prestaciones que se busca que cumpla.

Todos los distintos engranajes de que constará el diseño del mecanismo diferencial serán engranajes cónicos de dientes rectos y no de dientes helicoidales para simplificar los cálculos, aunque los dientes helicoidales serían los más apropiados puesto que mejoran el acoplamiento de los dientes, por ser gradual, reduciendo así vibraciones y ruidos.

Todos los datos y cálculos se realizarán con el método general y unidades de acuerdo a la American Gear Manufactures Association, en adelante AGMA, debido a que

durante muchos años ha sido la autoridad más importante en el diseño y análisis de engranes y también porque prácticamente toda la información relacionada es dada en unidades de la AGMA [ANSI/AGMA 2003-B97] [1]. Sin embargo, los resultados se darán en unidades del Sistema Internacional (SI).

Por otro lado, tras buscar información y datos a través de internet para un vehículo concreto, se ha llegado a la decisión de basar el diseño en las prestaciones de una camioneta Chevrolet C-10 Silverado de 1986, ya que este es un vehículo de tracción trasera (por lo que la caja de cambios estará separada del diferencial) y del cual se ha podido obtener prácticamente toda la información necesaria en una revista web de coches antiguos [2].

En esta camioneta la potencia máxima aportada por el motor V6 de 4.1L es de 130 CV a 4000 rpm, tal y como se puede ver en la Figura 5.1. Estos han sido los valores que se han tomado como referencia para el diseño del diferencial.

Características técnicas
<p><b>Motor</b>            Chevrolet 250. Tipo 6 cilindros, válvulas a la cabeza. Cilindrada 4.100 cm<sup>3</sup> (250 pulgadas cúbicas). Diámetro 98.43 mm Carrera 89.66 mm Árbol de levas lateral. Relación de compresión 7.5:1. Potencia máxima 130 HP SAE a 4.000 rpm. Par motor 29.7 kgm a 2.000 rpm. Carburador de doble boca, dos etapas con cebador manual. Combustible: Nafta común. Orden de encendido: 1-5-3-6-2-4. Sistema de encendido: Electrónico. Bujías Autolite 57 AC-46N. Botadores de válvulas hidráulicos.</p>

Figura 5.1 Características técnicas del vehículo (Fuente: 'Test del ayer')

Puesto que para los cálculos el dato que interesa saber es la velocidad de giro del piñón y no la del motor, si conocemos la relación de la primera marcha ( $r_c$ ), la velocidad del piñón será:

$$n_p = \frac{n_m}{r_c} \quad \text{Ec.(1)}$$

La relación de transmisión en la caja de cambios para la primera marcha se ha vuelto a echar mano de las características técnicas en la misma revista [2].

<p><b>Transmisión</b>            Caja de velocidades mecánica. Tres marchas hacia adelante sincronizadas. Relaciones: 1era 2.54; 2da 1.50 y 3era 1:1. MA 2.63:1. Palanca de cambios al volante. Diferencial rígido, semiflotante, corona y piñón helicoidales. Relación 3.54:1. Embrague tipo monodisco seco. Comando mecánico.</p>
---

Figura 5.2 Datos de la transmisión (Fuente: 'Test del ayer')

Para simplificar un poco los cálculos se ha tomado un rendimiento mecánico en el diferencial que es ideal, esto quiere decir que será igual a la unidad ( $\eta_m=1$ ) y que por tanto la potencia que le llega desde la transmisión de la caja de cambios será igual a la potencia total transmitida a los palieres. Quedando entonces:

$$\text{Potencia transmitida} \rightarrow W = 130 \text{ CV}$$

$$\text{Velocidad de giro del piñón} \rightarrow n_p \cong 1574.8 \text{ rpm}$$

También se debe determinar la vida útil del piñón, para esto se ha impuesto que la meta de revoluciones de vida del piñón ( $N_L$ ) sean:

$$N_L = 2.5 \cdot 10^9 \text{ revoluciones}$$

## 5.2 Elección de piñón y corona

### Relación del grupo reductor:

Esta relación es el factor de escala entre corona y piñón. Por lo que para saber la relación en el grupo reductor se debe determinar el número de dientes (N) o el diámetro de paso (d) de la corona y el piñón previamente.

$$\text{Relacion}_{g.reductor} \rightarrow R' = \frac{N_G}{N_P} = \frac{d_G}{d_P} \quad \text{Ec.(2)}$$

A los diámetros y cantidad de dientes de los engranajes en el grupo reductor se les ha dado un valor en concordancia con la función para la que serán usados. Dichos valores se han decidido basándose en el *Catálogo Spicer Ejes Diferenciales 2015* principalmente, en la Figura 5.3 se puede observar como para una camioneta similar al modelo C-10 Silverado usa un piñón de 10 dientes y una corona de 41:



## I. Listado de Componentes y Aplicaciones Componentes de Ejes Diferenciales

### KIT CONJUNTO PIÑÓN CORONA

N/P Spicer	Aplicaciones	Observación / Posición
89043KX-1	D-max -Modelo 44- 3.0 Diesel 4x4 Cabina sencilla / V6 4x2 y 4x4 Doble Cabina	Relación (43 x 10) 4.30
TP-89043KX-1	D-max -Modelo 44- 3.0 Diesel 4x4 Cabina sencilla / V6 4x2 v 4x4 Doble Cabina	Relación (43 x 10) 4.30
* 2021607KX	D-max Nuevo Modelo 2015 4X2 Diesel / RT50 4X4 Diesel ABS	Relación (41 x 10) 4.10
* 2023112KX	D-max Nuevo Modelo 2015 4X2 Diesel /ABS	Relación (43 x 11) 3.91
* 2010629KX	D-max Nuevo Modelo 2015 4X2 Diesel ABS	Relación (41 x 11) 3.73
* 2021610KX	D-max Nuevo Modelo 2015 4X2 Diesel ABS / RT53 4X4 Gasolina / ABS	Relación (41 x 9) 4.56
* 2021629KX	D-max Nuevo Modelo 2015 4X4 Diesel	Relación (41 x 11) 3.73
* 2023115KX	D-max Nuevo Modelo 2015 4X4 Diesel ABS	Relación (43 x 10) 4.30
72156-5X	Dodge D300 & P300	Relación (41 x 7) 5.86
722008KT-X	Ford 2200/ 2600 / Mazda B2200/ 2600 / BT-50	Relación (40 x 9) 4.44
24807-1X	Ford 250 (Puede reemplazar la 74905-1X)	Relación (41 x 10) 4.10

Figura 5.3 Detalle catálogo de diferenciales (Fuente: Catalogo Spicer Ejes Diferenciales 2015)

Para el diseño se ha escogido un número de dientes similar al modelo marcado en la Figura 5.3, puesto que este es un diferencial para una camioneta prácticamente igual y del mismo fabricante que la Silverado. También se ha escogido un diámetro de 309.5 mm (12.2 pulgadas) para la corona, aunque este valor podrá variar cuando se decida el módulo del grupo reductor.

$$N_G = 39 \quad d_G = 12.2in = 309.5mm$$

$$N_P = 13 \quad d_P = 4in = 103.2mm$$

Así que la relación del diferencial será:

$$R' = 39: 13 = 3$$

#### Temperatura de trabajo:

La temperatura bajo la que trabajará el mecanismo diferencial. Para prevenir que el diferencial aguante y no falle en las condiciones más desfavorables posibles a las que se pueda ver sometido, se ha supuesto una temperatura lo más elevada posible dentro de lo probable.

$$T = 176^{\circ}F = 80^{\circ}C$$

### **Angulo de presión:**

Este es un ángulo importante puesto que representa la dirección en la que actúa la fuerza resultante entre los dos engranajes. El ángulo de presión ( $\phi$ ) por definición es el ángulo que forma la línea tangente a los círculos base de los dos engranajes, normalmente adopta los valores de  $20^\circ$  y  $25^\circ$ . En este diseño adoptará el más común:

$$\phi = 20^\circ$$

### **Paso diametral y Módulo:**

El paso diametral ( $P_d$ ) es el cociente entre el número de dientes del engranaje y el diámetro de paso, y puesto que solo se usa en el sistema americano y para el método de la AGMA, se expresa en dientes por pulgada.

$$P_d = \frac{N}{d} \quad \text{Ec.(3)}$$

$$P_d = 3.25 \text{ dientes/pulgada}$$

Explicado de forma sencilla el módulo no es más que la inversa del paso diametral, aunque calculado en unidades del sistema internacional.

$$m = \frac{d}{N} \approx 7.9$$

Si se revisa la norma UNE 18-005-75, se puede observar que para el diseño de engranajes cónicos rectos hay unos valores tabulados previamente para módulo y paso diametral, a los que se les debe dar prioridad. Debido a esto, para el diseño se ha escogido un valor acorde y lo más aproximado posible al valor inicial del módulo, siendo este:

$$m = 7$$

Debido a este cambio se ha tenido que recalcular lo que corresponde en el grupo reductor de nuevo, siguiendo el mismo procedimiento. En la Tabla 5.1 se recogen los valores finales, y el procedimiento en el Anexo 13.1.

<b>N<sub>p</sub></b>	13
<b>N<sub>g</sub></b>	39
<b>Φ</b>	20°
<b>T</b>	80°C
<b>R'</b>	3
<b>D<sub>p</sub></b>	91 mm
<b>D<sub>g</sub></b>	273 mm
<b>m</b>	7
<b>P<sub>d</sub></b>	3.62 diente/in

*Tabla 5.1. Datos y condiciones básicas del grupo reductor*

### 5.2.1 Geometría de los engranajes y sus dientes

Ahora que ya se ha decidido el número de dientes y el diámetro de los engranajes se debe de proceder a calcular las dimensiones correspondientes al perfil que deberán de tener los dientes para poder realizar el diseño CAD más adelante. Para obtener estas dimensiones los cálculos han sido apoyados en la norma UNE 18 051 [4] [5].

<b>PIÑÓN</b>	
<b>CT</b>	85.51 mm
<b>R<sub>1</sub></b>	6.19 mm
<b>R<sub>2</sub></b>	19.47 mm
<b>R<sub>3</sub></b>	29.21 mm
<b>r</b>	2.1 mm
<b>e</b>	13.24 mm

*Tabla 5.2. Dimensiones del perfil del diente del piñón*

<b>CORONA</b>	
<b>CT</b>	256.54 mm
<b>R</b>	34.13 mm
<b>r</b>	2.1 mm
<b>e</b>	8.75 mm

*Tabla 5.3. Dimensiones del perfil del diente de la corona*

También se han calculado todas las demás dimensiones geométricas no correspondientes a los dientes de los engranajes, es decir, las correspondientes al perfil

de revolución del cuerpo cónico del engranaje. Estos cálculos han sido apoyados en la norma UNE 18 051 [4] [5].

<b>PIÑÓN</b>	
<b>Cabeza</b>	10.08 mm
<b>Raíz</b>	5.24 mm
<b>Generatriz</b>	143.88 mm
<b>Ancho de cara</b>	47.96 mm
<b>Angulo Primitivo (<math>\gamma</math>)</b>	18.44°

*Tabla 5.4. Dimensiones del cuerpo del piñón*

<b>CORONA</b>	
<b>Cabeza</b>	3.92 mm
<b>Raíz</b>	11.4 mm
<b>Generatriz</b>	143.88 mm
<b>Ancho de cara</b>	47.96 mm
<b>Angulo Primitivo (<math>\Gamma</math>)</b>	71.56°

*Tabla 5.5. Dimensiones del cuerpo de la corona*

El desarrollo de los cálculos correspondientes ha sido realizado en MatLab y para más información acudir al Anexo 13.1.

### **5.3 Elección de satélites y planetarios**

Al igual que hemos hecho con la corona y el piñón, lo más recomendado para este diseño sería tomar de un catálogo, a modo de referencia, unos engranajes apropiados para la función que se quiere que satélites y planetarios cumplan. Pero puesto que en los catálogos convencionales no se han encontrado unos engranajes con el número de dientes que se busca, se han tenido que tomar por decisión propia los valores de medidas y dimensiones sin haberse apoyado en ningún catálogo.

#### **Relación entre satélites-planetarios:**

A los diámetros y cantidad de dientes se les ha dado un valor en concordancia con la función para lo que serán usados estos engranajes. Dichos valores se deciden de acuerdo a un criterio propio:

$$N_s = 16 \quad d_s = 3.94in = 100mm$$

$$N_{pl} = 23 \quad d_{pl} = 5.66in = 143.75mm$$

Así que la relación entre satélite-planetario será:

$$R' = 23:16$$

Lo primero que se hará ahora será calcular y estudiar el acoplamiento entre piñón y corona, ya que serán los engranajes más importantes en el mecanismo diferencial y de los que dependerá gran parte del diseño.

**Paso diametral y Módulo:**

Al igual que se hizo con el grupo reductor se calcula el paso diametral y módulo:

$$P_d = 4.06 \text{ dientes/pulgada}$$

$$m = 6.25$$

Se vuelve a cotejar el resultado con la norma UNE 18-005-75 y se observa que un módulo con valor equivalente a 6 sería más adecuado, por lo tanto se vuelve a recalcular lo correspondiente. Los valores finales se reflejan en la Tabla 5.6 y el desarrollo correspondiente podrá ser encontrado en el Anexo 13.1.

<b>N<sub>p</sub></b>	16
<b>N<sub>g</sub></b>	23
<b>R'</b>	3
<b>D<sub>s</sub></b>	96 mm
<b>D<sub>pl</sub></b>	138 mm
<b>m</b>	6
<b>P<sub>d</sub></b>	4.23 dent/in

*Tabla 5.6. Datos básicos de planetarios y satélites*

**5.3.1 Geometría de los engranajes y sus dientes**

Se sigue de nuevo la norma UNE 18 051 para obtener todas las dimensiones geométricas necesarias para el diseño CAD de los engranajes [4] [5]. Las dimensiones correspondientes a los dientes se pueden encontrar en las Tablas 5.7 y 5.8, y las dimensiones correspondientes al cuerpo del engranaje en las Tablas 5.9 y 5.10.

<b>SATELITE</b>	
<b>CT</b>	90.21 mm
<b>R<sub>1</sub></b>	6.53 mm
<b>R<sub>2</sub></b>	20.54 mm
<b>R<sub>3</sub></b>	30.82 mm
<b>r</b>	1.8 mm
<b>e</b>	10.47 mm

*Tabla 5.7. Dimensiones del perfil del diente del satélite*

<b>PLANETARIO</b>	
<b>CT</b>	129.68 mm
<b>R<sub>1</sub></b>	9.38 mm
<b>R<sub>2</sub></b>	29.53 mm
<b>R<sub>3</sub></b>	44.3 mm
<b>r</b>	1.8 mm
<b>e</b>	8.38 mm

*Tabla 5.8. Dimensiones del perfil del diente del planetario*

<b>SATELITE</b>	
<b>Cabeza</b>	7.44 mm
<b>Raíz</b>	5.69 mm
<b>Generatriz</b>	84.05 mm
<b>Ancho de cara</b>	28.02 mm
<b>Angulo Primitivo (<math>\gamma'</math>)</b>	34.82°

*Tabla 5.9. Dimensiones del cuerpo del satélite*

<b>PLANETARIO</b>	
<b>Cabeza</b>	4.56 mm
<b>Raíz</b>	8.57 mm
<b>Generatriz</b>	84.05 mm
<b>Ancho de cara</b>	28.02 mm
<b>Angulo Primitivo (<math>\Gamma'</math>)</b>	55.18°

*Tabla 5.10. Dimensiones del cuerpo del planetario*

El desarrollo de los cálculos correspondientes ha sido realizado en MatLab y para más información acudir al Anexo 13.1.

## 6 CÁLCULO DE RESISTENCIAS ENTRE LOS ELEMENTOS DEL DIFERENCIAL

Todos los resultados correspondientes al grupo reductor (piñón-corona) deberán cumplir un factor de diseño ( $n_d$ ) que se ha impuesto con antelación para poder controlar la eficacia y buen diseño del mecanismo diferencial mediante los factores de seguridad por flexión ( $S_F$ ) y por contacto ( $S_H$ ). Dicho factor de diseño será:

$$n_d = 1.3$$

### Factores de seguridad $S_H$ y $S_F$ .

Estos factores de seguridad por contacto ( $S_H$ ) y por flexión ( $S_F$ ) vienen definidos en la norma ANSI/AGMA 2003-B97 como ajustes a la resistencia y no a la carga, es decir, no pueden ser utilizados para evaluar si la amenaza es debida a fatiga por desgaste o fatiga por flexión [1].

$$S_F = 1.3$$
$$S_H = \sqrt{1.3}$$

### 6.1 Acoplamiento entre piñón y corona

El buen diseño del grupo reductor se controla mediante cuatro factores de seguridad reales: el correspondiente a la flexión de la corona ( $S_F$ )<sub>G</sub>, a la resistencia de piñón ( $S_F$ )<sub>P</sub>, al desgaste de la corona ( $S_H$ )<sub>G</sub><sup>2</sup> y al desgaste del piñón ( $S_H$ )<sub>P</sub><sup>2</sup>. Para llegar a estos factores de seguridad deberemos calcular todos los factores previos de la AGMA correspondientes y tomar ciertas decisiones (material, precisión de transmisión, etc.).

Cabe destacar que como este es un método propio de la AGMA todos los cálculos se realizan en unidades del sistema americano [ANSI/AGMA 2003-B97] [1], al final de cada apartado todos los resultados serán expresados en unidades del sistema internacional en una tabla resumen.

### Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la picadura $C_L$ .

$$C_L = \begin{cases} 2 & \rightarrow 10^3 \leq N_L \leq 10^4 \\ 3,4822N_L^{-0,0602} & \rightarrow 10^4 \leq N_L \leq 10^{10} \end{cases} \quad \text{Ec.(4)}$$

En el caso de este factor, al igual que en algunos otros, tanto el piñón como la corona tendrán un valor propio, el cual será respectivamente:

$$C_{Lp} = 0.9465$$

$$C_{Lg} = 1.0112$$

**Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexión  $K_L$ .**

$$K_L = \begin{cases} 2,7 & 10^2 \leq N_L \leq 10^3 \\ 6,1514 N_L^{-0,1182} & 10^3 \leq N_L \leq 3 * 10^6 \\ 1,6831 N_L^{-0,0323} & 3 * 10^6 \leq N_L \leq 10^{10} \text{ general} \\ 1,3558 N_L^{-0,0178} & 3 * 10^6 \leq N_L \leq 10^{10} \text{ critico} \end{cases} \quad \text{Ec.(5)}$$

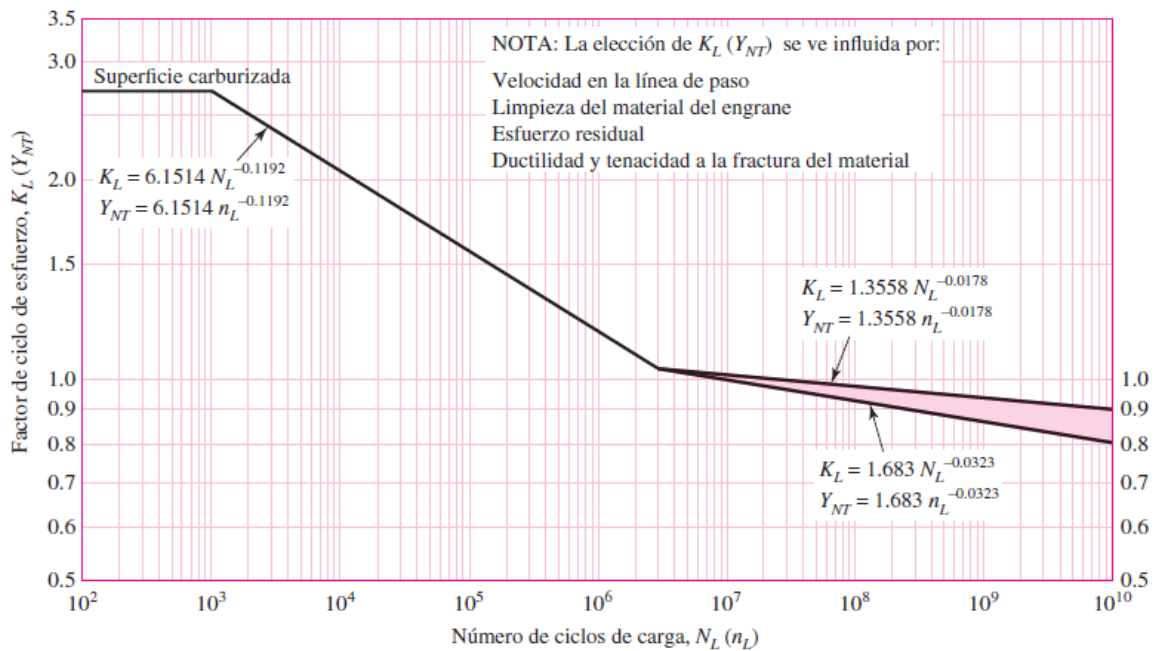


Figura 6.1 Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexión  $K_L$  ( $Y_{NT}$ ) de engranes cónicos de acero carburizado con endurecimiento en la superficie. (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell.)

$$K_{Lp} = 0.8366$$

$$K_{Lg} = 0.8668$$

**Factores de confiabilidad  $C_R$  y  $K_R$ .**

$$K_R = \begin{cases} 0,5 - 0,25 \log(1 - R) & 0,99 \leq R \leq 0,999 \\ 0,7 - 0,15 \log(1 - R) & 0,9 \leq R < 0,99 \end{cases} \quad \text{Ec.(6)}$$

$$C_R = \sqrt{K_R} \quad \text{Ec.(7)}$$

De las ecuaciones (6) y (7) se ha obtenido:

$$K_R = 1.0753$$

$$C_R = 1.0369$$

**Factor de temperatura  $K_T$ .**

$$K_T = \begin{cases} 1 & 32^\circ\text{F} \leq t \leq 250^\circ\text{F} \\ (460 + t)/710 & t > 250^\circ\text{F} \end{cases} \quad \text{Ec.(8)}$$

$$K_T = 1$$

**Factor de coronamiento por picadura  $C_{xc}$ .**

Gran parte de los engranajes cónicos se fabrican con dientes coronados en dirección longitudinal para dar cabida a la deflexión de los montajes.

$$C_{xc} = \begin{cases} 1.5 & \text{dientes coronados en forma adecuada} \\ 2 & \text{dientes mas grandes no coronados} \end{cases} \quad \text{Ec.(9)}$$

$$C_{xc} = 1.5$$

**Factor de curvatura en el sentido longitudinal de resistencia a la flexión  $K_x$ .**

Este es un factor el cual para engranajes cónicos rectos tiene un valor constante:

$$K_x = 1$$

**Ángulos de paso.**

Estos ángulos ya han sido calculados en las Tablas 5.4 y 5.5, pero se vuelven a calcular, esta vez en radianes para poder usarlos en el método de la AGMA.

$$\tan \Gamma = \frac{N_G}{N_P} \quad \text{Ec.(10)}$$

$$\gamma = (\pi/2) - \Gamma \quad \text{Ec.(11)}$$

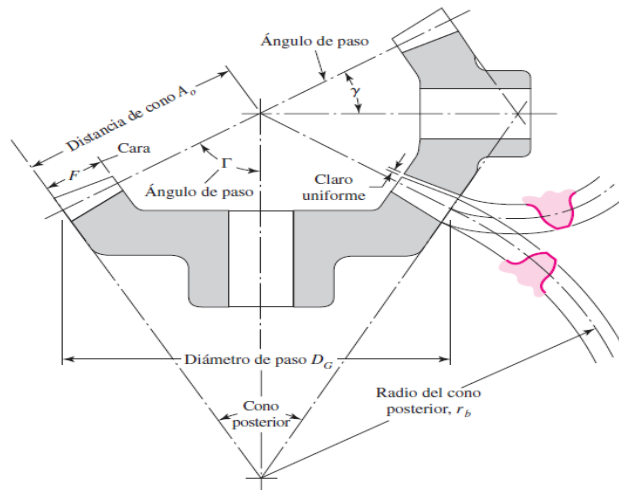


Figura 6.2 Nomenclatura de engranajes cónicos. (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell)

$$\Gamma = 1.249 \text{ rad}$$

$$\gamma = 0.3218 \text{ rad}$$

### Factor de contacto geométrico, I.

Factor por contacto geométrico de engranajes cónicos rectos con ángulo normal de presión de  $20^\circ$  y un ángulo de eje de  $90^\circ$ .

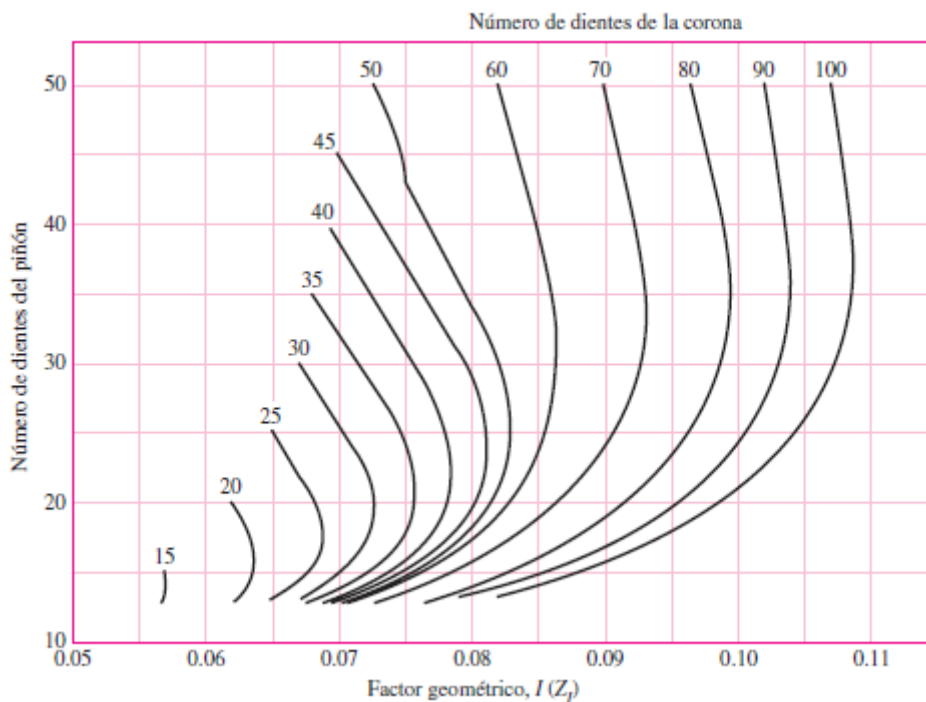


Figura 6.3 Gráfica factor de contacto geométrico (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell)

$$I \cong 0.068$$

### Factor de flexión, J.

Factor de flexión de engranes cónicos rectos con un ángulo normal de presión de 20° y un ángulo de eje de 90°. [ANSI/AGMA 2003-B97]

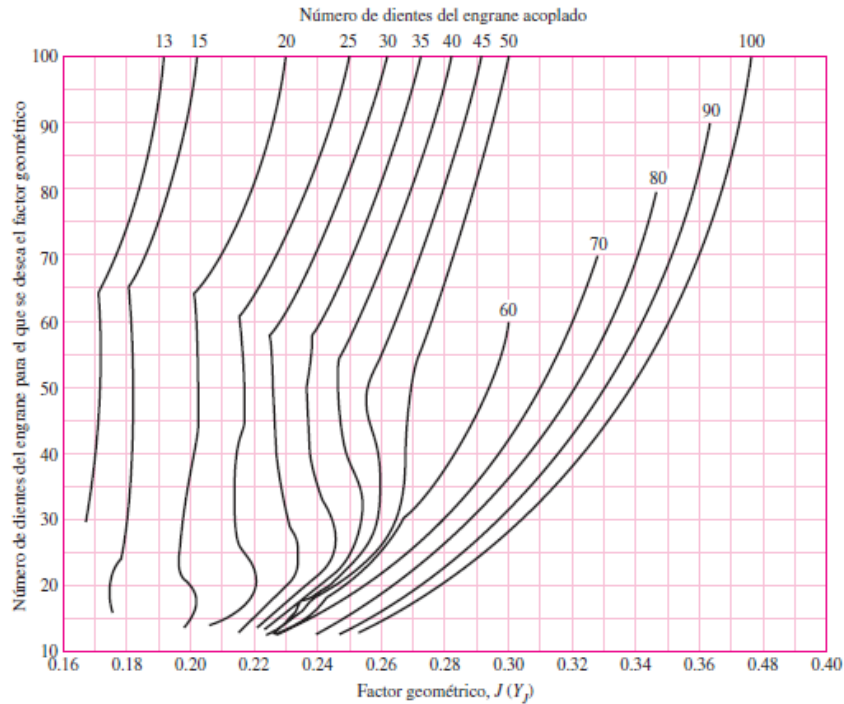


Figura 6.4 Gráfica de factor de flexión (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell)

$$J_p \cong 0.222$$

$$J_G \cong 0.17$$

#### 6.1.1 Primera decisión de diseño: Paso diametral de ensayo, $P_d$ .

La primera decisión ya fue tomada al elegir la geometría de los engranajes (diámetro y dientes). Dicho esto, la primera decisión geométrica que se debería de tomar como diseñador de un mecanismo diferencial sería el paso diametral de los engranajes cónicos rectos, pero puesto que esto ya se ha hecho en un apartado anterior con antelación, será suficiente con comprobar que los engranajes son aptos para el diseño viendo si cumplen el factor de diseño que ha sido impuesto. Por lo tanto, el paso diametral de ensayo será:

$$P_d = 3.62 \text{ dientes/pulgada}$$

### 6.1.2 Segunda decisión de diseño: Ancho de cara, $F$ .

El ancho de cara se decide con la ayuda de las siguientes ecuaciones, las cuales proporcionarán un valor máximo (diente ancho) y mínimo (diente estrecho), entre los que deberá encontrarse el valor definitivo. Puesto que ya se ha definido el valor del ancho de cara del diente con antelación en las Tablas 5.4 y 5.5 (aquí se usará en pulgadas y no en milímetros), solo queda comprobar que el valor ya definido se encuentra dentro del intervalo delimitado por el ancho de cara máximo y mínimo:

$$F = \min(0.3A_0, 10/P_d) \quad \text{Ec.(12)}$$

donde  $A_0$  es la distancia del cono (véase Figura 6.2), cuyo valor es

$$A_0 = \frac{d_p}{2 \sin \gamma} = \frac{d_G}{2 \sin \Gamma} \quad \text{Ec.(13)}$$

Se calculan ambos valores y comprueba que el que se definió con antelación está dentro del intervalo:

$$\left. \begin{array}{l} F_{max} = 2.76in \\ F_{min} = 1.70in \end{array} \right\} \rightarrow \mathbf{F = 1.89 in}$$

Una vez se establece la anchura de cara se puede calcular el factor de tamaño por resistencia a la picadura ( $C_S$ ) y el factor de distribución de carga ( $K_m$ ).

#### **Factor de tamaño por resistencia a picadura, $C_S$ .**

$$C_S = \begin{cases} 0.5 & F < 0.5 in \\ 0.125F + 0.4375 & 0.5 \leq F \leq 4.5 in \\ 1 & F > 4.5in \end{cases} \quad \text{Ec.(14)}$$

Puesto que el valor que se ha decidido que tenga el ancho de cara es 1.89 in, el factor de tamaño por resistencia a la picadura ( $C_S$ ) será:

$$\mathbf{C_S = 0.6738}$$

### Factor de distribución de carga, $K_m$ .

$$K_m = K_{mb} + 0.0036F^2 \quad \text{Ec.(15)}$$

Donde

$$K_{mb} = \begin{cases} 1 & \text{ambos miembros montados separados} \\ 1.1 & \text{un miembro montado separado} \\ 1.25 & \text{ningun miembro montado separado} \end{cases} \quad \text{Ec.(16)}$$

En el diseño ambos engranajes estarán montados juntos, por lo que  $K_{mb}$  será igual a 1,25. Quedando entonces:

$$K_m = 1.2629$$

### 6.1.3 Tercera decisión de diseño: Precisión de transmisión.

La precisión de transmisión está íntimamente relacionada con el factor dinámico ( $K_v$ ), y este factor es el que tiene en cuenta el efecto de la calidad del diente del engranaje, que a su vez está relacionado con la velocidad y la carga. En la AGMA este número de exactitud de transmisión se denota con la letra  $Q_v$  y describe la precisión con la que los perfiles de los dientes están espaciados a lo largo del círculo de paso [1].

En esta ocasión se ha tomado la decisión de escoger una precisión de transmisión de valor 11 para el diseño del diferencial.

$$Q_v = 11$$

El factor dinámico se debe de calcular con las siguientes ecuaciones:

$$K_v = \left( \frac{A + \sqrt{v_t}}{A} \right)^B \quad \text{Ec.(17)}$$

Donde

$$B = 0.25(12 - Q_v)^{2/3} \quad \text{Ec.(18)}$$

$$A = 50 + 56(1 - B) \quad \text{Ec.(19)}$$

y  $v_t$  es la velocidad en la línea de paso en el diámetro de paso exterior, expresada en pies/min:

$$v_t = \pi d_p n_p / 12 \quad \text{Ec.(20)}$$

De las ecuaciones (18), (19) y (20) se han obtenido los resultados:

$$B = 0.25$$

$$A = 92$$

$$v_t \approx 1.4806 \cdot 10^3 \text{ pies/min}$$

Con estos resultados se ha sustituido en la ecuación (17) para calcular el factor dinámico definitivo:

$$K_v = 1.0913$$

#### 6.1.4 Cuarta decisión de diseño: Material y tratamiento.

Para la realización de un diseño bueno y fiel con la realidad se debe de tener en cuenta el material y el tratamiento superficial al que se someten los engranajes. El material de los engranajes debe de ser resistente y relativamente barato, por lo que el más indicado para piñón y corona será el acero.

El acero que se utilizará será un ASTM 1320 de grado 3 con un tratamiento térmico de carburación y endurecimiento superficial.

Ya con esto se pueden obtener los números de esfuerzo de contacto ( $s_{ac}$ ) y de flexión ( $s_{at}$ ) permisibles. Estos podemos encontrarlos en las Figuras 6.5 y 6.6 [ANSI/AGMA 2003-B97] [1].

$$s_{ac} = 250000 \text{ psi}$$

$$s_{at} = 40000 \text{ psi}$$

Número de esfuerzo de contacto permisible de los engranes de acero,  $s_{ac} (\sigma_{H \text{ lim}})$ . Fuente: ANSI/AGMA 2003-B97.

Designación del material	Tratamiento térmico	Dureza superficial* mínima	Número de esfuerzo por contacto permisible, $s_{ac} (\sigma_{H \text{ lim}})$ lbf/pulg <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )		
			Grado 1 <sup>†</sup>	Grado 2 <sup>†</sup>	Grado 3 <sup>†</sup>
Acero	Endurecido completamente <sup>‡</sup>	Figura 15-12	Figura 15-12	Figura 15-12	
	Endurecido por flama o inducción <sup>§</sup>	50 HRC	175 000 (1 210)	190 000 (1 310)	
	Carburizado y endurecido superficial <sup>§</sup>	Tabla 8 2003-B97	200 000 (1 380)	225 000 (1 550)	250 000 (1 720)
AISI 4140	Nitrurado <sup>§</sup>	84.5 HR15N		145 000 (1 000)	
Nitralloy 135M	Nitrurado <sup>§</sup>	90.0 HR15N		160 000 (1 100)	

Figura 6.5 Esfuerzo de contacto permisible. (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell)

Número de esfuerzo por flexión permisible de los engranes de acero,  $s_{at} (\sigma_{F \text{ lim}})$ . Fuente: ANSI/AGMA 2003-B97.

Designación del material	Tratamiento térmico	Dureza superficial mínima	Número de esfuerzo por flexión (permisible), $s_{at} (\sigma_{F \text{ lim}})$ lbf/pulg <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )		
			Grado 1 <sup>*</sup>	Grado 2 <sup>*</sup>	Grado 3 <sup>*</sup>
Acero	Endurecido completamente	Figura 15-13	Figura 15-13	Figura 15-13	
	Endurecido por flama o inducción				
	Raíces no endurecidas Raíces endurecidas	50 HRC	15 000 (85) 22 500 (154)	13 500 (95)	
AISI 4140	Carburizado y endurecido superficial <sup>†</sup>	Tabla 8 2003-B97	30 000 (205)	35 000 (240)	40 000 (275)
	Nitrurado <sup>†,‡</sup>	84.5 HR15N		22 000 (150)	
Nitralloy 135M	Nitrurado <sup>†,‡</sup>	90.0 HR15N		24 000 (165)	

Figura 6.6 Esfuerzo por flexión permisible (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell)

### 6.1.5 Resumen de todos los factores que intervienen.

En este apartado se recogen a modo de resumen todos los distintos factores de la AGMA que intervienen en el cálculo de las resistencias y esfuerzos del piñón y la corona en la Tabla 6.1.

$S_F$	1.3	$K_X$	1
$S_H$	$\sqrt{1.3}$	$I$	0.068
$C_{Lp}$	0.9465	$J_P$	0.222
$C_{Lg}$	1.0112	$J_G$	0.17
$K_{Lp}$	0.8366	$C_S$	0.6738
$K_{Lg}$	0.8668	$K_m$	1.2629

$K_R$	1.0753	$K_v$	1.0913
$C_R$	1.0369	$s_{ac}$	250000 <i>psi</i> ( $1.72 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ )
$K_T$	1	$s_{at}$	40000 <i>psi</i> ( $2.76 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$ )
$C_{xc}$	1.5		

Tabla 6.1. Factores de la AGMA en el G. Reductor.

### 6.1.6 Desgaste y flexión en el grupo reductor.

#### Flexión de la corona.

Calculando y comparando la flexión a la que la corona del diseño está sometida con la flexión que es capaz de soportar, se puede obtener un factor real de seguridad a la flexión. Con este factor real podremos ver si los engranajes escogidos cumplen con el factor de seguridad que nos impusimos inicialmente.

Atendiendo a las ecuaciones, el esfuerzo de flexión será

$$(S_t)_G = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_v \frac{K_S K_m}{K_x J_G} \quad \text{Ec.(21)}$$

$$(S_t)_G = 2.4546 \cdot 10^4 \text{ psi}$$

La resistencia a la flexión está dada por la ecuación

$$(S_{wt})_G = \left( \frac{s_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \right)_G \quad \text{Ec.(22)}$$

$$(S_{wt})_G = 2.4805 \cdot 10^4 \text{ psi}$$

Ahora que ya se han calculado ambas resistencias se puede obtener el factor real de seguridad con la ecuación:

$$(S_F)_G = n_d \frac{(S_{wt})_G}{(S_t)_G} \quad \text{Ec.(23)}$$

$$(S_F)_G = 1.3137$$

### Resistencia del piñón.

De igual forma que con la corona se procede para obtener un factor real de seguridad ahora en el piñón. Primero se ha calculado el valor del esfuerzo de flexión. Para ello se han usado las siguientes expresiones.

$$(S_t)_P = \frac{W^t}{F} P_d K_o K_V \frac{K_S K_m}{K_x J_P} \quad \text{Ec.(24)}$$

Dividiendo las ecuaciones (21) y (24) obtenemos la simplificación:

$$(S_t)_P = (S_t)_G \frac{J_G}{J_P} \quad \text{Ec.(25)}$$

$$(S_t)_P = 1.88 \cdot 10^4 \text{psi}$$

Seguidamente se ha calculado la resistencia a la flexión del piñón

$$(S_{wt})_P = \left( \frac{S_{at} K_L}{S_F K_T K_R} \right)_P \quad \text{Ec.(26)}$$

$$(S_{wt})_P = 2.394 \cdot 10^4 \text{psi}$$

Una vez se tienen calculadas ambas resistencias se está en condición de poder obtener el factor real de seguridad a la flexión. De igual forma que para la corona se tiene:

$$(S_F)_P = n_d \frac{(S_{wt})_P}{(S_t)_P} \quad \text{Ec.(27)}$$

$$(S_F)_P = 1.66$$

### Desgaste de la corona.

Ahora se pasa a comprobar si el desgaste en ambos engranajes cumple con el factor de seguridad, en primer lugar se ha estudiado el de la corona. Para ello, se debe calcular el esfuerzo de contacto provocado en la cara del piñón por la cara de la corona, y esto se obtiene mediante la ecuación:

$$s_c = C_p \left( \frac{W^t}{F d_p I} K_m K_o K_v C_s C_{xc} \right)^{1/2} \quad \text{Ec.(28)}$$

Este esfuerzo de contacto será de igual valor para piñón y corona. Sustituyendo para valores de la corona queda

$$s_{cg} = s_{cp} = s_c \rightarrow s_c = \mathbf{2.1414 \cdot 10^5 psi}$$

A continuación se ha calculado el esfuerzo de contacto permisible de la corona, es decir, su resistencia a contacto, mediante la ecuación (29).

$$(S_{wc})_G = \left( \frac{S_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R} \right)_G \quad \text{Ec.(29)}$$

Quedando como resultado

$$(S_{wc})_G = \mathbf{2.57 \cdot 10^5 psi}$$

Ahora que ya se tienen ambas resistencias, se ha calculado el factor real de seguridad al desgaste en la corona mediante la siguiente ecuación:

$$(S_H)_G^2 = n_d \left( \frac{(S_{wc})_G}{s_{cg}} \right)^2 \quad \text{Ec.(30)}$$

$$(S_H)_G^2 = \mathbf{1.87}$$

### **Desgaste del piñón.**

Por último, ya solo queda comprobar si al igual que en la corona, el piñón cumple con el factor de diseño que se ha impuesto. Por lo tanto, se ha procedido al cálculo del esfuerzo de contacto permisible del piñón, es decir, su resistencia a contacto. Teniendo en cuenta que el esfuerzo por contacto, al igual que en la corona, será:

$$s_c = \mathbf{2.1414 \cdot 10^5 psi}$$

Resistencia a contacto.

$$(S_{wc})_P = \left( \frac{S_{ac} C_L C_H}{S_H K_T C_R} \right)_P \quad \text{Ec.(31)}$$

Quedando

$$(S_{wc})_P = 2.4015 \cdot 10^5 \text{ psi}$$

Ahora que ya se tienen ambas resistencias se ha calculado el factor real de seguridad al desgaste en la corona, mediante la siguiente ecuación:

$$(S_H)_P^2 = n_d \left( \frac{(S_{wc})_P}{s_{cg}} \right)^2 \quad \text{Ec.(32)}$$

$$(S_H)_P^2 = 1.64$$

A continuación en la Tabla 6.2 se presentan los resultados correspondientes a las tensiones y resistencias del acoplamiento del grupo reductor en unidades del sistema internacional.

	<b>psi</b>	<b>N/m<sup>2</sup></b>		<b>psi</b>	<b>N/m<sup>2</sup></b>
$(S_t)_G$	$2.45 \cdot 10^4$	$1.69 \cdot 10^8$	$s_{cg}$	$2.14 \cdot 10^5$	$1.48 \cdot 10^9$
$(S_{wt})_G$	$2.48 \cdot 10^4$	$1.71 \cdot 10^8$	$(S_{wc})_G$	$2.57 \cdot 10^5$	$1.77 \cdot 10^9$
$(S_t)_P$	$1.88 \cdot 10^4$	$1.29 \cdot 10^8$	$s_{cp}$	$2.14 \cdot 10^5$	$1.48 \cdot 10^9$
$(S_{wt})_P$	$2.39 \cdot 10^4$	$1.65 \cdot 10^8$	$(S_{wc})_P$	$2.4 \cdot 10^5$	$1.75 \cdot 10^9$

Tabla 6.2. Resistencias y esfuerzos finales en G. Reductor.

También se han recogido en la Tabla 6.3 a modo de resumen los cuatro factores reales de seguridad del grupo reductor.

$(S_F)_G$	1.31
$(S_F)_P$	1.66
$(S_H)_G^2$	1.87
$(S_H)_P^2$	1.64

Tabla 6.3. Factores reales de seguridad del G. Reductor.

## 6.2 Acoplamiento entre planetario y satélite

Al igual que con el grupo reductor, también se debe de corroborar que planetarios y satélites cumplen un factor de diseño y, por tanto, son seguros y sirven para los escenarios en que se quiere que trabajen.

Para calcular el acoplamiento entre estos engranajes se debe de hacer un supuesto previo, ya que en esta ocasión los planetarios y satélites no están acoplados de dos en dos sino que están los cuatro montados en un mismo conjunto. Este supuesto consistirá en calcular el acoplamiento cuando un planetario está completamente frenado, de esta forma se podrá ignorar el planetario frenado y un satélite en nuestros cálculos (el otro satélite si habrá que tenerlo en cuenta a la hora de calcular la carga aplicada final, siendo necesario dividirla entre dos ya que se reparte entre ambos satélites), quedando así un solo planetario y un solo satélite en la ecuación.

El acoplamiento entre planetario y satélite lo se ha realizado igual que con el grupo reductor, tomando en esta ocasión como engranaje motriz el satélite y como rueda al planetario.

Para empezar es necesario conocer la velocidad de giro del satélite ( $n_{sat}$ ) y la potencia transmitida al planetario ( $P$ ). La velocidad de giro del satélite para el supuesto de un planetario frenado ha sido calculada más adelante en el apartado 7.2 junto a las velocidades reales de los planetarios del diferencial por comodidad y la potencia transmitida al planetario libre será la misma que en la corona debido a que supusimos un rendimiento mecánico de 1.

$$P = 130CV$$

$$n_{sat} \cong 1509rpm$$

El factor de diseño que se ha impuesto para este acoplamiento será de nuevo:

$$n_d = 1.3$$

Puesto que para realizar el cálculo de todos los factores necesarios para realizar el cálculo de las tensiones y factores reales de diseño se ha usado un código de MatLab, y es repetir el mismo proceso ya seguido en el grupo reductor, solo serán reflejados los resultados finales en las Tablas 6.4 y 6.5. Para más información o cualquier duda acudir al Anexo 13.1.

	<i>psi</i>	<i>N/m<sup>2</sup></i>		<i>psi</i>	<i>N/m<sup>2</sup></i>
$(S_t)_{pla}$	$2.3 \cdot 10^4$	$1.59 \cdot 10^8$	$s_{cpla}$	$1.83 \cdot 10^5$	$1.26 \cdot 10^9$
$(S_{wt})_{pla}$	$2.42 \cdot 10^4$	$1.67 \cdot 10^8$	$(S_{wc})_{pla}$	$2.45 \cdot 10^5$	$1.69 \cdot 10^9$
$(S_t)_S$	$1.93 \cdot 10^4$	$1.33 \cdot 10^8$	$s_{cS}$	$1.83 \cdot 10^5$	$1.26 \cdot 10^9$
$(S_{wt})_S$	$2.39 \cdot 10^4$	$1.65 \cdot 10^8$	$(S_{wc})_S$	$2.4 \cdot 10^5$	$1.66 \cdot 10^9$

Tabla 6.4. Resistencias y esfuerzos finales en Pla-Sat.

$(S_F)_{pla}$	1.36
$(S_F)_S$	1.61
$(S_H)_{pla}^2$	2.35
$(S_H)_S^2$	2.25

Tabla 6.5. Factores reales de seguridad en Pla-Sat.



## 7 CINEMÁTICA ENTRE PLANETARIOS Y SATÉLITES

A continuación se calcularán las velocidades angulares correspondientes a planetarios y satélites. Continuando con la misma filosofía de diseño seguida hasta ahora, se supondrá un radio de curva lo más desfavorable posible para obtener un diseño más seguro y con un cierto margen.

Como ya se adelantó en el planteamiento inicial, para el diseño se parte del supuesto que la camioneta Chevrolet está circulando con la primera marcha engranada y con toda la dirección girada. Por lo que en los siguientes cálculos se deberá de tomar como radio de la curva que está describiendo el vehículo el radio de giro de la camioneta.

El radio de giro de un vehículo no es más que el radio más pequeño posible que un vehículo es capaz de describir al trazar su trayectoria, este radio en un vehículo se busca que sea lo más pequeño posible puesto que cuanto más pequeño sea más fácil de maniobrar con él será. En este caso, la camioneta Chevrolet en cuestión, por sus dimensiones tan voluptuosas típicas del mercado americano, supondremos que su radio de giro es de 5.5 metros.

$$R = 5.5m$$

Tras una breve búsqueda por la web, se ha encontrado que el valor del radio de giro de los vehículos normalmente oscila entre 4.5 y 6 metros aproximadamente [2] [9].

Ahora que se ha determinado el valor del radio de giro, se procederá al cálculo de las velocidades angulares en los distintos elementos [3].

### 7.1 Cálculo de las velocidades en cada planetario

Como consecuencia de que al tomar la curva el planetario interno gire a una velocidad mayor que el externo, los satélites empujan a los planetarios y además giran sobre sus propios ejes, compensando así la diferencia entre los distintos recorridos de las ruedas.

El número de revoluciones en los planetarios vienen dadas por la suma algebraica de dos movimientos, el de arrastre del portasatélites y el propio giro del satélite sobre su eje.

Si se quiere calcular este giro del satélite sobre sí mismo se ha de suponer que un planetario está bloqueado (no gira), así cuando el portasatélites gira una revolución el satélite girará sobre sí mismo:

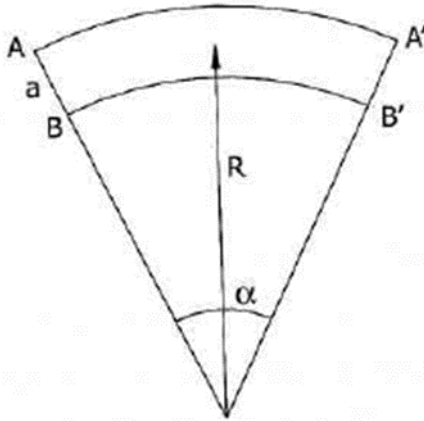


Figura 7.1 Nomenclatura de vehículo en trayectoria curva (Fuente: Ingeniería de vehículos, sistemas y cálculos.)

$$n_{sat} = \frac{N_{pla}}{N_{sat}} \cdot n_G \quad \text{Ec.(33)}$$

Y puesto que es sabido que el planetario libre girará a su vez con el satélite, y que por una revolución del satélite el planetario libre girará  $\frac{N_{sat}}{N_{pla}}$ , se puede determinar a partir de la ecuación (33) que:

$$n_{sat} \cdot \frac{N_{sat}}{N_{pla}} = \frac{N_{pla}}{N_{sat}} \cdot \frac{N_{sat}}{N_{pla}} \cdot n_G = n_G \quad \text{Ec.(34)}$$

Si a la velocidad de este movimiento se le suma la velocidad del movimiento de arrastre del portasatélites, que será  $n_G$ , se obtiene la velocidad total correspondiente al planetario libre:

$$n_G + n_G = 2n_G \quad \text{Ec.(35)}$$

De este planteamiento y estas ecuaciones se deduce que la velocidad en cada planetario puede expresarse con las ecuaciones ya simplificadas

$$n_1 = \frac{n_{ps} \left( R + \frac{a}{2} \right)}{R} \rightarrow \text{Palier exterior a la curva} \quad \text{Ec.(36)}$$

$$n_2 = \frac{n_{ps} \left( R - \frac{a}{2} \right)}{R} \rightarrow \text{Palier interior a la curva} \quad \text{Ec.(37)}$$

Donde  $a$  es la distancia entre ambas ruedas, tal y como se muestra en la Figura 7.1. Para el diseño supondremos una anchura de trazado de

$$a = 2 \text{ m}$$

Una vez se sabe cómo calcular la velocidad a la que girará cada planetario (palier) para un radio de curva determinado, se está en condiciones de obtenerlas, y con ellas, obtener potencias y pares de fuerzas más adelante. Por tanto, las velocidades con las que se trabajará serán:

$$n_1 = 620.4 \text{ rpm}$$

$$n_2 = 429.5 \text{ rpm}$$

Cálculos más detallados en el Anexo 13.1.

## 7.2 Velocidad con un planetario bloqueado

Para poder calcular el acoplamiento entre satélite y planetario, es necesario conocer la velocidad de giro en estos engranajes. Esta velocidad es posible obtenerla de forma sencilla haciendo uso de la ecuación (38):

$$2n_G = n_1 + n_2 \quad \text{Ec.(38)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2n_G = n_1 + n_2 \\ \text{Planetario bloqueado} \rightarrow n_2 = 0 \end{array} \right\} \rightarrow n_1' = 2n_{ps}$$

Siendo  $n_G$  aquí la velocidad de giro del portasatélites, es decir, la velocidad de giro de la corona. Por lo que la velocidad de giro en el planetario libre en este supuesto sería:

$$n_1' \approx 1050 \text{ rpm}$$



## 8 ANÁLISIS DE LAS DISTINTAS FUERZAS QUE INTERVENDRÁN EN EL DIFERENCIAL

Ahora que ya se ha comprobado que los engranajes escogidos son apropiados, es tiempo de calcular las potencias, pares y reacciones que intervendrán en nuestro diseño como consecuencia de su funcionamiento [3].

### 8.1 Potencias y pares transmitidos

Primero de todo, recordad que ya se determinó una potencia del motor al principio en el planteamiento inicial. Y puesto que se supuso que en el diferencial se iba a tener un rendimiento mecánico del 100%, la potencia total transmitida a los planetarios ya se tiene. Pero a diferencia del par, la potencia no se reparte por igual a los palieres (excepto cuando el vehículo circula en línea recta), por lo que se tendrá que obtener la potencia que se reparte a cada planetario.

Para esto, se partirá de la ecuación

$$W_m = M_m \cdot \frac{2\pi \cdot n_m}{60} = \omega_m \cdot M_m \quad \text{Ec.(39)}$$

donde  $W_m$  es la potencia aportada por el motor,  $M_m$  el par generado por el motor y  $n_m$  las revoluciones a las que gira el motor. Si se supone que la caja de cambios está en directa para simplificar la demostración de las siguientes ecuaciones (seguirá estando engranada la primera marcha a efectos de realizar cálculos), el par que llegará a la entrada del grupo reductor será el par del motor ( $M_m$ ), y este se relaciona con el par que se tiene a la salida del grupo reductor ( $M'$ ) mediante el factor multiplicador ( $R'$ ) del grupo reductor, es decir, mediante la relación entre corona y piñón que se calculó en el apartado 5.3. Por lo tanto, se pueden hacer las siguientes deducciones:

$$M_m \cdot R' = M' = W_m \cdot \frac{60}{2\pi \cdot n_G} = W_m / \omega_m \quad \text{Ec.(40)}$$

Siendo  $n_G$  la velocidad en el portasatélites, a partir de las ecuaciones (38) y (40) es posible seguir sustituyendo y simplificando hasta tener

$$W_m = \left( \frac{M'n_1}{2} + \frac{M'n_2}{2} \right) \frac{2\pi}{60} \quad \text{Ec.(41)}$$

Si se les llama  $W_1$  y  $W_2$  a las potencias repartidas a cada planetario, es decir, a cada palier, se obtiene la ecuación

$$W_m = W_1 + W_2 = (M_1 n_1 + M_2 n_2) \frac{2\pi}{60} \quad \text{Ec.(42)}$$

Igualando y simplificando las ecuaciones (41) y (42) se ha llegado a las ecuaciones (43) y (44), quedando así demostrado que el par se reparte por igual a ambos palieres independientemente de si el vehículo está circulando en línea recta o está tomando una curva. Por otra parte, también se evidencia en estas ecuaciones lo ya adelantado en unas líneas más arriba, las potencias en los distintos palieres dependerán de sus correspondientes velocidades de giro y no tendrán por qué ser iguales.

$$M_1 = \frac{M'}{2} \quad \text{Ec.(43)}$$

$$M_2 = \frac{M'}{2} \quad \text{Ec.(44)}$$

Ahora que ya se tiene una idea más clara de la distribución de potencias y momentos (pares) que habrá en los elementos de un diferencial, se puede abordar el cálculo de los datos del diseño del diferencial en concreto. En la Tabla 8.1 se pueden ver reflejados los momentos y las potencias correspondientes a planetarios y satélites. Todos estos cálculos también han sido programados en MatLab al igual que todos los anteriores (ver Anexo 13.1).

MOMENTOS (Nm)		POTENCIAS (CV)	
<b>M<sub>1</sub></b>	869.1	<b>W<sub>1</sub></b>	76.8
<b>M<sub>2</sub></b>	869.1	<b>W<sub>2</sub></b>	53.2

Tabla 8.1. Momentos y potencias en planetarios.

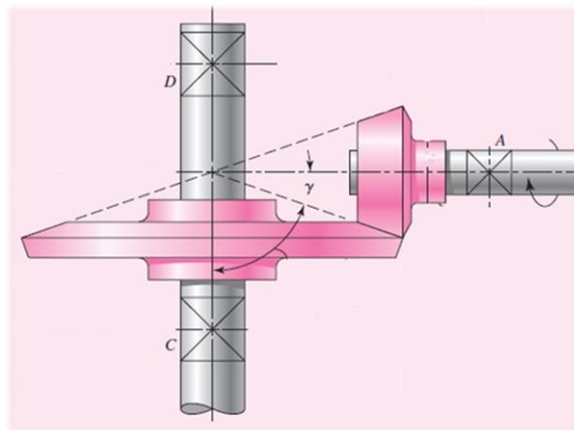
## 8.2 Reacciones

En el diseño de un mecanismo diferencial es muy importante determinar las dimensiones geométricas de los engranajes que se vayan a utilizar en función de las condiciones de trabajo, pero también son igual de importantes las distancias entre los puntos de apoyo, ya que con estas distancias es posible determinar las reacciones en los

apoyos. Y a su vez, con estas reacciones se podrán seleccionar unos cojinetes adecuados para el diseño.

Primero se han estudiado las reacciones que aparecen en el eje de la corona, para simplificar los cálculos se ha supuesto que los dos palieres están unidos solidariamente entre sí en un solo eje, tal como se aprecia en la Figura 8.1.

También se han determinado unas distancias entre cojinetes que se ajusten al diseño y que sean apropiadas, así una vez acotadas las coordenadas de los puntos de apoyo ya si se está en condiciones de calcular las reacciones en dichos puntos y poder determinar unos rodamientos adecuados para el diseño.



*Figura 8.1 Apoyos del sistema diferencial. (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell)*

### **Reacciones en el eje de la corona**

Una cuestión importante a tener en cuenta antes de empezar a hacer sumatoria de momentos y fuerzas, es escoger un apoyo (rodamiento) con dos grados de libertad, es decir, que permita el movimiento en la dirección longitudinal del eje Y para prevenir fallas por dilataciones y contracciones. En este diseño el apoyo D (Figura 8.1) será el elegido para tener dos grados de libertad y también será el punto en el cual estarán apoyados los cálculos a la hora de hacer equilibrio de fuerzas y sumatoria de momentos.

En la Figura 8.2 se puede observar cómo se disponen las reacciones y en la Tabla 8.2 se reflejan las coordenadas, en mm, de los distintos puntos de apoyo.

Se harán coincidir el origen de coordenadas con el vértice común de los conos imaginarios en los que se encuentran inscritos ambos engranajes.

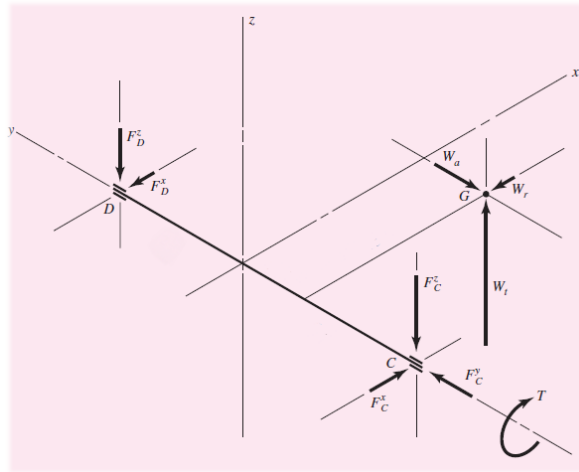


Figura 8.2 Representación de las reacciones en la corona. (Fuente: Diseño en ingeniería mecánica de Joseph Edward Shigley, Larry D. Mitchell)

Coordenadas	C	D	G
X	0	0	114.97mm
Y	-85mm	110.5mm	-47.47mm
Z	0	0	0

Tabla 8.2. Coordenadas de los apoyos y carga en corona.

Conociendo la disposición de las fuerzas y sus coordenadas ya solo falta conocer la fuerza ( $F_i$ ) aplicada en el diente para poder hacer equilibrio de fuerzas y obtener el valor de las reacciones. La fuerza aplicada en el diente de la corona se obtiene a través de las siguientes ecuaciones:

$$F_t = \frac{33000 \cdot P}{V} \quad \text{Ec.(45)}$$

$$F_r = F_t \tan \phi \cos \gamma \quad \text{Ec.(46)}$$

$$F_a = F_t \tan \phi \sin \gamma \quad \text{Ec.(47)}$$

Coordenadas	FUERZAS (Newton)			
	F <sub>C</sub>	F <sub>D</sub>	F <sub>G</sub>	F <sub>P</sub>
X	3666.4	-2241	-1425	1425
Y	4276.1	---	-4276	4276
Z	-10005.6	-2377	12383	-12383

Tabla 8.3. Reacciones y cargas en la corona y piñón.

### Reacciones en el eje del piñón.

Puesto que en el eje del piñón solo se ha colocado un rodamiento en el diseño, no es necesario hacer ningún cálculo puesto que la reacción será igual a la fuerza aplicada en la cara del diente del piñón pero de sentido contrario.

Al punto de apoyo en el eje del piñón se le ha llamado A y se le ha situado a una distancia de 160 mm en el sentido positivo del eje X ( $A = \{160, 0, 0\}$ ).

$$\left. \begin{array}{l} F_p = -F_G \\ F_A = -F_p \end{array} \right\} \rightarrow F_A = F_G$$

El desarrollo de los cálculos podrá ser encontrado en el Anexo 13.1.

### 8.3 Carga en dientes de satélites-planetarios

De la misma manera que se ha calculado la fuerza que se aplica en los dientes de piñón y corona como resultante del contacto entre ambos en la Tabla 8.3, también se debe de calcular esta fuerza en los dientes de satélites y planetarios (ver Tabla 8.4) puesto que nos hará falta más adelante cuando hagamos el análisis estático de los mismos en Catia.

Coordenadas	CARGAS (Newton)	
	$F_{sat}$	$F_{pla}$
X	1383	-1383
Y	1988	-1988
Z	-6653	6653

Tabla 8.4. Cargas en sat-pla.

Más detalles sobre los datos de la Tabla 8.4 en el Anexo 13.1.

### 8.4 Elección de rodamientos

Los rodamientos se escogerán de un catálogo de la empresa SKF [8], un importante fabricante en el sector de los rodamientos. Puesto que se conocen las cargas que se quiere que soporten los rodamientos, se han definido sus grados de libertad y se conocen las dimensiones básicas que deben de cumplir para adaptarse al diseño, solo se debe de filtrar con estos datos en sus catálogos para obtener un rodamiento adecuado en cada apoyo en cuestión.

## Rodamiento para el apoyo C.

En la web oficial de SKF [8] se filtra con los datos necesarios en el catálogo de rodamientos rígidos de bolas.

The image shows a screenshot of the SKF product filter interface. At the top, there is a blue header with the text "Filtro de la tabla de productos" and a small upward arrow icon on the left, and a search icon followed by the text "product\_table\_popular\_items\_filter[76]" on the right. Below the header, the filter is organized into a grid of sections:

- Designación:** A text input field.
- Solución de sellado:** A dropdown menu with "(todos)" selected.
- Diseño:** A dropdown menu with "(todos)" selected.
- Variant:** A dropdown menu with "(todos)" selected.
- Sistema de unidades:** A dropdown menu with "(todos)" selected.
- Purpose specific:** A dropdown menu with "(todos)" selected.

Below these sections is a grey bar labeled "Dimension filters". Underneath, there are four input fields for dimensions:

- Diámetro del agujero:** A range input field showing  $\leq d \leq$  with a value of 40.
- Exacto :** A field showing  $d = 40$ .
- Diámetro exterior:** A range input field showing  $40 \leq D \leq 60$ .
- Exacto :** A field showing  $D =$  followed by an empty input box.
- Ancho:** A range input field showing  $\leq B \leq$ .
- Exacto :** A field showing  $B =$  followed by an empty input box.

Figura 8.3 Detalle de filtro para rodamiento de apoyo C.

Con solo filtrar por diámetro interior y diámetro exterior ya se obtiene una lista bastante reducida de rodamientos apropiados en potencia para el diseño. Como se puede ver en la Figura 8.4, son todos similares en cuanto a tamaño, pero en cuanto a la capacidad de carga básica si hay diferencia.

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Capacidades de carga de fatiga		Velocidades nominales		Designación	Designaciones
d	D	B	C	C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Velocidad de referencia	Velocidad límite	Bearing	Anillo elástico
mm					kN	kN	r/min			
▲	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆
15	52	7			4.49	3.75		7500	▶	61808-2RS1
40	52	7			4.49	3.75		26000	▶	61808
40	52	7			3.9	3.75		26000		W 61808 R-2Z
40	50	6			1.43	1.27		26000		W 61708
40	50	6			1.43	1.27		7500		W 61708-2RS1
40	52	7			3.9	3.75		26000		W 61808-2RZ
40	52	7			3.9	3.75		26000		W 61808-2Z
40	52	7			3.9	3.75		7500		W 61808-2RS1
40	52	7			3.9	3.75		26000		W 61808 R
40	52	7			3.9	3.75		26000		W 61808
40	52	7			4.49	3.75		26000	▶	61808-2RZ

Figura 8.4 Características de distintos rodamientos.

En beneficio de la seguridad del diseño se escogerá el que soporta la carga básica más elevada y con la velocidad nominal más alta. Por lo que para el apoyo C se ha escogido el rodamiento rígido de bolas de SKF con la designación 61808, el cual se puede examinar con más detalle en el Anexo 13.2.

### Rodamiento para el apoyo D.

Este rodamiento tiene dos grados de libertad, por lo que en este caso no sirve un rodamiento rígido de bolas, por lo que se tendrá que utilizar un rodamiento axial de bolas de simple efecto. Se ha escogido uno de simple efecto y no uno de doble efecto debido a que la carga axial siempre tendrá el mismo sentido. En lo que respecta a todo lo demás del proceso de elección del rodamiento para este apoyo, es exactamente igual que en el apoyo C.

Dimension filters			
Diámetro del agujero:	Exacto :	Diámetro exterior:	Exacto :
<input type="text"/> ≤ d ≤ <input type="text"/>	d = 40	50 ≤ D ≤ <input type="text"/>	D = <input type="text"/>
Altura:	Exacto :	Altura del rodamiento incluida la arandela de asiento:	Exacto :
<input type="text"/> ≤ H ≤ <input type="text"/>	H = <input type="text"/>	<input type="text"/> ≤ H <sub>1</sub> ≤ <input type="text"/>	H <sub>1</sub> = <input type="text"/>

Figura 8.5 Detalle del filtro usado para apoyo D.

En esta ocasión, tras filtrar solo se obtiene un rodamiento que se ajuste a las necesidades.

Dimensiones principales				Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades nominales		Designaciones	
d	D	H	H <sub>1</sub>	C	C <sub>0</sub>	P <sub>U</sub>	Velocidad de referencia	Velocidad límite	Rodamiento	Arandela de asiento
mm				kN		kN	r/min			
40	60	13		25.5	63	2.32	5000	7000	▶ 51108	

Figura 8.6 Características básicas de rodamiento para apoyo D.

Por lo tanto, para el apoyo D en el diseño se ha escogido un rodamiento axial de bolas de simple efecto de SKF con designación 51108, el cual se puede ver con más detalle en el Anexo 13.2.

#### Rodamiento para el apoyo A.

Para este apoyo se ha decidido que el tipo de rodamiento más apropiado para montar en el diseño será un rodamiento de una hilera de rodillos cónicos. Una vez decidido el tipo de rodamiento se ha filtrado de nuevo en el catálogo apropiado de la web de SKF [8] con las dimensiones más convenientes para el mecanismo diferencial.

Dimension filters

<p><b>Diámetro del agujero:</b></p> <p>30 ≤ d ≤ 38</p>	<p><b>Exacto :</b></p> <p>d =</p>
<p><b>Diámetro exterior:</b></p> <p>≤ D ≤ 60</p>	<p><b>Exacto :</b></p> <p>D =</p>
<p><b>Ancho total del rodamiento:</b></p> <p>≤ T ≤</p>	<p><b>Exacto :</b></p> <p>T =</p>

Figura 8.7 Detalle filtro usado para apoyo A.

En esta ocasión no se ha declinado en la elección del rodamiento que más capacidad de carga básica tiene (sin dejar de tenerla en cuenta), para este apoyo se le ha dado prioridad a la velocidad de giro, puesto que el piñón cuando el vehículo engrane las marchas más largas podría llegar a velocidades de giro muy elevadas.

Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga	Velocidades nominales		Designación
d	D	T	C	C <sub>0</sub>	P <sub>u</sub>	Velocidad de referencia	Velocidad límite	
mm			kN		kN	r/min		
▲	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆	◆
30	55	17	43.9	44	4.55	10000	12000	▶ 32006 X
31.75	59.131	15.875	42.8	41.5	4.4	9500	11000	▶ LM 67048/010
32	53	14.5	33	35.5	3.65	10000	12000	▶ JL 26749/710
32	58	17	45.1	46.5	4.8	9000	11000	▶ 320/32 X
34.987	59.975	15.875	40.6	44	4.5	9000	11000	▶ L 68149/111
34.987	59.131	15.875	40.6	44	4.5	9000	11000	▶ L 68149/110

Figura 8.8 Características básicas del rodamiento escogido en apoyo A.

Luego para el apoyo A se ha elegido un rodamiento de una hilera de rodillos cónicos de SKF con designación JL 26749/710, el cual se puede ver con más detalles en el Anexo 13.2.



# 9 REALIZACIÓN DEL MODELO GEOMÉTRICO/ESTRUCTURAL DEL CONJUNTO DE LOS DISTINTOS ELEMENTOS DEL SISTEMA DIFERENCIAL MEDIANTE SOFTWARE

Ahora que ya se han obtenido todos los datos más que necesarios para realizar un modelo CAD de todos y cada uno de los elementos que componen el mecanismo diferencial y realizar el correspondiente ensamblaje. El diseño ha sido realizado en Catia tal como se adelantó en la introducción, pero para realizar la simulación del movimiento del diferencial se ha utilizado el software SolidWorks.

Puesto que todos los elementos son engranajes, a continuación explicare como se ha realizado uno de los satélites y daré por explicada la realización de los demás engranajes puesto que no habría más que extrapolar el procedimiento de la realización del satélite a cualquiera de los demás engranajes para diseñarlos en CAD.

## 9.1 Proceso de diseño de uno de los satélites

En primer lugar, se debe de entrar en el módulo llamado *Part Design* dentro del menú inicio de Catia. Ver Figura 9.1.

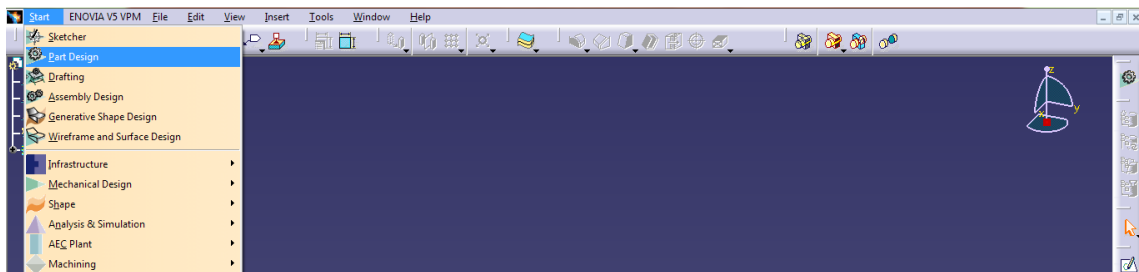


Figura 9.1 Menú inicio de Catia.

Y dentro de este módulo, se debe de abrir un *sketch* apoyado en el plano XZ como se ve en la Figura 9.2.

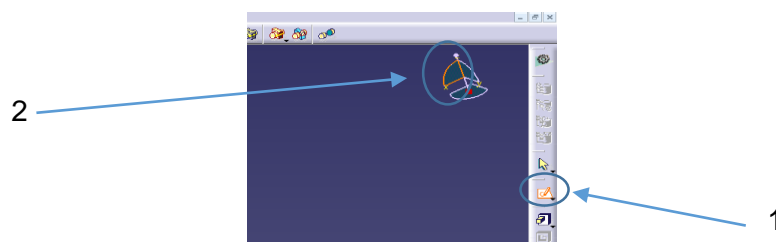


Figura 9.2 Detalle de plano y herramienta que se han utilizado.

Una vez se está dentro del sketch, haciendo uso de las herramientas de croquizado se ha realizado un esquema aproximado al perfil del engranaje. Después se le han dado restricciones y dimensiones mediante cotas, tal y como se puede observar en la Figura 9.3. Todas estas cotas se encuentran en las Tablas 5.6 y 5.9.

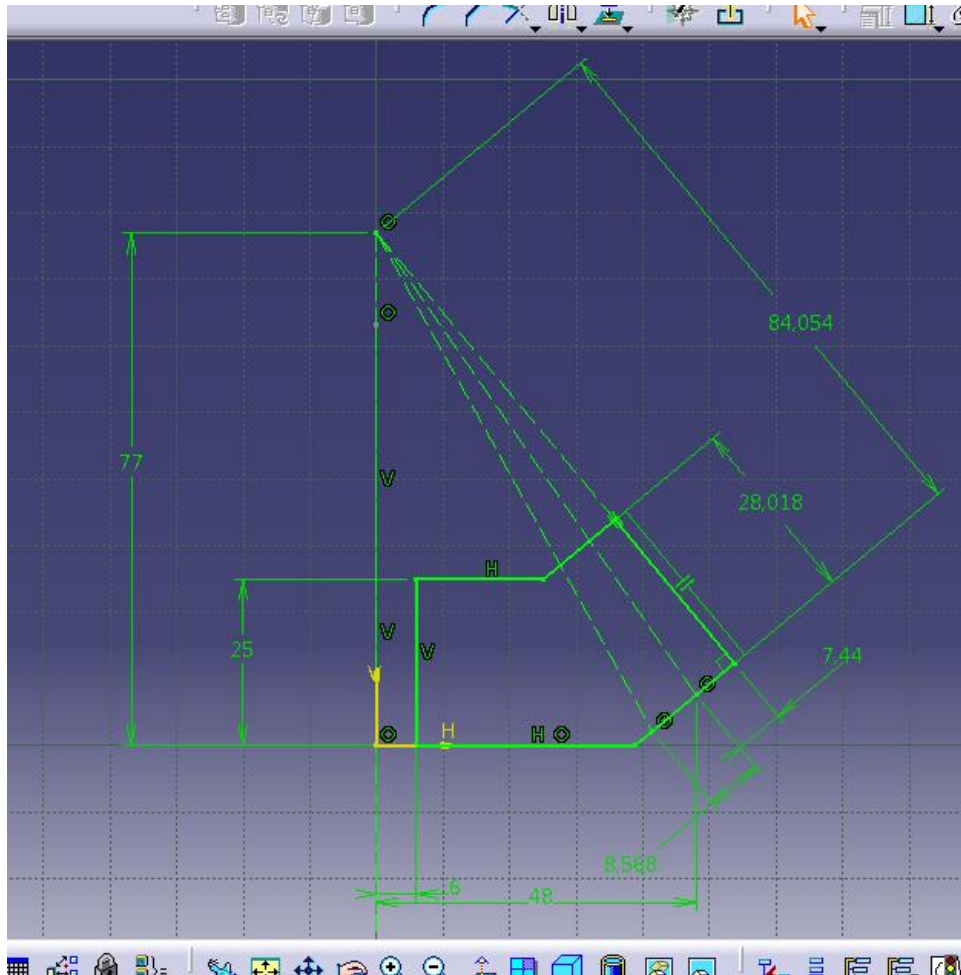


Figura 9.3 Croquis del perfil de revolución del satélite.

También se puede observar en la Figura 9.3 como todas las líneas aparecen de color verde, esto quiere decir que el croquis ya está totalmente definido. A continuación, se debe salir del *sketch* y hacer uso de la herramienta *shaft*, obteniendo de esta manera un sólido de revolución correspondiente al croquis ya realizado (Figura 9.4).

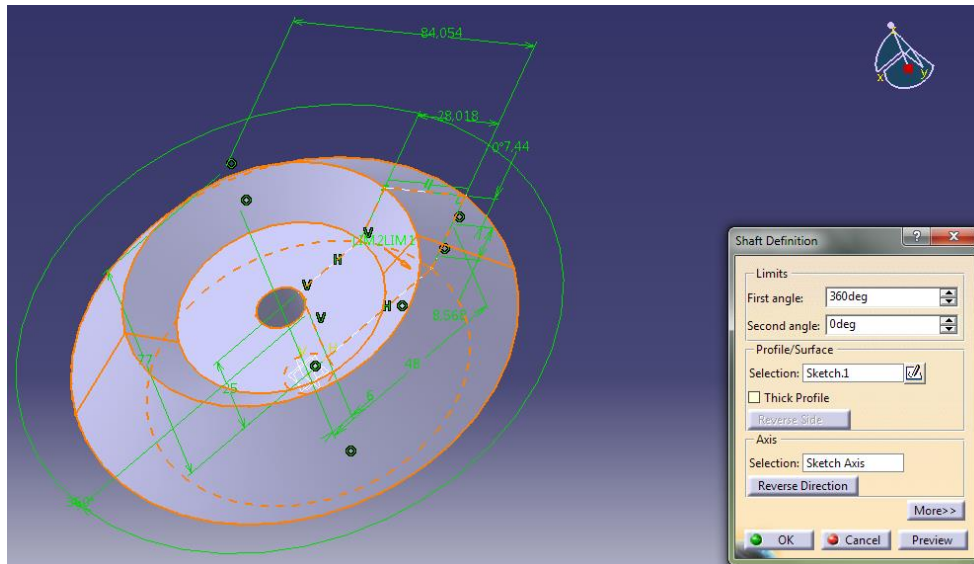


Figura 9.4 Creación de solido mediante revolución.

Ahora que ya se ha realizado la base sólida sobre la que poder apoyarse para trabajar, se debe de crear un plano tangente a la superficie donde empieza el diente, dicha superficie puede verse señalada en la Figura 9.5.

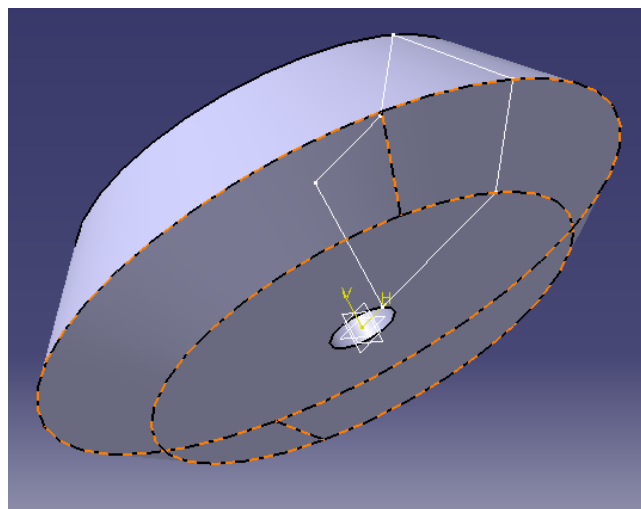


Figura 9.5 Superficie de apoyo para creación de un plano.

Este plano se ha creado mediante la herramienta *plane*, y dentro de esta herramienta se ha escogido la opción *tangent to surface* en la pestaña desplegable. La creación de este plano se debe de apoyar en la superficie y en uno de los puntos del croquis que se ha realizado anteriormente (para poder apoyarse en un punto del croquis anterior, debe hacerse visible, para esta operación). Ver Figura 9.6.

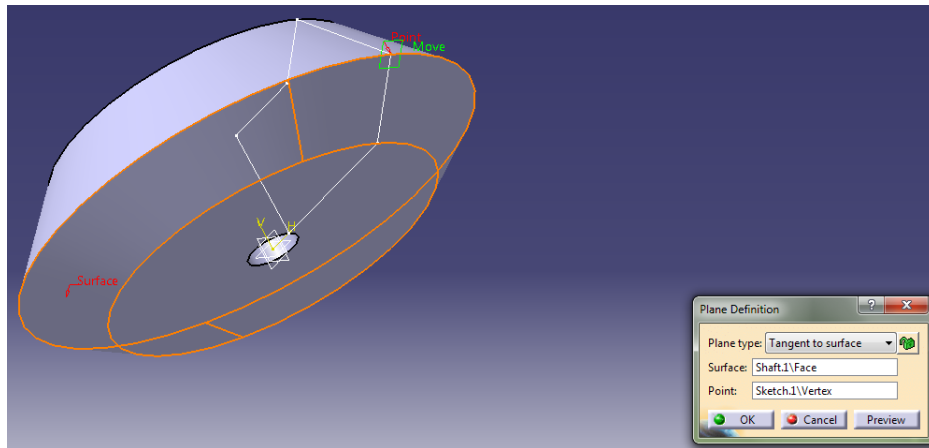


Figura 9.6 Plano de apoyo.

Una vez se ha creado el plano en el que apoyar el croquis del perfil del diente del satélite, se ha vuelto a hacer uso de la herramienta *sketch* y se ha creado un nuevo croquis. En este croquis será necesario poder apoyarse en el punto correspondiente a la separación entre cabeza y raíz en el diente, para esto se ha dejado visible aun el croquis correspondiente al perfil de revolución del engrane cónico. Ver Figura 9.7.

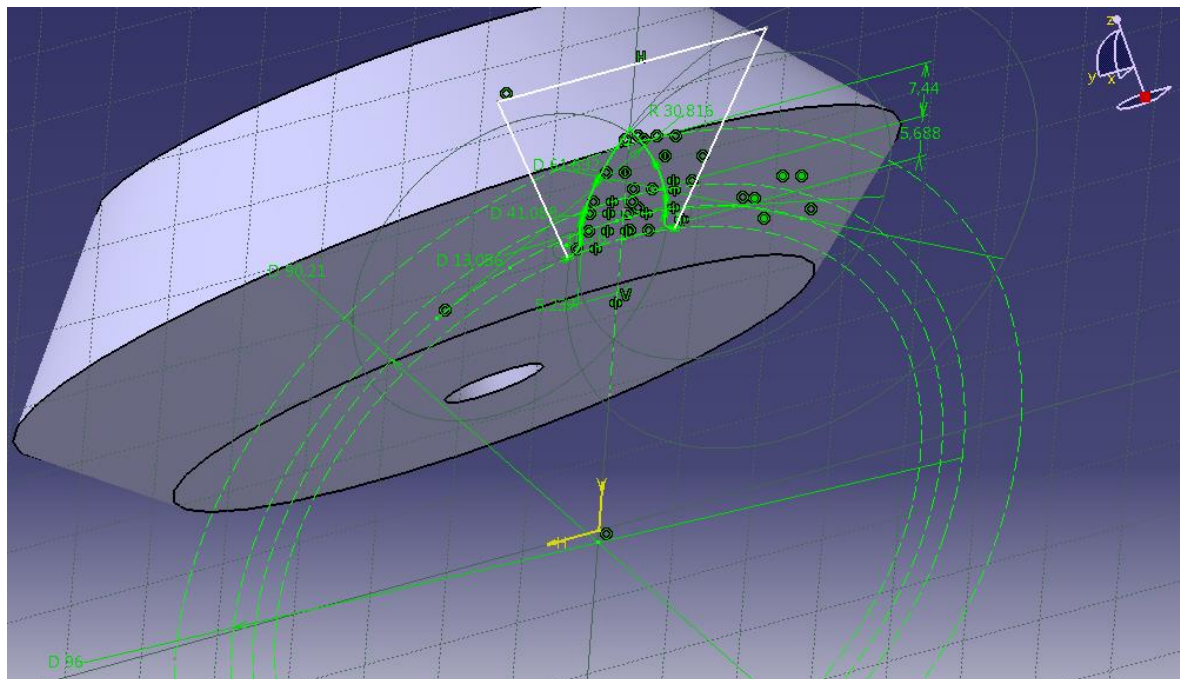


Figura 9.7 Croquis correspondiente al perfil del diente.

Todas las dimensiones geométricas correspondientes a los dientes en el satélite se encuentran en las Tablas 5.7 y 5.9, con estas dimensiones se ha restringido y dado cotas al croquis hasta estar totalmente definido, tal y como se puede ver en la Figura 9.8 con más detalle.

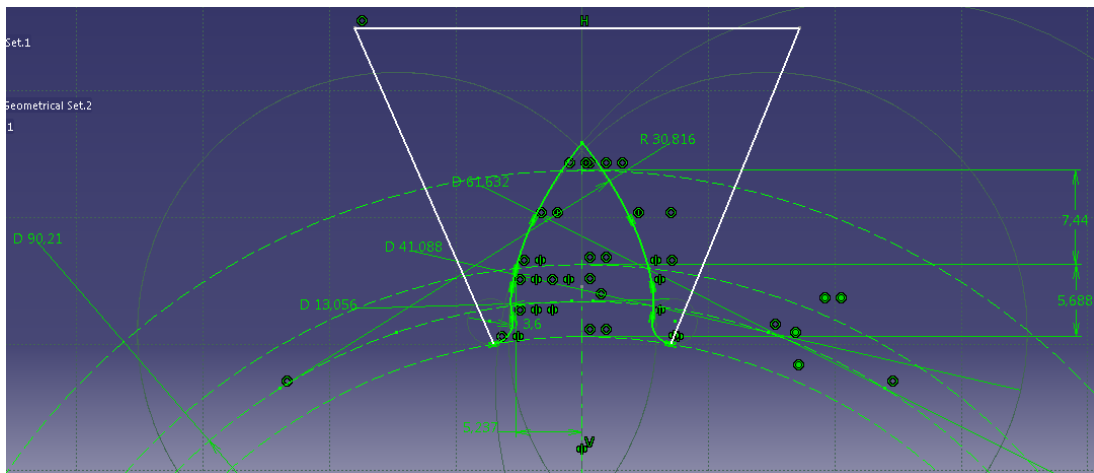


Figura 9.8 Dimensiones del perfil del diente.

Una vez realizado este sketch, ha sido necesario crear un punto con la herramienta *point*, en el cual se tendrán que fugar todos los puntos del croquis del diente mediante la herramienta *line*, para posteriormente con estas líneas poder construir un conjunto de superficies. Este punto, como se ha dicho, se ha obtenido haciendo uso de la herramienta *point* y apoyándose de nuevo en el primer croquis que se hizo (el correspondiente al perfil de revolución del engrane cónico).

Si se observa de nuevo la Figura 9.3, se puede observar que el vértice correspondiente al cono coincide con el punto de fuga que se busca, este punto está en este caso concreto a 77 milímetros en el sentido positivo del eje Z. Puesto que se saben sus coordenadas exactas no se tiene más que definir el punto con ellas (Ver Figura 9.9).

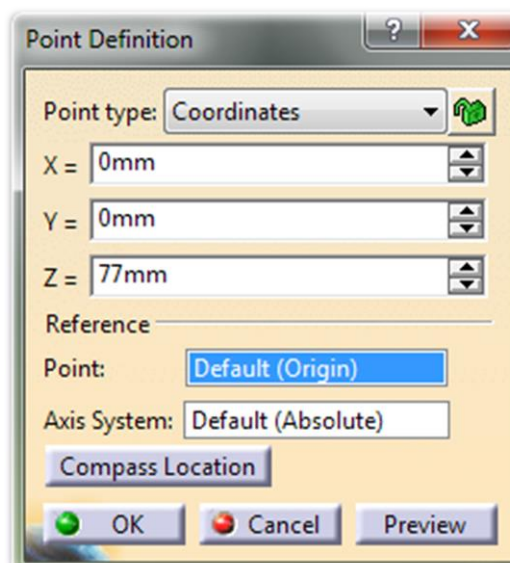


Figura 9.9 Creación y coordenadas del punto de fuga.

Ahora que se tiene el punto de fuga, se ha unido mediante líneas (usando la herramienta *line*) este punto con el resto de puntos del croquis del perfil del diente que se ha dibujado anterior. Ver Figura 9.10.

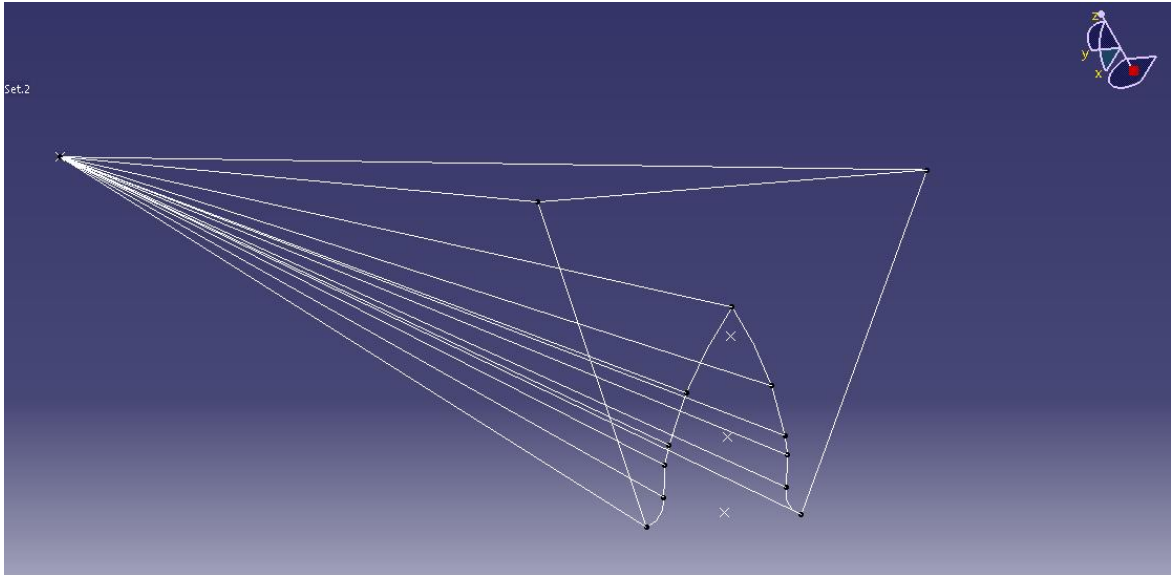


Figura 9.10 Estructura alámbrica del diente.

Lo siguiente que se debe de hacer cuando se ha obtenido esta estructura alámbrica, será crear todas las superficies (mediante la herramienta *fill*, en el módulo de superficies) necesarias para recubrir toda la estructura, tal y como se puede ver en la Figura 9.11.

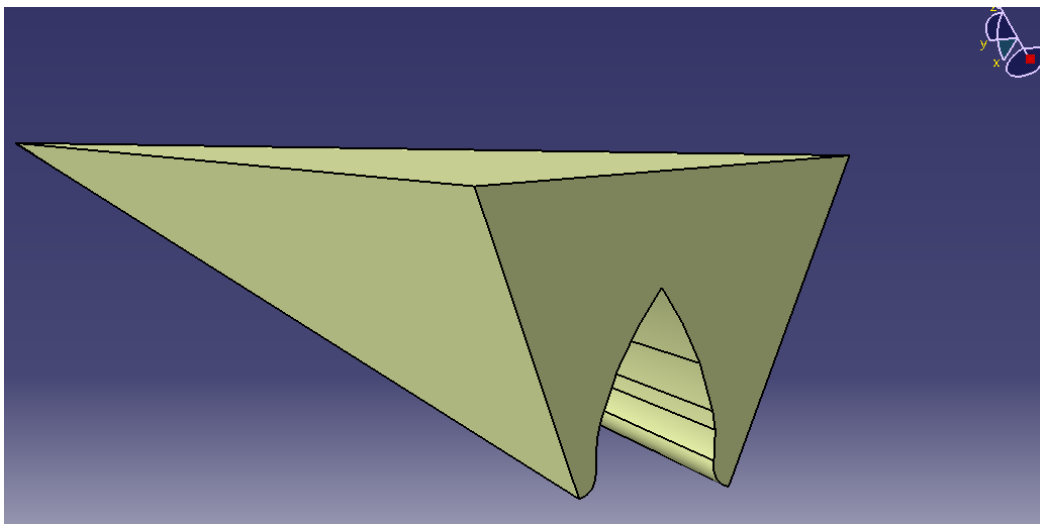


Figura 9.11 Superficies para crear sólido.

A continuación, se han cosido todas las distintas superficies que se han creado en una sola para poder crear a continuación un cuerpo sólido con esta forma. Para esto, se tendrá que localizar la herramienta *join* en el módulo de superficies, con esta herramienta se podrán convertir todas las superficies en una sola, solo se tendrán que seleccionar todas las superficies que queramos coser como podemos observar en la Figura 9.12.

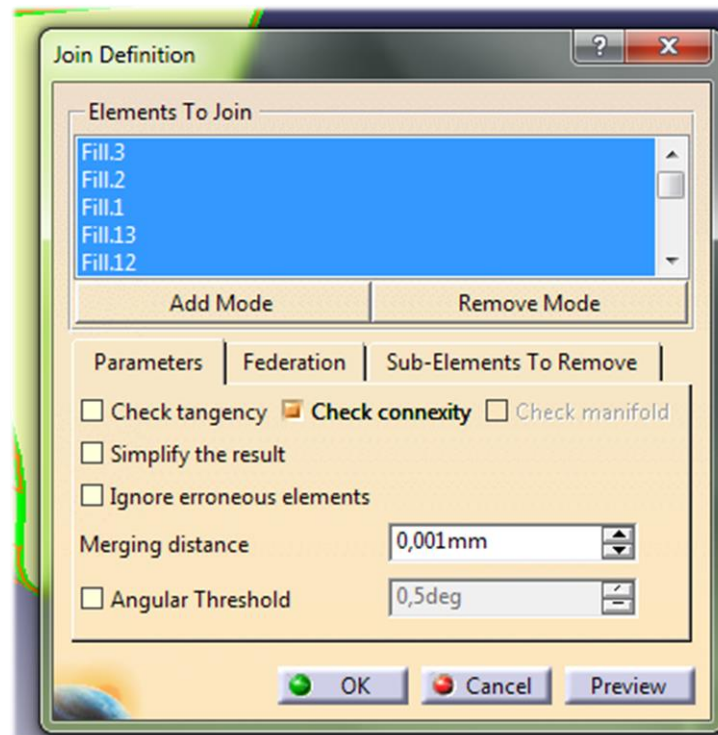


Figura 9.12 Definición de superficies a coser.

Antes de crear un cuerpo sólido con la superficie resultante, se debe de insertar en el árbol de operaciones un cuerpo nuevo (*Insert>Body*) donde se creará el sólido, puesto que si lo se creará en el mismo *Body* fusionaría de manera automática el sólido nuevo con el sólido ya creado anteriormente mediante una operación de revolución.

Una vez se tiene otro *Body* en el árbol de operaciones, se debe localizar la herramienta *close surface* dentro del módulo de sólidos. Con esta herramienta se creará el cuerpo sólido a partir de la superficie cosida con solo tener que seleccionarla, como podemos ver en la Figura 9.13.

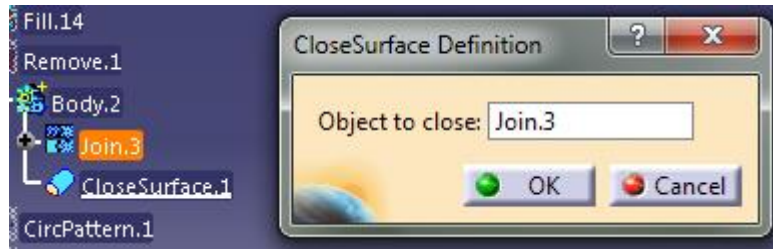


Figura 9.13 Creación de sólido a partir de superficie.

Como penúltimo paso ya solo se tiene que hacer una operación más con los dos sólidos que se tienen, también dentro del módulo de sólidos se hará uso de la herramienta *remove*, esta herramienta permitirá restarle al sólido de revolución el sólido correspondiente al diente. Ver Figuras 9.14 y 9.15.

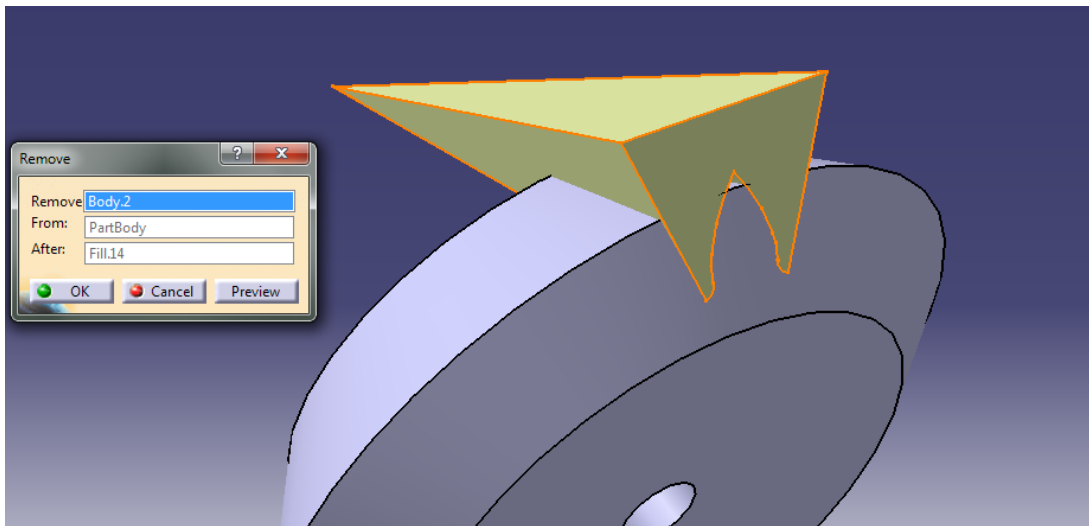


Figura 9.14 Sólidos a restar.

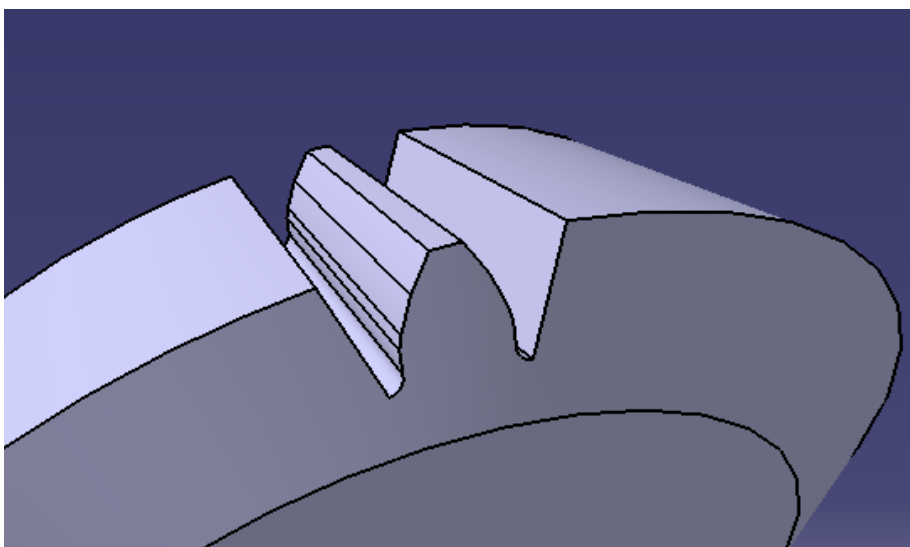


Figura 9.15 Sólido resultante.

Para terminar, solo se ha tenido que realizar una operación de matriz polar mediante la herramienta *circular pattern*, e introducir los datos necesarios para realizar esta matriz teniendo en cuenta el número de dientes y ángulo, tal y como podemos ver en la Figura 9.16.

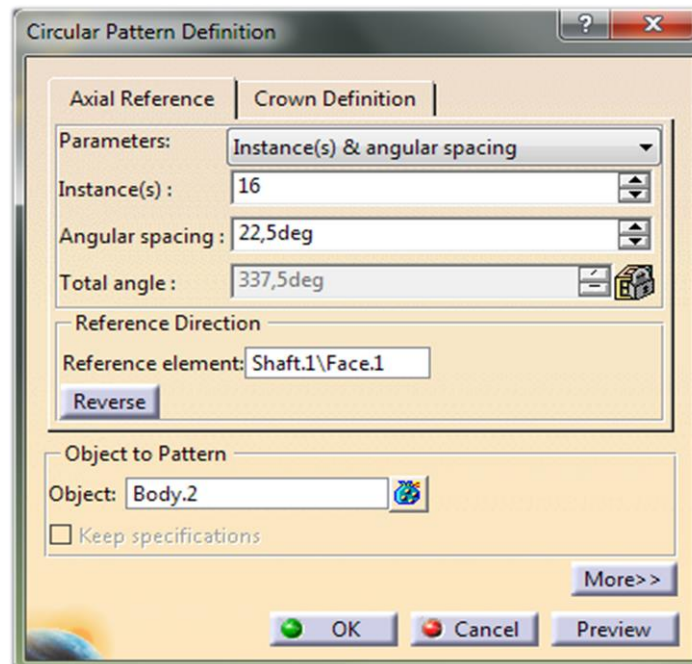


Figura 9.16 Definición de matriz circular.

Una vez realizado todo este proceso se obtiene el satélite (Figura 9.17), el proceso seguido para obtener este engranaje es extrapolable al resto de engranajes cónicos, los cuales podemos obtenerlos de la misma forma con tan solo cambiar sus dimensiones.

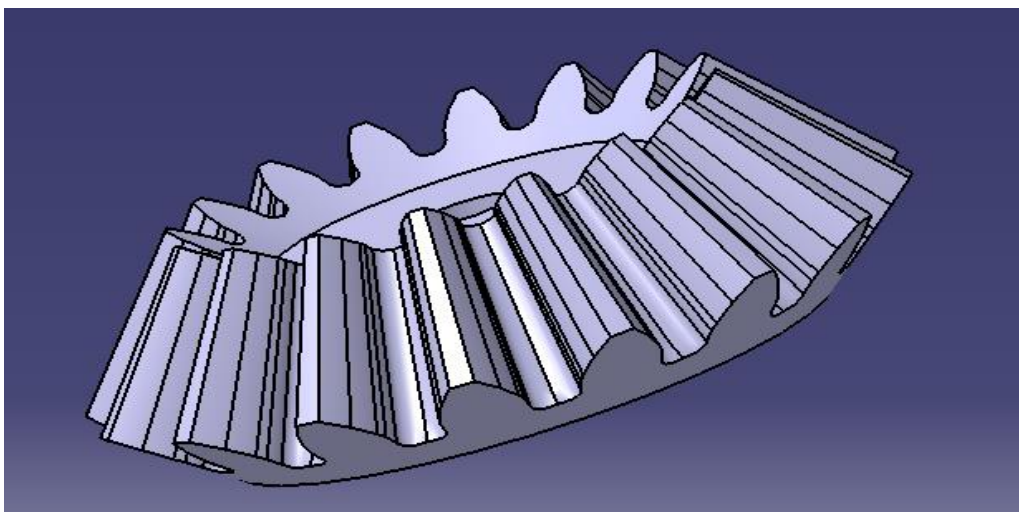
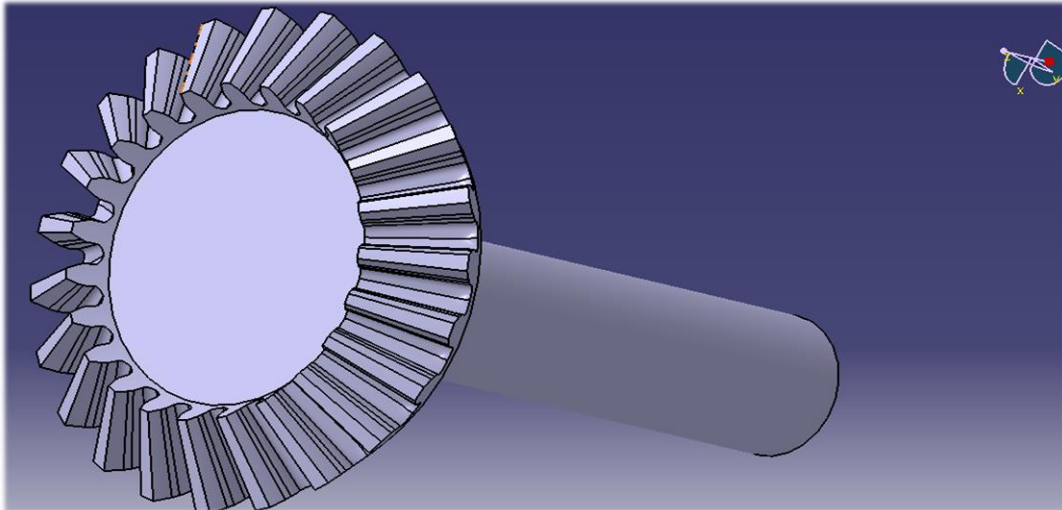


Figura 9.17 Satélite.

### **Planetario**

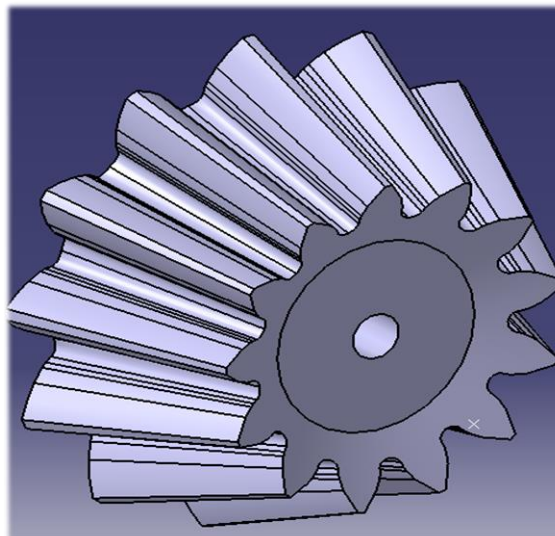
En el diseño de los planetarios se puede observar que se le ha añadido un eje, esto vendría a ser una representación libre de los palieres, aunque no influye en nada en el análisis que se realizará.



*Figura 9.18 Planetario.*

### **Piñón**

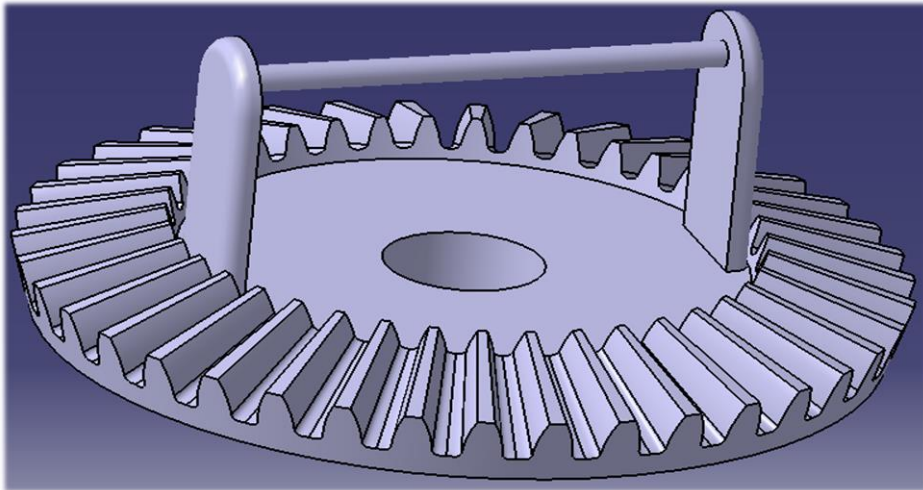
En el diseño del piñón se puede ver que no se ha realizado ninguna modificación con respecto al diseño de los satélites, más allá de modificar número de dientes, ángulos, etc.



*Figura 9.19 Piñón.*

## Corona

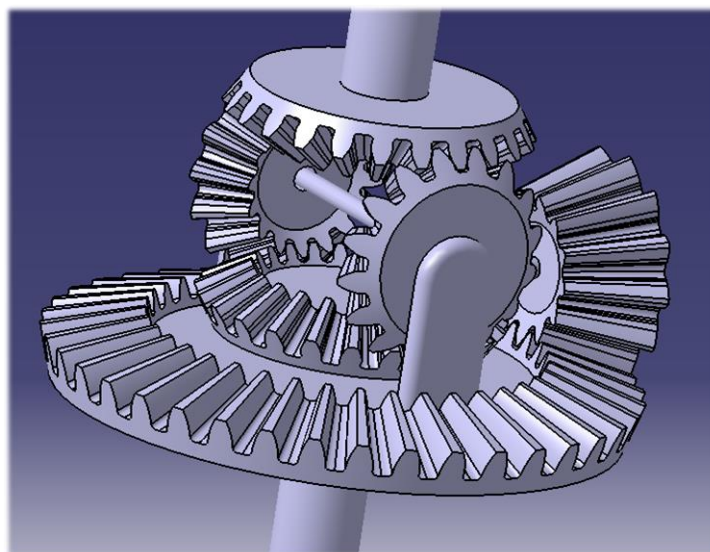
Al diseño de la corona ha tenido que ser añadido el portasatélites, el cual es necesario para el apoyo de satélites. Este, al igual que la representación de los palieres en los planetarios, no se ha tenido en cuenta a la hora de realizar los análisis y solo ha sido representado en el diseño CAD por una cuestión de estética. En un diseño más profundo del diferencial si habría que tenerlo en cuenta.



*Figura 9.20 Corona.*

## 9.2 Ensamblaje del diferencial

Una vez se tienen diseñados todos los distintos elementos implicados en el diseño del diferencial que está siendo abordado se puede realizar un ensamblaje CAD para ver su movimiento, entre otras cosas.



*Figura 9.21 Ensamblaje del diferencial.*

Aunque en la Figura 9.21 se puede observar que el ensamblaje ha sido realizado en el entorno de Catia, la simulación del movimiento se llevará a cabo en SolidWorks debido a que en este software es mucho más sencillo y el resultado es también más atractivo y estético. El ensamblaje realizado en SolidWorks podemos verlo en la Figura 9.22 ya renderizado en acero. [10] [11] [12]



*Figura 9.22 Ensamblaje renderizado.*

## 10 REALIZACIÓN DE SIMULACIÓN MEDIANTE SOFTWARE Y ANÁLISIS ESTÁTICO DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DIFERENCIAL

Realizar un estudio de simulación de movimiento en SolidWorks es bastante sencillo, en este caso concreto no hay más que definir el piñón como un motor rotatorio (el piñón, puesto que es el que transmite el movimiento a todo el mecanismo) y establecer a que revoluciones debe de girar.

A continuación, se puede ir jugando con las restricciones de planetarios (fijándolos o definiendo unas revoluciones predeterminadas) para ver cómo se movería el diferencial cuando el vehículo circula en línea recta, tomando una curva de 5.5 metros de radio o con una rueda bloqueada. [10] [11] [12]

Para el análisis estático se volverá al entorno de Catia, donde se han calculado las tensiones producidas en los dientes debido a las cargas generadas y se han comparado con las calculadas mediante el método de la AGMA de forma analítica.

### 10.1 Estudio de movimiento en SolidWorks

En la Tabla 10.1 se puede ver un cuadro resumen de las distintas velocidades, en rpm, a las que debería de girar cada elemento afectado en los tres supuestos en los que se simulará el movimiento.

	<b>Piñón</b>	<b>Planetario 1</b>	<b>Planetario 2</b>
<b>Línea Recta</b>	1575	525	525
<b>Curva (5.5m)</b>	1575	620	430
<b>Pla. Bloqueado</b>	1575	1050	0

*Tabla 10.1 Velocidades angulares reales de piñón y planetarios.*

Debido a que estas velocidades son muy elevadas, si se simulase el movimiento con ellas no se podría apreciar con detalle, por esto se han escalado estas velocidades angulares a unas más pequeñas pero conservando las mismas relaciones entre ellas.

Estas velocidades escaladas se podrán encontrar en la Tabla 10.2, donde se ha supuesto una velocidad entrante en el piñón de 100 rpm.

	<b>Piñón</b>	<b>Planetario 1</b>	<b>Planetario 2</b>
<b>Línea Recta</b>	100	33	33
<b>Curva (5.5m)</b>	100	40	27
<b>Pla. Bloqueado</b>	100	67	0

*Tabla 10.2. Velocidades angulares escaladas de piñón y planetarios.*

#### **Circulando en línea recta.**

Cuando el vehículo circula en línea recta, el mecanismo diferencial no entra en funcionamiento, por lo que ambos planetarios se moverán al unísono con las mismas revoluciones y los satélites no girarán sobre sí mismos.

#### **Trazando una curva de 5.5m.**

Al trazar una trayectoria curva el vehículo, el diferencial entra en funcionamiento permitiendo que los planetarios puedan girar a distintas revoluciones, esto es posible gracias a los satélites que compensan con su propio giro la diferencia de revoluciones entre planetarios.

#### **Con un planetario bloqueado.**

El bloqueo de uno de los planetarios se produce mediante un sistema autoblocante, el cual se activa cuando una de las ruedas pierde toda fricción con el terreno e impide de esta forma que gire loca y consuma toda la potencia transmitida por el portasatélites.

Esto sucede por ejemplo, cuando a un vehículo que circula en terreno cenagoso, una de sus ruedas le pierde toda la fricción con el terreno. Al no presentar ninguna resistencia esta rueda, el diferencial transmitiría toda la potencia a ella si no constara de un sistema autoblocante, y por ende, el vehículo no podría salir del atasco.

Por esto se bloquea la rueda sin fricción, para transmitir toda la potencia a la rueda que presenta resistencia con el terreno, pudiendo salir del supuesto atasco.

## **10.2 Análisis estático del piñón**

Para realizar este análisis se ha utilizado el módulo de Catia llamado *Analysis & Simulation>Generative Structural Analysis* y se ha creado un nuevo caso de análisis escogiendo la opción *Static Analysis*. [6]

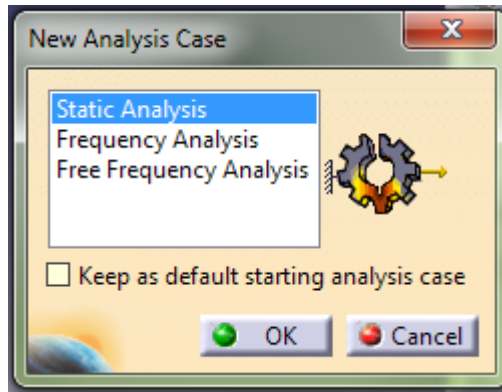


Figura 10.1 Nuevo análisis estático.

A continuación se debe de insertar el piñón, pero antes es recomendable recortar un diente de este y estudiar solo el comportamiento estático del mismo. Puesto que solo interesa estudiar el diente, se agilizarán cálculos y tiempos de espera en el software a la hora de calcular si se hace esto.

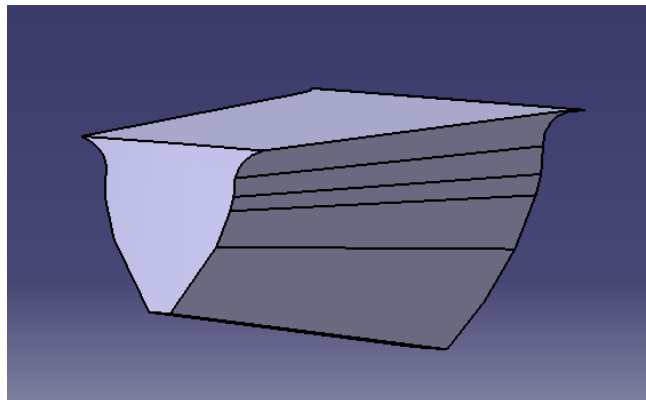


Figura 10.2 Diente del piñón.

Una vez recortado el diente (Figura 10.2), se inserta en el caso estático abierto y se le dan las restricciones necesarias y se definen las cargas aplicadas. En primer lugar, se le aplicará el material, para ello se debe de localizar la herramienta *Apply Material* y seleccionar como material el acero (*steel*). Ver Figura 10.3.

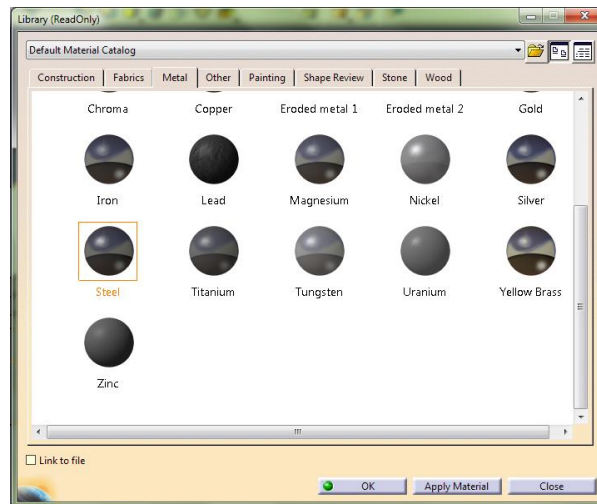


Figura 10.3 Lista de materiales.

Antes de avanzar más, se deben de editar las propiedades del material aplicado para asegurar que son las correctas.

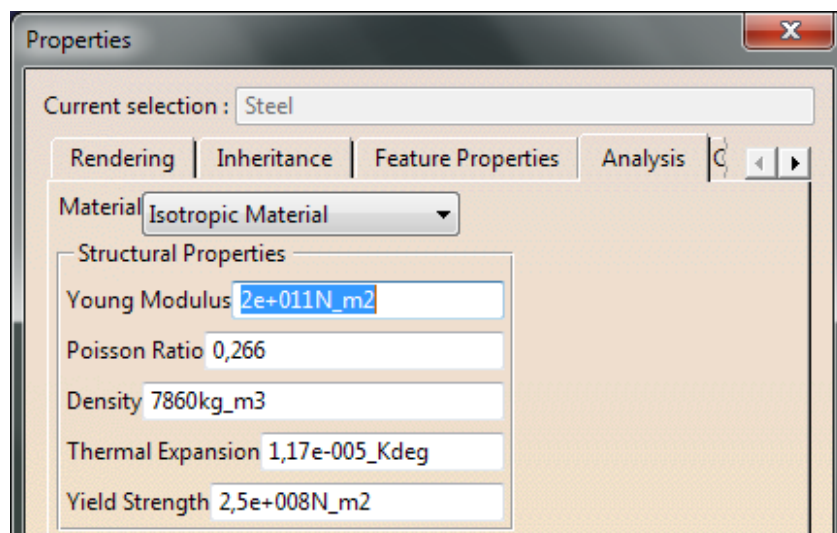


Figura 10.4 Propiedades del acero.

Observando la Figura 10.4 se puede corroborar que las propiedades del acero definidas por defecto en el software son las correctas, por lo que se tendrá que alterar ningún dato.

A continuación, se debe de aplicar una restricción de empotramiento en la cara donde se ha cortado el diente del engranaje. Para esto se hace uso de la herramienta *Clamp*, como se puede observar en la Figura 10.5.

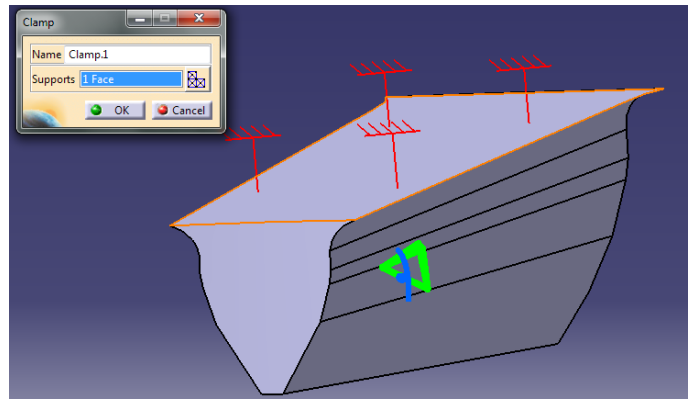


Figura 10.5 Empotramientos del diente.

Seguidamente, se ha definido el tamaño que se quiere que tenga la malla. Para esto en el árbol de operaciones situado en la zona izquierda del entorno Catia se localiza y se hace doble clic en *OCTREE Tetrahedron Mesh.1:Part1* como se aprecia en la Figura 10.6.

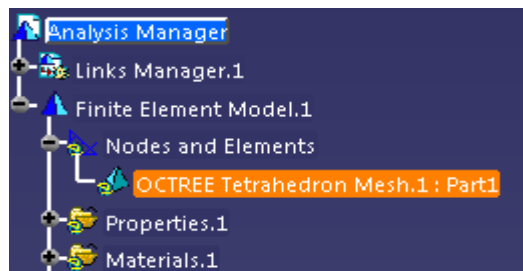


Figura 10.6 Detalle del árbol de operaciones.

Emergiendo una ventana, Figura 10.7, donde se puede definir el tamaño y el tipo de elemento de la malla, se han escogido elementos parabólicos debido a que de esta forma se reduce el error.

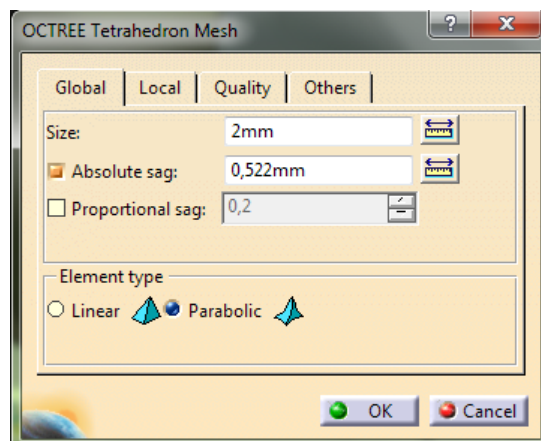


Figura 10.7 Tamaño de malla.

Por último, solo falta definir las cargas producidas en el diente, las cuales ya han sido calculadas en la Tabla 8.3. Por tanto, solo se tiene que hacer uso de la herramienta *Distributed Force*, e introducir las componentes de la carga producida en el diente (ver Figuras 10.8 y 10.9) teniendo cuidado con que pudiesen estar orientados los ejes de manera distinta en el diseño CAD y en los cálculos.

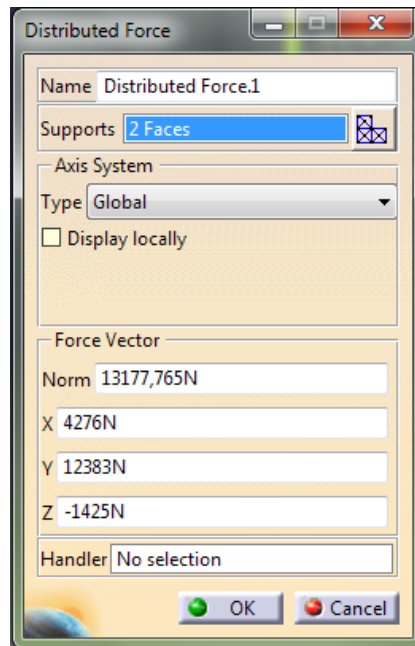


Figura 10.8 Valor y dirección de la carga en el piñón.

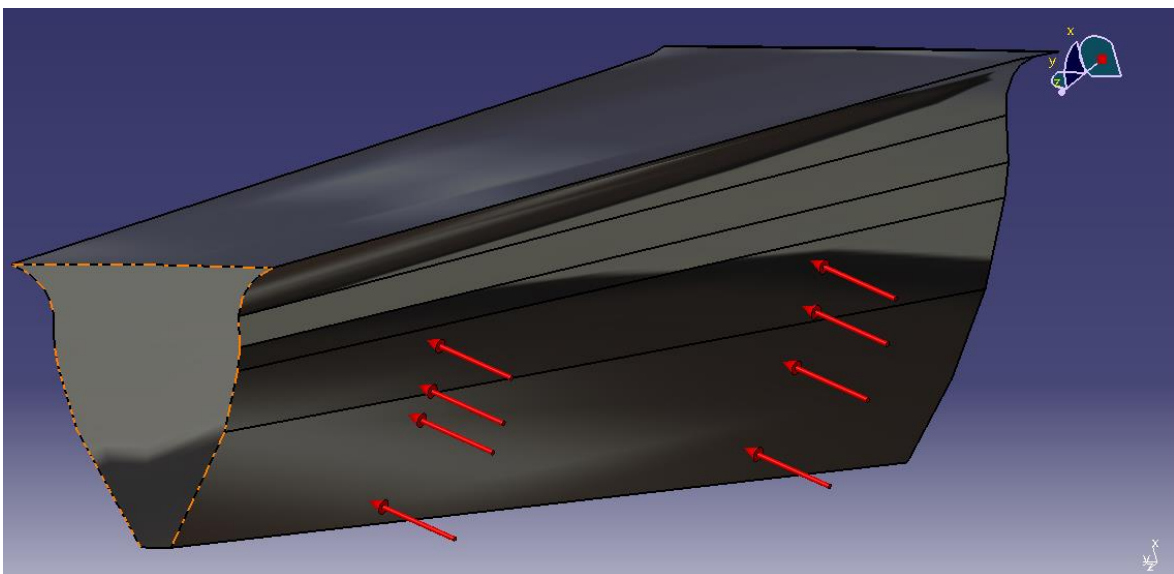


Figura 10.9 Vectores carga en el piñón.

Una vez ya se han definido todos los datos de contorno solo queda calcular el resultado, para ello se utiliza la herramienta *Compute* del mismo módulo. Con esta herramienta el software Catia proporciona deformaciones, tensiones y desplazamientos. En este análisis se le ha dado más importancia a las tensiones, especialmente a la tensión máxima. Estas tensiones máximas serán las que se compararán con las tensiones que ya se calcularon en las Tablas 6.2 y 6.4.

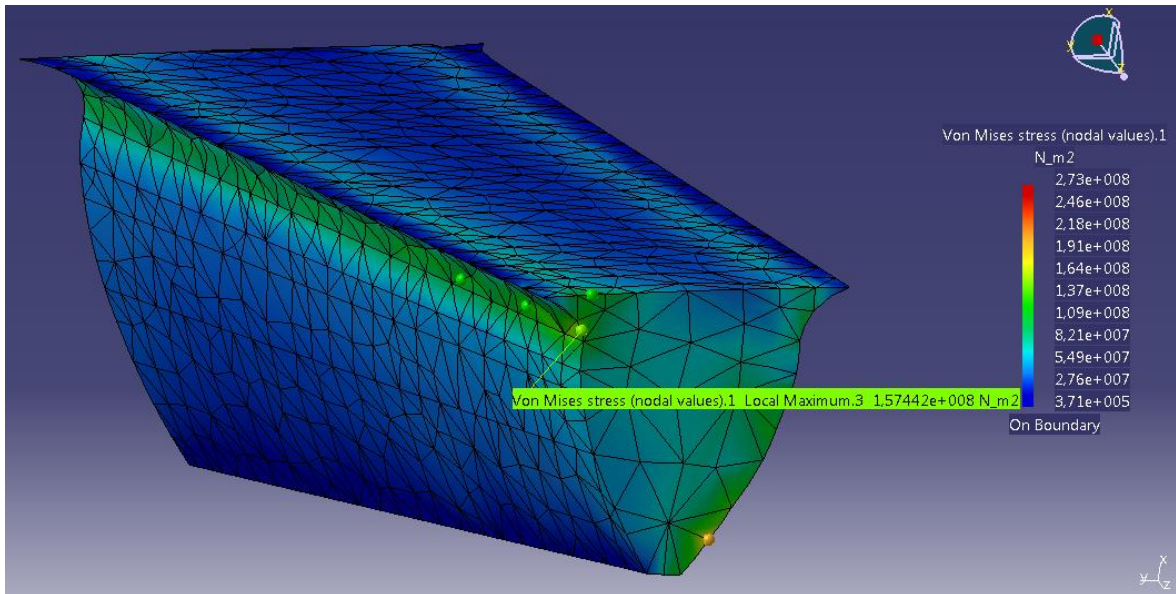


Figura 10.10 Representación gráfica de tensiones sobre el diente del piñón.

Como se puede ver en la Figura 10.10, para la carga aplicada de forma distribuida en la cabeza del diente del piñón se tiene una tensión máxima de:

$$(S_t)_{P\_catia} \approx 1.57 \cdot 10^8 N/m^2$$

Además de las tensiones, en las Figuras 10.11 y 10.12 se pueden observar los desplazamientos y el error cometido por el software en los cálculos.

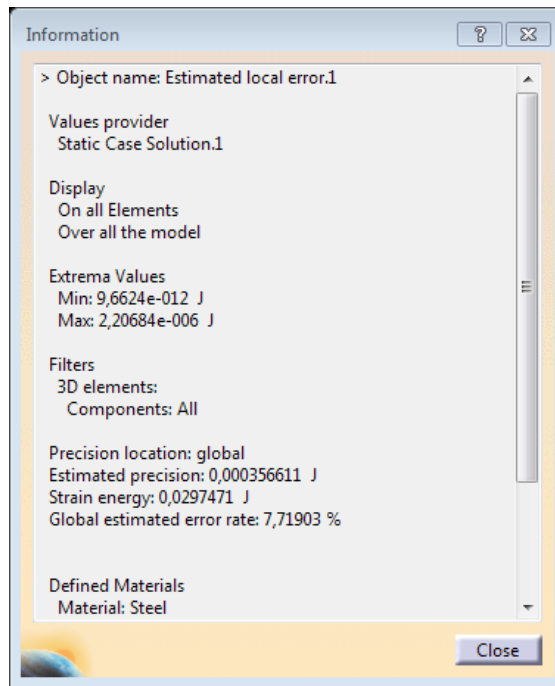


Figura 10.11 Error cometido en el análisis del piñón.

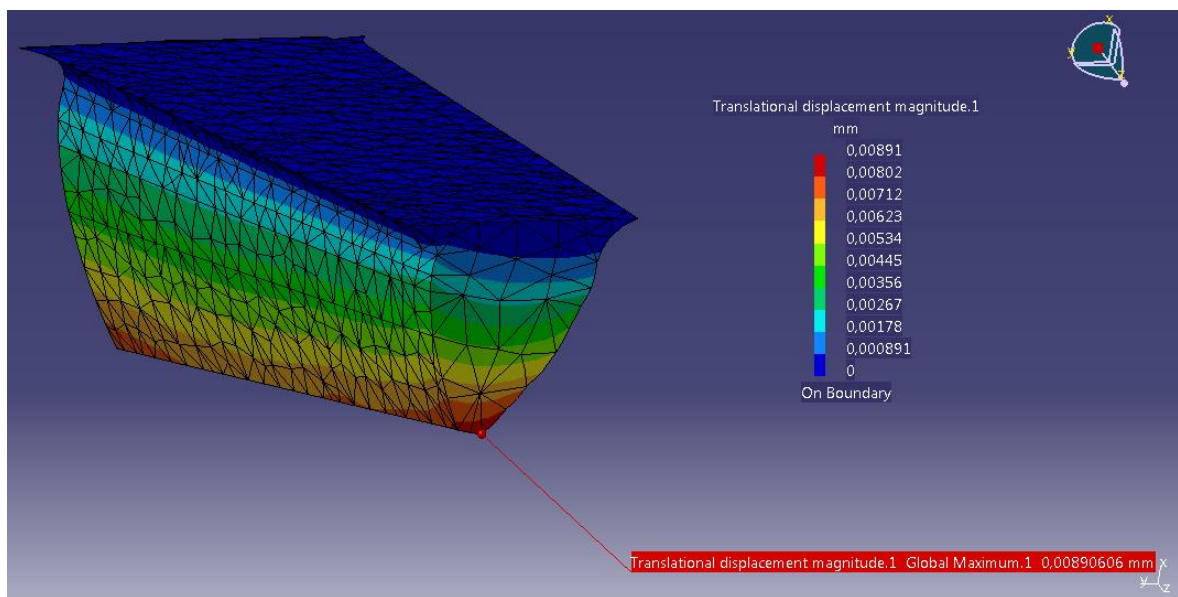


Figura 10.12 Representación gráfica de desplazamientos sobre el diente del piñón.

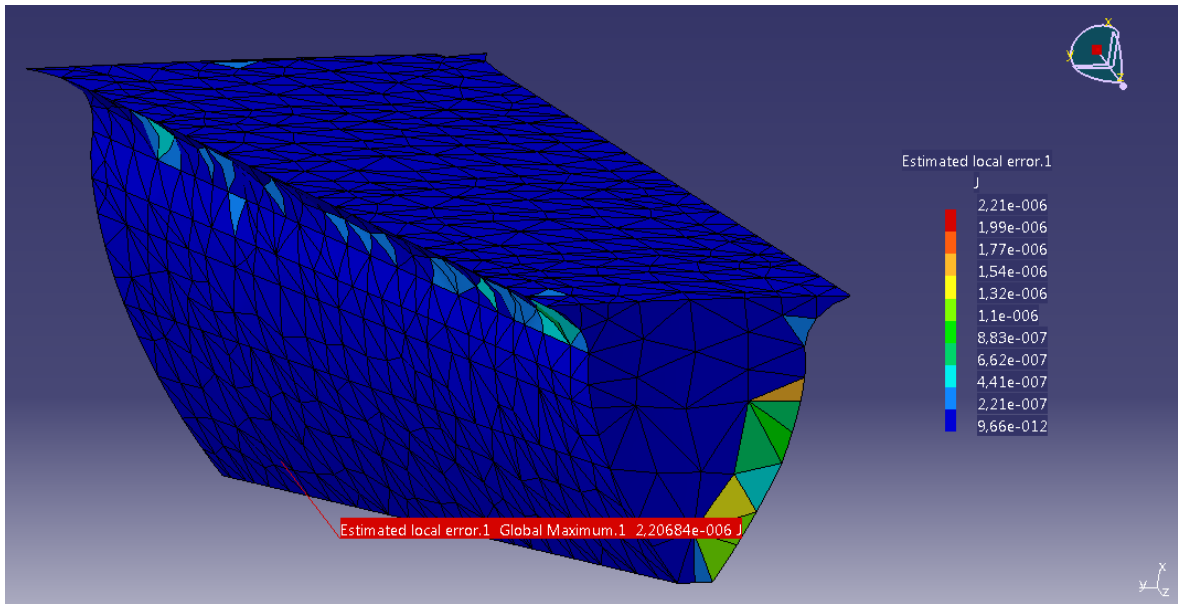


Figura 10.13 Representación gráfica de errores sobre el diente del piñón.

### 10.2.1 Análisis local en el piñón.

Cuando en un análisis de estas características es necesario afinar más aun los resultados en una zona concreta del elemento analizado o simplemente se quiere ahorrar tiempo y espacio porque el elemento analizado es de grandes dimensiones, lo que se debe de hacer es refinar el mallado.

Puesto que los elementos que aquí se analizan son de pequeñas dimensiones, solo se ha recurrido a esta técnica para el análisis del piñón para mostrar cómo se debería de realizar sí fuese necesario. En los demás elementos se ha mallado directamente el sólido por completo con el tamaño que se ha visto oportuno en cada análisis concreto. Ver Anexo 13.3.

La zona de la malla refinada será la correspondiente al pie del diente, aquí es donde es más probable que las tensiones puedan provocar fallas por grietas o rupturas. Ya que inicialmente se le dio un tamaño de 2 milímetros a la malla, en la zona seleccionada para refinar se le dará un tamaño de 0.4 milímetros. Figura 10.14.

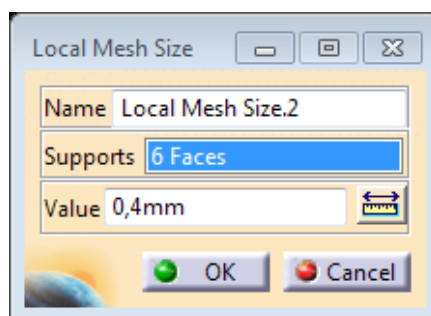


Figura 10.14 Tamaño local de la malla refinada.

Con la malla ya refinada, se vuelve a calcular de igual forma y se obtiene una tensión máxima localizada de:

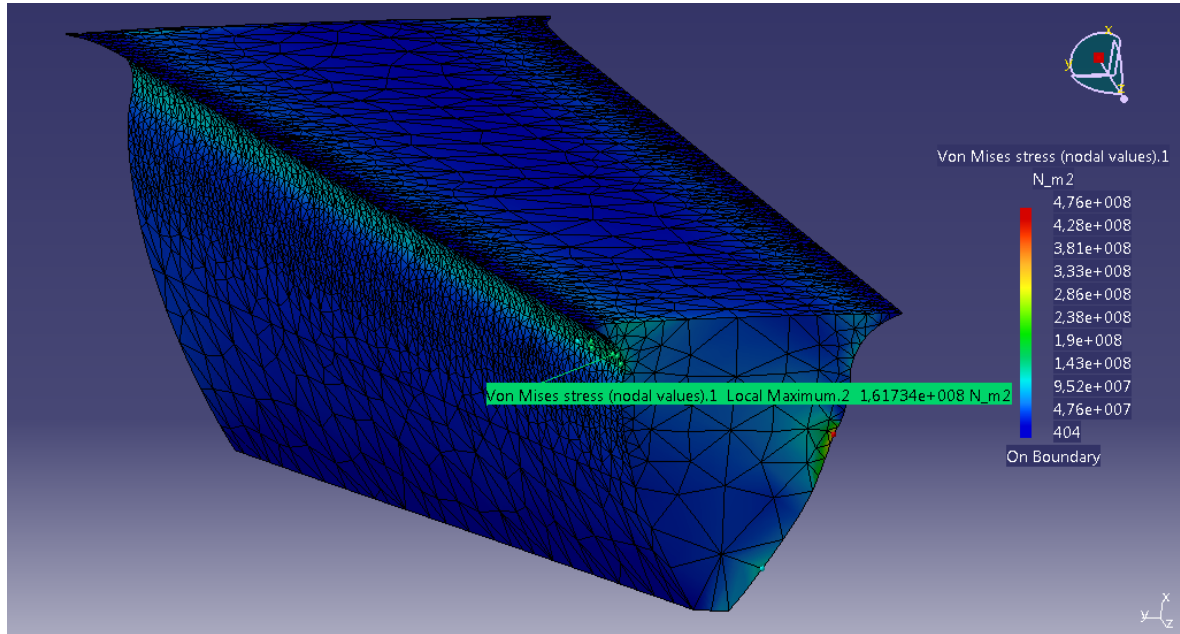


Figura 10.15 Representación gráfica de tensiones sobre el diente del piñón.

$$(S_t)_{P_{catia}} \approx 1.62 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

Además de la tensión, en las Figuras 10.16, 10.17 y 10.18 se pueden observar los desplazamientos y el error cometido por el software en los cálculos.

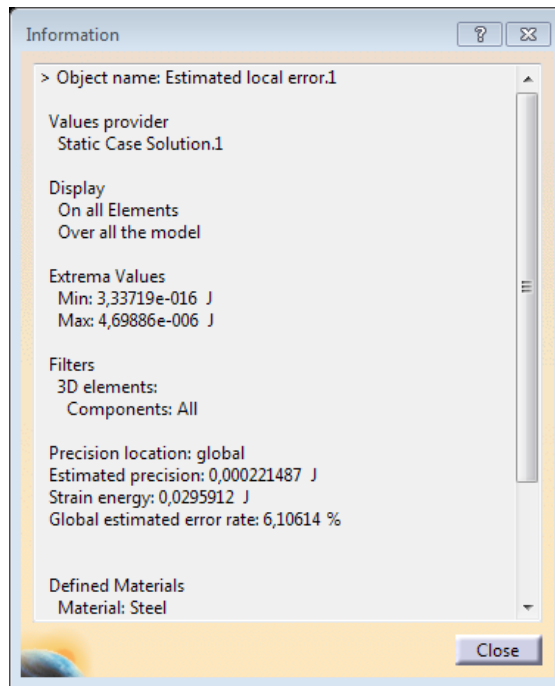


Figura 10.16 Error cometido en el análisis del piñón.

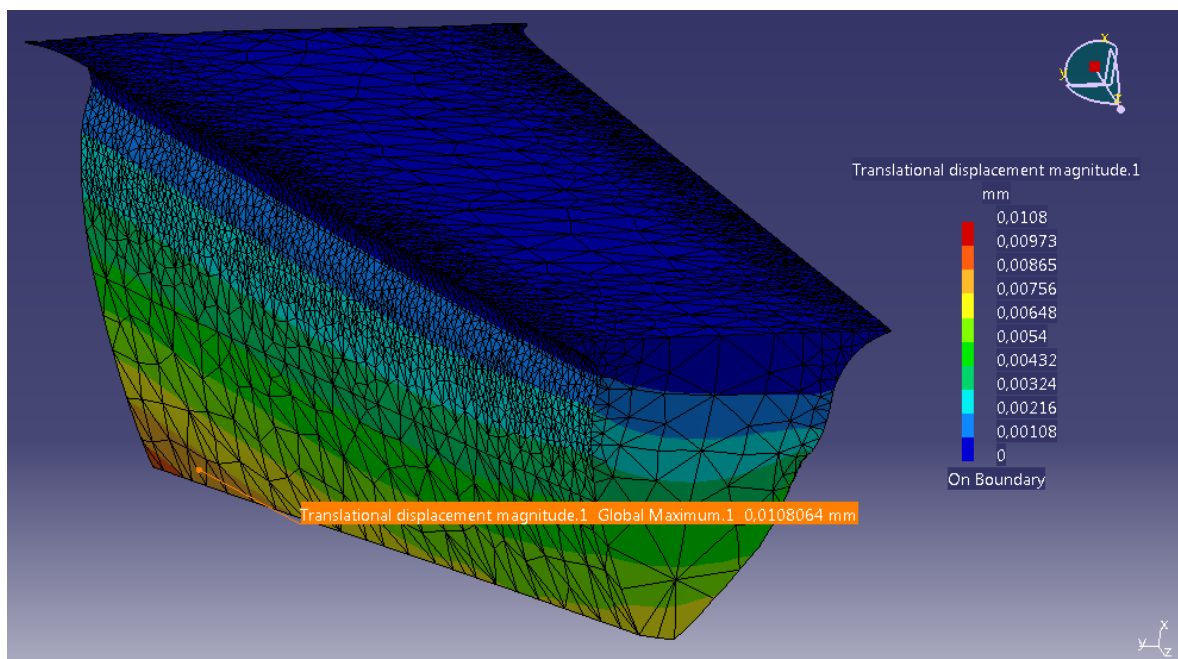


Figura 10.17 Representación gráfica de desplazamientos sobre el diente del piñón.

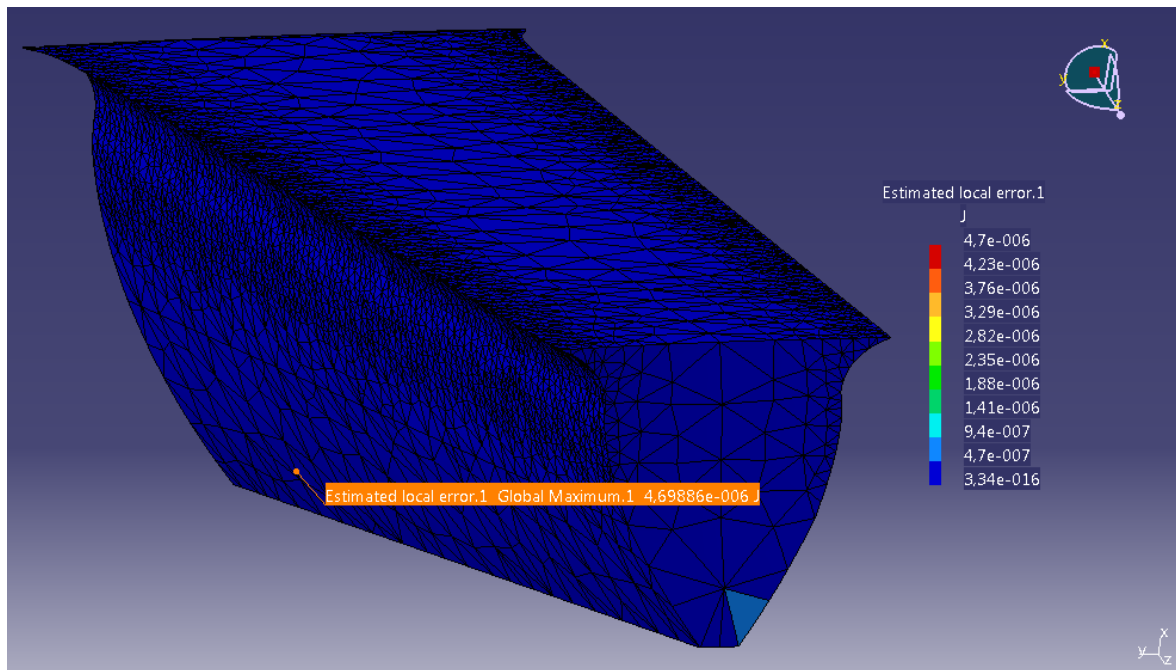


Figura 10.18 Representación gráfica de errores sobre el diente del piñón.

### 10.3 Análisis estático de la corona

De igual forma que sucede con el proceso de diseño 3D de los distintos elementos del mecanismo diferencial, el cual se podía extrapolar de un elemento a los demás, con el proceso de analizar estáticamente sucede lo mismo. Es decir, para el análisis estático de la corona, planetarios y satélites se ha seguido exactamente el mismo proceso que para el análisis del piñón con la única diferencia de cambiar el valor y dirección de las cargas a como corresponda en cada elemento.

Por lo tanto, no se repetirá el proceso de establecer las condiciones iniciales para cada elemento.

Volviendo a mirar la Tabla 8.3 se puede encontrar la carga correspondiente al diente de la corona, introduciendo esta carga en el análisis al igual que se hizo con el piñón, además de introducir las mismas restricciones, como podemos ver en la Figura 10.19.

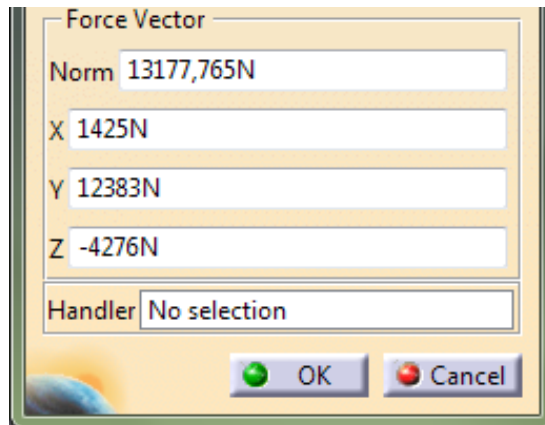


Figura 10.19 Valor y dirección de la carga en la corona.

Una vez listo para calcular, se vuelve a hacer uso de la herramienta *Compute* para obtener la tensión máxima en el diente de la corona.

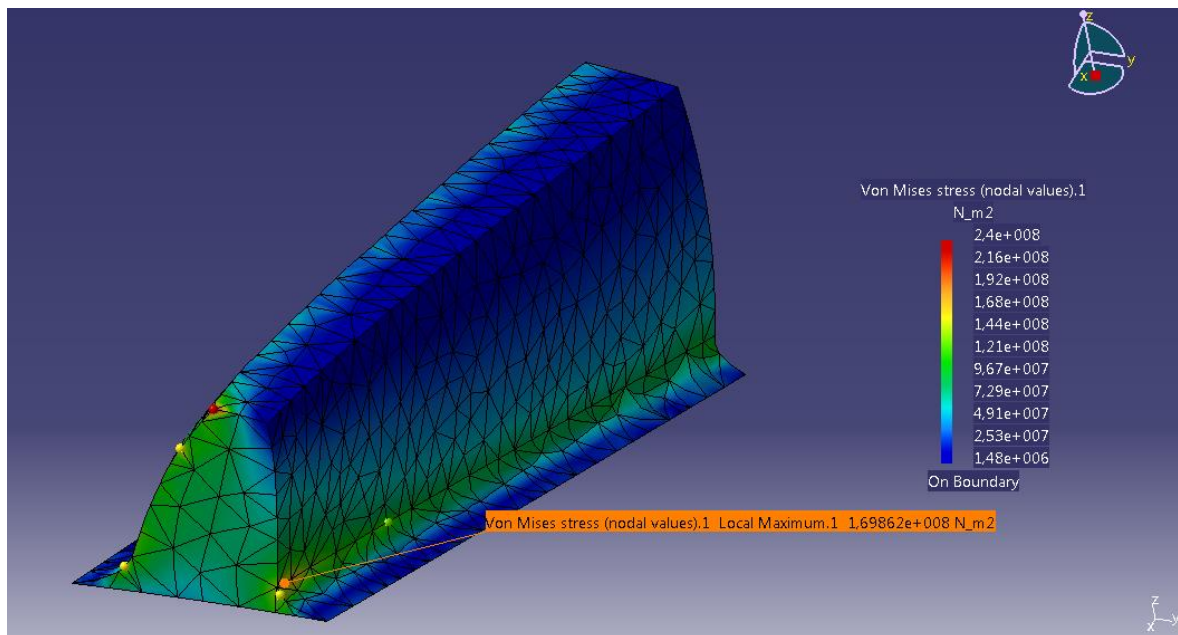


Figura 10.20 Representación gráfica de tensiones sobre el diente de la corona.

Como podemos ver en la Figura 10.20, en esta ocasión la tensión máxima que encontraremos en el diente será de un valor igual a:

$$(S_t)_{G\_catia} \approx 1.7 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

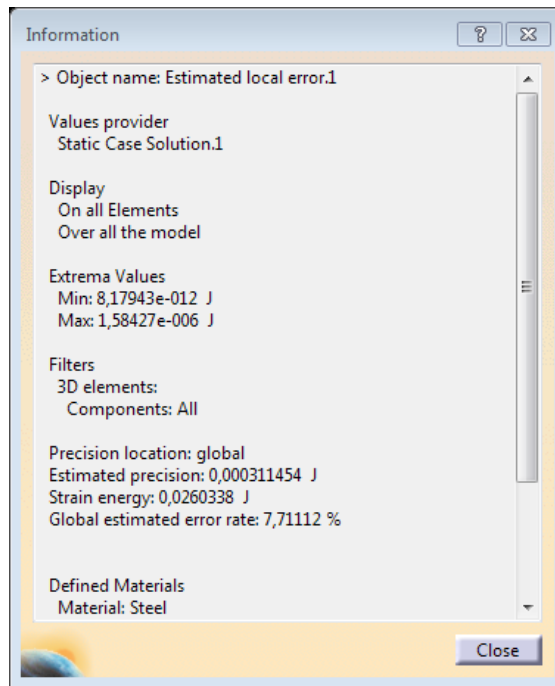


Figura 10.21 Error cometido en el análisis de la corona.

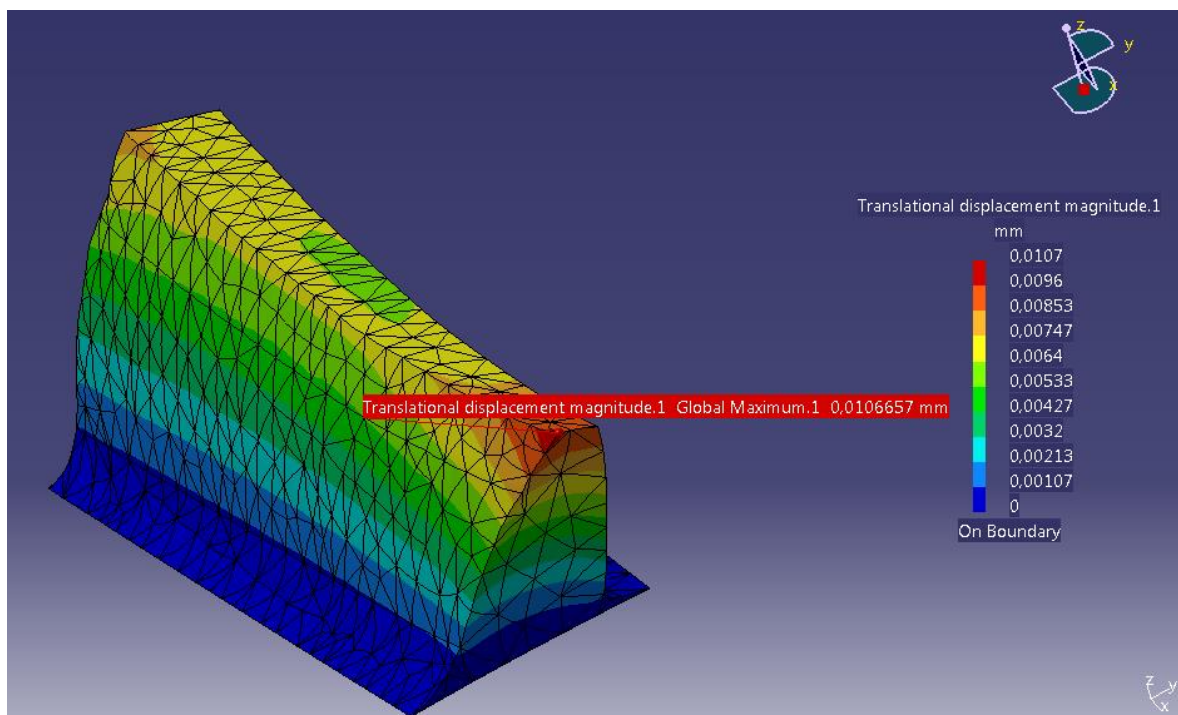


Figura 10.22 Representación gráfica de desplazamientos sobre el diente de la corona.

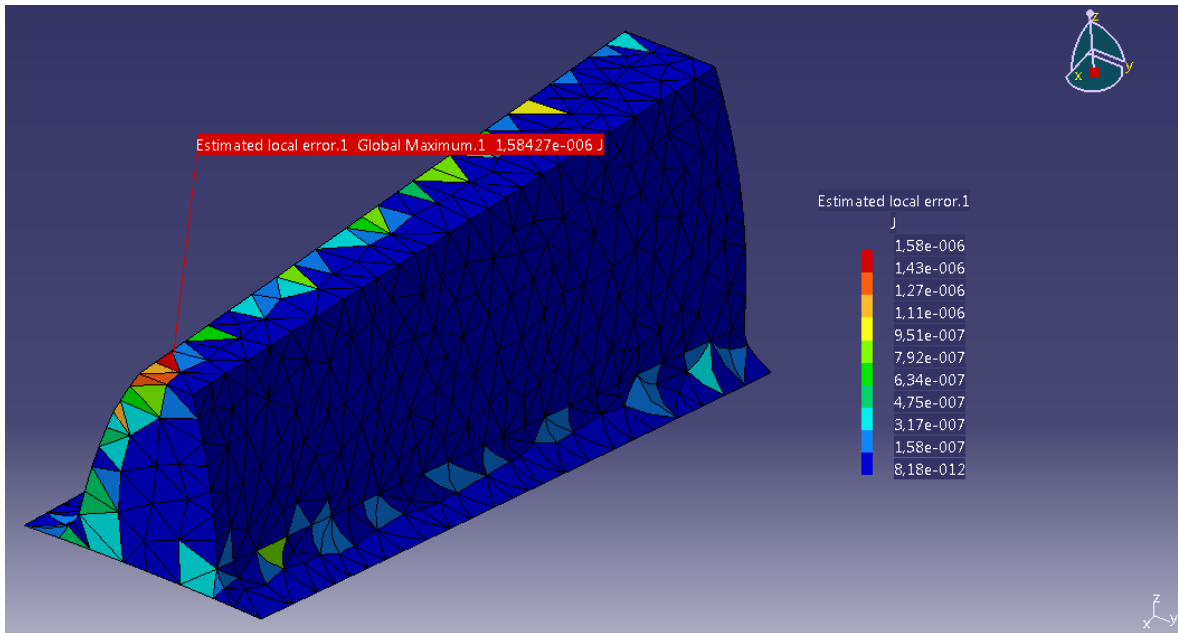


Figura 10.23 Representación gráfica de errores sobre el diente de la corona.

#### 10.4 Análisis estático del satélite

Para el análisis de uno de los dientes del satélite, al igual que se ha hecho hasta ahora, se debe definir el valor de la carga correspondiente, la cual la encontramos en la Tabla 8.4. Ver Figura 10.24.

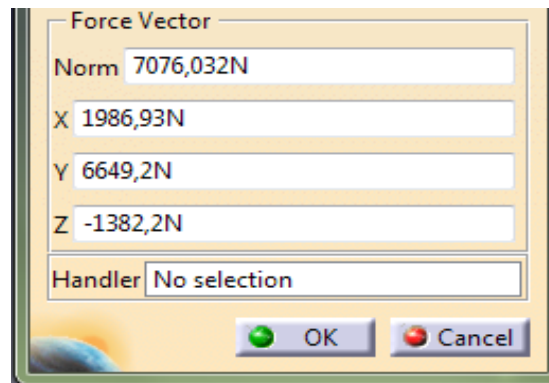


Figura 10.24 Valor y dirección de cargas en el satélite.

Una vez definida la carga y el resto de las condiciones de contorno, se computa obteniendo la siguiente tensión máxima en el diente como podemos ver en la Figura 10.25.

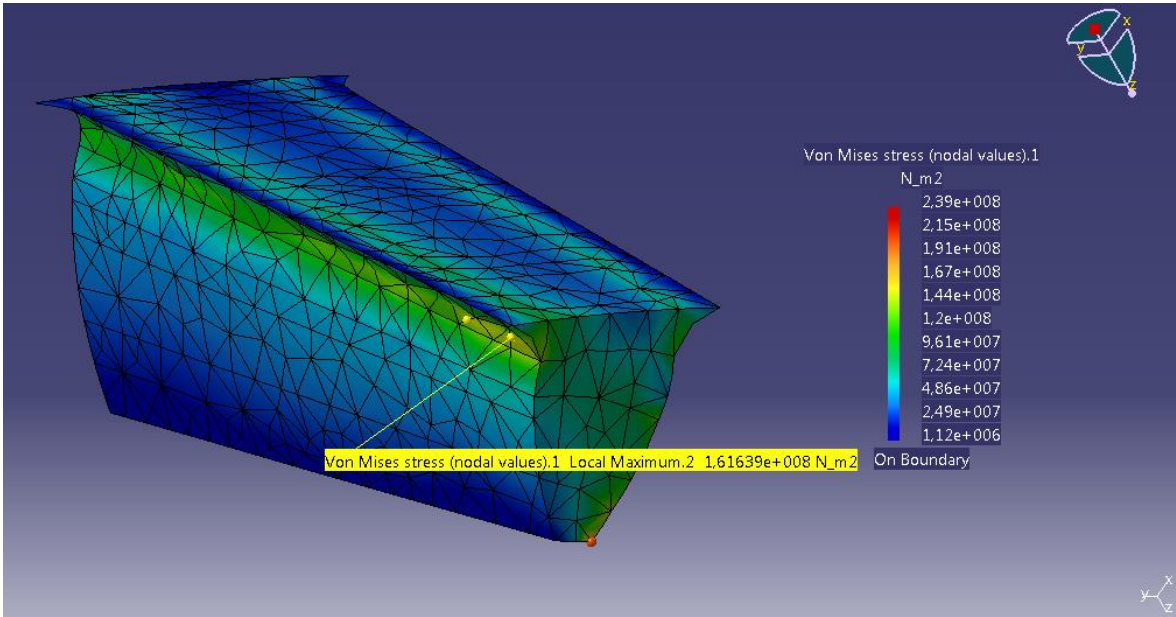


Figura 10.25 Representación gráfica de tensiones sobre el diente del satélite.

$$(S_t)_{sat\_catia} \approx 1.62 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

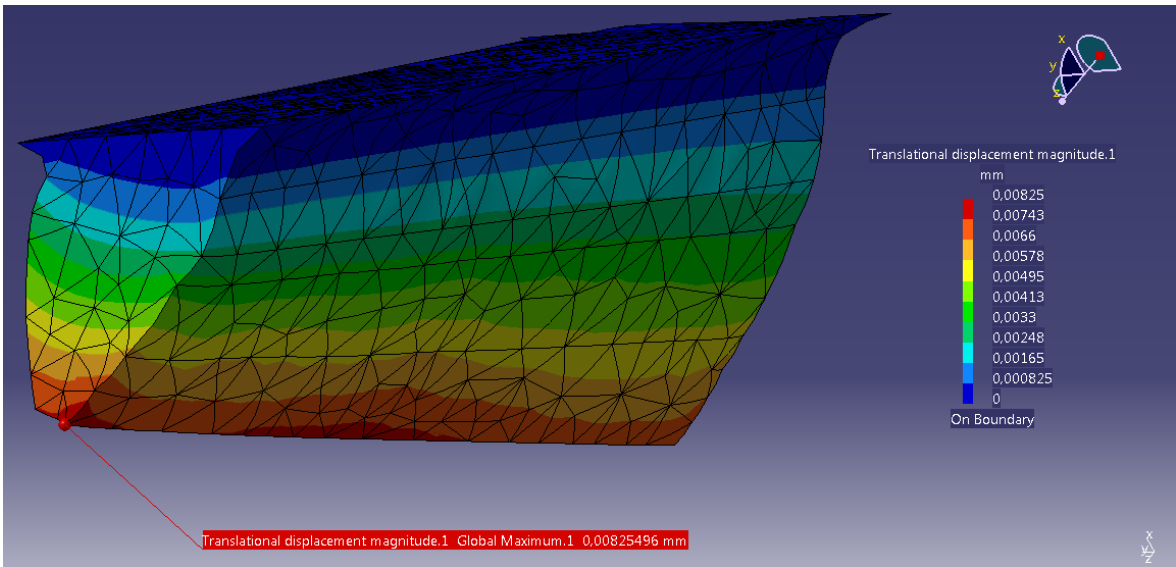


Figura 10.26 Representación gráfica de desplazamientos sobre el diente del satélite.

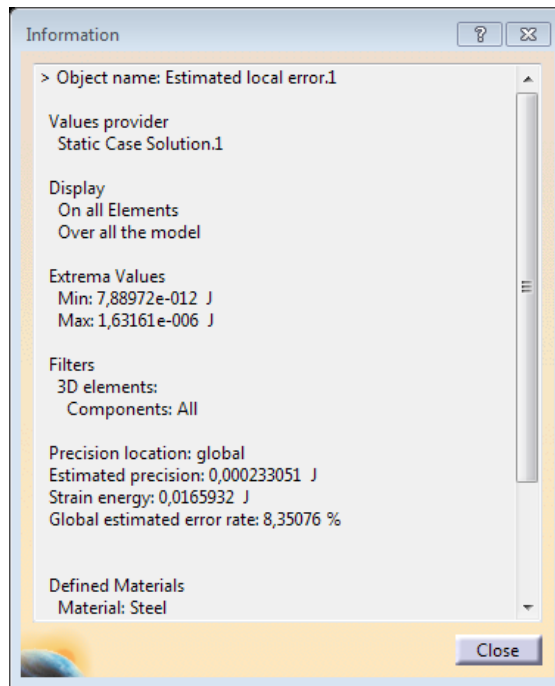


Figura 10.27 Error cometido en el análisis del satélite.

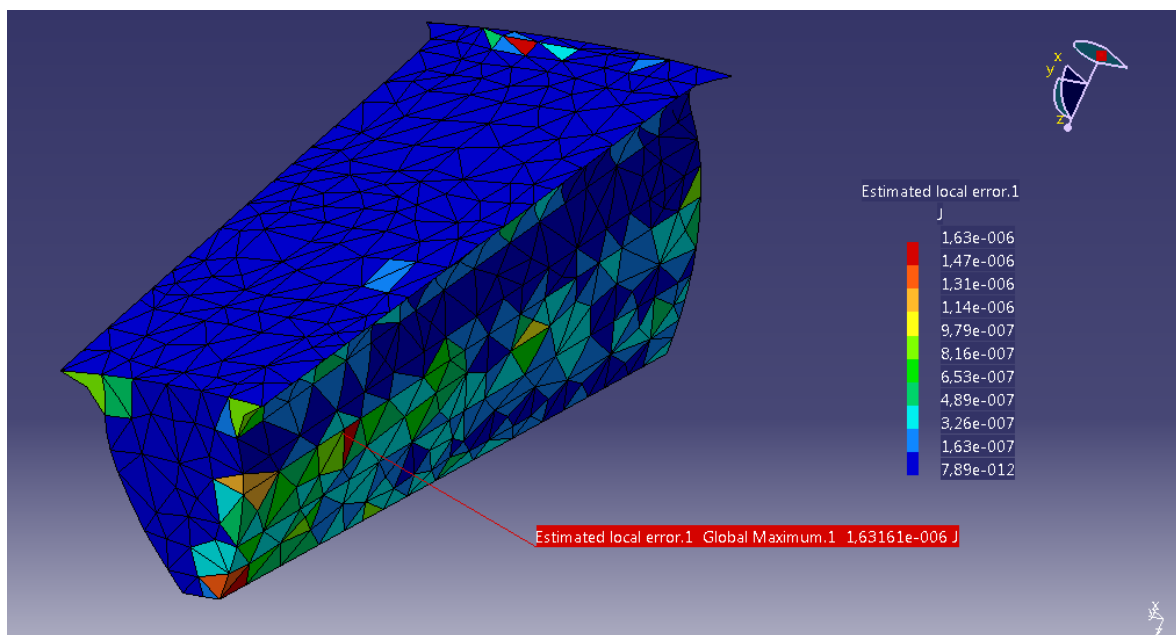


Figura 10.28 Representación gráfica de errores sobre el diente del satélite.

## 10.5 Análisis estático del planetario

Para realizar el último análisis, se vuelve a echar mano de la Tabla 8.4 donde se encuentra la carga que soporta el diente del planetario. Ver Figura 10.29.

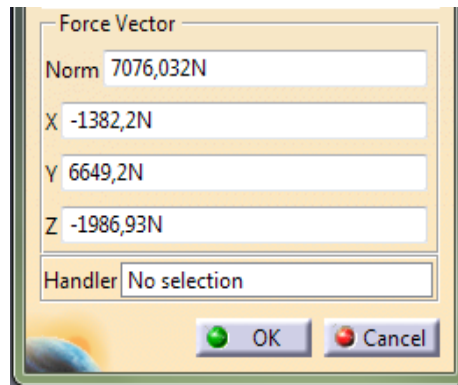


Figura 10.29 Valor y dirección de la carga en el planetario.

Ahora no queda más que computar de nuevo, obteniendo la siguiente tensión máxima en el diente (Figura 10.30).

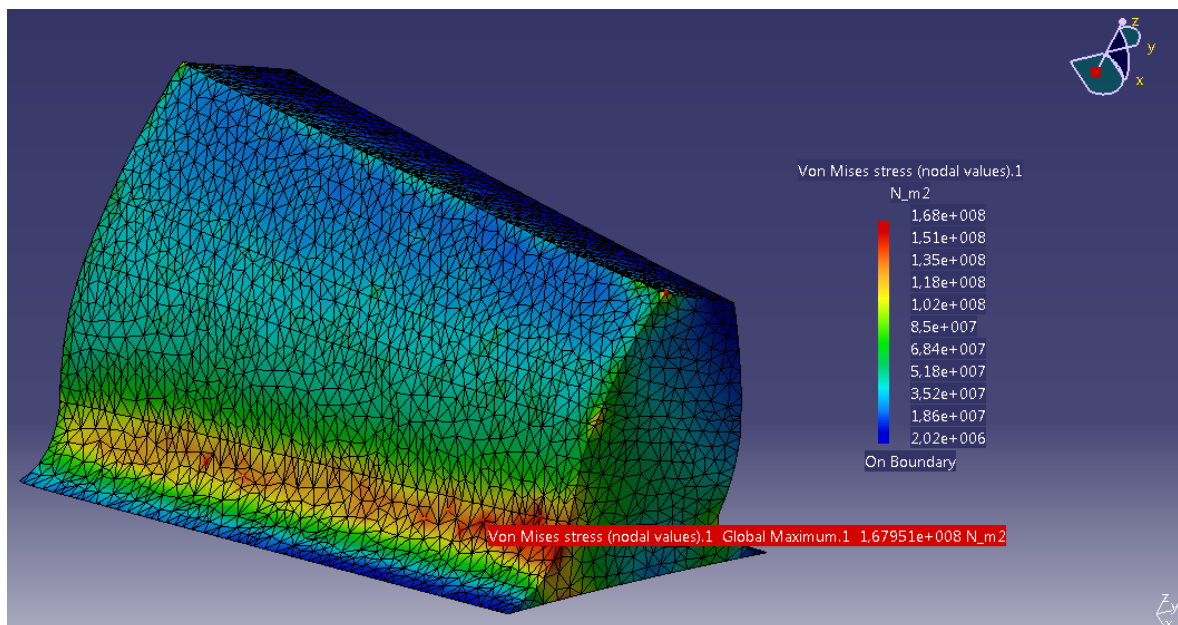


Figura 10.30 Representación gráfica de tensiones sobre el diente del planetario.

$$(S_t)_{pla\_catia} \approx 1.68 \cdot 10^8 N/m^2$$

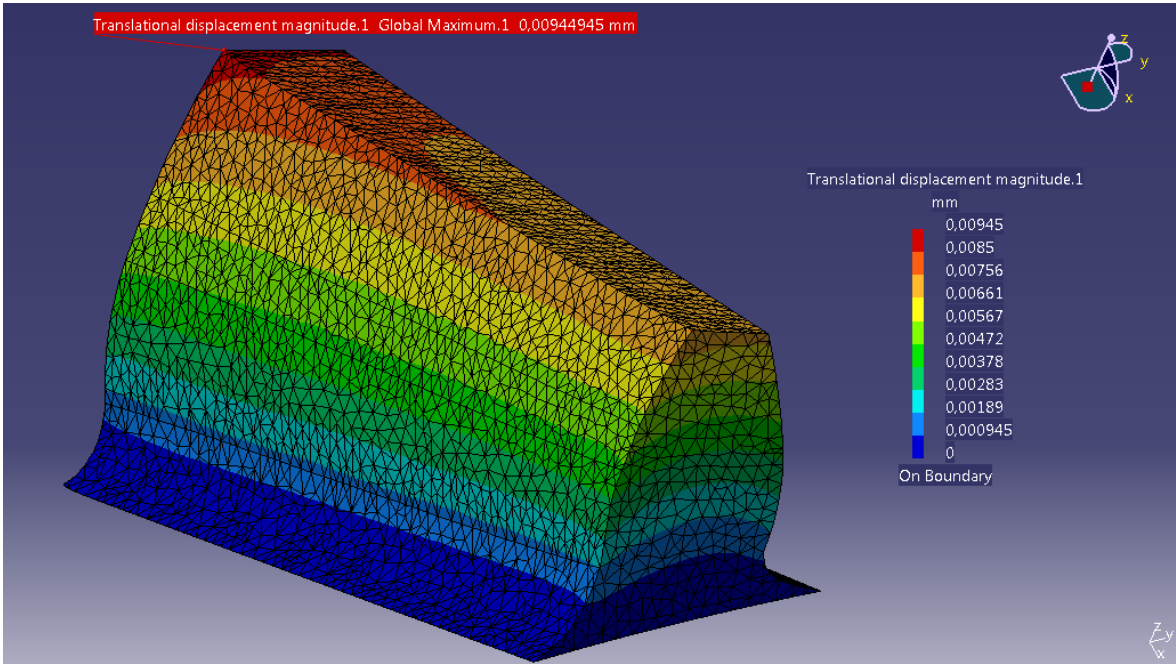


Figura 10.31 Representación gráfica de desplazamientos sobre el diente del planetario.

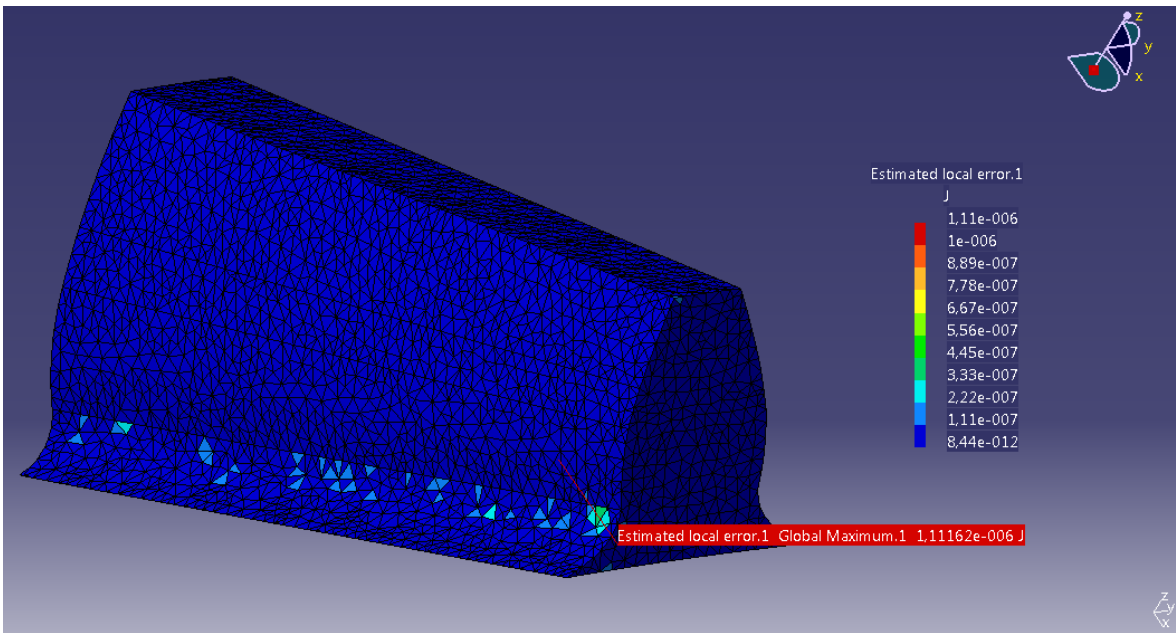


Figura 10.32 Representación gráfica de errores sobre el diente del planetario.

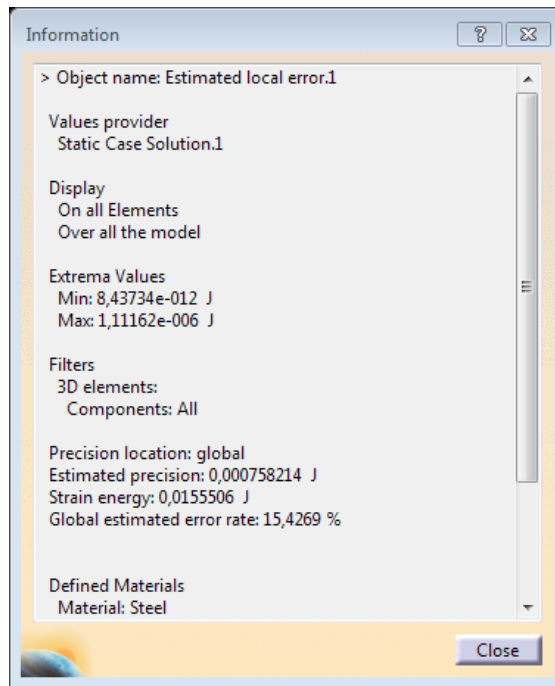


Figura 10.33 Error cometido en el análisis del planetario.

## 11 RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Una vez ya se ha realizado el análisis estático de todos los distintos elementos que componen el mecanismo diferencial mediante el software Catia, se está en condiciones de comparar estos resultados con los obtenidos anteriormente de forma analítica.

La mejor forma de comparar los resultados es comparando los factores reales de seguridad a flexión y resistencia ya calculados mediante MatLab con los que nos proporcionan las tensiones máximas obtenidas con Catia. Esta comparación queda recogida en la Tabla 11.1 en  $N/m^2$ .

	<b>Cálculo analítico</b>	<b>Cálculo numérico</b>
$(S_t)_{pla}$	$1.59 \cdot 10^8$	$1.68 \cdot 10^8$
$(S_t)_{sat}$	$1.33 \cdot 10^8$	$1.62 \cdot 10^8$
$(S_t)_P$	$1.29 \cdot 10^8$	$1.61 \cdot 10^8$
$(S_t)_G$	$1.69 \cdot 10^8$	$1.7 \cdot 10^8$

*Tabla 11.1. Tensiones máximas en los distintos engranajes.*

La forma más sencilla de comparar los datos será mediante una tabla, por lo que todos los factores reales de seguridad se recogen en la Tabla 11.2. Para el cálculo de los factores reales de seguridad ( $S_F$ ) a flexión y resistencia de los engranajes proporcionados por el software Catia se ha usado la ecuación 48, la cual ya fue utilizada para el cálculo manual de los factores, pero en lugar de dividir la resistencia permisible ( $S_{wt}$ ) entre el esfuerzo a flexión ( $S_t$ ) calculado manualmente, en esta ocasión el divisor será el valor de la tensión máxima proporcionada por el análisis estático en Catia ( $(S_t)_{catia}$ ).

$$(S_F) = n_d \frac{(S_{wt})}{(S_t)_{catia}} \quad \text{Ec.(48)}$$

	<b>Cálculo analítico</b>	<b>Cálculo numérico</b>
$(S_F)_{pla}$	1.37	1.3
$(S_F)_{sat}$	1.61	1.32
$(S_F)_P$	1.66	1.33
$(S_F)_G$	1.31	1.3

*Tabla 11.2. Factores reales de seguridad.*

También se recogen en la Tabla 11.3 a modo de resumen los errores globales estimados por el software Catia en el cálculo de cada uno de los análisis estáticos de los distintos engranajes. En el Anexo 13.3 se pueden encontrar más detalles.

<b>Piñón</b>	6.10%
<b>Corona</b>	7.71%
<b>Satélite</b>	8.35%
<b>Planetario</b>	15.4%

*Tabla 11.3. Errores globales cometidos por Catia en cada análisis estático.*

Los resultados a los que se les ha dado prácticamente toda la importancia en este diseño han sido a las tensiones ejercidas en los dientes de los engranajes y a los factores reales de seguridad. Las deformaciones se ha decidido no tenerlas en cuenta debido a sus valores tan bajos, llegando a ser despreciables en la mayoría de los casos, como se puede observar en la Tabla 11.4.

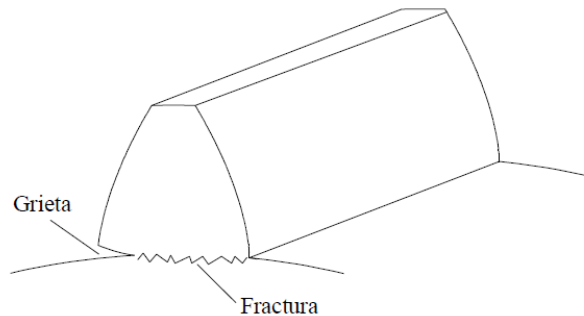
<b>Piñón</b>	0.01mm
<b>Corona</b>	0.01mm
<b>Satélite</b>	0.008mm
<b>Planetario</b>	0.009mm

*Tabla 11.4. Desplazamientos en cada análisis estático.*

Si se revisa la Tabla 11.1 de nuevo, es posible observar como las tensiones obtenidas mediante el proceso de análisis estático en Catia son más elevadas que las calculadas mediante MatLab, esto se podría decir que se debe a que en este software las tensiones están calculadas mediante el proceso de la AGMA, en el cual se calculan las tensiones suponiendo que la carga esta aplicada en el centro del diente, y en Catia la carga esta aplicada en una superficie. Esto último, es más exacto puesto que en la realidad siempre existe una deformación (aunque pequeña) en el contacto entre dientes en el acoplamiento de dos engranajes, aunque el contacto ideal entre dientes sería una línea recta.

A la hora de realizar el análisis estático en Catia, las tensiones máximas que se han tenido en cuenta han sido las localizadas en la zona con la mayor tendencia a la falla por fracturas o grietas. En algún caso, Catia ha calculado tensiones superiores que no cumplirían nuestro factor de diseño, pero estas estaban localizadas en zonas de muy baja

influencia para provocar el fallo en el diente del engranaje en cuestión. La zona donde se han estudiado las tensiones máximas locales ha sido en el pie de los dientes. Figura 11.1.



*Figura 11.1. Fractura de los dientes de las transmisiones por engranajes.*

Si se observa detenidamente, es posible percatarse de que la tensión máxima calculada por Catia para los dientes de corona y planetario, salen valores al límite de no cumplir el factor de diseño. Esto habría que solucionarlo en un rediseño más exhaustivo si fuese necesario, puesto que el efecto de una sobrecarga instantánea podría hacer que fallasen estos engranajes si la sobrecarga superase el margen de 0.3 que se tiene. Puesto que en el diseño no se contemplan sobrecargas de estas características, no se plantea dicho rediseño. Cabe destacar, que todas las cargas se han aplicado en la superficie correspondiente a la cabeza de los dientes de cada engranaje.

También se puede observar en la Tabla 11.3 que el error cometido por Catia en el cálculo de la tensión máxima localizada en el planetario es del 15.4%, un valor muy superior al de los demás análisis estáticos calculados. Esta discrepancia con respecto al porcentaje de error de los elementos se debe a que se usaron elementos lineales y no parabólicos a la hora de mallar el diente, dejando de esta forma menos fiabilidad en el resultado de este análisis estático en particular.

Para acabar, se comentarán los factores reales de seguridad reflejados en la Tabla 11.2. Puesto que estos valores están íntimamente relacionados con las tensiones ya comentadas de la Tabla 11.1, eran de esperar estos resultados. Se puede observar como todos los factores reales de seguridad son más bajos para los valores aportados por el software Catia, sin embargo, aunque sean más bajos siguen cumpliendo el factor de diseño y, por tanto, se puede concluir que el diseño realizado es válido para los fines para los que se ha diseñado.



## 12 CONCLUSIONES

Con el mecanismo diferencial ya diseñado para la camioneta Chevrolet C-10 Silverado de 1986, se debe de repasar como ha sido este proceso de diseño, las dificultades, los contratiempos y problemas surgidos y como han sido solventados los mismos. También será valorado el diseño en líneas generales.

En primer lugar se hablará del porque se decidió diseñar este tipo de diferencial, es decir, un mecanismo diferencial compuesto por los elementos imprescindibles para su correcto funcionamiento, sin sistema antibloqueo y para un vehículo de tracción trasera. Aunque no se ha diseñado con el sistema antibloqueo, se ha realizado una simulación de movimiento en el supuesto de que el diseño contase con esta prestación.

Del sistema antibloqueo se prescindió debido a que su diseño no entraba dentro de las expectativas del diseño desde el principio, la decisión de utilizar un diseño de planetarios y satélites en lugar de rodillos es debido a una preferencia personal y porque son mucho más comunes los primeros. También cabe destacar que se escogió un diseño para un vehículo de tracción trasera debido a que en un vehículo de tracción a las cuatro ruedas el reparto de potencias habría sido más complejo y en un vehículo de tracción delantera normalmente hay que hacer algunas adaptaciones para que el diseño del diferencial encaje con caja de cambios.

Una vez se tenía claro el diseño que se quería realizar, surgió la primera dificultad. Se debía de decidir el tamaño y número de dientes de los distintos engranajes, y que además cumplieren un factor de diseño aceptable. El problema era que para los valores de potencia y velocidad de contorno que se habían impuesto, los engranajes no cumplían el factor de diseño inicial, el cual tenía un valor de 2.

Tras examinar y abordar el problema desde distintas perspectivas se llegó a la conclusión de que esto se debía a que los engranajes en el diseño eran de dientes rectos, y en los diseños en los que estaba siendo basado el tamaño y el número de dientes eran engranajes cónicos helicoidales. Para salvar este primer inconveniente no quedó más opción que bajar el factor de diseño a 1.3, siendo un factor bastante más pequeño que el inicial pero aun así aceptable, y aumentar el tamaño y el número de dientes de los engranajes del diseño. Debido a esto es por lo que los planetarios tienen un tamaño algo más elevado de lo normal.

Puesto que es obvio que el tamaño del mecanismo diferencial importa, es por lo que se decidió darle prioridad a hacer un diseño de tamaño apropiado (aunque un poco más grande de lo deseado al final) antes de realizar un diseño con un factor de seguridad más elevado pero de mayor tamaño.

Se podría haber diseñado un diferencial para la camioneta modelo que cumpliera un factor de 2, pero habría tenido un tamaño demasiado elevado, más apropiado para un camión que para una camioneta. Por esta razón, se buscó un cierto equilibrio entre tamaño y seguridad, concluyendo que la solución más apropiada era un factor de 1.3 y unos diámetros dentro de lo aceptable tras un proceso iterativo probando distintas combinaciones de ambas variables.

También hubo algún inconveniente en el análisis estático del diente del planetario, a la hora de mallar con elementos parabólicos daba error, haciendo imposible su mallado con estos elementos. Por esta razón se ha procedido al mallado de este diente con elementos lineales, lo que ha provocado que el error en los cálculos sea algo más elevado.

Después de este contratiempo, se podría decir que el resto del proceso de diseño transcurrió sin más inconvenientes que sean dignos de mención.

## 13 ANEXOS

### 13.1 Cálculos realizados mediante MatLab

#### 13.1.1 Dimensiones de los dientes del grupo reductor.

```
% DIEMENSIONES GEOMETRICAS DE CORONA Y PIÑON.
% UNE 18051
%% DATOS INICIALES
Np = 13; %Numero de dientes del piñon
Ng = 39; %Numero de dientes de la corona
% Dp = 103.1875; %Diametro de paso del piñon (mm)
% Dg = 309.5625; %Diametro de paso de la corona (mm)
ap = 0.349066; %Angulo de presion (rad) (20°)

%% DIMENSIONES DE LA CORONA
% M = Dp/Np -> M = 7.9375 (Segun la norma es mas adecuado M = 7)
M = 7; % Modulo

Dp = M*Np;
Dg = M*Ng;

Tg = atan(Ng/Np); %Angulo de paso (primitivo) G
T = atan(Np/Ng); %Angulo de paso (primitivo) P

G = (M/2)*(sqrt((Np^2)+(Ng^2))); %Generatriz
B = G/3; %Longitud del diente
h = 2.188*M; %Profundidad del diente
ht = 2*M; %Profundidad de trabajo
P = M*pi; %Paso circular
i = Ng/Np; % i = 4 -> A = 0.56 (TABULADO)
A = 0.56; %Constante tabulada en la norma (depende de i)
a2 = M*A; %Cabeza o adendum
b2 = h-a2; %Raiz o dedendum
c = 0.188*M; %Espacio libre de fondo
Ro2 = atan(b2/G); %Angulo de la Raiz
De2 = Dg+2*a2*cos(Tg); %Diametro exterior

%(MAS DE 30 DIENTES) RODRIGUEZ DE ABAJO
Dpri2 = M*Ng;
Ppri2 = M*pi;
esp2 = 0.5*Ppri2; %Espesor(ancho)
CT2 = 0.93969*Dpri2; %Diametro del circulo trazado
R = Dpri2/8; %Radio del diente
rg = 0.3*M; %Radio del pie del diente

%% DIMENSIONES DEL PIÑON
a = ht-a2; %Cabeza o adendum
b = h-a; %Raiz o dedendum
Ro1 = atan(b/G); %Angulo de la Raiz
gamma = atan(b2/G); %Angulo de Cabeza
De = Dp+2*a*cos(T); %Diametro exterior
e2 = (pi*M/2)-(a-a2)*tan(ap); %Espesor circular G
e = P-e2; %Espesor circular P

%(MENOS DE 30 DIENTES) RODRIGUEZ DE ABAJO
Dpri = M*Np;
Ppri = M*pi;
```

$esp = 0.5 * P$ ; %Espesor(ancho)  
 $CT = 0.93969 * D_{pri}$ ; %Diametro del circulo trazado  
 $R1 = 0.068 * D_{pri}$ ; %Radios del diente  
 $R2 = 0.214 * D_{pri}$ ;  
 $R3 = 0.321 * D_{pri}$ ;  
 $r = 0.3 * M$ ; %Radio del pie del diente

### 13.1.2 Dimensiones de los dientes de los satélites y planetarios.

% DIEMENSIONES GEOMETRICAS DE PLANETARIO Y SATELITE.

% UNE 18051

%% DATOS INICIALES

$N_p = 16$ ; %Numero de dientes del satellite

$N_g = 23$ ; %Numero de dientes del planetario

%  $D_p = 100$ ; %Diametro inicial de paso del satellite (mm)

%  $D_g = 143.75$ ; %Diametro inicial de paso del planetario (mm)

$ap = 0.349066$ ; %Angulo de presion (rad) ( $20^\circ$ )

%% DIMENSIONES DEL PLANETARIO

%  $M = D_p / N_p \rightarrow M = 6.25$  (Segun la norma este no es un valor adecuado)

$M = 6$ ; % Modulo / Si con nuestros datos iniciales saliese un modulo distinto

% tendríamos que escoger un valor con prioridad, segun la norma (UNE

% 18-185-89), un valor de la columna de la izquierda.

$D_p = M * N_p$ ;

$D_g = M * N_g$ ;

$T_g = \text{atan}(N_g / N_p)$ ; %Angulo de paso (primitivo) G

$T = \text{atan}(N_p / N_g)$ ; %Angulo de paso (primitivo) P

$G = (M/2) * (\text{sqrt}((N_p^2) + (N_g^2)))$ ; %Generatriz

$B = G/3$ ; %Longitud del diente

$h = 2.188 * M$ ; %Profundidad del diente

$ht = 2 * M$ ; %Profundidad de trabajo

$P = M * \pi$ ; %Paso circular

$i = N_g / N_p$ ; %  $i = 1.4375 \rightarrow A = 0.76$  (TABULADO)

$A = 0.76$ ; %Constante tabulada en la norma (depende de i)

$a_2 = M * A$ ; %Cabeza o adendum

$b_2 = h - a_2$ ; %Raiz o dedendum

$c = 0.188 * M$ ; %Espacio libre de fondo

$Ro_2 = \text{atan}(b_2 / G)$ ; %Angulo de la Raiz

$De_2 = D_g + 2 * a_2 * \cos(T_g)$ ; %Diametro exterior

%(MENOS DE 30 DIENTES)

$D_{pri2} = M * N_g$ ;

$P_{pri2} = M * \pi$ ;

$esp_2 = 0.5 * P_{pri2}$ ; %Espesor(ancho)

$CT_2 = 0.93969 * D_{pri2}$ ; %Diametro del circulo trazado

$R1g = 0.068 * D_{pri2}$ ; %Radios del diente

$R2g = 0.214 * D_{pri2}$ ;

$R3g = 0.321 * D_{pri2}$ ;

$rg = 0.3 * M$ ; %Radio del pie del diente

%% DIMENSIONES DEL SATELITE

$a = ht - a_2$ ; %Cabeza o adendum

$b = h - a$ ; %Raiz o dedendum

$Ro_1 = \text{atan}(b / G)$ ; %Angulo de la Raiz

$\gamma = \text{atan}(b_2 / G)$ ; %Angulo de Cabeza

$De = D_p + 2 * a * \cos(T)$ ; %Diametro exterior

$e2 = (\pi * M / 2) - (a - a2) * \tan(ap)$ ; %Espesor circular G  
 $e = P - e2$ ; %Espesor circular P

%(MENOS DE 30 DIENTES)

$D_{pri} = M * N_p$ ;  
 $P_{pri} = M * \pi$ ;  
 $esp = 0.5 * P$ ; %Espesor(ancho)  
 $CT = 0.93969 * D_{pri}$ ; %Diametro del circulo trazado  
 $R1 = 0.068 * D_{pri}$ ; %Radios del diente  
 $R2 = 0.214 * D_{pri}$ ;  
 $R3 = 0.321 * D_{pri}$ ;  
 $r = 0.3 * M$ ; %Radio del pie del diente

### 13.1.3 Acoplamiento del grupo reductor.

% DISEÑO DEL ACOPLAMIENTO DEL GRUPO REDUCTOR (PIÑÓN-CORONA)

%% Datos de partida.

$P = 130$ ; %Potencia  
 $nm = 4000$ ; %Velocidad de giro del motor  
 $r = 2.54$ ; %Relacion de transmision en CAJA DE CAMBIOS  
%(del motor al piñon pasando por la CAJA DE CAMBIOS)  
 $np = nm / r$ ; %Velocidad de giro del piñon en rpm  
 $mg = 3$ ; % Relacion de engranes  
 $T = 176$ ; %Temperatura en Farenheit (=80°C)  
 $ap = 20$ ; %Angulo de presion  
 $nd = 1.3$ ; % Factor de diseño  
 $N_p = 13$ ; % Numero de dientes del piñon  
 $N_g = mg * N_p$ ; % Numero de dientes de la corona  
 $R = 0.995$ ; %Confiabilidad  
 $NL = 2.5 * 10^9$ ; %Revoluciones de vida del piñon

%% Calculos correspondientes a las decisiones a priori.

% FUNCION

$CL_g = 3.4822 * (NL / mg)^{-0.0602}$ ;  
 $CL_p = 3.4822 * (NL)^{-0.0602}$ ; %Ecuacion 15-14

$KL_g = 1.683 * (NL / mg)^{-0.0323}$ ;  
 $KL_p = 1.683 * (NL)^{-0.0323}$ ; %Ecuacion 15-15

$KR = 0.5 - 0.25 * \log_{10}(1 - R)$ ; %factor de confiabilidad de resistencia a la flexion.  
 $CR = \sqrt{KR}$ ; %Ecuacion 15-19 factor de confiabilidad por picadura.

$KT = 1$ ; %Ecuacion 15-18 factor de temperatura.  
%  $KT = (460 + T) / 710$ ; %Para  $T > 250^\circ F$

% FACTOR DE DISEÑO

$SF = nd$ ; %factor de seguridad por flexion  
 $SH = \sqrt{SF}$ ; %factor de seguridad por contacto.

% SISTEMA DE DIENTES

$Kx = 1$ ; %Ecuacion 15-13 %Siempre 1 por ser conico recto (Es como un parametro)  
 $Cxc = 1.5$ ; %Ecuacion 15-12 %factor de coronamiento de resistencia a la picadura.  
%(Decision) de Cxc. Valores: 1.5 ó 2.

$\gamma = \arctan(N_p / N_g)$ ; %Ecuacion 13-14  
 $\tau = \arctan(N_g / N_p)$ ;

% VALORES APROXIMADOS

```

I = 0.068; %Figura 15-6 factor geometrico de resistencia a picadura. funcion(Np,Ng)
Jp = 0.222; %Figura 15-7 factor geometrico de resistencia a la flexion en el piñon. funcion(Np,)
Jg = 0.17; %factor geometrico de resistencia a la flexion en la corona.

```

```

% Decisiones correspondientes a las variables de diseño.
%% DECISION 1: SUPONER UN PASO DIAMETRAL DE ENSAYO
Pd = 3.62; % Paso diametral (in^-1)

```

```

Ks = 0.4867+0.2132/Pd; %Ecuacion 15-10 factor de tamaño de resistencia a la flexion.

```

```

dp = Np/Pd; %Ecuacion 13-1
dg = dp*mg;

```

```

vt = pi*dp*np/12; %Ecuacion 15-7 % Velocidad en la linea de paso. (Graficar con DMU)
Wt = 33000*P/vt; %Ecuacion 13-35 fuerza en el diente

```

```

Ao = dp/(2*sin(gamma)); %Ecuacion 15-25 Distancia de cono
F1 = 0.3*Ao; %Ecuacion 15-24
F2 = 10/Pd;
if (F1<F2)
    Fmin = F1;
    Fmax = F2;
else
    Fmin = F2;
    Fmax = F1;
end

```

```

%% DECISION 2: SUPONER UN ANCHO NETO DE CARA
F = 1.89; %Elijo entre dos posibles geometrias. Diente ancho o estrecho.
    % Elije entre F=Fmax o F=Fmin, para que los calculos sean mas
    % fiables aun, cojeremos Fmin por ser el mas desfavorable.

```

```

% Nuestro ancho de cara de diseño es F = 44.67 mm, el cual se encuentra
% dentro del intervalo indicado.

```

```

% Calculo de Cs. Funcion definida por partes.
% Ecuacion 15-9 factor de tamaño de resistencia a picadura
if F < 0.5
    Cs = 0.5;
elseif F > 4.5
    Cs = 1;
else
    Cs = 0.125*F+0.4375;
end

```

```

%% DECISION DE Kmb
Kmb = 1.25; %Ecuacion 15-11 Valores posibles 1, 1.10 ó 1.25
Km = Kmb+0.0036*(F)^2;

```

```

%% DECISION 3: SUPONER UN NUMERO DE PRECISION DE TRANSMISION
Qv = 11; %Numero de precision de transmision.

```

```

B = 0.25*(12-Qv)^(2/3); %Ecuacion 15-6
A = 50+56*(1-B);

```

```

Vtmax = (A+(Qv-3))^2;

```

```

% Comprobacion de velocidad maxima en linea de paso.

```

```

if Vtmax <= vt
    fprintf('La velocidad es mayor que la velocidad máxima')
    break
end

```

$K_v = ((A + \sqrt{vt})/A)^B$ ; %Ecuacion 15-5 % Factor dinámico.

%% DECISION 4: ESCOGER MATERIAL Y TRATAMIENTO PARA LA CORONA Y EL PIÑÓN.

Sac = 250000; %Tabla 15-4 (psi) numero de esfuerzo de contacto permisible.  
 Sat = 40000; %Tabla 15-6 numero de esfuerzo de flexion (permisible).  
 % Hemos elegido carburizacion y endurecimiento del nucleo de acero  
 % (ASTM 1320) grado 3.

% Ahora estudiaremos el desgaste, flexion y resistencia en corona y piñon,  
 % segun nos interese.

%% FLEXION DE LA CORONA.

Ko = 1; %Tabla 15-2 (Carga uniforme-uniforme) Decisión pero está fijada por movimiento.

Stg = (Wt/F)\*Pd\*Ko\*Kv\*((Ks\*Km)/(Kx\*Jg)); %Esfuerzo de flexion AGMA

Swtg = (Sat\*KLg)/(SF\*KT\*KR); %Resistencia a la flexion AGMA

Yg = Swtg/Stg; %Relacion entre resistencia y esfuerzo a flexion.

SFg = nd\*Yg; %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para la FLEXION EN LA CORONA es (SF)G = %f.\n', SFg)

%% RESISTENCIA DEL PIÑÓN.

Stp = Stg\*Jg/Jp; %Esfuerzo de flexion AGMA

Swtp = (Sat\*KLp)/(SF\*KT\*KR); %Resistencia de flexion AGMA

Yp = Swtp/Stp; %Relacion entre resistencia y esfuerzo a flexion.

SFp = nd\*Yp; %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para la RESISTENCIA DEL PIÑÓN es (SF)p = %f.\n', SFp)

%% DESGASTE DE LA CORONA.

% Eg y Ep Modulos de elasticidad de Young

%  $C_p = (1/(\pi * ((1 - \nu_p^2)/E_p + (1 - \nu_g^2)/E_g)))^{1/2}$ ; Ecuacion 15-21

Cp = 2290; %Para aceros

Scg = Cp\*((Wt\*Ko\*Kv\*Km\*Cs\*Cxc)/(F\*dp\*I))^(1/2); %Esfuerzo por contacto inducido por la cara del piñon y la corona AGMA

CH = 1.2; %Ecuacion 15-16y17 y Figura 15-11

Swcg = (Sac\*CLg\*CH)/(SH\*KT\*CR); %Resistencia al contacto de la corona

Zg = Swcg/Scg; %Relacion entre resistencia y esfuerzo.

SHg = nd\*(Zg^2); %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para el DESGASTE DE LA CORONA es (SH)2G = %f.\n', SHg)

%% DESGASTE DEL PIÑÓN.

Swcp = (Sac\*CLp\*CH)/(SH\*KT\*CR); %Resistencia al contacto de piñon

Zp = Swcp/Scg; %Relacion entre resistencia y esfuerzo a flexion.

SHp = nd\*(Zp^2); %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para el DESGASTE DEL PIÑÓN es (SH)2p = %f.\n', SHp)

% CH: factor de relacion de dureza.  
% Cp: coeficiente elastico de resistencia a picadura.  
% CLg: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a picadura en la corona.  
% CLp: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a picadura en el piñon.  
% KLG: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexion en la  
% corona.  
% KLP: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexion en el  
% piñon.  
% KR: factor de confiabilidad de resistencia a la flexion.  
% CR: factor de confiabilidad por picadura.  
% KT: factor de temperatura.  
% mG: relacion de engranes.  
% nd: FACTOR DE DISEÑO.  
% SF: factor de seguridad por flexion.  
% SH: factor de seguridad por contacto.  
% Kx: factor de curvatura en el sentido longitudinal de resistencia a la  
% flexion.  
% Cxc: factor de coronamiento de resistencia a la picadura.  
% Np: numero de dientes en el piñon.  
% Ng: numero de dientes en la corona.  
% Gamma: angulo de paso del piñon.  
% Tau: angulo de paso de la corona.  
% I: factor geometrico de resistencia a picadura.  
% Jp: factor geometrico de resistencia a la flexion en el piñon.  
% Jg: factor geometrico de resistencia a la flexion en la corona.  
% Pd: paso diametral transversal exterior.  
% Ks: factor de tamaño de resistencia a la flexion.  
% dp: diametro de paso del piñon.  
% dg: diametro de paso en la corona.  
% vt: velocidad en la linea de paso en el circulo de paso exterior.  
% Wt: carga transmitida.  
% Ao: distancia exterior al cono.  
% F: ancho neto de cara.  
% Cs: factor de tamaño de resistencia a picadura.  
% Km: factor de distribucion de carga.  
% Qv: numero de exactitud de transmision.  
% Kv: factor dinamico.  
% sac: numero de esfuerzo de contacto permisible.  
% sat: numero de esfuerzo de flexion (permisible).

#### 13.1.4 Acoplamiento de satélite y planetario.

% DISEÑO DEL ACOPLAMIENTO ENTRE SATELITE Y PLANETARIO  
% UNIDADES AMERICANAS  
%% Datos de partida.  
P = 130; %Potencia  
np = 1049.87; %Velocidad de giro del planetario en rpm  
mg = 23/16; %Relacion de engranes  
ns = np\*mg; %Velocidad en el satelite en rpm.  
T = 176; %Temperatura en Farenheit (=80°C)  
ap = 20; %Angulo de presion  
nd = 1.3; % Factor de diseño  
Ns = 16; % Numero de dientes del satelite  
Npl = mg\*Ns; % Numero de dientes del planetario

R = 0.995; %Confiabilidad  
NL = 2.5\*10^9; %Revoluciones de vida del satellite

%% Calculos correspondientes a las decisiones a priori.

% FUNCION

CLg = 3.4822\*(NL/mg)^(-0.0602);

CLp = 3.4822\*(NL)^(-0.0602); %Ecuacion 15-14

KLg = 1.683\*(NL/mg)^(-0.0323);

KLp = 1.683\*(NL)^(-0.0323); %Ecuacion 15-15

KR = 0.5-0.25\*log10(1-R); %factor de confiabilidad de resistencia a la flexion.

CR = sqrt(KR); %Ecuacion 15-19 factor de confiabilidad por picadura.

KT = 1; %Ecuacion 15-18 factor de temperatura.

% KT =(460+T)/710; %Para T>250°F

% FACTOR DE DISEÑO

SF = nd; %factor de seguridad por flexion

SH = sqrt(SF); %factor de seguridad por contacto.

% SISTEMA DE DIENTES

Kx = 1; %Ecuacion 15-13 %Siempre 1 por ser conico recto (Es como un parametro)

Cxc = 1.5; %Ecuacion 15-12 %factor de coronamiento de resistencia a la picadura.

%(Decision) de Cxc. Valores: 1.5 ó 2.

gamma = atan(Ns/Npl); %Ecuacion 13-14

tau = atan(Npl/Ns);

I = 0.064; %Figura 15-6 factor geometrico de resistencia a picadura. funcion(Np,Ng)

Jp = 0.21; %Figura 15-7 factor geometrico de resistencia a la flexion en el satellite. funcion(Np,)

Jg = 0.176; %factor geometrico de resistencia a la flexion en el planetario.

% Decisiones correspondientes a las variables de diseño.

%% DECISION 1: SUPONER UN PASO DIAMETRAL DE ENSAYO

Pd = 4.23; % Paso diametral

Ks = 0.4867+0.2132/Pd; %Ecuacion 15-10 factor de tamaño de resistencia a la flexion.

dp = Ns/Pd; %Ecuacion 13-1

dg = dp\*mg;

vt = pi\*dp\*ns/12; %Ecuacion 15-7 % Velocidad en la linea de paso. (Graficar con DMU)

Wt = (33000\*P/vt)/2; %Ecuacion 13-35 fuerza en el diente

Ao = dp/(2\*sin(gamma)); %Ecuacion 15-25 Distancia de cono

F1 = 0.3\*Ao; %Ecuacion 15-24

F2 = 10/Pd;

if (F1<F2)

Fmin = F1;

Fmax = F2;

else

Fmin = F2;

Fmax = F1;

end

%% DECISION 2: SUPONER UN ANCHO NETO DE CARA

F = 1.1; %Elijo entre dos posibles geometrias. Diente ancho o estrecho. Me quedo con el ancho calculado con la norma UNE

% Calculo de Cs. Funcion definida por partes.  
% Ecuacion 15-9 factor de tamaño de resistencia a picadura

```
if F < 0.5
    Cs = 0.5;
elseif F > 4.5
    Cs = 1;
else
    Cs = 0.125*F+0.4375;
end
```

%% DECISION DE Kmb

Kmb = 1.25; %Ecuacion 15-11 Valores posibles 1, 1.10 ó 1.25  
Km = Kmb+0.0036\*(F)^2;

%% DECISION 3: SUPONER UN NUMERO DE PRECISION DE TRANSMISION

Qv = 11; %Numero de precision de transmision.

B = 0.25\*(12-Qv)^(2/3); %Ecuacion 15-6  
A = 50+56\*(1-B);

Vtmax = (A+(Qv-3))^2;

% Comprobacion de velocidad maxima en linea de paso.

```
if Vtmax <= vt
    fprintf('La velocidad es mayor que la velocidad máxima')
    break
end
```

Kv = ((A+sqrt(vt))/A)^(B); %Ecuacion 15-5 % Factor dinámico.

%% DECISION 4: ESCOGER MATERIAL Y TRATAMIENTO PARA EL SATELITE Y EL PLANETARIO.

Sac = 250000; %Tabla 15-4 (psi) numero de esfuerzo de contacto permisible.  
Sat = 40000; %Tabla 15-6 numero de esfuerzo de flexion (permisible).  
% Hemos elegido carburizacion y endurecimiento del nucleo de acero  
% (ASTM 1320) grado 3.

% Ahora estudiaremos el desgaste, flexion y resistencia en satélite y planetaio,  
% segun nos interese.

%% FLEXION DEL PLANETARIO.

Ko = 1; %Tabla 15-2 (Carga uniforme-uniforme) Decisión pero está fijada por movimiento.  
Stg = (Wt/F)\*Pd\*Ko\*Kv\*((Ks\*Km)/(Kx\*Jg)); %Esfuerzo de flexion AGMA  
Swtg = (Sat\*KLg)/(SF\*KT\*KR); %Resistencia a la flexion AGMA

Yg = Swtg/Stg; %Relacion entre resistencia y esfuerzo a flexion.

SFg = nd\*Yg; %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para la FLEXION EN EL PLANETARIO es (SF)pla = %f.\n', SFg)

%% RESISTENCIA DEL SATELITE.

```

Stp = Stg*Jg/Jp; %Esfuerzo de flexion AGMA
Swtp = (Sat*KLp)/(SF*KT*KR); %Resistencia de flexion AGMA

Yp = Swtp/Stp; %Relacion entre resistencia y esfuerzo a flexion.

SFp = nd*Yp; %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para la RESISTENCIA DEL SATELITE es (SF)sat = %f.\n', SFp)

%% DESGASTE DEL PLANETARIO.
% Eg y Ep Modulos de elasticidad de Young
% Cp = (1/(pi*((1-vp^2)/Ep+(1-vg^2)/Eg)))^(1/2); Ecuacion 15-21
Cp = 2290; %Para aceros
Scg = Cp*((Wt*Ko*Kv*Km*Cs*Cxc)/(F*dp*I))^(1/2); %Esfuerzo por contacto inducido por la cara del
satelite y el planetario AGMA
CH = 1.2; %Ecuacion 15-16y17 y Figura 15-11
Swcg = (Sac*CLg*CH)/(SH*KT*CR); %Resistencia al contacto del planetario

Zg = Swcg/Scg; %Relacion entre resistencia y esfuerzo.

SHg = nd*(Zg^2); %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para el DESGASTE DEL PLANETARIO es (SH)2pla = %f.\n',
SHg)

%% DESGASTE DEL SATELITE.
Swcp = (Sac*CLp*CH)/(SH*KT*CR); %Resistencia al contacto de satelite

Zp = Swcp/Scg; %Relacion entre resistencia y esfuerzo a flexion.

SHp = nd*(Zp^2); %Factor real de seguridad.

fprintf('El factor real de seguridad para el DESGASTE DEL SATELITE es (SH)2sat = %f.\n', SHp)

% CH: factor de relacion de dureza.
% Cp: coeficiente elastico de resistencia a picadura.
% CLg: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a picadura en el planetario.
% CLp: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a picadura en el satelite.
% KLg: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexion en el
% planetario.
% KLp: factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexion en el
% satelite.
% KR: factor de confiabilidad de resistencia a la flexion.
% CR: factor de confiabilidad por picadura.
% KT: factor de temperatura.
% mG: relacion de engranes.
% nd: FACTOR DE DISEÑO.
% SF: factor de seguridad por flexion.
% SH: factor de seguridad por contacto.
% Kx: factor de curvatura en el sentido longitudinal de resistencia a la
% flexion.
% Cxc: factor de coronamiento de resistencia a la picadura.
% Np: numero de dientes en el satelite.
% Ng: numero de dientes en el planetario.
% Gamma: angulo de paso del satelite.
% Tau: angulo de paso del planetario.
% I: factor geometrico de resistencia a picadura.
% Jp: factor geometrico de resistencia a la flexion en el satelite.

```

% Jg: factor geometrico de resistencia a la flexion en el planetario.  
 % Pd: paso diametral transversal exterior.  
 % Ks: factor de tamaño de resistencia a la flexion.  
 % dp: diametro de paso del satelite.  
 % dg: diametro de paso en el planetario.  
 % vt: velocidad en la linea de paso en el circulo de paso exterior.  
 % Wt: carga transmitida.  
 % Ao: distancia exterior al cono.  
 % F: ancho neto de cara.  
 % Cs: factor de tamaño de resistencia a picadura.  
 % Km: factor de distribucion de carga.  
 % Qv: numero de exactitud de transmision.  
 % Kv: factor dinamico.  
 % sac: numero de esfuerzo de contacto permisible.  
 % sat: numero de esfuerzo de flexion (permisible).

### 13.1.5 Velocidades, pares y potencias en planetarios.

%% DATOS DE PARTIDA

R = 5.5; %Radio de giro de la curva. (m)  
 a = 2; %Ancho del vehiculo, distancia entre ruedas. (m)  
 P = 130; %Potencia del motor. (CV)  
 Pm = P\*735; %Potencia del motor. (Wattios)  
 r = 13/39; %Relacion del grupo reductor.  
 r2 = 16/23; %Relacion sat-pla.  
 rc = 2.54; %Relacion de la caja de cambios en primera.  
 nm = 4000; %Velocidad de giro del motor. (rpm)  
 nc = nm/rc; %Velocidad de giro en la SALIDA de la caja de cambios. (rpm)  
 n = nc\*r; %Velocidad de giro del portasatelites. (Corona) (rpm)  
 Mm = 60\*Pm/2\*pi\*nm; %Par transmitido por el motor. (N\*m)

%% CALCULO DE VELOCIDADES

%Velocidad en el supuesto de un planetario bloqueado.  
 npla = 2\*n;  
 nsat = npla/r2;

fprintf('La velocidad de giro del planetario libre, en el supuesto de un planetario bloqueado sera %f rpm.\n',npla)

%Velocidad de giro en cada planetario con r = 5.5m.  
 n1 = n\*(R+(a/2))/R; % Planetario exterior a la curva.  
 n2 = n\*(R-(a/2))/R; % Planetario interior a la curva.

fprintf('La velocidad de giro del planetario exterior a la curva sera n1 = %f rpm.\n',n1)  
 fprintf('La velocidad de giro del planetario interior a la curva sera n2 = %f rpm.\n',n2)

%% CALCULO DE POTENCIAS Y PARES TRANSMITIDOS

%Pares: en el caso de los pares transmitidos a los planetarios, ocurre que  
 %se transmite por igual a cada uno de ellos independientemente de si va  
 %circulando en linea recta o esta tomando una curva.  
 Mc = Mm\*rc; %Par a la salida de la caja de cambios.  
 Mp = Pm/(n\*2\*pi/60); %Par en el portasatelites.

M1 = Mp/2; %Pares en cada planetario.  
 M2 = Mp/2;

fprintf('El par transmitido a cada planetaio sera M1 = %f N\*m y M2 = %f N\*m.\n',M1,M2)

%Potencias: al contrario que con el par, las potencias no se reparten por  
%igual a los planetarios si el vehiculo esta tomando una curva.

W1si =  $M1 \cdot n1 \cdot 2 \cdot \pi / 60$ ; %Planetario exterior. (W)

W2si =  $M2 \cdot n2 \cdot 2 \cdot \pi / 60$ ; %Planetario interior. (W)

W1 = W1si/735; %Planetario exterior. (CV)

W2 = W2si/735; %Planetario interior. (CV)

fprintf('La potencia transmitida al planetario exterior a la curva sera W1 = %f CV.\n',W1)

fprintf('La potencia transmitida al planetario interior a la curva sera W2 = %f CV.\n',W2)

### 13.1.6 Fuerzas en grupo reductor y reacciones.

%% Datos de partida

nm = 4000; % Revoluciones por minuto del piñon (rpm)

r = 2.54; %Relacion caja de cambios

np = nm/r; %Velocidad de giro en piñon (rpm)

P = 130; % Potencia en Horse Power (hp)

Np = 13; % Numero de dientes del piñon

Ng = 39; % Numero de dientes en la corona

Pd = 13/3.58268; % Paso diametral (dientes/pulgada)

Dp = 4.33565; % Diametro mayor del piñon (in)

Dg = 10.84564; % Diametro mayor de la corona (in)

F = 1.89; % Ancho de cara (in)

Fi = 0.3491; % Angulo de presion = 20°(DEBE PASARSE A RADIANES PARA REALIZAR LAS OPERACIONES)

%% Angulos de paso

gamma = atan(Np/Ng); % Angulo de paso del piñon

tau = atan(Ng/Np); % Angulo de paso de la corona

%% Velocidad en la linea de paso

% Correspondiente al radio de paso promedio

% Haciendo uso del teorema del seno:

rp = (Dp/2)-(((F/2)\*sin(gamma))/sin(pi/2)); % Radio de paso promedio del piñon

rg = (Dg/2)-(((F/2)\*sin(tau))/sin(pi/2)); % Radio de paso promedio de la corona

V =  $2 \cdot \pi \cdot rp \cdot np / 12$ ; % Pies/min

%% Carga transmitida (CORONA)

% El signo, y por lo tanto, la direccion de estas cargas dependera respecto

% a que elemento estemos mirandolas, el piñon o la corona

Wt =  $33000 \cdot P / V$ ; % Carga en la direccion 'z' positiva Unidades de las cargas: lbf

Wr =  $Wt \cdot \tan(Fi) \cdot \cos(\tau)$ ; % Carga en la direccion 'x' negativa

Wa =  $Wt \cdot \tan(Fi) \cdot \sin(\tau)$ ; % Carga en la direccion 'y' negativa

Wg = [-Wr; -Wa; Wt]; % Vector de cargas en la CORONA (lbf)

Wp = -Wg; % Vector de cargas en el PIÑON (lbf)

%% Puntos donde estan aplicadas las cargas (CORONA):

C = [0; -3.34646; 0]; % A

D = [0; 4.3503937; 0]; % B Dos grados de libertad

G = [rg; -rp; 0]; % Punto fuerza

%Ahora calculamos los vectores necesarios para hacer momentos respecto del  
%punto 'D'

```
Rg = G - D;
Rc = C - D;
```

```
%% Planteamos y resolvemos ecuaciones (CORONA):
% ESTOS CALCULOS SON VALIDOS SIEMPRE QUE LA CORONA ESTE EN EL EJE 'Y' Y EL
% PIÑÓN ESTE EN EL EJE 'X'
TI = -cross(Rg,Wg); % Terminio independiente (TI)
```

```
% Ecuaciones provenientes de tomar momentos en el punto 'D':
eq1 = strcat('-',num2str(Rc(3)), '*FCy', '+(', num2str(Rc(2)), ') *FCz', '=', num2str(TI(1))); %
Componente 'x'
eq2 = strcat('-',num2str(Rc(1)), '*FCz', '+(', num2str(Rc(3)), ') *FCx', '+, 'Ty', '=', num2str(TI(2))); %
Componente 'y'
eq3 = strcat('-',num2str(Rc(2)), '*FCx', '+(', num2str(Rc(1)), ') *FCy', '=', num2str(TI(3))); %
Componente 'z'
```

```
% Ecuaciones del equilibrio de fuerzas:
eq4 = strcat('FCx', '+(', num2str(Wg(1)), ') +, 'FDx', '=0'); % Sumatoria de fuerzas en el eje 'x'
eq5 = strcat(num2str(Wg(2)), '+, 'FCy', '=0'); % Sumatoria de fuerzas en el eje 'y'
eq6 = strcat(num2str(Wg(3)), '+, 'FCz', '+, 'FDz', '=0'); % Sumatoria de fuerzas en el eje 'z'
```

```
[FCx, FCy, FCz, FDx, FDz, Ty] = solve(eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,eq6); %lbf
Q = [FCx; FCy; FCz; FDx; FDz;]*4.44822; %Newtons
```

```
Wg = [-Wr; -Wa; Wt]*4.44822; % Vector de cargas en la CORONA (newtons)
disp(Wg)
```

```
disp('FCx = ')
disp(Q(1))
```

```
disp('FCy = ')
disp(Q(2))
```

```
disp('FCz = ')
disp(Q(3))
```

```
disp('FDx = ')
disp(Q(4))
```

```
disp('FDz = ')
disp(Q(5))
```

```
disp('Ty = lb*pulg')
disp(Ty)
```

### 13.1.7 Fuerza en planetarios y satélites.

```
%% Datos de partida
np = 1049.87; %Velocidad de giro en planetario (rpm)
P = 130; % Potencia en Horse Power (hp)
Np = 16; % Numero de dientes del satelite
Ng = 23; % Numero de dientes en el planetario
r = Ng/Np; % Relacion
ns = np*r; % Velocidad en el satelite (rpm)
Pd = 16/3.77953; % Paso diametral (dientes/pulgada)
Dp = 4.26; % Diametro mayor del satelite (in)
Dg = 5.6381; % Diametro mayor del planetario (in)
F = 1.10307087; % Ancho de cara (in)
```

Fi = 0.3491; % Angulo de presion = 20°(DEBE PASARSE A RADIANES PARA REALIZAR LAS OPERACIONES)

%% Angulos de paso

gamma = atan(Np/Ng); % Angulo de paso del satellite

tau = atan(Ng/Np); % Angulo de paso de la planetario

%% Velocidad en la linea de paso

% Correspondiente al radio de paso promedio

% Haciendo uso del teorema del seno:

rp = (Dp/2)-(((F/2)\*sin(gamma))/sin(pi/2)); % Radio de paso promedio del satellite

rg = (Dg/2)-(((F/2)\*sin(tau))/sin(pi/2)); % Radio de paso promedio de la planetario

V = 2\*pi\*rp\*ns/12; % Pies/min

%% Carga transmitida (PLANETARIO)

% El signo, y por lo tanto, la direccion de estas cargas dependera respecto

% a que elemento estemos mirandolas, el satellite o el planetario

Wt = 33000\*P/V; % Carga en la direccion 'z' positiva Unidades de las cargas: lbf

Wr = Wt\*tan(Fi)\*cos(tau); % Carga en la direccion 'x' negativa

Wa = Wt\*tan(Fi)\*sin(tau); % Carga en la direccion 'y' negativa

Wg = [-Wr; -Wa; Wt]\*(4.44822/2); % Vector de cargas en el PLANETARIO (Newtons)

Wp = -Wg; % Vector de cargas en el SATELITE (Newtons)

disp(Wp)

## 13.2 Rodamientos

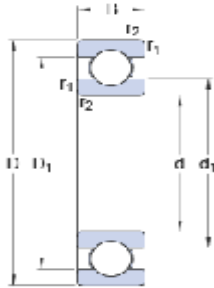
### Apoyo C

**SKF**



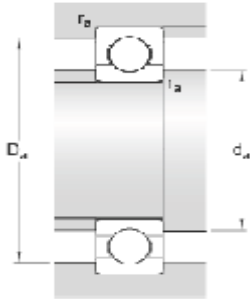
**61808**

#### Dimensiones



d	40	mm
D	52	mm
B	7	mm
d <sub>1</sub>	≈ 43.21	mm
D <sub>1</sub>	≈ 48.1	mm
r <sub>1,2</sub>	min. 0.3	mm

#### Dimensiones de los resaltes



d <sub>a</sub>	min. 42	mm
D <sub>a</sub>	max. 50	mm
r <sub>a</sub>	max. 0.3	mm

#### Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	4.49	kN
Capacidad de carga estática básica	C <sub>0</sub>	3.75	kN
Carga límite de fatiga	P <sub>u</sub>	0.16	kN
Velocidad de referencia		26000	r/min
Velocidad límite		16000	r/min
Factor de cálculo	k <sub>r</sub>	0.015	
Factor de cálculo	f <sub>0</sub>	14.6	

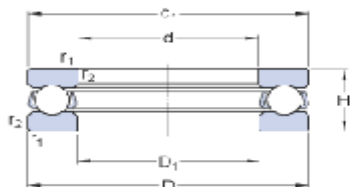
#### Masa

Rodamiento de masa	0.032	kg
--------------------	-------	----



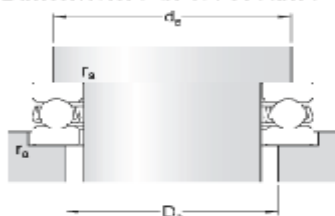
**51108**

**Dimensiones**



d	40	mm
D	60	mm
H	13	mm
d <sub>1</sub>	≈ 60	mm
D <sub>1</sub>	≈ 42	mm
r <sub>1,2</sub>	min. 0.6	mm

**Dimensiones de los resaltes**



d <sub>a</sub>	min. 52	mm
D <sub>a</sub>	max. 48	mm
r <sub>a</sub>	max. 0.6	mm

**Datos del cálculo**

Capacidad de carga dinámica básica	C	25.5	kN
Capacidad de carga estática básica	C <sub>0</sub>	63	kN
Carga límite de fatiga	P <sub>u</sub>	2.32	kN
Velocidad de referencia		5000	r/min
Velocidad límite		7000	r/min
Factor de carga mínima	A	0.02	

**Masa**

Rodamiento de masa (incluida la arandela de asiento, cuando corresponde)	0.12	kg
--	------	----

## Apoyo A

**SKF**

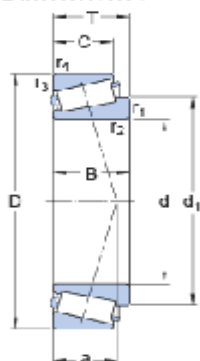
### JL 26749/710

SKF Explorer

Series de dimensiones

L 26700

#### Dimensiones

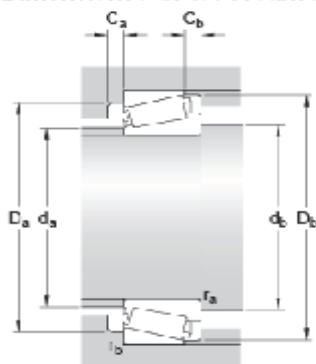


d	32	mm
D	53	mm
T	14.5	mm
d <sub>1</sub>	≈ 43.6	mm
B	15	mm
C	11.5	mm
r <sub>1,2</sub>	min. 3.6	mm
r <sub>3,4</sub>	min. 1.3	mm

#### Dimensions

a	11.044	mm
---	--------	----

#### Dimensiones de los resaltes



d <sub>a</sub>	max. 38	mm
d <sub>b</sub>	min. 44	mm
D <sub>a</sub>	min. 48	mm
D <sub>a</sub>	max. 46.5	mm
D <sub>b</sub>	min. 50	mm
C <sub>a</sub>	min. 2	mm
C <sub>b</sub>	min. 3	mm
r <sub>a</sub>	max. 3.6	mm
r <sub>b</sub>	max. 1.3	mm

#### Datos del cálculo

Capacidad de carga dinámica básica	C	33	kN
Capacidad de carga estática básica	C <sub>0</sub>	35.5	kN
Carga límite de fatiga	P <sub>u</sub>	3.65	kN
Velocidad de referencia		10000	r/min
Velocidad límite		12000	r/min

### 13.3 Resultados Catia

#### Analysis\_Pinon

##### MESH:

Entity	Size
Nodes	9497
Elements	5661

##### ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE10	5661 ( 100,00% )

##### ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Stretch	5661 ( 100,00% )	0 ( 0,00% )	0 ( 0,00% )	0,310	0,630
Aspect Ratio	5259 ( 92,90% )	402 ( 7,10% )	0 ( 0,00% )	4,432	1,887

#### Analysis\_Pinon\_Refinado

##### MESH:

Entity	Size
Nodes	69162
Elements	43739

##### ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE10	43739 ( 100,00% )

##### ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Stretch	43723 ( 99,96% )	16 ( 0,04% )	0 ( 0,00% )	0,205	0,631
Aspect Ratio	41358 ( 94,56% )	2376 ( 5,43% )	5 ( 0,01% )	8,172	1,890

## Analysis\_Corona

### MESH:

Entity	Size
Nodes	8353
Elements	4965

### ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE10	4965 ( 100,00% )

### ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Stretch	4962 ( 99,94% )	3 ( 0,06% )	0 ( 0,00% )	0,278	0,638
Aspect Ratio	4607 ( 92,79% )	353 ( 7,11% )	5 ( 0,10% )	5,602	1,887

## Analysis\_Satellite

### MESH:

Entity	Size
Nodes	6058
Elements	3583

### ELEMENT TYPE:

Connectivity	Statistics
TE10	3583 ( 100,00% )

### ELEMENT QUALITY:

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Stretch	3583 ( 100,00% )	0 ( 0,00% )	0 ( 0,00% )	0,306	0,632
Aspect Ratio	3380 ( 94,33% )	203 ( 5,67% )	0 ( 0,00% )	4,495	1,858

**MESH:**

Entity	Size
Nodes	11868
Elements	52878

**ELEMENT TYPE:**

Connectivity	Statistics
TE4	52878 ( 100,00% )

**ELEMENT QUALITY:**

Criterion	Good	Poor	Bad	Worst	Average
Stretch	52878 ( 100,00% )	0 ( 0,00% )	0 ( 0,00% )	0,338	0,645
Aspect Ratio	51390 ( 97,19% )	1488 ( 2,81% )	0 ( 0,00% )	3,976	1,826



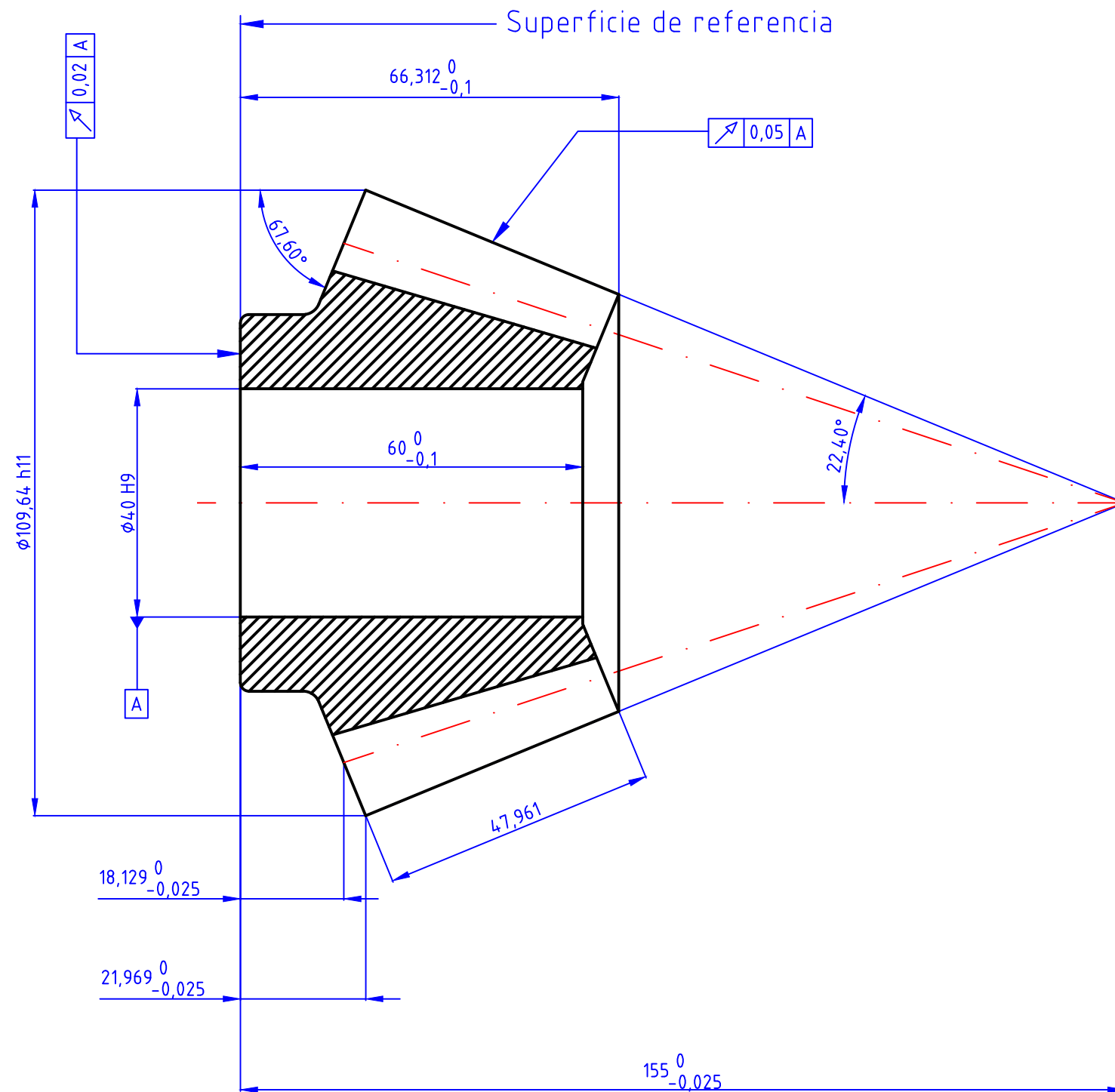
## 14 BIBLIOGRAFÍA

- [1] G. Budynas, Richard, Keith Nisbett, J. *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. Octava edición. Ed. Mc Graw Hill. 2008. ISBN-10: 970-10-6404-6
- [2] [www.testdelayer.com](http://www.testdelayer.com)
- [3] Cascajosa, Manuel. *Ingeniería de vehículos, sistemas y cálculos*. Cuarta edición. Ed. Tébar Flores, S.L. 2015. ISBN: 978-84-7360-305-8
- [4] Rodríguez de Abajo, F. Javier, Álvarez Bengoa, V. *Dibujo técnico*. Ed. Donostiarra. 1984. ISBN: 978-84-7063-130-6
- [5] R. Bertoline, Gary, N. Wiebe, Eric, L. Miller, Craig, L. Mohler, James. *Dibujo en ingeniería y comunicación gráfica*. Segunda edición. Ed. Mc Graw Hill. 1999. ISBN: 970-10-1947-4
- [6] Prada Delgado, Javier. *Manual de Catia V5 para análisis estructural estático y aplicaciones prácticas*. Trabajo Fin de Grado. Escuela Técnica Superior de Ingeniería, Universidad de Sevilla, Sevilla, 2015.
- [7] Cortes Vasquez, Omar. *Diseño de un sistema diferencial con alineamientos*. Tesina. Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Unidad Ticomán, México DF., 2012.
- [8] [www.skf.com](http://www.skf.com)
- [9] [es.chevrolet.com](http://es.chevrolet.com)
- [10] Gómez González, Sergio. *SolidWorks practico I*. Primera edición. Ed. Marcombo, S. A. 2012. ISBN: 978-84-267-1801-3
- [11] Gómez González, Sergio. *SolidWorks practico II Complementos*. Primera edición. Ed. Marcombo, S. A. 2012. ISBN: 978-84-267-1883-9
- [12] Gómez González, Sergio. *El gran libro de SolidWordks*. Segunda edición. Ed. Marcombo, S. A. 2015. ISBN: 978-84-267-2173-0



## 15 PLANOS

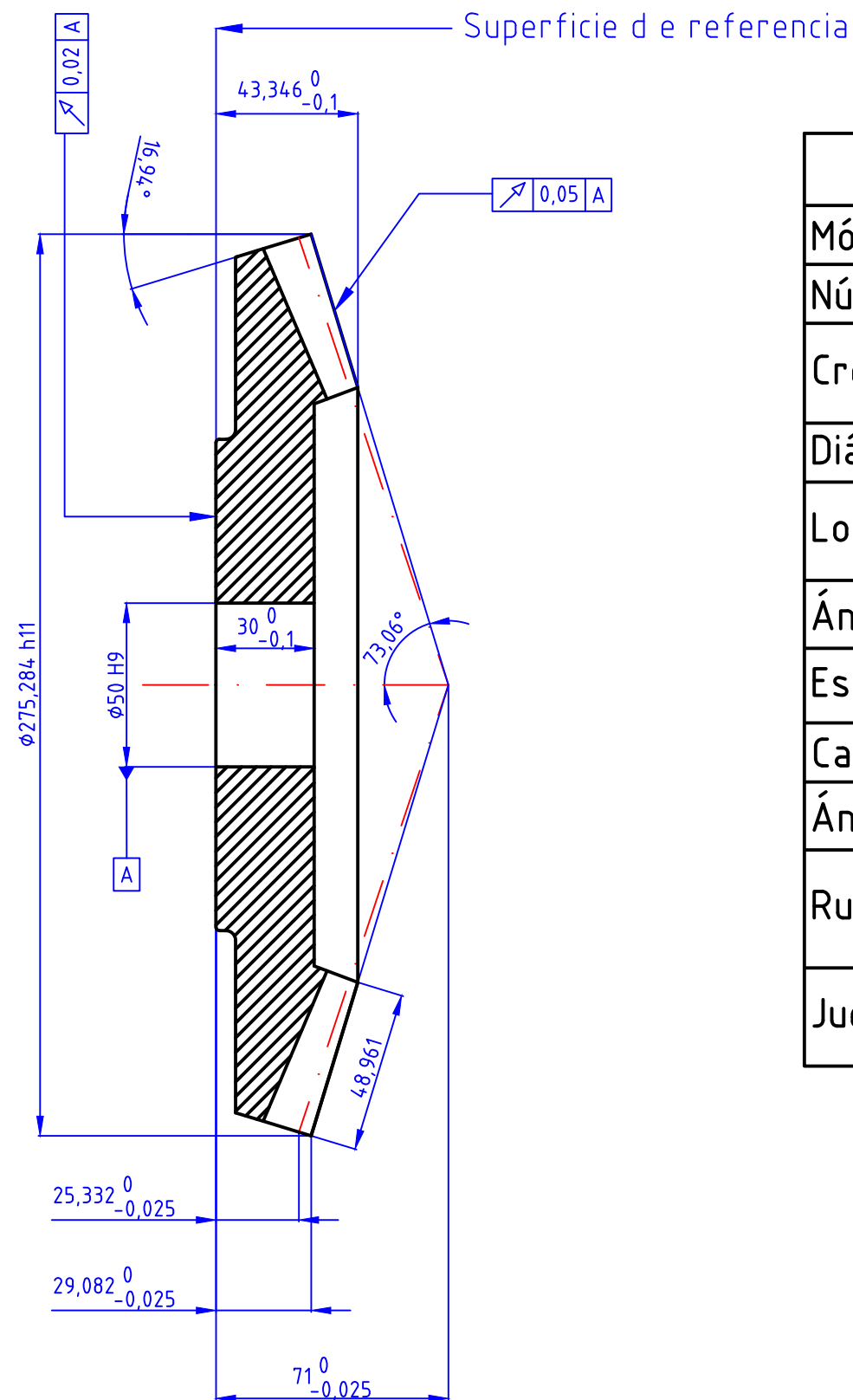
Los planos han sido realizados conforme a las normas UNE 18-112-78 (la cual concuerda totalmente la Norma Internacional ISO 1341-1976), UNE 18-051, UNE 18-004-75, UNE 18-033-76 y UNE 18-016.



### Características de dentado

Módulo	7	
Número de dientes	13	
Cremallera tipo	UNE 18-016 1ª Revisión	
Diámetro primitivo	91	
Longitud de la Generatriz	143,9	
Ángulo de cono de pie	16.32°	
Espesor de diente	13,2	
Calidad	11	
Ángulo entre ejes	90°	
Rueda conjugada	número de dientes	39
	plano	2
Juego de funcionamiento	0.2 - 0.275	

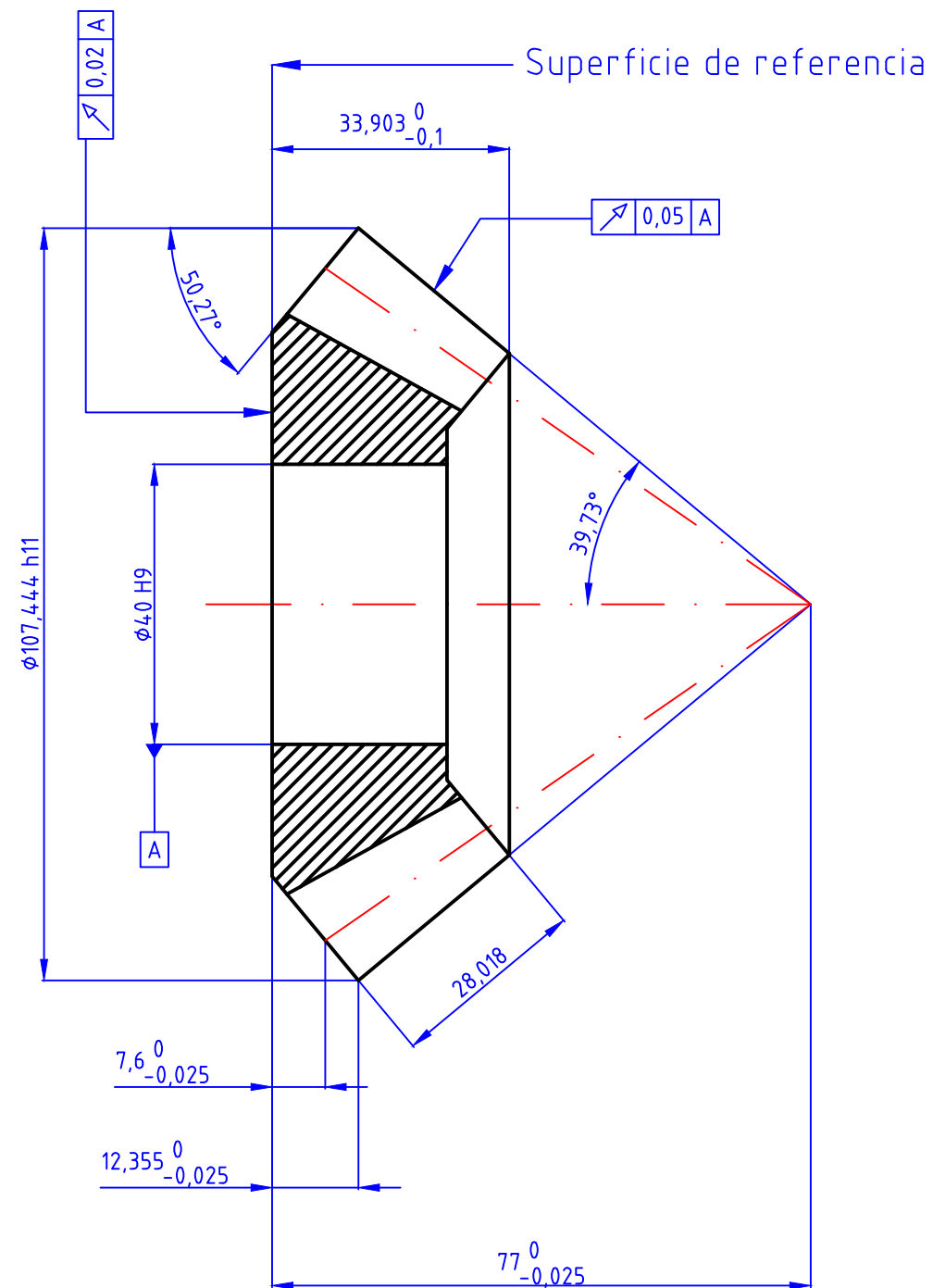
	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO	20 Jul.	F. Moreno		
COMPROBADO				
ESCALA:	ESTUDIO DE UN DIFERENCIAL Y SIMULACION MEDIANTE SOFTWARE			Nº PLANO
1:1	Piñón			1
				SUSTITUYE A:
				SUSTITUIDO POR:



### Características de dentado

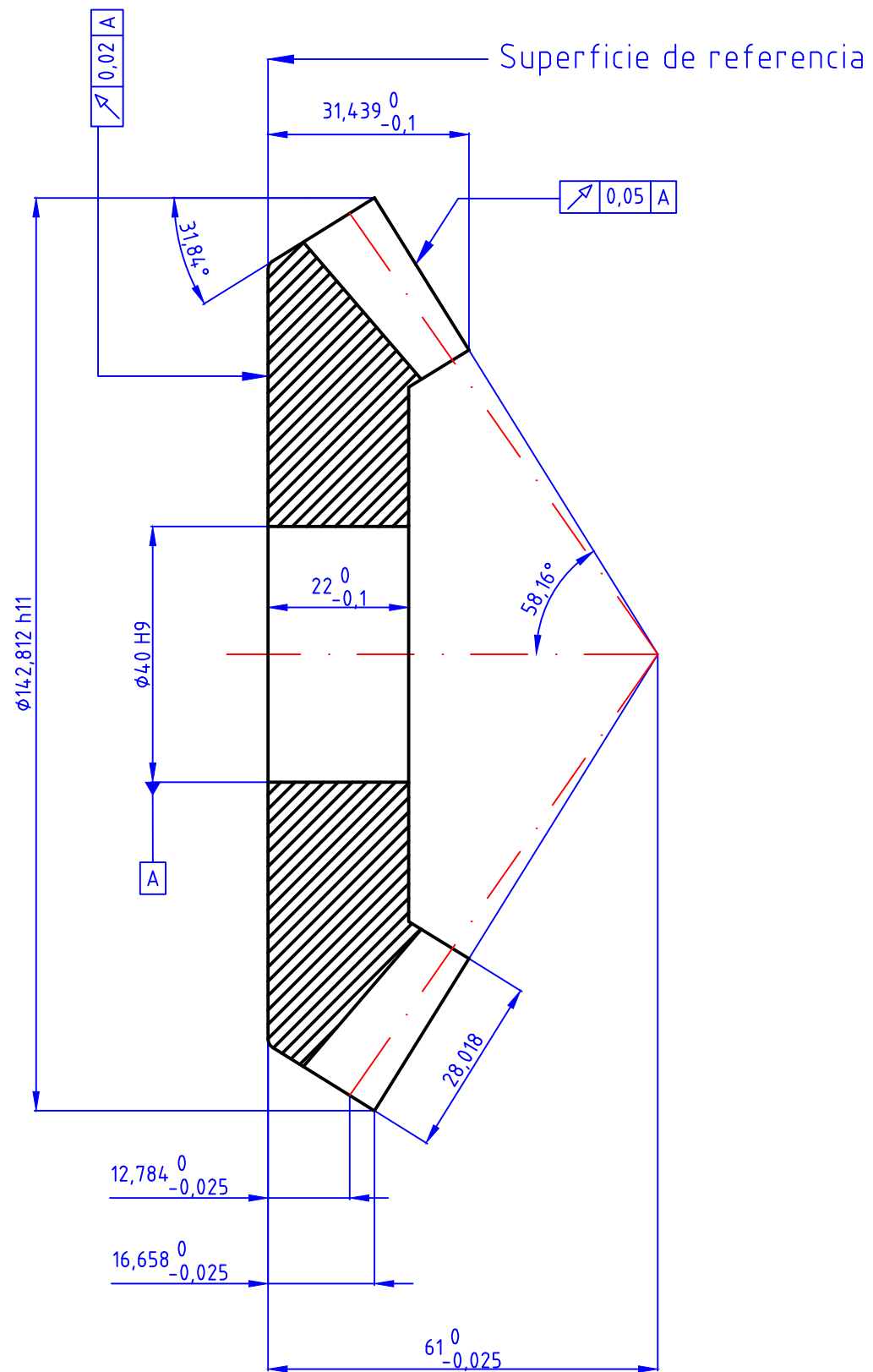
Módulo	7	
Número de dientes	39	
Cremallera tipo	UNE 18-016 1ª Revisión	
Diámetro primitivo	273	
Longitud de la Generatriz	143,9	
Ángulo de cono de pie	66.99°	
Espesor de diente	8,8	
Calidad	11	
Ángulo entre ejes	90°	
Rueda conjugada	número de dientes	13
	plano	1
Juego de funcionamiento	0.2 - 0.275	

	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO	20 Jul.	F. Moreno		
COMPROBADO				
ESCALA:	ESTUDIO DE UN DIFERENCIAL Y SIMULACION MEDIANTE SOFTWARE			Nº PLANO
1:2	Corona			2
				SUSTITUYE A:
				SUSTITUIDO POR:



Características de dentado		
Módulo	6	
Número de dientes	16	
Cremallera tipo	UNE 18 016 1ª Revisión	
Diámetro primitivo	96	
Longitud de la Generatriz	84,1	
Ángulo de cono de pie	28.94°	
Espesor de diente	10.473	
Calidad	11	
Ángulo entre ejes	90°	
Rueda conjugada	número de dientes	23
	plano	4
Juego de funcionamiento	0.175 - 0.225	

	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO	20 Jul.	F. Moreno		
COMPROBADO				
ESCALA:	ESTUDIO DE UN DIFERENCIAL Y SIMULACION MEDIANTE SOFTWARE			Nº PLANO
1:1	Satélite			3
				SUSTITUYE A:
				SUSTITUIDO POR:



Características de dentado		
Módulo	6	
Número de dientes	23	
Cremallera tipo	UNE 18-016 1ª Revisión	
Diámetro primitivo	138	
Longitud de la Generatriz	84,1	
Ángulo de cono de pie	49,28°	
Espesor de diente	8,4	
Calidad	11	
Ángulo entre ejes	90°	
Rueda conjugada	número de dientes	16
	plano	3
Juego de funcionamiento	0.175 - 0.225	

	FECHA	NOMBRE	FIRMA	ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR LINARES
DIBUJADO	20 Jul.	F. Moreno		
COMPROBADO				
ESCALA:	ESTUDIO DE UN DIFERENCIAL Y SIMULACION MEDIANTE SOFTWARE			Nº PLANO
1:1	Planetario			4
				SUSTITUYE A:
				SUSTITUIDO POR: