



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Jaén

Trabajo Fin de Grado

ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL DE ELEMENTOS MECÁNICOS

Alumno: Antonio David Rodríguez Lara

Tutor: José Manuel Vasco Olmo
Dpto: Ingeniería Mecánica

Septiembre, 2016



Universidad de Jaén
Escuela Politécnica Superior de Jaén
Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera

D. JOSÉ MANUEL VASCO OLMO, tutor del Trabajo Fin de Grado titulado: ANÁLISIS NUMÉRICO DE LA INTEGRIDAD ESTRUCTURAL DE ELEMENTOS MECÁNICOS, y realizado por ANTONIO DAVID RODRÍGUEZ LARA, autoriza su presentación para defensa y evaluación en la Escuela Politécnica Superior de Jaén.

Jaén, Septiembre de 2016

El alumno:

Tutor:

Antonio David Rodríguez Lara

José Manuel Vasco Olmo

Índice

ÍNDICE DE FIGURAS.....	3
AGRADECIMIENTOS.....	6
RESUMEN.....	7
1. MOTIVACIONES Y OBJETIVOS.....	8
1.1. Motivaciones.....	8
1.2. Objetivos.....	9
2. ANTECEDENTES Y FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....	9
2.1. Antecedentes históricos.....	10
2.2. Fundamentos teóricos.....	12
2.2.1. Mecánica de la fractura elástica lineal.....	12
2.2.2. Mecánica de la fractura elasto-plástica.....	22
2.2.3. Crecimiento de la grieta a fatiga.....	25
2.2.4. Fundamentos del Método de Elementos Finitos (MEF).....	30
3. JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO EMPLEADO.....	37
4. METODOLOGÍA.....	37
4.1. Geometría analizada.....	37
4.2. Material.....	39
4.3. Condiciones de carga.....	41
4.4. Condiciones de contorno.....	41
4.5. Simulación numérica.....	42
4.6. Parámetros de estudio.....	59
5. RESULTADOS.....	59
5.1. Resultados Aluminio 2024-T3.....	59
5.1.1. Resultados numéricos.....	60
5.1.2. Comparación de resultados numéricos y experimentales.....	65
5.2. Resultados Titanio.....	68
5.2.1. Resultados numéricos.....	68
5.2.2. Comparación de resultados numéricos y experimentales.....	70
6. CONCLUSIONES.....	72
7. TRABAJOS FUTUROS.....	73
BIBLIOGRAFÍA.....	74

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Rotura del petrolero Schenectady.....	11
Figura 2. Fractura de la chapa de un avión.....	11
Figura 3. Energía elástica en una placa sin grieta.....	13
Figura 4. Energía elástica en una placa con grieta.....	13
Figura 5. Propagación de la grieta en varios tipos de materiales.....	15
Figura 6. Representación de las curvas de fuerza motriz y de R para materiales con distinto comportamiento.....	16
Figura 7. Tensiones en el frente de grieta para un material elástico.....	17
Figura 8. Modos de fractura.....	18
Figura 9. Efecto del espesor en la tenacidad a la fractura en Modo I.....	19
Figura 10. Aproximación de la zona plástica.....	20
Figura 11. Corrección de Irwin.....	20
Figura 12. Corrección de Dugdale.....	20
Figura 13. Forma de la zona plástica para el Modo I.....	21
Figura 14. Zona plástica tridimensional.....	21
Figura 15. Contorno de la grieta antes y después de la propagación.....	23
Figura 16. Contorno para Integral J.....	23
Figura 17. Modelo de bisagra en una probeta de flexión para la estimación de δ	25
Figura 18. Curva característica de una propagación de grieta. Ley de Paris.....	27
Figura 19. Estrías producidas durante la fase II.....	28
Figura 20. Proceso de plastificación y enromamiento del fondo de grieta.....	29
Figura 21. Elemento lagrangiano de 8 nodos.....	32
Figura 22. Ejemplo del mallado de “tela de araña”.....	32
Figura 23. Detalle en el frente de grieta.....	33
Figura 24. Condiciones de contorno en el frente de grieta.....	36
Figura 25. Nodos fantasmas.....	36
Figura 26. Probeta CT de Aluminio 2024-T3.....	38

Figura 27. Probeta CT de Titanio.....	38
Figura 28. Curva tensión-deformación del aluminio.....	40
Figura 29. Ensayo de una probeta CT.....	42
Figura 30. Definición del Part.....	43
Figura 31. Sketch Probeta CT.....	44
Figura 32. Implementación de propiedades del Aluminio.....	45
Figura 33. Propiedades plásticas del Aluminio.....	45
Figura 34. Criterio de iniciación y propagación de grieta.....	46
Figura 35. Crear sección del modelo.....	47
Figura 36. Definición de nodos en la probeta.....	48
Figura 37. Mallado estructurado.....	48
Figura 38. Asignación del tipo de elemento.....	49
Figura 39. Mallado de la probeta CT.....	50
Figura 40. Crear grieta mediante XFEM.....	51
Figura 41. Localización de la grieta.....	51
Figura 42. Interacción de crecimiento de grieta.....	52
Figura 43. Crear Step para la carga.....	52
Figura 44. Editar Step para fatiga.....	53
Figura 45. Agrupación de nodos.....	54
Figura 46. Editar condición de contorno.....	55
Figura 47. Editar carga para stepLoading.....	56
Figura 48. Editar carga para step Fatiga.....	56
Figura 49. Amplitud de la carga cíclica.....	57
Figura 50. Definición del criterio de fractura.....	58
Figura 51. Datos de salida.....	58
Figura 52. Distribución de tensiones para $R=0$ y $R=0.5$ para $a=1$ mm.....	60
Figura 53. a) b) Distribución de tensiones para $R=0$ y $R=0.5$ para $a=10.2$ mm.....	61

Figura 54. Campos de desplazamientos para $R=0$ y $R=0.5$ para una longitud de grieta de 10 mm.....	62
Figura 55. Longitudes de grieta para $R=0$ y $R=0.5$	63
Figura 56. Resultados numéricos: Longitud de grieta frente al número de ciclos.....	64
Figura 57. Resultados numéricos: da/dN frente a ΔK	64
Figura 58. Longitud de grieta frente al número de ciclos para $R=0$	65
Figura 59. da/dN frente a ΔK para $R=0$	66
Figura 60. Longitud de grieta frente al número de ciclos para $R=0.5$	67
Figura 61. da/dN frente a ΔK para $R=0.5$	67
Figura 62. Campos de tensiones, deformaciones y desplazamientos para $R=0.6$	70
Figura 63. Longitud de grieta frente al número de ciclos para $R=0.6$	71
Figura 64. da/dN frente a ΔK para $R=0.6$	71

AGRADECIMIENTOS

Este proyecto es el fruto de trabajo e ilusión y con el que doy por finalizada una etapa en mi vida para dar cabida a las venideras y que espero que sean igual de fructíferas. Trabajo que no hubiera sido igual sin la ayuda y orientación de José, al que estoy muy agradecido.

Al igual que esto no hubiera sido lo mismo sin el apoyo de mi familia y de mis amigos, valga la redundancia.

A los que estuvieron, a los que han estado en algún momento de esta etapa y, sobre todo, a los que nunca han dejado de estarlo... Gracias.

RESUMEN

En el presente proyecto se aborda el estudio del crecimiento de grieta para distintos elementos mecánicos. Para ello, primeramente partiremos de las premisas y la teoría de la Mecánica de la Fractura Elástica Lineal (MFEL).

Se conocerán las distintas teorías que engloba la mecánica de la fractura, que hoy en día juega un papel muy importante en el diseño, estudio y análisis del comportamiento de diferentes componentes de máquinas y elementos estructurales. Todo ello para evitar posibles fallos a fractura que puedan convertirse en catastróficos. Así también sabremos de las limitaciones que presenta la MFEL, así como los distintos métodos que abordan el análisis de crecimiento de grieta.

Se profundiza más en el método de los elementos finitos extendido (XFEM). Se aborda en las ventajas y limitaciones del método en el estudio de grietas. Además, se analiza el cálculo de grietas bidimensionales aplicando XFEM en un software adecuado para la simulación y muy empleado en la actualidad, *Abaqus*. Programa del cual también se dará una breve descripción para su correcto manejo y realizar simulación de este tipo. Por último, se realizará una comparación de los resultados obtenidos con los experimentales para ver la relación y las diferencias que existen entre ambos.

Finalmente, se plantean futuros trabajos que aborden otros temas relacionados con la propagación de grieta en problemas tridimensionales, utilizando otros métodos como el de la integral J (explicado más adelante), así como el estudio de la singularidad en el vértice de grieta y estudio del desplazamiento de apertura de la grieta (CTOD), entre otros.

1. MOTIVACIONES Y OBJETIVOS

En este apartado del presente trabajo se tratan las motivaciones que han llevado a su realización y los objetivos que se pretenden alcanzar.

1.1.Motivaciones

Una de las partes más importantes a la hora del diseño mecánico de diversos elementos mecánicos o estructurales consiste en la identificación de fallos que puedan surgir y la búsqueda de criterios que puedan detener dicho fallo. Estos fallos se pueden dar debido a procesos de fractura, mediante los cuales se calculan las cargas últimas o cargas hasta las que pueden soportar los elementos o estructuras sometidas a estudio durante su vida útil, todo esto mediante la teoría de resistencia de materiales. Entendida la fractura como la consecuencia tras romperse los enlaces interatómicos del material, lo que provoca la separación en varios componentes de la pieza primaria.

A lo largo de la historia se han dado varios accidentes catastróficos debido a esta serie de fallos y de su incorrecto o incompleto estudio. Dignos de nombrar son los distintos fallos que se han dado en aviones, puentes y barcos. Todos estos accidentes han hecho profundizar en su estudio y dictar muchas teorías dentro de la Mecánica de la Fractura. En el siguiente capítulo, se hace un repaso histórico de estas teorías de la MFEL, así como algunos ejemplos catastróficos que se han dado años antes.

Sin embargo, el problema es que se ha demostrado que no es suficiente con estudiar el fallo a fractura, a carga última. Los componentes mecánicos también fallan a fatiga. Este fenómeno es más complicado de detectar ya que se necesita conocer antes las cargas durante todo el proceso, así como los ciclos a los que está sometido dicho modelo. Por tanto, un elemento mecánico puede fallar a fatiga a pesar de no haber llegado a la carga última, pero debido a cargas cíclicas y durante unos determinados ciclos, se puede romper. A pesar de la dificultad de su estudio, la ingeniería computacional ha avanzado mucho en este campo en los últimos años.

Hoy en día, se han desarrollado importantes herramientas computacionales que permiten modelar matemáticamente diversos casos sobre cálculos estructurales y simulaciones de crecimiento de grieta que se asemejan a la realidad y es un gran avance para prevenir fallos futuros.

Entre las herramientas numéricas más potentes y más utilizadas en la actualidad se encuentra el Método de Elementos Finitos (MEF) y más

concretamente, la versión extendida, XFEM. XFEM corrige algunos errores y singularidades (de las que se hablará más adelante) que no recogía el MEF.

Este trabajo aborda más allá de los procesos a fatiga, ya que en la fabricación de objetos aparecen ya de por sí grietas iniciales, que habría que estudiar si pueden dar a fallos futuros o no. Estas grietas producen tensiones residuales que pueden derivar en fracturas futuras. Por tanto, se procederá al estudio del tiempo de vida de la grieta y simulaciones con distintos modelos para prevenir esos fallos, sabiendo que esto no es sencillo y que habrá que utilizar modelos simples para su correcta realización.

1.2.Objetivos

El objetivo principal de este proyecto es el análisis numérico de la integridad estructural de elementos mecánicos. Es decir, se pretende desarrollar un método numérico basado en elementos finitos XFEM, que viene incorporado en el software *Abaqus* desarrollado por Dassault. Un método mediante el cual se pueden realizar simulaciones de aparición y propagación de grieta, en este caso, para diferentes probetas CT de distintos materiales.

Se pretende desarrollar la implementación del método en Abaqus mediante unos datos de entrada, véase dimensiones de la probeta, tipo de material, cargas, condiciones de contorno, etc. Todo ello para que la simulación, y lo más importante, el resultado se parezca lo más posible a la realidad.

En el presente trabajo también se aborda el estudio de los campos de tensiones y desplazamientos que se producen tras la propagación de la grieta en diferentes estados de tensión y diferentes estados de carga. Además, de conocer las distintas teorías existentes dentro de la Mecánica de la Fractura, así como sus limitaciones y diferencias para la elección del modelo correcto según el problema planteado. Y se realizará una comparación de datos reales para ver si se asemejan a los modelos virtuales planteados.

Se someterán, por tanto, las probetas a diferentes simulaciones para diferentes cargas cíclicas para distinguir cómo se comportan en cada uno de los casos.

2. ANTECEDENTES Y FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Antes de entrar a fondo en cuestiones del método de los elementos finitos, es necesario conocer los antecedentes históricos y fundamentos sobre los que se rige la Mecánica de la Fractura y la propagación de grieta para el sólido rígido.

2.1. Antecedentes históricos

A lo largo de los años la aplicación de los materiales en el diseño ingenieril ha dado origen a muchos problemas y dificultades. Con el desarrollo del conocimiento se aumentó progresivamente el uso de los metales en las estructuras, pero ello originó que a veces se produjeran fallos inesperados. También aparecieron problemas como consecuencia de la fragilidad de los materiales y la pérdida de plasticidad por efecto del frío, sobre todo en elementos bélicos y estructuras como puentes.

Digno de nombrar también es el cambio de materiales a favor del acero para formar estructuras, lo que provocó muchos problemas a la hora de diseñarlas a tracción. Ya que se producían roturas de las cuales se desconocían su origen y porqué se producían.

También es de interés, en el desarrollo de la Mecánica de la Fractura, la industria naval como consecuencia de la gran cantidad de accidentes ocurridos.

A continuación, se puede ver una serie de ejemplos catastróficos que han dado origen y han hecho evolucionar en el estudio de la mecánica de la fractura.

- Los buques Liberty

El problema de la fractura frágil entró en auge especialmente con la construcción de barcos en la Segunda Guerra Mundial. Además, se optó por la fabricación de cascos totalmente soldados.

El problema vino cuando en las soldaduras se producían grandes concentraciones de tensiones, lo que derivaba muchas veces en fracturas frágiles.

Esto hizo replantearse muchos cambios en el diseño, además de que se observaron importantes incidencias en la calidad del acero. Por ejemplo, se dieron algunos casos de petroleros que se rompieron simplemente por acción del frío, sin sobrecarga ninguna. Un caso de este tipo lo podemos ver en la siguiente imagen:

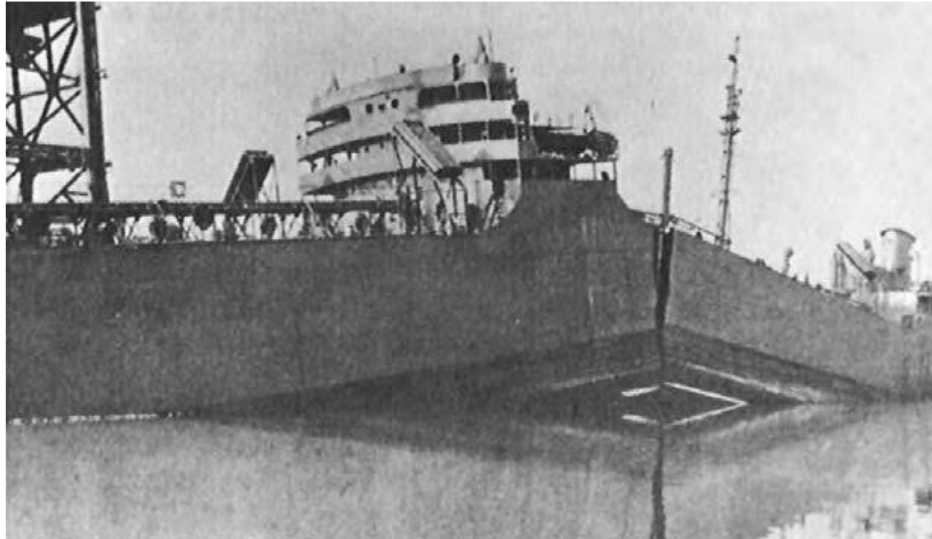


Figura 1. Rotura del petrolero Schenectady

- Aviones Comet De Havilland

Otro famoso caso catastrófico fue el de estos aviones en los años 50, que fallaron en pleno vuelo y cuyos fallos se achacaron a que se originaron en grietas muy pequeñas de fatiga en zonas donde había concentración de tensiones (figura 2).



Figura 2. Fractura de la chapa de un avión

Todos estos famosos accidentes han supuesto un antes y un después en el desarrollo de la mecánica de la fractura. A partir de ellos, se ha profundizado en su estudio para no volver a cometer los mismos errores y se han desarrollado teorías para el correcto diseño y análisis para todo este tipo de industrias, tanto navales como aeronáuticas, pasando por las estructuras de Ingeniería Civil.

2.2. Fundamentos teóricos

La mecánica de la fractura es la ciencia que estudia los mecanismos y procesos de propagación de grietas en sólidos, además de cómo se distribuyen las tensiones y deformaciones que se producen en un material agrietado, sometido a tensión externa.

Dentro de esta cabe distinguir entre la mecánica de la fractura elástico lineal (MFEL), que considera que el material solo tiene comportamiento elástico pero que es de gran importancia, sobre todo, para la fractura frágil, y otra parte fundamental que es la mecánica de la fractura elasto-plástica (MFEP). La MFEP considera el comportamiento real del material ya que se produce plasticidad en el vértice de la grieta, como se verá más adelante.

Es preciso comentar también la enorme importancia que tiene actualmente el análisis por elementos finitos de los componentes estructurales con las potentes herramientas informáticas de que se dispone.

2.2.1. Mecánica de la fractura elástico lineal

- Balance de energía de Griffith

Griffith estableció en 1923 la teoría inicial en la que se sustenta la Mecánica de la Fractura: Introduciendo una grieta artificial en una probeta, para que esta aumente de tamaño, la energía potencial disponible para la propagación en la placa debe ser suficiente para superar a la energía superficial del material. Estableciéndose así un equilibrio entre la disminución de la energía elástica almacenada en el cuerpo y el incremento de la energía superficial total. Como consecuencia de la formación de las dos superficies nuevas a cada lado de la grieta, ésta crecerá y puede derivarse hasta la fractura, si el trabajo de la tensión aplicada y la energía elástica liberada al extenderse la grieta, puede ser suministrado por el sistema.

A continuación, Griffith evaluó la disminución de energía elástica en una placa finita con y sin grieta, para un material no dúctil, de las que obtuvo los siguientes resultados:

- Placa sin grieta

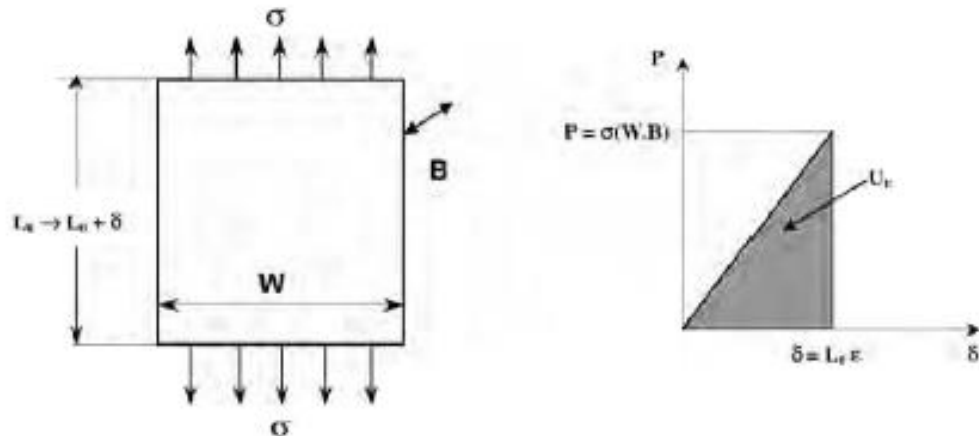


Figura 3. Energía elástica en una placa sin grieta

$$U_E = \frac{1}{2} \cdot P \delta = \frac{1}{2} \cdot (\sigma B W) \cdot L_0 \cdot \varepsilon \quad (2.1)$$

Energía elástica total:

$$U_E = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot B W L_0 \quad (2.2)$$

Siendo B =espesor, W =ancho, L_0 =longitud y a =semilongitud de la grieta

- Placa con grieta

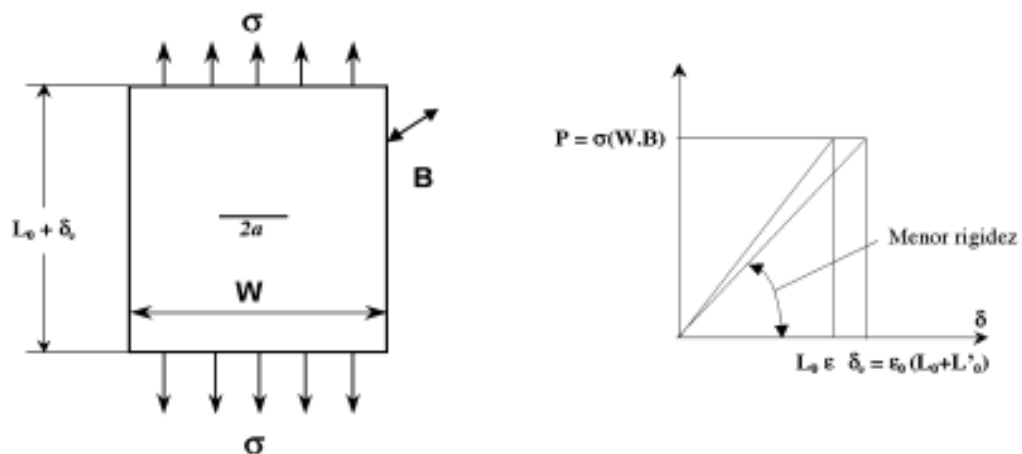


Figura 4. Energía elástica en una placa con grieta

Energía elástica total:

$$U_E = \frac{\sigma^2}{2E} \cdot [B W L_0 + 2 \pi a^2 B] \quad (2.3)$$

$$U_E = U_{E, \sin fisura} + \frac{\pi \sigma^2 \cdot a^2 \cdot B}{E} \quad (2.4)$$

- Energía superficial

Analizando la energía superficial γ_s , interpretada por el hecho de que los átomos que se encuentran en la superficie de cualquier sólido tienen un número de átomos vecinos inferior al correspondiente a los átomos anteriores, el cambio energético total se puede expresar:

$$\Delta U = U - U_0 = -\frac{\pi \sigma^2 \cdot a^2 \cdot B}{E} + 4 a B \gamma_s \quad (2.5)$$

Siendo U la energía del sólido con grieta y U_0 , la energía del mismo cuerpo sin grieta.

Estableciendo la condición de equilibrio energético durante la rotura: $\frac{d \Delta U}{d a} = 0$; Griffith llegó a la expresión para calcular la *tensión de rotura* de un sólido agrietado:

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{E \gamma_s}{a}} \quad (2.6)$$

- Modificación de la ecuación de Griffith

La expresión (2.6) de Griffith se ha demostrado que es válida para sólidos frágiles y no es suficiente para el fallo del material, teniendo en cuenta que la grieta existente debe ser prácticamente aguda en sus extremos para que se creen concentraciones de tensiones.

Esta ecuación no interpretaba bien el comportamiento de los metales debido a que en los frentes de grieta se producían una zona plástica. Irwin y Orowan corrigieron la expresión de Griffith incluyendo el comportamiento plástico γ_p :

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sqrt{\frac{E (\gamma_s + \gamma_p)}{a}} \quad (2.7)$$

Para materiales dúctiles el término de disipación plástica será más importante. Sin embargo, en los materiales frágiles tendrá más importancia la energía superficial.

En la siguiente figura podemos ver diferentes tipos de comportamiento de materiales con la energía de fractura que le corresponde a cada uno.

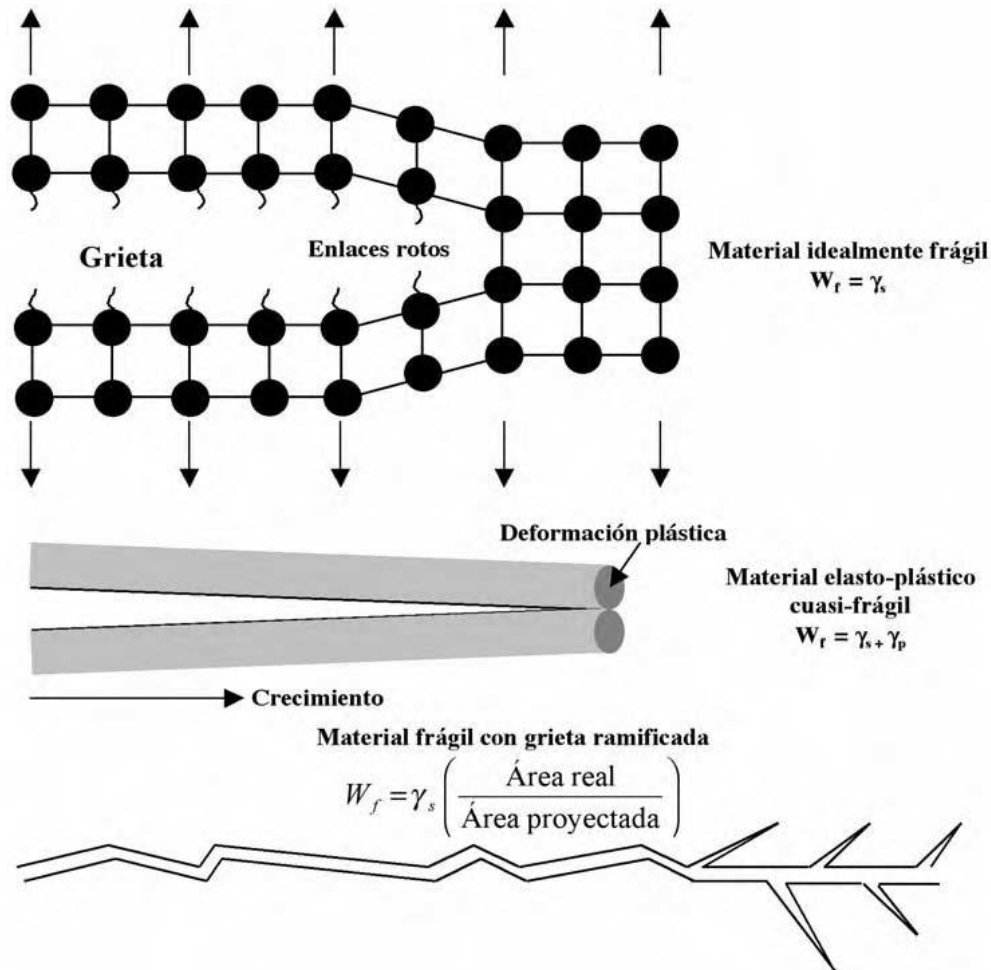


Figura 5. Propagación de la grieta en varios tipos de materiales

- La tasa de liberación de energía

La tasa de liberación de energía G , la define Irwin como la medida de energía disponible para la propagación de un incremento de grieta da .

Haciendo un balance de energía a un sistema con una probeta agrietada, sabemos que el trabajo suministrado a este se transforma en un incremento de energía elástica U_E y en la energía de fractura U_r . Siendo U_r la energía consumida en la propagación, es decir, la diferencia del trabajo de fuerzas exteriores y la energía elástica almacenada.

$$\frac{dU}{dA} - \frac{dU_E}{dA} - \frac{dU_r}{dA} = 0 \quad (2.8)$$

Se puede comprobar con la ecuación (2.8) que se producirá la propagación de grieta cuando la diferencia entre el trabajo efectivo y la energía elástica sea mayor que la energía de fractura.

$$\frac{dU - dU_E}{dA} \geq \frac{dU_r}{dA} \rightarrow \text{Se producirá } \mathbf{propagación} \quad (2.9)$$

Simplificando y definiendo una nueva variable R , como la resistencia a fractura del material, finalmente el criterio de equilibrio del sistema quedaría de la siguiente forma:

$$\Pi = U_E - U ;$$

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (2.10)$$

$$R = \frac{dU_r}{dA} = 2 W_f$$

Criterio de equilibrio del sistema: $G = R$

Obteniendo así los siguientes valores de G para casos de pequeños espesores (tensión plana) o de grandes espesores (deformación plana) para placa plana infinita:

Tensión plana: $G = \frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot a}{E} \quad (2.11)$

Deformación plana: $G = (1 - \nu^2) \cdot \frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot a}{E} \quad (2.12)$

Ya sabemos que la grieta se propaga cuando $G = 2 W_f$, pero esta propagación puede ser estable o inestable. Para ello, se puede representar la curva de la fuerza motriz y la curva R para ver cómo varía frente al tamaño de grieta.

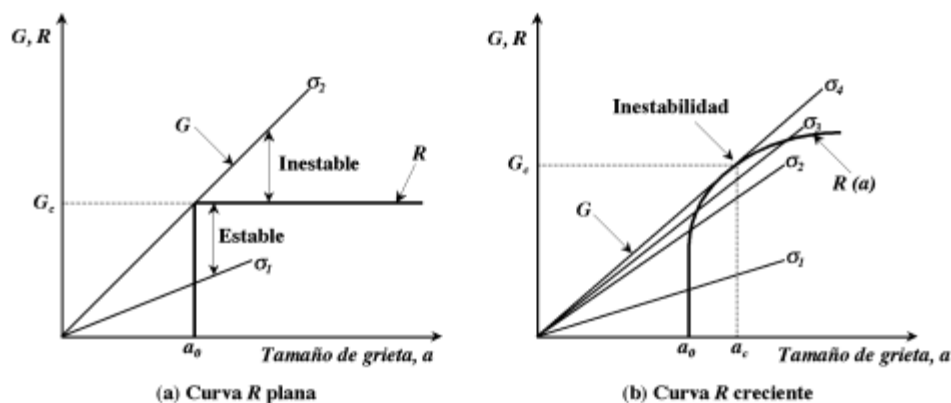


Figura 6. Representación de las curvas de fuerza motriz y de R para materiales con distinto comportamiento

En la figura 6 podemos ver la representación de estas curvas para dos materiales con distinto tipo de comportamiento. En definitiva, a partir de una cierta tensión aplicada la tasa de crecimiento de la fuerza motriz es mayor que la pendiente de la curva R , en ese momento la grieta de la placa crecerá de manera inestable.

La propagación de la grieta puede ser estable o inestable cuando:

$$\text{Inestable: } \frac{dG}{da} > \frac{dR}{da} \qquad \text{Estable: } \frac{dG}{da} \leq \frac{dR}{da}$$

- El factor de intensidad de tensiones

El principio fundamental de la MFEL es el campo de tensiones y deformaciones que se concentra alrededor del frente de grieta para un material elástico lineal y que viene caracterizado por el *factor de intensidad de tensiones* K , que está relacionado con la tensión y el tamaño de grieta, como se verá más adelante.

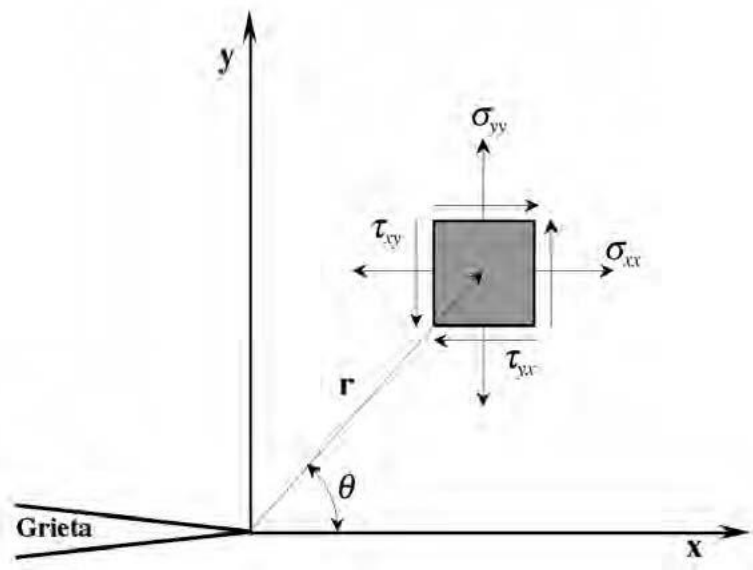


Figura 7. Tensiones en el frente de grieta para un material elástico

En la figura 7 está representado un elemento, con sus respectivas tensiones en el plano, cerca del frente de grieta en un material elástico. Utilizando la función de tensiones de Airy y las condiciones de contorno, detalladas en [1], Westergaard estableció los esfuerzos alrededor de la grieta para una placa infinita con una grieta central venían dados por:

$$\sigma_{ij} = \sigma \sqrt{\frac{a}{2r}} \cdot f_{ij}(\theta) \quad (2.13)$$

Hay que tener en cuenta también que una grieta en un sólido puede presentar un estado de tensiones en tres modos diferentes, como se puede ver en la Figura 8.

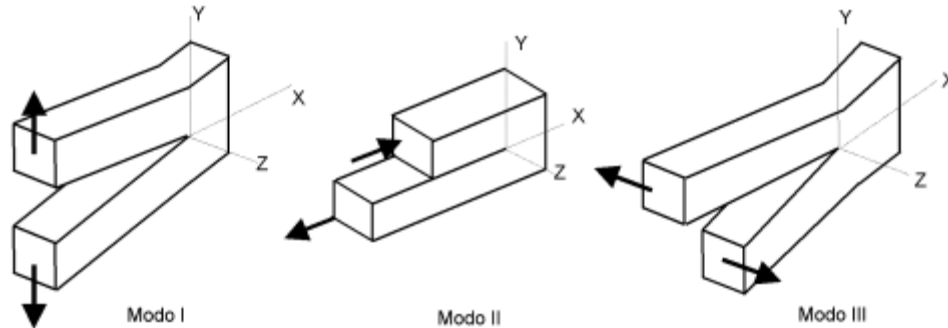


Figura 8. Modos de fractura

El modo I es el más importante y el más habitual, aquí nos centraremos en este modo de fractura. Además, Irwin obtuvo las siguientes expresiones para el Modo I en una placa plana infinita con grieta pasante:

➤ Tensor de tensiones

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right)\right] \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)\end{aligned}\quad (2.14)$$

En general, $\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cdot f_{ij}(\theta)$ y $K_I = Y\sigma\sqrt{\pi a}$. Siendo Y , el factor de configuración que depende de la geometría de la placa.

➤ Tensor de desplazamientos

$$\begin{aligned}u_x &= \frac{2(1-\nu)}{E} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\frac{\kappa-1}{2} + \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ u_y &= \frac{2(1-\nu)}{E} K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\frac{\kappa+1}{2} - \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right]\end{aligned}\quad (2.15)$$

Donde:

$$\kappa = 3 - 4\nu \quad (\text{deformación plana})$$

$$\kappa = \frac{(3-\nu)}{(1+\nu)} \quad (\text{tensión plana})$$

Con estas expresiones se puede calcular el factor de intensidad de tensiones (K_I) para compararlo con la tenacidad a la fractura (K_C), que sería el máximo a alcanzar para llegar a la rotura.

La fractura ocurre cuando $K_I \geq K_C$. Además, la tenacidad varía con el espesor de la probeta, ya que a mayor espesor se suele trabajar con deformación plana en el centro.

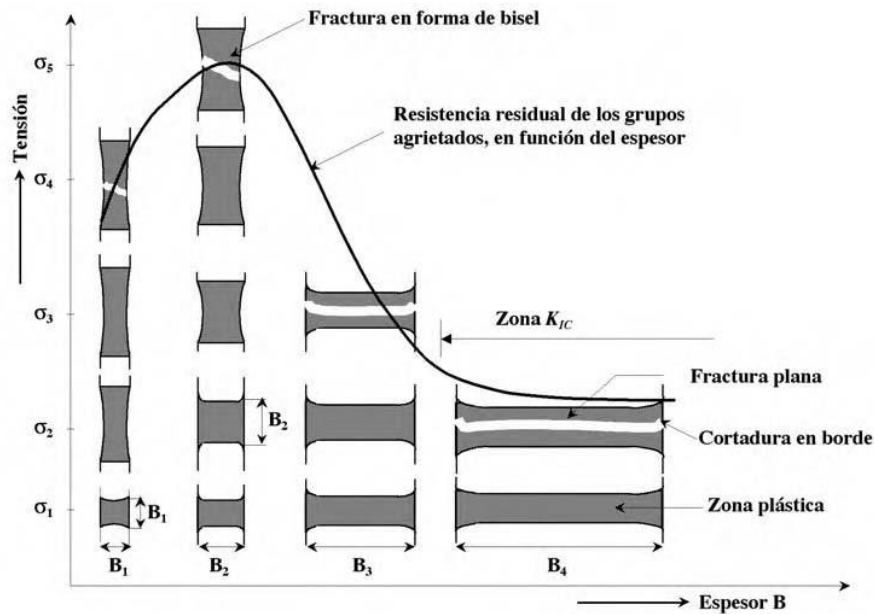


Figura 9. Efecto del espesor en la tenacidad a la fractura en Modo I

Cabe destacar también la relación que existe entre el factor de intensidad de tensiones con la tasa de Liberación de Energía, como podemos ver en las siguientes expresiones:

$$\text{Tensión plana} \quad G = \frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot a}{E} \rightarrow G = \frac{K_I^2}{E} \quad (2.16)$$

$$\text{Deformación plana} \quad G = \frac{\pi \cdot \sigma^2 \cdot a}{E} \rightarrow G = \frac{(1-\nu^2) K_I^2}{E} \quad (2.17)$$

- La plasticidad en el frente de la grieta. Forma de la zona plástica

Hasta ahora sabemos que la MFEL se puede aplicar a materiales frágiles y con un comportamiento elástico en el frente de grieta. Ciertamente, esta teoría también se puede aplicar con pequeñas correcciones para aceros y materiales que desarrollan una pequeña plasticidad en el frente de la fisura.

La primera aproximación del tamaño de la zona plástica es la que vemos a continuación, tomando una distancia r_p^* desde el frente de grieta en la que la tensión más alta corresponde con la tensión del límite elástico σ_{ys} , como podemos ver en la figura 10. Sustituyendo esta tensión en la ecuación (2.14) para $\theta = 0^\circ$, se puede obtener la distancia r_p^* :

$$r_p^* = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad \text{Tensión plana} \quad (2.18)$$

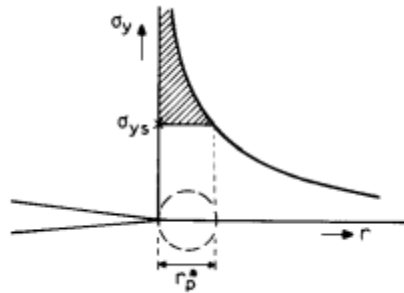
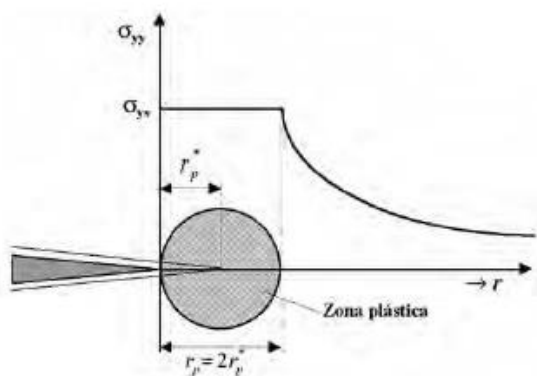


Figura 10. Aproximación de la zona plástica

Existen otras correcciones de importancia que se asemejan bastante hasta un 80% del valor de la tensión del límite elástico. Estas correcciones son:

➤ Corrección de Irwin



$$r_p = 2 r_p^* = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.19)$$

Figura 11. Corrección de Irwin

➤ Corrección de Dugdale

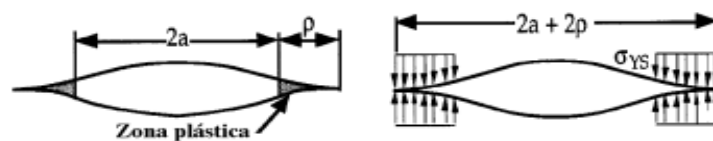


Figura 12. Corrección de Dugdale

Dugdale considera que los extremos de la grieta, ρ , soportan la tensión elástica σ_{ys} , que tiende a cerrar la grieta. Deduciéndose el valor de ρ como:

$$\rho = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_I}{\sigma_{ys}} \right)^2 \quad (2.20)$$

Hasta ahora se ha estudiado la zona plástica para ciertas condiciones (para el eje $X, \theta = 0^\circ$) y se había asumido de forma circular por simplificar. Siendo más precisos y aplicando el criterio de Tresca que establece que la plastificación se produce cuando la máxima tensión supera el límite elástico en cortadura, $\sigma_{ys}/2$, podemos obtener los valores aproximados del radio de zona plástica en el modo I, que vienen representados en el figura 13.

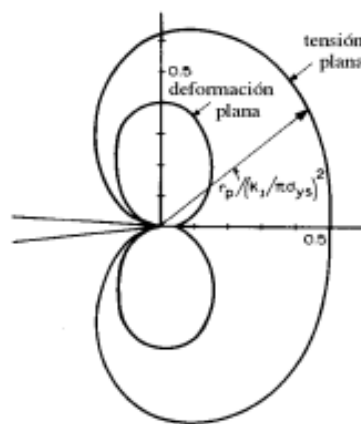


Figura 13. Forma de la zona plástica para el Modo I

Ahora bien, para un caso tridimensional se observa cómo la zona plástica va disminuyendo gradualmente desde la zona de tensión plana en la superficie hasta la zona del interior de deformación plana, como se muestra en la siguiente imagen:

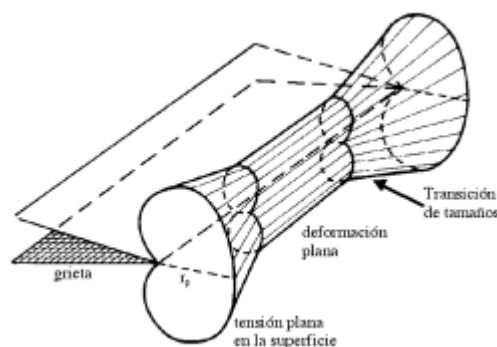


Figura 14. Zona plástica tridimensional

Este es el motivo por el que se aplica las simplificaciones a grosso modo de un estado de tensión plana para pequeños espesores y de deformación plana para espesores mayores (aprox. $>3\text{mm}$). Siempre existe esta zona plástica

tridimensional en mayor o menor medida, pero se simplifican con estas condiciones para facilitar su estudio.

En nuestro caso, utilizaremos probetas de espesor pequeño (< 3 mm), por tanto, podremos simplificar utilizando un estado de tensión plana.

2.2.2. Mecánica de la fractura elasto-plástica

Hasta ahora se ha visto que la mecánica de fractura elástica lineal (MFEL) es válida para materiales frágiles, para aquellos que tienen comportamiento elástico lineal o para aquellos que tienen pequeñas plasticidades en el frente de grieta. Sin embargo, este instrumento no sirve para caracterizar algunos materiales que presentan deformaciones grandes en el frente de grieta. Para ello se aplica la mecánica de la fractura elasto-plástica (MFEP).

Para su comprensión es importante conocer dos parámetros fundamentales que constituye la MFEP: la integral J y la apertura del frente de grieta (CTOD).

- La integral J

La tasa de liberación de energía se puede evaluar de dos maneras: mediante la derivada de la rigidez o mediante la integral J . Para la primera forma, se calcula a través de la expresión de la energía potencial que viene dada por:

$$\Pi = \frac{1}{2} [u]^T [K] [u] - [u]^T [F] \quad (2.21)$$

Siendo K , la matriz de rigidez. Sabiendo que $G = -\frac{d\Pi}{da}$, se deduce:

$$G = \frac{1}{2} [u]^T \frac{\partial [K]}{\partial a} [u] \quad (2.22)$$

Esto es que la tasa de liberación de energía es proporcional a la derivada de la matriz de rigidez con respecto al tamaño de la grieta.

Por otra parte, también se puede aproximar la tasa de liberación de energía a través de la Integral J , que se introduce como parámetro para caracterizar materiales con comportamiento no lineal.

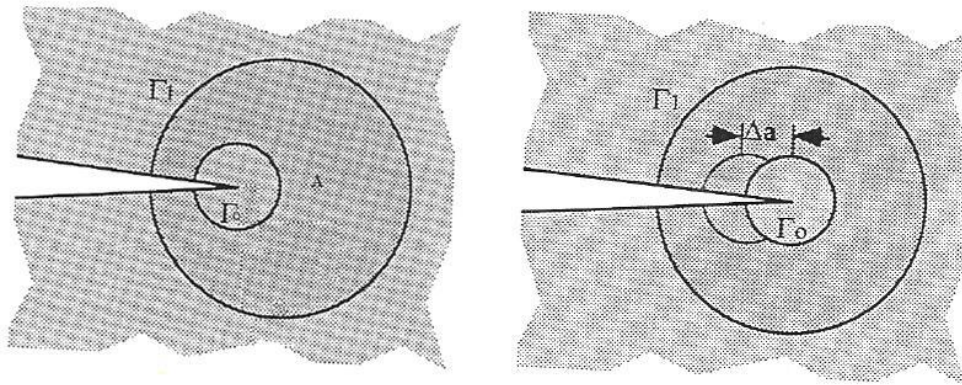


Figura 15. Contorno de la grieta antes y después de la propagación

En la figura 15 se presenta un contorno arbitrario Γ_0 que rodea el frente de grieta y, donde es posible definir una integral lineal J , que representa la variación de G en esta zona y en dirección ortogonal a la curva Γ_0 . Y la definición de tasa de liberación de energía de J es útil para materiales elasto-plásticos aplicado de forma adecuada. Además, los puntos que se encuentran dentro del contorno Γ_0 experimentan una traslación del sólido rígido Δa , mientras que los puntos entre Γ_0 y Γ_1 sufren una traslación Δx .

$$J = \int_{\Gamma_0} [W dy - T \frac{\partial u_i}{\partial x} ds] \quad (2.23)$$

Donde: W = densidad de energía de deformación

s = longitud del arco

$T \equiv \sigma_{ij} n_j$ = vector de tracción en Γ_0 de acuerdo con un vector n normal a la curva.

u_i = desplazamientos de cada punto en las tres direcciones

Sin embargo, esta formulación no es muy útil para la implementación numérica y, por tanto, es más fácil considerar otro contorno Γ_1 .

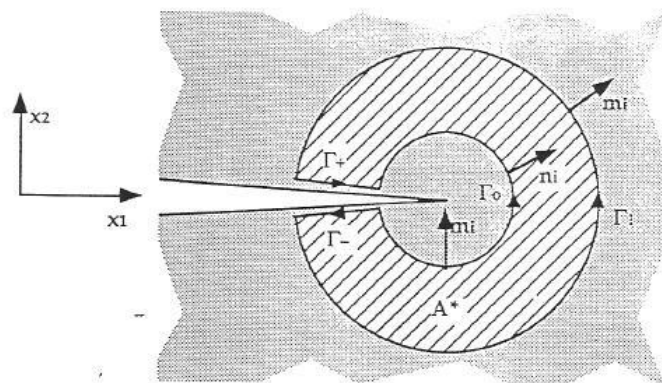


Figura 16. Contorno para Integral J

La formulación quedaría según la ecuación (2.24), teniendo en cuenta la figura 16, y simplificando si se considera condiciones cuasiestáticas, deformaciones térmicas y fuerzas sobre las paredes de la grieta.

$$J = \int_{A^*} \left[\sigma_{ij} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - w \delta_{1i} \right] \frac{\partial q}{\partial x_i} dA \quad (2.24)$$

Donde: q = desplazamiento virtual

w = densidad de energía de la deformación elástica

- El desplazamiento de apertura del frente de grieta (CTOD)

Wells observó que la grieta se enromaba en su frente y eso presentaba inconvenientes a la hora de caracterizar materiales con alta tenacidad. Por ello, propone aplicar la medida de la apertura del frente de grieta como una medida de la tenacidad, ya que la grieta es susceptible de propagarse cuando el desplazamiento en el frente de grieta alcanza un valor crítico.

El efecto de la plastificación produce un enromamiento del frente de grieta, como vemos en la figura 17. Teniendo en cuenta la ecuación (2.15), las condiciones de $r = r_y$ y $\theta = \pi$, y aplicando la corrección de Irwin, ec. (2.19), se obtiene:

$$\delta = CTOD = \frac{4}{\pi E} \frac{K_I^2}{\sigma_{ys}} = \frac{4}{\pi} \frac{G}{\sigma_{ys}} \quad (2.25)$$

La expresión (2.25) establece el parámetro CTOD para las condiciones de tensión plana y que está relacionado con la tasa de liberación de energía G .

Como alternativa también se puede emplear el criterio de Dugdale (2.20), visto anteriormente, en el que la zona plástica está modelizada por unas tensiones que cierran el frente de grieta. Según esto, se obtiene la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{8 \sigma_{ys} a}{\pi E} \ln \sec\left(\frac{\pi \sigma}{2 \sigma_{ys}}\right) \quad (2.26)$$

Desarrollando el término $\ln \sec$:

$$\delta = \frac{K_I^2}{E \sigma_{ys}} = \frac{G}{\sigma_{ys}} \quad (2.27)$$

expresión que difiere de (2.25).

Por tanto, se asumen condiciones de tensión plana y un comportamiento del material elástico-plástico lineal sin endurecimiento. Como expresión general para CTOD es la siguiente:

$$\delta = \frac{K_I^2}{m E \sigma_{ys}} = \frac{G}{m \sigma_{ys}} \quad (2.28)$$

Siendo m una constante, que varía entre 1 para tensión plana y 2 para deformación plana.

La expresión (2.25) se corresponde con la componente elástica del CTOD y, por tanto, para calcular la componente plástica se realiza como indica la figura 17 a través de una probeta de flexión.

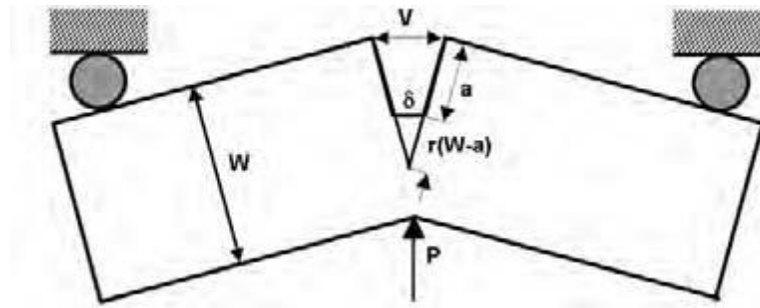


Figura 17. Modelo de bisagra en una probeta de flexión para la estimación de δ

A partir de la imagen y de la construcción de triángulos semejantes, se obtiene:

$$\delta = \frac{r(W-a) V}{r(W-a)+a} \quad (2.29)$$

Finalmente, el valor de CTOD viene dado por:

$$\delta = \delta_{el} + \delta_{pl} = \frac{K_I^2}{m E \sigma_{ys}} + \frac{r_p(W-a)V_p}{r_p(W-a)+a} \quad (2.30)$$

Siendo el valor de r_p aproximadamente de 0.46 para una probeta CT, según la norma ASTM 1290-99.

2.2.3. Crecimiento de grieta a fatiga

Entendemos por fatiga las situaciones en las que los elementos mecánicos y estructurales están cargados cíclicamente a niveles inferiores a la carga de resistencia máxima del sólido en cuestión, y situación que puede producir al

fallo final. La mayor parte de los metales muestran una propagación apreciable de grietas previa a la rotura bajo condiciones de carga cíclica.

En el presente proyecto nos incumbe el proceso de fatiga de alto número de ciclos (> 100.000). Un proceso del que se puede diferenciar tres etapas que ocurren hasta la rotura final. Estas son:

1. Período de nucleación e iniciación de la grieta en zonas en las que las concentraciones de tensión provocan deformaciones plásticas cíclicas. Etapa que constituye prácticamente el 90% de la vida total.
2. Propagación inicial de la grieta a través de la zona plástica en que se originó.
3. Propagación de la grieta en la pieza, fuera de la zona de influencia de la concentración de tensiones originaria, hasta el fallo final.

Es evidente que un gran número de componentes deben diseñarse en base a la iniciación de la grieta, y aun así haya piezas agrietadas que no cumplan algunos requisitos de calidad. Es, por tanto, el proceso a fatiga muy importante y a tener en cuenta en el diseño mecánico para evitar futuros fallos catastróficos.

- Propagación de grietas por fatiga en régimen elástico, Ley de Paris

Para caracterizar la propagación de grietas, Paris y otros colaboradores sugirieron que para una carga cíclica, la variación del factor de intensidad de tensiones caracteriza el crecimiento de grietas. Esto es,

$$\Delta K = K_{m\acute{a}x} - K_{m\acute{i}n} \quad (2.31)$$

$$K_{m\acute{a}x} = Y \cdot \sigma_{m\acute{a}x} \sqrt{\pi a}; \quad K_{m\acute{i}n} = Y \cdot \sigma_{m\acute{i}n} \sqrt{\pi a} \quad (2.32)$$

Siendo $K_{m\acute{a}x}$ y $K_{m\acute{i}n}$ los valores máximo y mínimo del factor de intensidad de tensiones durante un ciclo de tensión en fatiga.

En el año 1961, unificando todos los datos experimentales de crecimiento de grietas por fatiga, Paris propuso una ley expresada por:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^m \rightarrow \text{LEY DE PARIS} \quad (2.33)$$

Donde: $\frac{da}{dN}$ = Incremento de longitud de la grieta por cada ciclo de fatiga

C y m = constantes experimentales que depende del material

C puede depender de la relación de cargas R , que también es un término a tener en cuenta y que viene definida como:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (2.34)$$

La ecuación de Paris suele representarse en coordenadas doblemente logarítmicas como vemos a continuación en la figura 18, en la que se encuentra representada la curva característica de una propagación de grieta en un material dúctil.

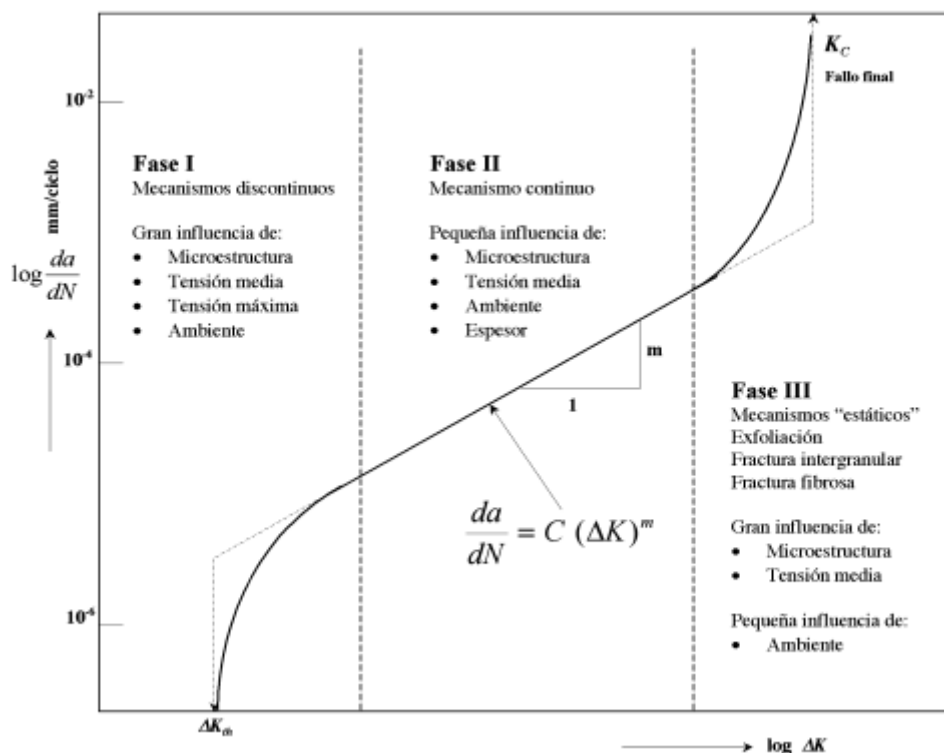


Figura 18. Curva característica de una propagación de grieta. Ley de Paris

Como podemos ver, están representadas las tres fases características de propagación por fatiga y los mecanismos de crecimiento de grieta en cada una de las fases.

➤ **Fase I: Propagación en planos de deslizamiento**

En materiales dúctiles, el crecimiento de grietas se enfoca como un proceso de concentración de deformaciones localizadas en su fondo de grieta, dando lugar a bandas de deslizamiento que originan la formación de nuevas grietas.

En la propagación de grietas en esta fase de bajos rangos del factor de intensidad de tensiones, la propagación se decelera fuertemente al descender la amplitud por debajo de un cierto nivel. Nivel que se corresponde más o menos al punto en que la zona plástica de la grieta se hace inferior al tamaño de grano. Esta fase de la fatiga no es fácil de estudiar, ya que existen dificultades a la hora de medir el valor umbral para el rango del factor de intensidad de tensiones debajo del cual no se da propagación de grieta. Al valor mínimo a partir del cual se empieza a propagar la grieta se le denota con ΔK_{th} .

➤ Fase II: Crecimiento con estrías

La región II básicamente aborda una relación lineal entre $\log da/dN$ y $\log \Delta K$, conocida como la Ley de Paris (2.33).

En esta fase se puede ver ya un crecimiento estable macroscópico de la grieta. La microestructura y la tensión principal tienen un papel menos importante en esta fase con respecto a la fase anterior. Además, la frecuencia de la onda, el espesor y otros efectos ejercen un papel más secundario en comparación a efectos del ambiente como la corrosión y la temperatura, entre otros.

En la progresión de la grieta se van formando estrías típicas de fatiga. Se trata de estrías lineales, paralelas entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación de la grieta. Y la distancia entre estrías es igual al avance de la grieta en un ciclo, da/dN [Figura 19].

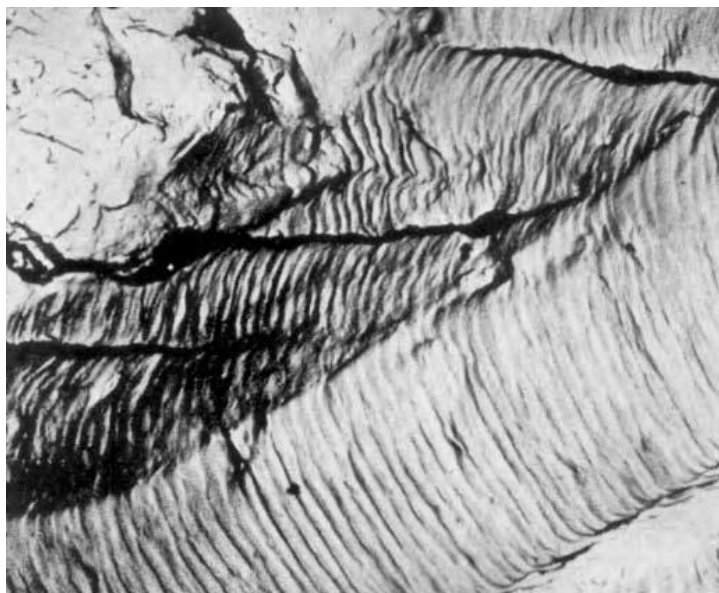


Figura 19. Estrías producidas durante la fase II

Para explicar la creación de estas estrías durante esta fase, Laird llegó a la conclusión de que el proceso de crecimiento del fondo de grieta se asemeja al tamaño de CTOD alcanzado durante la tensión creciente. Y al comprimirse, el fondo de grieta solo se cierra parcialmente. En la siguiente figura se puede ver el proceso descrito:

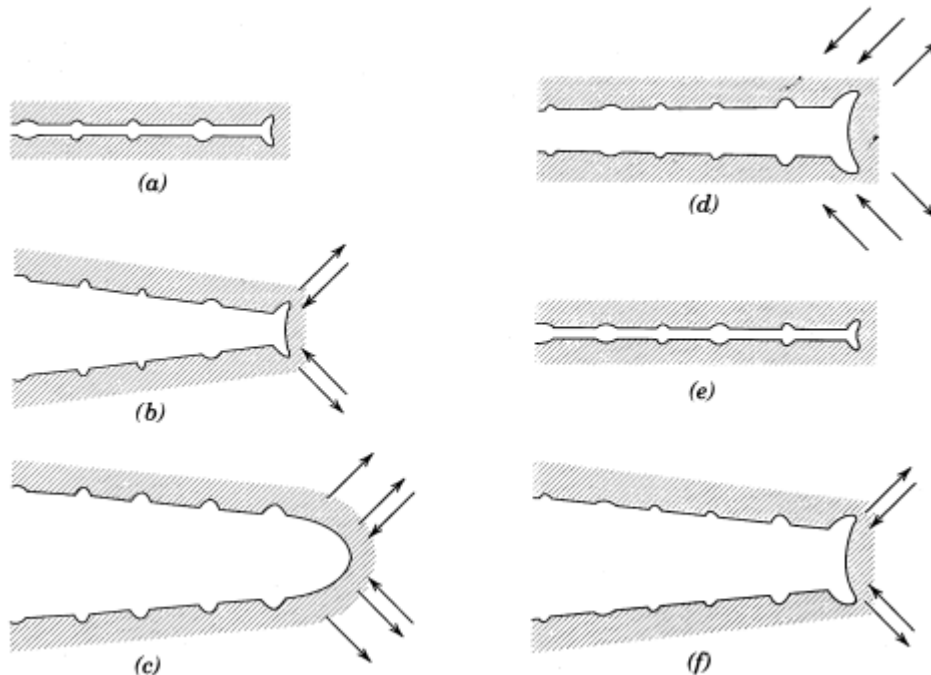


Figura 20. Proceso de plastificación y enromamiento del fondo de grieta

➤ Fase III: Propagación final de grietas

En esta fase, el crecimiento de la grieta a fatiga alcanza tan altos valores que se aproximan a la inestabilidad hasta llegar a un valor crítico K_c donde ya se produce la fractura.

La influencia del espesor durante esta fase puede ser mayor debido a la relación inversa entre la tenacidad a fractura y el antes dicho. Por tanto, es deseable un alto valor de tenacidad a la fractura a causa de una longitud mayor de grieta y, por tanto, componentes o estructuras más seguras.

- Medida del crecimiento de grieta

En cuanto a la medida del crecimiento de grieta, normalmente se realiza un ensayo experimental, detallado en el Capítulo 4, para una probeta estandarizada y en el que ésta es sometida a fatiga a unas determinadas

cargas (usando diferentes R). Mediante un extensómetro se va midiendo la apertura del desplazamiento de grieta.

También es de interés recoger los resultados obtenidos en curvas interesantes como son las del tamaño de grieta, a , frente al número de ciclos comparándolo con distintos R . Así como la representación de la Ley de Paris, da/dN frente a ΔK o la apertura del frente de grieta frente a la carga aplicada, entre otras.

Algunos de estos resultados, con sus respectivas observaciones, serán tratados más adelante a la hora de la simulación.

2.2.4. Fundamentos del Método de Elementos Finitos

Hoy en día el Método de Elementos Finitos (MEF) es una potente herramienta de estudio para diversos fenómenos naturales, como el comportamiento mecánico de sólidos rígidos, a través del análisis numérico. Se modela matemáticamente con el uso de ecuaciones con derivadas parciales aplicadas con las condiciones de contorno oportunas para obtener resultados similares a los experimentales.

El MEF converge asintóticamente a la solución exacta, si los términos son fáciles de expresar polinómicamente, es decir, que si aparece una singularidad o comportamiento descritos por gradientes muy altos, la solución variará y este método ya no será del todo tan fiable. Es por ello, que aparecen otros métodos para complementar al primitivo y que ayudan a mejorar los fallos anteriores dando más precisión y exactitud a la solución.

Estos métodos basados en los elementos finitos están implementados en diferentes softwares comerciales. En el presente proyecto se ha optado por el software *Abaqus*.

- **Abaqus**

Es una herramienta informática que aplica elementos finitos para resolver desde problemas sencillos con análisis lineales hasta problemas complejos y dinámicos. Abaqus posee una amplia librería de modelos y de elementos finitos que permiten modelar un gran número de problemas ingenieriles ajustándose de la forma más similar posible a la realidad.

Este software tiene una interfaz gráfica bastante intuitiva, y además, utiliza el lenguaje python, por el cual se puede implementar mediante código abierto

multitud de modelos numéricos. Un ejemplo de ello está en este proyecto. Más información sobre la programación de Abaqus se puede encontrar en [2].

Abaqus fue desarrollado por Dassault Systemes en 1978 y consta de cuatro productos:

- *Abaqus/CAE*: Aplicación para modelar geometrías de componentes mecánicos, así como el análisis de estos.
- *Abaqus/CFD*: Consiste en el modelado numérico de la dinámica de fluidos.
- *Abaqus/Standard*: Análisis general de Abaqus y que emplea integración implícita para su resolución.
- *Abaqus/Explicit*: Es un análisis especial para problemas más complejos y no lineales. Se emplea la integración explícita.

Abaqus incorpora un gran número de módulos en su interfaz gráfica y que tienen diversas funcionalidades, como la modelización de la geometría a analizar, las propiedades del material, condiciones de contorno, etc. Se emplearán todos estos módulos con detalle en el Capítulo 4.

- **Métodos de modelización**

En primer lugar, hay que tener en cuenta la modelización de grietas estacionarias. Para ello, se empleará la integral de contorno o integral J .

Este método puede ser empleado mediante el método de elementos finitos convencional o XFEM, más adelante tratado. Además, para su empleo solo se consideran los frentes de grieta asintóticos que se corresponden a un material elástico isótropo.

También la grieta estacionaria arbitraria se apoya en la integral de contorno sin la necesidad de ajustarse la malla a la geometría de las discontinuidades. Esto significa que se implementa el valor de la singularidad para una mejor aproximación, que es el valor que va variando la tensión a medida que va creciendo la grieta (de valor $1/\sqrt{r}$ para singularidades de elementos elásticos y $1/r$ para elementos plásticos), y todo esto a partir de la malla y elementos más adecuados.

Para el uso de la Integral J se recomienda emplear elementos bicuadráticos lagrangianos de 8 nodos para problemas bidimensionales como el de la imagen.

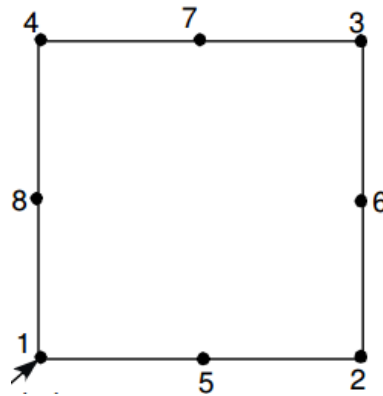


Figura 21. Elemento lagrangiano de 8 nodos

Se recomienda también utilizar elementos triangulares a medida que nos acercamos al frente de grieta, para hacer una mejor transición entre las zonas. El problema es que con estos elementos se pueden formar singularidades, pero se soluciona implementando el valor de éstas para hacer una buena aproximación, como se indicó anteriormente.

Por tanto, para este tipo de problemas de grietas estacionarias apoyadas en la integral de contorno se emplea el mallado conocido como “*tela de araña*”, que es la más eficiente y se apoya en lo anteriormente dicho. En este tipo de malla se recomienda utilizar de 20-30 elementos alrededor del frente de grieta para obtener un buen resultado. Podemos ver un ejemplo de esta malla en las figuras 22 y 23.

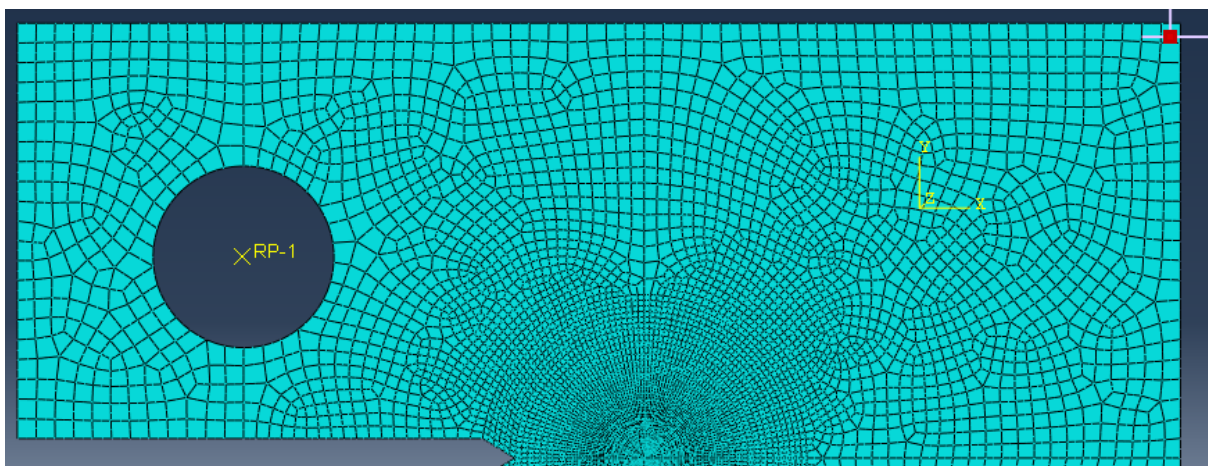


Figura 22. Ejemplo del mallado de “tela de araña”

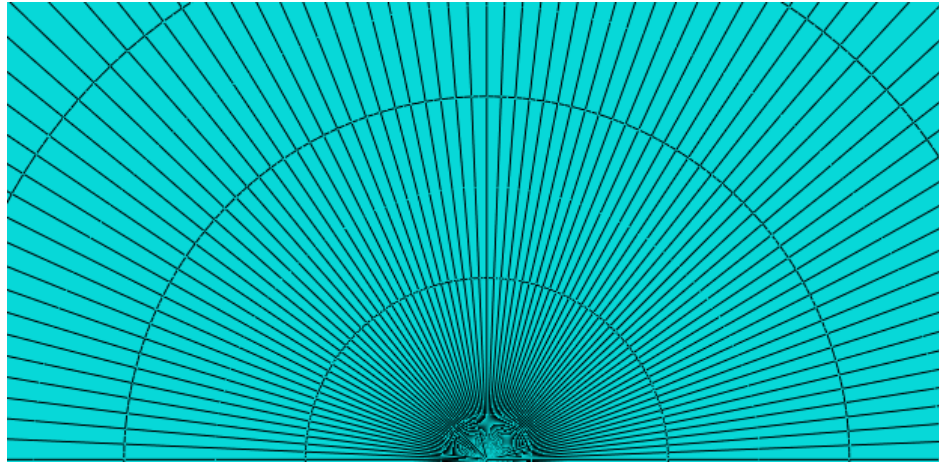


Figura 23. Detalle en el frente de grieta

Otra distinción a la hora de modelizar se encuentra a la hora de definir la propagación de grieta en la que se encuentran las siguientes aproximaciones:

- Aproximación basada en la mecánica de la fractura elástica lineal que emplea la técnica de cerramiento de grieta virtual (en inglés, VCCT).
- Aproximación mediante los elementos cohesivos.

En cuanto a la aproximación mediante VCCT no será de interés en el presente proyecto ya que se recomienda su uso para materiales frágiles, no empleados aquí.

La aproximación mediante elementos cohesivos se puede usar para materiales frágiles y dúctiles, y no es necesario modelar la singularidad en el frente de grieta. Esta aproximación emplea la ley de separación-tracción ("Damage for traction-separation laws") como criterio de daño de la grieta, es decir, la tracción es dependiente del desplazamiento. Dentro de esta ley, existen diversos criterios de daño de iniciación de grieta: basados en la tensión o basados en la deformación, siendo estos últimos más recomendables para materiales frágiles.

Por tanto, para este caso en el que no se dispone de tantos datos, la propagación de la grieta se basará en el criterio de "MAXPS", es decir, se tomará como referencia la tensión máxima principal.

$$f = \frac{\sigma_n}{\sigma_{m\acute{a}x}^0} \rightarrow \text{Criterio de MAXPS}$$

La iniciación de la grieta ocurrirá cuando la tensión máxima alcance el valor crítico ($f = 1$).

En cuanto a la evolución del daño ("Damage evolution") los modelos están basados o en la energía o en el desplazamiento. Como en este caso se disponen los datos necesarios de la tasa de liberación de energía, se obtendrá por métodos basados en la energía.

Existen varias leyes basadas en la energía siendo la leyes de BK, Power y Reeder, las más empleadas. En nuestro problema, al tratarse del Modo I de fractura se utilizará la ley Power porque es la normalmente empleada por su precisión. Podemos encontrar más información sobre los distintos criterios de evaluación en [2].

Por último, será necesario emplear el criterio de fractura para ver cómo y cuándo se propagará la grieta. En este caso, al tratarse de un proceso de fatiga emplearemos el criterio “Low-cycle fatigue” basado en la Ley de Paris. A pesar de su nombre, este criterio se puede emplear también para fatiga de alto ciclo, como nuestro caso, especificando el número de ciclos, la tasa crítica de liberación de energía para modo I, G_{IC} y las constantes que rigen la Ley de Paris (2.33), con una pequeña modificación. Así, las constantes del criterio de fractura son las siguientes:

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \geq 1; \quad \frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4} \quad (2.35)$$

Conviene destacar que se dispone de los datos basados en las constantes de la ecuación (2.33) y la tenacidad de fractura, K_{IC} . Sin embargo, para su implementación en el programa será necesario que dependa de la tasa de liberación de energía, G . Para solucionar este problema se conoce la relación que existe entre ambas:

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (2.36)$$

Sabiendo esto, las constantes a implementar quedarían de la siguiente forma:

$$c_4 = \frac{m}{2}; \quad c_3 = C (E)^{c_4} \quad (2.37)$$

- Limitaciones en el método numérico

Conviene saber que el método numérico en el campo de la mecánica de la fractura se encuentra limitado y no pretende sustituir a la experimentación.

El MEF sirve como análisis y ayuda para simular cierto tipo de problemas aplicando criterios de fallo para dar resultados lo más parecido a la realidad o para analizar campos de tensiones y deformaciones. Está limitado, ya que supone también que la materia es continua, lo cual es imposible ya que los materiales normalmente tienen microfisuras, grietas, etc.

- XFEM

El método de elementos finitos extendido (XFEM) corrige algunos fallos de su predecesor, ya que presenta la ventaja de que no es necesario el empleo de una malla especial porque la localización de la grieta pasa a ser independiente, al igual que las singularidades. En los métodos de modelización anteriores sí era necesario predefinir por dónde iba a crecer la grieta y que fuera el propio usuario quien introdujera las singularidades.

XFEM es, por tanto, una potente herramienta para el cálculo del crecimiento de grieta basado en el método de los elementos cohesivos y fundamentado en la creación de unos nodos “*fantasmas*” conforme se van separando las superficies de la grieta. Gracias a estos nodos que se van creando se anula la tensión en esa zona, pasando a los nodos vecinos.

A través de los outputs STATUSXFEM y PHILSM se puede calcular la capacidad de carga de un elemento con grieta, es decir, con PHILSM se puede calcular el valor que hay desde el nodo a la cara de la grieta (ϕ), que corresponde con la energía que se necesita para la separación de las superficies de la grieta. Y la función STATUSXFEM nos da un valor entre 0 y 1, indicando el valor 1 cuando el elemento está totalmente agrietado y el valor 0 cuando no existe tracción entre ambas superficies.

XFEM es una extensión del método convencional de los elementos finitos, añadiendo términos adicionales a la función a trozos que empleaba su predecesor. XFEM viene dado por la siguiente expresión:

$$u = \sum_{I=1}^N N_I(x)[u_I + H(x)a_I + \sum_{\alpha=1}^4 F_{\alpha}(x)b_I^{\alpha}] \quad (2.38)$$

Donde: u , es el vector de desplazamiento; $N_I(x)$ son las funciones de forma; u_I , son los vectores de desplazamiento nodales; $H(x)$ es la función Heaviside de salto multiplicado por el vector de los grados de libertad de los nodos, a_I ; y $F_{\alpha}(x)$, que es la función asintótica de frente de grieta. Estos dos últimos términos son los que se añaden al MEF.

- Función del frente de grieta $F_{\alpha}(x)$: Modela la singularidad de la grieta utilizando ecuaciones de desplazamiento para los nodos del frente de grieta y condiciones de contorno como los de la siguiente figura.

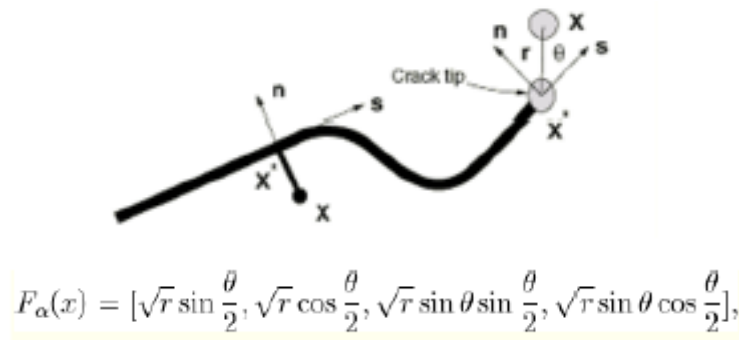


Figura 24. Condiciones de contorno en el frente de grieta

- Función Heaviside $H(x)$: Modela el salto entre los desplazamientos de las superficies de la grieta.

Tiene valores entre 1 y -1, dependiendo si el punto de integración se encuentra por encima y por debajo de la fisura. Viene dado por la función a trozos:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } (x - x^*) \cdot n \geq 0 \\ -1 & \text{otros casos} \end{cases} \quad (2.39)$$

Esta función es útil para los elementos que son atravesados por la grieta, ya que permite la continuidad de la malla con la creación de nodos “fantasmas”, uniéndolos a los nodos reales.

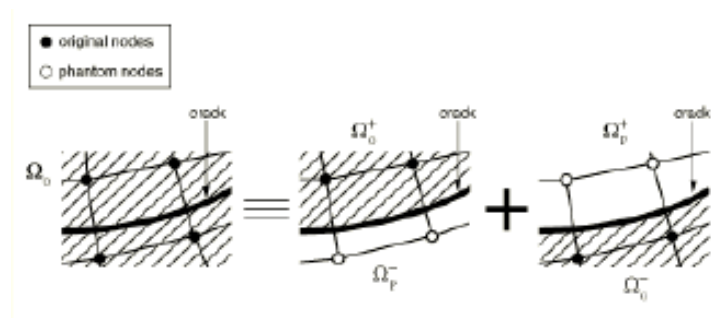


Figura 25. Nodos fantasmas

- Limitaciones de XFEM

- XFEM no puede calcular modelos multigrieta.
- No modela grietas que se puedan ramificar o que formen más de 90°, por las discontinuidades que se producen.

- No calcula la rotura total del modelo, sino a una grieta que no influya en la geometría del modelo.
- Permite solo fricciones muy pequeñas y pequeños desplazamientos.
- Solo permite elementos lineales continuos como CPS4, C3D4, C3D8...
- No permite proceso paralelo de elementos.

3. JUSTIFICACIÓN DEL MÉTODO EMPLEADO

En esta sección se justifica el empleo de XFEM como método más adecuado ante el problema propuesto, que no es otro que el análisis del crecimiento de grieta a fatiga para probetas de ensayo, así como el análisis de los campos de tensiones y deformaciones que en éstas se forman tras el ensayo experimental.

XFEM se presenta como alternativa a otros métodos, anteriormente explicados, debido a su versatilidad y a sus diversas ventajas que nos ofrecen como son las siguientes:

- No es necesario modelar la singularidad, ya que viene incorporada en sus funciones.
- No precisa de una malla específica, ya que es independiente de la grieta.
- Permite la presencia de discontinuidades.
- Se automatiza el remallado y es un camino efectivo de iniciación y propagación de grieta.
- No es necesario predefinir una grieta inicial.
- Permite procesos de análisis de fatiga usando aproximaciones de carga cíclica.
- Analiza tanto materiales como geometrías no lineales.

4. METODOLOGÍA

En este capítulo se procederá a explicar los datos de entrada a introducir, además de una breve descripción con los pasos a seguir a la hora de su implementación en *Abaqus*.

4.1. Geometrías analizadas

En primer lugar, las geometrías sometidas a estudio son las correspondientes a las de dos tipos de probetas CT, una de aluminio y otra de titanio, que tienen las siguientes dimensiones, respectivamente:

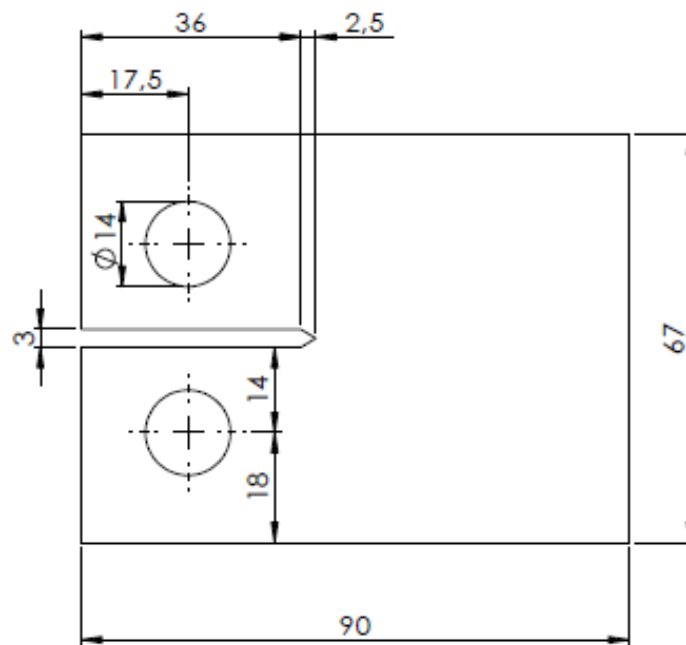


Figura 26. Probeta CT de Aluminio 2024-T3

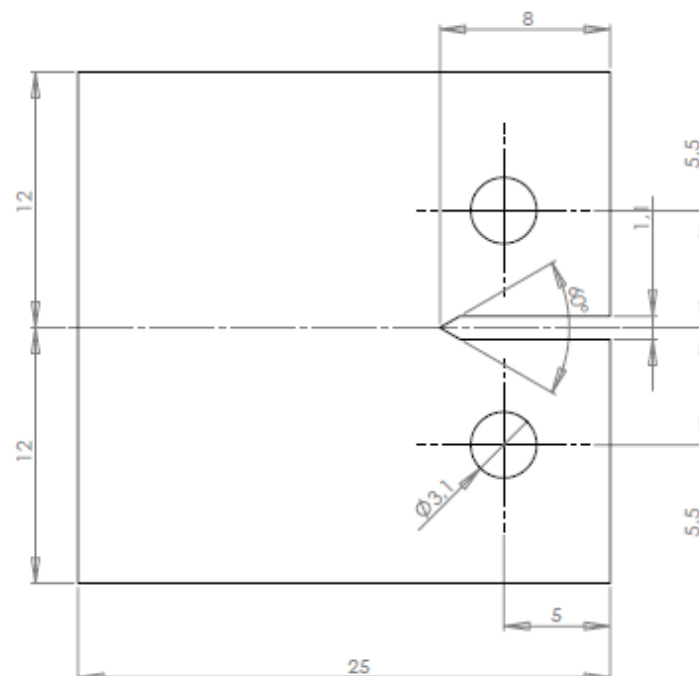


Figura 27. Probeta CT de Titanio

El espesor de la probeta de aluminio es de 2 mm, mientras que la de titanio de 1 mm.

4.2. Material

Para el estudio de este problema se han utilizado dos probetas CT de distintos materiales.

Por un lado, una probeta CT de **Aluminio 2024-T3** con las siguientes características, además de algunas propiedades adicionales correspondientes a la Ley de Paris (anteriormente descrita):

Módulo de Young	72006 MPa	$c_1; c_2$ (*)	130000; -0.432
Coeficiente de Poisson	0.33	$C; m$ (*)	$4 * 10^{-10}$; 2.547
ΔK_{thresh}	6 MPa $\sqrt{m}$	n	1
Tenacidad a fractura (K_{IC})	37 MPa $\sqrt{m}$	Tensión última	457 MPa

Tabla 1: Propiedades del Aluminio 2024-T3

(*) Nota: Las constantes c_1 , c_2 , C y m se corresponden a las expresiones (2.33) y (2.35) de la Ley de Paris obtenidas a partir de ensayos experimentales a $R \cong 0$, para una carga cíclica de 5 a 600 N.

Para $R=0.5$ (Para una carga cíclica comprendida entre 600 y 1200 N), se dispone de las siguientes constantes $\rightarrow$ $C=4 * 10^{-10}$ $m=2.715$

Se conoce también la curva de tensión-deformación como resultado de ensayos experimentales:

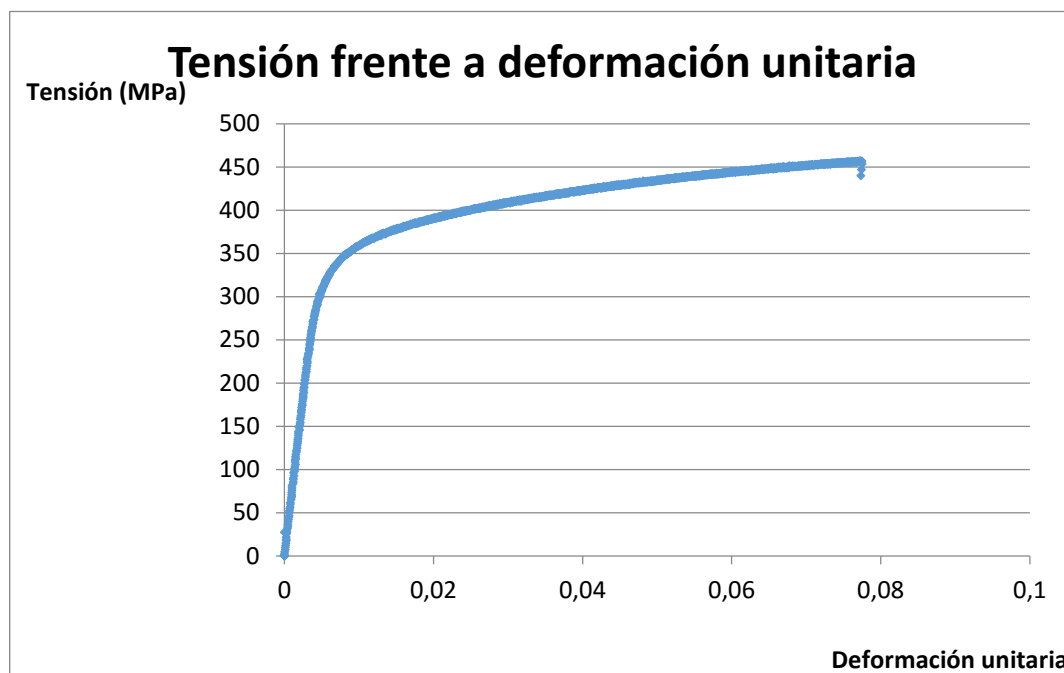


Figura 28. Curva tensión-deformación del aluminio

Por otro lado, una probeta CT de **Titanio** con las propiedades que podemos ver resumidas en la siguiente tabla:

Módulo de Young	105000 MPa	$c_1; c_2$ (*)	7315; -0.83
Coeficiente de Poisson	0.33	$C; m$ (*)	$1 * 10^{-10}$; 2.83
ΔK_{thresh}	8 MPa $\sqrt{m}$	n	1
Tenacidad a fractura (K_{IC})	47 MPa $\sqrt{m}$	Tensión última	448 MPa
Límite de fluencia	390 MPa	Elongación	20%

Tabla 2: Propiedades del Titanio

Las constantes c_1, c_2, C y m son obtenidas a partir de ensayos experimentales a $R \approx 0.6$, para una carga cíclica de 450 a 750 N.

Para el caso del titanio, no se dispone de la curva de tensión-deformación ya que se trata de un material no disponible en nuestro grupo de investigación.

Por tanto, no se pudo realizar su caracterización a través de un ensayo de tracción.

4.3. Condiciones de carga

Las probetas CT objeto de estudio estarán sometidas a unas cargas cíclicas mediante una función senoidal de 10 Hz de frecuencia.

Las cargas estarán aplicadas mediante la aplicación de una fuerza vertical simulando el bulón superior. Concretamente, en la siguiente tabla vienen resumidas las cargas aplicadas sobre cada probeta:

Aluminio 2024-T3	
R=0	5 – 600 N
R=0.5	600 – 1200 N
Titanio	
R=0.6	450 – 750 N

Tabla 3. Condiciones de carga

4.4. Condiciones de contorno

En la siguiente imagen se ve reflejado el ensayo experimental de una probeta CT, que está sujeta por dos bulones y se le aplica la carga cíclica. Mientras, con un extensómetro se puede medir las deformaciones que se van produciendo en la probeta.

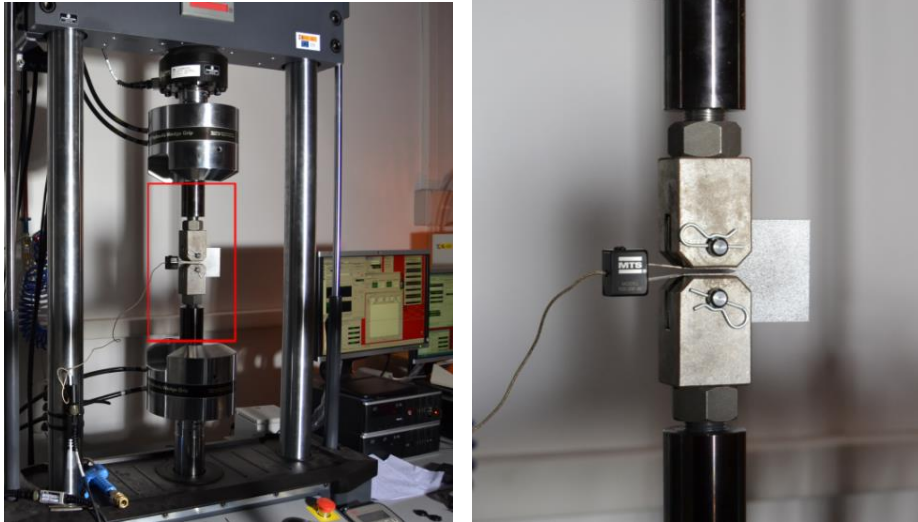


Figura 29. Ensayo de una probeta CT

Por tanto, a la hora de la simulación se optará por una condición de contorno que será la de impedir los desplazamientos en todas las direcciones y solo permitiendo el giro, simulando así la función del bulón inferior. En cambio, para el bulón superior será donde se aplique la carga vertical, simulando así el proceso a fatiga.

4.5. Simulación numérica

A continuación, se lleva a cabo una breve descripción para la implementación del método XFEM y de todos los datos de entrada, anteriormente descritos, en el software *Abaqus*.

Una vez dentro del programa, vemos una interfaz gráfica bastante intuitiva. Teniendo a la izquierda un árbol de los distintos módulos que existen dentro de éste, y a la derecha, una pantalla para ver el diseño de la probeta.

- Geometría

En primer lugar, se ha de realizar el croquis con las dimensiones correspondientes de la probeta.

Para ello, nos vamos al módulo “Part” y pulsamos en .

Una vez dentro, al tratarse de un problema bidimensional el que vamos a analizar, marcaremos las siguientes opciones:

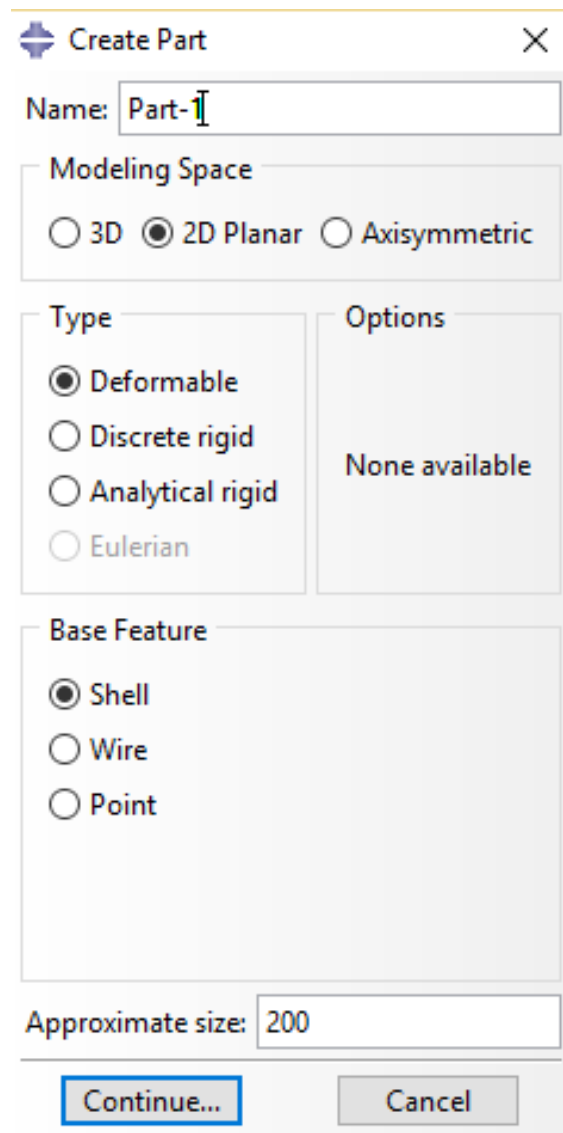


Figura 30. Definición del Part

Lo siguiente sería ya realizar un sketch con las dimensiones de la probeta, anteriormente resumidas.

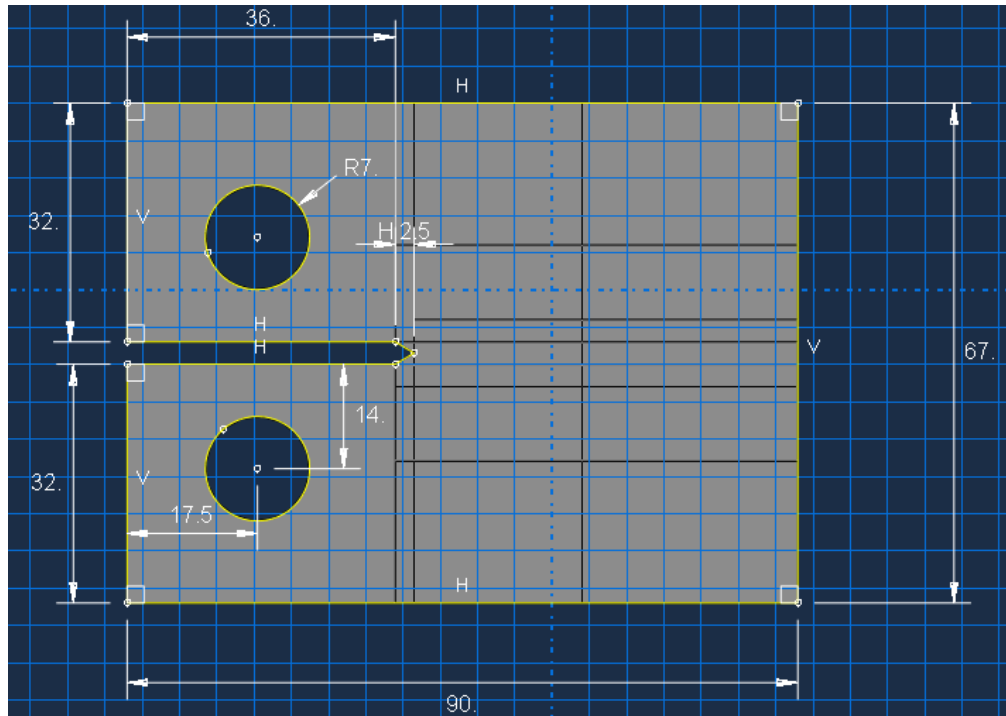


Figura 31. Sketch Probeta CT

Nota: Como se puede ver, se han realizado varias particiones al diseño original para facilitar tareas de mallado, entre otras.

- Material

A continuación, introduciremos las propiedades correspondientes a los materiales, en este caso, la del Aluminio 2024-T3. Para ello, nos vamos al árbol de la izquierda de la interfaz y hacemos click en “Materials”.

Después, pulsamos en la pestaña “Mechanical” y se selecciona “Elastic”, para introducir el módulo de Young, en MPa (recordemos que Abaqus no tiene unidades definidas, por tanto, habrá que tener esto en cuenta), y el coeficiente de Poisson.

Introduciremos también en la pestaña “Plastic” los puntos correspondientes al régimen plástico de la curva de tensión-deformación del aluminio. Como podemos ver a continuación en las siguientes imágenes:

 Edit Material ✕

Name: Aluminio

Description:

Material Behaviors

- Maxps Damage
- Damage Evolution
- Damage Stabilization Cohesive
- Elastic**
- Plastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other 

Elastic

Type: Isotropic ▼ Suboptions

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0 ▲▼

Moduli time scale (for viscoelasticity): Long-term ▼

☐ No compression

☐ No tension

Data

	Young's Modulus	Poisson's Ratio
1	72006	0.33

Figura 32. Implementación de propiedades del Aluminio

Elastic

Plastic

General Mechanical Thermal Electrical/Magnetic Other 

Plastic

Hardening: Isotropic ▼ Suboptions

☐ Use strain-rate-dependent data

☐ Use temperature-dependent data

Number of field variables: 0 ▲▼

Data

	Yield Stress	Plastic Strain
1	331.3872	0
2	345.3304	0.0013243

Figura 33. Propiedades plásticas del Aluminio

Por último, implementaremos los criterios de iniciación y propagación de grieta. Para el criterio de iniciación, de nuevo dentro de la pestaña “Mechanical” seleccionamos “Damage por Traction Separation Laws” → “Maxps Damage”. Esto es la tensión máxima principal, en este caso, la tensión última, que se suele utilizar como criterio para materiales dúctiles. A diferencia de los materiales frágiles en los que es más recomendable utilizar la deformación como criterio de iniciación.

Además, utilizaremos como criterio de evolución del daño, haremos click en “Suboptions” dentro de Maxps Damage y marcaremos las siguientes opciones:

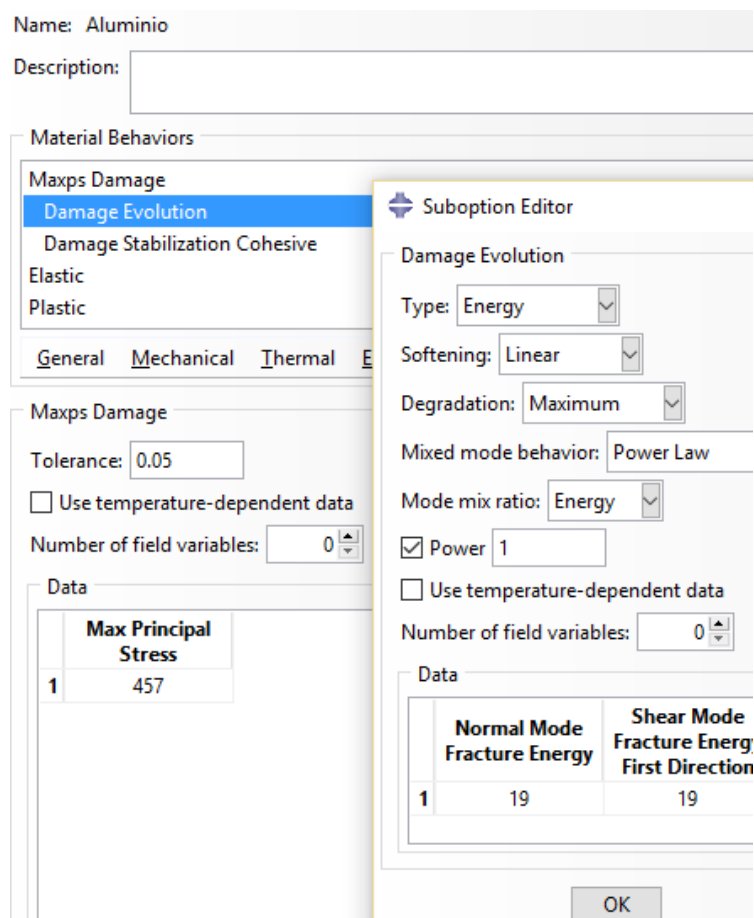


Figura 34. Criterio de iniciación y propagación de grieta

En este caso, para definir la propagación de la grieta a través de la tasa de liberación de energía (G_{IC}) y utilizando la Ley de Power para mayor precisión en el resultado para modo I de carga.

- Sección

Una vez definidas las propiedades del material, el siguiente paso será crear la sección y asignarla al modelo. Para ello, pulsaremos en “Sections”, que aparece en el árbol donde se encuentran los módulos. Utilizaremos una sección sólida y homogénea.

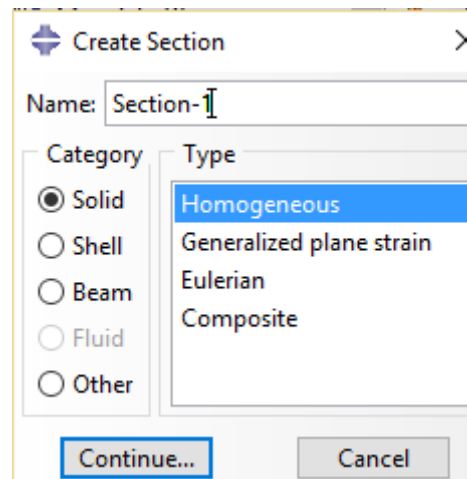


Figura 35. Crear sección del modelo

Para asignar la sección al modelo, haremos click en  y seleccionamos la probeta entera. Una vez que esta aparezca de color verde, quiere decir que la sección ha sido asignada.

- Mallado

Este paso es de los más importantes a la hora de la definición de cualquier problema de simulación.

En primer lugar, será necesario definir el número de nodos, o la distancia que existe entre ellos. Según González et al. [3], es habitual utilizar en torno a 20 y 30 elementos en el vértice de grieta y la referencia de escala para decidir el tamaño mínimo de elemento es el radio plástico (por ejemplo, de Dugdale (2.17)). Para este problema, no se ha utilizado elementos tan pequeños debido al gran coste computacional que eso suponía.

Para definir los nodos, dentro del módulo “Mesh”, pulsaremos el icono . En este caso, utilizaremos elementos de 0.2 mm en la zona de propagación de la grieta, donde finaliza la entalla, que será la zona de estudio de especial interés. Los elementos de alrededor serán de mayor tamaño, ya que no es necesario tanta precisión y aumentaría el coste computacional. En la figura 36 se muestra la definición de los nodos que conforman la malla.

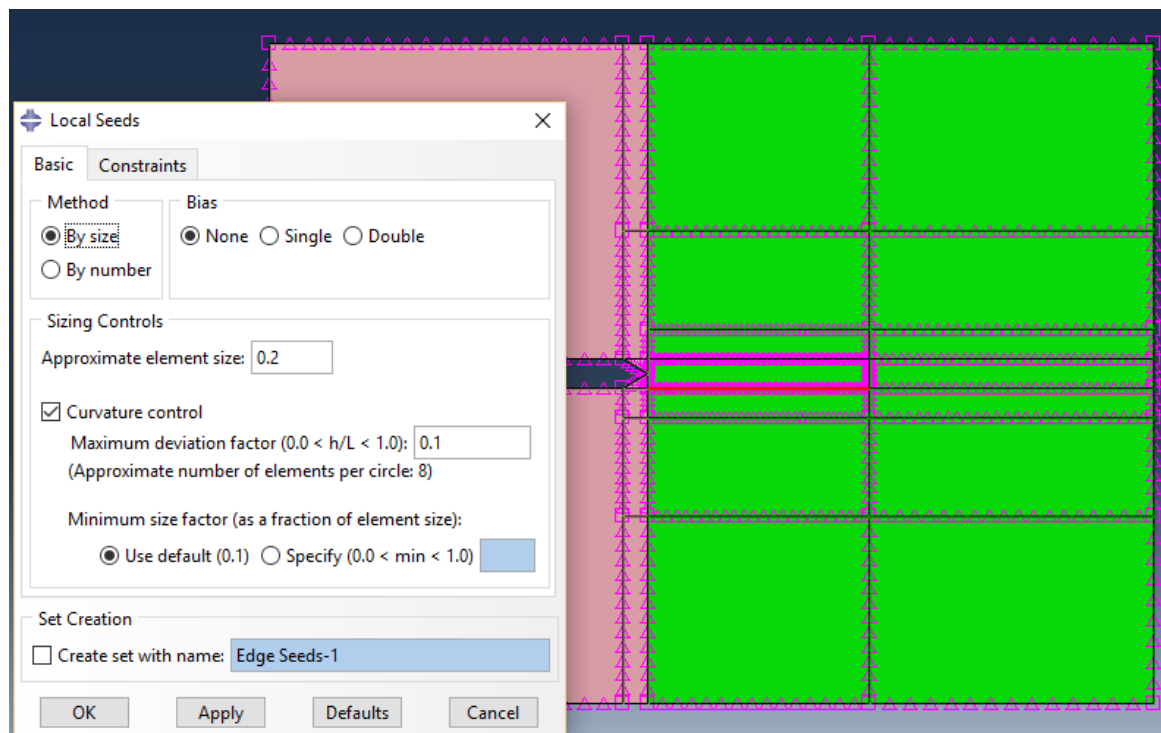


Figura 36. Definición de nodos en la probeta

A continuación, hacemos click en  para la organización de los elementos. Para nuestro caso, se recomienda utilizar un mallado estructurado en la zona de crecimiento de grieta para observar mejor cómo se van rompiendo los elementos y, por tanto, creándose de esta forma la grieta.

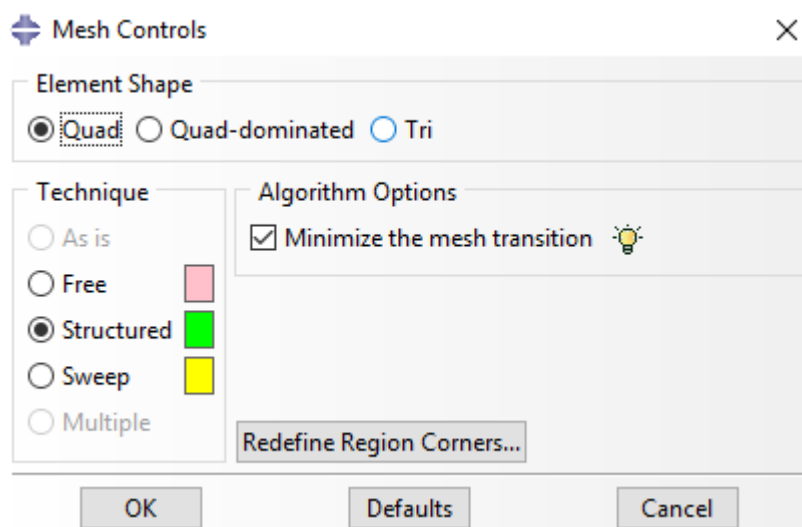


Figura 37. Mallado estructurado

Por último, asignaremos el tipo de elemento pulsando en  y seleccionando el modelo entero. Aquí se optará por un elemento tipo CPS4, lo cual quiere decir que es un elemento bilinear cuadrilátero de 4 nodos y para tensión plana, como simplificación al tratarse de una probeta con un espesor muy fino (2 mm).

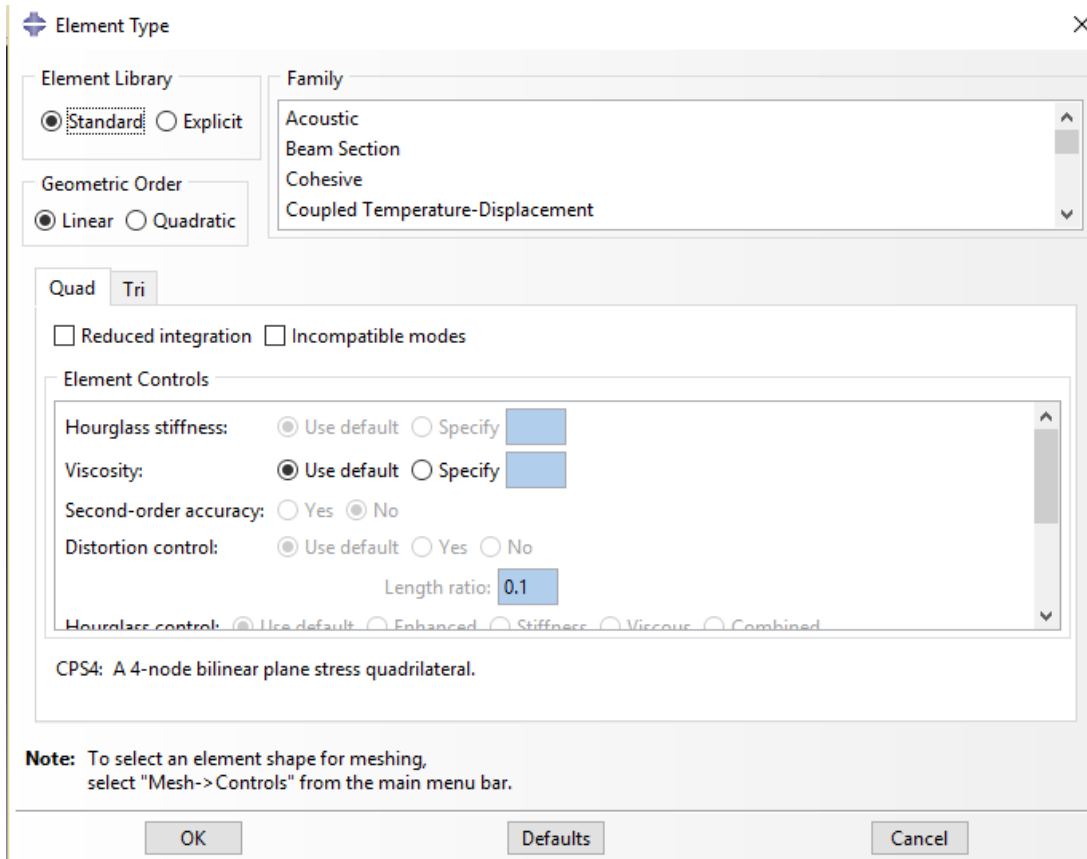
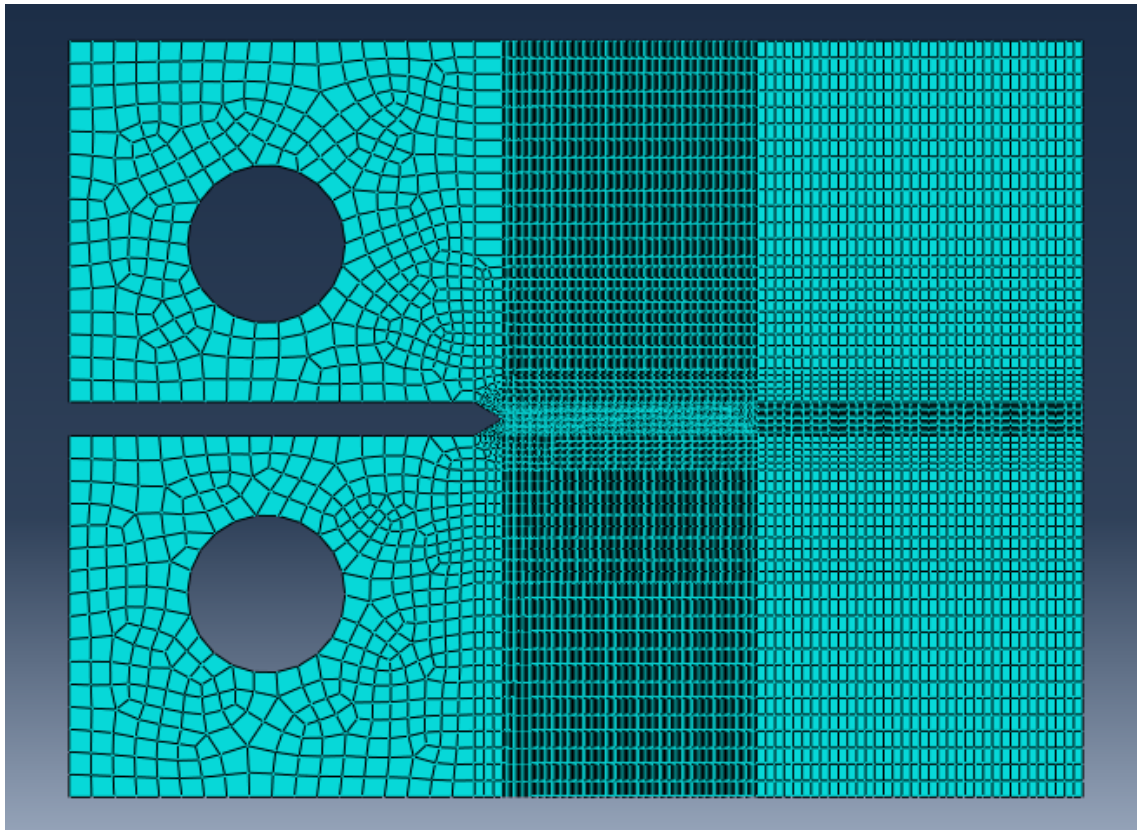
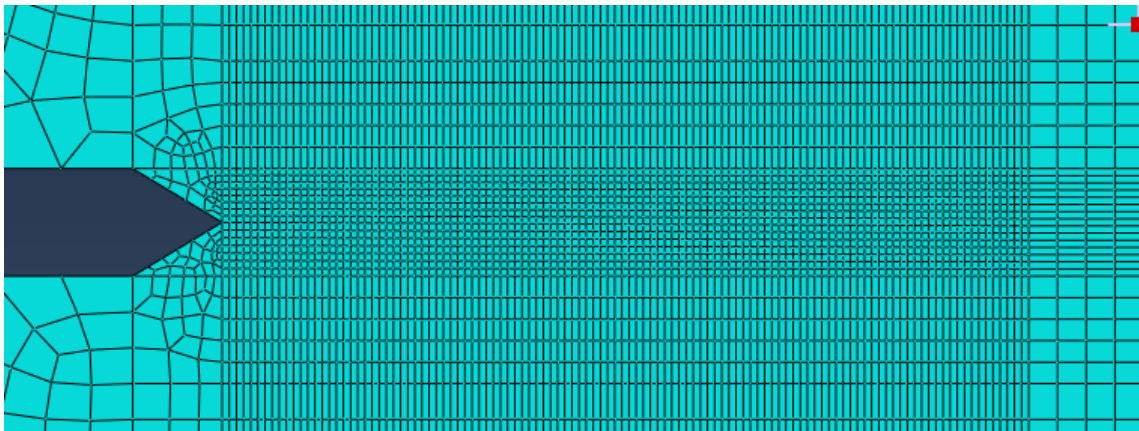


Figura 38. Asignación del tipo de elemento

Finalmente, pulsando en  y seleccionando toda la probeta, obtendremos el mallado final que podemos ver en las siguientes imágenes con más detalle.



a)



b)

Figura 39. Mallado de la probeta CT. a) Geometría completa, b) detalle de la zona de propagación de la grieta

Antes de continuar con los siguientes pasos, crearemos un “Instance” independiente. Esta opción se encuentra dentro del módulo “Assembly”.

- Definición de la grieta

Los pasos a seguir en la definición de la grieta son:

1º) Crear un “Part” nuevo llamado Crack. En 2D, deformable y Wire. Y dibujaremos una línea de 1 mm en la que el punto inicial coincida con el vértice de la entalla.

Esto no es crear una grieta inicial, sino que es la manera de indicar la superficie donde aparecerá la grieta.

2º) Crear otro “Instance” para la grieta, y esta vez que sea dependiente de la probeta.

3º) Pulsamos en el módulo “Interactions” y se selecciona cancelar. Arriba en la pestaña “Special”, seleccionamos Crack→Create...

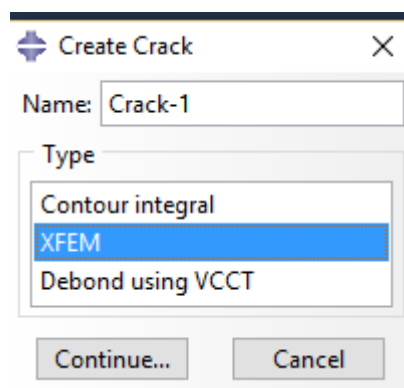


Figura 40. Crear grieta mediante XFEM

Aquí definiremos la grieta mediante XFEM, por lo explicado en capítulos anteriores. Y una vez dentro seleccionaremos, en primer lugar, el dominio sin grieta, es decir, la probeta entera. A continuación, se abrirá la siguiente ventana:

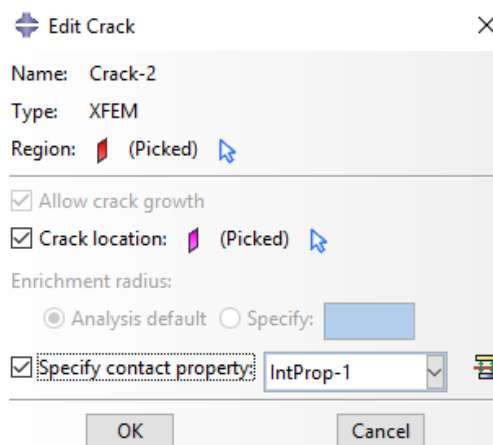


Figura 41. Localización de la grieta

En “Crack location” seleccionaremos el “Part” creado para la grieta, aparecerá en rosa en la pantalla. Y por último, es importante definir la propiedad de contacto entre los elementos, que será el criterio de fractura, definido más adelante.

4º) Finalmente, volvemos a pulsar en “Interactions” y seleccionamos “XFEM crack growth” para definir el crecimiento de grieta en el Step inicial.

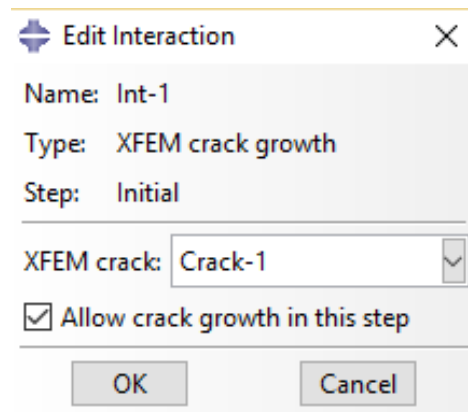


Figura 42. Interacción de crecimiento de grieta

- Creación de Steps

En primer lugar, será necesario crear dos nuevos “Step”. Primero, crearemos uno llamado “Loading” que será donde se almacenará la carga aplicada. Este step será de tipo estático y general. Tendrá un período de 0.1 s, recordemos que son 10 Hz de frecuencia. Y también tendrán las siguientes características:

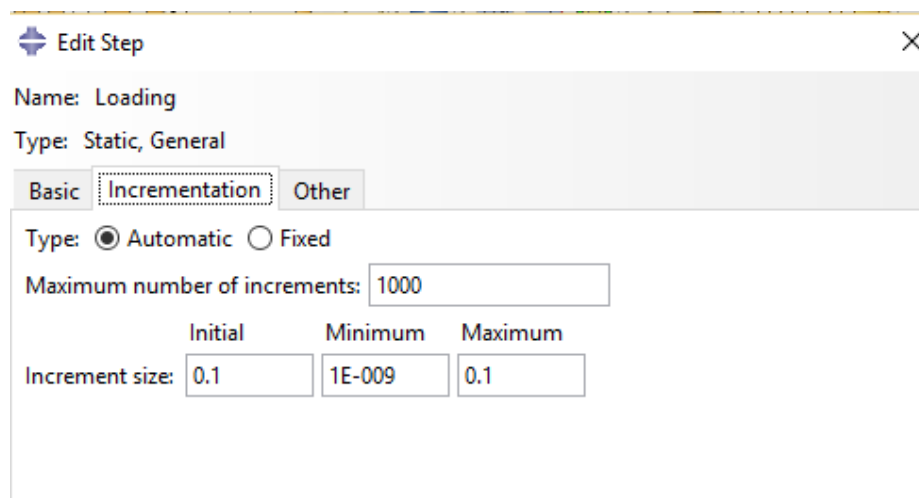


Figura 43. Crear Step para la carga

Estas propiedades sirven a la hora de la convergencia de la solución sea más fácil, cambiando así el número de iteraciones, el incremento del tiempo, etc.

Crearemos otro step para el proceso a fatiga. Para ello, creamos un nuevo step llamado “Fatiga”, pero esta vez de tipo “Direct cyclic”. Es importante que tenga las siguientes propiedades para su correcta resolución, donde incluiremos también el número de ciclos, en este caso unos 300.000 ciclos, a resolver:

Name: Fatiga
Type: Direct cyclic

Basic Incrementation Fatigue Other

Type: ☐ Automatic ☒ Fixed

Maximum number of increments: 1000

Increment size: 0.1

Maximum number of iterations: 5

	Initial	Maximum	Increment
Number of Fourier terms:	50	50	5

☐ Max. allowable temperature change per increment:

☐ Creep/swelling/viscoelastic strain error tolerance:

☐ Evaluate structure response at time points:

a)

Edit Step

Name: Fatiga
Type: Direct cyclic

Basic Incrementation Fatigue Other

☒ Include low-cycle fatigue analysis

Forward Damage Extrapolation

	Minimum	Maximum
Cycle increment size:	1	1000000

Maximum number of cycles: ☐ Default (500001) ☒ Value: 300000

Damage extrapolation tolerance: 1

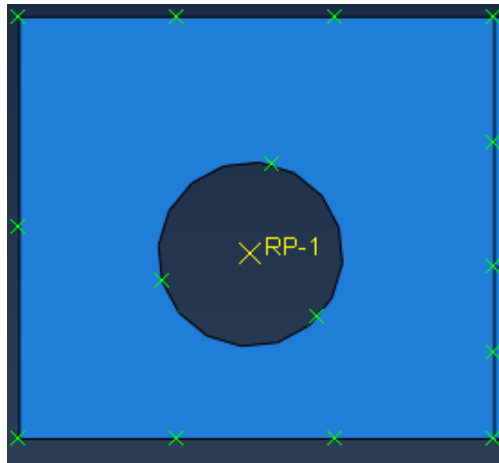
b)

Figura 44. a) b) Editar Step para fatiga

- Agrupación de nodos

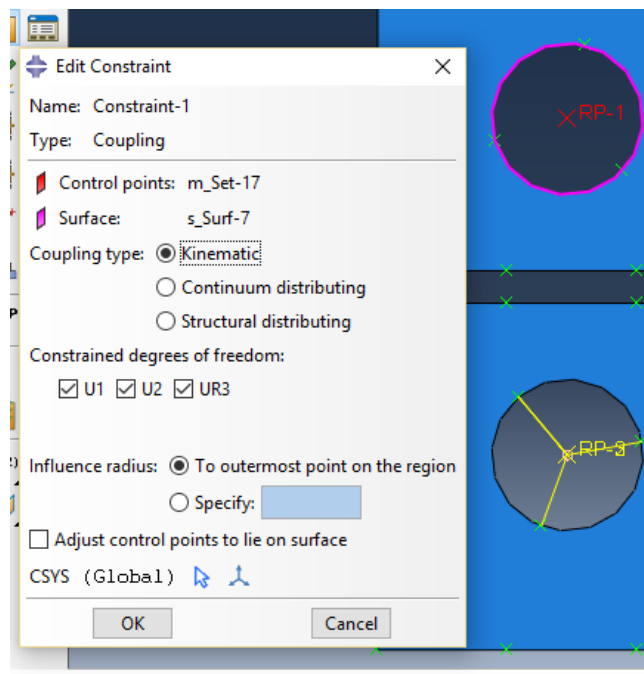
Antes de definir las cargas y condiciones de contorno, es útil agrupar los nodos, que están alrededor de los bulones, en uno solo.

Por tanto, dentro del módulo de restricciones, “Constraints”, existe una opción para crear un punto de referencia . De tal manera, que pinchamos en el nodo central, quedando de tal forma:



a)

Finalmente, creamos una restricción de tipo “Coupling” con las siguientes opciones:



b)

Figura 45. Agrupación de nodos

- Condiciones de contorno y de carga

A continuación, hacemos click en “BCs” para definir las condiciones de contorno. En este caso, crearemos una condición que impida los desplazamientos en todas las direcciones y solo permita el giro, simulando así el bulón inferior. Para ello, definimos esta condición en el Step inicial (al tratarse de una condición inicial) y dentro de la categoría “Mechanical”, elegimos la opción “Symmetry/Antisymmetry/Encastre” y pulsamos en el punto de referencia inferior.

Por último, seleccionamos “Pinned” como condición anteriormente descrita.

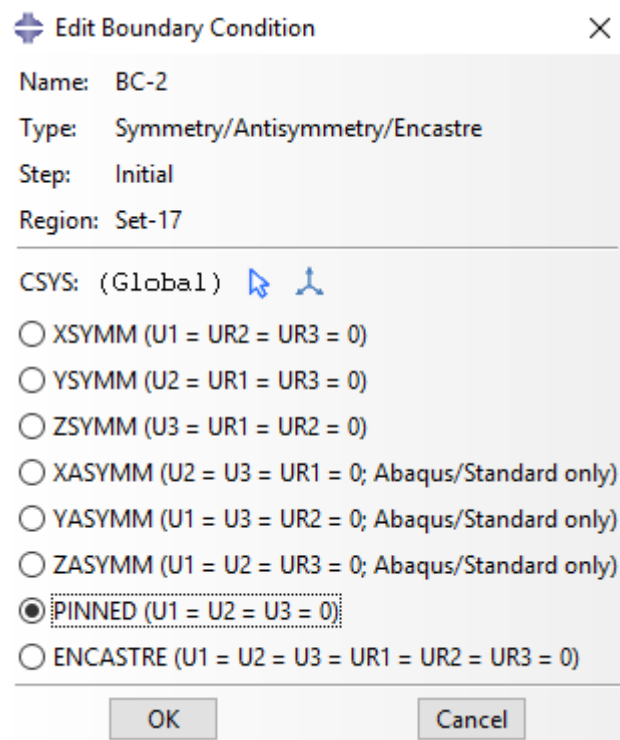


Figura 46. Editar condición de contorno

En cuanto a la carga, crearemos en “Loads” una carga cíclica, como se dijo anteriormente. Para ello, crearemos una fuerza concentrada en el StepLoading. Es importante resaltar que aquí le daremos el valor de la fuerza más pequeña de las que está comprendida la carga cíclica. En este caso, la carga estará comprendida entre 5 y 600 N. Por tanto, damos un valor de 5 N en la carga.

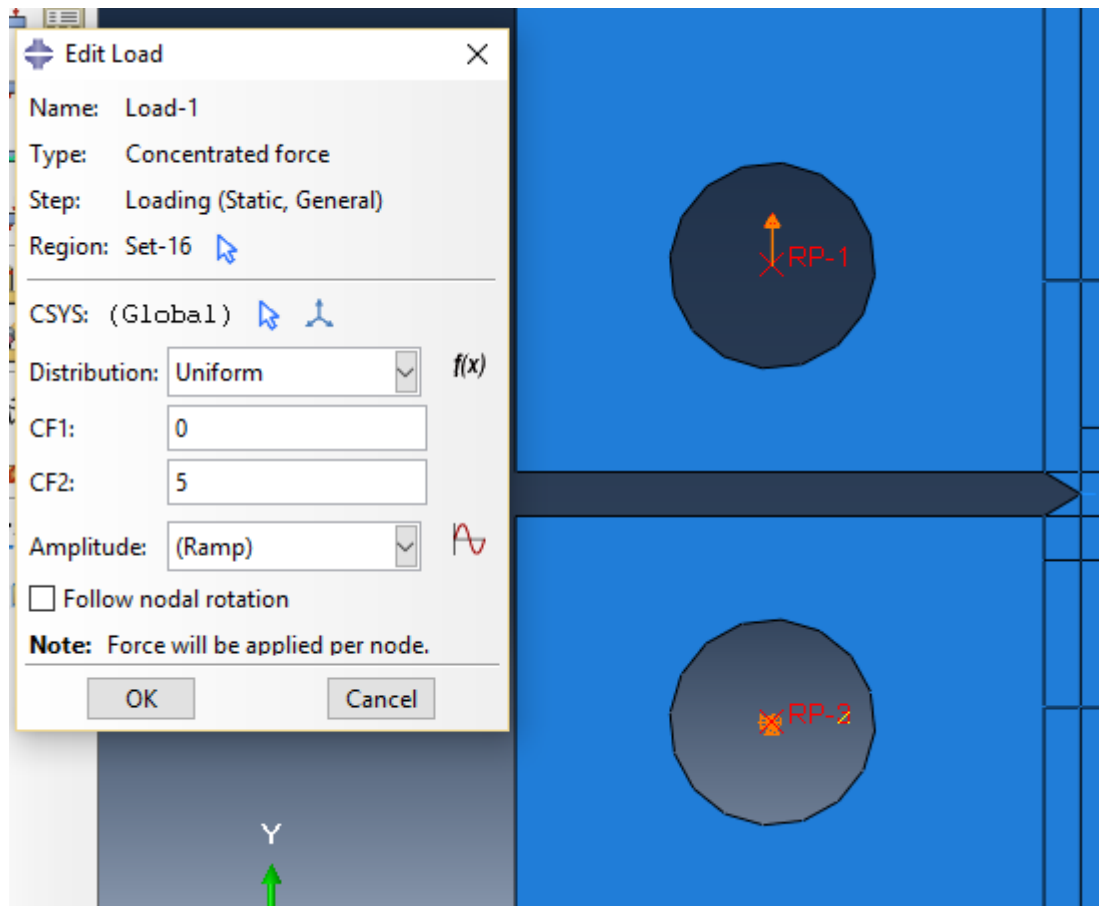


Figura 47. Editar carga para stepLoading

Para crear la carga cíclica, dentro del segundo Step, el de Fatiga, será necesario implementar una amplitud de tipo periódica. Esto se hará dentro de la opción “Amplitude”.

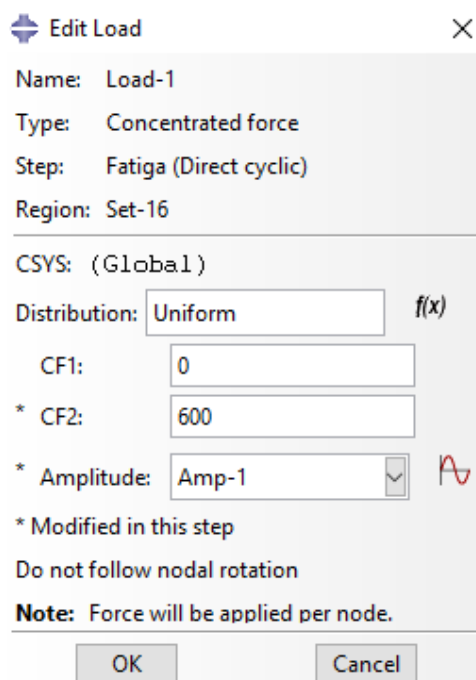


Figura 48. Editar carga para step fatiga

En la opción “Amplitud”, se selecciona “Periodic” al tratarse de una curva periódica y se introducen los datos del período, de la amplitud de onda, etc.

Esta será la amplitud real a introducir para la carga cíclica sea la correcta.

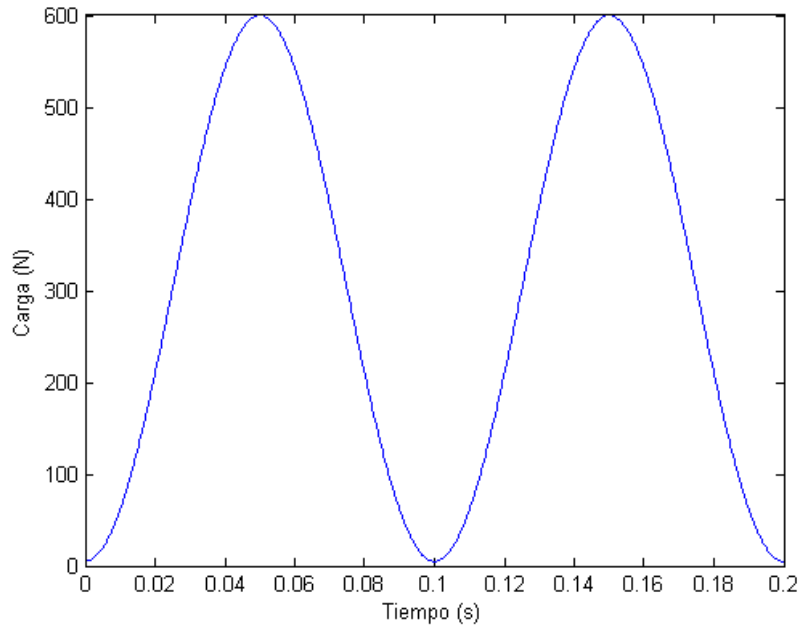


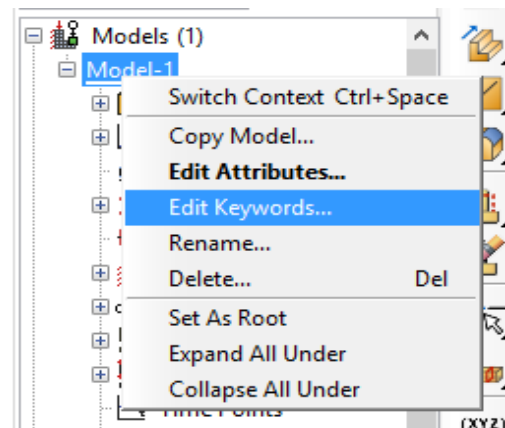
Figura 49. Amplitud de la carga cíclica

- Criterio de fractura

El último paso antes de pasar a los datos de salida será el de definir el criterio de fractura gracias al cual irá propagándose la grieta a lo largo de la probeta.

En este caso, el criterio de fractura será la Ley de Paris. Este criterio no viene implementado en Abaqus como interfaz gráfico, por tanto, habrá que introducirlo mediante código.

Para introducir el criterio, nos dirigimos al árbol de los módulos del modelo, pulsamos el botón derecho y seleccionamos “Edit Keywords”.



a)

```

** INTERACTION PROPERTIES
**
*Surface Interaction, name=IntProp-1
1,
    *Surface Behavior
    *Fracture Criterion, type=fatigue, mixed mode behavior=POWER LAW
    <c1> <c2> <c3> <c4> <r1> <r2> <GI> <GII>
    <GIII> <n>

```

b)

Figura 50. a) b) Definición del criterio de fractura

Nota: El valor de las constantes experimentales vienen resumidos en la tabla 1, pero hay que tener en cuenta la ecuación (2.32) para implementarlo de forma adecuada.

- Outputs

Aquí se definirá los datos de salida que queremos obtener. Para ello expandimos la opción “Field Output Requests”. Creamos uno nuevo y expandimos las opciones de “Failure/Fracture” y marcamos la función PHILSM, level set value phi. Además, marcaremos también STATUSXFEM en el campo “State/Field/User/Time”.

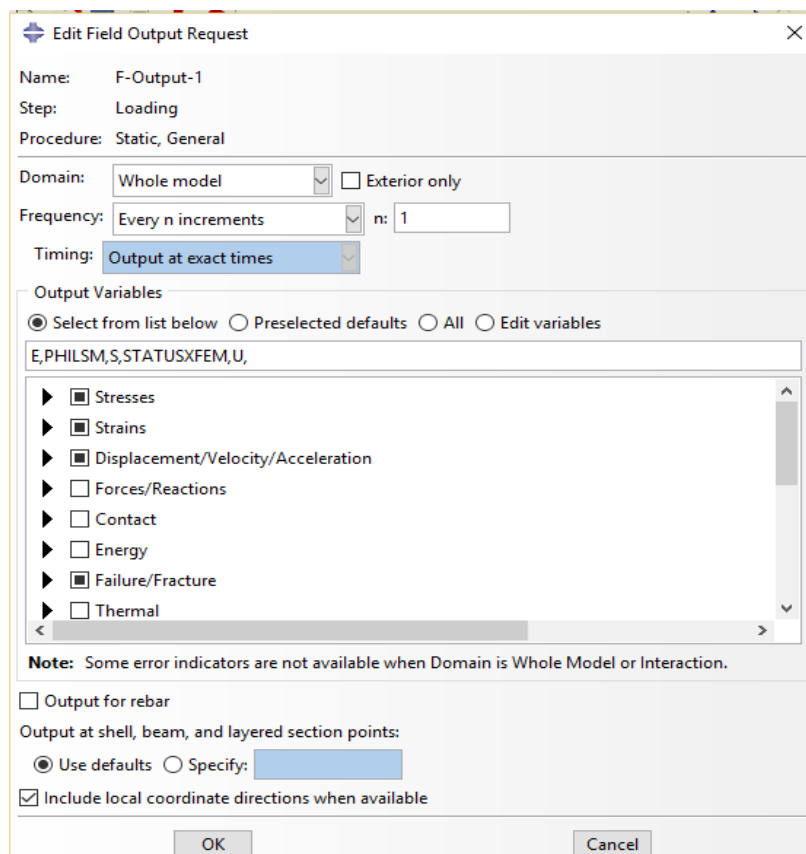


Figura 51. Datos de salida

- Definición del Job

Por último, pasaremos al cálculo de la simulación al completo. Hacemos click en “Job”, creamos uno nuevo y seleccionamos “Submit”. En “Monitors” podemos ir comprobando cómo va iterando y si se produce algún error.

Cuando la simulación haya acabado aparecerá “Completed” en la barra de estado. A continuación, podemos ver el resultado y el post-proceso, que lo trataremos en el siguiente capítulo.

4.6. Parámetros de estudio

Una vez definidos los parámetros de entrada a la hora de la simulación numérica, pasamos a definir los parámetros de estudio que se pretenden buscar con este análisis.

En el presente proyecto se busca estudiar el crecimiento de grieta en base a los ciclos de carga a los que se encontrarán sometidas las probetas. Comparando así el orden de crecimiento para diferentes R y diferentes materiales. Seguidamente, se representará la curva de Paris, para comprobar la iniciación y el crecimiento estable de la grieta y la relación que existe con R . Además, también estos parámetros se compararán con los datos experimentales de los que se dispone y para comprobar así la precisión y fiabilidad del método numérico empleado.

Otros parámetros de estudio son los campos de tensiones y desplazamientos que se forman en los distintos ensayos. Además, de la forma de la distribución de tensiones que se produce en el frente de grieta.

5. RESULTADOS

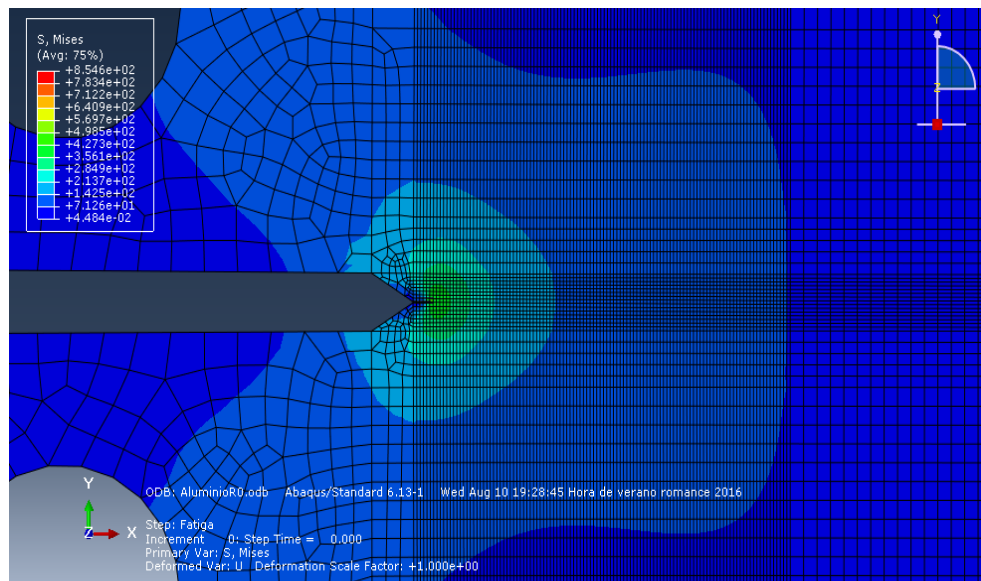
En el presente capítulo se presentan los resultados obtenidos para los materiales empleados, aluminio y titanio. Además, se presenta una comparación con resultados experimentales y un análisis de los campos de tensiones y desplazamientos obtenidos en las probetas de ensayo.

5.1. Resultados para el aluminio 2024-T3

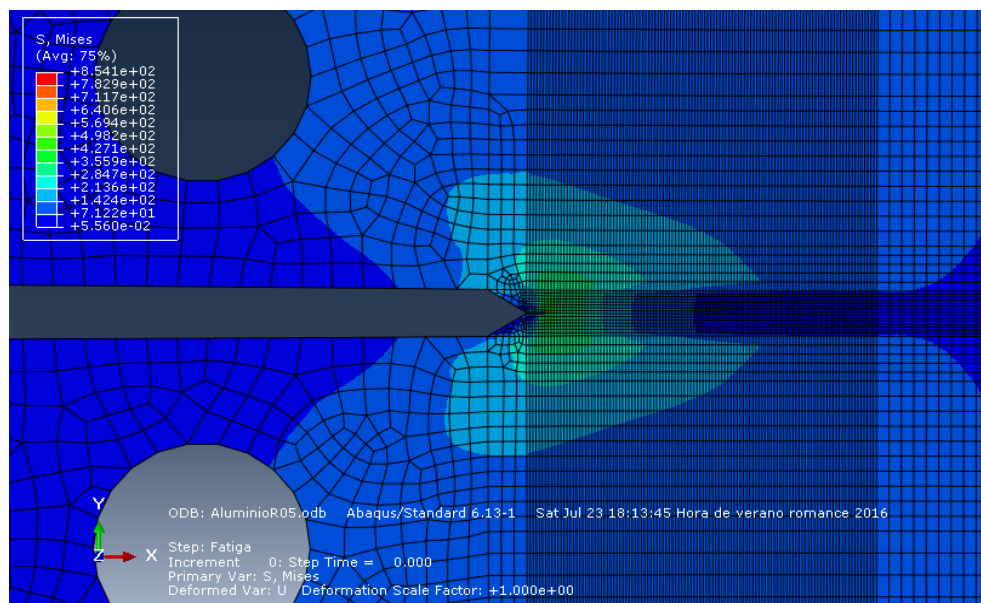
5.1.1. Resultados numéricos

En primer lugar, se expondrán los resultados obtenidos sobre los campos de tensiones y desplazamientos de los dos ensayos que se han realizado, tanto para $R=0$ (5-600 N) como para $R=0.5$ (600-1200 N).

A continuación, se representa la distribución de tensiones de Von Mises para una longitud de grieta de 1 mm y a máxima carga para los dos casos: $R=0$ y $R=0.5$, respectivamente.



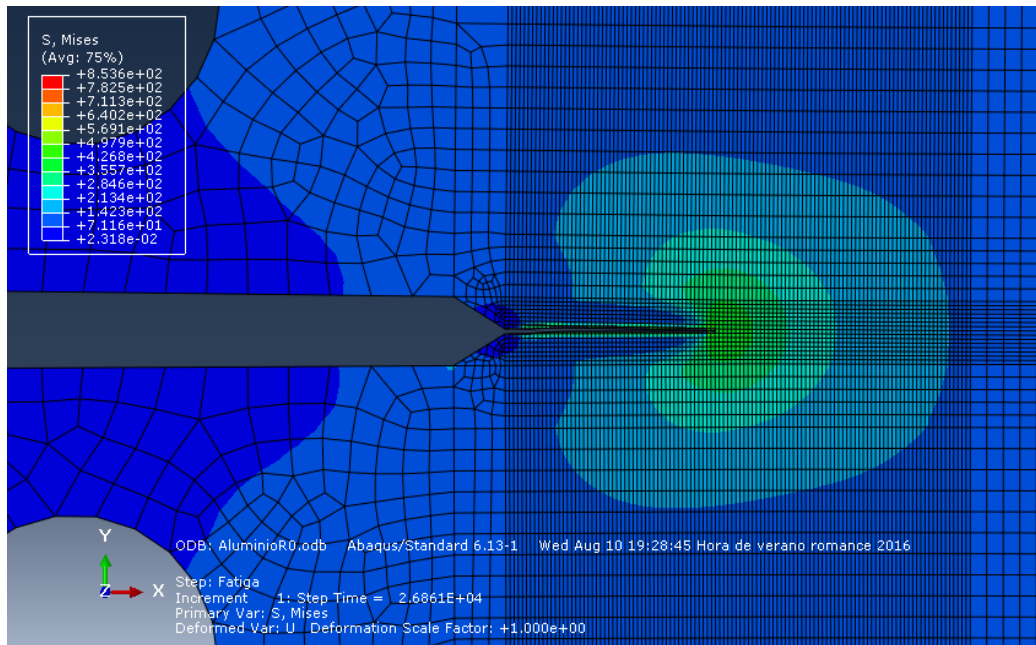
a)



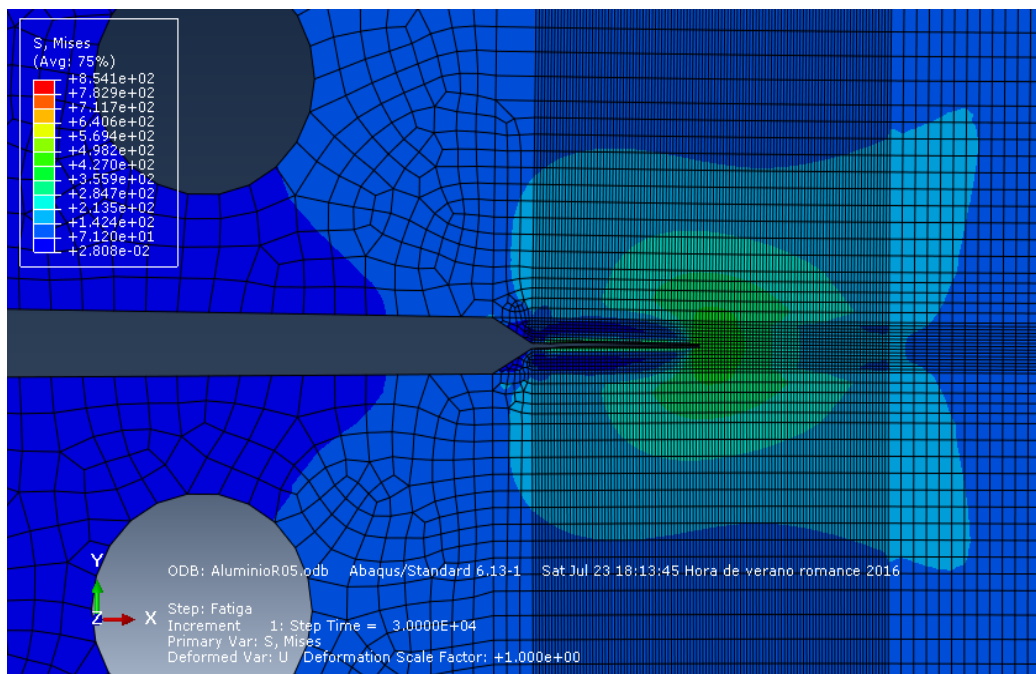
b)

Figura 52. Distribución de tensiones para $R=0$ (a) y $R=0.5$ (b) para $a=1$ mm

En la figura 53 se representa la distribución de tensiones de Von Mises para una longitud de grieta de 10.2 mm y a plena carga para $R=0$ (Fig.53a) y para $R=0.5$ (Fig.53b)



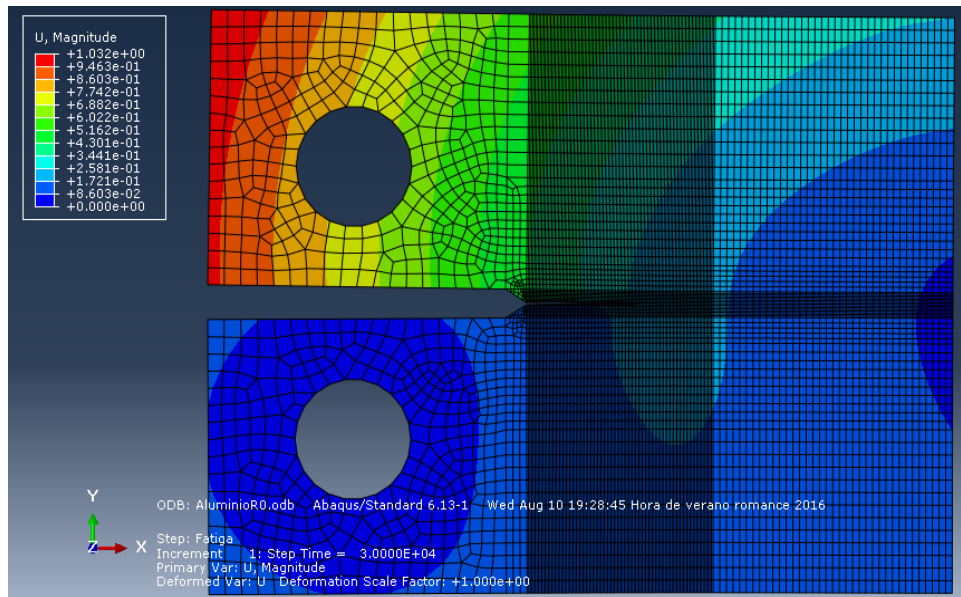
a)



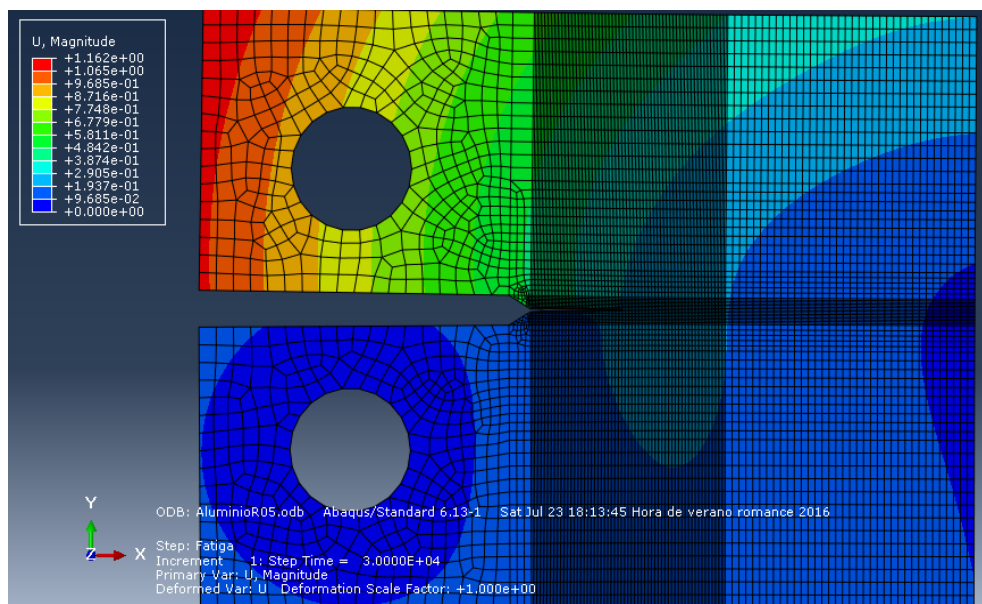
b)

Figura 53. Distribución de tensiones para $R=0$ (a) y $R=0.5$ (b) para $a=10.2$ mm

Seguidamente, se representan los campos de desplazamientos a máxima carga para una longitud de grieta de 10 mm, para $R=0$ y $R=0.5$, respectivamente.



a)



b)

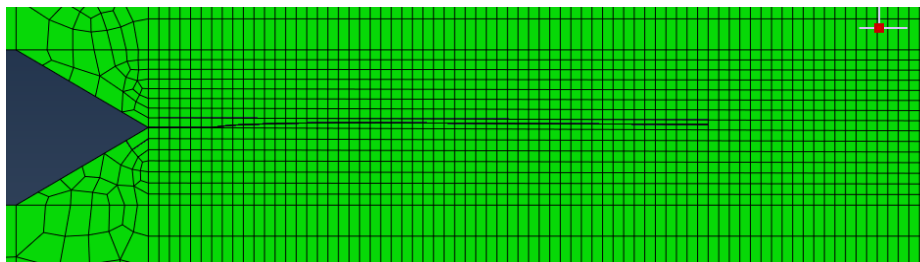
Figura 54. Campos de desplazamientos para $R=0$ (a) y $R=0.5$ (b) para una longitud de grieta de 10 mm

Podemos apuntar dos observaciones extraídas de las imágenes anteriores: primero, se puede ver la diferencia que existe entre ambos ensayos en cuanto al ámbito de tensiones se refiere. Se observa que se obtiene un campo de

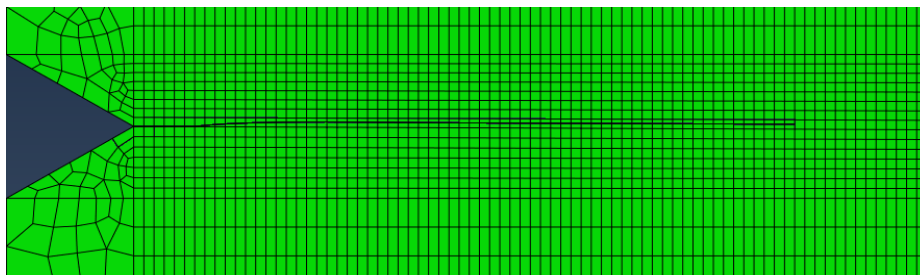
tensiones más amplio para $R=0.5$ que para $R=0$, lo cual es lógico debido a que la carga aplicada es mayor en el caso de $R = 0.5$.

También podemos observar la evolución que sufren los desplazamientos. Anotando que en la parte superior de la probeta (en rojo) sufre mayores desplazamientos, lo que era de esperar debido a que el bulón superior es dónde se aplica la carga, quedando fijado el bulón inferior (zona de color azul). Como vemos, para el caso de $R=0.5$ se observan desplazamientos relativamente mayores que para $R=0$ al estar sometidos a mayor carga.

Por otro lado, la grieta va propagándose y atravesando los elementos que forman las superficies de la misma en el instante en que los nodos se encuentran sometidos a tracción. En ese momento, los nodos se van “soltando” y disminuyen su amplitud cuando están sometidos a compresión, pero sin volver a su estado original, formándose así la grieta. En este caso, para $R=0.5$ se ha obtenido un longitud de grieta mayor que para $R=0$, después de los mismos ciclos realizados (300.000 ciclos). [Figura 55]



a)



b)

Figura 55. Longitudes de grieta para $R=0$ (a) y $R=0.5$ (b), respectivamente

Por último, resulta de interés representar los datos numéricos obtenidos en función de la longitud de grieta frente al número de ciclos (Figura 56) y la ley de Paris (Figura 57) para los ensayos realizados.

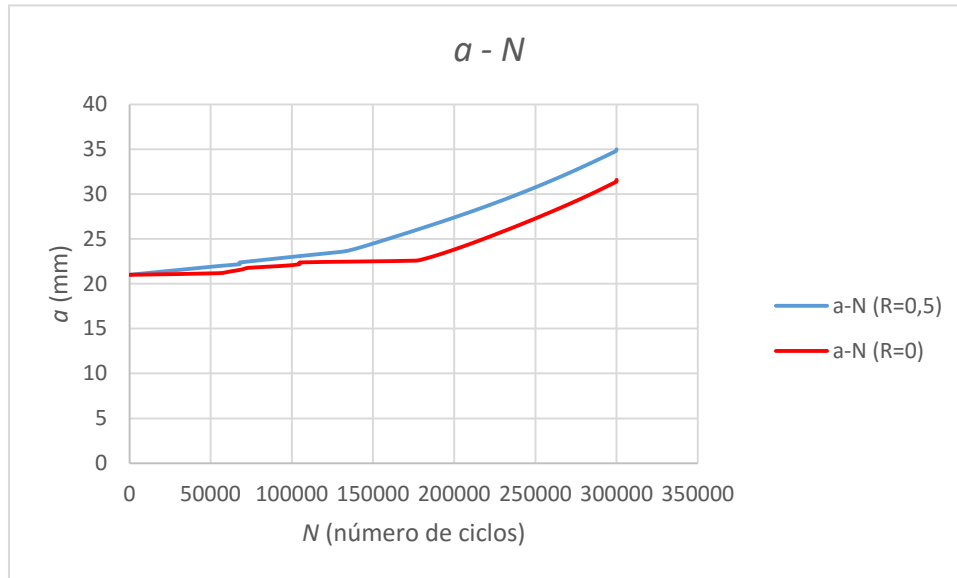


Figura 56. Resultados numéricos: Longitud de grieta frente al número de ciclos

En la figura 56 podemos observar la diferencia que existe entre los distintos R . Como a R mayor se produce un mayor crecimiento de grieta para un mismo número de ciclos, lo cual era lógico debido a que la probeta sufre más daño en el caso de $R=0.5$ que para $R=0$.

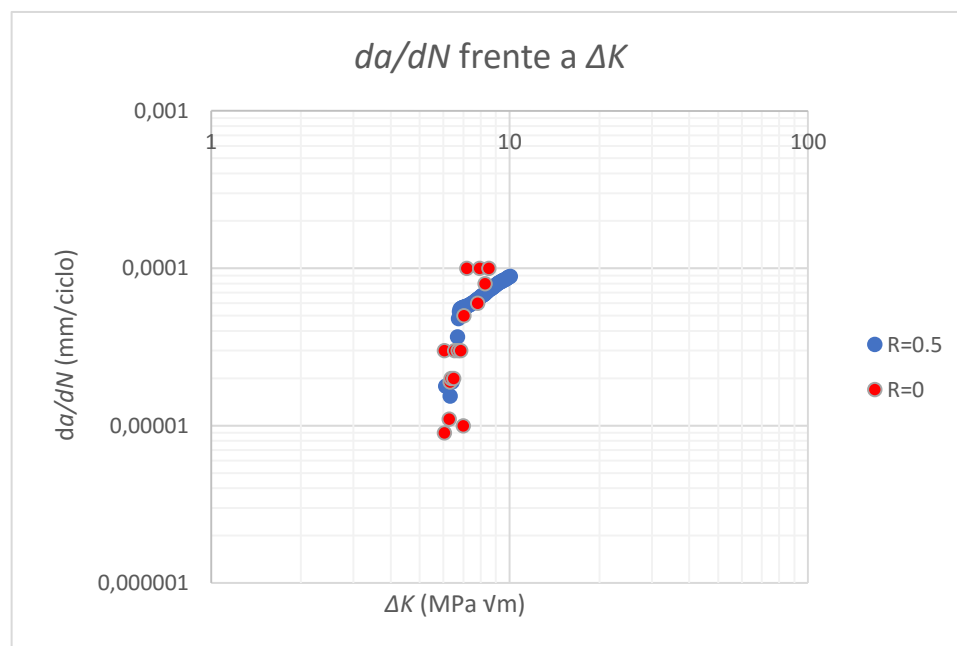


Figura 57. Resultados numéricos: da/dN frente a ΔK

Comparando las gráficas para $R=0$ y para $R=0.5$, podemos resaltar que para un R mayor el orden de crecimiento de la grieta es ligeramente superior que para un R más pequeño. Al igual pasa con la longitud de grieta, para $R=0.5$ la grieta crece unos milímetros más para los mismos ciclos, lo cual es lógico debido a que las cargas y, por tanto, las tensiones son mayores en el segundo

caso. También podemos observar para el mismo rango de ΔP (600 N), y por tanto, mismo rango de ΔK , para un R mayor el crecimiento de grieta es ligeramente superior y lo cual indica que la grieta irá creciendo algo más en el segundo caso con la misma proporción de ciclos.

5.1.2. Comparación de resultados numéricos y experimentales

En segundo lugar, se realizará una comparación de los resultados numéricos obtenidos con resultados experimentales que servirá de comprobación de la fiabilidad y precisión de la simulación mediante XFEM.

- **R=0**

A continuación, se representará la longitud de grieta (a) frente al número de ciclos (N).

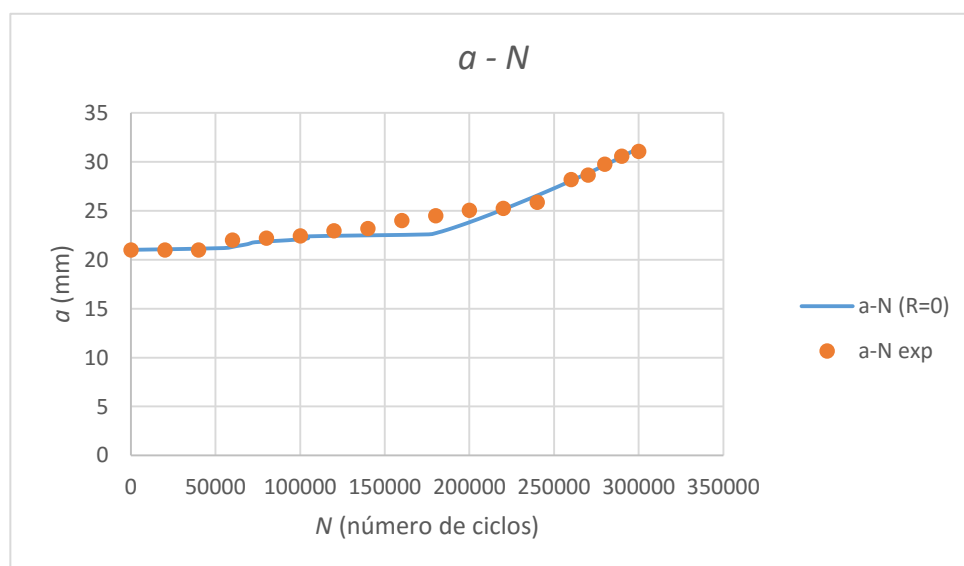


Figura 58. Longitud de grieta frente al número de ciclos para $R=0$

Podemos observar que los resultados numéricos obtenidos se asemejan a los resultados experimentales. La longitud de grieta alcanza 31 mm a los 300.000 ciclos y vemos como tiene el mismo orden de crecimiento, existiendo una pequeña diferencia a los 150.000 ciclos donde los resultados analíticos son relativamente más bajos a los esperados, debido a la convergencia y al propio método numérico.

Seguidamente, se representará la curva de Paris, da/dN frente al rango del factor de intensidad de tensiones (ΔK). Según la norma ASTM 647-00, para determinar ΔK para una probeta CT se utiliza la siguiente expresión:

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B\sqrt{W}} \frac{(2+\alpha)}{(1-\alpha)^{\frac{3}{2}}} (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4) \quad (5.1)$$

Donde $\alpha = a/W$, expresión válida para $a/W \geq 0.2$.

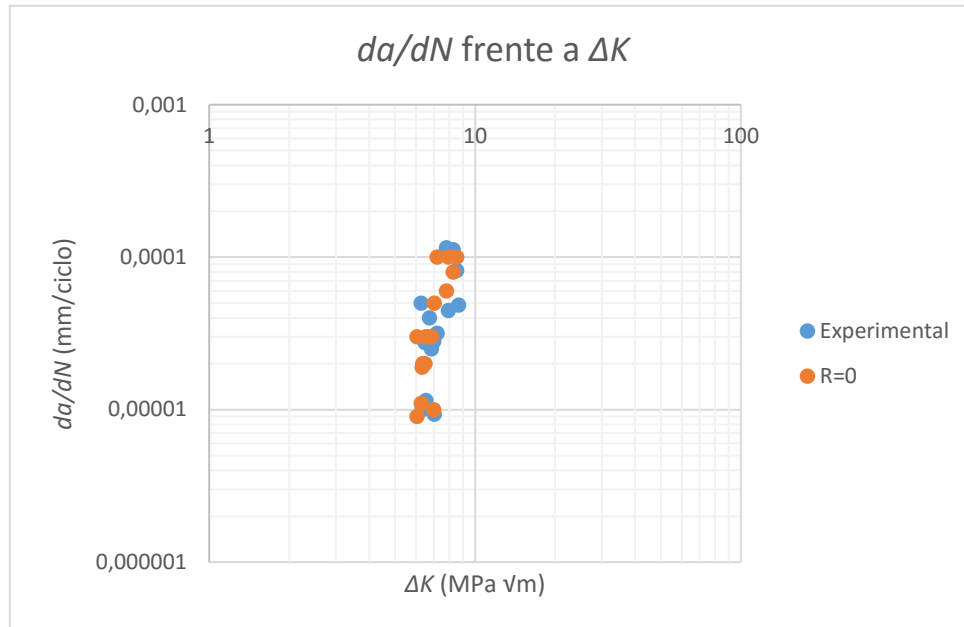


Figura 59. da/dN frente a ΔK para $R=0$

En la figura 59 podemos ver como los resultados numéricos son similares a los obtenidos experimentalmente, sobre todo, los datos de la región II, correspondientes al crecimiento lineal estable de la grieta. Los datos de las otras dos regiones, los correspondientes al inicio del crecimiento de grieta y al crecimiento inestable de esta, son más complicados de detectar.

- **R=0.5**

A continuación, se realizarán las mismas representaciones para la probeta ensayada a $R=0.5$.

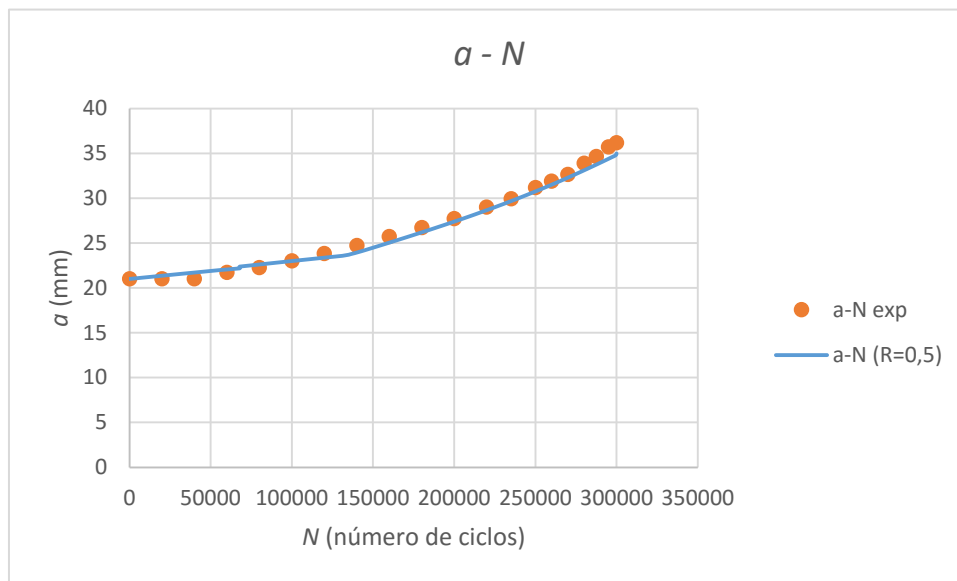


Figura 60. Longitud de grieta frente al número de ciclos para $R=0.5$

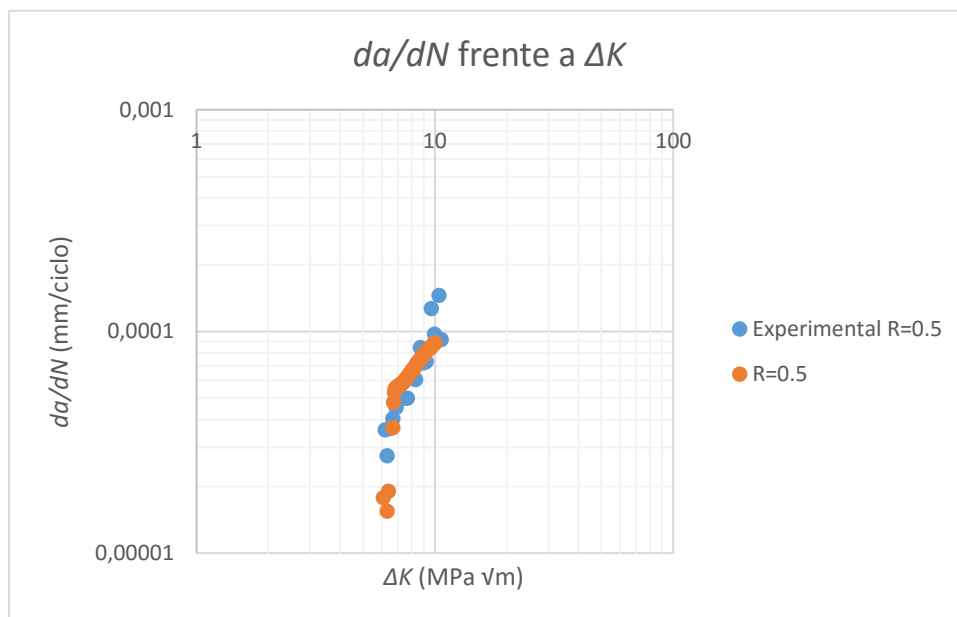


Figura 61. da/dN frente a ΔK para $R=0.5$

En cuanto a los resultados obtenidos para $R=0.5$, podemos observar también la semejanza que hay con los resultados experimentales. Conviene recordar que XFEM es un método numérico de aproximación y que puede haber pequeñas diferencias respecto a la realidad y que podemos observar en la figura 60, donde a partir de los 250.000 ciclos se desvían ligeramente los resultados.

Estas pequeñas diferencias de resultados también las podemos encontrar en la figura 61, donde se puede distinguir perfectamente el crecimiento estable de la grieta.

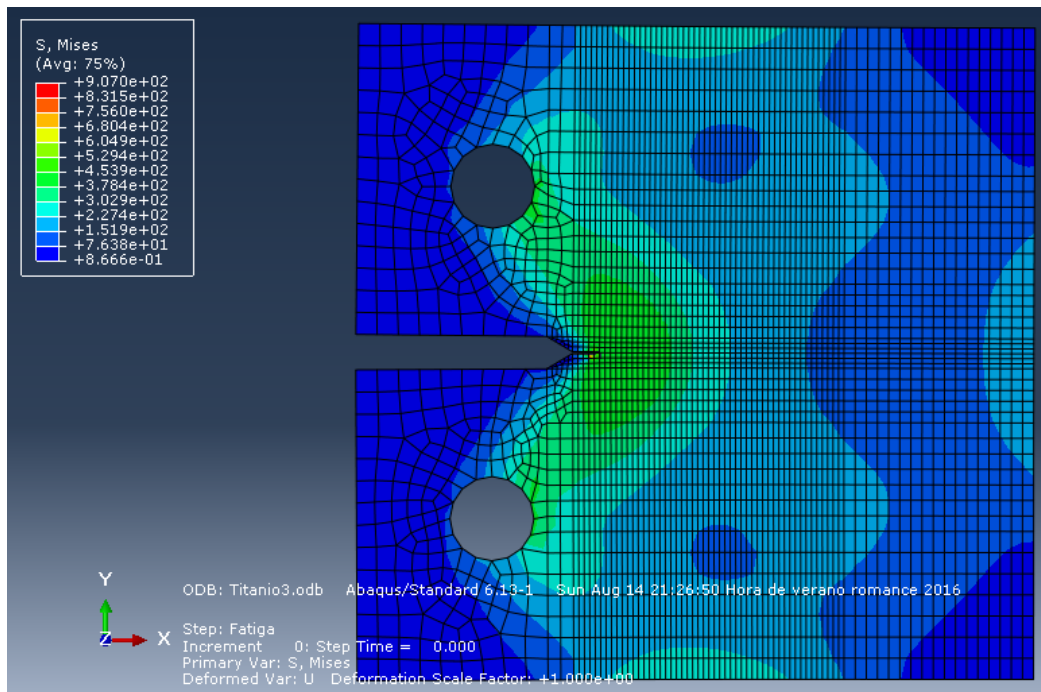
A pesar de las ligeras desviaciones que existen entre los resultados, podemos concluir que XFEM es un buen método de aproximación para el comportamiento de este material.

5.2. Resultados Titanio

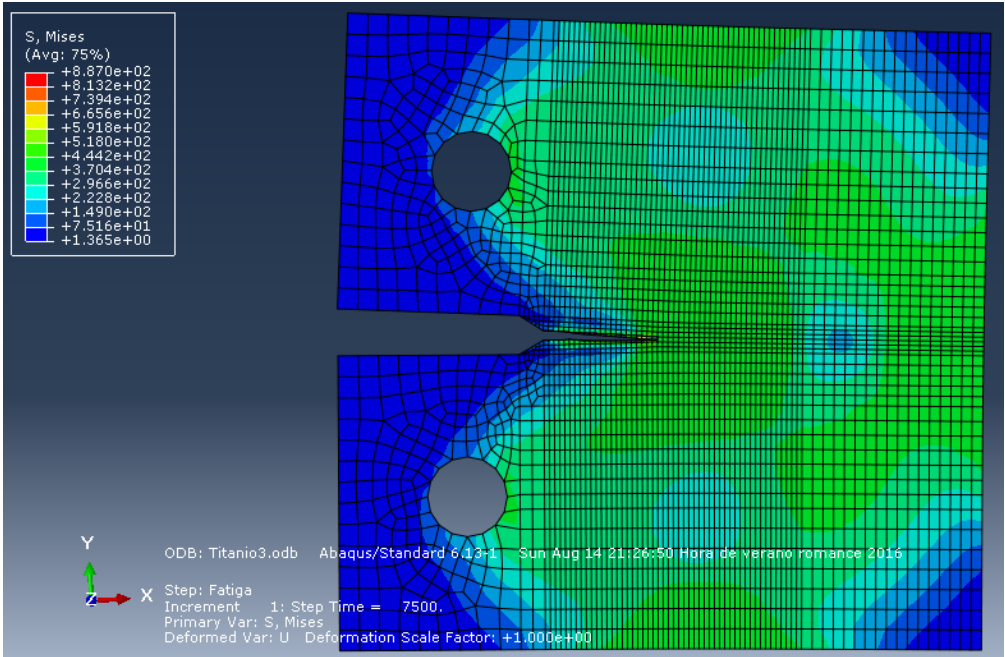
En segundo lugar, se presentarán los resultados obtenidos para un material diferente al anterior, en este caso se trata de la probeta de titanio. Se pretende comprobar cómo se comporta el método numérico en este caso y las diferencias que existe con el anterior.

5.2.1. Resultados numéricos

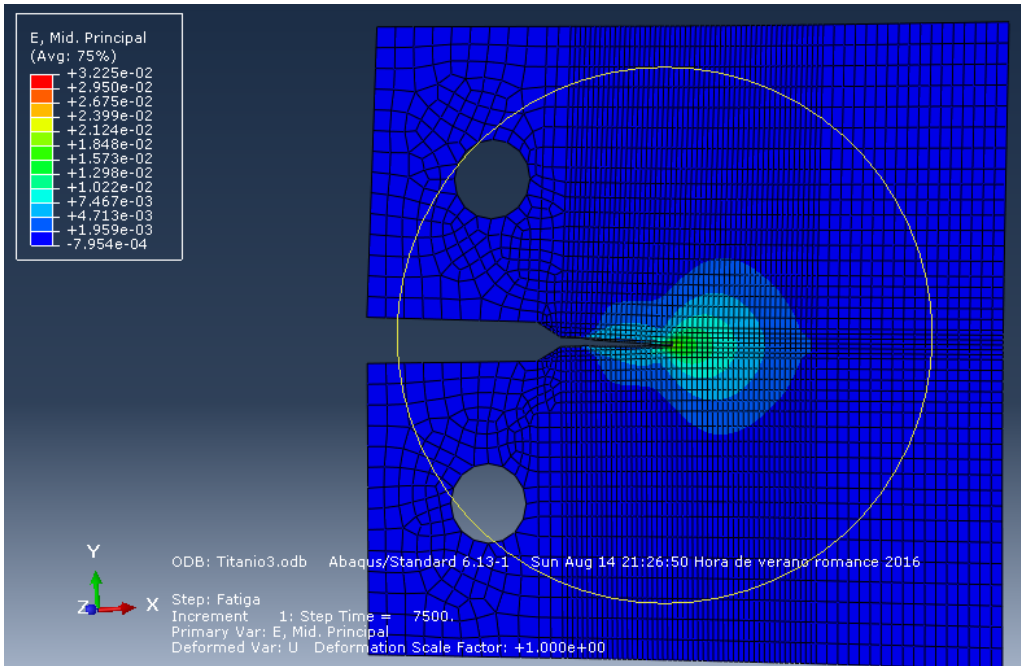
A continuación, se representan los campos de tensiones, deformaciones y desplazamientos para $R=0.6$ (450-750 N) para una longitud de grieta de 1 mm y 6 mm, a máxima carga.



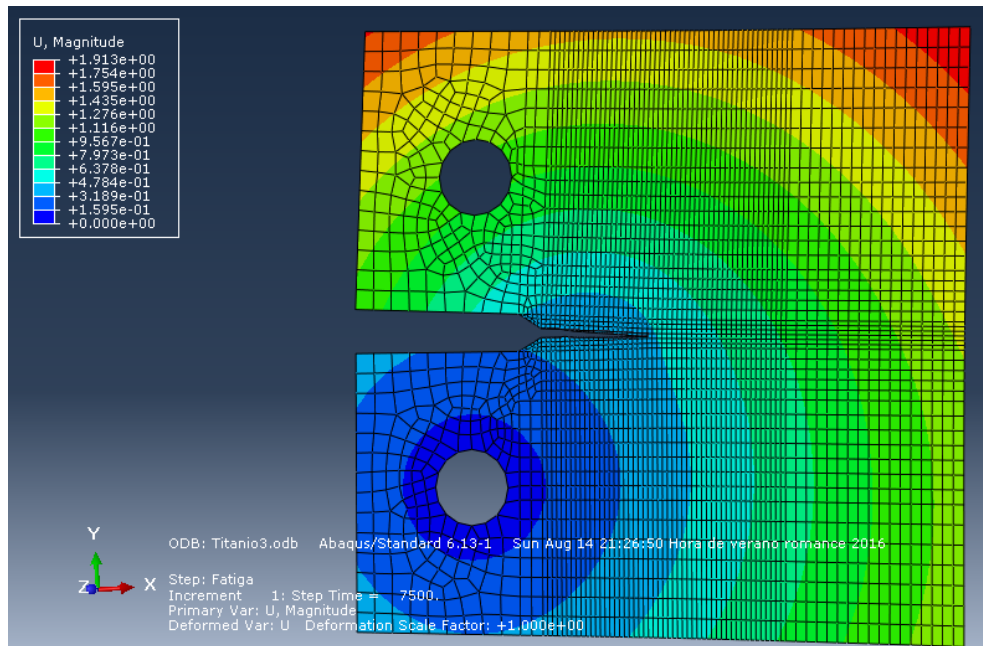
a)



b)



c)



d)

Figura 62. Campos de tensiones (a, b), deformaciones (c) y desplazamientos (d) para $R=0.6$

Podemos ver como las tensiones y las deformaciones son mayores en este caso, puede deberse a diversos aspectos como son: la amplitud, ya que el rango de carga en este caso es diferente; y también las dimensiones de la probeta, que es más pequeña que en el caso anterior. Además, también podemos ver como las tensiones son máximas en el frente de grieta, a medida que va creciendo la fisura, en la entalla que es donde se encuentra la concentración de tensiones.

Cabe destacar, en cuanto al campo de desplazamientos, se observa como son mayores los desplazamientos en la parte superior de la probeta, lo cual era de esperar. Pero en este caso, la máxima no solo se distribuye en la parte del bulón superior, sino también se distribuye en la parte derecha. Esto es debido, a que durante la simulación la probeta se gira ligeramente de la condición de contorno previamente definida. Causa esta que influirá en el resultado final, como veremos más adelante.

5.2.2. Comparación de resultados numéricos y experimentales

Seguidamente, se representará la longitud de grieta frente al número de ciclos y la curva de Paris, da/dN frente al incremento del factor de intensidad de tensiones, ΔK .

- **R=0.6**

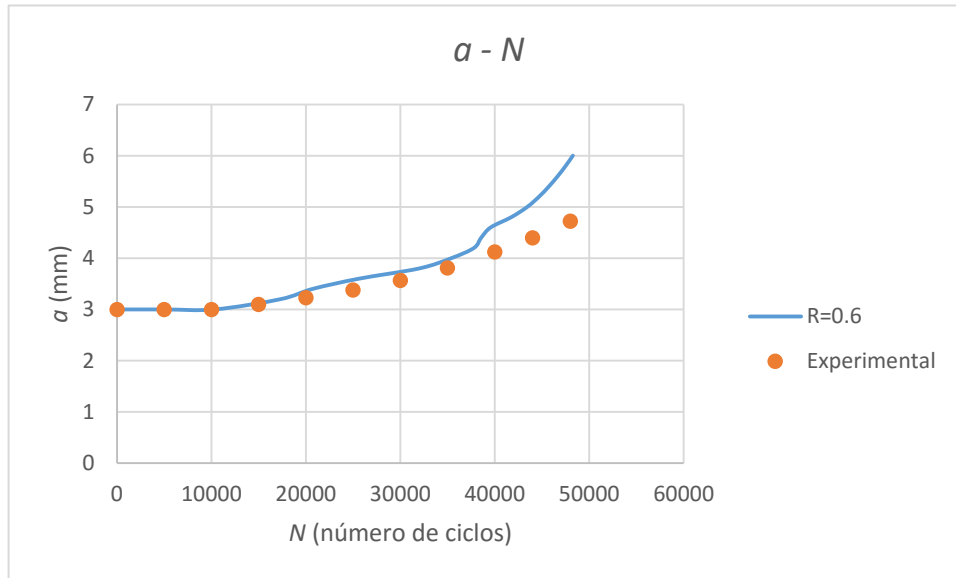


Figura 63. Longitud de grieta frente al número de ciclos para $R=0.6$

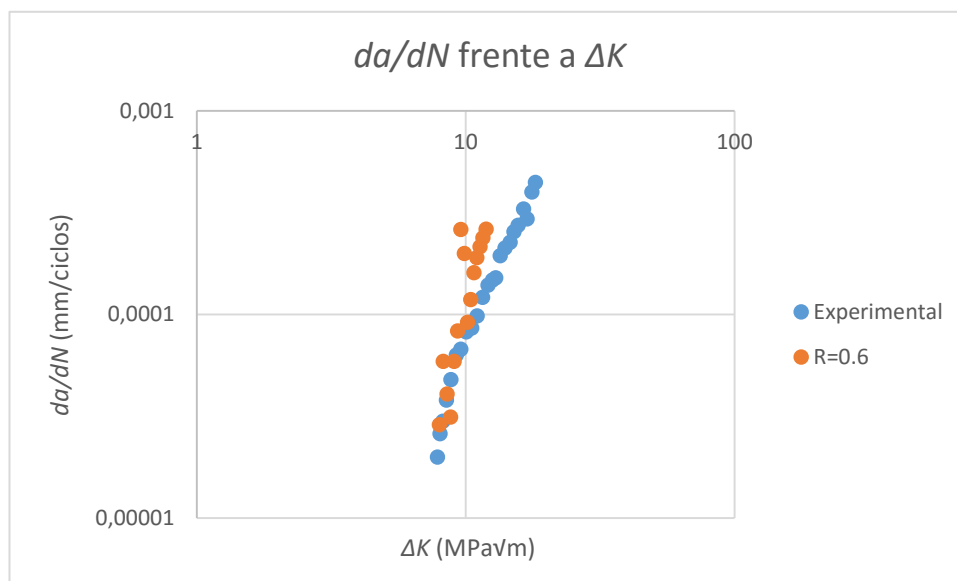


Figura 64. da/dN frente a ΔK para $R=0.6$

En estas gráficas podemos ver como los resultados numéricos obtenidos difieren algo más de los resultados experimentales con respecto al ensayo anterior. Los resultados son prácticamente similares hasta los 40.000 ciclos con el mismo orden de crecimiento de la grieta y la misma longitud de fisura. Este pequeño error se cree que es debido a ciertos puntos a destacar: primero, como hemos dicho anteriormente, la probeta se gira ligeramente durante la simulación numérica. También esto es debido a que este material empleado (Titanio) no está caracterizado como el aluminio. No estamos provistos de suficientes datos para caracterizar el comportamiento del material y, sobre

todo, de la deformación plástica sufrida por este. Por tanto, se ha simplificado esta etapa del análisis con los datos de los que disponemos. Por último, cabe destacar que estos errores también se deben a problemas de convergencia del método numérico con los datos de entrada predefinidos.

En cuanto a las diferencias que existen entre los materiales empleados que se encuentran son: el titanio tiene mayor orden de crecimiento de grieta para un R más grande. Además, el titanio tiene un orden mayor en el criterio de iniciación de grieta pero una amplitud de carga menor, es decir, en la probeta de aluminio se iniciará antes la grieta que en la de titanio.

Finalmente, podemos ver como XFEM es una buena herramienta de aproximación para análisis de este tipo de problemas de propagación de grieta a fatiga.

6. CONCLUSIONES

Tras la realización del presente proyecto se han llegado a las siguientes conclusiones:

- Se ha comprobado la precisión y fiabilidad del método numérico mediante elementos finitos. XFEM es una buena herramienta de aproximación y análisis para problemas de propagación de grieta. Sin olvidar las limitaciones que tiene este en la mecánica de la fractura y sin pretensión de ser sustituto de la experimentación, sino complementario.
- La buena precisión y exactitud de XFEM pasa por la correcta implementación de los datos de entrada en similitud con la realidad. Teniendo su importancia, sobre todo, en la máxima caracterización del comportamiento del material, así como la correcta elección de los criterios de iniciación y propagación de grieta.
- Se ha visto la relación que tiene R con el crecimiento a fatiga. Resultando un orden de crecimiento de grieta mayor para un R más alto. Además, se comprueba que los resultados numéricos se asemejan a los experimentales que definen a la curva de Paris y, especialmente, la región II que corresponde al crecimiento lineal y estable de la grieta.
- Otro apunte se corresponde con los campos de tensiones, deformaciones y desplazamientos obtenidos tras los distintos ensayos. Se observa en cómo las tensiones son superiores para R más alto, siendo máximas en el frente de grieta. Además, de la formación característica de la distribución de tensiones de Von Mises que se va produciendo a medida que va se va propagando la grieta.

- Se han ensayado dos tipos de materiales y a diferentes R para comprobar el comportamiento que tiene cada uno de ellos, y la implementación de XFEM en cada uno de los casos. En el caso del titanio, el campo de tensiones son ligeramente superiores al tratarse de un R mayor y de una probeta con dimensiones más pequeñas. En el caso del aluminio, se inicia antes el crecimiento de grieta al tener un orden de criterio de iniciación algo menor que el titanio.

- Se recomienda utilizar un mallado estructurado y con elementos de tamaño del orden del radio de Dugdale, para obtener resultados más precisos, pero incrementando el coste computacional.

- El método XFEM es independiente de la geometría del modelo. No requiere de un mallado especial e incorpora el modelado de las singularidades. Además, es un método versátil para gran cantidad de problemas debido a la amplia biblioteca de módulos que incorpora *Abaqus*.

7. TRABAJOS FUTUROS

El presente trabajo está sujeto a posibles modificaciones. A continuación, se presentan diversos trabajos futuros que pueden servir de complemento al presente, o de investigación en un campo tan amplio como es el que aborda la mecánica de la fractura.

- Perfeccionar el método viendo donde se pueden ajustar más los resultados, ya sea en una mejor caracterización del material, el mallado o los criterios de daño.

- Se plantea también como trabajo futuro el cálculo del fenómeno del cierre de grieta. Resulta de interés el comportamiento de las tensiones a distinto R pero igual carga.

- Aplicar XFEM en otro tipo de problemas, ya sea utilizando la integral de contorno u otra alternativa de propagación de grieta.

- Utilizar el método de la integral J para calcular los valores de SIF (factor de intensidad de tensiones) para grietas estacionarias.

- Desarrollo del método numérico para determinar el desplazamiento de la apertura del frente de grieta (CTOD) y comprobar la diferencia que existe para ensayos con cargas mayores.

- Aplicar XFEM para grietas tridimensionales y ver su comportamiento, y hacer una comparación con los resultados bidimensionales.

- Optimizar los tiempos de resolución y realizar ensayos con diferente método numérico y diferente nivel de refinamiento de malla.

BIBLIOGRAFIA

- [1] J.L. ARANA. J.J. GONZÁLEZ, *Mecánica de Fractura*. Publicaciones de la Universidad del País Vasco.(2002)
- [2] DASSAULT SYSTÈMES. *Abaqus/CAE User's Manual & Abaqus Analysis User's Manual*. Simulia.
- [3] A. GONZÁLEZ, J. ZAPATERO, B. MORENO, J.PASCUAL. *Modelado del cierre de grieta en fatiga mediante elementos finitos*. Universidad de Málaga. Vol. 18 (2001).
- [4] A. CORDERO, J. GARCÍA-MANRIQUE, B.MORENO, J.ZAPATERO. *Estudio numérico del efecto en el cierre en fatiga de la longitud de grieta*. Universidad de Málaga. Vol. 20 (2003).
- [5] J.GARCÍA-MANRIQUE, A.CORDERO, J.PASCUAL, A.GONZÁLEZ-HERRERA. *Influencia de los modelos de plastificación en la simulación por elementos finitos del cierre en fatiga*. Univ. De Málaga. Vol. 20 (2003).
- [6] T.L. ANDERSON. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. CRC Press. (1995).
- [7] K. SOLANKI, S.R. DANIEWICZ, J.C. NEWMAN. *Finite element analysis of plasticity-induced fatigue crack closure*. Engineering Fracture Mechanics 71 (2004).
- [8] F.V. ANTUNES, D.M. RODRIGUES. *Numerical simulation of plasticity induced crack closure*. E.F.M 75 (2008).
- [9] R.C. McCLUNG, H. SEHITOGLU. *On the finite element analysis of fatigue crack closure*. E. F.M. Vol. 33 (1989).
- [10] MATTHEW PAIS. *Abaqus XFEM tutorials*. (<http://www.matthewpais.com/abaqus>).
- [11] ZHEN-ZHONG DU. *Advanced XFEM Analysis*. (<http://www.simulia.com/download/rum11/UK/Advanced-XFEM-Analysis.pdf>).
- [12] TYLER LONDON, DAMASO DE BONO, XING SUN. *Evaluation of the Low Cycle Fatigue Analysis Procedure in Abaqus for Crack Propagation*. (<http://www.3ds.com/fileadmin/PRODUCTS/SIMULIA/PDF/rums/uk/2015/london-uk-rum-2015.pdf>).
- [13] STINE VETHE. *Numerical simulation of fatigue crack growth*. Norwegian University of Science and Technology..