



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior de Jaén

Trabajo Fin de Grado

ANÁLISIS EXPERIMENTAL Y NUMÉRICO DE VIBRACIONES

Alumno: Manuel Jesús Martínez Gracia

Tutores: Prof. D. Luis Antonio Felipe Sesé

Prof. D. Elías López Alba

Dpto: Ingeniería Mecánica y Minera

Noviembre, 2015

CONTENIDO

1.	OBJETO.....	4
2.	MOTIVACIÓN.....	5
3.	RESUMEN	7
4.	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
4.1.	Análisis matemático de las vibraciones	9
4.1.1.	Modelo matemático	10
4.1.2.	Vibraciones libres con un grado de libertad	11
4.1.3.	Vibraciones forzadas con un grado de libertad.....	15
4.1.4.	Fuerza armónica	16
4.2.	Control de vibraciones	18
4.2.1.	Control de las frecuencias naturales	19
4.3.	Introducción a la técnica de Correlación Digital de Imágenes DIC 3D	20
5.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	23
5.1.	Uso de la técnica DIC 3D en el estudio de vibraciones	23
6.	EQUIPOS INSTRUMENTALES Y METODOLOGÍA	29
6.1.	<i>Shaker</i>	29
6.2.	Martillo instrumentado.....	33
6.3.	Analizador Photon+	36
6.4.	Acelerómetro.....	37
6.5.	Equipo extensométrico	39
6.6.	Equipo DIC 3D	40
6.7.	<i>EasyMod</i>	41
6.8.	Simulación numérica.....	42
7.	CONFIGURACIÓN DE LOS ENSAYOS	44
7.1.	Ensayo con viga empotrada	44

7.1.1.	Señales de excitación de RT Pro	45
7.1.2.	Viga de duraluminio	47
7.1.3.	Configuración de la fijación	49
7.1.4.	Montaje del acelerómetro	49
7.1.5.	Instalación de la galga extensométrica	50
7.2.	Ensayo con viga biapoyada	51
7.2.1.	Ensayos con martillo instrumentado	54
7.2.2.	Montaje experimental para ensayo con DIC 3D	57
7.2.3.	Configuración del análisis modal en ABAQUS	63
8.	RESULTADOS EXPERIMENTALES	66
8.1.	Ensayos con viga empotrada	66
8.1.1.	Frecuencias naturales teóricas	66
8.1.2.	Resultados experimentales mediante acelerómetro	67
8.1.3.	Resultados experimentales mediante extensometría	75
8.1.4.	Comparativa y conclusiones	75
8.2.	Ensayos con viga biapoyada	76
8.2.1.	Frecuencias naturales a partir de la FRF	77
8.2.2.	Resultados experimentales con <i>EasyMod</i>	78
8.2.3.	Resultados experimentales mediante la técnica óptica DIC 3D	81
8.2.4.	Resultados de la simulación numérica	84
8.2.5.	Comparativa de los resultados	87
8.2.6.	Conclusiones	89
9.	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	91
10.	BIBLIOGRAFÍA	93
	ANEXO I: TUTORIAL	95
	ANEXO II: PLANOS DE FABRICACIÓN	113

1. OBJETO

La titulación del Grado en Ingeniería Mecánica, al igual que el resto de titulaciones impartidas en la Escuela Politécnica Superior de Jaén, debe concluir según la normativa del plan vigente con la elaboración y la defensa por parte del estudiante de un Trabajo Fin de Grado. Este trabajo debe realizarse en la fase final del plan de estudios y debe estar orientado a la evaluación de competencias asociadas al título.

El título asignado al presente Trabajo Fin de Grado es: “Análisis experimental y numérico de vibraciones”.

2. MOTIVACIÓN

El fenómeno de las vibraciones mecánicas y el efecto negativo que éstas ejercen sobre elementos o estructuras ha sido objeto de estudio desde hace décadas. El hecho de que estén presentes en prácticamente cualquier máquina que se encuentre en funcionamiento ha causado que ingenieros, físicos e incluso arquitectos se hayan visto obligados a adquirir a lo largo del tiempo un profundo conocimiento de su razón de ser.

Las vibraciones, causadas por ejemplo por una ligera desalineación de un eje rotatorio, provocan cargas alternantes o dinámicas sobre el resto de elementos que forman parte de la máquina, y someter a un elemento a este tipo de cargas por fatiga puede dar paso a la aparición de grietas, a la deformación parcial del elemento en cuestión, y en el peor de los casos, a su fractura, interrumpiendo así el funcionamiento normal de la máquina [1].

Por todo esto, surge la necesidad de monitorizar el nivel de vibración presente en cualquier elemento para así prevenir fallos de este tipo. El parámetro a controlar más importante durante un fenómeno de vibración resulta ser la frecuencia de la misma, ya que existen ciertas frecuencias, denominadas frecuencias naturales, bajo las que un elemento nunca debería vibrar, si lo que se pretende es evitar el colapso de la máquina o estructura correspondiente.

Los valores en que se encuentran estas frecuencias dependen generalmente del material en que están hechos y de su geometría. Cuando un elemento es excitado bajo alguna de sus frecuencias naturales (un mismo elemento suele tener varias), se dice que el elemento entra en resonancia, un fenómeno que da lugar a grandes desplazamientos, y en consecuencia, se generan tensiones elevadas que pueden acabar provocando el fallo del material.

Si se es capaz por lo tanto de poner en práctica técnicas experimentales con el fin de detectar las frecuencias naturales de un elemento, se podrá a continuación corregir las mismas, modificando por ejemplo su rigidez o su masa, como se verá más adelante en este trabajo. Por lo general, interesa que las frecuencias naturales se encuentren en valores altos, para que así, el rango de operación de la máquina o elemento en cuestión quede por debajo, y no exista en ningún momento riesgo de resonancia.

El propósito de este estudio y lo que ha motivado su ejecución es, por lo tanto, avanzar en el conocimiento del fenómeno de las vibraciones mecánicas en determinados elementos y entender la influencia de los parámetros relacionados. Para ello, se indagarán varias técnicas de excitación y medición experimental de vibraciones, haciendo especial hincapié en la técnica de Correlación Digital de Imágenes 3D. Ésta es una técnica óptica de campo completo ampliamente utilizada en el campo de la mecánica experimental para la determinación de desplazamientos y deformaciones, y con ella se intentará visualizar la deformada de elementos mecánicos cuando se hacen vibrar bajo alguna de sus frecuencias naturales.

3. RESUMEN

Mediante el presente trabajo se pretende profundizar en el estudio de la mecánica y medida experimental de vibraciones sobre distintos elementos. Al comienzo se centra en una viga cantiléver de duraluminio por su sencillez geométrica, y tras establecer una base sólida de medidas y análisis, se procederá a realizar diferentes ensayos sobre una viga de acero biapoyada.

La primera fase del trabajo se centra en la familiarización con la terminología (modos propios de vibración, forma de los modos, señales en función del tiempo y de la frecuencia, etc.) e instrumental habitual en la medida de vibraciones mecánicas, como por ejemplo acelerómetros, *shakers*, extensometría, etc.

En la segunda se trata de reproducir unos primeros ensayos para descubrir en qué frecuencias se hallan los modos propios de vibración de una viga empotrada en uno de sus extremos. Empleando distintos dispositivos de excitación y de medida, se establecerá una metodología para detectar frecuencias naturales, y se compararán los resultados obtenidos por distintos equipos para así dar validez a los ensayos efectuados.

La tercera fase se centra en hallar la forma de los modos propios de una viga biapoyada de acero, es decir, explorar nuevas técnicas para visualizar de qué manera se deforma la viga cuando es excitada bajo alguna de sus frecuencias de resonancia. Como parte de esta fase, se obtendrán las deformadas y los desplazamientos a través de un software denominado *EasyMod*, y también mediante la técnica experimental de campo completo DIC 3D.

Por último, se compararán los resultados obtenidos durante los ensayos experimentales llevados a cabo en la tercera fase del trabajo con simulaciones numéricas desarrolladas mediante el uso del software ABAQUS (método de los

elementos finitos FEM). El estudio numérico de sistemas mecánicos ante determinadas sollicitaciones viene siendo cada vez más importante, debido a la reducción de costes que supone y a la predicción y corrección de errores en las fases iniciales de cualquier diseño.

4. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En este cuarto capítulo se presentan de manera concisa algunos conceptos teóricos relacionados con el análisis matemático de las vibraciones, imprescindibles para entender e interpretar en posteriores apartados el fundamento y los resultados obtenidos de los ensayos experimentales. Se busca dar una introducción a conceptos básicos, como son, vibraciones libres y forzadas, grados de libertad de un sistema, frecuencias naturales de un elemento o funciones de respuesta a la frecuencia. También se ha redactado un epígrafe referente al control de vibraciones y frecuencias naturales, que es un aspecto muy importante en el mantenimiento preventivo de máquinas, y otro apartado en el que se introducen los principios en los que se basa la ya mencionada técnica de correlación de imágenes digitales 3D.

4.1. Análisis matemático de las vibraciones

Un movimiento que se repite continuamente durante un intervalo de tiempo definido recibe el nombre de vibración u oscilación. El movimiento de un péndulo o el balanceo de un columpio son ejemplos típicos de cuerpos que oscilan o vibran, si bien, por lo general, las oscilaciones son movimientos periódicos que poseen mayor amplitud que las vibraciones [2].

La teoría de las vibraciones trata, por lo tanto, el estudio de los movimientos oscilatorios de cuerpos y las fuerzas asociadas a este fenómeno.

4.1.1. Modelo matemático

Cuando se desea analizar un sistema real, lo primero que debe hacerse es determinar un modelo matemático equivalente, simplificado para su mejor comprensión, en el que queden recogidas las características o propiedades físicas del primero. Estas propiedades reciben el nombre de parámetros.

Los tres parámetros asociados a cualquier sistema mecánico son la rigidez (k), la masa (m) y el amortiguamiento (c); y éstos están relacionados con los tres tipos de fuerzas más características de los problemas de vibraciones: las fuerzas elásticas, las fuerzas de inercia y las fuerzas de disipación de energía, respectivamente.

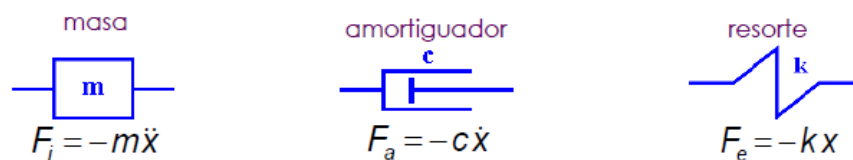


Figura 1.- Fuerzas asociadas a un sistema mecánico vibracional [3]

Se puede deducir entonces que el modelo matemático simplificado en el que se convierte el problema real inicial debe tener el menor número de incógnitas posible a resolver. Este número mínimo de variables independientes que se requieren para resolver el problema recibe el nombre de número de grados de libertad (gdl) del sistema [1].

El modelo matemático tiene por tanto un número finito de grados de libertad, a diferencia del problema real inicial, que tenía un número infinito. Esto es discretizar un problema continuo: establecer un modelo matemático en el que el número de grados de libertad sea finito y por tanto resoluble (ver Figura 2).

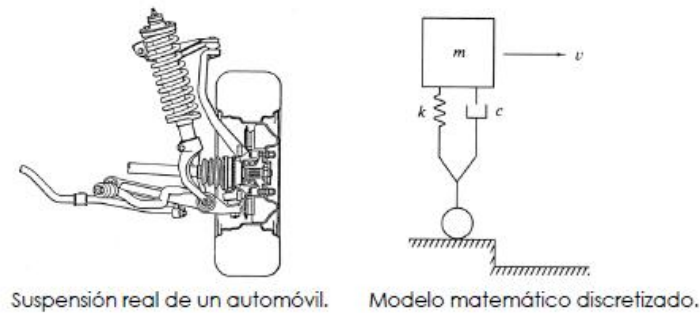


Figura 2.- Discretización de un problema de infinitos grados de libertad [3]

4.1.2. Vibraciones libres con un grado de libertad

Los sistemas con un grado de libertad, donde tan sólo se tiene una incógnita a resolver, resultan tener una excepcional importancia en la teoría de las vibraciones debido a que [3]:

- Son los sistemas más sencillos, lo que hace pedagógicamente necesario comenzar por su estudio.
- Muchos problemas prácticos pueden ser suficientemente aproximados por sistemas con un grado de libertad, como por ejemplo la suspensión de un neumático de automóvil.
- Muchas de las propiedades de estos sistemas se presentan también en sistemas con más grados de libertad.
- Mediante la técnica del "análisis modal" los sistemas lineales con "n" grados de libertad pueden resolverse superponiendo "n" sistemas con un grado de libertad.

Se sabe, por experiencia, que si se retira un sistema de su posición de equilibrio y se suelta, comienza a vibrar con una amplitud que se va amortiguando más o menos rápidamente, según el sistema disponga de mayor o menor facilidad para disipar energía. A estas vibraciones, que tienen lugar en un sistema en ausencia de fuerzas externas y son debidas únicamente a unas

determinadas condiciones iniciales de velocidad y/o desplazamiento, se les conoce como vibraciones libres (ver Figura 3).

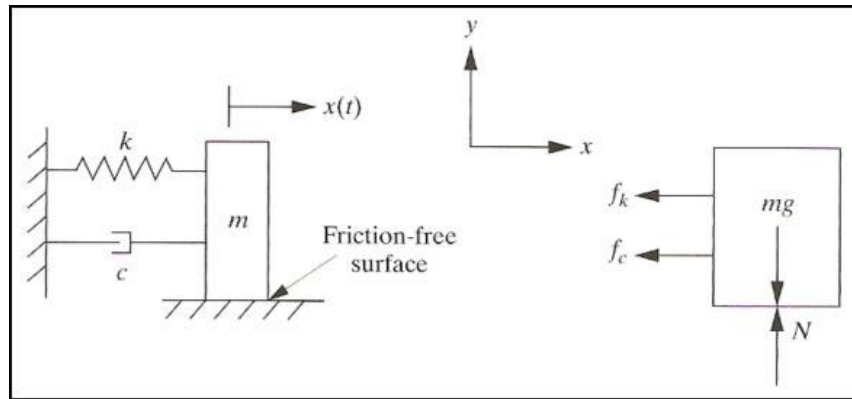


Figura 3.- Diagrama de cuerpo libre. Vibración libre

Para comenzar con el análisis matemático, se parte del modelo presente en el diagrama de cuerpo libre de la figura anterior, formado por una masa, un muelle, y un amortiguador, que representan respectivamente, la inercia, la rigidez y el amortiguamiento del sólido. Si se realiza el equilibrio de fuerzas horizontales, se tiene lo siguiente:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (\text{ec. 1})$$

Se obtiene una ecuación diferencial lineal homogénea de segundo grado (ec.1), cuya solución $x(t)$ no es más que la posición de la masa x en función de un instante de tiempo t . La solución a la ED lineal homogénea de segundo grado es del tipo:

$$x(t) = X \cdot e^{rt} \quad (\text{ec. 2})$$

Donde X y r son constantes que se determinan en función de las condiciones iniciales necesarias para resolver cualquier ecuación diferencial. Se puede expresar el valor de la constante r en función de los parámetros m , c y k sustituyendo la solución en la ED:

$$(mr^2 + cr + k) \cdot Xe^{rt} = 0, \quad mr^2 + cr + k = 0 \quad (\text{ec. 3})$$

Se puede obtener el valor de r resolviendo la ecuación de segundo grado:

$$r = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} \quad (\text{ec. 4})$$

Si no existe amortiguamiento, $c=0$:

$$r = \pm \sqrt{-\frac{k}{m}} = \pm \sqrt{(-1)} \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} = \pm i \omega_n \quad (\text{ec. 5})$$

Donde ω_n es la frecuencia natural bajo la que oscila el sistema. Se establece por tanto que el valor en el que se encuentran las frecuencias naturales de un elemento es directamente proporcional a la rigidez del mismo, e inversamente proporcional a su masa. La solución $x(t)$ queda entonces:

$$x(t) = X_1 e^{i\omega_n t} + X_2 e^{-i\omega_n t} \quad (\text{ec. 6})$$

Y en forma trigonométrica:

$$x(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t = X \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (\text{ec. 7})$$

Donde:

$$X = \sqrt{A^2 + B^2} \quad \varphi = \arctg \frac{A}{B}$$

Sin embargo, en la mayoría de los casos existe cierto grado de amortiguamiento. En función del valor que se encuentra dentro de la raíz cuadrada (ver ec. 4), se pueden distinguir tres casos distintos. Si este valor es positivo o cero, se trata de un sistema sobreamortiguado, o críticamente amortiguado, respectivamente. Ninguno de estos dos casos sería de interés aquí, ya que no se produce oscilación alguna. En el tercer y último caso, en el que valor del interior de la raíz es negativo, el sistema es un sistema subamortiguado. El exponente r toma un valor complejo:

$$\sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} < 0 \quad (\text{ec. 8})$$

La solución $x(t)$ queda:

$$x(t) = e^{\frac{-c}{2m}t} \left(X_1 e^{i\sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}t} + X_2 e^{-i\sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}t} \right) \quad (\text{ec. 9})$$

En forma trigonométrica:

$$x(t) = e^{\frac{-c}{2m}t} A \cos \omega_d t + B \sin \omega_d t = e^{\frac{-c}{2m}t} X \sin (\omega_d t + \varphi) \quad (\text{ec. 10})$$

Donde $\omega_d = \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}$ es la frecuencia natural amortiguada.

En el caso de un sistema críticamente amortiguado, donde $\omega_d = \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} = 0$, se puede definir el valor del amortiguamiento crítico:

$$\omega_d = \sqrt{\frac{c_{cr}^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} = 0 \quad \rightarrow \quad c_{cr}^2 = \frac{k \cdot 4 m^2}{m} = 2\sqrt{k m} \quad (\text{ec. 11})$$

Sabiendo que la frecuencia natural es $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ podemos deducir:

$$c_{cr} = 2 m \omega_n$$

Así, tenemos una nueva relación para definir el amortiguamiento de un sistema, conocida como factor de amortiguamiento $\xi = \frac{c}{c_{cr}}$:

$\xi > 1$ -> Sistema sobreamortiguado

$\xi = 1$ -> Sistema críticamente amortiguado

$\xi < 1$ -> Sistema subamortiguado

También se puede expresar el valor de la frecuencia natural amortiguada en función del valor de la frecuencia natural.

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi} \quad (\text{ec. 12})$$

4.1.3. Vibraciones forzadas con un grado de libertad

Por el contrario, las vibraciones que tienen lugar en presencia de fuerzas variables con el tiempo, reciben el nombre de vibraciones forzadas. Se pueden clasificar según la variación en el tiempo de las fuerzas externas:

- Excitaciones armónicas: varían sinusoidalmente.
- Excitaciones periódicas: se repite un patrón de valores cada cierto tiempo.
- Impulsos o choques: fuerzas de una gran intensidad que actúan durante tiempos infinitesimales.
- Generales: fuerzas que varían de un modo arbitrario con el tiempo.

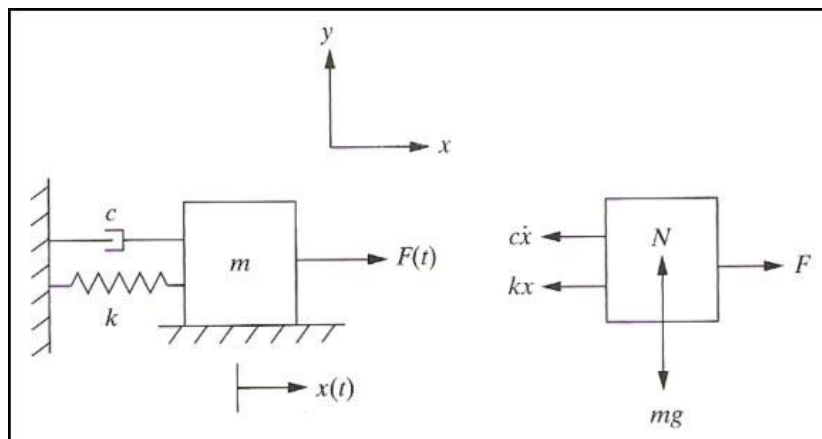


Figura 4.- Diagrama de cuerpo libre. Vibración forzada

A continuación se analiza el caso de mayor interés de los cuatro anteriores, en el que la fuerza externa es una fuerza armónica.

4.1.4. Fuerza armónica

Si la fuerza $F(t)$ externa es una de tipo armónico, el equilibrio de fuerzas del diagrama del sólido libre (ver Figura 4) queda ahora así:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cdot \sin(\omega t) \quad (\text{ec. 13})$$

La solución $x(t)$ de esta ecuación diferencial se corresponde con la suma de una solución homogénea $x_h(t)$ que ya ha sido obtenida anteriormente en el caso de las vibraciones libres, más una solución particular $x_p(t)$ que depende de la función que se encuentra a la derecha de la igualdad. Al ser sinusoidal, la solución particular $x_p(t)$ lo será también:

$$x_p(t) = X \sin(\omega t - \varphi) \quad (\text{ec. 14})$$

La respuesta del sistema es pues una combinación de $x_h(t)$, que es un término transitorio que mengua exponencialmente con el tiempo, y $x_p(t)$, un término permanente provocado por la excitación externa $F(t)$. Así, tras pasar un determinado tiempo, la respuesta predominante es la particular:

$$x(t) = x_p(t) = X \sin(\omega t - \varphi) \quad (\text{ec. 15})$$

Donde X es la amplitud de la función respuesta y φ es el desfase frente a la excitación externa $F(t)$. Sustituyendo esta solución en la ecuación diferencial (ec. 13), e incluyendo las definiciones de factor de amortiguamiento ξ y frecuencia natural ω_n se obtiene:

$$X = \frac{F_0/k}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad \text{tg}\varphi = \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (\text{ec.16 y 17})$$

En las gráficas de la figura siguiente se muestra la respuesta de un sistema en amplitud frente a la frecuencia de excitación para varios valores de amortiguamiento. Para valores de amortiguamiento bajo (los sistemas subamortiguados son los de interés), se puede apreciar que cuando la frecuencia de excitación se aproxima a la frecuencia natural del sistema, la

amplitud de la respuesta se dispara. Este fenómeno es lo que se conoce como resonancia.

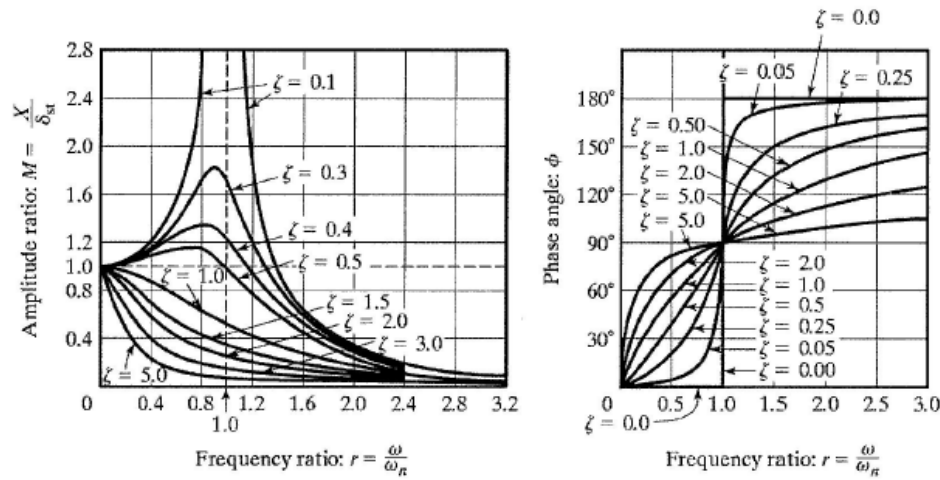


Figura 5.- Factor de amplificación y retraso fasorial de la respuesta de un sistema de un grado de libertad excitado por una fuerza armónica [1]

Si se expresa la excitación externa de forma general y compleja:

$$F(t) = F_0 e^{i\omega t} \quad (\text{ec. 18})$$

Y la respuesta del sistema es:

$$x(t) = X \cdot e^{i\omega t} \quad \text{siendo la amplitud} \quad X = \frac{F_0}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right) + i 2 \xi \frac{\omega}{\omega_n}}$$

Aquí se obtiene un parámetro esencial en el análisis de vibraciones: la función de respuesta a la frecuencia (FRF, *Frequency Response Function*). Ésta es una función de transferencia entre una entrada (excitación) y una salida. Como se verá más adelante en los apartados 7 y 8, la FRF es la función que se obtiene de cada nodo en ensayos modales empleados para determinar los modos propios de vibración de un elemento o estructura:

$$H(i\omega) = \frac{X}{F_0} = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right) + i 2 \xi \frac{\omega}{\omega_n}} \quad (\text{ec. 19})$$

La función de respuesta a la frecuencia es una función en el conjunto de los números complejos. El valor absoluto representa la magnitud del desplazamiento por unidad de fuerza y la fase representa el desfase entre el desplazamiento y la fuerza.

Esta función resulta determinante a la hora de caracterizar la respuesta a la frecuencia de un elemento, ya que ésta se mantiene constante sea cual sea la señal de excitación de entrada. Se podría afirmar que la FRF define de forma unívoca el carácter vibracional del sistema que se está ensayando.

4.2. Control de vibraciones

Visto el fundamento teórico que existe tras un fenómeno tan dañino como puede llegar a ser el de la resonancia, ahora queda analizar qué se puede hacer para al menos monitorizarlo. En la práctica, existe un gran número de situaciones en las que es posible reducir, pero no eliminar por completo las fuerzas de carácter dinámico que excitan un sistema mecánico dando lugar a la aparición de un problema de vibraciones [5]. En este sentido, existen diferentes métodos o formas de plantear el control de las vibraciones:

- El conocimiento y control de las frecuencias naturales del sistema de cara a evitar la presencia de resonancias bajo la acción de excitaciones externas.
- La introducción de amortiguamiento o de cualquier tipo de mecanismo disipador de energía de cara a prevenir una respuesta del sistema excesiva (vibraciones de gran amplitud), incluso en el caso de que se produzca una resonancia.
- El uso de elementos aislantes de vibraciones que reduzcan la transmisión de las fuerzas de excitación o de las propias vibraciones entre las diferentes partes que constituyen nuestro sistema.
- La incorporación de absorbedores dinámicos de vibraciones o masas auxiliares neutralizadoras de vibraciones, llamados también

amortiguadores dinámicos, con el objetivo de reducir la respuesta del sistema.

4.2.1. Control de las frecuencias naturales

Ya se ha visto que cuando la frecuencia de excitación coincide con una de las frecuencias naturales del sistema, tiene lugar el fenómeno de la resonancia. La característica más importante de la resonancia es que da lugar a grandes desplazamientos, amplificando de manera importante las vibraciones del sistema. En la mayor parte de los sistemas mecánicos, la presencia de grandes desplazamientos es algo indeseable, ya que provoca la aparición de tensiones y deformaciones igualmente elevadas que pueden ocasionar el fallo del sistema.

En consecuencia, las condiciones de resonancia deben de tratar de ser evitadas en el diseño y construcción de cualquier sistema mecánico. No obstante, en la mayor parte de los casos, las frecuencias de excitación no pueden controlarse al venir impuestas por los requerimientos de carácter funcional del sistema, como por ejemplo puede ser la velocidad de giro de un motor. En tal caso, el objetivo será el control de las frecuencias naturales del sistema para evitar la presencia de resonancias.

Tal y como se deduce de la definición vista para un sistema de un grado de libertad (1 gdl), la frecuencia natural de un sistema puede cambiarse variando tanto la masa (m) como la rigidez (k) del mismo. Aunque la definición se haya establecido para un sistema de 1 gdl, la conclusión obtenida es, en general, igualmente aplicable a sistemas de “n” grados de libertad. En muchas situaciones en la práctica, sin embargo, la masa no resulta fácil de cambiar, ya que su valor suele venir determinado por los requerimientos funcionales del sistema (por ejemplo, la masa del volante de inercia de un eje viene determinada por el valor de la energía que se quiere almacenar en un ciclo). Por ello, la rigidez del sistema es el parámetro que se modifica de forma más habitual a la hora de alterar las frecuencias naturales de un sistema mecánico.

Así, por ejemplo, la rigidez de un rotor puede modificarse cambiando el número y colocación de los puntos de apoyo (cojinetes).

4.3. Introducción a la técnica de Correlación Digital de Imágenes DIC 3D

En la actualidad, las técnicas de correlación digital de imágenes son técnicas de campo completo totalmente asentadas y utilizadas en el campo de la mecánica experimental.

Durante los años previos a la aparición de esta técnica, la cantidad de información que se podía obtener durante ensayos vibracionales estaba limitada de alguna manera por la posición que ocupaban los sensores de medición. Solamente se podía obtener la respuesta a la frecuencia del elemento en un campo discreto, formado por los puntos aislados de contacto entre el acelerómetro y el elemento ensayado.

Los avances en materia informática, sin embargo, y en la captura y procesamiento de imágenes digitales han permitido monitorizar la forma inicial y la posterior deformación de estructuras o elementos que están vibrando. La técnica de correlación de imágenes digitales permite obtener, sin haber un contacto físico directo con el elemento que se está ensayando, una medición de campo completo de la respuesta a la frecuencia del mismo.

La correlación digital de imágenes (DIC) permite, por lo tanto, determinar los desplazamientos y las deformaciones que sufre un elemento. Para ello, recurre a la incorporación en su superficie de un patrón de pequeñas manchas aleatorias de alto contraste, denominado *speckle* (ver Figura 6).

Se capturan imágenes a lo largo del periodo que se desee estudiar para seguidamente procesarlas. Para ello, primero se divide la imagen de referencia en pequeñas porciones llamadas facetas, del mismo tamaño, las cuales están asociadas al píxel central de cada faceta. El sistema registra a continuación los

valores de la intensidad de la luz que llega a los alrededores de los píxeles que ocupan el centro de cada faceta. En una matriz se almacenan unos valores basados en una escala numérica de grises que son directamente proporcionales a la intensidad de la luz reflejada por el elemento. A través del proceso de correlación, el software es capaz de reconocer los mismos píxeles de la imagen inicial de referencia en las imágenes posteriores, gracias a los valores de intensidad lumínica registrados en un principio. Por último, siguiendo estos puntos en imágenes tomadas por un par de cámaras de alta velocidad, el software es capaz de detectar y representar los campos de deformación y desplazamiento del elemento.

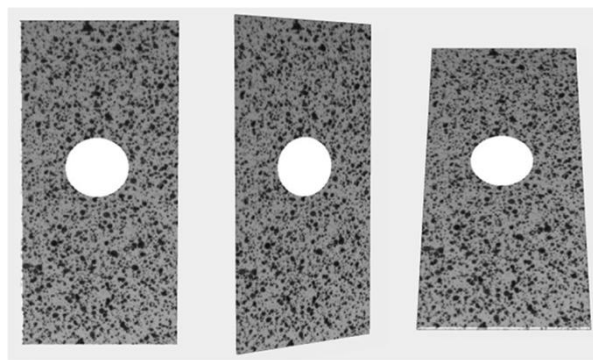


Figura 6.- Muestra de speckle sobre una probeta con concentrador de tensiones

La técnica de correlación digital de imágenes en 3D permite determinar, además de desplazamientos que se producen en el plano XY, desplazamientos en el eje Z mediante un sistema de visión estereoscópica. Esto requiere de la utilización de al menos dos cámaras, una sincronización correcta entre ellas, y un proceso de calibración.

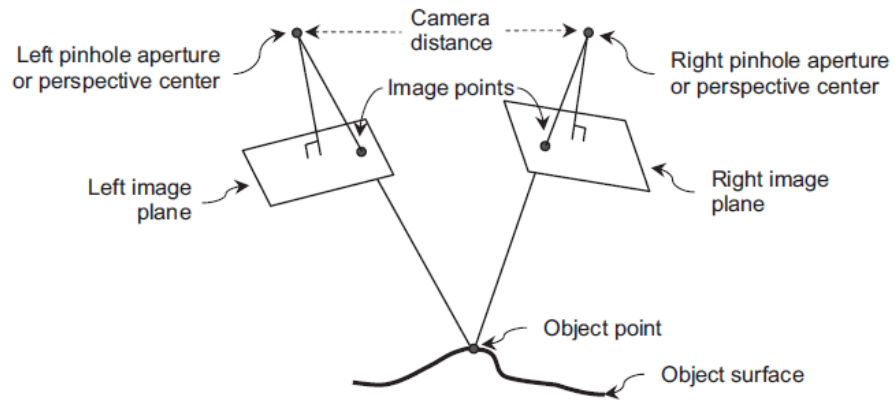


Figura 7.- Posición de las cámaras estereoscópicas en la captura de imágenes 3D

5. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo se ofrecen referencias de otros estudios en los que se han realizado ensayos vibracionales haciendo uso de técnicas DIC.

5.1. Uso de la técnica DIC 3D en el estudio de vibraciones

Existe un gran número de investigadores que han utilizado y desarrollado la técnica de correlación digital de imágenes para visualizar la forma de los modos propios durante ensayos vibracionales.

Mark Helfrick y Christopher Niezrecki [7] resumen en su artículo *3D digital image correlations methods for full field vibration measurement* la metodología seguida para capturar imágenes de la forma de los tres primeros modos de vibración de una chapa metálica que forma parte del armazón de una secadora con cámaras Photron FastCam APX RS.



Imagen 1.- Montaje experimental [7]

Conocidas las frecuencias naturales, establecieron una velocidad de captura (en fps) distinta por cada modo propio, de manera que el número de imágenes por ciclo de vibración se situara en torno a unas 15.



Figura 8.- Isolíneas de desplazamiento en la dirección perpendicular al plano del panel para los tres primeros modos de vibración

También, con el fin de comparar los resultados procedentes de la técnica DIC, realizaron ensayos utilizando un martillo instrumentado, y un vibrómetro láser, obteniendo resultados muy similares, tanto en el valor de las frecuencias naturales como en la forma de los modos propios de vibración.

También Javad Baqersad y Jennifer Carr [8] exponen en otro artículo científico que tiene por título *Dynamic characteristics of a wind turbine blade using 3D digital image correlation* los resultados de ensayos experimentales destinados a obtener la forma de los modos propios de vibración de la pala de un aerogenerador. La pala es excitada a varios niveles de frecuencia utilizando un *shaker* y la respuesta es capturada en imágenes usando dos cámaras de alta velocidad Photron.

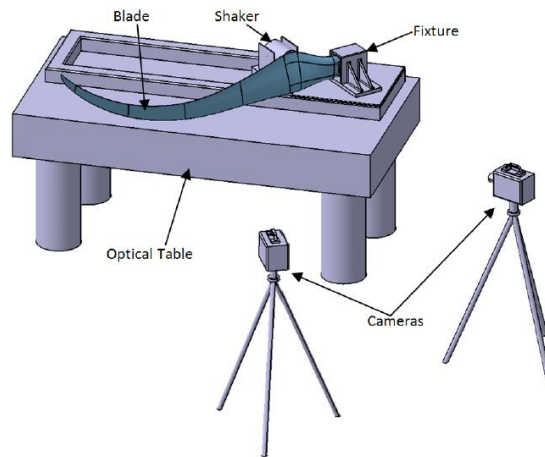


Figura 9.- Montaje experimental

Tras la captura de imágenes y el correspondiente procesamiento éste es el aspecto que presentan las deformadas de la pala:

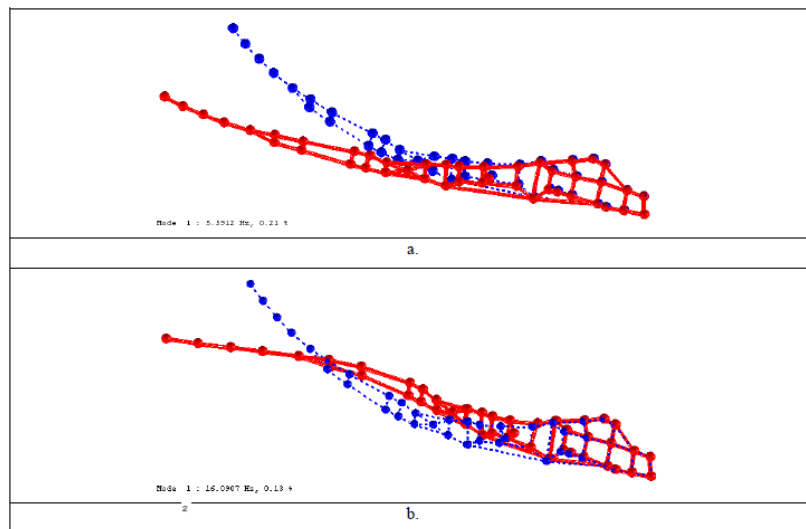


Figura 10.- Forma de los dos primeros modos de vibración con DIC

En azul se muestra la forma inicial de la pala, y en rojo se puede visualizar su deformada correspondiente al modo de vibración.

Para contrastar los resultados obtenidos, realizaron una simulación numérica con el software de elementos finitos ABAQUS.

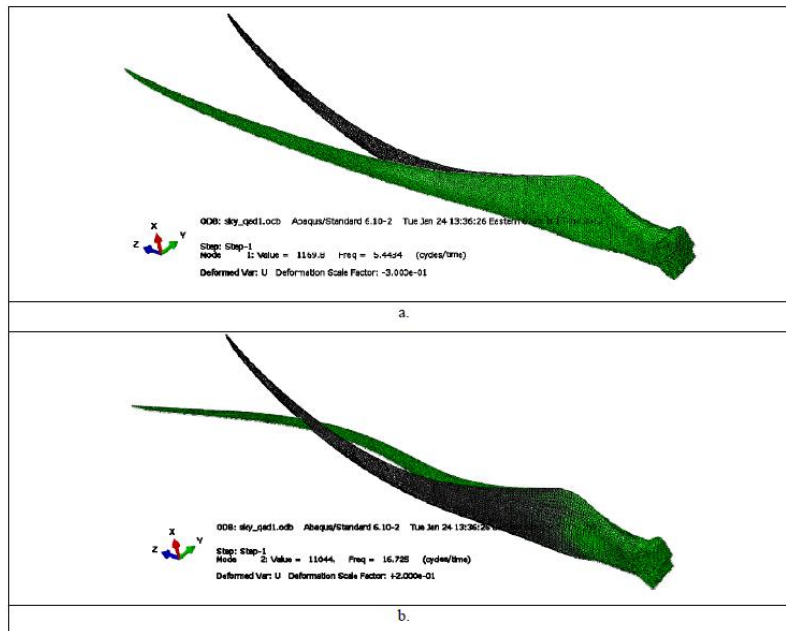


Figura 11.- Forma de los dos primeros modos de vibración en ABAQUS

La similitud de los resultados obtenidos confirma de nuevo la gran utilidad y precisión que puede tener la técnica DIC en ensayos de carácter vibracional.

Por último, Ngoc San Ha y Tailie Jin [9] en su artículo llamado *Modal analysis of an artificial wing mimicking an Allomyrina dichotoma beetle's hind wing for flapping-wing micro air vehicles by noncontact measurement techniques* estudian el comportamiento ante fuerzas de carácter dinámico de un ala de insecto creada artificialmente con el fin de aplicar sus propiedades a dispositivos voladores utilizados en lugares de difícil acceso y condiciones extremas durante misiones de rescate o reconocimiento.

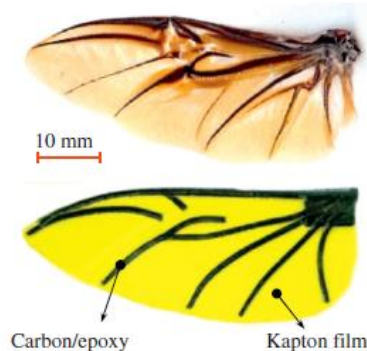


Imagen 2.- Ala de insecto creada artificialmente

La metodología de los ensayos sigue el mismo patrón que las referencias vistas anteriormente. Mediante un *shaker* se consigue excitar el ala bajo sus frecuencias naturales, y con dos cámaras de alta velocidad Photron se captan los campos de deformación y desplazamiento.

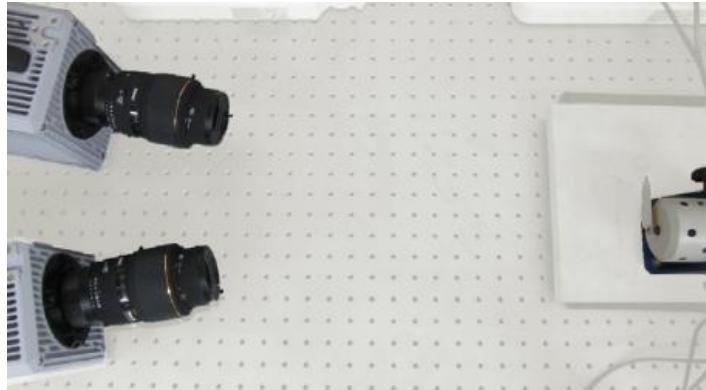


Imagen 3.- Montaje experimental

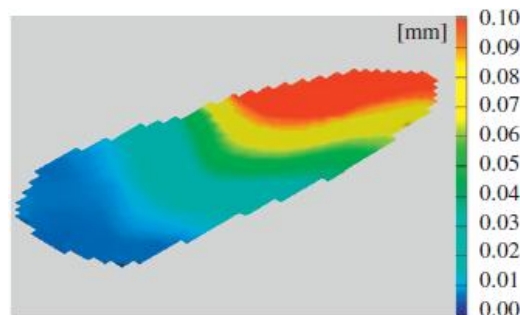


Figura 12.- Campo de desplazamientos para el primer modo de vibración

Además de estos tres estudios que se han analizado con más profundidad por estar directamente relacionados con ensayos de carácter vibracional, también merece la pena hacer mención a otros tantos que han tratado de emplear la técnica DIC en otros campos de la mecánica experimental. Por ejemplo, Sánchez-Arévalo y Pulos [10] analizaron el comportamiento de materiales ante cargas a tracción utilizando únicamente la textura del material. Bisagni y Walters investigaron materiales compuestos ante solicitaciones biaxiales, obteniendo resultados de los desplazamientos

originados en el material dañado frente a las cargas. Chrysochoos et al. aplicaron a ensayos de fatiga las técnicas DIC y termografía, para analizar la energía local en la zona de interés, Tung, Shih y Kuo exploraron la deformación plástica en materiales anisótropos durante un ensayo de tracción.

Igualmente en el campo de la mecánica de la fractura se ha utilizado la técnica DIC en diversos estudios. Lall et al., compararon ensayos experimentales de propagación de daños ante sollicitaciones externas sobre determinados objetos con resultados obtenidos mediante elementos finitos. También se han analizado los factores de intensidad de tensiones KI y KII mediante DIC y comparado los resultados con métodos analíticos en el estudio de la propagación de una grieta en estructuras con concentradores de tensiones. López-Crespo et al. realizaron estudios sobre el cierre prematuro de grieta y la plasticidad originada alrededor de las mismas ante ciertas sollicitaciones comparando los resultados de DIC con métodos numéricos.

La técnica también se ha empleado en el sector aeronáutico para la evaluación de propiedades mecánicas. Du et al. estudiaron el comportamiento a fractura en el cajón central del ala de un avión. Lichtenberger y Schreier estudiaron en el sector automovilístico un impacto producido por la colisión con un peatón. Reu y Miler realizaron análisis de impactos a alta velocidad sobre estructuras. Grant et al. investigaron las deformaciones producidas en ensayos a alta temperatura. Evans y Holt hicieron avances en medicina estudiando las propiedades mecánicas de la piel humana comparando los resultados con DIC y elementos finitos. Canal et al. combinaron la técnica de correlación digital de imágenes para el análisis de deformaciones ocasionadas en laminados de matriz polimérica sometidos a compresión.

Además han surgido investigaciones para la mejora de procesos de fabricación basándose en DIC. Tiwari et al. analizaron las deformaciones que se producen en el conformado de chapas por explosión. Lord, Penn y Whitehead evaluaron las tensiones residuales en el proceso de taladrado en una superficie, y Reynolds y Duvall trabajaron en la verificación de soldaduras en materiales.

6. EQUIPOS INSTRUMENTALES Y METODOLOGÍA

En este capítulo se ofrecen las características técnicas de los equipos, así como la descripción de cómo usarlos debidamente durante los ensayos experimentales. Se pueden clasificar en excitadores, medidores y analizadores de señales propios de la mecánica vibracional.

6.1. *Shaker*

El *shaker*, dispositivo excitador, es un equipo que genera vibraciones de amplitud y frecuencia determinadas con el fin de obtener la respuesta a la frecuencia de un elemento o estructura, y poder así analizar su comportamiento dinámico. Igualmente puede ser empleado en ensayos de resistencia a la fatiga de materiales. Según su funcionamiento, puede clasificarse como mecánico, electromagnético, electrodinámico o hidráulico [1].

Los dos modelos empleados en los ensayos que aquí se recogen son de tipo electrodinámico. Poseen en su interior una bobina, y ésta a su vez se encuentra dentro del radio de acción de un imán, generando así un campo magnético. Cuando la corriente pasa a través de la bobina, aparece una fuerza de inducción, que es proporcional a la corriente de la bobina, I , al flujo magnético, D , y al número de espiras de la bobina l .

$$F = I \cdot D \cdot l \quad (\text{ec. 20})$$

Esta fuerza, que impulsa el cuerpo móvil del *shaker*, es proporcional en todo momento a la variación de la corriente que pasa a través de la bobina.

En la siguiente figura (Figura 13) se puede apreciar la estructura interna que presenta un *shaker* electrodinámico. La membrana elástica (*flexible*

support), que es muy poco rígida, dirige el movimiento del cuerpo móvil (*moving element*) haciendo que éste sea lineal. Asociadas a estas dos partes del *shaker* existen dos frecuencias naturales de vibración. Para que el rango de operación del equipo sea lo suficientemente amplio, y el *shaker* no entre en resonancia mientras está siendo utilizado en un ensayo en laboratorio, la frecuencia de la membrana elástica debe ser muy baja, y la del cuerpo móvil debe encontrarse en valores muy altos.

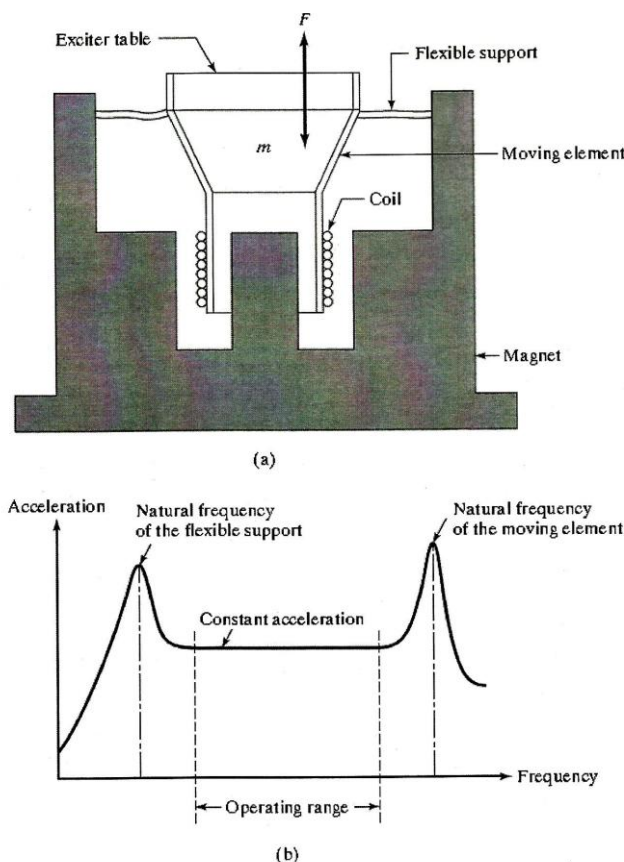


Figura 13.- (a) Estructura interna de un shaker electrodinámico; (b) Rango de operación

El *shaker* empleado en los ensayos con viga empotrada es un modelo de *Data Physics Corporation* denominado GW-V20/PA30E.



Imagen 4.- Shaker GW-V20/PA30E

No dispone de un amplificador de señal, por lo que es necesario acoplarlo a uno independiente durante los ensayos. Sus características técnicas se resumen en la siguiente tabla:

Fuerza máxima sinusoidal	53 N
Fuerza máxima aleatoria	17,6 N
Fuerza máxima de impulso	79,5 N
Aceleración sinusoidal máxima	313,8 m/s ²
Velocidad máxima	1,1 m/s
Diámetro de la armadura	38 mm
Masa de la armadura	0,17 kg
Resonancia de la armadura	12 000 Hz
Rango de frecuencias	CC-14 000 Hz
Rigidez axial	1,14 kgf/mm
Masa del cuerpo del shaker	20 kg
Consumo de potencia eléctrica	0,1 kW

Tabla 1.- Características técnicas del shaker GW-V20/PA30E

Sobre la cabeza del *shaker* existe una placa cilíndrica en la que se alojan siete taladros de rosca M5. Uno de ellos se encuentra en el centro geométrico de la placa, mientras que los seis restantes se sitúan sobre una circunferencia de diámetro 25 mm.

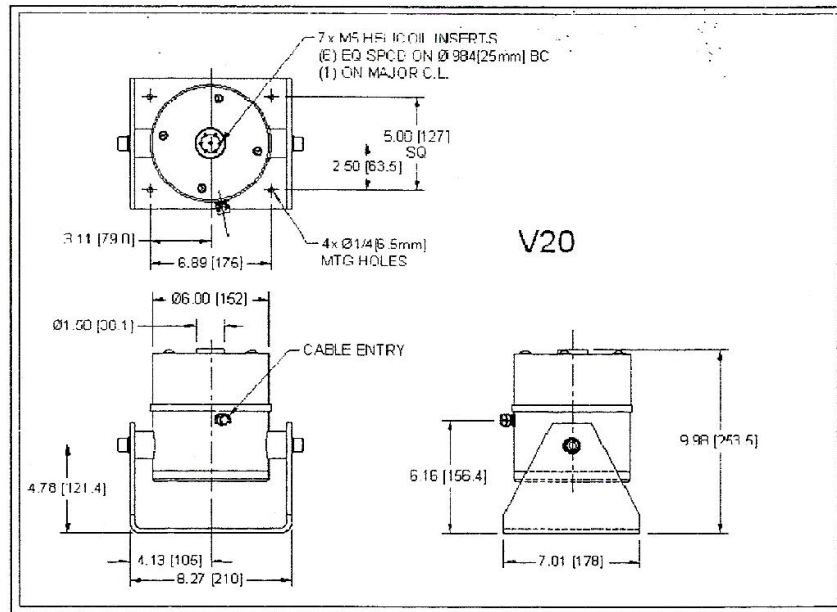


Figura 14. - Dimensiones del shaker

Para los ensayos con técnica DIC de la viga apoyada, el modelo de *shaker* usado fue un V2664, también de la compañía *Data Physics Corporation*.



Imagen 5. - Shaker V2664 durante ensayo en laboratorio

A continuación se muestran sus características técnicas más relevantes:

Fuerza máxima sinusoidal	10 500 N
Fuerza máxima aleatoria	10 000 N
Fuerza máxima de impulso	22 260 N
Aceleración sinusoidal máxima	154 m/s ²
Velocidad máxima	1,52 m/s
Diámetro de la armadura	640 mm
Masa de la armadura	68 kg
Resonancia de la armadura	2 500 Hz
Rango de frecuencias	CC-3 000 Hz
Rigidez axial	1,14 kgf/mm
Masa del cuerpo del shaker	1830 kg
Consumo de potencia eléctrica	17,6 kW

Tabla 2.- Características técnicas del shaker V2664/DSA4-8k

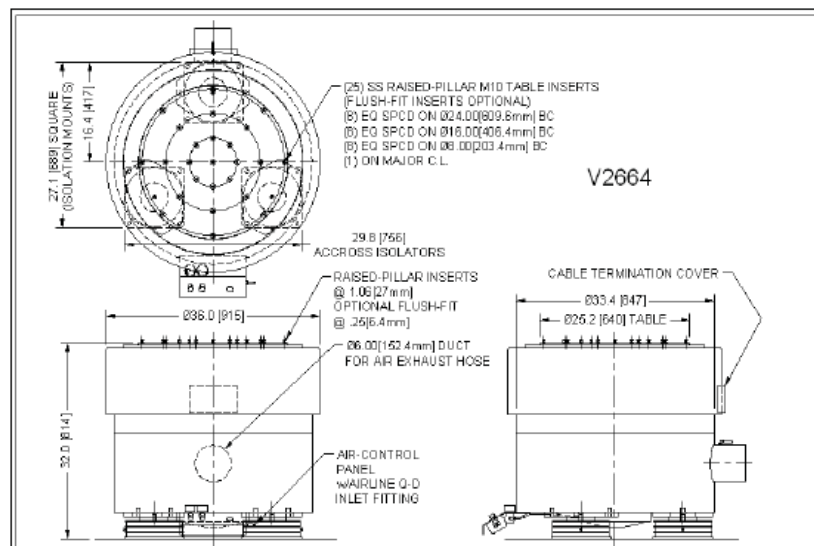


Figura 15.- Dimensiones del shaker V2664

6.2. Martillo instrumentado

El martillo instrumentado es un elemento excitador que posee en su cabeza una célula de carga. Tras un impacto, esta célula de carga genera una señal que es recogida por un analizador. La fuerza del golpeo causado por el martillo es proporcional a la masa del cabezal por la velocidad del impacto.

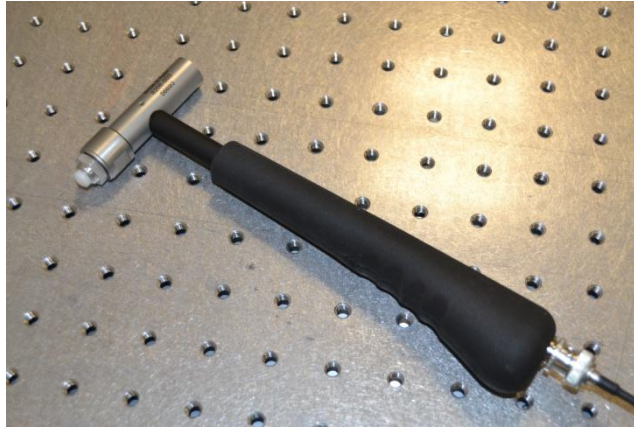


Imagen 6.- Martillo instrumentado Brüel&Kjaer 8206-003

El martillo posee tres puntas intercambiables: una de goma, otra de plástico y otra de aluminio, y la elección de una u otra depende de la rigidez del elemento que se esté ensayando. A continuación se muestran los dos parámetros técnicos del martillo de impacto a tener en cuenta para los ensayos experimentales:

Sensibilidad	1,319 mV/N
Rango de medida	4448 N

Tabla 2.- Características técnicas del martillo B&K 8206-003

El martillo instrumentado tiene integrado en su cabeza un transductor de fuerza. Con el impacto se consigue excitar el elemento en un amplio rango de frecuencias.

Aunque el martillo instrumentado es un dispositivo excitador simple, portátil, económico, y bastante más rápido de usar durante un ensayo que un *shaker*, presenta la desventaja de no ser capaz en determinadas ocasiones de transmitir la energía de impacto suficiente como para obtener señales de respuesta a la frecuencia que se encuentren en el rango de interés. Una señal de respuesta a la frecuencia típica de un elemento tras ser excitado por el martillo se muestra en la siguiente figura.

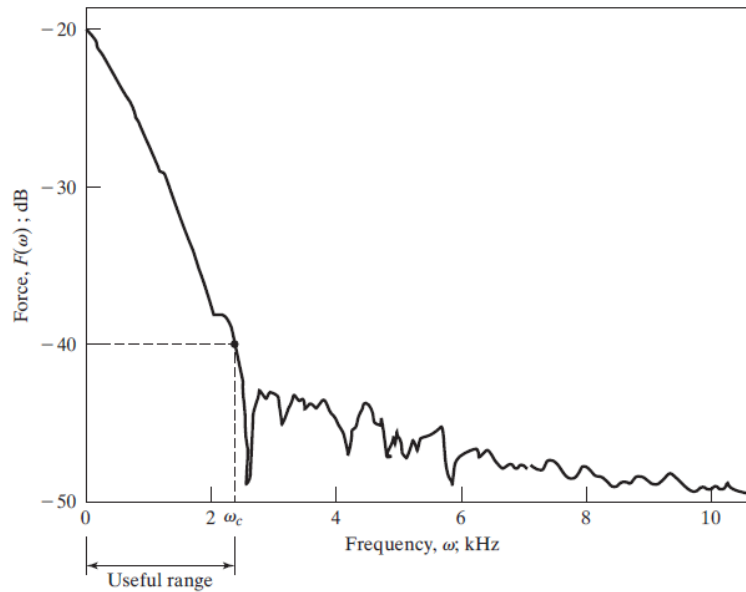


Figura 15.- Señal de respuesta a la frecuencia tras el impacto de un martillo instrumentado [1]

La respuesta del elemento ante el impacto es una combinación de varias excitaciones que se sitúan al nivel de las frecuencias naturales del mismo. La forma que presenta depende de las masas y las rigideces del martillo y el elemento ensayado. Normalmente, el rango de frecuencias excitadas queda definido por una frecuencia límite (en la figura anterior ω_c), lo que quiere decir que el elemento no ha recibido suficiente energía de impacto como para excitar modos de vibración que se encuentran por encima de esta frecuencia límite.

Además de este posible problema con la energía necesaria de impacto, también durante los ensayos deben tenerse en cuenta otras consideraciones, como por ejemplo efectuar el golpe justamente en la misma dirección en la que se quiere obtener la respuesta, o impactar lo suficientemente rápido como para que no se produzca rebote contra el elemento. Éstos y otros inconvenientes a tener en cuenta durante el ensayo se analizarán con mayor detalle en el capítulo 7.

6.3. Analizador Photon+

La tarjeta analizadora Photon+, de la empresa noruega *Brüel&Kjaer*, permite analizar y procesar en tiempo real señales de entrada y salida generadas propias de cualquier ensayo vibracional. Puede ser conectada mediante conexión USB a un ordenador, donde, por medio de un software, se pueden definir distintos parámetros y también visualizar las señales que sean de interés relativas al ensayo en cuestión. Posee cuatro canales de entrada y una salida que puede emplearse como fuente de señal.



Imagen 7.- Tarjeta analizadora Photon+

RT Pro es el software que permite al usuario controlar el analizador, y que dispone, entre otras aplicaciones, de análisis dinámico de señales (*Signal Analysis and Waveform Source*), adquisición de datos modales (*Modal Data Acquisition*), análisis medioambiental (*Environmental Data Reduction*) o análisis acústico (*Acoustic Analysis*).

En este trabajo, se ha hecho uso de las dos primeras aplicaciones de procesado de datos *Signal Analysis and Waveform Source* y *Modal Data Acquisition*. Con la primera, se han registrado señales en tiempo real de los primeros ensayos con acelerómetro y equipo de extensometría, obteniendo las

señales en el dominio del tiempo y también en el de la frecuencia de la viga empotrada. Con la segunda, se han llevado a cabo análisis modales, donde se han generado conjuntos de FRF (*Frequency Response Function*) de la viga biapoyada de acero, con el objetivo de obtener la forma de los modos propios de vibración de la misma.

6.4. Acelerómetro

El acelerómetro es un pequeño dispositivo que es capaz de medir la aceleración en cualquier punto de un elemento. Este transductor es robusto, compacto, ligero, y ofrece un rango de respuesta a la frecuencia amplio. Es uno de los transductores más empleados [11].

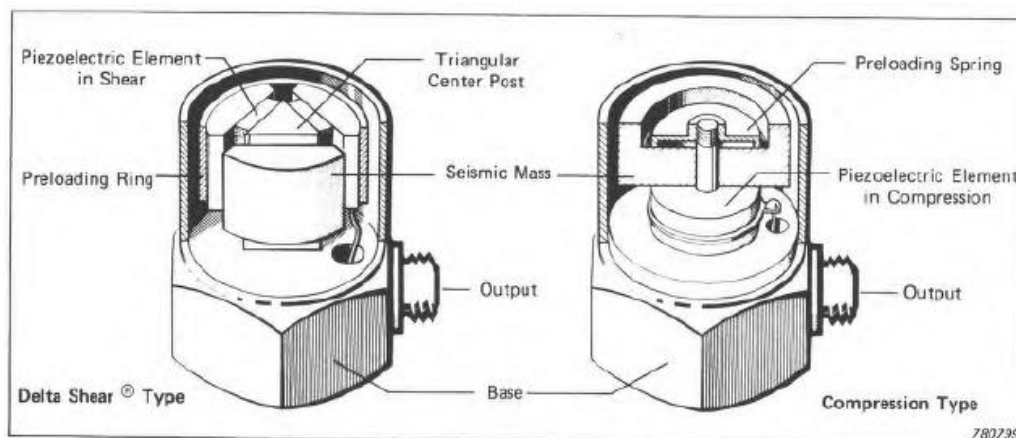


Figura 16.- Estructura interna de un acelerómetro piezoeléctrico [2]

Existen distintos tipos de acelerómetros dependiendo de su construcción y principio de funcionamiento. El que se emplea en este estudio, que es también el más común, es el acelerómetro piezoeléctrico, denominado así por albergar en su interior un cristal piezoeléctrico. El acelerómetro detecta y mide el movimiento relativo de su masa respecto a la superficie en la que se encuentre situado. Cuando se somete a vibración, la masa aplica una fuerza

sobre el cristal que es directamente proporcional a la aceleración. A su vez, la carga producida por el cristal es proporcional a la fuerza sobre el mismo.

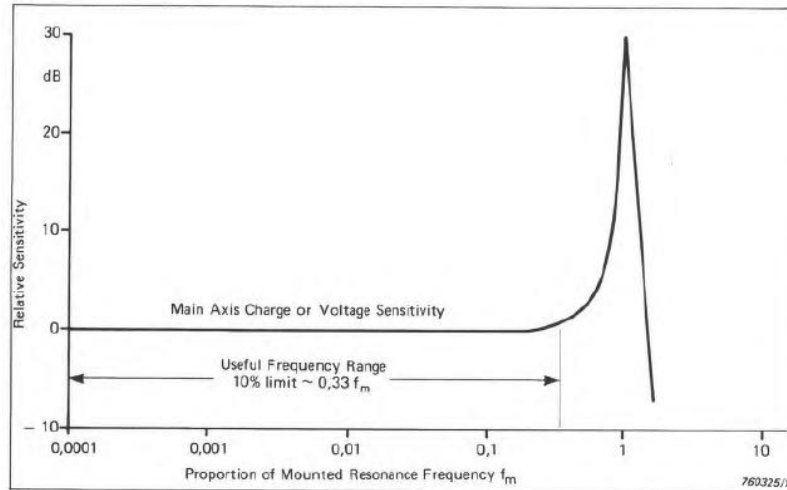


Figura 17.- Rango de frecuencias de un acelerómetro piezoeléctrico

Para adherir el acelerómetro al elemento que se esté estudiando se suele emplear cera de abeja. Este es el método más común, ya que sólo modifica ligeramente la frecuencia natural del acelerómetro, manteniendo así el rango de medición. A continuación se muestran sendas tablas en las que se recogen las características técnicas de los dos acelerómetros usados durante los ensayos experimentales.

Rango de aceleración	± 5 g
Sensibilidad	1000 mV/g
Frecuencia natural	9 kHz
Rango de frecuencia	1-3000 Hz

Tabla 3.- Características técnicas del acelerómetro KISTLER 8636 C5

Rango de aceleración	± 500 g
Sensibilidad	10,47 mV/g
Frecuencia natural	30 kHz
Rango de frecuencia	2-7000 Hz

Tabla 4.- Características técnicas del acelerómetro Brüel&Kjaer 4520-001

6.5. Equipo extensométrico

La extensometría es la técnica más empleada en el análisis experimental de tensiones y deformaciones. Los dispositivos empleados se denominan galgas extensométricas. Su fundamento es la variación de la resistencia eléctrica que tiene lugar en el hilo conductor cuando ve modificado su tamaño debido a la deformación sufrida por la superficie a la que se encuentra adherida.

La variación de la resistencia es directamente proporcional a la deformación producida por el fino hilo metálico (ver Figura 18). El hilo se encuentra adherido a una base muy delgada aislante, que además hace las veces de soporte. Sus extremos son ligeramente más gruesos para permitir la soldadura de los cables de conexión a los instrumentos de medida.

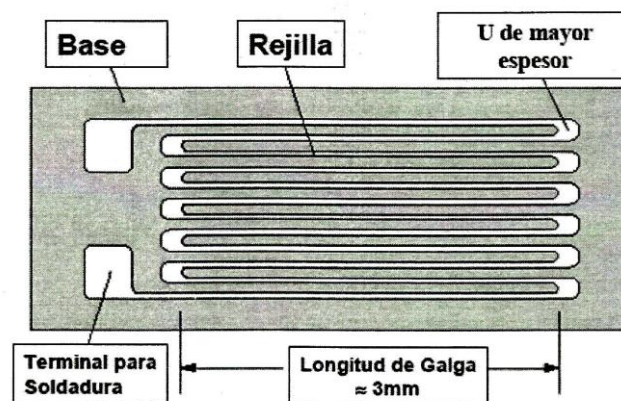


Figura 18.- Galga extensométrica

Antes de adherir una galga, es necesario limpiar debidamente la superficie sobre la que se vaya a situar, eliminando polvo, pintura, y en general cualquier suciedad que impida una instalación correcta de la misma.



Imagen 8.- Equipo de extensometría

6.6. Equipo DIC 3D

Durante los ensayos con DIC 3D se ha hecho uso de un sistema estereoscópico formado por dos cámaras de alta velocidad Photron FastCam SA4. Para obtener los campos de desplazamiento y deformación en las tres direcciones del espacio se posicionan las dos cámaras debidamente sincronizadas.



Imagen 9.- Cámara Photron FastCam SA4

Se trata de una cámara de filmación de muy alta velocidad, con capacidad para filmar hasta 500.000 imágenes por segundo durante 22,2 segundos.

Resolución (píxels)	Fotogramas por segundo (fps)
1024 x 1024	3 600
512 x 512	13 500
256 x 256	45 000
128 x 128	125 000
128 x 16	500 000

Tabla 5.- Matriz de configuraciones en la toma de imágenes con cámaras Photron FastCam SA4

6.7. EasyMod

EasyMod es un software libre formado por un conjunto de funciones en MATLAB que permite identificar, obtener, y validar parámetros modales a partir de un ensayo vibracional. El programa trabaja con archivos de tipo universal (con extensión *.uff* o *.unv*) y es realmente una herramienta muy útil y eficaz para analizar resultados derivados de ensayos experimentales.

Como parte del gran número de funciones que forman *EasyMod*, existe un programa muy simple llamado *EasyAnim* que es capaz de hacer animaciones en la pantalla de cualquier ordenador de la deformada de un elemento formado por puntos, líneas y/o superficies. Está basado en *OpenGL*, una multiplataforma para escribir aplicaciones que producen gráficos en 2D y 3D, y que también es utilizada por los programas CAD. La animación puede cargarse a partir de dos archivos universales: uno conteniendo información de la geometría del elemento, y otro que contenga información de las frecuencias naturales del mismo. Ambos archivos pueden crearse en MATLAB haciendo un correcto uso de las numerosas funciones que el programa *EasyMod* ofrece.

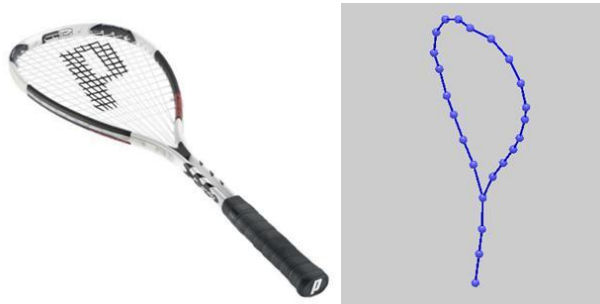


Figura 19.- Deformada de una raqueta de squash en *EasyAnim*

6.8. Simulación numérica

Actualmente, todo ensayo vibracional que se lleve a cabo en laboratorio con el fin de determinar las frecuencias naturales y la forma de los modos propios de vibración de un elemento o estructura de interés debería ser contrastado con los resultados arrojados por un software de elementos finitos, en lo que se conoce como un proceso de correlación de datos.

La correlación de resultados experimentales y numéricos es completamente necesaria para poder dar validez a los mismos y poder

establecer unas conclusiones veraces del ensayo experimental que se haya realizado.

El software utilizado en este trabajo, ABAQUS, es uno de los muchos que utilizan el método de los elementos finitos para la resolución de problemas de ingeniería, que pueden ir desde cálculos estructurales estáticos lineales y no lineales hasta simulación de impactos, pasando por problemas de contacto de sólidos, térmicos, acoplamientos acústico-estructurales o incluso mecánica de fluidos.

Al igual que otros de su tipología, consta de un preprocesador (CAE) en el que se pueden crear o importar geometrías desde programas CAD, asignar las propiedades de los materiales empleados, definir contactos entre los distintos componentes, y llevar a cabo el mallado de sólidos. Tras el procesado, los resultados se pueden visualizar en un posprocesador que consta de un entorno gráfico muy intuitivo. En el siguiente esquema se muestran las etapas del proceso completo:

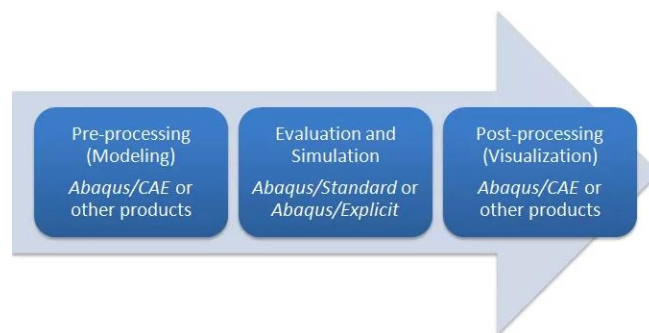


Figura 20.- Diagrama de las fases de un proceso de simulación numérica en ABAQUS

7. CONFIGURACIÓN DE LOS ENSAYOS

En este capítulo se ofrece una descripción detallada del procedimiento seguido para efectuar cada uno de los ensayos experimentales, incluyendo las consideraciones a tener en cuenta con el manejo de los equipos.

7.1. Ensayo con viga empotrada

El primer ensayo, centrado en el análisis del comportamiento dinámico de una viga de duraluminio empotrada en uno de sus extremos, persigue principalmente dos objetivos. Por una parte, la familiarización con el instrumental básico de medida y análisis de vibraciones, y por otra, la detección de las frecuencias naturales de la misma usando diferentes dispositivos de medida.

El *setup* de este ensayo está formado por la propia viga de duraluminio y por un sistema de fijación que está constituido por una mordaza que actúa como un empotramiento perfecto. Para ello, la base de la mordaza se encuentra anclada al cabezal del *shaker*, y la parte superior trata de comprimir la base de la viga para que así no exista ninguna holgura.

Para generar señales de excitación y analizar señales de respuesta del elemento ensayado en el dominio del tiempo y de la frecuencia se ha hecho uso del software analizador RT Pro, ya mencionado en el apartado 6.3. El programa dispone de hasta trece tipos distintos de señales a generar.

7.1.1. Señales de excitación de RT Pro

El *shaker* es el elemento excitador empleado en este ensayo con la viga de duraluminio, y mediante las señales de excitación generadas por el software se busca detectar sus frecuencias naturales. Se han hecho uso principalmente de las señales *Swept Sine* y *Sine*. A continuación se describe cómo utilizarlas con el fin de conseguir uno de los objetivos de este primer ensayo, que es el de establecer una técnica para detectar las frecuencias naturales de la viga.

7.1.1.1. *Swept Sine (Barrido en seno)*

Con este tipo de señal se lleva a cabo un barrido de frecuencias mediante ondas sinusoidales. Los parámetros necesarios para definirla son el intervalo de frecuencias en el que se desea hacer el barrido, la amplitud de la señal, y el tiempo que tarda en recorrerse el intervalo de frecuencias.

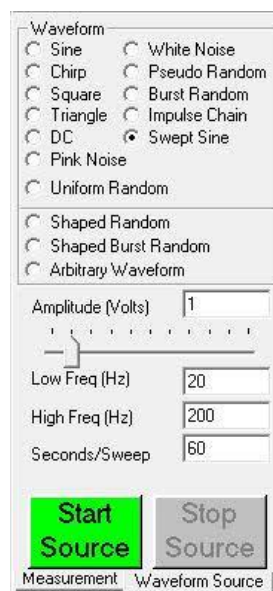


Figura 21.- Generador de señales de excitación en la interfaz de RT Pro

Cuando el elemento se encuentra en el caso de vibraciones forzadas, su respuesta tiende a amplificarse en las cercanías de las resonancias. Si se observa detenidamente la señal del acelerómetro en el dominio del tiempo y en el de la frecuencia, se puede estimar si existe algún máximo de amplitud que pueda corresponder a un modo propio.

La aparición de un aumento seguido de un descenso, ambos bruscos, en la amplitud de la señal en el dominio del tiempo indica por lo tanto la presencia de un modo propio cuya frecuencia se puede estimar observando simultáneamente la FFT (*Fast Fourier Transformation*). Así pues, se establece un determinado intervalo orientativo en el que se encuentra el modo.

7.1.1.2. Sine (Señal sinusoidal)

Esta señal aplica una excitación de tipo sinusoidal a frecuencia constante, y tendrá principalmente dos usos durante los ensayos efectuados. En primer lugar, se utilizará para realizar un barrido manual más reducido que con el *swept sine* automático. Para recoger la respuesta de la viga se utilizará tanto el equipo de extensometría como un acelerómetro.

En segundo lugar, tras determinar la frecuencia natural de elemento, se utilizará esta señal aplicada a esta misma frecuencia para determinar la respuesta del sistema bajo determinadas sollicitaciones.

Para configurar esta señal es necesario definir su amplitud y frecuencia.

7.1.2. Obtención de señales de desplazamiento

Para poder representar la señal de desplazamiento en un punto de la viga cualquiera es necesario primero integrar la señal de aceleración obtenida con la tarjeta analizadora.

Antes de realizar el proceso de integración, se debe filtrar la FFT (*Fast Fourier Transformation*) de aceleración entre cero y la frecuencia de resonancia usando la campana de Gauss para así obtener una señal de desplazamiento representativa. El máximo valor de la campana de Gauss, que es la unidad, se hace coincidir con el máximo valor de aceleración de la FFT, que se corresponde con la frecuencia de resonancia de la viga. De esta manera, al multiplicar los valores de ambas señales, no se produce apenas variación en los valores próximos a la resonancia, mientras que los valores de aceleración situados en frecuencias cercanas a cero se ven reducidos considerablemente.

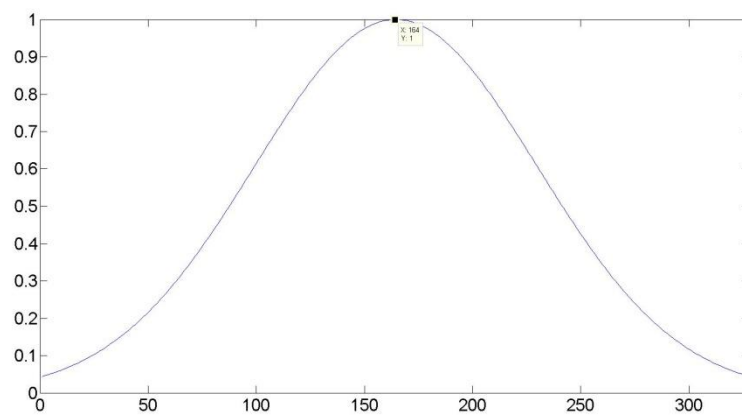


Figura 22.- Campana de Gauss empleada en el filtrado de la FFT de aceleración

7.1.3. Viga de duraluminio

En la siguiente figura se muestran las dimensiones en milímetros de la viga cantiléver de duraluminio.

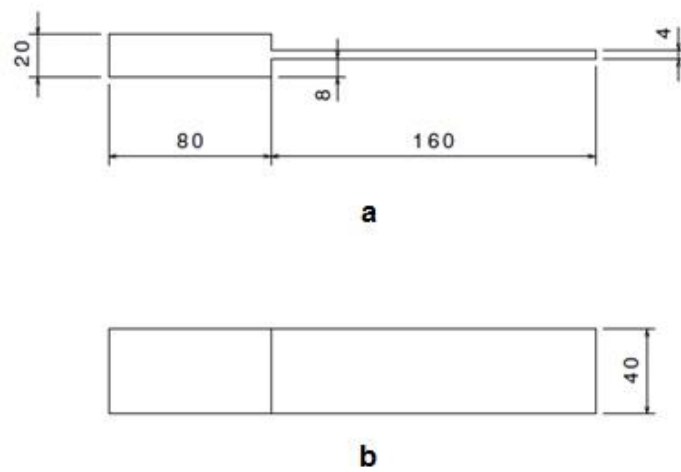


Figura 23.- Dimensiones de la viga cantiléver

a) Vista frontal; b) Vista en planta

La zona gruesa está destinada a la sujeción de la viga para así simular un empotramiento perfecto.



Imagen 10.- Viga cantiléver

7.1.4. Configuración de la fijación

Para el correcto empotramiento de la viga sobre la cabeza del *shaker*, se ha diseñado una mordaza que aloja la parte gruesa de la viga y deja libre la parte delgada.

El diseño consiste en una base cilíndrica sujeta sobre la cabeza del *shaker*, y otra sujeción superior también cilíndrica pero de mayor espesor sobre la que se ha realizado una ranura que aloja la parte gruesa de la viga. Su función es la de oprimir la pieza contra la base mediante tornillos. Los taladros de la mordaza tienen además un cajeado para así ocultar la cabeza de los tornillos, y también para evitar que éstas no interfieran en el apoyo de la viga sobre la pieza.



Imagen 11.- Base y sujeción superior de la mordaza

Pueden encontrarse los planos de fabricación de todos los elementos ensayados en el Anexo II: Planos de Fabricación.

7.1.5. Montaje del acelerómetro

Para realizar los ensayos en los que el acelerómetro es el dispositivo que recoge la respuesta en frecuencia de la viga, éste debe ser adherido a su superficie utilizando cera de abeja.

La masa de los acelerómetros usados en los ensayos experimentales no debe considerarse despreciable frente al de la viga, pero sí que puede reducirse su influencia en los valores de las frecuencias naturales dependiendo de la posición en la que se coloque. El montaje del acelerómetro en la superficie de la viga aumenta la masa del conjunto total, pero no modifica su rigidez. Así, teniendo en cuenta la expresión $\omega_n = \sqrt{k/m}$, los valores de las frecuencias naturales se verían reducidos.

La posición idónea por lo tanto para colocar el acelerómetro se sitúa en las inmediaciones del empotramiento. Cuanto menor es la distancia entre la masa del acelerómetro y el apoyo, menor es el momento que se crea respecto a los nodos de la viga con desplazamiento nulo en el empotramiento, y esto garantiza una mayor precisión en los valores que se obtengan para las frecuencias naturales.



Imagen 12.- Posición del acelerómetro en viga empotrada

7.1.6. Instalación de la galga extensométrica

Cuando se hace vibrar la viga con el *shaker*, ésta se deforma, y con ella el hilo conductor que posee la galga adherida a ella. La variación de la resistencia a través de este hilo se traduce en una señal de voltaje que es recogida y procesada por la tarjeta controladora. Al igual que utilizando el acelerómetro las

variaciones bruscas de amplitud en la señal de aceleración indicaban la presencia de una frecuencia natural, usando la galga lo harán las variaciones en las señales de voltaje.

La posición de la galga en la superficie de la viga debe ser también cercana al empotramiento, pues es en la base de la viga donde se produce mayor flexión, y por consiguiente, donde se produce una amplitud de señal mayor.

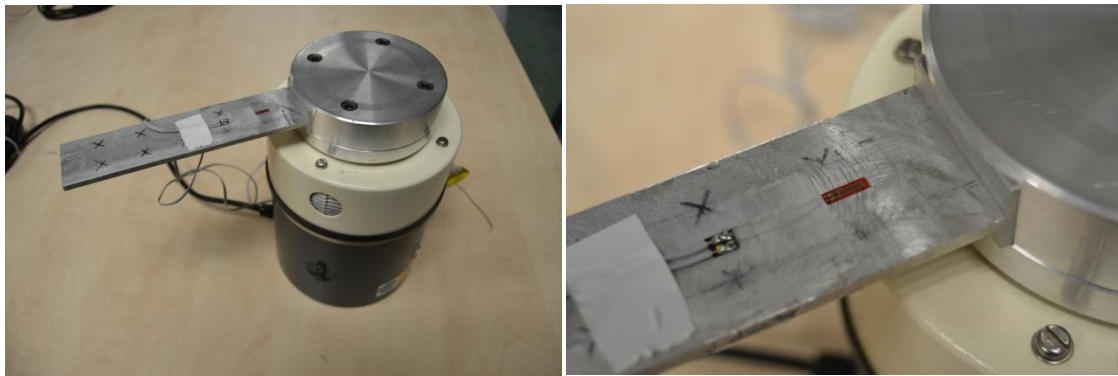


Imagen 13.- Posición de la galga en viga empotrada

7.2. Ensayo con viga biapoyada

Ésta es una configuración completamente distinta a la de la viga de duraluminio empotrada empleada durante la primera fase del trabajo. Lo que se persigue ahora con estos nuevos ensayos es obtener la información modal necesaria para indagar nuevas técnicas con el fin de obtener la forma de los modos propios de vibración de un elemento.

Para poder representar gráficamente las deformadas de una viga cuando ésta es excitada bajo alguna de sus frecuencias naturales, primero habría que “dividir” la viga en una serie de puntos o nodos, para, a partir de cada uno, extraer información de su respuesta a la frecuencia (FRF). Llegados a este punto, se consideró que la viga cantiléver de aluminio donde se realizaron los ensayos iniciales era demasiado corta para obtener con precisión parámetros

modales de nodos suficientes, por lo que se optó por fabricar una nueva viga más larga.

Esta mayor longitud de la viga se traduciría en una rigidez menor, y esto a su vez en valores de las frecuencias naturales más bajos. Por ello se ideó un nuevo *setup* en el que la viga se encontraba biapoyada, sujeta por dos rodillos en cada extremo (ver Figura 24) que impedían cualquier desplazamiento pero que podían permitir el giro, y por consiguiente, la flexión de la viga.

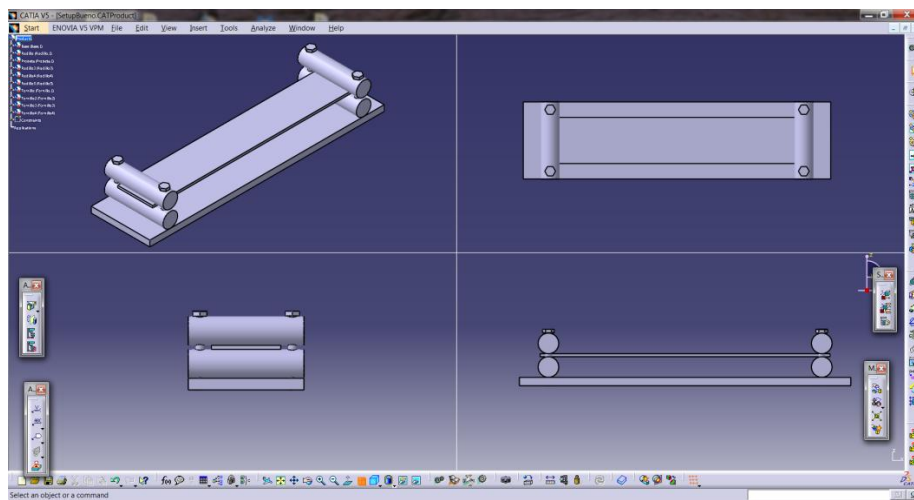


Figura 24.- Diseño del *setup* para viga biapoyada en CATIA V5

Esta viga fue fabricada en acero inoxidable, cuyo módulo de Young es de $2,1 \cdot 10^6$ MPa, del orden de tres veces mayor que el del aluminio. De esta manera se mantiene la rigidez respecto a la viga de duraluminio, y en consecuencia los valores de los modos propios en aproximadamente el mismo rango de frecuencias.

En el siguiente esquema (Figura 25), donde se puede apreciar una vista en planta del *setup*, se muestran los diferentes puntos de impacto sobre la viga con martillo instrumentado y la posición ocupada por el acelerómetro durante el ensayo experimental.

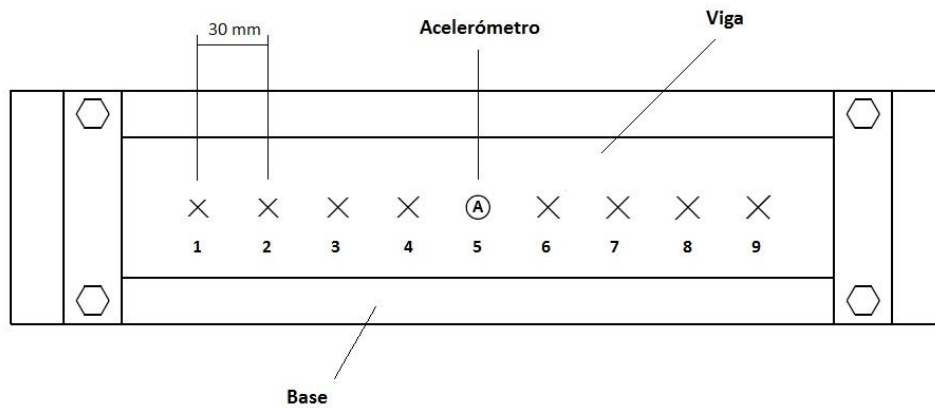


Figura 25.- Puntos de impacto y posición del acelerómetro durante ensayo

A continuación se muestra el montaje real durante el transcurso de los ensayos experimentales en el laboratorio.



Imagen 14.- Setup de la viga de acero con acelerómetro

7.2.1. Ensayos con martillo instrumentado

El martillo instrumentado se emplea como elemento excitador, y se conecta mediante un cable BNC a una de las entradas de la tarjeta controladora Brüel&Kjaer.

Para poder realizar el ensayo, han de configurarse correctamente algunos parámetros correspondientes al canal de entrada de la tarjeta controladora al que esté conectado. Se selecciona *Force* como magnitud de medida, Newton como la EU (*Engineering Unit*) y el valor 1,318 como factor de conversión entre mV y Newton. Este valor se corresponde con la sensibilidad del instrumento, y queda recogido en el manual de características técnicas del mismo. Finalmente, se elige CCLD como el tipo de señal a recoger.

El martillo posee tres puntas intercambiables: una de goma, otra de plástico y otra de aluminio, y la elección de una u otra depende de la rigidez del elemento que se está ensayando. En este ensayo, la punta de plástico resultó ser la ideal para obtener las FRF.

El dispositivo que recoge la respuesta en estos ensayos es el acelerómetro. Se coloca justamente en el centro de la viga porque es ahí donde se produce una mayor deflexión, de manera que el desplazamiento puede llegar a ser detectado por el transductor.

7.2.1.1. Modal Data Acquisition (MDA)

Para llevar a cabo el análisis modal de la viga, se ha trabajado con el módulo *Modal Data Acquisition* (MDA) del software RT Pro. La interfaz de MDA es muy similar a la de *Signal Analysis and Waveform Source* utilizada en los primeros ensayos con la viga empotrada (ver Figura 26). Tan sólo presenta algunas novedades relativas a la configuración de un ensayo modal.

El ensayo llevado a cabo para obtener las FRF consiste en colocar el acelerómetro en el centro de la viga (ver Figura 25) e ir golpeando en varios puntos equiespaciados de la misma para ir así recogiendo la información. Para configurar el ensayo, existe una opción llamada *Auto-Increment Coordinates Setup* que permite definir el punto de medida en una coordenada fija, e incrementar las coordenadas de los puntos de excitación automáticamente tras impactar la viga con el martillo. Tras golpear en los nueve puntos de excitación definidos en la viga, incluido el punto de medida donde se encuentra el acelerómetro, se da por finalizado el test, y se generan tantas funciones FRF como impactos se hayan realizado en archivos del tipo *.uff*. Estos archivos se importan a MATLAB para ser tratados por las funciones de *EasyMod*, y así conseguir un archivo universal que pueda ser interpretado por *EasyAnim*.

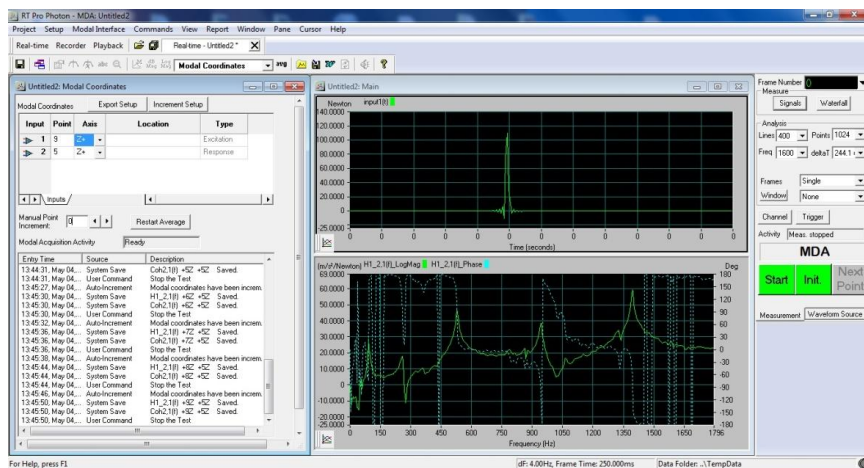


Figura 26.- Interfaz de MDA durante un ensayo modal

En el Anexo I de este trabajo se presenta un tutorial en el que se describe con mayor detalle cómo realizar un análisis modal con *Modal Data Acquisition*, y a continuación cómo utilizar los ficheros generados para visualizar la deformada de los modos propios de vibración haciendo uso de *EasyMod*.

7.2.1.2. *EasyMod*

Para visualizar finalmente la forma de los modos propios de vibración, se emplea primero la información modal recogida con MDA y seguidamente se procesa mediante las funciones de MATLAB pertenecientes a *EasyMod* (leer Anexo I: Tutorial).

El programa con el que finalmente se realizan animaciones de los modos propios de vibración del elemento es *EasyAnim*. *EasyAnim* trabaja con archivos universales (de extensión *.unv*), y son dos concretamente los archivos necesarios para crear una animación.

El primero de ellos debe contener información relativa a la geometría de la viga. En MATLAB se definen las coordenadas de los nodos en los que se ha impactado con el martillo durante el ensayo, y a continuación se define una línea que une todos los nodos. Tras esto, se emplea una función de *EasyMod* que escribe estos parámetros geométricos en un archivo universal.

El segundo archivo debe tener la información modal de cada uno de los nodos ensayados en la viga. Lo primero que se debe tener en cuenta es el formato en el que se exportan funciones de transferencia pertenecientes a las excitaciones en los distintos puntos de la viga. El software RT Pro permite guardar señales en varios formatos, siendo uno de ellos el formato *.uff*. Se deben obtener las FRF en dicho formato, y a continuación se deben exportar a MATLAB para ser procesadas por un programa que escribe información de todos los parámetros modales registrados en un archivo universal.

Con esto, los dos archivos pueden ser cargados desde *EasyAnim* para visualizar la deformada de la viga bajo alguno de sus modos propios. Desde la interfaz de la aplicación es posible manipular parámetros de las animaciones: velocidad, ángulos de la cámara, tamaño de los nodos, tamaño de las líneas, etc. Además, siguiendo *Options > Load Mode* es posible cargar la animación de cualquier modo que esté incluido en el archivo. El aspecto que presenta la interfaz del programa es la siguiente:

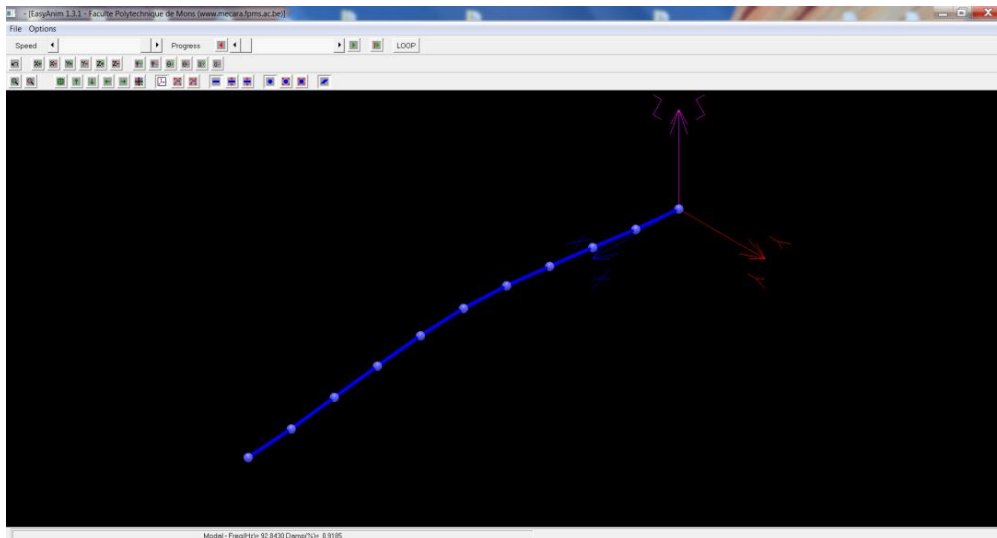


Figura 27.- Interfaz de EasyAnim

7.2.2. Montaje experimental para ensayo con DIC 3D

Para completar la búsqueda de alternativas experimentales con el fin de visualizar la forma de los modos propios de la viga de acero, se describe en este epígrafe la metodología seguida durante los ensayos realizados empleando la técnica de campo completo DIC 3D.

El objetivo de este ensayo es el de capturar una serie de imágenes a través de dos cámaras de alta velocidad *Photron* de la viga de acero mientras es excitada bajo alguna de sus frecuencias naturales. Una vez obtenidas las imágenes, éstas pueden ser procesadas a través del software VIC 3D del equipo para visualizar la forma de los modos propios y también hallar los desplazamientos que experimenta la viga.

En último término se compararán los resultados con los obtenidos con el software *EasyMod* y también con la simulación numérica en ABAQUS. A continuación se muestra una imagen del montaje experimental.



Imagen 15.- Montaje experimental durante ensayo con técnica DIC 3D

7.2.2.1. Configuración de la fijación

Aquí se presenta la solución adoptada para fijar la viga al cabezal del nuevo *shaker*.



Imagen 16.- Base anclada al cabezal del shaker

En el Anexo II: Planos de fabricación se encuentran todos los planos de los elementos ensayados, incluyendo sus dimensiones.

7.2.2.2. Puesta a punto del equipo: Sincronización y calibración

Para conseguir la correlación de las imágenes tomadas durante el ensayo con la técnica DIC 3D, es necesario en primer lugar sincronizar las dos cámaras empleadas correctamente, de manera que comiencen a grabar en el mismo instante de tiempo una vez sea dada la orden de disparo con el *trigger*. Para llevar a cabo dicha sincronización, se hace uso de una tarjeta DAQ y del software Vic-Snap de *Correlated Solution*.

Una vez ambas cámaras están sincronizadas, se lleva a cabo el proceso conocido como calibración. Durante este proceso se consiguen determinar los parámetros extrínsecos (representando las posiciones relativas que ocupan las cámaras una respecto a la otra y con el objeto a medir) y los parámetros intrínsecos (que representan los parámetros internos de las cámaras) de manera que, tras el ensayo, pueden representarse fielmente los campos de deformaciones y desplazamientos que tienen lugar en el elemento ensayado.

Para ello, se usan unos paneles de calibración que poseen una serie de puntos de alto contraste que se encuentran sobre una superficie lisa y rígida (ver Imagen 17).

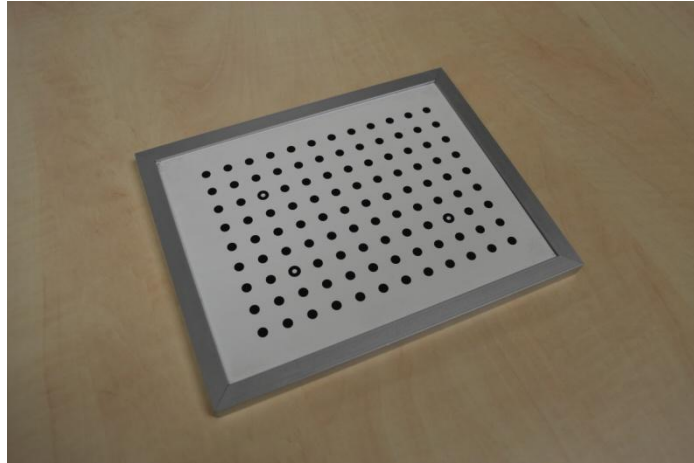


Imagen 17.- Panel de calibración

Las distancias entre los puntos del panel son conocidas, y en ésta se basa el software para analizar y determinar la posición y los parámetros mencionados para una correcta calibración del sistema. Se toman una serie de imágenes antes de realizar el ensayo, las cuales deben de realizarse desplazando y rotando el panel de calibración en los tres ejes de coordenadas del sistema donde se ubicaría el elemento a estudiar.

7.2.2.3. Ensayo con DIC 3D

Para comenzar, se deben de nuevo detectar las frecuencias naturales usando el *shaker*, ya que aunque éstas se suponen ya conocidas tras los ensayos con el martillo instrumentado, es posible que la rigidez de la fijación al cabezal del *shaker* sea algo más fuerte o más débil, y esto modificaría los valores en los que se encuentran las frecuencias naturales. Aún así, esta posible variación no dejará de ser mínima, y simplemente ha de tenerse en cuenta para poder hacer vibrar la viga bajo alguna de sus resonancias.

Detectadas las frecuencias naturales mediante un barrido en seno, se procede a hacer vibrar la viga a frecuencia constante mientras se encuentra en resonancia, y es en ese momento cuando se deben tomar imágenes con las cámaras de alta velocidad del fenómeno a estudiar.

7.2.2.4. *Consideración previa al ensayo con DIC 3D*

Como se vio en el apartado 6.6. en el que se ofrecían las características técnicas de las cámaras *Photron FastCam SA4*, el equipo ofrece distintas configuraciones a la hora de grabar imágenes. Si se quieren capturar imágenes con una resolución amplia, se verá comprometida la velocidad de captura de las mismas. Es decir, cuanto mayor sea la resolución de las imágenes que se deseen obtener, menor será el número de imágenes por segundo que puedan registrar las cámaras.

Esta relación entre ambas variables es muy importante, y ha de tenerse en cuenta durante el transcurso de los ensayos experimentales para llegar a un compromiso con las características del ensayo que se desea realizar. La razón es la siguiente: cuando se graba la viga vibrando bajo alguna de sus frecuencias naturales, es importante tomar un número de imágenes amplio de cada ciclo de vibración, de manera que los campos de deformación y desplazamiento resultantes aporten datos fiables sobre el comportamiento dinámico de la viga.

Como análisis previo se podría suponer que una de las frecuencias naturales de la viga se sitúa en torno a 100 Hz. Esto significa que la viga realiza 100 ciclos de oscilación en tan sólo un segundo, y para determinar con seguridad tras analizar los resultados cuál es la deflexión máxima que sufre la viga en su centro, deberían obtenerse el mayor número de imágenes por ciclo posibles. Por ejemplo, si se quisieran tener 20 imágenes por ciclo de oscilación, no resulta muy complicado calcular que el número de imágenes que deben tomarse por segundo debe ser como mínimo de 2000 fps (*frames per second*).

Como se puede comprobar, grabar el movimiento oscilatorio de la viga cuando ésta vibra a 100 Hz no supondría problema alguno si se utiliza el equipo *Photron* del que se dispone, ya que se necesitaría una velocidad de grabación de 2000 fps, y las cámaras pueden grabar con su máxima resolución de 1024x1024 píxeles a una velocidad de 3600 fps (ver Tabla 5 en el apartado 6.6.).

Sin embargo, sí se puede encontrar alguna dificultad si se quieren grabar imágenes de resonancias que tienen lugar en frecuencias superiores. Como se verá en el capítulo siguiente, donde se muestran los resultados de los ensayos experimentales, el tercer modo de vibración de la viga de acero se sitúa por encima de los 500 Hz, por lo que habría que grabar con una velocidad de al menos 10 000 fps para obtener unas 20 imágenes por segundo, o en su defecto, con el número más próximo a esta cifra, en el caso de nuestro equipo a 13 500 fps. Con esta velocidad de captura, la resolución de las imágenes se reduce a la mitad respecto al caso anterior.

Por ello, esta limitación debe ser compensada con un campo de visión más reducido de las cámaras. Además, al ser la frecuencia de toma de imágenes mucho mayor, se necesita mucha luminosidad aplicada a la viga para que en las imágenes sea claramente visible. Por eso se usa un foco cuyo haz de luz incide perpendicularmente sobre la superficie de la viga.



Imagen 18.- Posición del foco durante el ensayo con DIC

7.2.3. Configuración del análisis modal en ABAQUS

Mediante simulación numérica se pretenden determinar las tres primeras frecuencias naturales de la viga y sus deformadas típicas o forma de los modos propios. Para ello debe configurarse en ABAQUS el análisis modal correspondiente.

El modelado de la viga y su posterior mallado no suponen ninguna dificultad debido a la simple geometría que presenta ésta. Para el mallado se han elegido elementos planos *shell* de tamaño 7 mm, obteniéndose un total de 410 elementos.

```

P R O B L E M   S I Z E

NUMBER OF ELEMENTS IS                410
NUMBER OF NODES IS                   459
NUMBER OF NODES DEFINED BY THE USER  459
TOTAL NUMBER OF VARIABLES IN THE MODEL 2754
(DEGREES OF FREEDOM PLUS MAX NO. OF ANY LAGRANGE MULTIPLIER
  VARIABLES. INCLUDE *PRINT,SOLVE=YES TO GET THE ACTUAL NUMBER.)

```

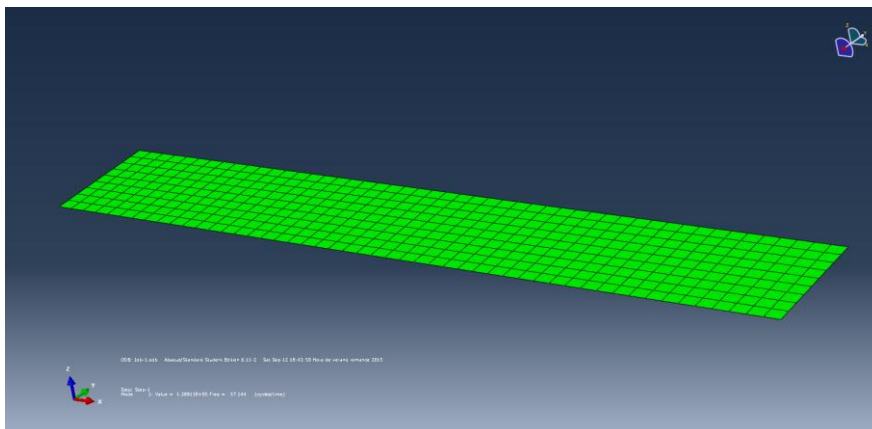


Figura 28.- Geometría, mallado y número de elementos de la viga en ABAQUS CAE

```

** MATERIALS
**
*Material, name=Acero
*Density
7960.,
*Elastic
2.1e+11, 0.3

```

Figura 29.- Valores asignados a densidad, módulo de Young y coeficiente de Poisson en unidades del SI

La definición de las condiciones de contorno se presenta, por el contrario, como la parte más difícil de ejecutar durante la simulación numérica. El sistema de fijación del montaje, formado por rodillos, impide el desplazamiento en las tres direcciones del espacio, pero sí permite la flexión de la viga en una de ellas. La fijación en los extremos de la misma se encuentra muy cerca de restringir cualquier movimiento o giro, pero sin llegar a ser un empotramiento puro.

Para llegar a definir estas condiciones de contorno y conseguir correlar los resultados experimentales y los numéricos, se ha hecho uso de elementos muelle (*spring*) en las zonas de contacto con los rodillos (ver Figura 30). Estos elementos muelle permiten asignar manualmente valores numéricos a la rigidez en cada una de las direcciones del espacio, tanto para los desplazamientos como para los giros.

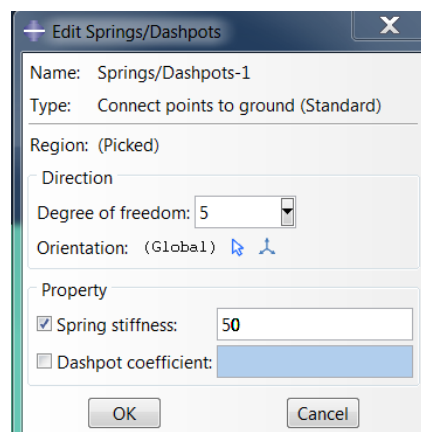


Figura 30.- Configuración de elementos muelle

De esta manera, se han restringido los desplazamientos en las tres direcciones del espacio con la condición de contorno *Pinned*, y además se han probado distintos valores de rigidez para el giro en la dirección Y, que es el eje respecto al cual la viga flexa.

En la siguiente figura se muestran los elementos muelle definidos en los extremos de la viga, que es la zona en la que existe el contacto con los rodillos.



Figura 31.- Elementos muelle aplicados a la viga biapoyada

Desde el archivo de entrada *.inp* se puede modificar el valor de la rigidez asociada al giro en Y hasta encontrar el parámetro más próximo a la realidad.

```
*Shell Section, elset=_PickedSet9, material=Acero
0.0025, 5
*Spring, elset=Springs/Dashpots-1-spring
5
60.
*Element, type=Spring1, elset=Springs/Dashpots-1-spring
401, 1
402, 2
403, 3
404, 4
405, 5
```

Figura 32.- Elemento muelle (spring) con valor de rigidez asociado en archivo *.inp*

En la figura anterior se pueden apreciar los elementos muelle asignados durante la configuración del ensayo modal registrados en el archivo *.inp*. El valor 5 indica que los elementos se corresponden con el giro en Y, y 60 es el valor de la rigidez. Al haber definido previamente las variables de densidad y módulo de Young en unidades del SI, debe entenderse que el valor de la rigidez asignado es por lo tanto de 60 N/m.

8. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este nuevo capítulo se presentan todos los resultados derivados de los ensayos experimentales, así como comparativas, comentarios y conclusiones.

8.1. Ensayos con viga empotrada

Con los primeros ensayos básicos se pretenden caracterizar los modos propios de vibración de la viga de duraluminio empotrada. En estos ensayos se ha empleado el *shaker* GW-V20/PA30E como dispositivo de excitación, y como dispositivos de medición se han utilizado tanto un acelerómetro como un equipo de extensometría, con la finalidad de poder contrastar ambas técnicas experimentales.

8.1.1. Frecuencias naturales teóricas

Atendiendo a bibliografía [12] se pueden calcular las frecuencias naturales de una viga empotrada en uno de sus extremos resolviendo la siguiente ecuación:

$$f_k = \frac{\lambda_k^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI L}{M}} \quad (\text{ec. 19})$$

Donde L representa la longitud de la parte delgada de la viga, E el módulo de Young del material, I el momento de inercia de la sección delgada, y M la

masa de dicha parte. λ_k es un parámetro adimensional que se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$\cos \lambda \cosh \lambda + 1 = 0 \quad (\text{ec. 20})$$

Los valores asignados para definir las propiedades del material aluminio han sido de 70000 MPa para el módulo de Young y de 2700 kg/m³ para la densidad.

Las dos primeras frecuencias naturales analíticas obtenidas a partir de la ecuación 19 son:

Modo	f_n (Hz)
Primero	128,5
Segundo	805,2

Tabla 6.- Frecuencias naturales teóricas de la viga empotrada

8.1.2. Resultados experimentales mediante acelerómetro

En este epígrafe se presentan los valores de las frecuencias naturales de la viga detectados por un acelerómetro KISTLER 8636 C5, así como otras gráficas y datos de interés propias del posprocesado.

Empleando la excitación por movimiento de la base del *shaker*, se han obtenido los siguientes valores para las dos primeras frecuencias naturales de la viga de duraluminio:

Modo	f_n (Hz)
Primero	140,0
Segundo	804,1

Tabla 7.- Modos propios de vibración de la viga de duraluminio

Haciendo uso del software RT Pro se han conseguido grabar en tiempo real las señales de aceleración en el dominio temporal y en el de la frecuencia mientras la viga estaba siendo excitada bajo alguna de sus dos primeras frecuencias de resonancia. Seguidamente éstas se han exportado, y han sido procesadas en MATLAB para acotar los intervalos de los ejes de abscisas y de ordenadas, y poder mostrar de manera simple el comportamiento dinámico de la viga empotrada en resonancia. Para obtener las señales de desplazamiento, se han integrado las señales de aceleración haciendo uso de la campana de Gauss tal y como se ha descrito en el capítulo anterior. En una etapa intermedia de este proceso, también se ha obtenido la señal de velocidad de la viga en la posición donde se encuentra el acelerómetro adherido.

A continuación se muestran estas tres señales en el dominio del tiempo para el primer modo propio.

VIGA DE DURALUMINIO: 1º MODO

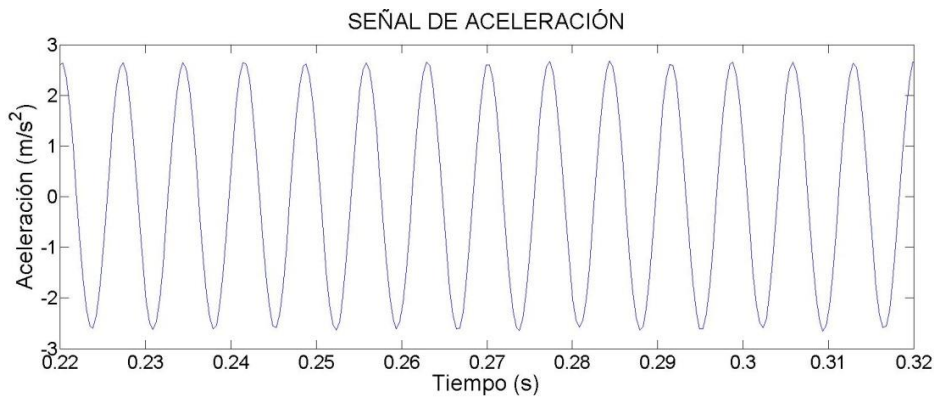


Figura 33.- Señal de aceleración temporal para el primer modo

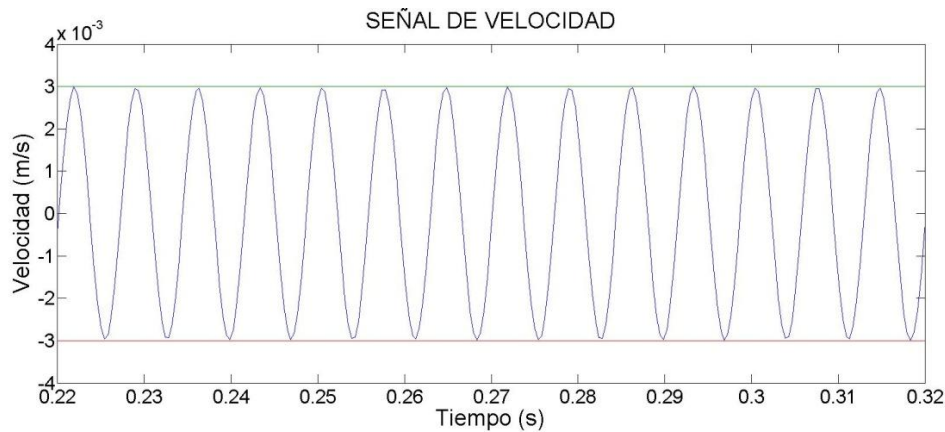


Figura 34.- Señal de velocidad filtrada para el primer modo

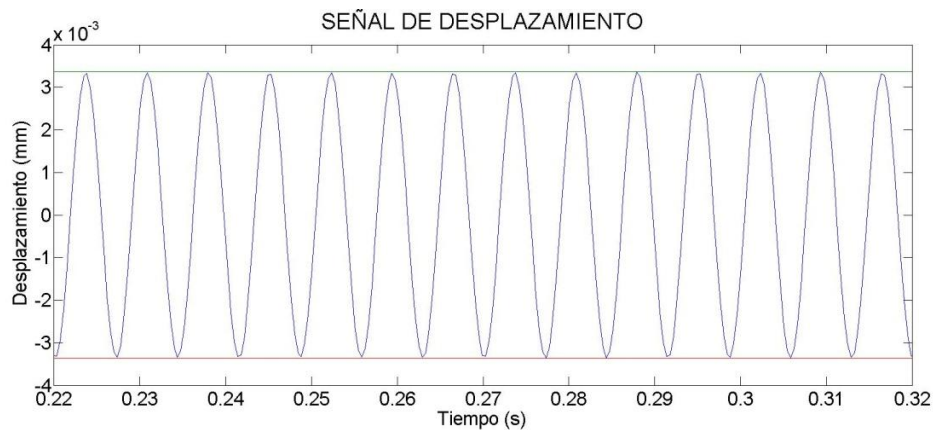


Figura 35.- Señal de desplazamiento filtrada para el primer modo

Observando las señales anteriores, merece la pena realizar un simple análisis para comprobar que el proceso de integración se ha realizado correctamente. Dado que las tres señales de aceleración, velocidad y desplazamiento pertenecen a un único punto de la viga, que es éste en el que se sitúa el acelerómetro, se verificará a continuación de manera gráfica que el desfase existente entre ellas es el que se espera de cualquier punto que se desplace con un movimiento armónico simple.

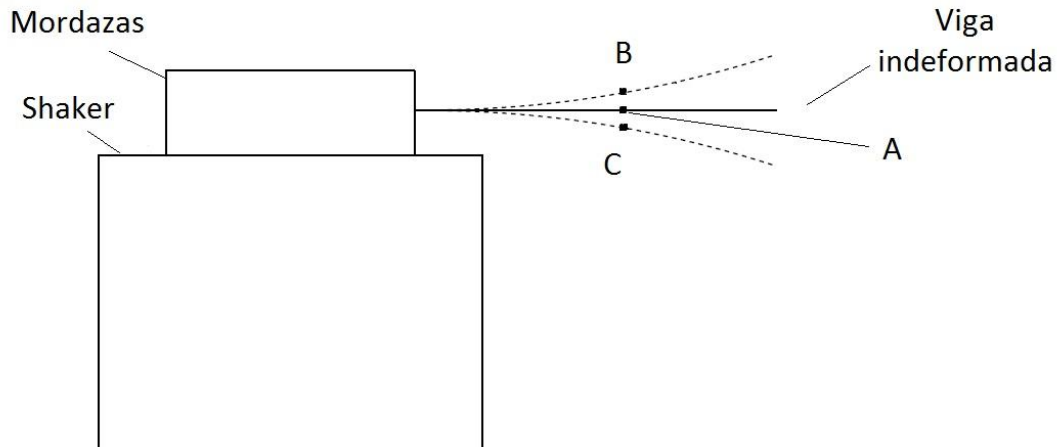


Figura 36.- Movimiento oscilatorio de la viga

En el esquema anterior se puede apreciar la viga en su posición inicial en trazo continuo y los desplazamientos máximos durante el ciclo de oscilación que sufre el elemento en trazos discontinuos. Los puntos A, B y C representan el mismo punto de la viga pero en distintas posiciones del espacio dependiendo del instante en el que se encuentra el ciclo de vibración.

Ahora, y siempre sin perder de vista el esquema, se pretenderán analizar las variables de desplazamiento, velocidad y aceleración para cada uno de los puntos mostrados. Una vez la viga se encuentra bajo un movimiento armónico de este tipo, y teniendo en cuenta su posición inicial, se puede afirmar que en A el desplazamiento es nulo, mientras que en B y C el desplazamiento del punto es el máximo que se puede producir.

Igualmente, se puede razonar que en los instantes en que se alcanzan las posiciones B y C la velocidad será nula por cambiar en ese mismo instante el sentido del movimiento, mientras que en A la velocidad alcanzará su valor máximo.

Finalmente, las aceleraciones serán máximas en B y C y de signo contrario al desplazamiento, ya que mientras la viga se desplaza en un sentido, la aceleración (o deceleración, que sería el término más adecuado) trata de evitar ese desplazamiento impulsándola en el sentido contrario, y ésta es máxima cuando finalmente consigue detener el avance de la viga.

Se han representado los valores de la aceleración, la velocidad y el desplazamiento obtenidos en laboratorio en la misma gráfica. No se debe prestar atención a la amplitud de las señales en la figura siguiente, ya que éstas han sido modificadas intencionadamente para hacer coincidir los picos de las mismas. Hallar el desfase entre ellas es lo que se persigue.

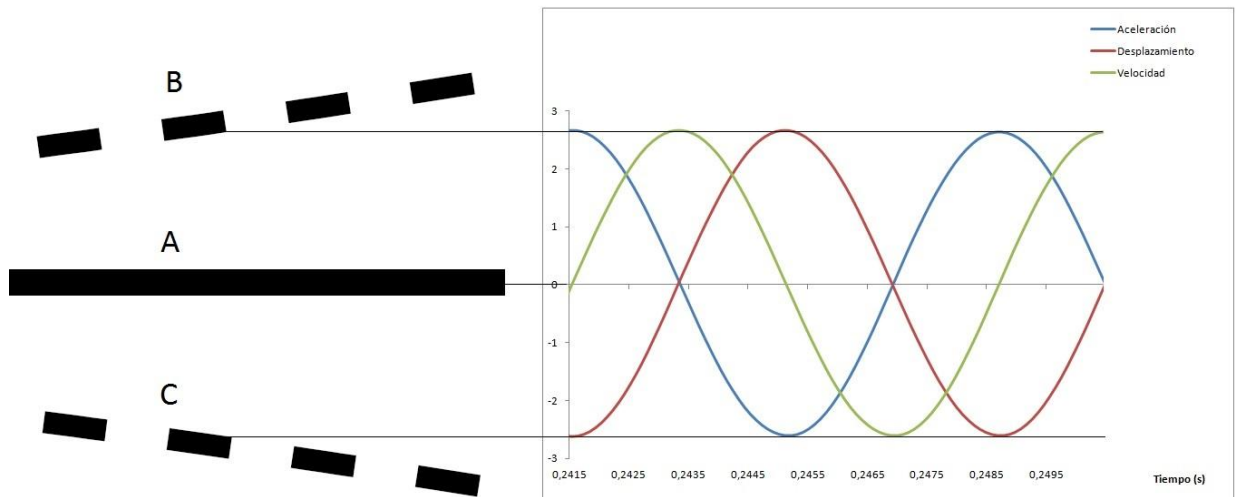


Figura 37.- Desfase entre las variables de aceleración (azul), velocidad (verde) y desplazamiento (rojo)

En la figura anterior, se ha hecho coincidir la señal de desplazamiento temporal (a la derecha de la figura, representada en color rojo) con las posiciones del punto de la viga en el que se encuentra el acelerómetro, representadas por las letras A, B y C (a la izquierda de la figura).

Existe por lo tanto un desfase de π rad entre aceleración y desplazamiento, y un desfase de $\pi/2$ rad entre aceleración y velocidad.

De esta manera se verifica lo que se supuso en un principio: en la posición A la velocidad es máxima, y el desplazamiento y la aceleración nulas, y en las posiciones B y C, desplazamiento y aceleración son máximas y de signo distinto, y la velocidad es nula. Las señales obtenidas son por tanto

válidas y representan fielmente el comportamiento dinámico de la viga bajo su primera frecuencia de resonancia.

Ahora se muestran las señales de aceleración y desplazamiento en el dominio de la frecuencia para el primer modo propio de vibración. Mediante la transformada de Fourier, que es una función que convierte una señal en el dominio del tiempo a su correspondiente dominio de la frecuencia, se puede obtener y visualizar también en tiempo real la FFT (*Fast Fourier Transformation*) a través de la interfaz de RT Pro.

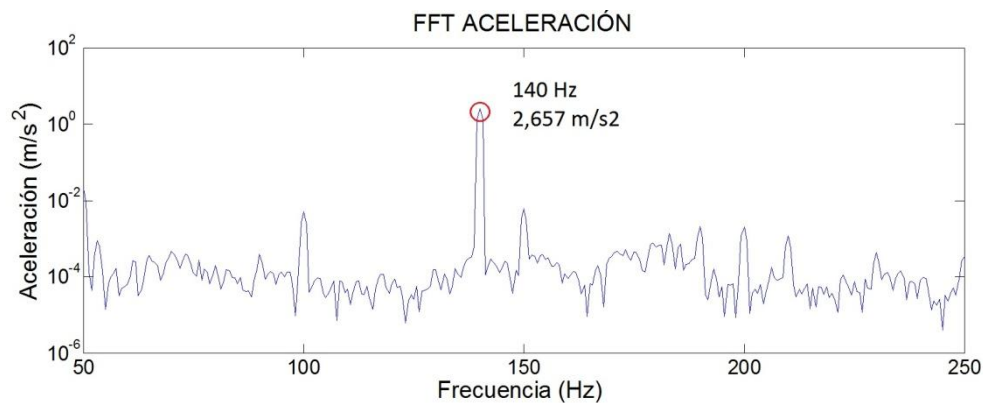


Figura 38.- FFT de aceleración del primer modo

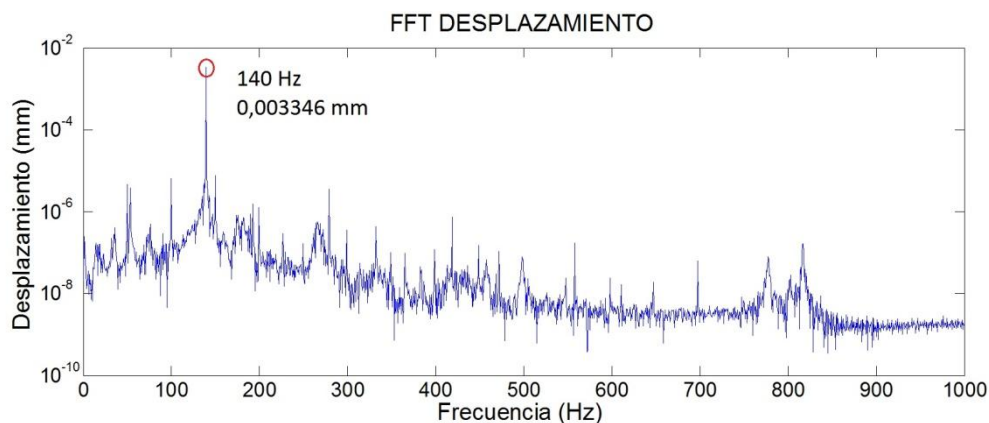


Figura 39.- FFT de desplazamiento del primer modo

Se puede observar que los valores de los desplazamientos son muy pequeños, y esto se debe a que el acelerómetro está situado durante los ensayos muy cerca del empotramiento, punto en el que el desplazamiento es nulo.

Ahora se muestran las señales de aceleración y desplazamiento tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia para el segundo modo propio de vibración de la viga. La señal de velocidad no se recoge aquí, puesto que se ha verificado anteriormente que el proceso de integración de señales empleado es correcto.

VIGA DE DURALUMINIO: 2º MODO

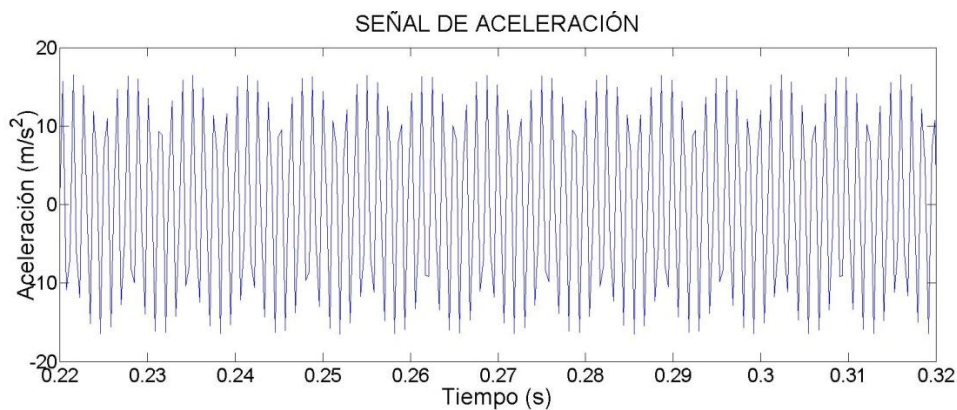


Figura 40.- Señal de aceleración temporal para el segundo modo

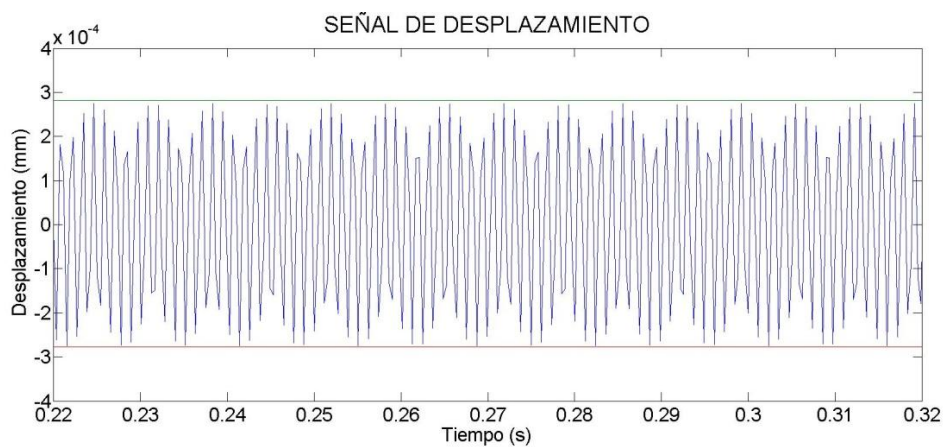


Figura 41.- Señal de desplazamiento temporal filtrada para el segundo modo

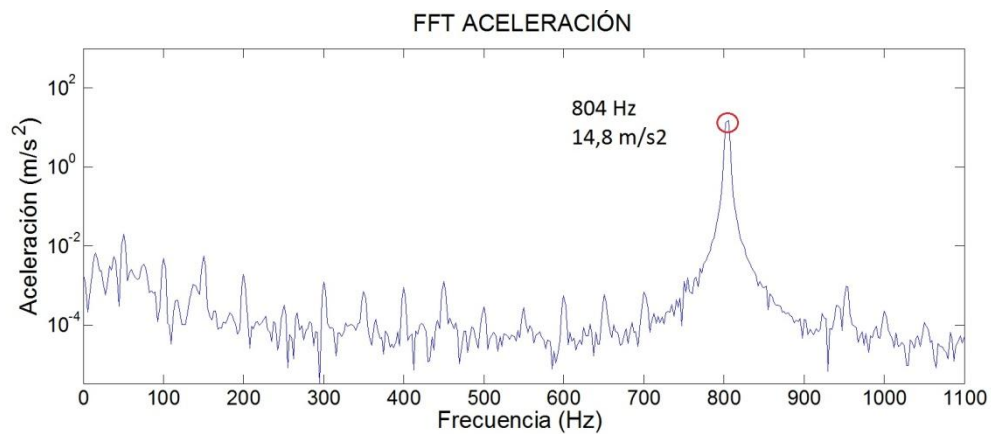


Figura 42.- FFT de aceleración del segundo modo

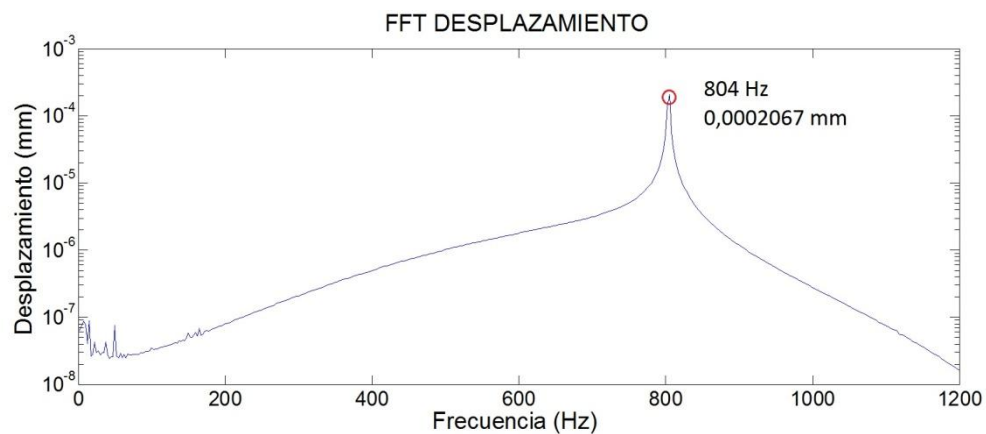


Figura 43.- FFT de desplazamiento del segundo modo

Si se observan las gráficas anteriores y se comparan con las correspondientes al primer modo se puede confirmar que a mayor frecuencia de resonancia, mayor es la aceleración sufrida por el elemento, pero también menor es el desplazamiento que tiene lugar en cualquier punto del mismo. Teniendo en cuenta que el fenómeno de resonancia es un fenómeno relacionado directamente con el desplazamiento que sufre el objeto que se esté estudiando, se podría afirmar que las resonancias presentes en valores de

frecuencias bajas son mucho más dañinas que aquellas presentes en frecuencias superiores.

8.1.3. Resultados experimentales mediante extensometría

Realizando un barrido de frecuencias con el *shaker* y empleando una galga extensométrica se pueden también detectar las frecuencias naturales de la viga. La amplia deformación que se produce en la viga bajo resonancia se traduce en una señal de voltaje con mayor amplitud que se registra en tiempo real a través del software RT Pro y que permite detectar la presencia de un modo propio.

La desventaja que presenta el equipo de extensometría utilizado, es que sólo permite detectar el primer modo de vibración de la viga, ya que está limitado por una frecuencia de muestreo de 480 Hz.

Tras realizar el barrido de frecuencias con la señal *Swept Sine*, se obtiene para el primer modo de vibración:

$$f_n = 122,1 \text{ Hz}$$

El valor de esta frecuencia para el primer modo de vibración difiere ligeramente del detectado usando un acelerómetro.

8.1.4. Comparativa y conclusiones

A continuación se muestra una comparativa de los resultados obtenidos con dos equipos medidores para el primer modo.

	Valor teórico	Acelerómetro	Extensometría
f_n (Hz)	128,5	140,0	122,1

Tabla 8.- Comparativa de resultados para el primer modo de la viga de duraluminio

Como ya se ha explicado, el uso de galgas extensométricas no está muy extendido en la medida de vibraciones mecánicas. A la vista de estos resultados, sin embargo, merecería la pena indagar más en el uso de éstas a la hora de detectar frecuencias naturales, ya que el valor obtenido con el equipo de extensometría para el primer modo de la viga se aproxima más al valor teórico. Al ser la masa de la galga despreciable frente a la de la viga, introduce menos error, y el valor de la frecuencia consigue aproximarse más al real.

8.2. Ensayos con viga biapoyada

Previamente se ha aprendido a realizar ensayos simples en una viga cantiléver de aluminio. En estos ensayos se ha usado un *shaker* como excitador, y alternativamente un acelerómetro y galgas extensométricas para recoger las señales de salida. Con ayuda del software RT Pro, se obtuvo con precisión el valor de las frecuencias naturales de la viga, si bien es verdad, los ensayos con acelerómetro podían introducir algo de error por la influencia del peso del mismo. Como medida contra este pequeño problema, se trató de detectar las frecuencias naturales con galgas extensométricas, ya que el peso de éstas es despreciable, y así tratar de establecer una alternativa sólida a la medida con acelerómetros.

Por lo tanto, tras la etapa de familiarización con todo el instrumental de excitación y medida de vibraciones, y también tras conseguir unos resultados más que aceptables en la primera fase, quedaba como reto para esta segunda tratar de obtener la forma de los modos propios de vibración de una viga

biapoyada, o lo que es lo mismo, ver cómo se deforma ésta cuando es excitada bajo alguna de sus frecuencias naturales.

En esta fase se han realizado por tanto dos tipos de ensayo. En el primero se usó el martillo instrumentado como elemento excitador y un acelerómetro Brüel&Kjaer 4520-001 como dispositivo medidor, siendo el fin de este ensayo procesar los datos obtenidos en laboratorio con el software *EasyMod*. En el segundo, la viga fue anclada a un *shaker* V2664 con el objetivo de estudiar la técnica de campo completo DIC 3D a través del uso de dos cámaras de alta velocidad.

8.2.1. Frecuencias naturales a partir de la FRF

Antes de mostrar los resultados obtenidos con *EasyMod* y DIC 3D, sería conveniente intentar deducir a partir de la señal de la función de transferencia o FRF obtenida con el impacto del martillo instrumentado en qué valores de frecuencia se pueden encontrar los modos propios de vibración. Con tan sólo un impacto del martillo, se hace vibrar la viga a varios niveles de frecuencia en un corto intervalo de tiempo, y el acelerómetro recoge la respuesta en magnitud a cada una de éstas frecuencias. Tras ser importada a MATLAB y representada, éste es el aspecto que presenta la FRF de la viga de acero biapoyada

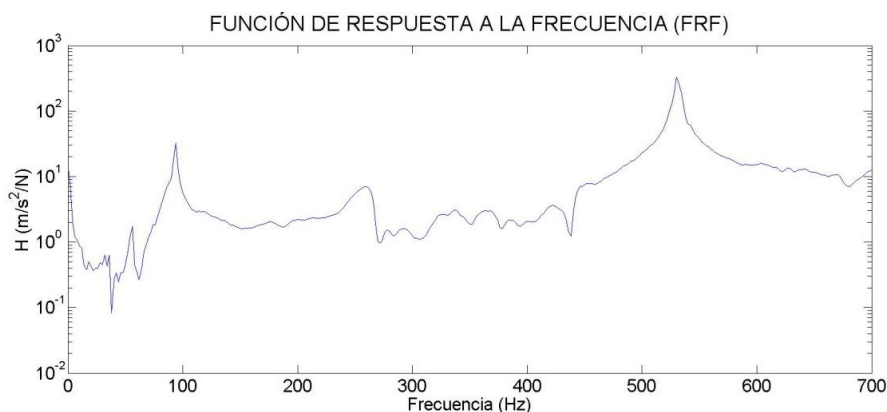


Figura 44.- FRF de la viga de acero obtenida en ensayo modal

Si tenemos en cuenta que un aumento y un descenso consecutivos, ambos bruscos en la respuesta a la frecuencia del elemento, se traducen en la más que probable existencia de un modo propio de vibración, observando la FRF anterior podría afirmarse que los tres primeros modos de vibración de la viga de acero se corresponden con los siguientes picos:

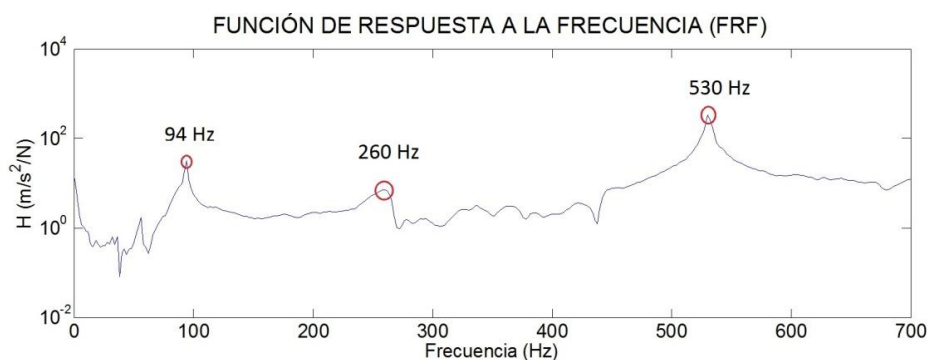


Figura 45.- Identificación de las tres primeras frecuencias naturales de la viga de acero

Así se tiene una primera referencia de los valores donde se encuentran las frecuencias naturales de la viga de acero:

Modo	f_n (Hz)
Primero	94
Segundo	260
Tercero	530

Tabla 9.- Modos propios de vibración a partir de la FRF

8.2.2. Resultados experimentales con EasyMod

Para poder visualizar las animaciones de los modos propios de vibración deben importarse desde *EasyAnim* los archivos correspondientes a la geometría del elemento estudiado y a la información de las frecuencias naturales.

En la parte superior existen opciones para trasladar y girar los ejes, así como para hacer aparecer o desaparecer puntos, líneas o superficies según se

prefiera. También se puede modificar el tamaño de estos últimos. Además, se puede manipular la velocidad de la animación o hacer que ésta se reproduzca en bucle (*Loop*). En la parte inferior se muestran la frecuencia y el amortiguamiento correspondientes al modo propio que se está animando.

A continuación se muestran las formas de los primeros tres modos propios de vibración a flexión de la viga:

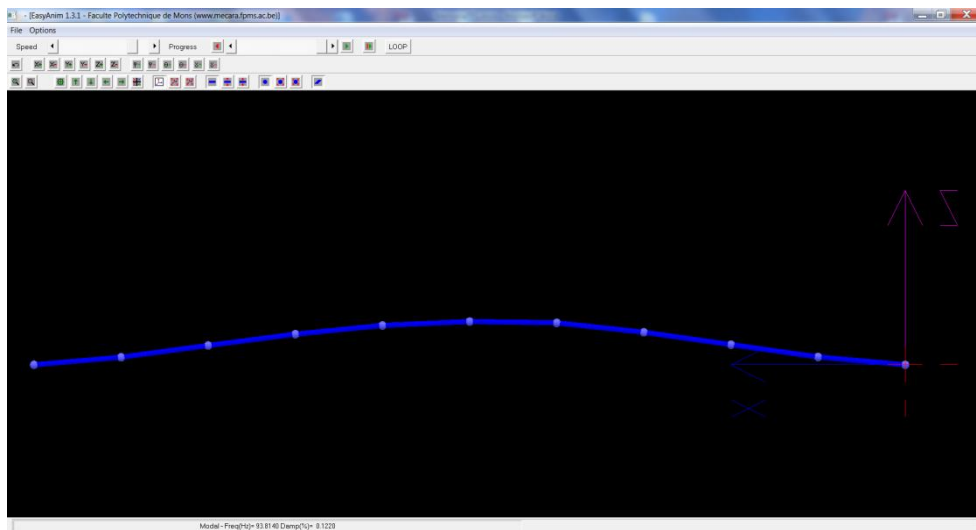


Figura 46.- Forma del primer modo propio

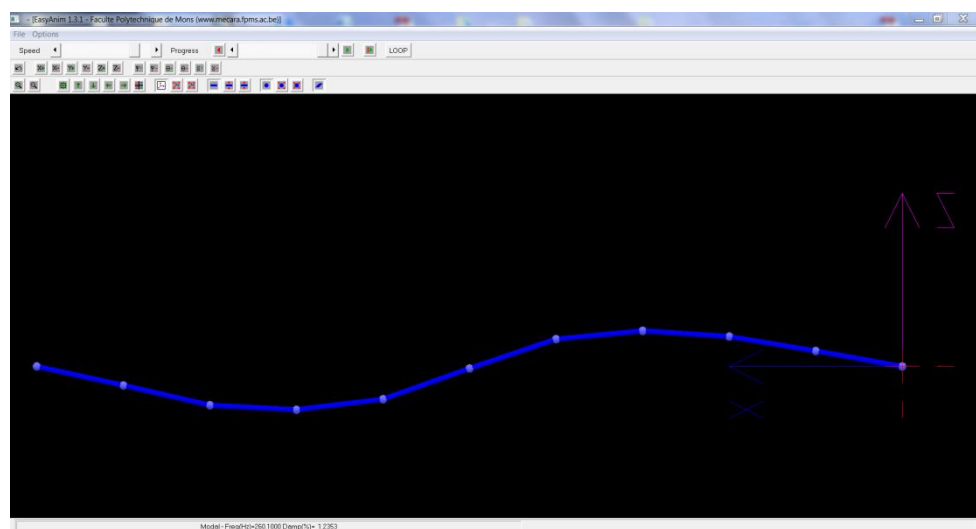


Figura 47.- Forma del segundo modo propio

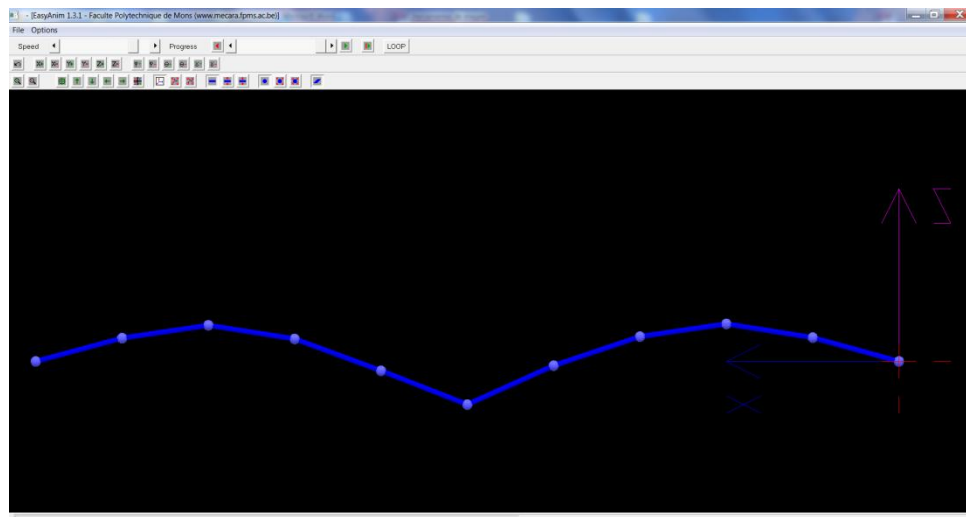


Figura 48.- Forma del tercer modo propio

La forma de los tres primeros modos a flexión de la viga parecen ser los correctos, si bien es cierto que la forma del tercero presenta en el centro un pico que debe entenderse no se corresponde con la realidad. La deformada real de la viga presentaría un cambio de curvatura mucho menos pronunciado que el que se muestra en la figura, pero la falta de nodos en la representación en *EasyAnim* impide que la curva se encuentre más "suavizada".

Los valores correspondientes a los tres primeros modos propios de vibración se muestran en la siguiente tabla. Debe recordarse de nuevo que en el Anexo I se presenta un tutorial en el que se describe con detalle cómo proceder en el manejo del software *EasyMod*, desde el ensayo modal en laboratorio hasta la visualización de la forma de los modos propios en *EasyAnim*.

Modo	f_n (Hz)
Primero	93,8
Segundo	258,3
Tercero	528,5

Tabla 10.- Frecuencias naturales de la viga con *EasyMod*

8.2.3. Resultados experimentales mediante la técnica óptica DIC 3D

Con la técnica experimental de campo completo DIC 3D se pretenden obtener los campos de deformación y desplazamiento, y así poder visualizar las formas de los modos propios de vibración de la viga.

8.2.3.1. Frecuencias naturales

Tras anclar la viga con el nuevo sistema de fijación al *shaker* V2664, se procedió a detectar de nuevo sus frecuencias naturales con un barrido en seno (*Swept Sine*), ya que éstas podrían haberse visto alteradas ligeramente dependiendo del nivel de apriete de los tornillos.

Modo	f_n (Hz)
Primero	98,2
Segundo	-
Tercero	551,5

Tabla 11.- Frecuencias naturales de la viga anclada a *shaker* V2664

Estos valores para las frecuencias naturales son ligeramente más altos que los obtenidos durante los ensayos experimentales con el martillo de impacto. Esto se debe a una mayor rigidez en las fijaciones, derivadas de un mayor apriete manual de los tornillos.

Se puede comprobar que durante el ensayo en laboratorio no se pudo detectar la resonancia del segundo modo propio de vibración. A simple vista, no parece haber un motivo aparente para explicar este suceso. La única diferencia radica en que en los primeros ensayos con la viga biapoyada de acero se usó el martillo como elemento excitador, y en éstos segundos un *shaker*. El hecho de hacer vibrar la viga a frecuencia constante y no a todos

sus niveles de frecuencia en un corto intervalo de tiempo parece impedir, por algún motivo, detectar esta segunda frecuencia natural.

8.2.3.2. *Forma de los modos propios de vibración*

A continuación se muestran los campos de desplazamientos para el primer y el tercer modo propio de vibración de la viga de acero. Tras importar a MATLAB los campos de desplazamientos en las tres direcciones del espacio desde el software VIC 3D, se ha realizado un promediado de todos los desplazamientos en la dirección Z por cada píxel, y este valor promedio se ha restado al máximo, con el fin de que los campos de desplazamientos representen más fielmente la deformada de la viga.

En la siguiente figura se puede apreciar la mejora que aporta la técnica de promediado respecto al campo de desplazamientos inicial sin promediar.

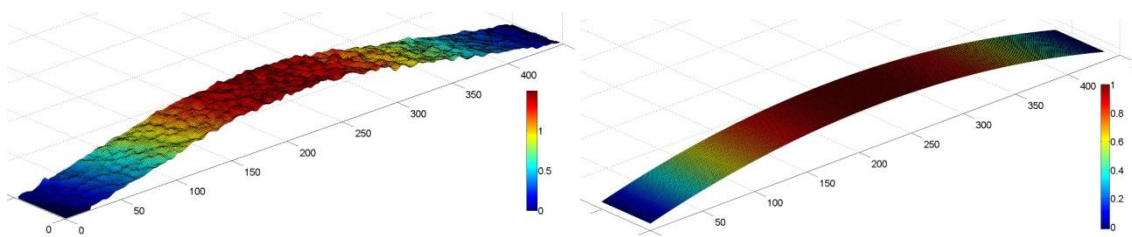


Figura 49.- Promediado de desplazamientos (a la derecha) para el primer modo

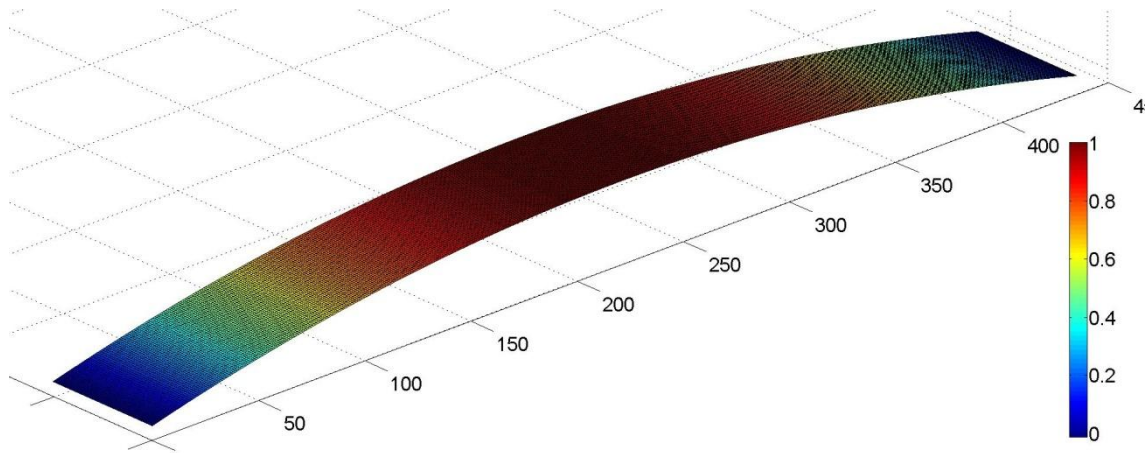


Figura 50.- Forma del primer modo con DIC 3D

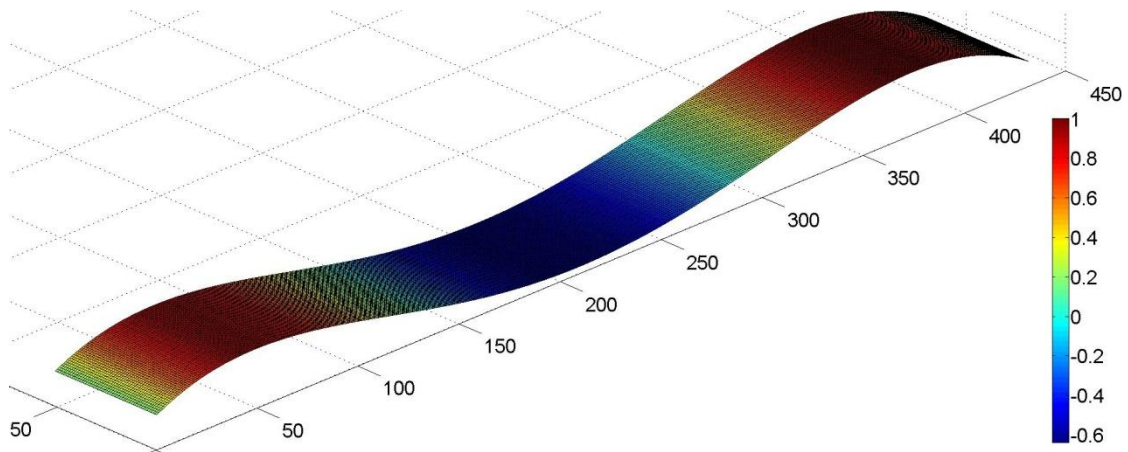


Figura 51.- Forma del tercer modo con DIC 3D

Además, se ha ajustado el desplazamiento máximo a la unidad, de manera que en las figuras anteriores (Figuras 50 y 51) se muestran los desplazamientos normalizados de la viga.

8.2.4. Resultados de la simulación numérica

Para contrastar los resultados obtenidos experimentalmente, se lleva a cabo una simulación numérica en el software de elementos finitos ABAQUS. La configuración del análisis modal se expuso en el capítulo anterior. Los resultados son los siguientes:

Modo	f_n (Hz)
Primero	84,0
Segundo	258,8
Tercero	543,8

Tabla 12.- Frecuencias naturales de la viga con ABAQUS

Estos resultados bien pueden ser visualizados directamente desde ABAQUS CAE, o bien se pueden extraer del archivo de resultados *.dat*:

E I G E N V A L U E O U T P U T					
MODE NO	EIGENVALUE	FREQUENCY (RAD/TIME)	FREQUENCY (CYCLES/TIME)	GENERALIZED MASS	COMPOSITE MODAL DAMPING
1	2.78083E+05	527.34	83.928	0.17597	0.0000
2	2.64407E+06	1626.1	258.80	0.17851	0.0000
3	7.19004E+06	2681.4	426.76	6.22448E-02	0.0000
4	1.16779E+07	3417.3	543.88	0.16952	0.0000
5	3.03418E+07	5508.3	876.68	6.27518E-02	0.0000
6	3.51135E+07	5925.7	943.10	0.16299	0.0000
7	7.41983E+07	8613.8	1370.9	6.32033E-02	0.0000
8	8.39611E+07	9163.0	1458.3	0.15963	0.0000
9	1.46677E+08	12111.	1927.5	6.34250E-02	0.0000
10	1.72439E+08	13132.	2090.0	0.15656	0.0000

Figura 52.- Frecuencias naturales en archivo *.dat*

Las frecuencias que se corresponden con los modos propios a flexión de la viga se encuentran marcadas en rojo. La tercera frecuencia pertenece a un

modo propio a torsión, y esto escapa a los objetivos que se persiguen con este trabajo.

A continuación se muestran las formas de los modos propios a flexión de la viga biapoyada en ABAQUS:

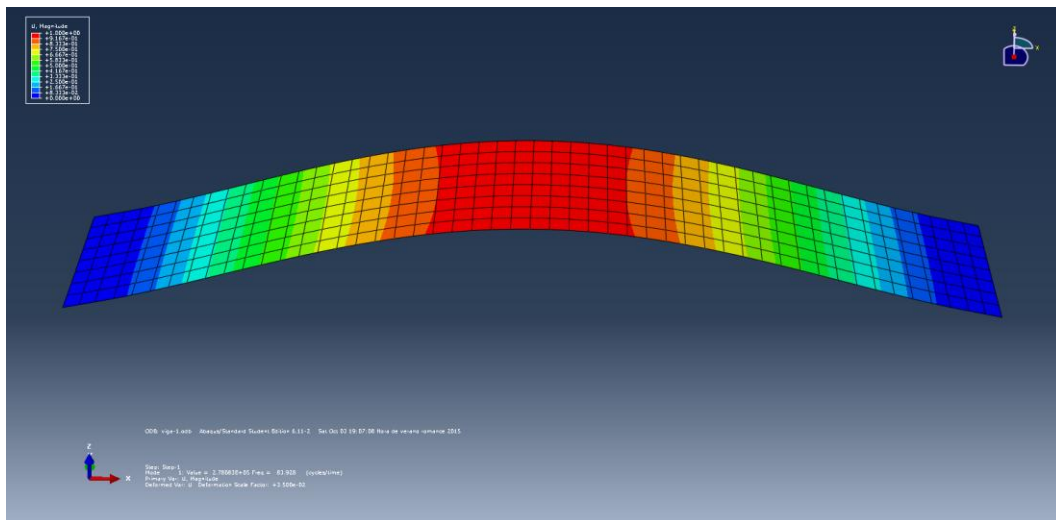


Figura 53.- Forma del primer modo propio

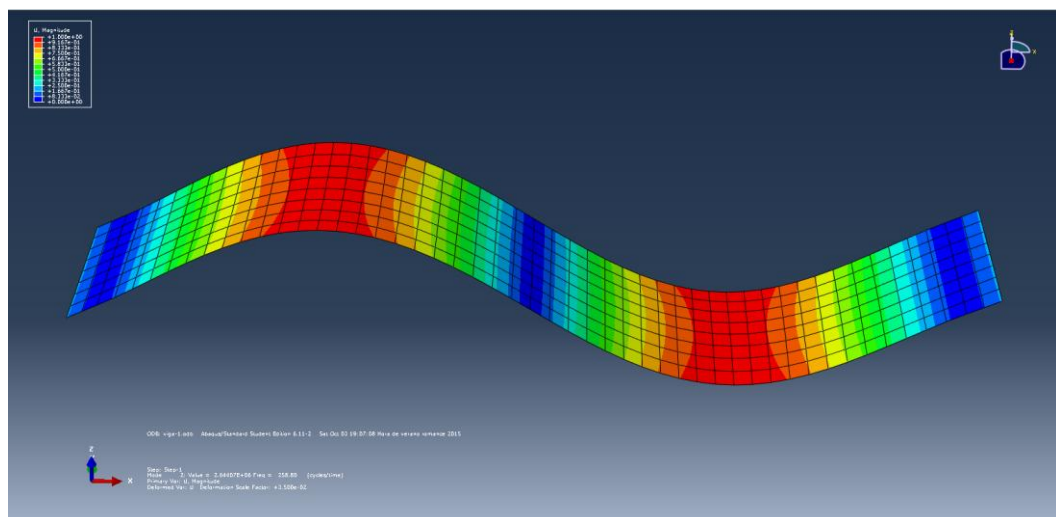


Figura 54.- Forma del segundo modo propio

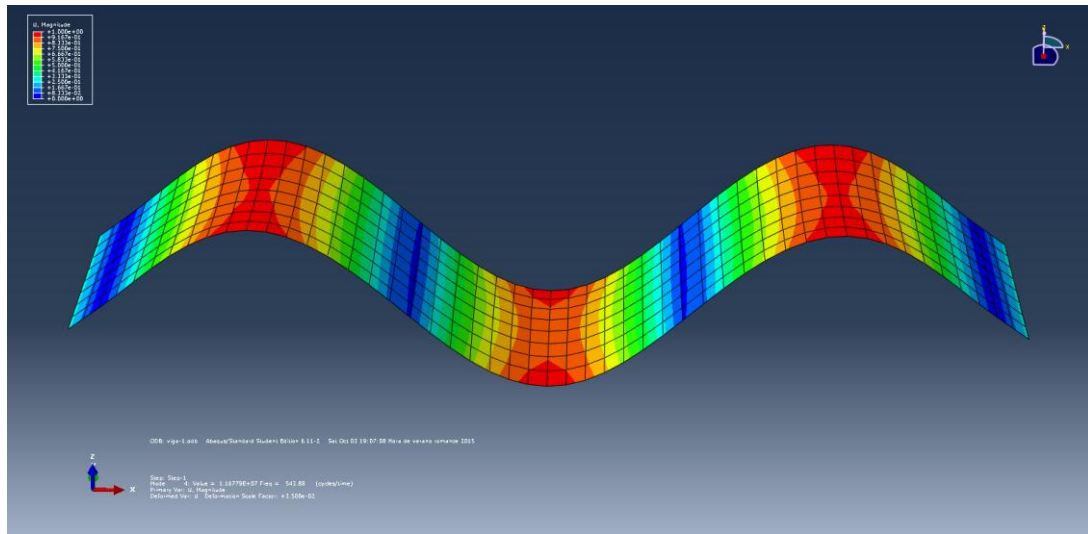


Figura 55.- Forma del tercer modo propio

Para poder representar gráficamente la forma de los modos propios, se ha recurrido a los desplazamientos normalizados proporcionados por ABAQUS. Para ello, no hay más que crear una línea de nodos (*Node Path*) a lo largo de la viga, y a continuación representar los desplazamientos normalizados con el comando *XY Plot*.

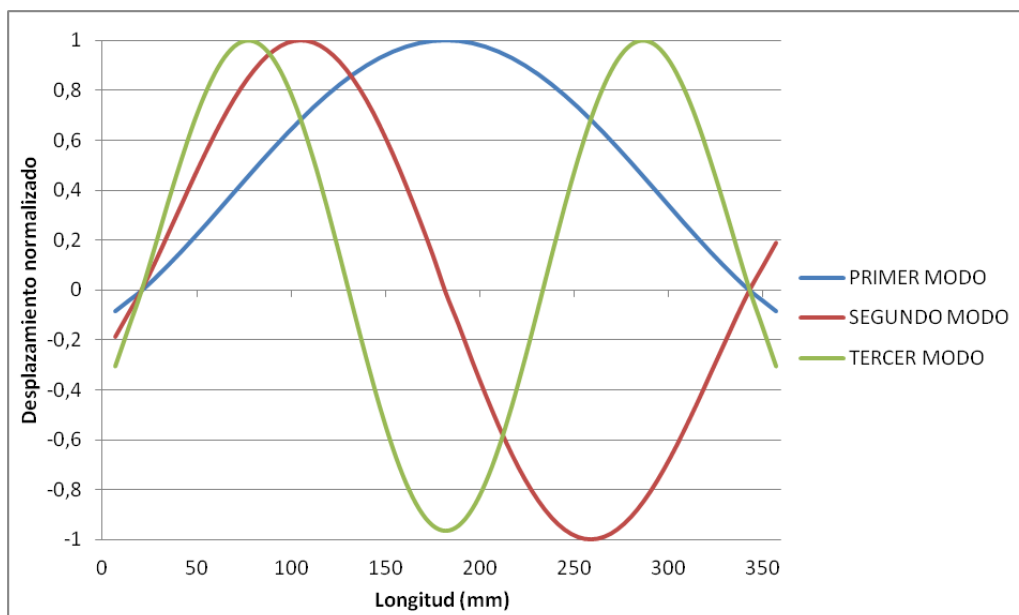


Figura 56.- Forma de los tres primeros modos a flexión de la viga biapoyada

8.2.5. Comparativa de los resultados

En la siguiente tabla se realiza una comparativa entre los distintos valores obtenidos para las frecuencias naturales de la viga de acero:

Modo	EasyMod (Martillo)	DIC 3D (Shaker)	ABAQUS
Primero	93,8	98,2	84,0
Segundo	258,3	-	258,8
Tercero	528,5	551,5	543,8

Tabla 13.- Comparativa de los modos a flexión de la viga biapoyada

Por otra parte, para poder realizar una comparación de las distintas formas de los modos propios obtenidas a través de las distintas técnicas experimentales, se ha procedido a obtener primeramente los desplazamientos normalizados de la viga, o lo que es lo mismo, fijar el máximo desplazamiento en la unidad, y expresar el resto de desplazamientos en proporción a dicho máximo, que es algo que ya se ha hecho anteriormente.

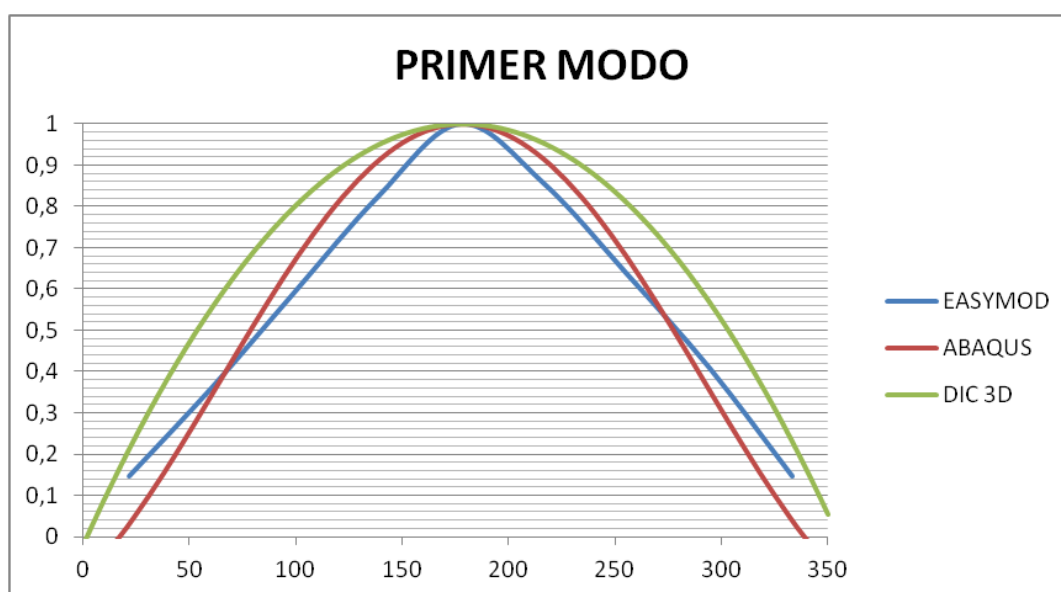


Figura 57.- Comparativa de las formas del primer modo propio de vibración

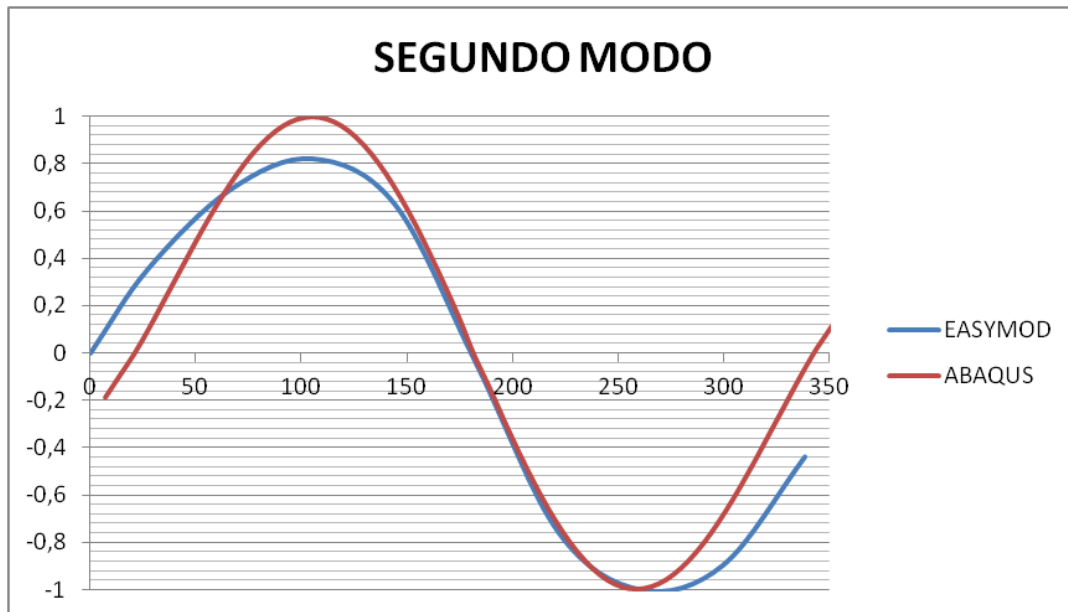


Figura 58.- Comparativa de las formas del segundo modo propio de vibración

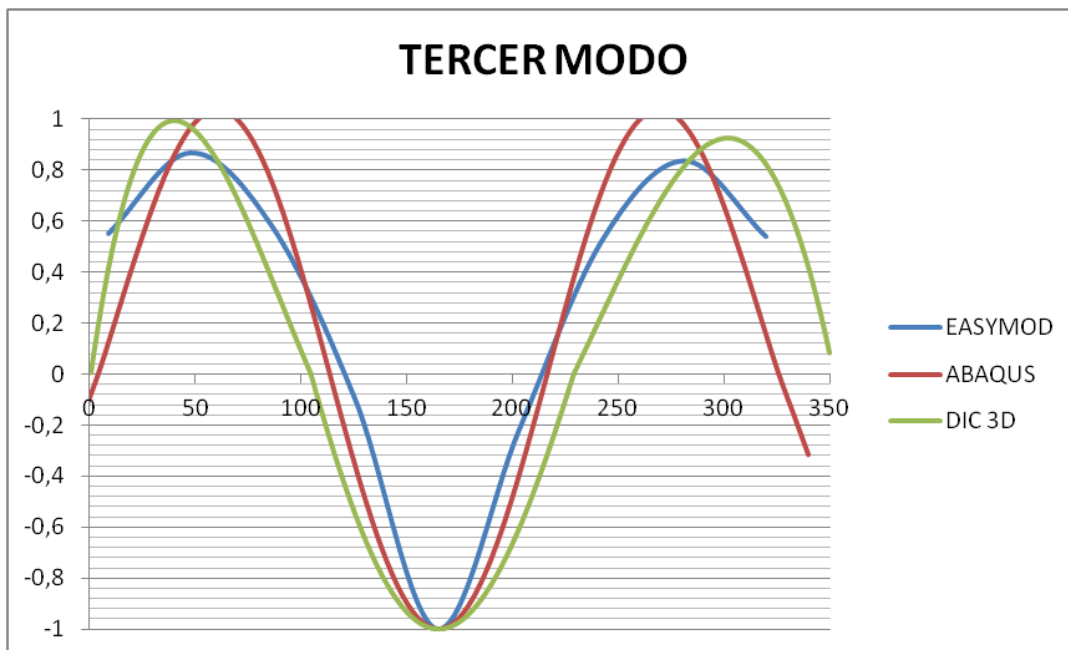


Figura 59.- Comparativa de las formas del tercer modo propio de vibración

8.2.6. Conclusiones

Aunque se puede apreciar una cierta diferencia entre los valores de las frecuencias naturales de la viga obtenidos experimental y numéricamente, ésta es mínima, y queda totalmente justificada debido a la dificultad presente en determinar con exactitud el nivel de rigidez del sistema de fijación. La rigidez del giro aportada por los rodillos a ambos lados de la viga se suponía en un principio desconocida, y para tratar de conseguir la correlación de resultados se han definido elementos muelle en la simulación numérica, que permiten asignar valores de rigidez al grado de libertad del elemento que se desee. También, se han supuesto unas propiedades genéricas para los materiales de ambas vigas, de las que se desconocían valores exactos para densidad y módulo de elasticidad.

En cuanto a la forma de los modos propios, se han obtenido las tres primeras de la viga por cada una de las técnicas experimentales, y también numéricamente en el software de elementos finitos, y ha quedado demostrado que las formas de los modos a flexión son prácticamente idénticas según *EasyMod*, la técnica DIC 3D, y ABAQUS. Para representar las formas con los campos de desplazamientos de DIC 3D, se ha realizado un promediado del valor asociado a cada faceta de todas las imágenes tomadas en laboratorio por cada modo, y este valor promedio fue restado al máximo con el objetivo de representar las deformadas sin picos de amplitud.

Para poder analizar y comparar conjuntamente todas las formas se han representado los desplazamientos normalizados para cada uno de los modos en una misma gráfica. Una desventaja notoria a la hora de hacer coincidir las deformadas según las distintas técnicas ha sido la insuficiente cantidad de puntos para definir la curva ofrecida por *EasyMod*. Concretamente se disponía de información de tan sólo nueve puntos por cada modo, que son los puntos sobre los que se impactó con el martillo durante el ensayo modal en laboratorio. Aún así, tanto las formas de los modos como las posiciones en las

que se encuentran los desplazamientos máximos para cada técnica son muy similares.

9. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

Realizando un análisis de todo lo que ha constituido este trabajo, puede afirmarse que se ha conseguido con éxito cumplir todos los objetivos marcados al principio del mismo. Queda establecida una metodología eficaz para determinar la forma de los modos propios de vibración haciendo uso del módulo MDA de RT Pro y del software *EasyMod*, además de haber completado en primer lugar una iniciación en la mecánica de vibraciones experimental. Y también, se ha logrado con éxito hacer uso de la técnica de campo completo DIC 3D para obtener los desplazamientos de un elemento en resonancia. Incluso, se han conseguido tomar capturas suficientes para representar la deformada a niveles de frecuencia superiores a 500 Hz.

Vistos los resultados obtenidos en este estudio, sería ideal proponer como trabajo futuro aplicar las técnicas empleadas en la obtención de la forma de los modos propios a elementos reales que formen partes de máquinas, automóviles o en general cualquier cuerpo que esté sometido a vibración durante su vida útil. Incluso, sería muy interesante realizar en un futuro trabajo el proceso inverso al seguido aquí: crear un diseño sencillo de alguna pieza o elemento de interés, llevar a cabo un análisis modal en un software de elementos finitos para obtener frecuencias de resonancia y forma de los modos, fabricarla en taller, y a continuación, contrastar los resultados en laboratorio en lo que sería un proceso de correlación. Y es que éste es en realidad el proceso que se sigue a la hora de diseñar y fabricar cualquier producto nuevo. La simulación numérica ha tenido un papel crucial en la duración del ciclo de un producto, desde un primer boceto o diseño en papel u ordenador, hasta su fabricación en una línea de montaje. La reducción de tiempos se traduce en mayores beneficios para la empresa pertinente, y ésto es precisamente lo que han permitido los avances en este campo: tener la seguridad de que se tiene un diseño robusto y optimizado del producto sin haber invertido aún en el proceso de su fabricación. Aún así, siempre se deben

correlar los resultados procedentes de la simulación numérica con un ensayo en laboratorio, empleando los dispositivos y equipos propios de la mecánica vibracional, como son acelerómetros, *shakers* o martillos de impacto.

10. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Rao, S.S.: *Mechanical Vibrations*. 5th edition. Prentice Hall, Pearson Education, 2010.
- [2] Commtest Instruments Ltd. *Beginner's Guide to Machine Vibration*.
- [3] Escuela Politécnica de la Universidad de Jaén. *Apuntes de vibraciones*. Asignatura Cinemática y Dinámica de Máquinas.
- [4] Brüel & Kjaer: *Measuring Vibration*. Revision September 1982.
- [5] Departamento de Ingeniería de la Universidad de Navarra. *Apuntes sobre control de vibraciones*.
- [6] Broch, J.T.: *Mechanical Vibration and Shock Measurement*. 3rd edition. Brüel&Kjaer, 1984.
- [7] Helfrick, M.N., Niezrecki, C., Avitabile, P. and Schmidt, T.: *3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 25, 3, 917-927 (2011).
- [8] Javad Baqersad et al: *Dynamic characteristics of a wind turbine using 3D digital image correlation*. University of Massachusetts Lowell
- [9] Ngoc San Ha et al: *Modal analysis of an artificial wing mimicking an *Allomyrina dichotoma* beetle's hind wing for flapping-wing micro air vehicles by noncontact measurement techniques*. Department of Advanced Technology Fusion, Seoul University (2013).
- [10] E. López Alba et al: *Aplicación de correlación digital de imágenes para el análisis de problemas de contacto*. Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera de la Universidad de Jaén.

[11] Scheffer, C.; Girdhar, P.: *Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance*. Elsevier (2004).

[12] Domínguez Abascal, J.: *Vibraciones mecánicas*. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Sevilla. 1980.

ANEXO I: TUTORIAL

El propósito de esta guía de usuario es el de describir de manera detallada qué pasos deben seguirse para configurar un análisis modal en el módulo MDA del software RT Pro de Brüel&Kjaer, y a continuación procesar esta información a través del programa *EasyMod* para finalmente poder visualizar animaciones de las formas de los modos propios de vibración de un elemento.

Este tutorial se ha redactado suponiendo que el lector ya tiene ciertos conocimientos previos sobre el estudio y medida de vibraciones con el módulo *Signal Analysis and Waveform Source* de RT Pro. Estos conocimientos deberían al menos incluir:

- Cómo conectar la tarjeta controladora Brüel&Kjaer al equipo informático y a los dispositivos de excitación y medida correctamente.
- Cómo configurar los canales de entrada de la tarjeta dependiendo del tipo de dispositivos y sensores que se utilicen para el ensayo.
- Estar familiarizado con la interfaz gráfica del software.
- Generar tipos de señales (sinusoidal, barrido en seno, tren de impulsos, etc.) en la pestaña *Waveform Source*.
- Definir de manera previa al ensayo qué señales se quieren recoger, y qué señales se desean visualizar en la interfaz en tiempo real.
- Ser capaz de llevar a cabo un ensayo usando el martillo instrumentado, haciendo uso apropiado de la función *Trigger*.
- Finalizado el ensayo, cómo guardar los archivos que contienen las señales obtenidas durante el mismo, y saber exportarlas en el formato apropiado.

Si el lector cree que no está completamente familiarizado con alguna de las tareas anteriormente descritas, debería quizá primero aprender a llevarlas a cabo.

1. Introducción

Esta guía de usuario se ha escrito en base a un ensayo modal realizado sobre una viga de sección rectangular biapoyada. Todo lo aquí descrito a la hora de realizar un ensayo podrá aplicarse a cualquier otro elemento que no sea una viga rectangular, si bien quizá haya que tener en cuenta ciertas consideraciones a la hora de escoger los puntos de excitación (entrada) y de medida (salida) dependiendo del elemento que se esté testando.

Si se tiene un elemento mecánico perteneciente a una máquina o a cualquier otro tipo de conjunto, probablemente sea interesante realizar un ensayo vibracional para determinar el comportamiento de éste frente a una fuerza dinámica externa de amplitud y frecuencia conocidas. Lo lógico sería determinar sus primeras frecuencias naturales, pues como ya es sabido, cuando se hace vibrar a un elemento o a una estructura bajo alguna de sus frecuencias naturales, se dice que éste entra en resonancia, y este fenómeno puede acabar provocando el fallo, o en el peor de los casos, la rotura o fractura de dicho elemento. De manera que, conociendo las frecuencias naturales, y conociendo el rango de frecuencias en el que trabaja el elemento cuando forma parte de una máquina en funcionamiento, se puede evitar que el elemento entre en resonancia y así no haya peligro alguno. Se podría hacer que las frecuencias naturales se encontrasen en valores más altos modificando la rigidez del elemento, su masa, o incluso su geometría, pero este aspecto va más allá de los objetivos propuestos para esta guía.

Si se quieren simplemente obtener los valores de las frecuencias naturales, no es necesario realizar ensayo modal alguno. Con el módulo *Signal Analysis and Waveform Source* se podría configurar un sencillo análisis, en el

que la señal de entrada podría ser la generada por un *shaker* (dispositivo excitador) y la señal de salida recogida por un acelerómetro o una galga extensiométrica (dispositivos de medida). Realizando un barrido en seno con *Waveform Source* podría detectarse rápidamente en qué frecuencias vibra el elemento a una amplitud más alta de lo normal, y esas mismas serían las frecuencias naturales buscadas.

Sin embargo, si además de conocer el valor de estas frecuencias naturales se quiere también saber la forma que tienen los modos propios de vibración, es decir, cómo se deforma el elemento cuando es excitado bajo alguna de sus frecuencias naturales, no bastará con realizar un ensayo vibracional en un solo punto. Para obtener esta deformada, hay que llevar a cabo un ensayo modal, en el que se obtiene información de la respuesta a la frecuencia en distintos puntos del elemento (desplazamientos o aceleraciones), y después se procesa esta información para poder visualizar las deformadas gráficamente.

2. Configuración de un análisis modal con Modal Data Acquisition

Se inicia el software RT Pro, y en la primera ventana que aparece se hace click en Modal Data Acquisition (MDA).



Figura 1 .- Inicio del módulo MDA

Éste es el aspecto que presenta la interfaz gráfica del programa.

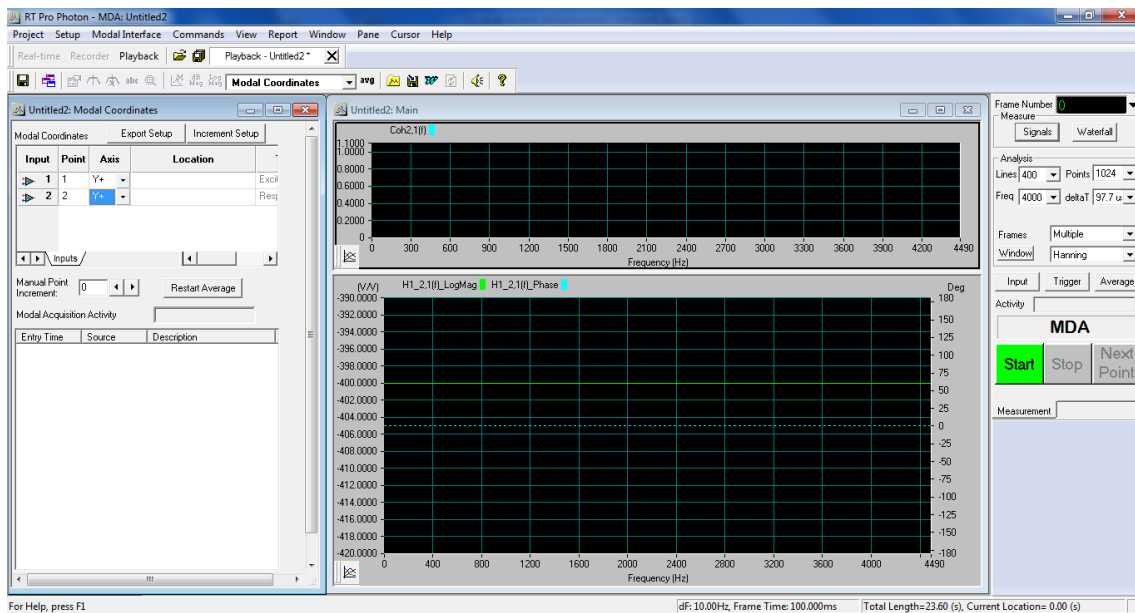


Figura 2.- Interfaz de MDA

Aquél que ya esté familiarizado con el módulo *Signal Analysis and Waveform Source* descubrirá que la interfaz es bastante similar a la que se ha mostrado en la figura anterior. Tan sólo presenta una novedad, en la parte izquierda de la misma, donde hay una ventana en la que se pueden definir las coordenadas de cada nodo del ensayo modal.

2.1. Entradas y salidas en un ensayo modal

Un ensayo modal puede tener una entrada y varias salidas, o varias entradas y una misma salida. Lo más aconsejable para llevar a cabo un ensayo modal por simplicidad y rapidez es utilizar un martillo instrumentado como elemento excitador (entrada), y un acelerómetro que recoja las señales en distintos puntos (salida). Siguiendo este ejemplo, puede realizarse el ensayo excitando el elemento en distintos puntos, y manteniendo fijo el acelerómetro fijo en una misma posición, o por el contrario puede excitarse el elemento con el martillo golpeando siempre en el mismo punto, e ir variando la posición del

acelerómetro. El código que más adelante se utilizará para procesar la información de los distintos nodos está configurado para trabajar con ensayos que tienen varias entradas y una única salida, de manera que en el ensayo modal que se realice usando MDA debe golpearse el elemento con el martillo instrumentado en distintos puntos, y mantener el acelerómetro en una posición fija.

Conviene también saber que la función de respuesta a la frecuencia FRF recogida durante un ensayo (esa será la información que se recogerá de cada nodo) es la misma tanto si se excita en un punto X y se recoge la señal en un punto Y, como si excita en el punto Y y se recoge la señal en el punto X. De ahí que el ensayo pueda tener varias entradas y una salida, o, una entrada y varias salidas. Los resultados serían los mismos.

Antes de configurar el ensayo modal, es completamente necesario conocer qué puntos o nodos de nuestro elemento serán puntos de excitación (entrada), y en qué punto se recogerá la salida (medición). También sería conveniente numerarlos, y situarlos sobre el elemento de manera equiespaciada, ya que cuando visualicemos la deformada de la estructura son los nodos dotados de la información del ensayo modal los que oscilan, y una distribución irregular de puntos podría dar lugar a deformadas que no se adaptan a la realidad. Como ejemplo aquí se muestran los puntos escogidos para el ensayo sobre la viga rectangular, marcados con una cruz negra a lo largo de la misma:



Figura 3.- Distribución de nodos equiespaciados sobre viga de acero

En este ejemplo, son nueve los puntos de excitación equiespaciados, y el nodo de salida en el que se recogen las FRF es el nodo que se encuentra en el centro. Es importante resaltar que el mismo punto en el que se recoge la señal (salida) también debe ser un punto de excitación, de manera que es al mismo tiempo un nodo de entrada y salida. Esto facilitará el proceso de configuración del ensayo modal como más adelante se verá.

En este caso, el acelerómetro está colocado en el centro porque es ahí donde la viga sufre mayor desplazamiento, y por consiguiente, mayor aceleración, de manera que se puede asegurar que la señal de aceleración recogida es detectada por el rango de medición del acelerómetro. Lo que se quiere decir con esto, es que el acelerómetro podría situarse en principio en cualquier punto del elemento, siempre y cuando en ese punto existan aceleraciones que se encuentren dentro del rango de medición del dispositivo.

2.2. Ventana gráfica *Modal Coordinates*

En esta ventana, situada en la parte izquierda de la interfaz, se indica a qué canales de entrada de la tarjeta deben conectarse el martillo instrumentado (*Excitation*) y el acelerómetro (*Response*). Además, en la columna *Axis* se debe indicar el eje en el que tendrán lugar el impacto de entrada y la respuesta en aceleración de la salida.

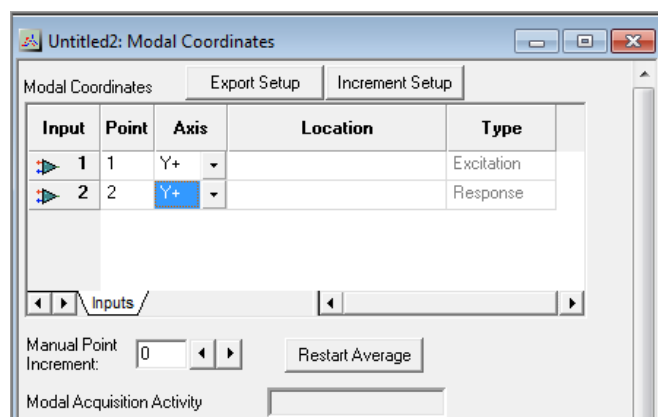


Figura 4.- Ventana Modal Coordinates

2.3. Auto-Increment Coordinates Setup

Para realizar el ensayo modal, existen dos formas de ir uno a uno a través de los nodos para obtener la FRF de cada uno de ellos. La primera de ellas consiste en hacerlo de manera manual. En *Manual Point Increment* (ver Figura 6) se escribe 1 si se quiere ir recogiendo la información de todos los nodos uno a uno. Tras golpear en el primer nodo y obtener la FRF en esa coordenada, se pulsa la flecha hacia la derecha, y entonces se pasará a la siguiente coordenada de excitación, la 2. Esta información se encuentra en la columna *Point*. De esta manera se irán recogiendo las FRF en cada punto de excitación, y cuando todas se hayan registrado, deberá pulsarse el botón *End Test* (ver Figura 8) que se encuentra en la parte derecha de la interfaz.

La segunda manera de configurar las coordenadas, que puede resultar siendo mucho más rápida, es la de programar previamente qué coordenadas deben ir en aumento conforme se está realizando el ensayo. Para ello, haremos click en *Modal Interface -> Auto-Increment Coordinates*.

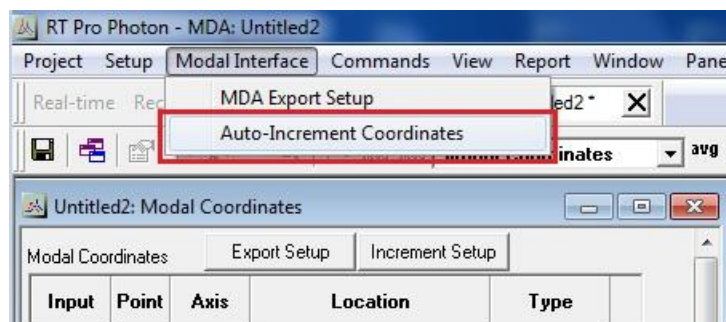


Figura 5.- Configuración de análisis modal

Tras hacer click, ésta es la nueva ventana que aparece.

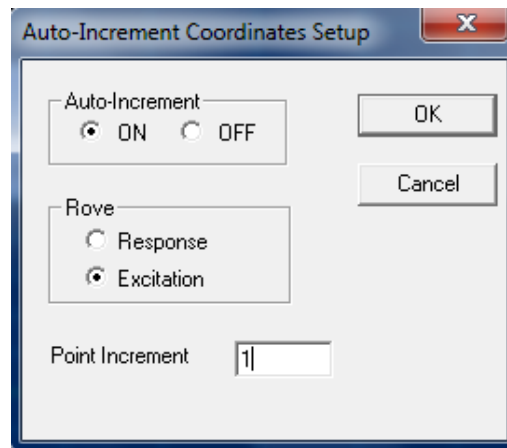


Figura 6.- Auto-Increment Coordinates Setup

En *Auto-Increment* se selecciona *ON*, pues queremos activar el modo de auto-incremento de las coordenadas. En *Rove*, se selecciona respuesta o excitación dependiendo de si se van a tener múltiples entradas o múltiples salidas. En nuestro caso, ya se ha dicho que el ensayo modal debe ser uno con varias entradas (excitación) y una salida (respuesta), por lo que seleccionaremos *Excitation*. En *Point Increment* se debe escribir 1 para que las coordenadas de excitación vayan aumentando de una en una.

De esta manera queda definido el auto-incremento de coordenadas, por lo que a la hora de realizar el ensayo sólo habrá que preocuparse de golpear adecuadamente con el martillo instrumentado, e ir pulsado la pestaña verde *Next Point* (ver Figura 8).

Como ejemplo ilustrativo de todo lo expuesto anteriormente, se explica ahora cómo se realizaría un ensayo modal de la viga de sección rectangular que se mostraba en la figura 3. Si se observa esa viga, se verá que existen nueve puntos de excitación (numerados del 1 al 9) y un punto de respuesta (en el nodo número 5) justo en el centro de la viga. Así, el Auto-Incremento de coordenadas debería configurarse de igual manera que se muestra en la figura 6, y tras esto, habría que definir la coordenada donde se encuentra el acelerómetro (ya que ésta se mantendrá fija), el eje en el que actúa el elemento excitador, y el eje en el que se mide la respuesta:

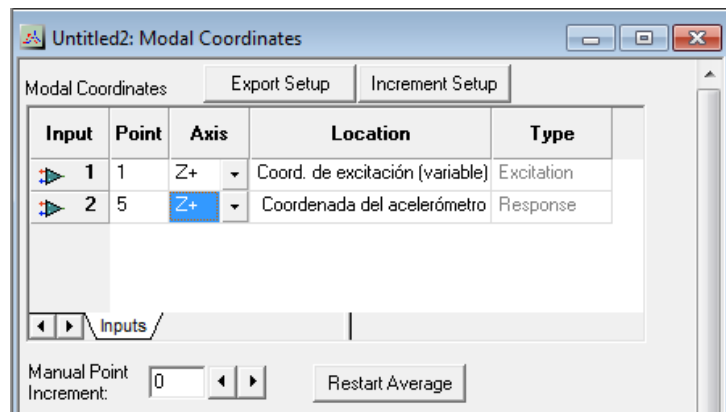


Figura 7.- Modal Coordinates

Como el golpeo con el martillo es vertical, y la aceleración producida por esta excitación tiene también la misma dirección, se seleccionan para ambos canales el eje Z positivo. En el canal de respuesta, en la columna *Point*, se escribe la coordenada del acelerómetro, 5, y esta se mantendrá fija durante todo el ensayo. En el canal de excitación se escribe 1, ya que se comenzará el ensayo obteniendo la FRF del nodo 1, y gracias a la configuración *Auto-Increment Coordinates* realizada previamente, esta coordenada irá aumentando progresivamente hasta 9 tras recoger la FRF de un nodo y hacer click en *Next Point*.

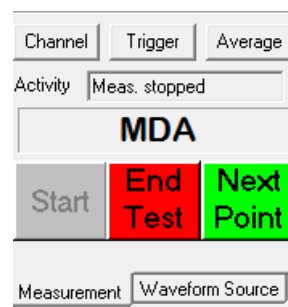
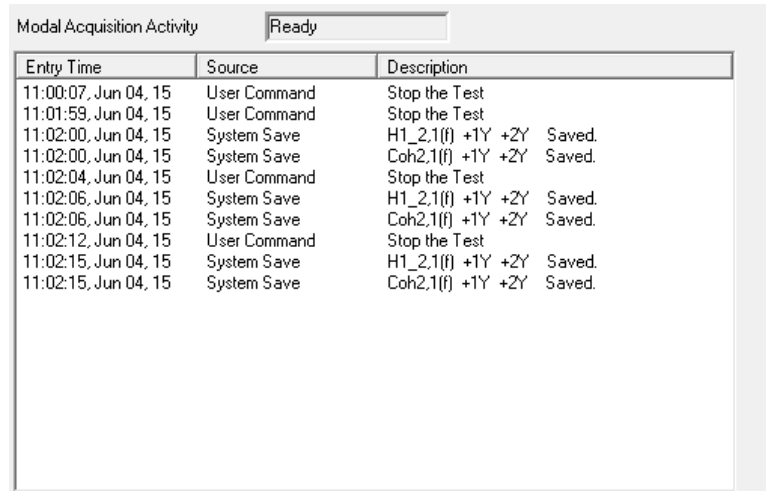


Figura 8.- Next Point

También en la parte izquierda de la interfaz se puede ver lo que viene a ser un registro de todas las señales que se van almacenando. Concretamente, para cada impacto que hagamos con el martillo se registrarán dos señales: la función de respuesta a la frecuencia (FRF) del elemento, y su correspondiente

función de coherencia, ambas en formato universal con la extensión *.uff*. Todos los archivos quedan guardados por defecto en la ruta C: > Brüel&Kjaer > RT Pro Photon 7.00 > TempData



The screenshot shows a window titled 'Modal Acquisition Activity' with a 'Ready' status bar. Below the status bar is a table with three columns: 'Entry Time', 'Source', and 'Description'. The table contains the following data:

Entry Time	Source	Description
11:00:07, Jun 04, 15	User Command	Stop the Test
11:01:59, Jun 04, 15	User Command	Stop the Test
11:02:00, Jun 04, 15	System Save	H1_2,1(f) +1Y +2Y Saved.
11:02:00, Jun 04, 15	System Save	Coh2,1(f) +1Y +2Y Saved.
11:02:04, Jun 04, 15	User Command	Stop the Test
11:02:06, Jun 04, 15	System Save	H1_2,1(f) +1Y +2Y Saved.
11:02:06, Jun 04, 15	System Save	Coh2,1(f) +1Y +2Y Saved.
11:02:12, Jun 04, 15	User Command	Stop the Test
11:02:15, Jun 04, 15	System Save	H1_2,1(f) +1Y +2Y Saved.
11:02:15, Jun 04, 15	System Save	Coh2,1(f) +1Y +2Y Saved.

Figura 9.- Registro de las señales

3. Procesado de las FRF con EasyMod

EasyMod es un software libre formado por un conjunto de funciones en MATLAB que permite identificar, obtener, y validar parámetros modales a partir de un ensayo vibracional. El programa trabaja con archivos del tipo universal (con extensión *.uff* o *.unv*) y es realmente una herramienta muy útil y eficaz para analizar resultados derivados de ensayos experimentales.

Para analizar las FRF obtenidas previamente en el ensayo modal con MDA, se usará un código llamado BVexample.m que contiene varias de las funciones que forman parte de *EasyMod*. Lo que este programa hace básicamente es, de manera muy resumida, leer los archivos que contienen cada una de las FRF en formato *.uff*, extraer la información necesaria de estas señales realizando un número limitado de iteraciones, detectar los grados de libertad del elemento (uno por cada FRF que haya), y escribir un nuevo archivo en formato también universal con extensión *.unv* en el que se escribe

información sobre cada una de las frecuencias naturales detectadas en el elemento.

Ahora se da un pequeño consejo para así ahorrar algo de tiempo en el procesado de las señales con BVexample.m. Este programa de MATLAB reconoce y lee los archivos que contienen las FRF por el nombre que tienen los mismos. RT Pro guarda las señales por defecto con un nombre que incluye el tipo de señal y su hora y fecha de registro. Por ejemplo:

ModalData(+2Y+1Y_FRF) Jun 04, 2015 11-02-00.uff

Sería muy complicado crear un bucle *for* en BVexample.m para leer los archivos pertenecientes a un mismo ensayo modal, teniendo cada uno una fecha y una hora distintas, y también sería algo pesado tener que cambiar manualmente el nombre de todos los archivos. Para solucionar este problema, se puede seguir la siguiente ruta.

- Setup > Signal Save Settings > Signal File Management

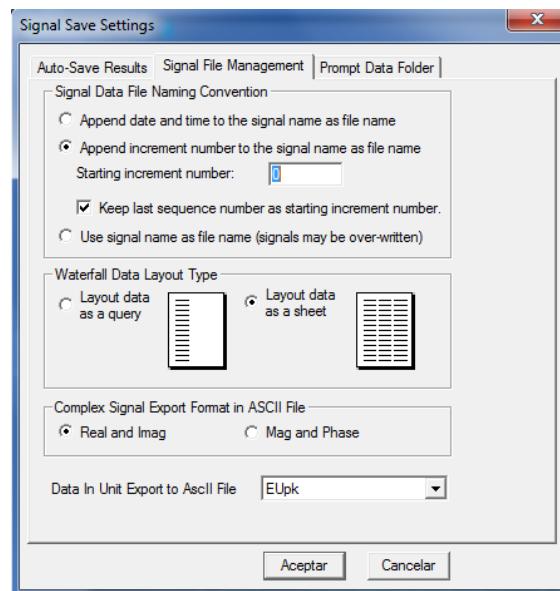


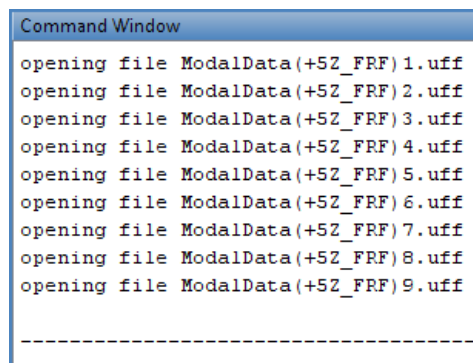
Figura 10.- Signal Save Settings

Seleccionando la opción *Append increment number to the signal name as file name* estaremos permitiendo que el programa guarde los archivos con un nombre que sólo incluye el tipo de señal y las coordenadas del nodo:

ModalData(+2Z+1Z_FRF)1.uff

De esta manera el bucle *for* destinado a abrir todas las FRF de un ensayo sólo tendría que ir ligado a la coordenada de excitación, pues esa es la única coordenada que diferencia a una señal de otra.

Cuando se inicia el programa BVexample.m, todas las FRF son leídas:



```
Command Window
opening file ModalData(+5Z_FRF)1.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)2.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)3.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)4.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)5.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)6.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)7.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)8.uff
opening file ModalData(+5Z_FRF)9.uff
-----
```

Figura 11.- Lectura de las FRF desde EasyMod

También se indica el número de grados de libertad que tiene el elemento, y se nos pide el número de iteraciones a realizar para detectar los picos que pudieran corresponderse con frecuencias naturales. Se introducirá el valor por defecto de iteraciones, que es 30.

```

The studied structure has 9 degrees of freedom

898 measurement samples are enumerated
h matrix =
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0
    0    0    0    0    1    0    0    0    0

(availability of the matrix h)
if h(i,j) = 1 then impulse response is available for measurement at point i and excitation at point j

Input at DOF 5

-----

Model size - maximum iteration to analyse: (defaults: 30)

```

Figura 12.- Número de iteraciones a realizar por EasyMod

A continuación se nos pide tolerancias para frecuencia y amortiguamiento, se dejan los valores por defecto (1%). Para finalizar, el programa nos pide el tamaño del modelo para poder obtener los parámetros modales.

```

-----

Model size - maximum iteration to analyse: (defaults: 30)

Tolerance (%) in frequency: (defaults: 1%)

Tolerance (%) in damping: (defaults: 1%)

-----

Select the model size in order to extract the modal parameters:

```

 Start Waiting for input

Figura 13.- Parámetros requeridos por EasyMod

Este último parámetro que se nos requiere puede crear algo de confusión. Si se prueba a ejecutar el código varias veces, se podrá comprobar que dependiendo del valor que introduzcamos para el tamaño del modelo se escribirán en el archivo BV_LSCE.unv unos valores para las frecuencias naturales u otros.

La explicación a esto sería la siguiente. El programa BVexample.m realiza una serie de iteraciones para detectar los picos de frecuencias. Cuanto mayor

sea el tamaño del modelo que queramos obtener, más picos de frecuencias se detectarán, pero también puede que no todos los picos detectados sean en realidad frecuencias naturales.

Por ello, siempre se deberán contrastar los resultados lanzados por *EasyMod* con otras técnicas experimentales, o bien con simulación numérica, para poder determinar con seguridad cuáles son las frecuencias naturales reales del modelo.

Command Window

First column corresponds to the natural frequency (Hz)
 Second column corresponds to the damping ratio (%)
 last column corresponds to the stabilization state:
 1 : if damping stabilization
 0 : if frequency only stabilization

fok	xik	total stabilization
1.0e+003 *		
0.0934	0.0001	0
0.2584	0.0023	0
0.3904	0.0054	0
0.5309	0.0156	0
0.8046	0.0002	0.0010
0.9420	0.0005	0
1.0768	0.0021	0
1.3308	0.0007	0
1.3938	0.0003	0
1.4118	0.0007	0.0010
1.7120	0.0018	0
1.7961	0.0003	0.0010

Figura 14.- Frecuencias naturales obtenidas con EasyMod

En el mismo directorio en el que estén las FRF leídas por el programa BVexample.m se escribirá un archivo llamado BV_LSCE.unv que contiene todos los parámetros referentes a las frecuencias naturales obtenidas. El archivo se puede abrir desde MATLAB, y sus líneas presentan el siguiente aspecto:

```

1 | -1
2 | 55
3 | Processing
4 | Analysis data universal file, EasyMod project "BV_LSCEBueno.unv"
5 | 4-6-2015 12:17:29
6 | MODE NO. 1, FREQUENCY 93.813886(Hz), DAMPING 0.00122
7 | 4 3 8 13
8 | 1 2 2 8 2 3
9 | 2 4 1 1
10 | 9.3814e+001 1.0000e+000 1.2198e-003 2.4397e-003
11 | 1
12 | +0.0000e+000 +0.0000e+000 +9.9615e-001

```

Figura 15.- Primera frecuencia natural en el archivo BV_LSCE

Este archivo, junto con un archivo universal que contenga información de la geometría del elemento, será imprescindible para poder visualizar la deformada de cada uno de los modos propios de vibración con una herramienta llamada *EasyAnim*, perteneciente también a *EasyMod*.

A continuación se explica cómo definir un archivo universal de geometría en MATLAB.

3.1. Archivo universal de geometría

Para definir un archivo de geometría de tipo universal:

```
% Geometry definition
```

```
-Nodes = [10 0 0 0 ; 1 0.1 0 0 ; 2 0.2 0 0 ; 3 0.3 0 0 ; 4 0.4 0 0 ; 5 0.5 0 0 ; 6 0.6 0 0 ; 7 0.7 0 0 ;  
8 0.8 0 0 ; 9 0.9 0 0];  
-Connexions = [10 1 2 3 4 5 6 7 8 9];  
-unv15and82write(Nodes,Connexions,'BV_geometry.unv',8,8);
```

Siguiendo el ejemplo de la viga, se definen las coordenadas de los nodos en un vector columna, en el código anterior llamado *Nodes*. En cada fila de esta columna hay cuatro números: el primero corresponde a un número identificativo asignado a cada nodo, y los otros tres, las coordenadas en las direcciones x, y, z respectivamente. El vector *Connexions* crea una línea entre los nodos que estén contenidos en el vector *Nodes*, de manera que *Connexions = [10 1 2 3 4 5 6 7 8 9]*; creará una línea que empieza en el nodo 10 y acaba en el 9 pasando por los nodos 1, 2, 3 ..., 8. Por último, la función *unv15and82write* es una función de *EasyMod* que toma como entradas los vectores *Nodes* y *Connexions*, y con ellos escribe un archivo de salida universal que contiene la geometría.

4. *EasyAnim*

EasyAnim es un programa capaz de hacer animaciones en pantalla de la deformada de un elemento formado por puntos, líneas y superficies. Está basado en OpenGL, una multiplataforma para escribir aplicaciones que producen gráficos en 2D y 3D, y que también es utilizada por los programas CAD. Como ya se ha visto, la animación puede cargarse a partir de dos archivos universales: uno que contenga información de la geometría del elemento, y otro que contenga información de la respuesta a la frecuencia en distintos puntos del mismo.

Para cargar estos dos archivos, en la esquina superior izquierda se debe hacer click en *File > Open modal analysis (universal)* tal y como se indica en la siguiente figura:

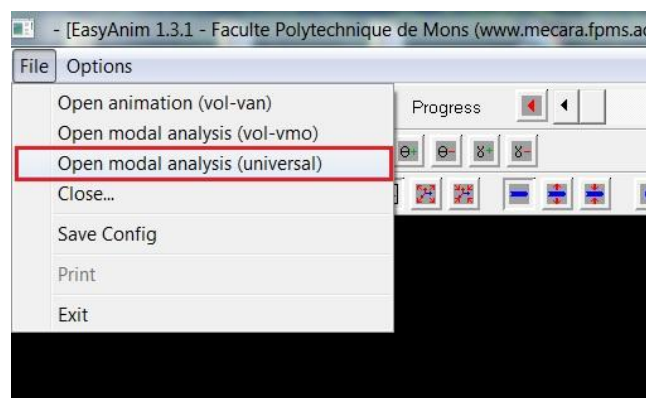


Figura 16.- Importar análisis modal desde EasyAnim

Se busca y selecciona primero el archivo de geometría, y a continuación aparece esta ventana.

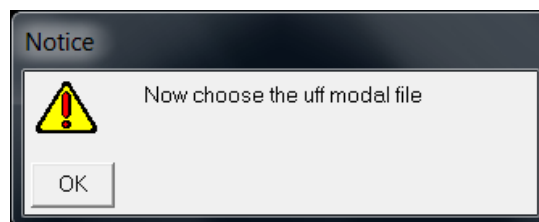


Figura 17.- Seleccionar archivo con información modal

Aquí se nos pide seleccionar el archivo con la información modal del elemento. Tras encontrarlo, aparece en la interfaz la geometría del elemento dotado de los puntos y líneas que hayan sido definidos previamente en MATLAB.

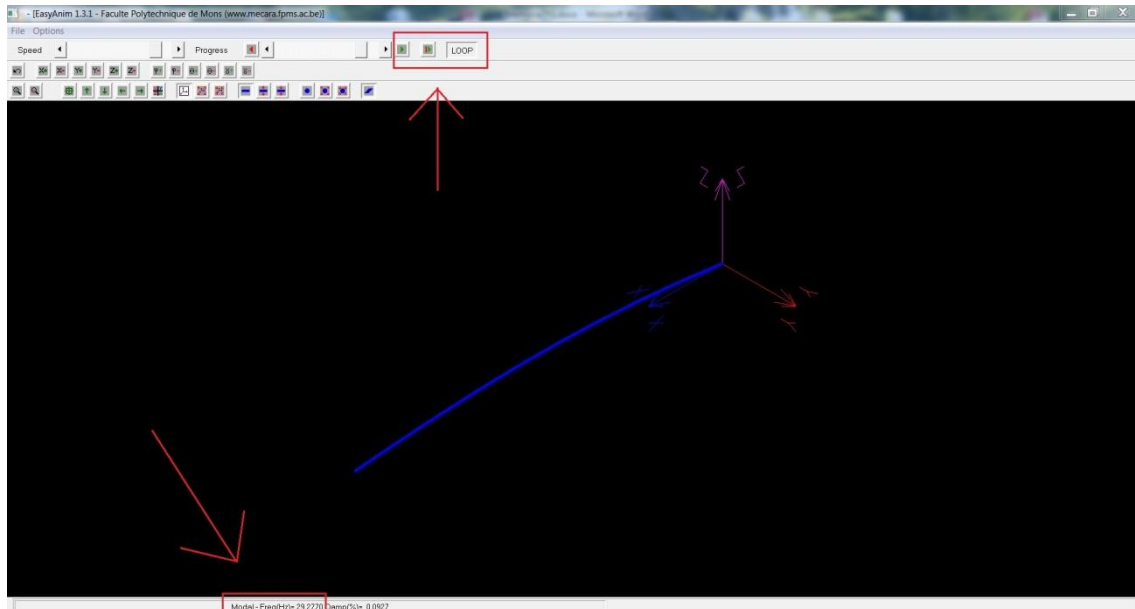


Figura 18.- Interfaz de EasyAnim con geometría de viga

En la parte superior existe una barra de comandos con la que se puede iniciar y parar la animación de la forma del modo, así como determinar la velocidad de la misma, y también una opción para visualizar la forma en bucle. En la parte inferior, se muestra información sobre el modo que se está mostrando y el valor de su frecuencia de resonancia.

Para mostrar la animación de cualquier otro modo propio, hay que hacer click en *Options > Load mode* de la siguiente manera:



Figura 19.- Load mode

5. Diagrama de flujo

Con el diagrama de flujo que se muestra a continuación se pretenden resumir los pasos a seguir desde el ensayo modal realizado en el laboratorio hasta la visualización de la forma de los modos en *EasyAnim*.

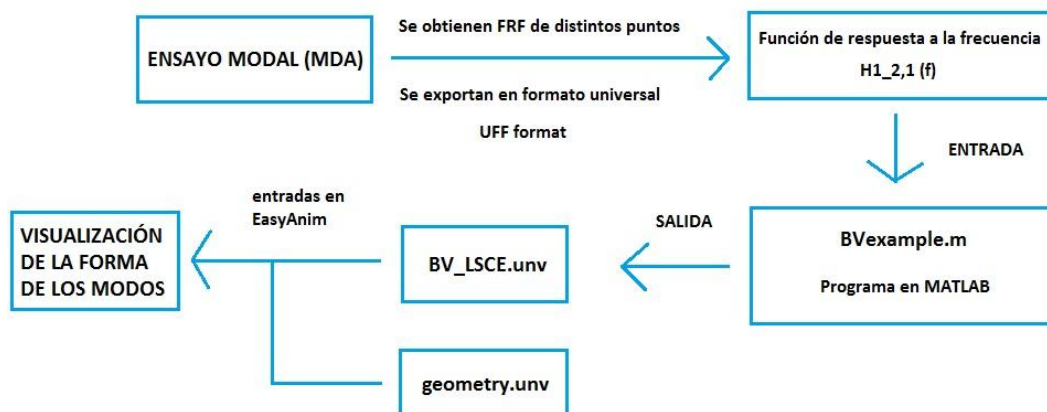
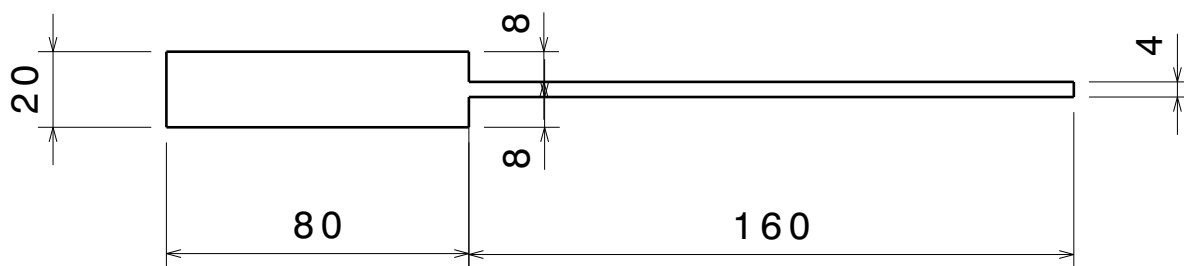


Figura 20.- Diagrama de flujo en el procesamiento de FRF obtenidas en ensayo modal

ANEXO II: PLANOS DE FABRICACIÓN



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

NOMBRE

Martínez Gracia, Manuel Jesús

ESCALA

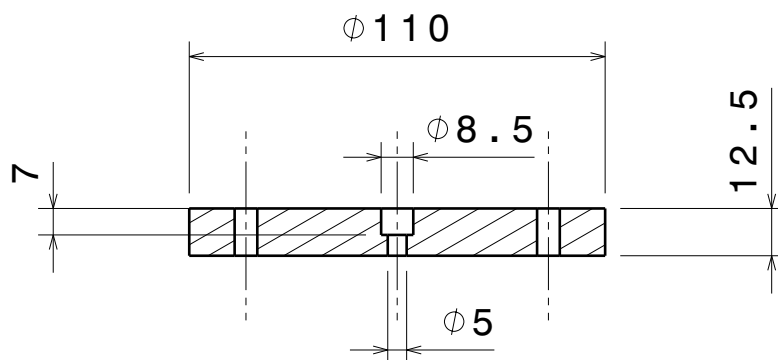
1:2

DESIGNACIÓN

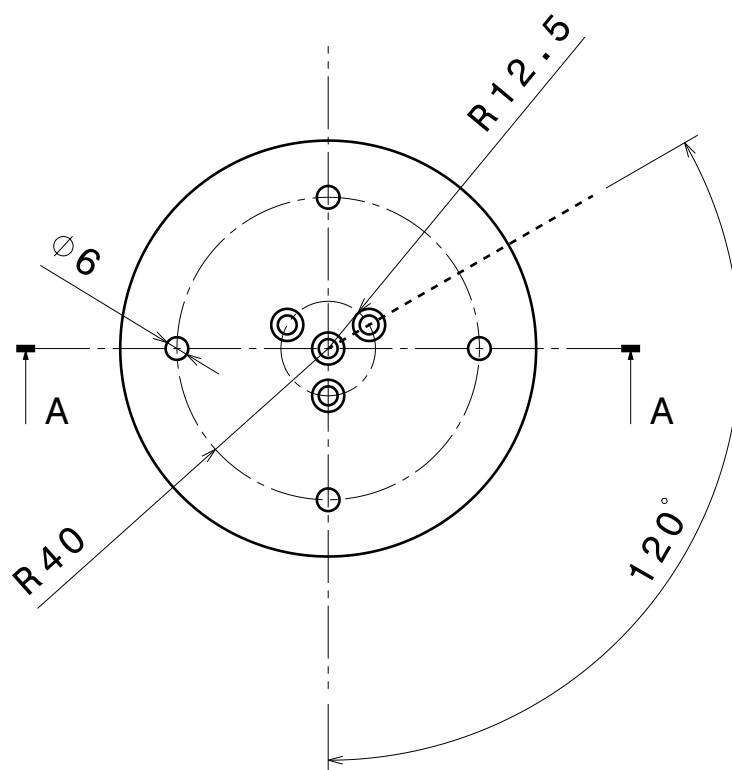
Viga empotrada

NÚMERO PLANO

1



Sección A-A



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

NOMBRE

Martínez Gracia, Manuel Jesús

ESCALA

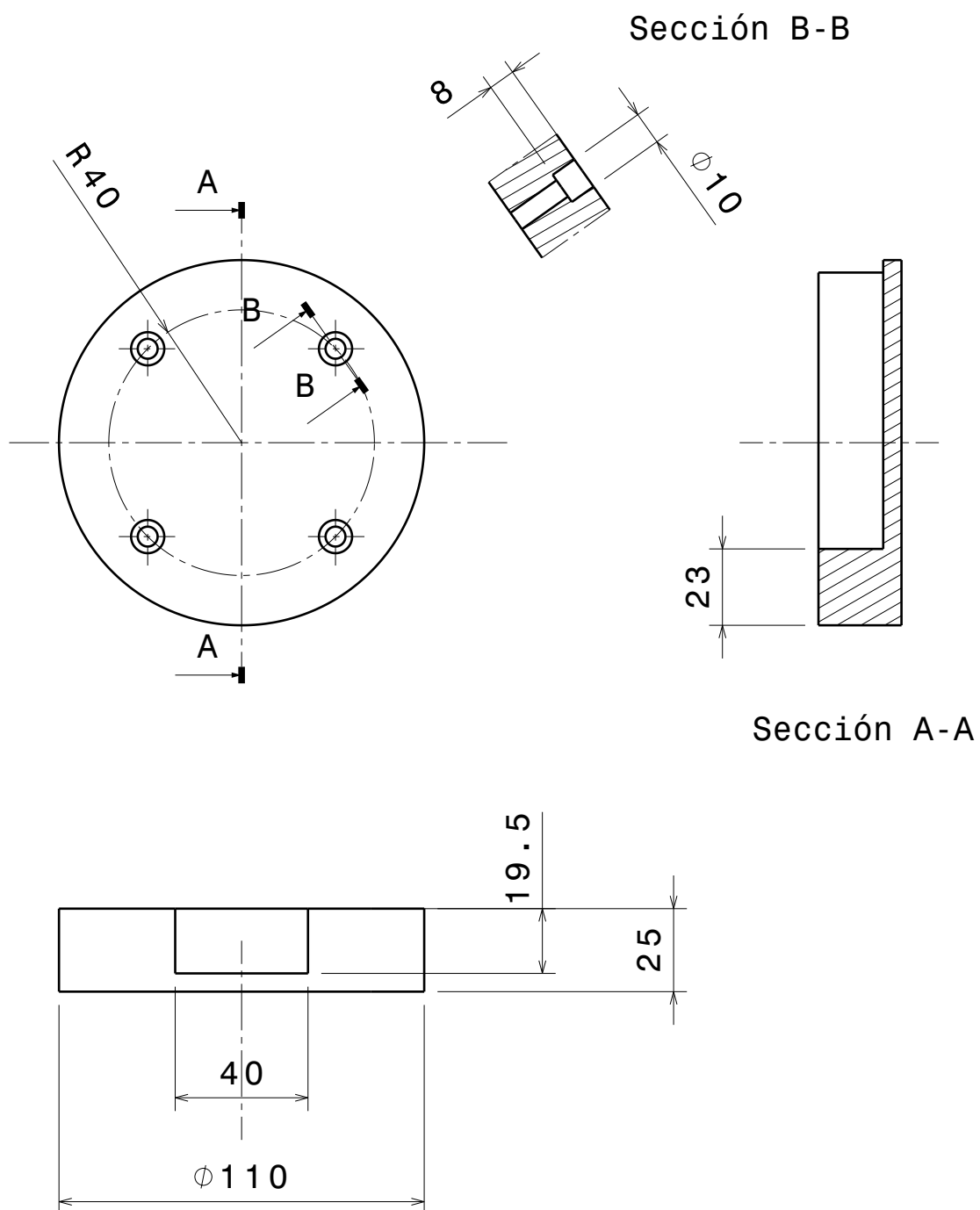
1:2

DESIGNACIÓN

Base para sujeción atornillada

NÚMERO PLANO

2



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

NOMBRE

Martínez Gracia, Manuel Jesús

ESCALA

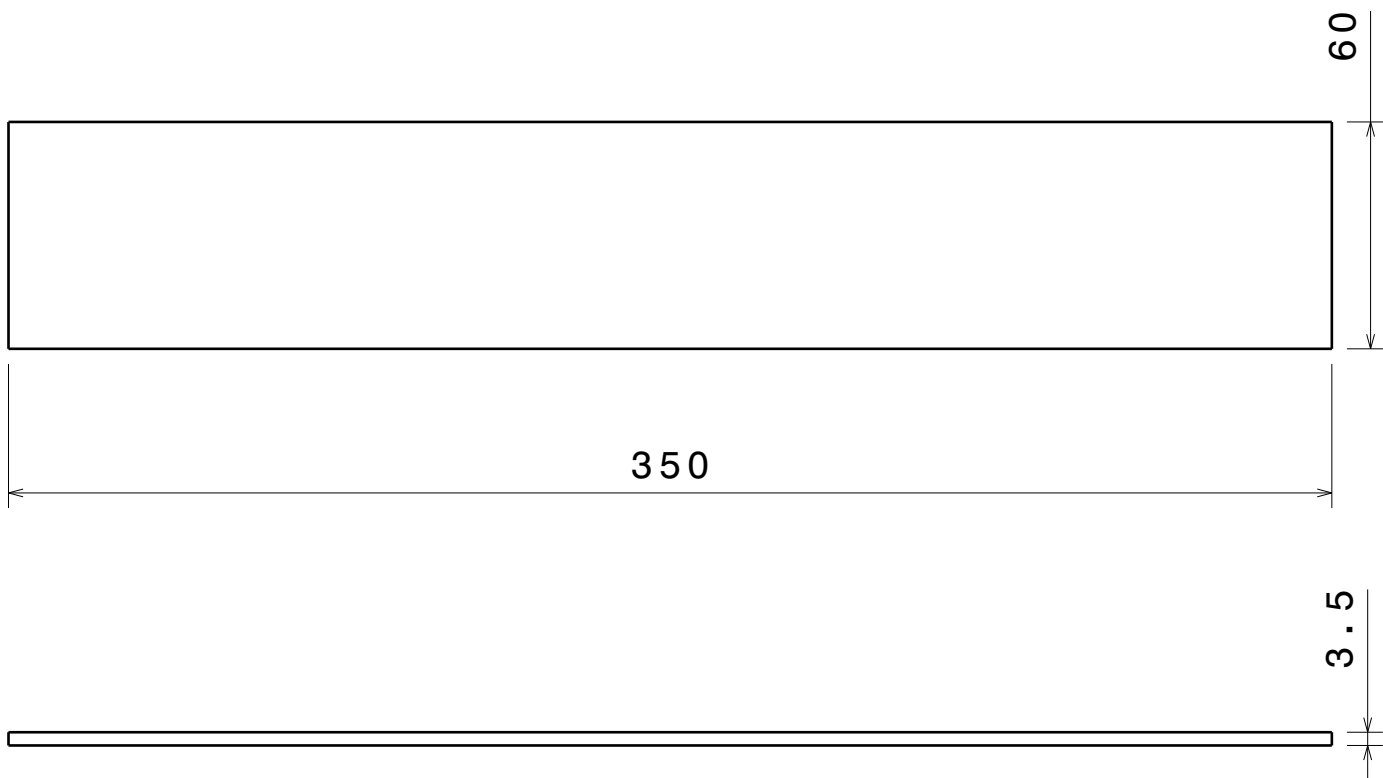
1:2

DESIGNACIÓN

Sujeción superior

NÚMERO PLANO

3



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

NOMBRE

Martínez Gracia, Manuel Jesús

ESCALA

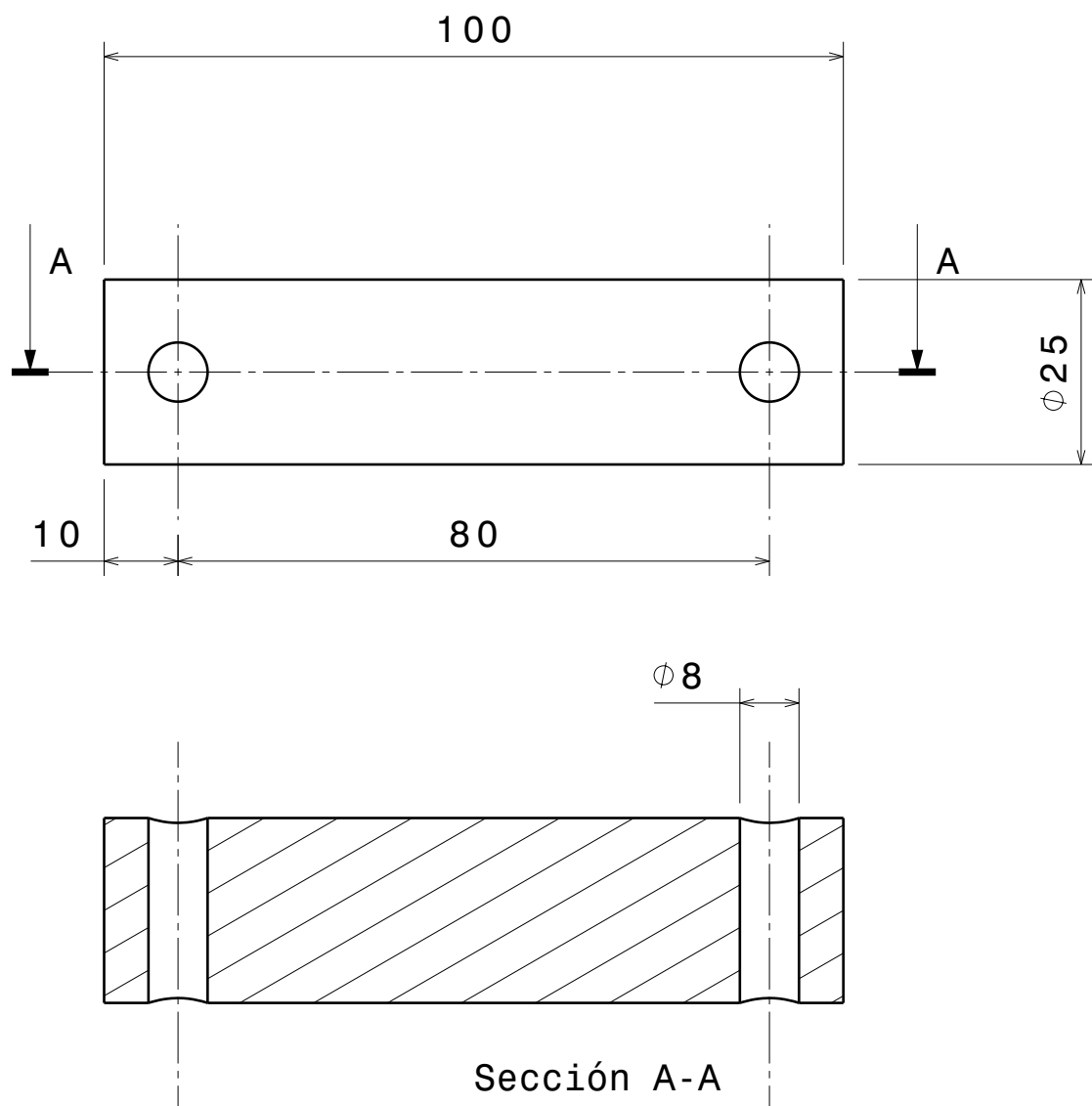
1:2

DESIGNACIÓN

Viga biapoyada

NÚMERO PLANO

4



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

NOMBRE

Martínez Gracia, Manuel Jesús

ESCALA

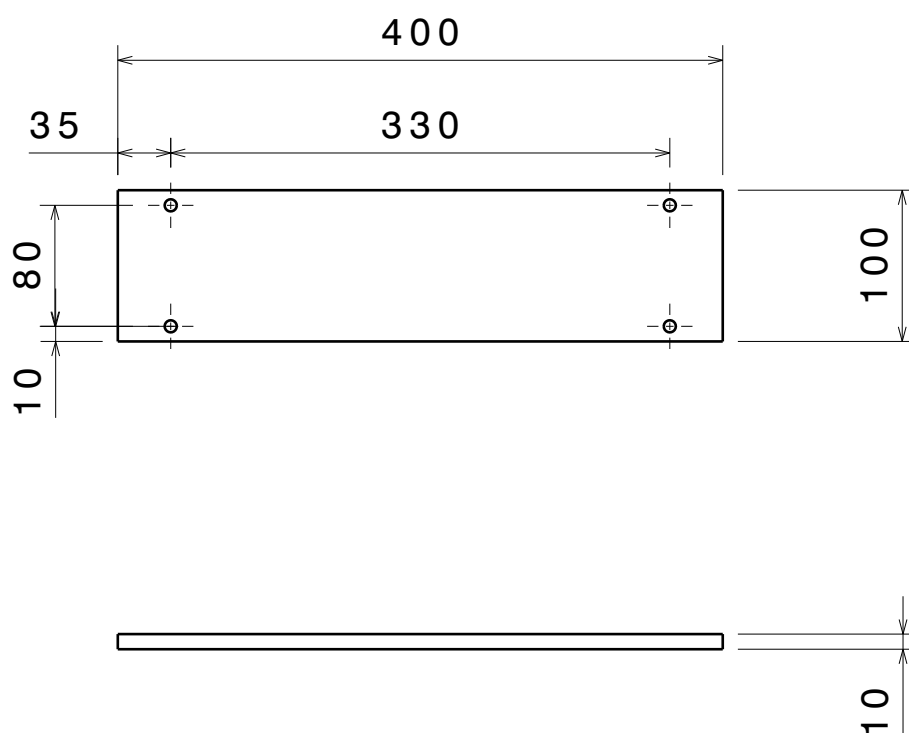
1:1

DESIGNACIÓN

Rodillo

NÚMERO PLANO

5



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

NOMBRE

Martínez Gracia, Manuel Jesús

ESCALA

1:5

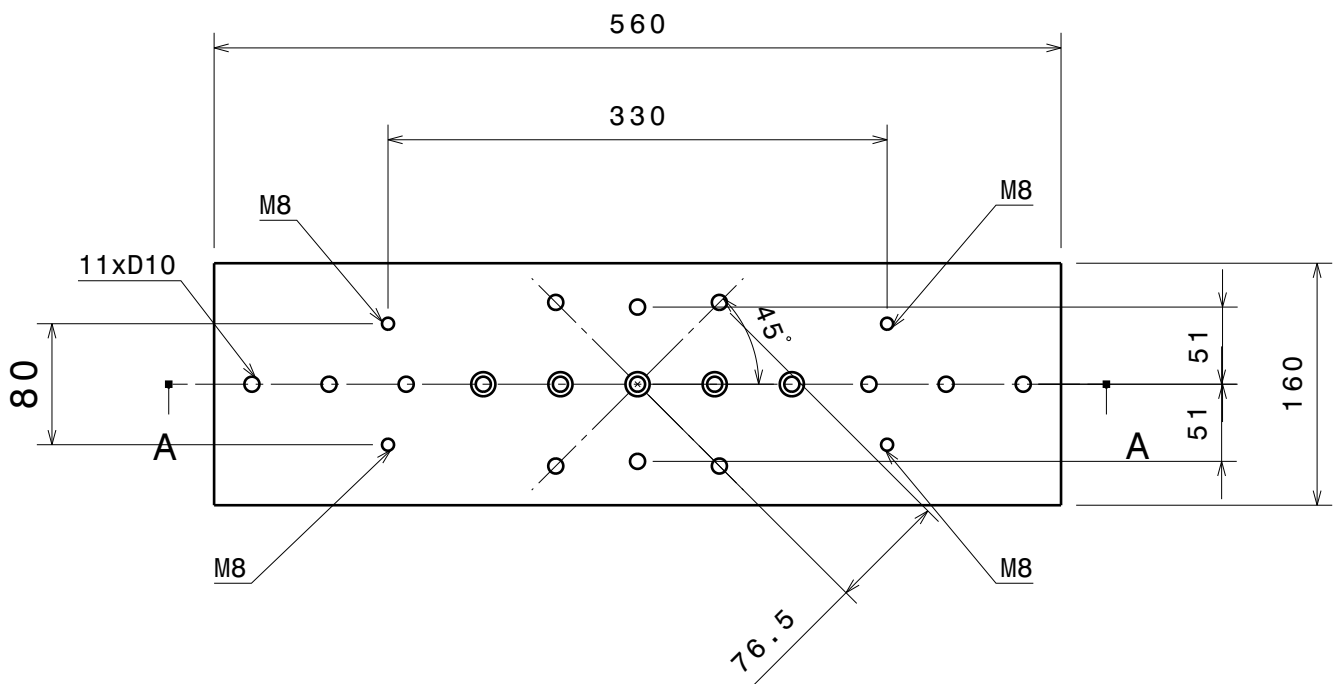
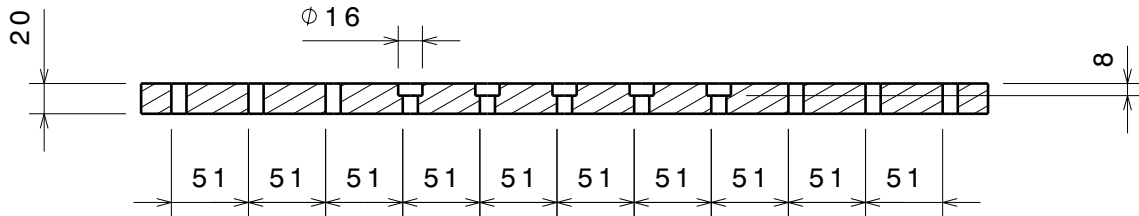
DESIGNACIÓN

Base para viga biapoyada

NÚMERO PLANO

6

Sección A-A



UNIVERSIDAD DE JAÉN

Escuela Politécnica Superior de Jaén

NOMBRE

Martínez Gracia, Manuel Jesús

ESCALA

1:5

DESIGNACIÓN

Base para shaker V2664

NÚMERO PLANO

7