



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior (Jaén)

Trabajo Fin de Grado

ESTUDIO AERODINÁMICO DE FLECHAS DEPORTIVAS

Alumno: Antonio Pablo Plaza Martínez

Tutor: Prof. Dr. Carlos Martínez Bazán
Prof. Dr. Cándido Gutiérrez Montes

Dpto: Ingeniería Mecánica y Minera

Febrero, 2016



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Escuela Politécnica Superior
Departamento de Ingeniería Mecánica y Minera
Área de Mecánica de Fluidos

TRABAJO FIN DE GRADO

ESTUDIO AERODINÁMICO DE FLECHAS DEPORTIVAS

Tutores: Dr. Carlos Martínez Bazán

Dr. Cándido Gutiérrez Montes

Alumno: Antonio Pablo Plaza Martínez

ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN TEÓRICA	3
1.1	Introducción	3
1.2	Definición y descomposición del problema.....	4
1.3	Cuerpo sometido a estudio.....	6
1.4	Condiciones del flujo	8
1.4.1	<i>Capa límite; régimen laminar y régimen turbulento</i>	9
1.4.2	<i>El fluido tras el sólido; estela y vorticidad</i>	11
1.4.3	<i>Cuerpo esbelto de base roma</i>	15
1.4.4	<i>Mecanismos de control de la estela</i>	16
1.5	Características del vuelo de una flecha	18
1.5.1	<i>Fuerzas actuantes</i>	18
1.5.2	<i>Efecto veleta</i>	20
1.5.3	<i>Técnicas para el control del vuelo de la flecha</i>	20
2	FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA	22
2.1	Análisis dimensional.....	22
2.2	Ecuaciones de Navier-Stokes.....	25
3	ESTUDIO EXPERIMENTAL	27
3.1	Descripción del laboratorio.....	27
3.2	Tratamiento de datos	30
4	ESTUDIO NUMÉRICO.....	36
4.1	Introducción al estudio numérico.....	36
4.2	Mallado del dominio computacional	37
4.3	Cálculos previos a la simulación.....	42
4.4	Simulación de la corriente en FLUENT ®	44
4.5	Resultados	47
4.5.1	<i>Flechas Completas</i>	48
4.5.2	<i>Flecha Partida</i>	64
4.6	Conclusiones del Cálculo Numérico.....	73

5	CONCLUSIONES GENERALES	74
6	BIBLIOGRAFÍA	78
6.1	Ordenación y adimensionalización de los resultados.	79
-	<i>Flecha_struct.m</i>	79
6.2	Obtención y representación de <i>CD</i> y <i>CL</i> obtenidos experimentalmente. ...	81
-	<i>CLCD.m</i>	81
6.3	Representación de <i>CD</i> y <i>CL</i> obtenidos numéricamente.....	83
-	<i>CD</i>	83
-	<i>CL</i> y su valor medio.....	83
6.4	Presión estática en el punto trasero, dentro de la burbuja de recirculación.	84

1 INTRODUCCIÓN TEÓRICA

1.1 Introducción

El estudio y caracterización del comportamiento de cuerpos sujetos a la acción de una corriente fluida ha constituido y constituye un tema de gran interés ingenieril, especialmente en el campo de la mecánica de fluidos, motivado en este último tiempo por el gran avance y desarrollo que se están produciendo en las nuevas técnicas computacionales de análisis y resolución de problemas.

Un cuerpo en movimiento inmerso en una corriente fluida se ve sometido a distintas fuerzas ocasionadas por la acción de la misma. El efecto total de estas fuerzas es muy complejo. Sin embargo, para propósitos de diseño o de estudio del comportamiento del cuerpo, son dos las fuerzas resultantes de mayor importancia: La fuerza de arrastre y la fuerza de sustentación, también conocidas como *drag* y *lift* respectivamente. Estas son las mismas independientemente de si el cuerpo se mueve en el fluido o si es el fluido el que se mueve alrededor del cuerpo.

Con estos precedentes, el presente proyecto se enmarca en el estudio del comportamiento de una flecha de tiro con arco (disciplina deportiva) inmerso en una corriente incidente de aire y las fuerzas que actúan sobre ella. Consta de una parte experimental, en la cual se realizarán ensayos sobre la flecha, complementada de un proceso de cálculo numérico en el que se simularán los ensayos y se resolverán y obtendrán los resultados mediante el empleo de programas que implementan las ecuaciones generales de la mecánica de fluidos.

Para el desarrollo experimental, el cual se verá con más detalle en apartados posteriores, se ensayarán cada una de las flechas en un túnel de viento y se recogerán datos de fuerza y de presión que se ejercen sobre el cuerpo y que serán tratados y procesados posteriormente por el software MATLAB®.

En lo que al cálculo numérico se refiere, habremos de modelar la geometría del sólido con cualquier programa informático dedicado a ello para, seguidamente, poder realizar el análisis numérico del problema mediante la ayuda del software FLUENT®, donde simularemos la acción sobre el cuerpo del aire (fluido incompresible).

En líneas generales podemos resumir que el problema que se presenta se aborda de la siguiente forma:

- Se tienen tres modelos distintos de flecha alrededor de los cuales gira el estudio del proyecto.

- El proceso experimental consistirá en ensayar todas ellas en un túnel de viento y mediante el procesamiento con el software MATLAB de los datos recogidos obtener el valor estimado los coeficientes adimensionales de arrastre y de sustentación.
- En el cálculo numérico se perseguirá simular el comportamiento aerodinámico real de las flechas y comprobar que los resultados obtenidos experimentalmente se aproximan al valor real y que son, por tanto, fiables.

1.2 Definición y descomposición del problema

El principal cometido de este proyecto es determinar las fuerzas de sustentación y arrastre y sus coeficientes adimensionales C_L y C_D respectivamente de forma experimental primero y numéricamente después, de la forma más exacta posible para poder comparar los resultados obtenidos y sacar conclusiones acerca de la fiabilidad del programa creado con tal fin. También, se pretende evaluar el funcionamiento de una flecha prototipo ideada para mejorar las características aerodinámicas del vuelo.

Estas fuerzas de sustentación y resistencia pueden ser fácilmente relacionadas con sus coeficientes adimensionales gracias a las ecuaciones básicas que nos ofrece la mecánica de fluidos. Se definen como las componentes de fuerza paralela y normal respectivamente, ejercidas sobre el cuerpo por la corriente fluida. Tanto los esfuerzos debidos a la presión como aquellos debidos a los esfuerzos viscosos desarrollan en el cuerpo la sustentación y la resistencia, mientras que otras fuerzas tales como la fuerza peso de la gravedad sobre el cuerpo y las fuerzas de flotación no se incluyen en ninguna de ellas.

Para entender mejor cómo se distribuyen las fuerzas sobre el objeto de estudio se ilustra en la Figura 1, de forma un poco más general e intuitiva, las diferentes fuerzas y elementos que aparecen en el análisis de un perfil de ala de avión sometido a la acción de una corriente fluida incidente en ella.

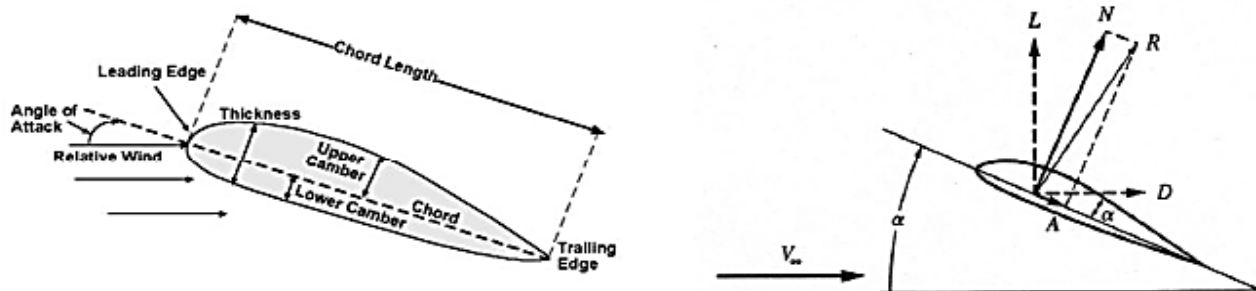


Figura 1. Distribución del coeficiente de presiones sobre un perfil de ala de avión (1).

Un perfil de ala de avión cuenta siempre con un *bordedeataque*(*leadingedge*) y un *bordedesalida*(*traillingedge*) unidos entre sí por una línea imaginaria llamada *cuerda*(*chord*) y la distancia entre estos dos bordes es la superficie de sustentación, también conocida *longituddecuerda* (*chordlenght*). El ángulo definido entre la cuerda y la dirección del flujo del fluido se denomina *ángulodeataque* (*angleofattack*). Además, estos perfiles están diseñados de tal manera que las partes superior e inferior del perfil tengan una curvatura diferente para provocar una diferencia de presión inducida por el flujo que será la causante de la sustentación. La *comba* (*camber*) es la distancia máxima entre la cuerda y cada una de las superficies.

En dinámica de fluidos, el arrastre o resistencia es la fricción entre un sólido y el medio fluido en el que se mueve, se trata por tanto de una fuerza mecánica generada únicamente por la interacción y contacto entre el sólido y el fluido a diferencia de otras fuerzas como las gravitacionales o electromagnéticas donde no es necesario contacto físico alguno. Se define como la suma de todas las fuerzas aerodinámicas o hidrodinámicas en la dirección del flujo del fluido externo y actúa opuestamente al movimiento del objeto. Existen muchos factores que afectan a la magnitud del arrastre como pueden ser la magnitud de la sección efectiva de impacto y la forma de la superficie. Este último factor está muy ligado a unos efectos que se conocen como *arrastreresinducidos*. Los vórtices que se producen en las puntas de las alas de los aviones generan este tipo de arrastre.

La fuerza de arrastre D puede escribirse como:

$$D = \rho v^2 d^2 C_D A$$

Donde ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad del flujo (posteriormente representada por U_∞), A es el área de la sección transversal y C_D es el coeficiente de arrastre adimensional, que se verá en detalle en el apartado de formulación matemática, y que se expresa analíticamente como:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 d^2}$$

La fuerza de sustentación en cambio, es una fuerza ocasionada por el fluido en dirección perpendicular a la dirección del movimiento del cuerpo. Teóricamente, para que las partículas de aire que se mueven por la parte curva superior se reencuentren con las que se mueven en la línea recta por debajo, deberán recorrer un camino más largo debido a la curvatura, por lo que tendrán que desarrollar una velocidad mayor para lograr reencontrarse. Esa diferencia de velocidad provoca que por encima del plano aerodinámico se origine un área de baja presión, mientras que por debajo aparecerá, de

forma simultánea, un área de alta presión. Como resultado, estas diferencias de presiones por encima y por debajo de las superficies del plano aerodinámico provocan que la baja presión lo succione en sentido ascendente, creando una fuerza de levantamiento o sustentación. En el caso de un avión por ejemplo, esa fuerza actuando sobre todo en las alas hace que una vez vencida la oposición que ejerce la fuerza de gravedad sobre él, permita mantenerlo en el aire.

De manera análoga al arrastre, la fuerza de sustentación L puede escribirse como:

$$L = \rho v^2 d^2 C_L A$$

Donde C_L es el coeficiente de sustentación adimensional:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 d^2}$$

Tanto la sustentación como su coeficiente adimensional dependen de forma directamente proporcional del ángulo de ataque, es decir, que aumentan su valor según va aumentando éste hasta llegar a un punto máximo después del cual el flujo de aire que pasa sobre la parte superior del perfil, no logra recorrer la superficie en su totalidad y mantenerse adherido al perfil aerodinámico dando lugar a una entrada en pérdida.

1.3 Cuerpo sometido a estudio

El valor de velocidad del flujo se relaciona mediante las ecuaciones básicas de la dinámica de fluidos con los coeficientes de sustentación y resistencia, C_L y C_D respectivamente. El análisis principal se basa en que el cuerpo está sumergido en una corriente incidente de aire. El sólido alrededor del que se centra el estudio es una flecha de modelo comercial empleada en tiro con arco.

Las flechas están hechas de astiles o tubos de un material normalmente rígido y de baja densidad como madera, fibra de vidrio, aluminio, fibra de carbono o un compuesto de fibra de carbono y aluminio. Deben de ser bastante rígidas pero también deben de ser capaces de alcanzar cierta curvatura para evitar partirse, una flecha perfectamente rígida no puede ser disparada. De hecho, el grado adecuado de rigidez de la flecha es una de las claves del éxito en el tiro con arco, como resultará evidente.

A la hora de construir una flecha hay varios factores o certezas muy a tener en cuenta para definir la configuración geométrica del cuerpo de forma correcta:

- Por lo general, una flecha tiene un eje tubular porque, para una masa dada de material, un tubo es más rígido que una barra sólida.

- Para una masa de material dada, los tubos de paredes delgadas poseen mayor rigidez cuanto mayor es su diámetro, pero también son más débiles mecánicamente hablando que aquellos cuyas paredes son gruesas, por lo que se produce una compensación en las propiedades.
- El carbono es más rígido y más ligero que el aluminio, lo que significa que el diámetro total de una flecha puede ser más delgado (y por tanto más aerodinámico) y la flecha más ligera (más rápida) para una rigidez dada.
- Durante los últimos diez años, el diseño óptimo para conseguir una flecha rígida, ligera y resistente es el de una flecha de fibra de carbono sobre tubo de aluminio.

Una flecha tiene una punta maciza hecha de un metal de alta densidad (acero o tungsteno) que se encarga de facilitar su penetración en la diana y cuya forma dependerá de la disciplina de tiro con arco que se utilice.

Inmediatamente detrás de la punta se encuentra el inserto, este es una pequeña pieza de aluminio que permite adaptar perfectamente la punta al tubo de la flecha (dependiendo del material con el que esté confeccionado el tubo de la flecha será necesario o no la intervención de este adaptador). En la parte posterior de la flecha se sitúa un culatín el cual encaja en la cuerda del arco, y las paletas o plumas que añaden arrastre en la parte trasera de la flecha. Las plumas son estabilizadores de la flecha, pueden estar fabricadas en material plástico o ser de pluma natural extraídas de alas de pavo y teñidas posteriormente. Dependiendo del calibre de la flecha, así será el tamaño de las plumas. El emplumado normal de las flechas consiste en tres plumas de las cuales una de ellas, la que conoceremos con el nombre de "*pluma de gallo*" o timonera, será de distinto color que las otras dos. En el caso de que las tres plumas fuesen iguales se pondrá una marca con pintura o rotulador indeleble en el culatín, todo ello con el fin de obtener una correcta inserción de la flecha en la cuerda y una adecuada disposición de las plumas que permita reducir el roce al máximo.

También consta de un centro de masas (centro de gravedad o punto de equilibrio) y un centro de arrastre también conocido como centro de presiones de las superficies de estabilización (punto en el cual se aplican las fuerzas de sustentación y resistencia, y que viene a estar situado aproximadamente en la mitad de la longitud de las plumas o paletas). El centro de arrastre debe estar tras el centro de masas, cuanto más atrás mejor, de lo contrario la flecha será inestable en el vuelo. De hecho, si el centro de arrastre se encuentra por delante del centro de masas la flecha tendrá tendencia a darse la vuelta y volar "hacia atrás".

El uso de plumas grandes sumado a una punta pesada aumentará la distancia entre el centro de masa y el centro de arrastre y provocará que la flecha vuele mejor, pero todo

esto se produce a expensas de la velocidad de vuelo de la flecha por lo que se produce una descompensación.

Para una masa dada de la punta de la flecha, una menor masa del tubo de la flecha aumentará la distancia entre estos dos centros de masa y de arrastre.

La disposición general de los centros de masas y de arrastre y la de los distintos componentes de la flecha quedan expuestos en la Figura 2:

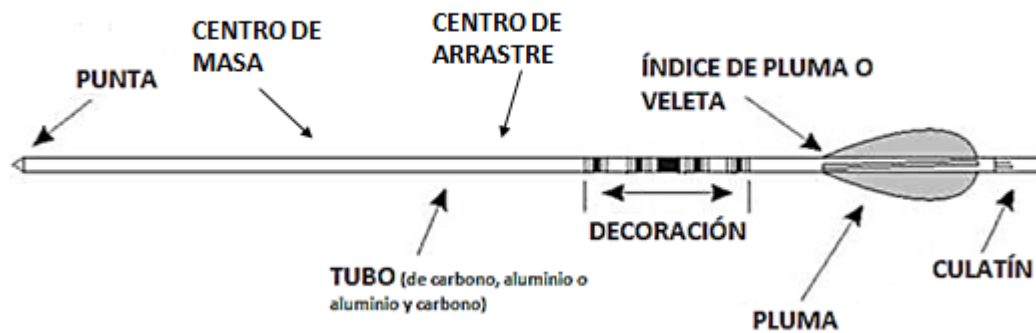


Figura 2. Partes de una flecha.

1.4 Condiciones del flujo

El fluido en cuestión es aire, el cual se encuentra en condiciones ambientales de presión y temperatura y que avanza en la misma dirección que el eje x de referencia en sentido positivo. El movimiento del fluido posee una velocidad constante que viene definida por unos valores ya establecidos como son:

- El diámetro de la flecha $d = 5 \text{ [mm]}$.
- Densidad $\rho = 1.225 \text{ [kg/m}^3\text{]}$.
- Viscosidad cinemática del aire en las condiciones dadas $\nu = \mu / \rho = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^2/\text{s}]$.

Combinando las distintas ecuaciones que nos brinda la mecánica de fluidos podremos obtener el valor de la velocidad de la corriente (más adelante se especificará el cálculo). Si bien es cierto que al disponer inicialmente del valor del número de Reynolds simplifica mucho el proceso (pues ya conocemos que el régimen del flujo en la capa límite es turbulento) conviene definir primero algunos conceptos básicos de la mecánica de fluidos para contextualizar teóricamente el problema y su resolución.

1.4.1 Capa límite; régimen laminar y régimen turbulento

El movimiento de un fluido alrededor de un sólido provoca la aparición de fuerzas de distinta naturaleza sobre la superficie del cuerpo inmerso en él. Estas fuerzas se clasifican en:

- *Fuerzas de presión:* debidas a la variación de presiones producida en la superficie y normal a ella.
- *Fuerza gravitatoria:* por efecto del campo gravitatorio sobre la masa del fluido.
- *Fuerzas viscosas:* generadas por los esfuerzos viscosos producidos en las proximidades del sólido debido al movimiento del fluido.

La acción combinada de estas fuerzas produce una fricción por parte del fluido viscoso sobre la superficie del sólido que provoca una tensión de cizalladura proporcional al gradiente vertical de velocidades. La distribución del perfil de velocidades de la corriente fluida va desde cero en la zona de contacto superficie-fluido, hasta llegar a la máxima velocidad, la cual se alcanza en las zonas más alejadas de la superficie. A la región comprendida entre el cero y el máximo de velocidad se le conoce como *capa límite* y el comportamiento del fluido en ella depende principalmente del factor de forma del cuerpo, el número de Reynolds y la influencia de otros cuerpos o superficies en las cercanías.

Para ilustrar de forma fácil e intuitiva este concepto consideraremos el caso genérico y simplificado de un flujo estable bidimensional de un fluido incompresible de propiedades constantes sobre una placa plana, tal como se ilustra en la Figura 3:

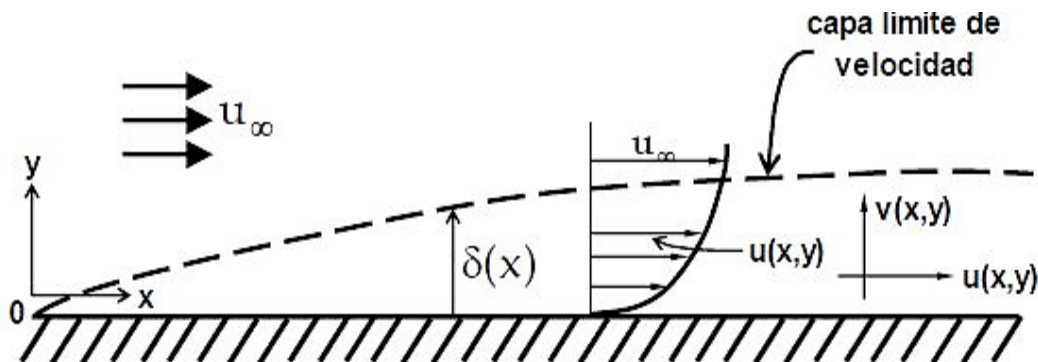


Figura 3. Velocidad y arrastre en flujo laminar sobre una placa plana(2).

En ella cabe destacar:

- El eje x se toma en la dimensión longitudinal de la placa con origen $x = 0$ en la arista de entrada (perpendicular al flujo incidente).
- U_{∞} es la velocidad de la corriente incidente.
- $U(x, y)$ y $V(x, y)$ son las componentes de la velocidad en las direcciones x e y respectivamente.
- $\delta(x)$ es el espesor de la capa límite de velocidad.

El espesor de la capa límite depende del tipo de flujo, que puede ser laminar o turbulento como se visualiza en la Figura 4.

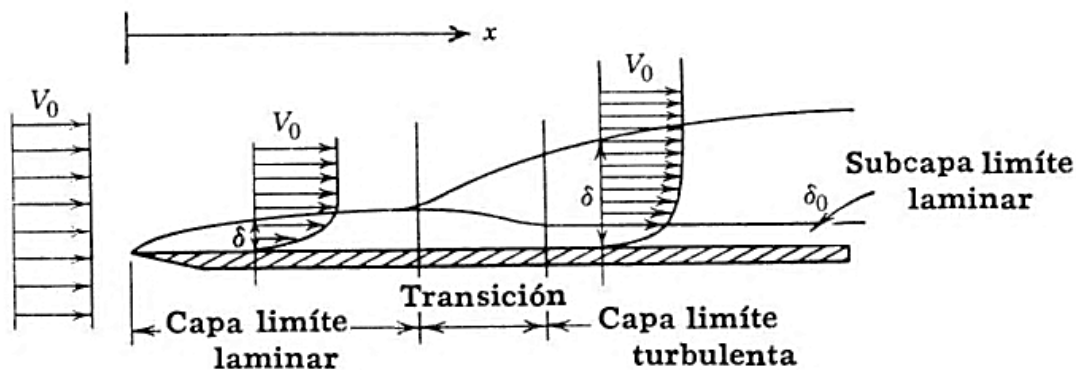


Figura 4. Zonas de la capa límite. Modificado de Vernard& Street 1985 (3).

La capa límite laminar se desarrolla al comienzo de la frontera sólida donde los efectos viscosos se confinan a dicha capa. Sin embargo, al avanzar el flujo ella misma constituye un obstáculo, de tal forma que se torna turbulenta, disipando mayor cantidad de energía puesto que en ella el fluido se mueve en todas direcciones. Esta turbulencia es posible por el efecto de las propias irregularidades de la superficie de la pared. El espesor de la capa límite turbulenta crece más rápidamente que el espesor de la capa límite laminar.

En el interior de la capa límite turbulenta se puede presentar una subcapa con comportamiento laminar si la superficie de la pared es relativamente lisa, puesto que se forma una película delgada en donde se confinan los efectos viscosos que se denomina *subcapa laminar viscosa*.

En cuanto a la velocidad se observa que el efecto viscoso se confina a la capa límite, es decir, que a partir de la capa límite el gradiente de velocidad es despreciable. En la

capa límite laminar la distribución transversal de velocidades es aproximadamente parabólica.

Si las protuberancias de la superficie (rugosidad absoluta ε) es menor que $0.305\delta_0$, las irregularidades son tan pequeñas que su efecto no traspasa la frontera de la subcapa laminar y se dice que la superficie de la pared se comporta como hidráulicamente lisa (Figura 5(a)). Si las rugosidades son muy grandes ($\varepsilon > 6.1\delta_0$) extienden su efecto más allá de la subcapa laminar y se dice que la superficie es hidráulicamente rugosa (Figura 5(c)). La zona intermedia se denomina de transición (Figura 5(b)).

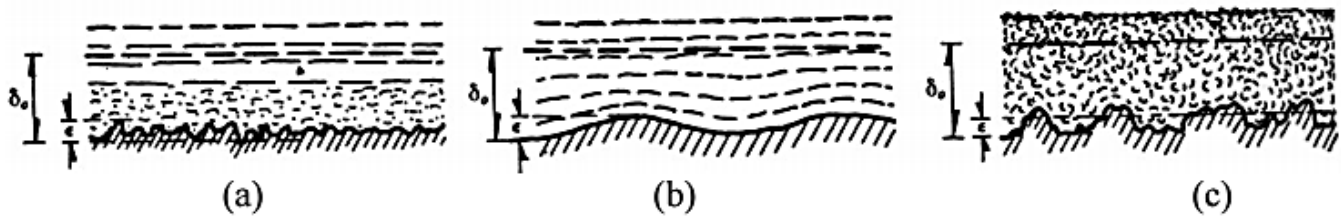


Figura 5. Espesor de la subcapa laminar comparado con la rugosidad absoluta (4).

El primero en indicar la existencia de una zona en la que los efectos viscosos son importantes, a pesar de que el número de Reynolds del movimiento sea alto, fue Prandtl en 1904 (5). La idea de Prandtl de una región donde los efectos viscosos son importantes puso en claro multitud de fenómenos que hasta entonces no habían obtenido explicación satisfactoria. En particular explicó el por qué la teoría de fluidos ideales (altos números de Reynolds) proporciona buenos resultados cuando se quiere determinar la sustentación o fuerza normal a la dirección de la corriente incidente sobre un obstáculo, y sin embargo esta teoría ideal es incapaz de proporcionar la resistencia (o componente de la fuerza en la dirección de la corriente incidente). También explicó el desprendimiento de la capa límite en cuerpos romos (en general con gradientes adversos de presión), y como consecuencia de ello la existencia de una resistencia de forma (que no depende de la viscosidad, pero es causada por ella).

1.4.2 El fluido tras el sólido; estela y vorticidad

Dentro del estudio aerodinámico de un sólido es importante destacar, además de lo que sucede alrededor de él, las características aerodinámicas tras la base del mismo tales como; la gran región de bajas presiones que se genera, la separación de la capa límite y una zona de recirculación limitada por una capa libre de cortadura, la gran presión de arrastre producida por la separación citada y la estela altamente inestable resultante. Estas características se encuentran muy ligadas unas de otras por lo que el estudio de la estela formada tras cuerpos de base roma como pueden ser el cilindro, la esfera o los proyectiles, resulta de gran complejidad pues contiene tres capas interaccionando entre sí: la capa

límite, la capa de cizalladura y la estela. Todo esto se traduce finalmente en el desprendimiento de vórtices que tienden a inestabilizar la estela y con ello el cuerpo.

A continuación se expondrán algunos ejemplos de cuerpos con geometrías simples e intuitivas que nos permitirán comprender de forma más sencilla algunos de los efectos del desprendimiento de vórtices.

Considerando nuevamente un perfil de ala de avión, como ya hemos hecho antes para ilustrar apartados anteriores, podemos decir que este tipo de cuerpos se caracterizan por una reducción lenta y progresiva de su sección a lo largo de su longitud en los cuales la capa límite no se desprende más que en la parte final del cuerpo (como es el caso del perfil de la Figura 6), formando una estela muy delgada. En este caso prácticamente toda la resistencia es debida al rozamiento (viscosidad). Mientras, los cuerpos romos presentan un cambio abrupto en la geometría de la base, así como de su geometría en general que da lugar al desprendimiento de la capa límite, Figura 7. Este desprendimiento generará tras la base del cuerpo una estela amplia donde reina una zona de baja presión, que toma valores próximos a la presión estática en el infinito mientras que en el borde de ataque la presión es del orden de la de remanso. El gradiente de presiones negativo de la estela producido por este desprendimiento de la capa límite es el culpable de la aparición de la fuerza de arrastre, que a su vez tiene su origen en la viscosidad. Aunque si el número de Reynolds es muy alto ya no dependería de dicha viscosidad.

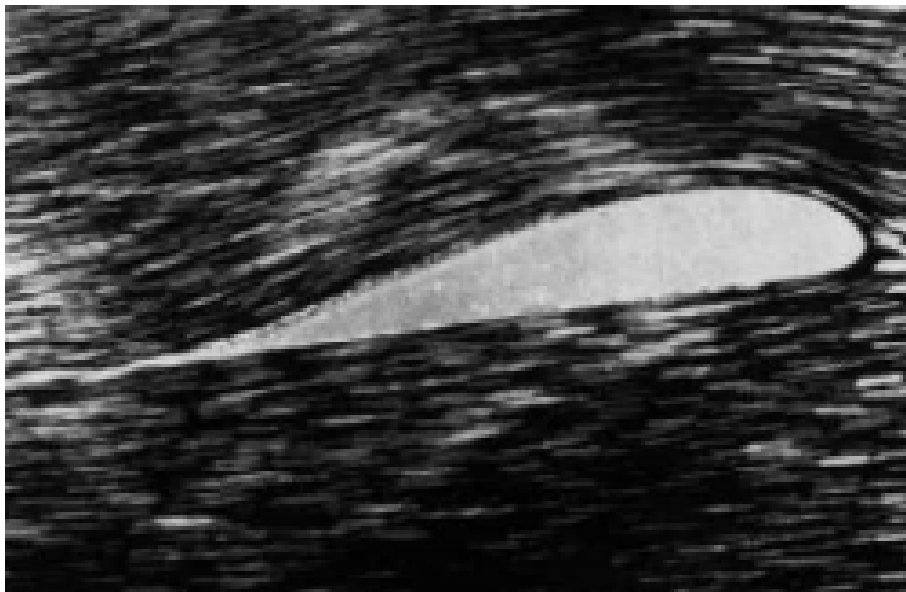


Figura 6. Capa límite adherida al perfil.

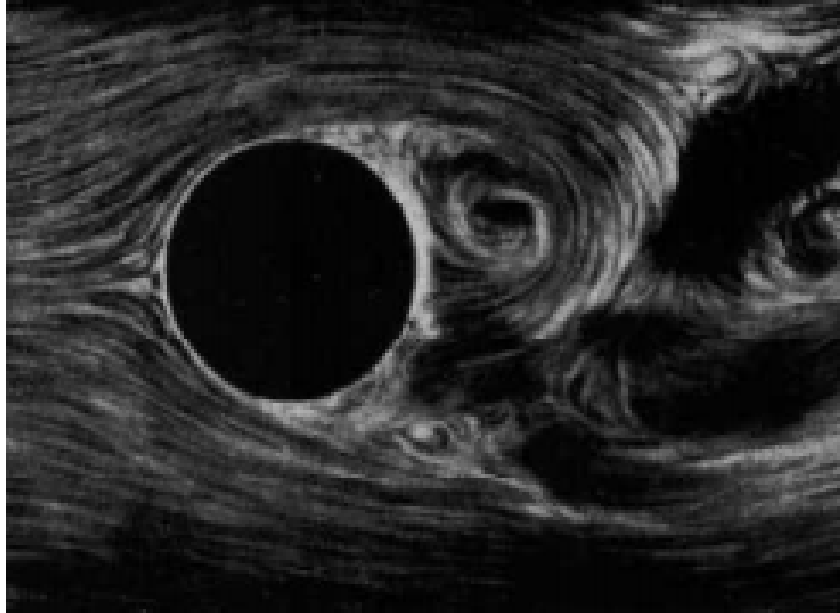


Figura7. Estela detrás de un cilindro circular.

En el caso de un cuerpo fuselado, en el que la corriente no está lo suficientemente “alineada” con su geometría, puede desprenderse la corriente como en el caso de un cuerpo romo. Este es el caso del perfil cuando el ángulo de ataque es elevado como se puede ver en la Figura 8. En el movimiento de los fluidos alrededor de cuerpos o en presencia de paredes, si el número de Reynolds es grande, hay una región exterior donde los efectos viscosos y de conducción de calor son despreciables.

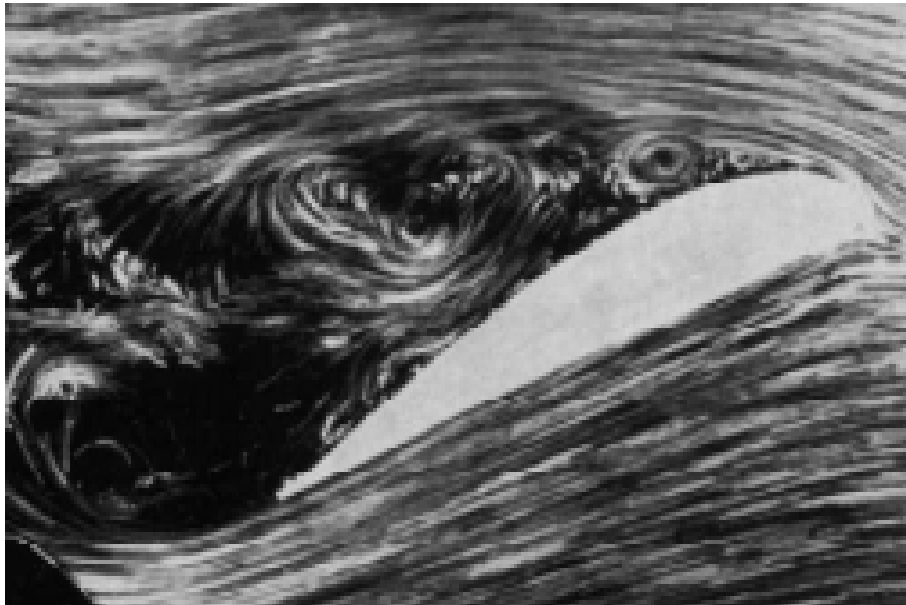


Figura 8. Perfil con capa límite desprendida.

Las ecuaciones se reducen a las de Euler, a las que no se le pueden imponer todas las condiciones de contorno. La solución de Euler proporciona una velocidad tangente a la pared y que varía a lo largo de ella, que denominaremos corriente exterior. Esta denominación se debe a que es la corriente que “se ve” en el exterior de la capa límite.

Por todo esto, resulta obvio el interés en poder controlar el punto en el que se producirá el desprendimiento de la capa límite puesto que cuanto más lejos del cuerpo se produzca, menor será la fuerza de arrastre resultante.



Figura 9. Calle de torbellinos de Von Kármán (6).

El importante efecto que se observa en la estela del cilindro en la Figura 9, es el denominado desprendimiento alterno de vórtices en la estela cercana, y es vital para el entendimiento del comportamiento aerodinámico del cuerpo.

El principal expositor del estudio de la formación periódica de vórtices en su configuración clásica fue el ingeniero y físico húngaro Theodore Von Kármán en honor al cual recibe el nombre de calle de torbellinos de Von Kármán. Éste no sólo se dedicó al estudio de la estabilidad de la calle de torbellinos, sino que también se encargó de establecer una base teórica entre la estructura de la estela y la fuerza de arrastre del cuerpo.

Este fenómeno, además de generar vórtices de forma alterna, produce de forma periódica grandes fuerzas de presión fluctuantes en las direcciones longitudinal y transversal al flujo de la corriente fluida. Dicha periodicidad debe mirarse con detenimiento, pues es altamente importante cuando la frecuencia de las oscilaciones alcanza un valor próximo al de la frecuencia natural del cuerpo. Cuando esto sucede, el conjunto entra en resonancia de modo que se produciría en el cuerpo un movimiento oscilatorio conforme a la frecuencia del desprendimiento periódico de los vórtices de su estela. La relación entre la frecuencia de desprendimiento de un par de vórtices f , una dimensión característica de la sección transversal del cuerpo (como por ejemplo el

diámetro d en el caso de un cilindro) y la velocidad de la corriente U_{∞} define número de Strouhal $St = fD/U$, el cual se emplea generalmente para definir adimensionalmente la frecuencia de desprendimiento de vórtices. En realidad existe una faja de frecuencias que produce contribuciones aleatorias a las fuerzas fluctuantes, sin embargo el número de Strouhal se refiere a la frecuencia de desprendimiento. Cuando los vórtices de Von Kármán se debilitan, esa frecuencia predominante se pierde en las frecuencias vecinas y puede desaparecer. El número de Strouhal depende, en el caso de un cilindro, de la rigidez, de la terminación de la superficie, del número de Reynolds y de las características del escurrimiento. Puede variar desde 0,1 (Re del orden 50) hasta 0,47 (caso de cilindro rígidos y Re entre $3,5 \cdot 10^5$ y $3,5 \cdot 10^6$).

Por todo esto podemos decir que es muy importante conocer en profundidad tanto la generación, como el control del desprendimiento de vórtices.

1.4.3 Cuerpo esbelto de base roma

Aunque las flechas sometidas a estudio tienen una geometría muy particular, que produce una estela determinada y propia para cada una de ellas, a continuación se caracterizará en líneas generales la estela de un cuerpo esbelto.

El cuerpo de estudio es una flecha, la cual guarda cierta similitud con un cuerpo esbelto excepto por las plumas situadas en la parte posterior de la flecha que son las que variarán la frecuencia y forma de la estela con respecto de este.

La estela y el desprendimiento de vórtices generados tras un cuerpo esbelto dependen directamente del número de Reynolds, como ya constataron en su día Williamson y Roshko (7) entre otros, además de algunos factores influyentes adicionales como son la relación de aspecto L/D del cuerpo, en donde L es la longitud axial del cuerpo desde la punta de la nariz hasta la base y D el diámetro.

Con respecto a la física de la estela podemos diferenciar varios estados de desprendimiento.

El primer estado abarca valores de Re bajos. Corresponde al desprendimiento de las llamadas burbujas de recirculación, estas no son más que dos anillos adheridos a la base con rotación opuesta entre sí. Se constituye una zona de bajas presiones tras la base del cuerpo en la que el gradiente de presiones es negativo, lo que da lugar a la formación de un flujo con carácter axilsimétrico. El flujo externo se encuentra alineado con las líneas de corriente y se cierra tras la burbuja contenida en él. El tamaño de la burbuja dependerá del Reynolds y, en este caso, también lo hará de manera directamente proporcional a la relación de aspecto L/D .

La estela se mantiene estable en el primer estado conforme aumenta el número de Reynolds, hasta que esta alcanza un determinado valor en el cual se produce el segundo estado de desprendimiento de vórtices. A estos valores del Re en que se produce la transición de un estado a otro se les denomina Reynolds crítico. Cuando el Reynolds crítico alcanza un valor determinado los vórtices se conectan unos a otros en forma de horquilla, este es el tercer estado y se identifica con el desprendimiento de vórtices dependiente del tiempo. El flujo representa un sistema dinámico descrito por la *Teoría de Stuart-Landau*.

1.4.4 Mecanismos de control de la estela

La capa límite alrededor de un cuerpo, va creciendo en la dirección del flujo aguas abajo del sólido independientemente de su longitud. El gradiente de presión en estas condiciones es adverso, esto produce que la capa límite aumente rápidamente su espesor produciendo así que este gradiente de presiones, que antes favorecía la adhesión de la capa límite a la superficie del cuerpo (en función de la geometría del cuerpo), al volverse adverso provoque el desprendimiento de la capa límite del cuerpo. En el caso de un cuerpo esbelto o proyectil, como es el caso de nuestra flecha, este desprendimiento se produce en la esquina de la base del cuerpo generando tras ella una zona de baja presión acompañada de la llamada línea de corriente (en inglés DivingStreamline, DSL), la cual se encarga de separar las zonas de diferentes presiones para las cuales la velocidad ve incrementado su valor (Figura 10).

El efecto de la separación es disminuir la cantidad neta de trabajo que puede ser hecho por un elemento fluido sobre el fluido circundante, a costa de su energía cinética, con el resultado de que la recuperación de presión (recompresión) es incompleta y que las pérdidas en el fluido (arrastre) se incrementan. Esta recuperación se produce debido a que la capa desprendida arrastra consigo parte del flujo, tanto de la zona de bajas presiones como del fluido circundante, extendiéndose hasta llegar a un punto de remanso en el eje en donde ambas capas se adhieren de nuevo. Las pérdidas se generan cuando la masa arrastrada por la capa de cortadura entra en la zona de bajas presiones y es movida contracorriente en la zona cercana al eje de simetría, puesto que ahí se encuentra un campo de velocidades axiales negativas, formando la ya mencionada burbuja de recirculación.

Es aquí donde entra en juego el uso de las plumas. Ellas mismas suponen un obstáculo para el flujo a su paso por ellas. Esta obstaculización favorece la separación de la capa límite que aumenta la turbulencia en ella. La turbulencia hace que el fluido presente un aumento de la presión y de la cantidad de movimiento en su interior, movimiento que se produce de forma desordenada en todas direcciones favoreciendo una mayor disipación de la energía cinética en esta región.

Los aumentos de presión y cantidad de movimiento tras la base del cuerpo provocarán también, un aumento en la separación con respecto de la base del cuerpo del punto de remanso en el que se adhieren de nuevo las capas. Cuanto más retrasado se encuentre el punto de remanso, más larga y estrecha será la burbuja de recirculación generada y más separada se encontrará de la base. Esto produce un aumento de la estabilidad en la burbuja y en la estela y en un acercamiento de las capas de cortadura, disminuyendo así la intensidad del desprendimiento de los vórtices y por ende, el arrastre.

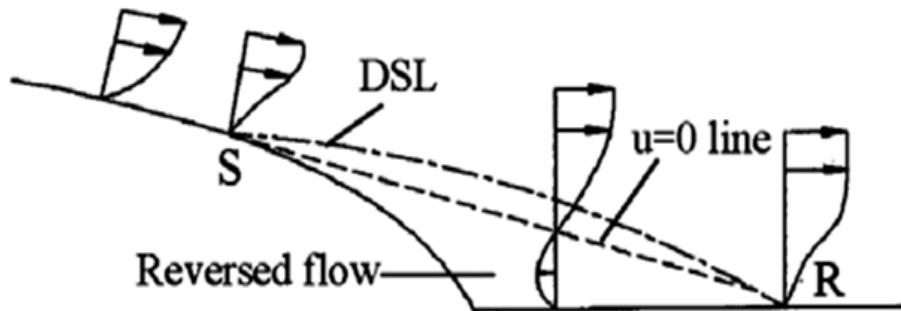


Figura 10. Esquema de la zona de recirculación. P. R. Viswanath (8).

Esta zona de bajas presiones puede llegar a alcanzar más del 50% del arrastre del cuerpo, en función de su tamaño, geometría y potencia, como en el caso de aviones comerciales y algunos vehículos. Es por ello que resulta de gran interés ingenieril y sobre todo económico el encontrar una forma de control y estabilización de esta zona de bajas presiones con vistas a reducir el arrastre que en ella se genera. También es fundamental para evitar que se produzca el fenómeno de resonancia explicado con anterioridad, en el cual la frecuencia del desprendimiento de vórtices se acoplaba a la frecuencia natural del cuerpo, como ya ocurriese en 1940 en Tacoma Narrows donde un puente llegó al colapso como consecuencia de este fenómeno.

De acuerdo con el objetivo intentar controlar y, de algún modo, prever el comportamiento de la estela, P. R. Viswanath (8) estableció una clasificación en la que se agrupan diferentes métodos y estrategias que pueden ser seguidos. Estos métodos se agrupan en:

- Métodos que suponen el fortalecimiento de la capa límite aguas arriba del punto de desprendimiento (métodos de succión desde las paredes que favorecen la adhesión de la capa límite, métodos de soplado tangencial, etc.).
- Métodos que tratan de actuar sobre la burbuja de recirculación (soplado de base, uso de cavidades, ventilación pasiva, etc.).
- Métodos que afectan a la re-adhesión de la capa de cortadura tras la burbuja de recirculación (bloqueo de vórtices, base escalonada, etc.).

1.5 Características del vuelo de una flecha

A continuación se expondrán las características del vuelo de una flecha de tiro con arco, que es el caso que nos ocupa, así como la función de sus aletas.

1.5.1 Fuerzas actuantes

El vuelo de una flecha en el aire se ve afectado por tres fuerzas principales actuando sobre ella que son la fuerza peso, la fuerza de arrastre y la fuerza recuperadora (y la fuerza de sustentación que ayuda a vencer la fuerza peso, aunque esta es prácticamente nula, como se demostrará en los apartados posteriores).

Todas ellas se encuentran íntimamente ligadas al control de la flecha y, por tanto, a la precisión del disparo. Por otra parte, si las flechas fuesen completamente estables por naturaleza, sería innecesario añadirle aletas o plumas en su parte posterior, pero debido a las continuas perturbaciones que soportan (rachas de aire, arcos mal calibrados, flexión del astil, etc.) se hace imprescindible su uso.

La fuerza peso, como resulta evidente, hace descender la trayectoria de la flecha a medida que disminuye la energía cinética del impulso inicial.

La fuerza de arrastre o resistencia del aire provoca un consumo muy rápido de la energía cinética de la flecha. Cuanto mayor sea su velocidad y su superficie de contacto con el aire, mayor será la resistencia y la rapidez con la que pierde su energía.

Finalmente, la fuerza recuperadora, es una de las principales culpables del uso de las aletas, pues es proporcionada por la cola de la flecha debido a la oscilación natural que se produce durante el vuelo, generado por la flexión inicial que provoca el propio disparo. Esta inestabilidad hace necesaria la existencia de algún tipo de fuerza recuperadora que devuelva la flecha a su trayectoria original. Es aquí donde entran en escena las aletas o plumas, que se colocan generalmente con un cierto ángulo respecto al flujo de aire obligándolo así a desviar su dirección, aumentando la presión en esa zona y disminuyendo la presión de la otra cara de la aleta generando así una fuerza dirigida en el sentido de mayor a menor presión. Todo esto provoca un efecto giratorio en el vuelo de la flecha que puede ser muy beneficioso para la estabilidad de la misma debido al cual todas las flechas cuentan en su vuelo con un giro sobre su eje por el simple hecho de realizar un vuelo, independientemente del ángulo del emplumado. Este fenómeno se produce por el rozamiento del aire que crea sobre cada pluma dos efectos:

- El primer efecto se corresponde con las zonas de presiones contrarias, una positiva y otra negativa, que se forman en cada una de las caras de los estabilizadores (Figura 11) debido al rozamiento del aire. Estas presiones sobre cada cara de la pluma hacen que esta inicie un movimiento que va desde la presión positiva a la negativa en dirección perpendicular a la cara de la pluma.

La suma de este efecto producido en cada una de las plumas o aletas es lo que hace que la flecha tenga un giro definido sobre su eje, como se puede apreciar en la Figura 12.

Además de lo expuesto se podrá proporcionar un giro extra, más rápido que el anterior, añadiéndole cierta inclinación al emplumado con respecto al flujo de aire incidente

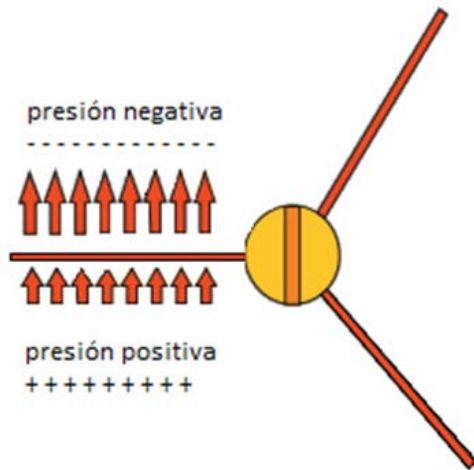


Figura 11. Presiones sobre las paletas de una flecha (9)

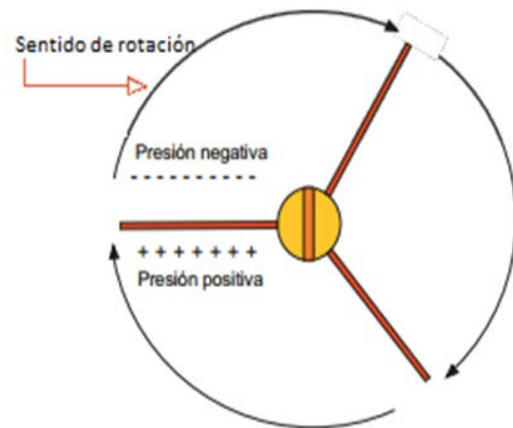


Figura 12. Efecto giratorio de una flecha durante el vuelo (9).

- En segundo lugar, durante el vuelo se produce otro importante efecto conocido como torbellino de punta, Figura 13. Estos torbellinos son unas pequeñas turbulencias que se crean en la cresta de las aletas (al igual que pasa en los extremos de las alas de los aviones, por ejemplo).

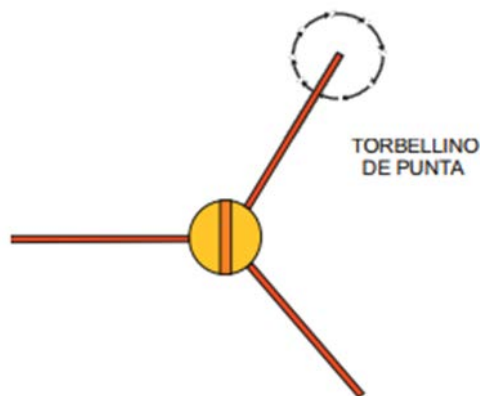


Figura 13. Torbellino de punta (9).

1.5.2 Efecto veleta

El efecto que provoca la estabilidad en la flecha se conoce técnicamente como efecto veleta, y dice así:

Para que una flecha sea estable en vuelo, la superficie situada por detrás del centro de gravedad debe ser mayor que la situada por delante, y proporcional al peso de la punta.

Cuanto más adelantado se encuentre el centro de gravedad, mayor será la superficie que queda por detrás de él y más estable será el vuelo. Por otra parte está la punta, cuanto mayor sea el peso de ésta, mayor será la superficie de estabilización se requerirá en las plumas o aletas de plástico para poder ejercer el efecto veleta correctamente. El problema es que, como ya se ha mencionado en otra ocasión, a mayor superficie mayor arrastre inducido. Como se ve es muy complicado dar con la fórmula ideal por lo que se debe alcanzar un equilibrio entre la posición del centro de gravedad y el tamaño y número de superficies estabilizadoras.

1.5.3 Técnicas para el control del vuelo de la flecha

Existen también una serie de técnicas que, aplicadas progresivamente, sirven para solucionar ciertos problemas de control en determinadas flechas (10). Estas son:

- ***Asegurarse que el calibre de la flecha es correcto.*** Elegir la flecha idónea y equilibrar el arco de forma adecuada es primordial puesto que a mayor estabilización en vuelo, menor resistencia del aire. Esto se produce debido a la menor necesidad de acudir a sus dispositivos de control para mantener el vuelo firme. La estabilidad también se traduce en un menor consumo de energía.
- ***Cambiar las aletas de plástico por pluma natural.*** La resistencia aerodinámica que ofrece el aire, la fuerza recuperadora y el ruido (turbulencia) en el vuelo son mayores en plumas naturales que en aletas de plástico. La fricción en ellas es mayor ya que la capa de aire adherida a ella (capa límite) es más gruesa debido a que la superficie en la pluma es más rugosa que en las aletas artificiales. Una pluma natural posee mayor rugosidad en una de sus dos caras, por lo que, aunque esté colocada en línea recta en la flecha siempre la cara más rugosa retendrá más aire durante el vuelo provocando el conocido efecto giratorio por la diferencia de presión del aire. Por otra parte, el mayor grosor de la capa límite produce unos mayores torbellinos desde la punta del estabilizador, lo que se traduce en una mayor resistencia inducida y también mayor turbulencia.
- ***Aumentar la altura de las plumas.*** La altura de las plumas determina el tamaño de los torbellinos de punta y la eficiencia con la que se aplica la fuerza estabilizadora. A igualdad de superficie es más eficiente un perfil de aleta alto que

uno más bajo, ya que el tamaño de sus puntas es menor y por tanto también lo serán sus torbellinos (y con ello la resistencia) y porque la fuerza de estabilización se reparte de manera más uniforme por toda su superficie. El coeficiente adimensional de estabilización se conoce como “*alargamiento*” o “*razón de aspecto*” y se expresa analíticamente como $A = \frac{d^2}{2 \cdot S}$, donde A es el factor de alargamiento, d el diámetro en centímetros del círculo que formarían los estabilizadores al rotar vistos de frente y S la superficie en centímetros cuadrados de cada estabilizador o pluma. Este alargamiento es el encargado de definir y medir el reparto de la fuerza de estabilización en la flecha así como cómo determinarla.

- ***Sustituir el emplumado de tres plumas por uno de cuatro.*** Cuatro plumas estabilizan más que tres, aunque la superficie de control es similar, debido a la existencia de una resistencia inducida extra y a que la sustentación se distribuye de manera más uniforme por la circunferencia que formarían rotando las puntas de las superficies de estabilización de la flecha vista de frente. Debido a su colocación cada 120° en el caso de un emplumado de tres, estas presentan también un par de fuerzas asimétrico que puede producir ocasionalmente un movimiento de coleteo en la flecha.
- ***Aumentar el ángulo del emplumado.*** Todas las flechas al ser lanzadas cuentan con un giro sobre su eje por el simple hecho de realizar un vuelo, independientemente del emplumado. Si además de este giro propio, se le añade uno extra provocado de forma intencionada se obtendrá un efecto muy beneficioso para el vuelo de la flecha. Este giro extra se puede obtener variando la orientación de las plumas con respecto del flujo de aire o también utilizando plumas helicoidales. Esta técnica produce en la flecha un efecto giroscópico debido al giro constante sobre sí misma que se provoca, siendo este efecto el que aumenta la estabilidad.
- ***Aumentar la superficie de estabilización.*** Esta medida se deduce de la de aumentar la altura de las plumas, explicada unas líneas más arriba.

2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

Para poder desarrollar el apartado experimental es conveniente establecer previamente la formulación matemática en la que se basa tal labor, así como las ecuaciones que se resolverán posteriormente en el estudio numérico computacionalmente mediante el software FLUENT®. En primer lugar se realizará un análisis dimensional del problema con el fin de identificar las variables y los parámetros que deben ser estudiados y caracterizados tanto en el proceso experimental como en el cálculo numérico.

2.1 Análisis dimensional

El análisis dimensional es un método para verificar ecuaciones y planificar experimentos sistemáticos. A partir de él se obtienen una serie de grupos adimensionales, que van a permitir utilizar los resultados experimentales obtenidos en condiciones limitadas, a situaciones en que se tengan diferentes dimensiones geométricas, cinemáticas y dinámicas; y muchas veces en casos en que las propiedades del fluido y del flujo son distintas de las que se tuvieron durante los experimentos.

Como en toda ecuación física cada término deberá tener las mismas dimensiones, es decir, la ecuación ha de ser dimensionalmente homogénea. Además, la división de los términos por uno cualquiera de ellos, haría la ecuación adimensional y cada cociente sería un grupo adimensional.

El procedimiento que se emplea en el análisis dimensional es el denominado *Teorema de Buckingham* el cual establece lo siguiente:

- En un problema físico en que se tengan “n” variables que incluyan “m” dimensiones distintas las variables se pueden agrupar en “n-m” grupos adimensionales independientes.
- Siendo $V_1, V_2, \dots, V_n$ las variables que intervienen en el problema, se debe tener una función que las relacione $f(V_1, V_2, \dots, V_n) \equiv 0$ si $G_1, G_2, \dots, G_{n-m}$ representan todos los grupos adimensionales que representan a las variables. El *Teorema de Buckingham* también establece que existe una función de la forma $g(G_1, G_2, \dots, G_{n-m}) \equiv 0$.
- Para determinar los grupos adimensionales se deberán seleccionar “m” de las “n” variables con diferentes dimensiones de manera que contengan entre todas las “m” dimensiones y emplearlas como variables repetitivas, formando cada uno de los “n – m” grupos adimensionales a partir de la siguiente expresión genérica:

$$G_i = V_i \cdot \prod_{j=m-n+1}^{j=n} V_j^{a_{ij}} \quad \text{Donde } i = 1, \dots, m - n$$

- A los grupos adimensionales se les conoce como **parámetros adimensionales Π de Buckingham** al ser su expresión un productorio adimensional.
- Los exponentes " a_{ij} " se determinan por la condición de que cada grupo resulte adimensional. Se sustituyen las dimensiones de las variables por ellas mismas y los exponentes de las dimensiones de las magnitudes (M, L, T...) se igualan a cero (adimensionalidad del parámetro).

Una vez introducido teóricamente el procedimiento a seguir, a continuación se desarrollará el presente apartado. En él se procede a establecer las relaciones que permitirán expresar los parámetros que definen el problema de forma adimensional. Siguiendo el objetivo del presente proyecto, se buscarán las variables que se utilizarán para poder expresar los valores de las fuerzas de sustentación L y de arrastre D de forma adimensional en sus coeficientes C_L y C_D .

Para comenzar, se realizará la caracterización de la fuerza de arrastre D . Las variables que se consideran de interés para valorar cuantitativamente su coeficiente adimensional, con sus respectivas dimensiones son:

$$U_{\infty}(m \cdot s^{-1}) = LT^{-1} \quad \rho_{\infty}(kg \cdot m^{-3}) = ML^{-3} \quad \mu_{\infty}\left(\frac{kg}{m \cdot s}\right) = ML^{-1}T^{-1} \quad D\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right) = MLT^{-2} \quad d(m) = L$$

De modo que $D = f(U_{\infty}, \rho_{\infty}, \mu_{\infty}, d)$.

A continuación se procede a formar la matriz de dimensiones.

	U_{∞}	ρ_{∞}	μ_{∞}	D	d
M	0	1	1	1	0
L	1	-3	-1	1	1
T	-1	0	-1	-2	0

Las cinco variables ($U_{\infty}, \rho_{\infty}, \mu_{\infty}, D, d$) aportan 3 dimensiones distintas (M, L, T) con lo que por el *Teorema de Buckingham* se tendrán $5-3=2$ grupos adimensionales:

$$\Pi_1 = D d^a U_{\infty}^b \rho^c$$

$$\Pi_2 = \mu d^d U_{\infty}^e \rho^f$$

Los exponentes de cada grupo se determinan a partir de sus ecuaciones dimensionales:

$$[\Pi_1] = [D][d^a][U_{\infty}^b][\rho^c]$$

$$M^0 L^0 T^0 = (MLT^{-2})(L)^a (LT^{-1})^b (ML^{-3})^c = M^{1+c} L^{1+a+b-3c} T^{-2-b}$$

Igualando los coeficientes se obtiene un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$0 = 1 + c$$

$$0 = 1 + a + b - 3c$$

$$0 = -2 - b$$

El cual se resuelve fácilmente despejando c y b de la primera y tercera ecuación respectivamente y sustituyendo en la segunda para obtener el valor de a . Los valores de los coeficientes son:

$$a = -2; b = -2; c = -1$$

Con lo que el primer grupo adimensional es:

$$\Pi_1 = D d^{-2} U_{\infty}^{-2} \rho^{-1} = \frac{D}{d^2 U_{\infty}^2 \rho}$$

Esta expresión da forma al denominado *Coficiente de Arrastre* C_D , en el cual se introduce el factor $1/2$ para tener la presión dinámica. La expresión final de C_D es, por tanto, la siguiente:

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 d^2}$$

Procediendo de forma análoga para el segundo grupo adimensional:

$$[\Pi_2] = [\mu][d^d][U_{\infty}^e][\rho^f]$$

$$M^0 L^0 T^0 = (M^1 L^{-1} T^{-1})(L)^d (L T^{-1})^e (M L^{-3})^f = M^{1+f} L^{-1+d+e-3f} T^{-1-e}$$

Igualando coeficientes y resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$0 = 1 + f$$

$$0 = -1 + d + e - 3f$$

$$0 = -1 - e$$

Despejando se obtendrá el valor de los coeficientes:

$$d = -1; e = -1; f = -1;$$

Así quedan definidos los parámetros del segundo grupo adimensional Π_2 cuya expresión analítica sería:

$$\Pi_2 = \mu d^{-1} U_{\infty}^{-1} \rho^{-1}$$

Expresión que da lugar al conocido *Número de Reynolds* Re :

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} d}{\mu}$$

Para caracterizar la fuerza de sustentación habríamos de realizar el proceso de adimensionalización de manera idéntica al realizado para la fuerza de arrastre, obteniendo los mismos resultados con la diferencia de que la fuerza reinante es la de sustentación en lugar de la de arrastre, como resulta lógico. Los grupos adimensionales serán:

$$\Pi_1 = L d^{-2} U_{\infty}^{-2} \rho^{-1} = \frac{L}{d^2 U_{\infty}^2 \rho}$$

$$\Pi_2 = \mu d^{-1} U_{\infty}^{-1} \rho^{-1}$$

Donde L representa la fuerza de sustentación y los coeficientes adimensionales serán:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_{\infty}^2 d^2}$$

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} d}{\mu}$$

Una vez llegados a este punto se puede decir que se ha caracterizado el problema de forma adimensional y que esos parámetros son los coeficientes C_D y C_L y el Re .

2.2 Ecuaciones de Navier-Stokes

Para el desarrollo matemático del problema se define un sistema de coordenadas cilíndricas (r, θ, z) , de acuerdo con la Figura 14:

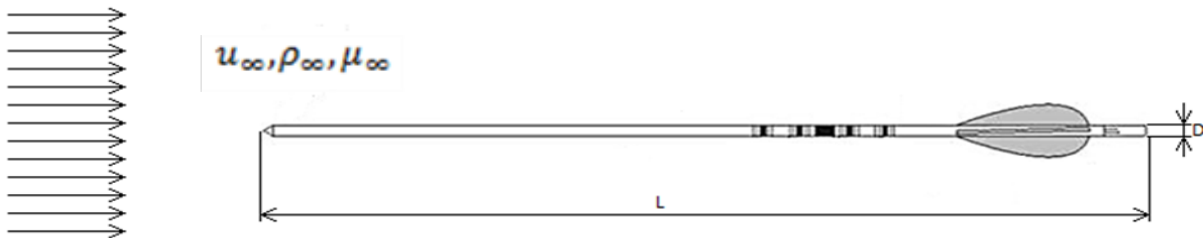


Figura 14. Esquema del dominio computacional.

El campo de velocidades $\vec{v}$ se define como $\vec{v} = (u, v, w)$. Las ecuaciones que el programa de cálculo computacional se encarga de resolver son principalmente:

- Ecuación de continuidad: $D\rho/Dt = -\rho \nabla \cdot \vec{v}$
- Ecuación de cantidad de movimiento: $\rho D\vec{v}/Dt = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{f}_m$

En donde $D/Dt (*) = \partial(*)/\partial t + \vec{v} \cdot \nabla(*)$ es el operador de la derivada sustancial o derivada material, ρ es la densidad, $\vec{v}$ es el campo de velocidad, p el campo de presiones y $\rho \vec{f}_m$ son las fuerzas másicas. El primer término es conocido como derivada local y representa la variación de propiedad de un punto fijo del espacio. El segundo término es la denominada derivada conectiva y representa la variación de la propiedad, esta vez asociada al cambio de posición de la partícula fluida. Así mismo el tensor de esfuerzos viscosos se define como $\vec{\tau} = \mu \left(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} \vec{I} \right)$.

Debido a las condiciones del flujo incidente, es decir, ángulo de ataque igual a 0° y flujo estacionario, los campos de velocidades y de presión quedan de la siguiente manera:

$$\vec{V} = [U(r, z), 0, W(r, z)] \quad P(r, z)$$

Las ecuaciones de *Navier – Stokes* se pueden simplificar notablemente si se adimensionalizan mediante la utilización de escalas de longitud, velocidad, tiempo y presión con los términos $d, U_\infty, d/U_\infty$ y ρU_∞^2 respectivamente, quedando así:

- Ecuación de continuidad: $D\rho/Dt = -\rho \nabla \cdot \vec{v}$
- Ecuación de cantidad de movimiento: $D\vec{v}/Dt = -\nabla p + Re^{-1} \nabla \cdot \vec{\tau}$

3 ESTUDIO EXPERIMENTAL

3.1 Descripción del laboratorio

El presente proyecto se enmarca en el seno de un estudio experimental que es complementado por una parte de desarrollo numérico en la cual se pretende comprobar que los resultados obtenidos experimentalmente son válidos. Así, el objetivo será descifrar cuál es el comportamiento real del aire alrededor de una flecha empleada en tiro con arco y ver cómo afectan las fuerzas de sustentación y arrastre sobre ella. En el estudio se ensayarán tres flechas en las cuales las aletas serán de distinta geometría con el objeto de concluir cuál de ellas presenta un mejor comportamiento aerodinámico. Dos de las flechas que se ensayarán serán modelos comerciales, mientras que la tercera presentará un perfil de pluma modificado manualmente como prototipo, al cual se supone una menor fuerza de arrastre y, por tanto, mejor comportamiento aerodinámico. En los ensayos la corriente incidente coincidirá en dirección y sentido con el eje x del sistema de coordenadas referencia.

Para la realización de los ensayos se dispuso de un túnel de viento dentro del cual se situaron una balanza y un montaje especial empleados para la obtención de datos de fuerzas y momentos mediante la realización de sucesivos ensayos.

Se adaptaron dos barras de acero de las que se disponía en el laboratorio con una placa del mismo material situada en el centro de las mismas. Dichas barras, cuya longitud es igual a la anchura del túnel de viento, fueron atornilladas a la plataforma del túnel para poder variar el ángulo de ataque. A su vez, sobre la placa, se situaron dos pequeñas piezas de acero de sección cuadrada y delgado espesor quedando situada la balanza entre las mismas. La necesidad de situar la balanza entre estas dos placas radica en que uno de sus lados (mountingside) debe situarse solidario a la superficie respecto de la cual se desean medir los desplazamientos que proporcionaran las fuerzas, mientras que el otro lado (toolside), debe hallarse solidario al objeto en el que se desean medir las fuerzas. La balanza se dispone de tal manera que sus ejes (cuando el modelo de ensayos está a 0°) se sitúan de la forma que se ve en la Figura 15.

- Eje x: Con la misma dirección y sentido que la corriente incidente U_∞ .
- Eje z: Perpendicular a la velocidad incidente U_∞ . y al suelo del túnel.
- Eje y: Completa el triedro a derechas.

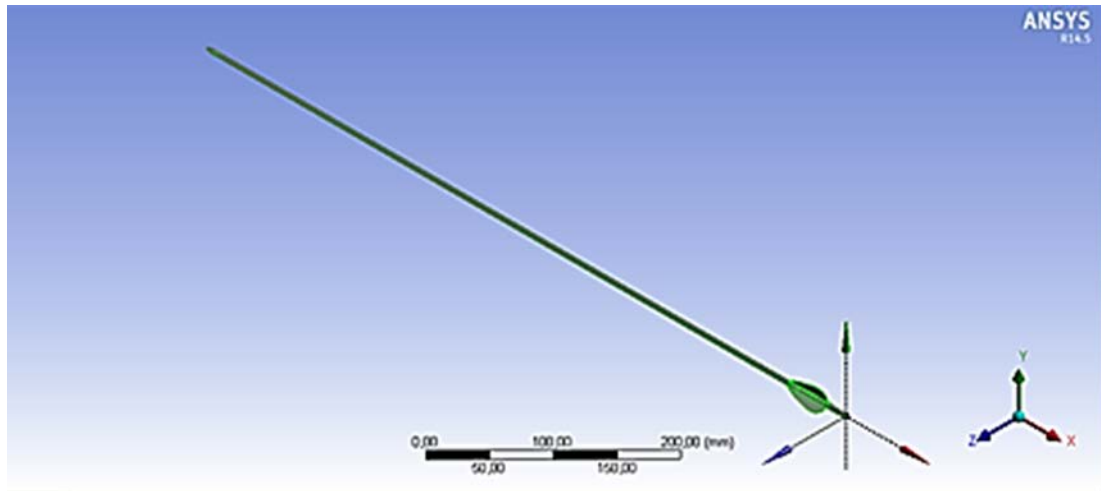


Figura 15. Geometría de la flecha completa.

Para poder sujetar la flecha durante el ensayo, se mecanizó la placa superior (en contacto con el toolside) para poder alojar en ella dos tornillos, sobre los que se realizó un agujero cerca de la cabeza de los mismos para poder hacer pasar una presilla que pudiera sujetar correctamente a la flecha durante los ensayos.

El cuerpo empleado para los experimentos es una flecha de tiro con arco para disciplina deportiva. La longitud de la flecha es de 710 *mm* mientras que el diámetro de la misma es de 5 *mm*. La relación de aspecto del cuerpo es por tanto $L = 142D$. En la parte posterior del cilindro se sitúan 3 plumas separadas entre 120° entre sí. La flecha se encontrará alineada con la corriente en el centro de la sección experimental. Los perfiles de las plumas o aletas tienen la geometría que se aprecia en las Figuras 16, 17 y 18.

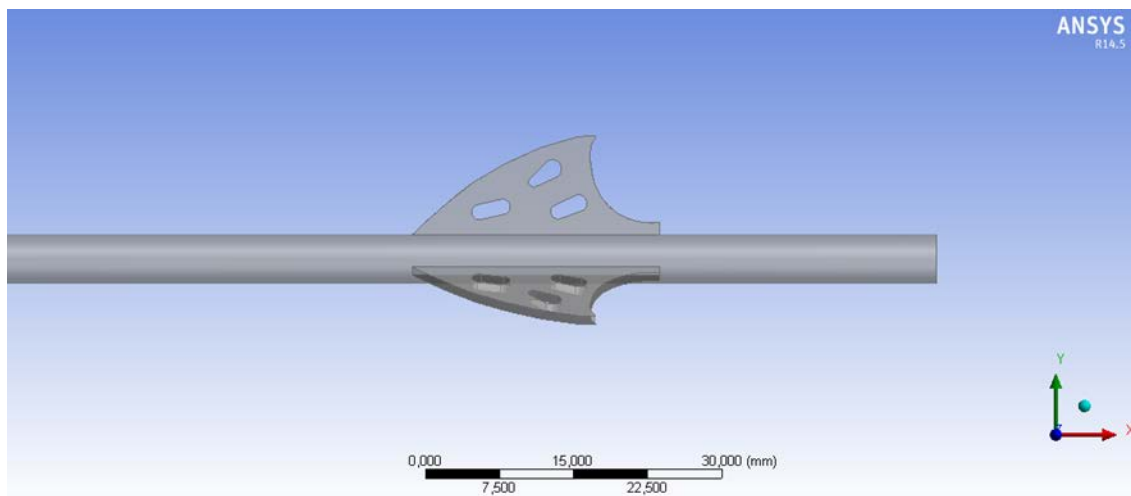


Figura 16. Pluma Prototipo.

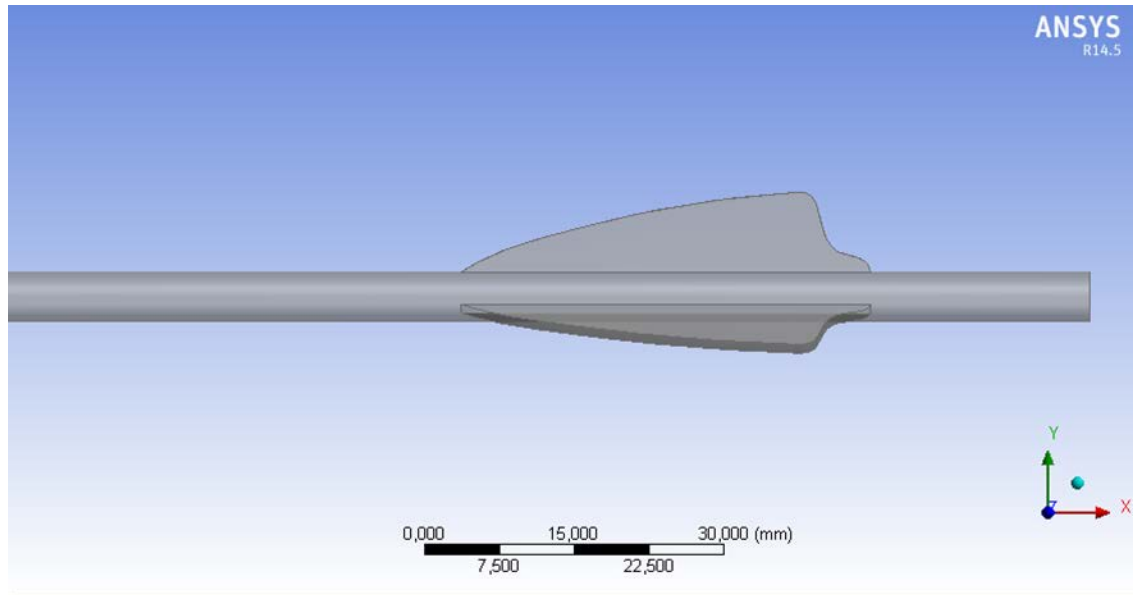


Figura 17. Pluma Blanca.

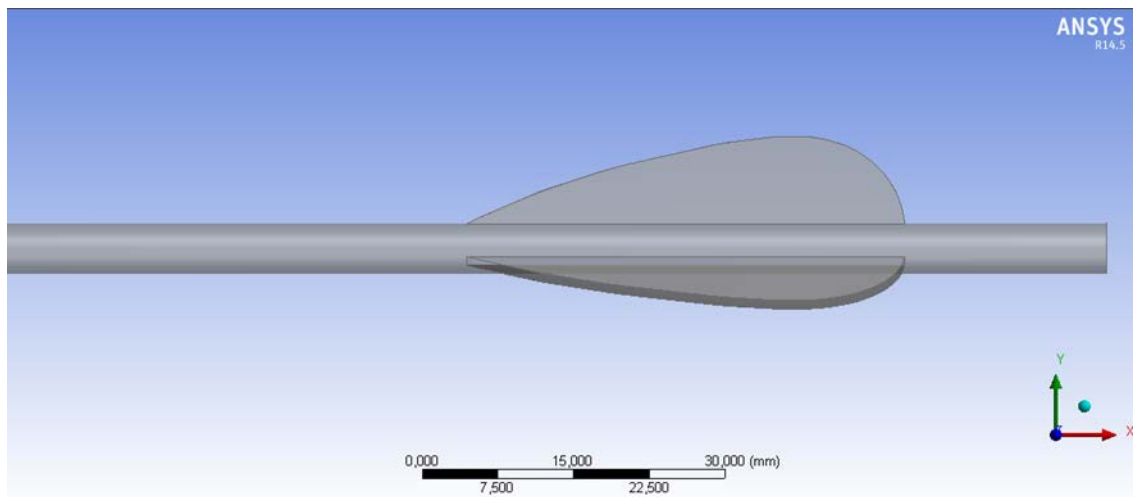


Figura 18. Pluma Verde.

En cuanto a la realización de los ensayos, se hicieron mediciones para varios ángulos de ataque que variaban entre 0° y 20° cada 2 grados. Así, mediante la utilización del software labview se toman con una frecuencia de adquisición de 5 Hz datos de fuerzas y momentos sobre la flecha, mientras que, con el mismo software conectado al sensor de presión (Druck 150 DPI) se mide la presión del tubo de Pitot de manera sincronizada con las fuerzas, con el fin de poder adimensionalizar los resultados obtenidos. Así, para cada ángulo de ataque, se mantiene la adquisición de datos operando durante aproximadamente un minuto, de forma que se obtienen unas 200-250 mediciones. Además, para no tener que tener en cuenta los efectos que el montaje tenga sobre las fuerzas obtenidas sobre la flecha, se realiza un ensayo sin ninguna flecha (ensayos en vacío) para poder restar la media de las mediciones obtenidas a las sucesivas mediciones

cuando sí haya flecha. Los datos de fuerzas y momentos, así como los datos de presión del tubo de Pitot, son guardados de manera separada en dos archivos que se pueden abrir con cualquier block de notas del PC.

Una vez se han realizado los ensayos disponemos tanto para el ensayo de la flecha como para el ensayo en vacío y para cada ángulo de ataque, de los siguientes archivos:

- Un primer bloc de notas, el cual consta de 6 columnas, que recogen dos tipos de datos. Las tres primeras columnas corresponden a las fuerzas y las tres segundas los momentos que se ejercen sobre la flecha en los ejes x, y y z respectivamente.
- Un segundo bloc de notas que refleja las presiones recogidas por el tubo pitot para cada ángulo de ataque.

3.2 Tratamiento de datos

Con los datos recogidos previamente por los software antes citados, pasamos al empleo de MATLAB para analizar los resultados.

Para procesar los datos se emplearán dos scripts en los que se tratarán de adimensionalizar y ordenar los datos primero para representarlos posteriormente en gráficas diferenciadas (C_D por lado y C_L por otro)

A continuación se desarrolla el funcionamiento interno de cada uno de ellos.

1. El script *Flecha_estruc.m*, es el encargado de la ordenación y adimensionalización de los resultados obtenidos y almacenados en los bloc de notas. Al ejecutarlo, el “command window” de MATLAB comienza a pedir los datos de velocidad primero, y de fuerzas después, para ir construyendo las matrices de datos *A* (velocidad) y *B* (fuerzas). Los datos se procesan de la siguiente manera:
 - Se introducen los datos de velocidad primero y de fuerzas después, cada dos grados, comenzado por el ensayo en vacío y continuando por el ensayo de la flecha. Los datos del ensayo en vacío están nombrados de la forma “vacio0degp.txt” y “vacio0deg.txt” para velocidades y fuerzas respectivamente. El 0 representa el valor del ángulo en cuestión, que debe ir incrementando su valor de dos en dos hasta alcanzar los 20 grados. En el caso de los datos de la flecha, la forma de nombrarlos es “0degp2.txt” para velocidades y “0deg2.txt” para fuerzas. Aquí la cifra del principio (0 en este caso) representa el ángulo en el que se ha tomado la medida, mientras que el número 2 del final identifica la flecha a la que se está sometiendo el estudio, correspondiéndose el 1 con la flecha prototipo, el 2 con la verde y el 3 con el blanca.

- Una vez introducidos todos los datos del ensayo en vacío y del ensayo de las flechas (un total de 80 ficheros, 20 por ensayo, 10 de fuerzas y 10 de velocidad), se crea el workspace que contiene las matrices completas con los datos adimensionalizados al que se denominará *Flecha.mat* y que será cargado al hacer correr el siguiente script.
- El cálculo que realiza el programa responde a la resolución de los siguientes cálculos teóricos:

- La velocidad incidente U_∞ se calcula con los datos de presión recogidos por el tubo pitot, de acuerdo con la siguiente expresión

$$U_\infty = \sqrt{\frac{2(p - p_\infty)}{\rho}}$$

Donde p corresponde a la primera columna de datos de presión en Pa (N/m^2), p_∞ son los datos de la segunda columna de unidades de mPa (N/mm^2) (por lo que habrá que dividir su valor entre mil) y

ρ es la densidad del aire al nivel del mar ($1.225 \text{ Kg}/m^3$).

- Una vez calculado U_∞ se emplea para obtener los valores adimensionales de las fuerzas de sustentación (C_L) y resistencia (C_D):

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 d^2} \quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 d^2} \left[\frac{\text{Kg } m/s^2}{\text{Kg}/m^3 \cdot m^2/s^2 \cdot m^2} \right]$$

Donde L , que es perpendicular a la corriente incidente en todo momento, y D , que tiene la misma dirección y sentido que U_∞ son los datos de fuerzas de sustentación y resistencia respectivamente en N ($\text{Kg } m/s^2$). Por último está d que es el diámetro de la flecha ($5mm$).

2. El segundo script utilizado es *CLCD*, este programa realiza la tarea de cargar los datos almacenados en el workspace *Flecha.mat* obtenido luego de ejecutar *Flecha_estruct.m* y representar los valores adimensionalizados de C_L y C_D frente a α . Para su cálculo, el programa descompone las fuerzas en sus componentes

dependiendo del ángulo de ataque de la corriente (U_∞) incidente en la flecha con respecto de la horizontal. Las fuerzas se descomponen en

$$F_z = L \cos \alpha - mg \cos \alpha + D \sin \alpha$$

$$F_x = mg \sin \alpha - L \sin \alpha + D \cos \alpha$$

Que escrito de forma adimensional y despejando L y D (C_L y C_D adimensionales) queda de la forma

$$C_L = C_W + F_z \cos \alpha - F_x \sin \alpha$$

$$C_D = F_x \cos \alpha + F_z \sin \alpha$$

El resultado es la representación gráfica de los coeficientes de sustentación, Figura 19, y de arrastre, Figura 20, frente al ángulo de ataque aunque a nosotros principalmente nos interesa conocer para un ángulo de ataque nulo. Para ello se representarán los coeficientes frente a todos los ángulos de ataque ensayados para ver en qué punto interseca la función con el eje de ordenadas pues su valor será la imagen para 0° .

Se tiene por tanto:

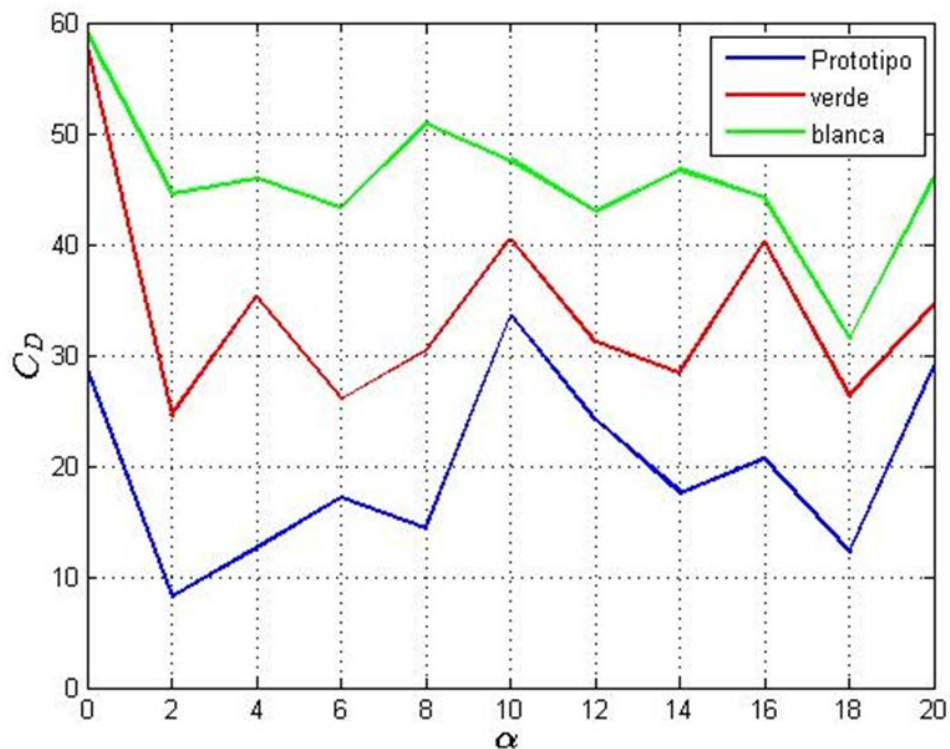


Figura 19. Coeficiente de arrastre frente al ángulo de ataque obtenido experimentalmente.

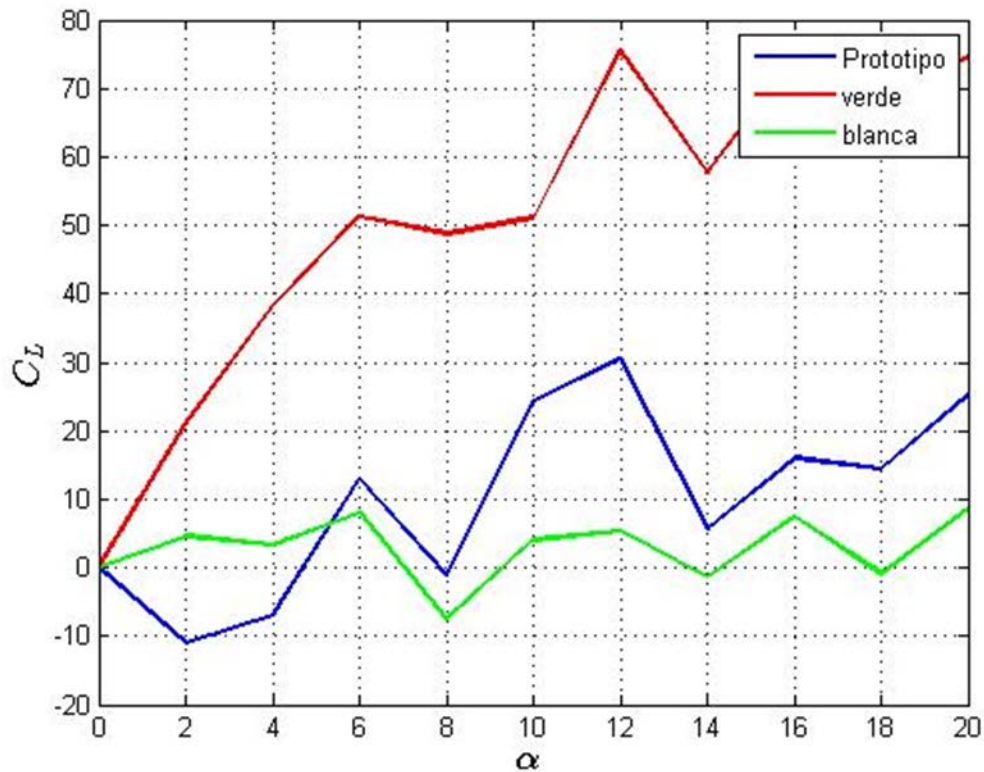


Figura 20. Coeficiente de sustentación frente al ángulo de ataque obtenido experimentalmente.

Viendo estas gráficas se observa lo siguiente:

- Experimentalmente se obtiene que para un ángulo de ataque nulo, la flecha verde obtiene un coeficiente de arrastre con un valor aproximado $C_D \cong 59$, en la flecha blanca su valor es $C_D \cong 57$ y la flecha prototipo tiene el coeficiente más pequeño de todos $C_D \cong 28$. Prestando especial atención a la expresión del coeficiente adimensional $C_D = D/[(1/2)\rho U_\infty^2 d^2]$, se ve que el coeficiente y la fuerza de arrastre son directamente proporcionales por lo que, la fuerza de arrastre inducida en la flecha prototipo es sensiblemente menor que en las otras. El hecho de obtener una fuerza de arrastre menor implica que el gasto energético necesario para vencer la resistencia que esta ofrece al movimiento también será menor. En nuestro caso no se dispone de aportes extra de energía (como es el caso de coches o aviones) por lo que esta menor resistencia implicará mayor aprovechamiento energético y con ello, mayor estabilidad en el vuelo ya que la fracción de energía empleada en vencer la resistencia será menor que en los otros dos casos.
- No deja de ser llamativo el excesivo salto en los valores de C_D entre las flechas comerciales y el prototipo. Aunque se presuponía una menor resistencia por parte de esta última, el coeficiente de arrastre es la mitad de grande que los otros dos lo cual es difícil de creer puesto que las aletas son relativamente parecidas. Por

mucha mejora que aporte el añadir agujeros al perfil, para poder reducir tanto el valor de la resistencia que ofrece el aire sería necesario emplear factores externos como podría ser una propulsión (un motor que añada empuje al cuerpo o parecido) que añadan un aporte de energía extra que ayude a vencer la resistencia.

- Otro dato que hace dudar de la fiabilidad del modelo experimental es el elevado valor de resultados obtenidos ya que el valor del coeficiente de arrastre esperado está en torno a un orden de magnitud inferior, como se verá en los resultados numéricos.
- En cuanto al coeficiente de sustentación, se ratifica que para un ángulo de ataque nulo, la sustentación generada es inexistente.

Estas alteraciones en los resultados pueden tener su origen en la suposición inicial de $d = 1\text{ m}$ que se tomó a la hora de obtener el número de Reynolds y con ello caracterizar el flujo reinante en los ensayos pues, para estudios de ensayos como el que ocupa este caso, las cuales son;

- Velocidad de flujo U_{∞} muy pequeña (13.5 m/s) en comparación con la velocidad del sonido.
- Elevada rigidez del cuerpo sometido a estudio.
- Las fuerzas de fricción y las de inercia se relacionan mediante parámetros geométricos del cuerpo (longitud característica L) y del flujo (densidad ρ , velocidad U_{∞} y viscosidad dinámica μ).
- Cuerpo sometido a estudio con formas suaves y redondeadas en las que la transición de régimen laminar a turbulento viene determinado por el valor del Reynolds crítico.

es el número de Reynolds el que determina el paso de un régimen de flujo a otro y esta transición a su vez determina el desprendimiento de la capa límite. Se puede decir, por tanto, que en cuerpos esbeltos como el que ocupa el estudio puede existir una dependencia de las cargas aerodinámicas con el Re crítico. Esta dependencia puede originar errores en la interpretación al ensayar modelos (el caso que a nosotros nos ocupa no se puede definir como modelo, pero sí que emplea para obtener el régimen del flujo un diámetro de flecha distinto del real) en el túnel de viento, pues pudiera darse el caso que siendo el régimen del flujo inicial turbulento en la capa límite, en los ensayos el número de Reynolds fuese inferior al crítico, de modo que la capa límite fuese en todas partes laminar. Esto provocaría un rango de configuraciones muy dispares en el caso de haber desprendimiento de la capa límite.

En los cálculos del flujo previos a los ensayos se supuso un diámetro de flecha $d = 1\text{ m}$, cosa incierta, y en base a este parámetro junto con los de $U_\infty = 13.5\text{ m/s}$ y $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}\text{ m}^2/\text{s}$ se obtuvo un número de Reynolds $Re = 9 \cdot 10^5$ (régimen turbulento).

Mientras, con el empleodel valor real del diámetro ($d = 0.005\text{ m}$) para caracterizar el flujo, que será el que se introducirá también en el script para obtener los resultados, se obtiene un Reynolds $Re = 4500$.

Esto supone un problema a la hora de evaluar la fiabilidad de los resultados de los ensayos puesto que para mantener ese número de Reynolds en los ensayos reales habría que mantener constante la relación entre la velocidad del flujo y la longitud característica (en este caso el diámetro) $U_\infty \cdot d$. Para mantener esa relación constante habría que aumentar la velocidad incidente en la misma proporción que disminuye el diámetro, cosa que no sucede pues, en la Figura 21, se observa que planteando los valores de velocidad transformados por el script *Flecha_estruct.m* a partir de los datos de presión recogidos por el sensor conectado al tubo de Pitot se observa como U_∞ tiene valores de 13.96, 14.01 y 14.02 (muy próximos todos a 13.5 m/s) para las flechas prototipo, verde y blanca respectivamente.

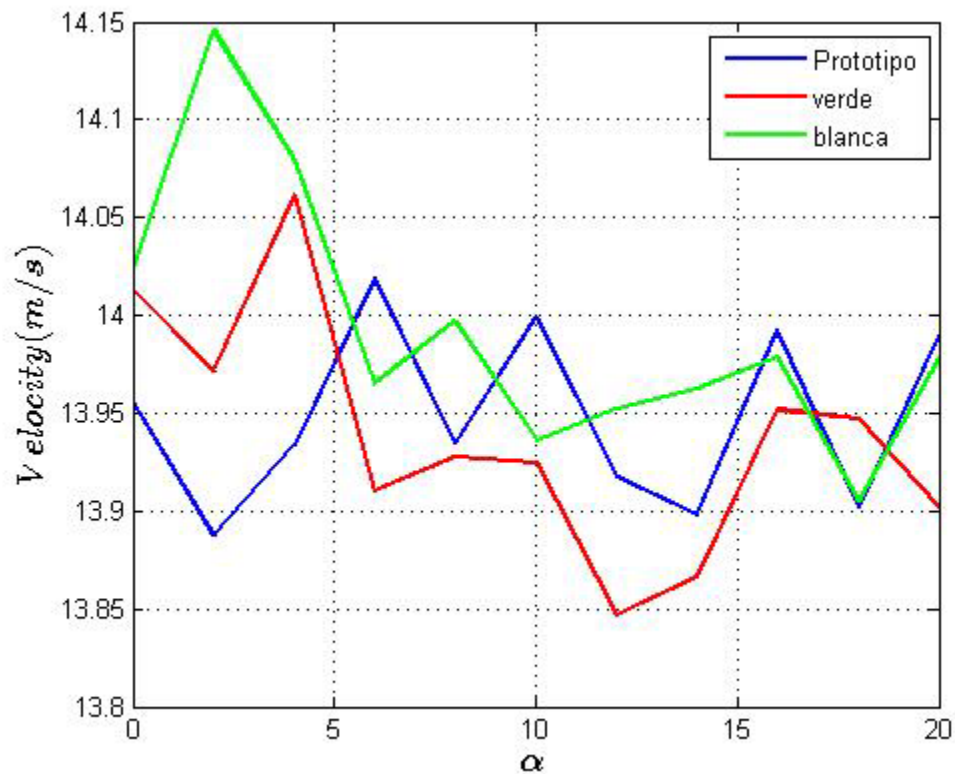


Figura 21. Velocidad del flujo incidente frente al ángulo de ataque en el estudio experimental.

4 ESTUDIO NUMÉRICO

4.1 Introducción al estudio numérico

Este apartado se centra en el estudio y caracterización de las fuerzas de sustentación y arrastre. Ambas ya han sido mencionadas e introducidas teóricamente en apartados anteriores de este proyecto.

Se llevará a cabo, como complemento del estudio experimental y para servir de comprobación de sus resultados, un estudio numérico de análisis y simulación de un flujo estacionario de aire alrededor un sólido (flecha) mediante el uso del software de cálculo numérico FLUENT®. Este programa se encarga de resolver cualquier campo fluido mediante un proceso iterativo basado en la discretización de las ecuaciones de Navier-Stokes. Existen tres métodos distintos que el programa emplea para un caso como el nuestro; diferencias finitas, elementos finitos y volúmenes finitos.

De esta manera se define el sistema sometido al estudio. Se trata de tres modelos distintos de flecha (dos comerciales y un prototipo) empleados en la disciplina deportiva de tiro con arco, con una punta de forma ligeramente elipsoidal aunque acabada en pico hecha de metal de alta densidad, el cuerpo de la flecha es una varilla rígida y ligera. El total de la flecha tiene una relación de aspecto $L/D = 142$, donde $L = 710mm$. El cuerpo está sometido a la acción de una corriente incidente de aire de la que se conocen los valores de densidad, viscosidad y número de Reynolds del flujo por lo que los demás valores significativos se obtienen fácilmente empleando las ecuaciones básicas de la dinámica de fluidos.

Los parámetros que caracterizan el estudio son:

- el coeficiente de arrastre $C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 d^2}$,
- el coeficiente de sustentación $C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 d^2}$,
- el número de Reynolds $Re = \frac{\rho U_\infty d}{\mu}$.

Los parámetros que intervienen en las expresiones anteriores obviamente también son imprescindibles para el estudio. Se trata de la viscosidad dinámica ρ del fluido y de la velocidad de la corriente U_∞ , la viscosidad dinámica del fluido μ y los factores de forma l y d .

El objetivo final será, por tanto, determinar los coeficientes adimensionales en cada uno de los tres cuerpos ensayados y estudiar cuál de ellos presenta mejores prestaciones aerodinámicas en función de los resultados obtenidos.

4.2 Mallado del dominio computacional

Antes de realizar las simulaciones que llevarán al resultado que deseamos, será necesario definir la región del espacio en la que se va a centrar el estudio ya que el espacio es infinito y como resulta evidente, es primordial su acotación. A esta región acotada del espacio se le denomina Dominio Computacional y en nuestro caso será el siguiente:

Se trata de un dominio como el que se muestra en la Figura 22. Tiene una forma muy similar al de una bala o proyectil, está formado por la adhesión de un cilindro que envuelve la vara de la flecha y una semiesfera que cubre la punta. Su

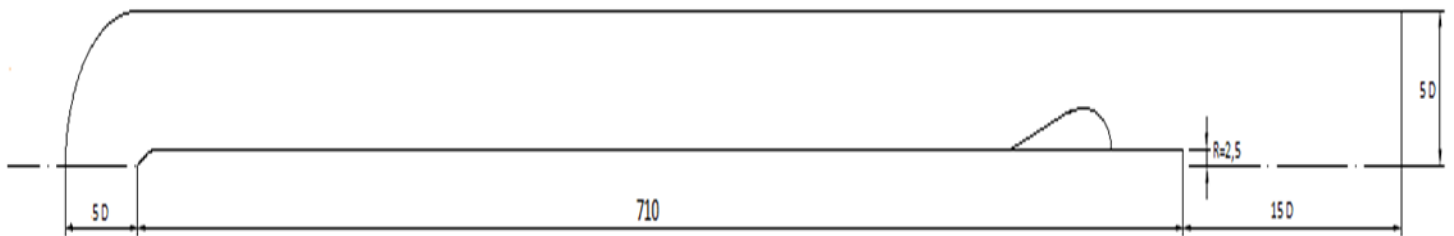


Figura 22. Dominio computacional en milímetros.

Una vez definidas las dimensiones del dominio computacional el siguiente paso será discretizarlo geoméricamente, es decir, dividir toda la región por la que se desplaza el fluido que se va a analizar en pequeños volúmenes en cada uno de los cuales se calcularán las aproximaciones a los valores de la resolución de las ecuaciones. A este proceso se le denomina mallado y el programa que se encargará de esa tarea en este proyecto será el WORKBENCH del paquete ANSYS®

En un principio la tarea de mallar se iba a desarrollar empleando la simplificación de suponer un dominio computacional en 2D debido al carácter axilsimétrico de la punta y de la varilla de la flecha. Finalmente se ha declinado esta opción debido a que las plumas de la flecha están dispuestas cada 120° no alineadas con los ejes de referencia. Se trata por tanto de un dominio computacional en 3D.

Para conseguir un mayor rango de datos y por tanto, mayor exactitud en los resultados, en una de las flechas se ha decidido realizar los procesos de mallado y simulación de dos formas distintas, y así poder también comparar los resultados finales por ambos caminos y extraer las conclusiones pertinentes.

En el primer proceso se mallará y se simulará la flecha completa, Figura 23.

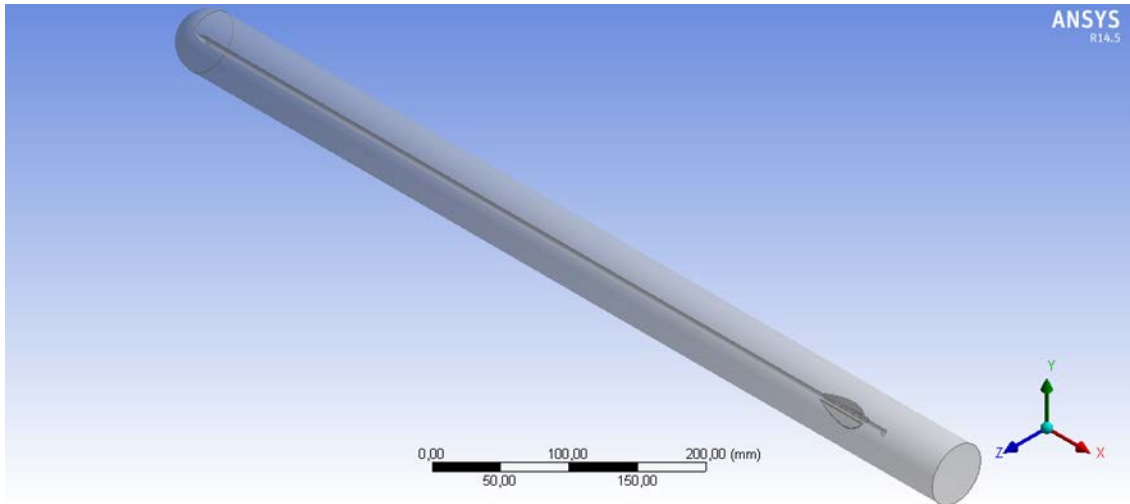


Figura 23. Geometría de la flecha completa.

El segundo proceso consiste en dividir la flecha en dos partes, por la mitad de su longitud aproximadamente.

Se modela la punta por un lado, Figura 24, y la pluma por el otro, Figura 25, para que posteriormente se realice el proceso de mallado y simulación de cada parte de manera independiente.

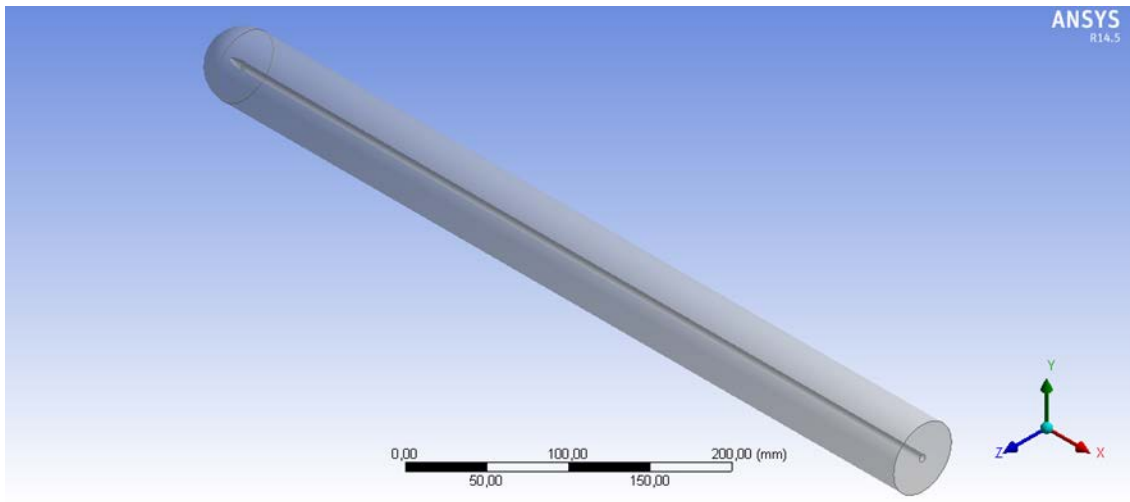


Figura 24. Geometría de la parte anterior de la flecha (punta).

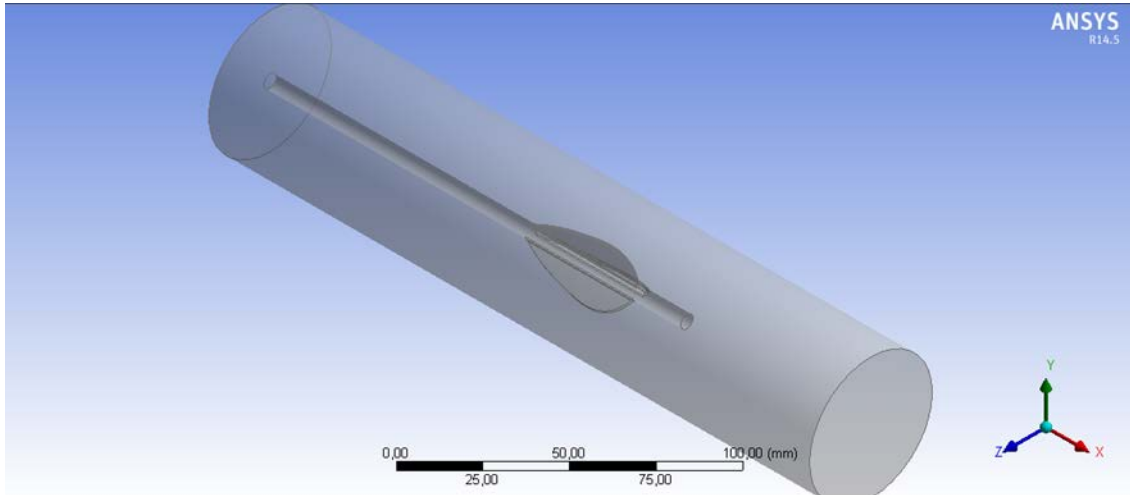


Figura 25. Geometría de la parte posterior de la flecha (pluma).

El proceso de mallado requiere una serie de operaciones previas al mallado propiamente dicho.

En primer lugar, habrá que dividir el conjunto flecha-dominio agrupando las superficies en función de las condiciones de contorno que se impondrán posteriormente en la simulación en FLUENT®. La configuración de superficies es la siguiente:

- INLET: en la flecha completa y en la parte de la punta de la flecha partida se corresponde con la semiesfera que recubre la punta de la flecha y corresponde a la superficie de entrada del dominio computacional. En ella se tiene como entrada el perfil uniforme de velocidades del flujo. En la parte posterior de la simulación por división, se toma como INLET la superficie del cuerpo que coincide con la salida de la parte anterior y el perfil de velocidad de entrada será el recogido en la punta como perfil de salida, Figura 26.

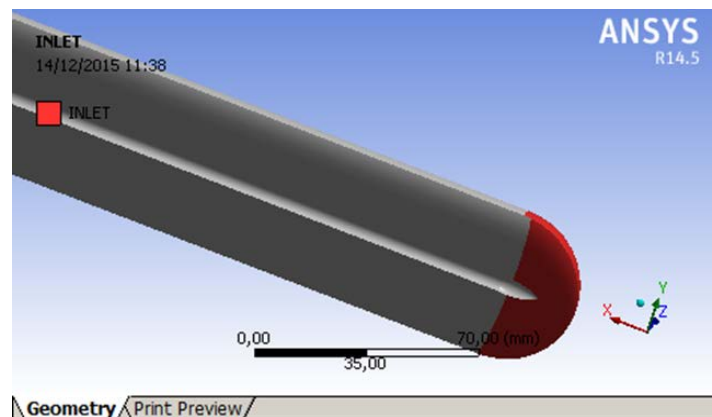


Figura 26. Entrada del flujo al dominio computacional.

- **BOUNDARY:** cilindro exterior representado en la Figura 27. Su diámetro es igual al radio de la semiesfera que envuelve la flecha y establece el límite radial del dominio computacional. Tiene condición de pared con deslizamiento.

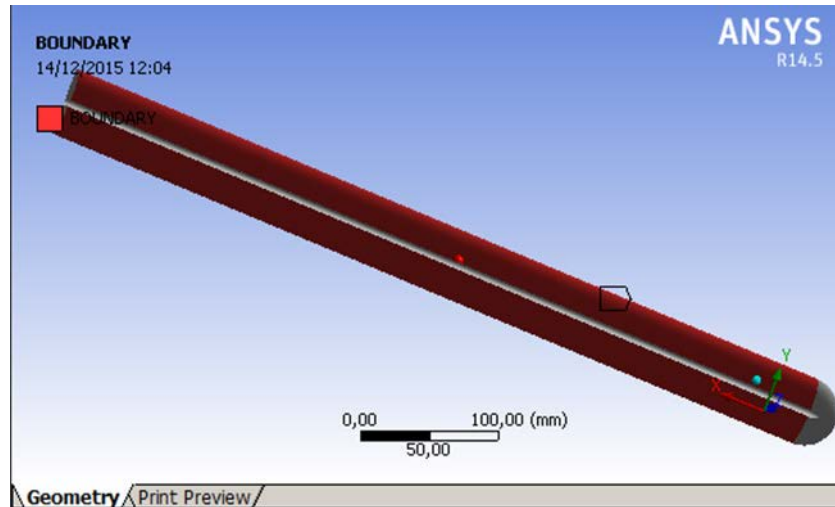


Figura 27. Límite radial del dominio computacional

- **OUTLET:** en la parte posterior de la punta (en la simulación de la flecha dividida, Figura 28) representacorona circular cuyo radio mayor es el del cilindro de la pared de contorno y cuyo radio menor es el de la varilla de la flecha.

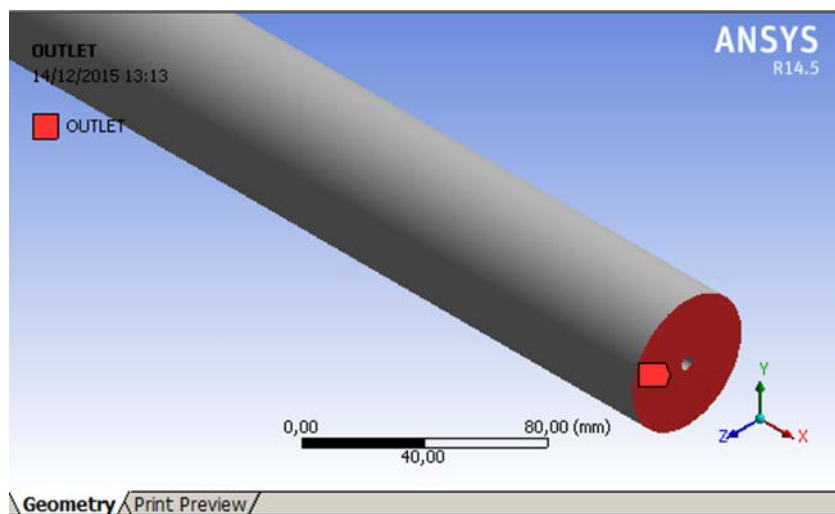


Figura 28. Plano de salida del dominio computacional.

Se sitúa en el plano de salida del flujo y servirá para guardar el perfil de salida (velocidad, presión, etc.) que se desarrolla en él y cargarlo como perfil de entrada la parte posterior de la flecha en la segunda mitad del proceso. En las simulaciones de las flechas completas y en la parte final de la flecha dividida es la base del cilindro del dominio computacional.

- ARROW: compuesto por el cuerpo del sólido, es decir, la varilla, la punta y las aletas de la flecha. Se trata de una pared estacionaria sobre la que no existe deslizamiento $u_{x=0} = 0$. La Figura 29 muestra que se trata de la frontera sólida.

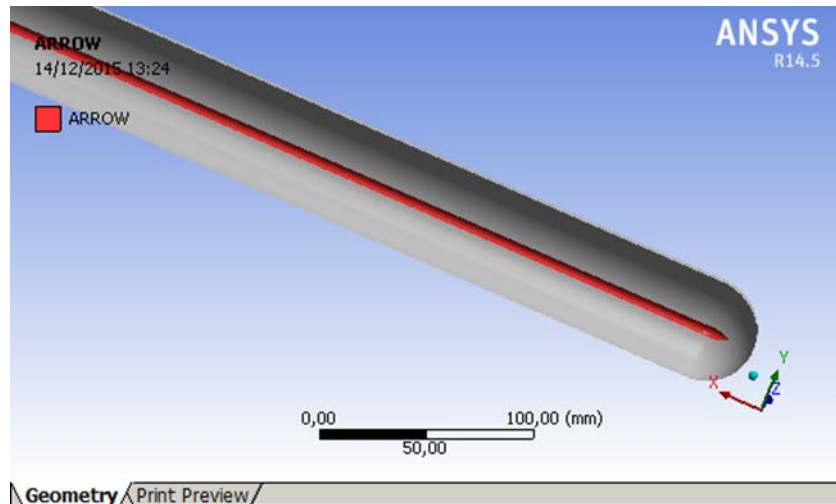


Figura 29. Geometría de la flecha completa.

A continuación, se procederá a establecer los parámetros que definirían la malla inicial de forma general. Una malla que habrá que ir refinando para obtener mayor resolución. La malla empleada es una malla desestructurada, empleándose tetraedros en todo el dominio con un tamaño variable.

Una vez creada la malla general es turno de refinarla zona por zona hasta obtener la malla deseada, Figura 30 y Figura 31. La herramienta Sizing, permite dar un tamaño de celda específico que se adecúe mejor a la geometría en la superficie, o grupo de ellas que se consideren oportunas. En este punto será de gran utilidad el procedimiento realizado en el punto anterior en el que se definieron las condiciones de las superficies.

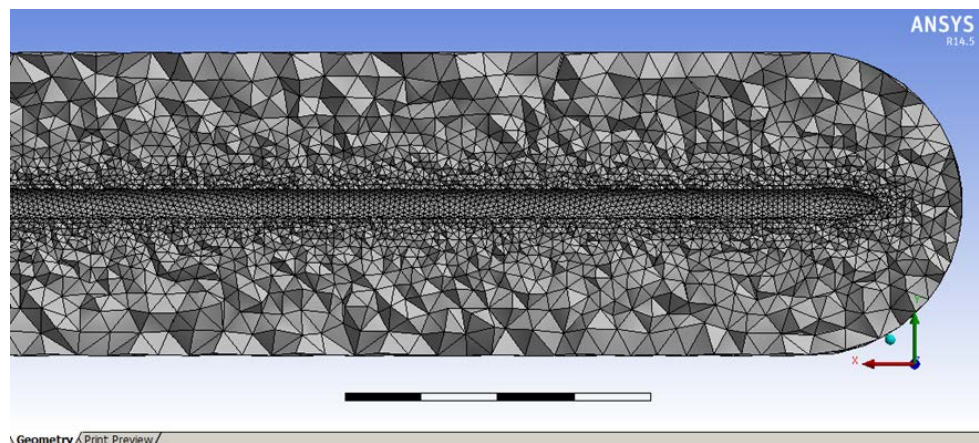


Figura 30. Mallado de la parte anterior de la flecha.

El tamaño de las celdas nunca será inferior a 1 mm, excepto en la flecha prototipo en la que el tamaño mínimo será 0,8 mm, para evitar sobrecargar la malla con un número excesivo de nodos. Un menor tamaño de los nodos permitiría que la malla se ajustara con mayor precisión a la geometría del cuerpo y obtener por tanto un mayor control pero también incurriría en un mayor número de nodos en la malla. Debido a la geometría relativamente simple del cuerpo es viable emplear un menor ajuste de la malla.

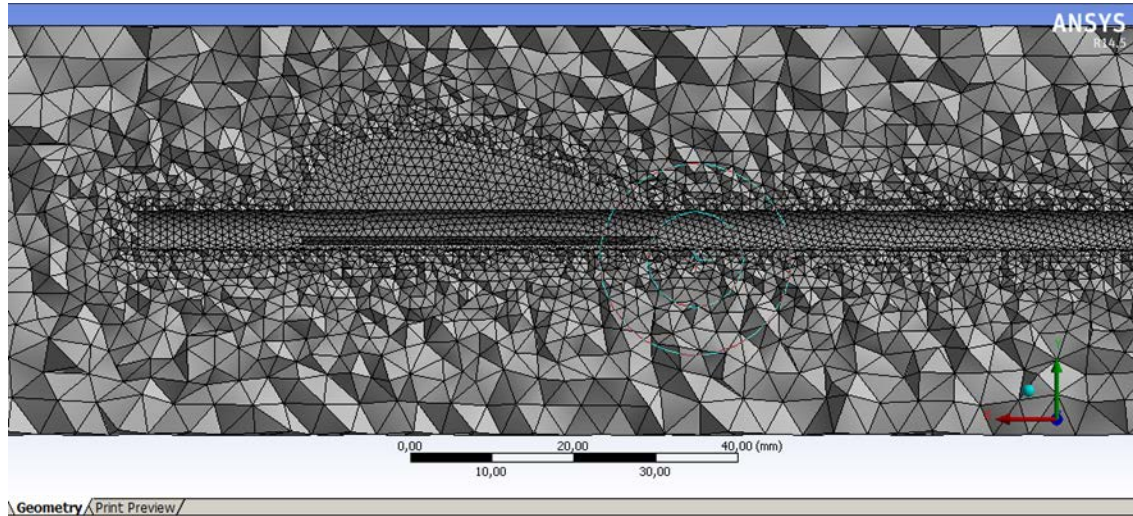


Figura 31. Mallado de la parte posterior de la flecha.

En la superficie del sólido se ha empleado un tamaño de cara de los tetraedros muy inferior al resto de superficies, al igual que el paso de malla en las zonas próximas que también es menor y va aumentando su tamaño gradualmente conforme se va alejando del cuerpo. Esto es así porque a menor paso de malla, mayor resolución obtendremos. De este modo, en las zonas más próximas al cuerpo así como en aquellas en las que se produce un cambio de sección, es primordial tener un tamaño lo más refinado y adecuado posible, pues es en esas zonas en las que se concentran los mayores gradientes (presión, velocidad, temperatura, etc.) y el cálculo de las ecuaciones resulta crítico en ellas.

En la Tabla 1 se muestra el número de nodos y elementos que conforman cada malla. Cada elemento está formado por un número determinado de nodos, de tal manera que un tetraedro, por ejemplo, está formado por la unión de 4 nodos.

	Nº de nodos	Nº de elementos
Malla flecha verde	152535	852334
Malla flecha blanca	177616	979194
Malla flecha prototipo	174456	962780
Malla punta aislada	155742	857881
Malla pluma aislada	40239	219722

Tabla 1. Número de nodos y de elementos de cada malla.

4.3 Cálculos previos a la simulación

Los valores conocidos son:

$$d = 0.005 \text{ m} ; \rho = 1.225 \text{ kg} / \text{m}^3 ; \nu = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 / \text{s}$$

De donde se obtienen el resto de datos necesarios para determinar las características básicas del flujo. En primer lugar, se despeja la viscosidad dinámica μ a partir de la expresión de la viscosidad cinemática ν :

$$\begin{aligned} \nu = \frac{\mu}{\rho} \rightarrow \mu = \nu \cdot \rho &= 1.5 \cdot 10^{-5} (\text{m}^2 / \text{s}) \cdot 1.225 (\text{kg} / \text{m}^3) \rightarrow \mu \\ &= 1.8375 \cdot 10^{-5} \text{ kg} / \text{m} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

Para determinar el valor de la velocidad de corriente es necesario remitirse al cálculo experimental. Mediante el tratamiento de los datos recogidos experimentalmente por el sensor Druck 150 DPI que medía las presiones ejercidas en el tubo pitot se obtiene el valor de la velocidad incidente, sólo hay que plotear los valores recogidos ya que el script *Flecha_struct.m* se encarga de dicha transformación de presión (Pa) a velocidad (m/s) mediante la resolución de la expresión analítica:

$$U_{\infty} = \sqrt{\frac{2(p - p_{\infty})}{\rho}}$$

Una vez representados estos resultados se ve que los valores de la velocidad inicial del flujo sobre la flecha variaban ligeramente de un ensayo a otro con valores aproximadamente iguales a

$$U_{\infty, \text{prototipo}} \cong 13.955 \text{ m/s} ; U_{\infty, \text{verde}} \cong 14.014 \text{ m/s} ; U_{\infty, \text{blanca}} \cong 14.024 \text{ m/s}.$$

En este caso, para desarrollar los cálculos numéricos se tomará un valor arbitrario de velocidad igual a 13.5 m/s común para las tres flechas, así las simulaciones se realizarán a igualdad de condiciones y podremos analizar mejor el comportamiento aerodinámico de las flechas en comparación de unos con respecto de las otras.

A continuación, sólo nos quedaría hallar el valor de Número de Reynolds, imprescindible pues de él dependen el régimen del flujo (laminar o turbulento) y las fuerzas de sustentación y de arrastre.

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} = \frac{1.225 [\text{kg} / \text{m}^3] \cdot 13.5 [\text{m} / \text{s}] \cdot 0.005 [\text{m}]}{1.8375 \cdot 10^{-5} [\text{kg} / \text{m} \cdot \text{s}]} = 4500$$

Se trata de un valor del número de Reynolds que se encuentra en la frontera entre régimen laminar y turbulento. Se considerará un régimen turbulento ya que es muy probable que se produzca desprendimiento.

En cuanto a las características geométricas de la flecha será necesario definir el área de la sección transversal del tubo o varilla que será empleada posteriormente para definir los valores de referencia de la simulación. Con un diámetro de 5 mm como dato el área resultante es:

$$A (m^2) = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 0.005^2}{4} = 1.963495 \cdot 10^{-5} m^2$$

4.4 Simulación de la corriente en FLUENT[®]

Con la malla terminada y preparada se abre el Setup de FLUENT[®] y se siguen, uno a uno, los pasos de cada una de las opciones que aparecen en la ventana de la izquierda.

La secuencia de operaciones es la siguiente:

1. Dentro de la ventana *General* lo primero que se debe de hacer es comprobar que las dimensiones de la malla son las correctas por lo que la chequearemos en busca de algún fallo. No es extraño que FLUENT[®] interprete las medidas en metros cuando vienen dadas en alguna otra unidad de medida.
2. Acto seguido, se procederá a establecer los tipos *Solver* que queremos emplear. En nuestro caso el solver utilizado es del tipo *Pressure – Based*. Éste emplea un algoritmo que pertenece a un tipo de métodos generales denominados **método de proyección**(11). Éste es un método en el cual la restricción de la conservación de la masa del campo fluido se consigue resolviendo una ecuación de presión. La ecuación de la presión se deriva de las ecuaciones de continuidad y de momentum de manera que el campo fluido, corregido por la presión, satisface la ecuación de continuidad. Dado que las ecuaciones reinantes no son lineales y están ligadas entre sí, el proceso de resolución implica realizar sucesivas iteraciones en las cuales el conjunto completo de ecuaciones reinantes es resuelto repetidas veces hasta que la solución converge. Es un método implícito que emplea un sistema de volúmenes finitos con celdas centradas y que tiene una precisión espacial de segundo orden. Este método también es conocido como **segregado** y emplea procedimientos de linealización y resolución de ecuaciones discretas, algunas ya mencionadas (cantidad de movimiento, continuidad, etc.). Gracias a esta discretización es posible emplear celdas con geometrías poligonales, como es nuestro caso.

3. Unavez pasamos a la ventana *Models*, cambiamos el modelo viscoso laminar al modelo $k - \epsilon$ con dos ecuaciones. Este es uno de los modelos más empleados en dinámica de fluidos computacional para simular las características de flujo para condiciones de flujo turbulento. Como ya hemos dicho es un método de dos ecuaciones, lo que da una descripción general de la turbulencia mediante el uso de dos ecuaciones de transporte, estas son las siguientes:

- La primera variable transportada determina la energía en la turbulencia y se denomina *Energía Cinética de Turbulencia "K"* (12) y su expresión analítica es:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho k u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - \rho \epsilon$$

- La segunda variable es la *ión Turbulenta "ε"* (x), la cual determina la tasa de disipación de la primera variable. La ecuación es la siguiente:

$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \epsilon u_i)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} E_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k}$$

En donde u_i representa la componente de la velocidad en la dirección correspondiente, E_{ij} representa la componente de la tasa de deformación, μ_t representa la viscosidad dinámica y es igual a $\mu_t = \rho C_\mu k^2 / \epsilon$. También aparecen una serie de valores constantes conocidos (13); $C_\mu = 0.09$, $C_{1\epsilon} = 1.44$, $C_{2\epsilon} = 1.92$, $\sigma_k = 1.00$, $\sigma_\epsilon = 1.30$, aunque estos valores vienen introducidos por defecto por el programa.

4. En *Materials* se selecciona el aire como fluido empleado y se define el valor constante de la velocidad introduciendo el valor obtenido en los cálculos previos $\mu = 1.8375 \cdot 10^{-5} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$.
5. Como *Boundary Conditions* se emplean las regiones espaciales creadas en el apartado de mallado y se definen sus características:
- Arrow: en la frontera del sólido no existirá deslizamiento (condición de *No Slip*). Condición tipo *Wall*.
 - Boundary: límite exterior del dominio computacional sobre el que se producen determinados efectos cortantes de cizalladura (condición de *Specified Shear*). Condición tipo *Wall*.
 - Inlet: en él se aplica el campo uniforme de velocidades por componentes actuando únicamente en el eje x . Condición tipo *Velocity Inlet*.

- Outlet: condición tipo *Pressure – Outlet*.
6. Para definir los valores de referencia (*Reference Values*) basta con desplegar la pestaña de calcular desde (*Compute From*) y seleccionar la región de entrada, para que se seleccionen los parámetros definidos previamente. Los únicos datos que debemos introducir manualmente son el área de la sección transversal de la flecha y la longitud de la misma.
 7. A continuación, se establecerán los parámetros que rigen la discretización de las ecuaciones reinantes en el flujo. Estos son:
 - *Pressure – Velocity Coupling* : este acoplamiento se consigue mediante el uso de ecuaciones para derivar una condición adicional de presión utilizando las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento. El solver basado en ecuaciones de presión permite elegir resolver el problema de flujo tanto de forma acoplada como de forma segregada. De entre las distintas opciones de acoplamiento que FLUENT® ofrece la elegida será el algoritmo de acoplamiento *SIMPLE* el cual emplea una relación entre las correcciones de presión y velocidad para hacer cumplir la conservación de la masa y obtener el campo de presiones.
 - *Spatial Discretization*:
 - *Gradient*: Los gradientes se utilizan para discretizar términos de convección y difusión en las ecuaciones de conservación del flujo. El método que se elegirá es el en el cual se asume que la solución variará linealmente.
 - *Pressure*: Es el método empleado por el programa para resolver los coeficientes de la ecuación de la que se obtienen las presiones en las caras de las celdas de la malla. Se empleará la opción *Standard* ya que no se trata de un caso excesivamente complejo y el coste computacional es el más asequible.
 - *Momentum*: En este apartado se resuelve la ecuación de cantidad de movimiento y el método elegido es el *Second Order Upwind* en aras de obtener una mayor precisión en los resultados con un coste computacional asumible.
 - *Turbulent Kinetic Energy*: Representa la primera de las dos ecuaciones empleadas por el modelo *K – epsilon* que determina la energía cinética de la turbulencia. Al igual que en el momentum se empleará un método de segundo orden.

- *TurbulentDissipationRate*: Corresponde a la segunda ecuación de transporte del modelo $K - \epsilon$ y determina la tasa de disipación. Nuevamente se empleará *Second Order Upwind*.
- 8. *Monitors*: Se definirán varios monitores de superficie que permitirán guardar y posteriormente mostrar información valiosa del flujo. Los principales serán los monitores de C_D y C_L , además de un par de monitores que recogerán datos de velocidad alrededor de la flecha y otro que recogerá datos de presión aguas atrás del cuerpo.
- 9. *Solution Initialization*: Aquí se procederá a inicializar el problema, para ello basta con seleccionar la inicialización estándar y calcular a partir de la entrada al dominio computacional *Inlet* para que se rellenen automáticamente los campos de valores iniciales.

4.5 Resultados

En el presente apartado se presentarán los resultados obtenidos de las simulaciones en FLUENT[®] fruto de las sucesivas iteraciones realizadas hasta obtener resultados que converjan en un valor definido. El objetivo principal será encontrar la flecha cuya geometría presente mejores prestaciones aerodinámicas en términos de un menor arrastre inducido y una estela más estable.

El análisis constará de tres simulaciones de tres flechas completas iguales entre sí en dimensiones, con la única diferencia de que la geometría de sus plumas es distinta. Además de simular las tres flechas completas se realizará una simulación extra en la que se ha dividido la flecha por la mitad aproximadamente y se han simulado las dos partes de forma independiente.

Además, a fin de obtener información adicional se han creado varios puntos monitorizados en la malla que revelan datos de presión y velocidad del flujo. La localización de estos puntos viene dada en metros y el origen de coordenadas se encuentra situado en la cara del final de la flecha inmediatamente después de las plumas, Tabla 2.

	Coordenada x	Coordenada y	Coordenada z
Punto Frontal	-0.71005	0	0
Punto Trasero	0.001	0.0015	0
Punto Medio Cercano	-0.3	-0.0007	0.00319
Punto Medio Lejano	-0.3	-0.0007	0.01319

Tabla 2. Puntos para la asistencia de datos y sus coordenadas en metros.

4.5.1 Flechas Completas

A continuación, se realiza un análisis cualitativo y cuantitativo del flujo resultante del cálculo computacional. En él se mostrarán imágenes del campo fluido en función de distintos parámetros que lo definen como son la velocidad axial o el campo de presiones. Estas imágenes permitirán observar las distintas regiones inducidas por la acción del flujo, así como fenómenos que se producen, como por ejemplo la burbuja de recirculación.

En primer lugar se evaluará el campo de presión estática generado por la acción del flujo en cada una de las flechas. Así, en las siguientes imágenes se muestra cómo afecta el flujo incidente y los gradientes de presión producidos por este, Figura 32.

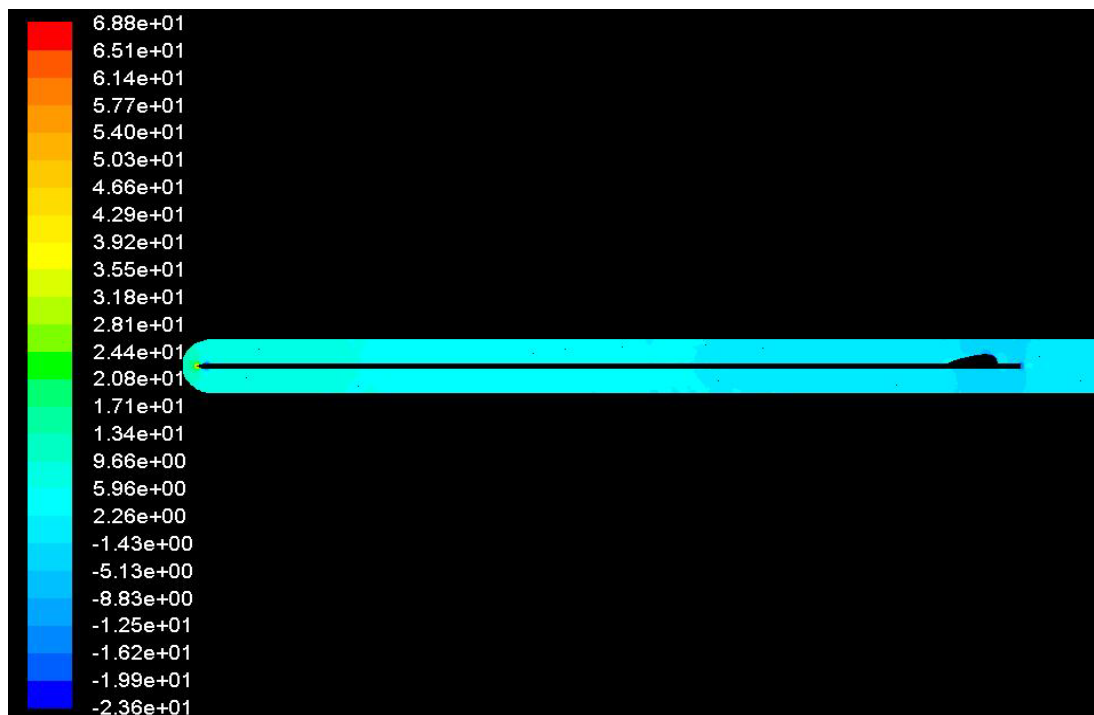


Figura 32. Contornos de presión estática. Flecha verde.

Los isocontornos muestran las regiones del espacio con valores iguales o próximos del dato en cuestión, presión estática en este caso. Tanto en la Figura 32, como en la 33 y en la 34, se ve como el campo de presiones va decreciendo conforme avanza el flujo en dirección aguas abajo del sólido, desde la concentración de presión que se da en el punto de remanso situado en el pico de la punta hasta la parte posterior de la flecha donde reina una región de bajas presiones. En el tubo o astil se aprecia perfectamente el gradiente de presión adverso que va disminuyendo su valor de forma gradual, Figura 33. Al tratarse de una zona del cuerpo en la que la superficie es relativamente y lisa y su sección transversal es constante, el flujo alrededor de él tiene propiedades de régimen laminar y la capa límite se desarrolla al comienzo de la frontera sólida, donde los efectos viscosos se confinan a ella.

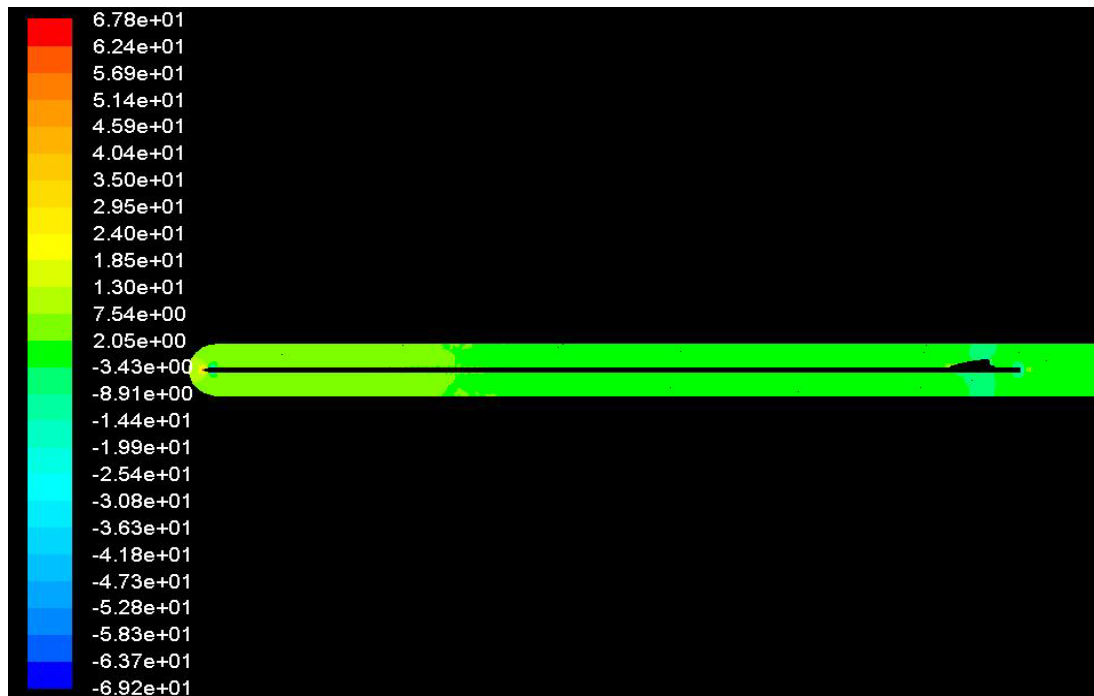


Figura 33. Campo de presión estática. Flecha blanca.

Este decrecimiento de presión se acentúa de forma sensible en la parte posterior del cuerpo donde genera una región de presiones negativas que provocan el desprendimiento de la capa límite. Este fenómeno se produce especialmente en las zonas donde se presentan cambios abruptos de la sección, Figura 34.

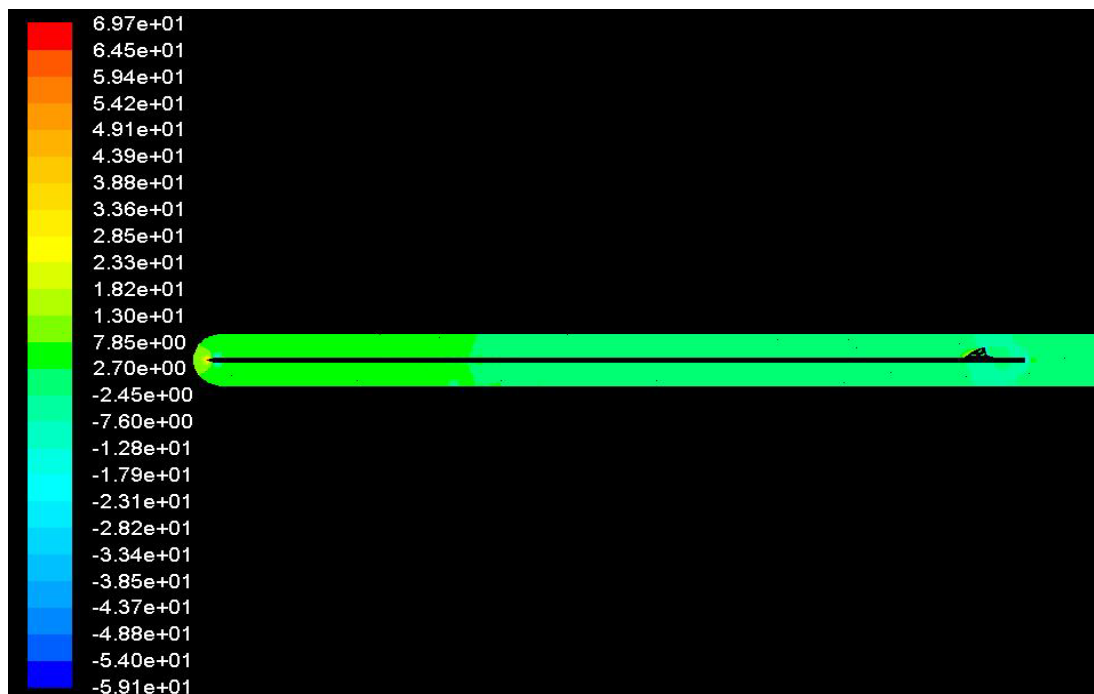


Figura 34. Campo de presión estática. Flecha prototipo.

A simple vista, las imágenes anteriores pueden invitar a pensar que los resultados son erróneos debido a las diferencias cromáticas que presentan los campos de presión estática. Estas diferencias no vienen más que a mostrar el rango de valores de presión registrados como consecuencia de la acción del flujo en todo el dominio computacional. La diferencia de presiones máximas se debe a la geometría de cada pluma.

Resulta lógico que en la flecha de pluma verde se produzcan picos de presión negativos menos pronunciados puesto que la geometría de la aleta es más suave y proporcionada sin cambios fuertes en su perfil. Esta geometría redondeada permite que se produzca una distribución de las fuerzas viscosas y de presión más uniformes a lo largo de todo el perfil, mientras que las plumas blanca y verde, al presentar cambios fuertes en su geometría (como son los picos y cambios de curvatura) favorecen la aparición de zonas de desprendimiento donde se concentran esfuerzos de presión bastante más pronunciados.

La información de la presión del flujo es de gran ayuda pues mediante el análisis de sus contornos se obtiene información valiosa acerca de las fuerzas de sustentación y de arrastre que se inducen así como del distinto comportamiento de sus coeficientes según la flecha estudiada.

Las simulaciones en este estudio se han realizado a iguales condiciones de flujo en las tres flechas, por tanto, de acuerdo con la expresión analítica de los coeficientes de sustentación y de arrastre;

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 d^2}$$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 d^2}$$

Los valores de ρ , U_∞ y d permanecen constantes, siendo las fuerzas de arrastre D y de sustentación L las que determinarán los diferentes valores de sus coeficientes.

Al ser constantes todos los parámetros que definen las fuerzas, exceptuando la geometría de cada flecha, será esta misma la que influirá en las fuerzas inducidas que se obtienen. Estas fuerzas dependen principalmente del gradiente de presión que se produce.

Como ya se ha dicho con anterioridad, el arrastre es la fuerza ejercida por el fluido en dirección contraria a la fuerza que ejerce el cuerpo en movimiento. Cuando sobre un cuerpo como el que ocupa este estudio actúa una corriente fluida aparece una fuerza que se opone al movimiento del cuerpo en dicha corriente, la fuerza de arrastre. Esta fuerza es resultado del gradiente de presiones adverso que se produce alrededor del sólido. En la punta de la flecha se produce un punto de remanso en el que se concentra el mayor valor

de presión de toda la flecha ya que soporta toda la presión del flujo más la energía cinética que lleva, por Bernouilli:

$$\frac{P_{\infty}}{\rho} + \frac{U_{\infty}^2}{2} = \frac{P_0}{\rho} + \frac{U_0^2}{2}$$

Donde P_{∞} y U_{∞} son la presión y la velocidad del flujo incidente respectivamente, ρ es la densidad de aire, y P_0 y U_0 son la presión y la velocidad en la punta de la flecha. Al ser $U_0 = 0$ por la teoría de la capa límite, la ecuación queda de la forma:

$$P_0 = P_1 + \frac{\rho \cdot U_{\infty}^2}{2}$$

En cambio, en la parte trasera de la flecha se crea una presión negativa y una disminución de la energía cinética debido a la estela turbulenta que se crea aguas abajo del sólido debido a su propia geometría. La presión en la estela producida es muy inferior a la del punto de remanso de la punta. Se genera así una fuerza con la dirección del movimiento y sentido que ve desde la zona de mayor hacia la de menor presión. Cuanto mayor sea la diferencia de presiones, mayor será el valor del arrastre.

En la punta de cada flecha se produce una concentración de presión prácticamente idéntica cualitativa y cuantitativamente en los tres casos. La distribución de presiones se muestra a continuación en la Figura 35.

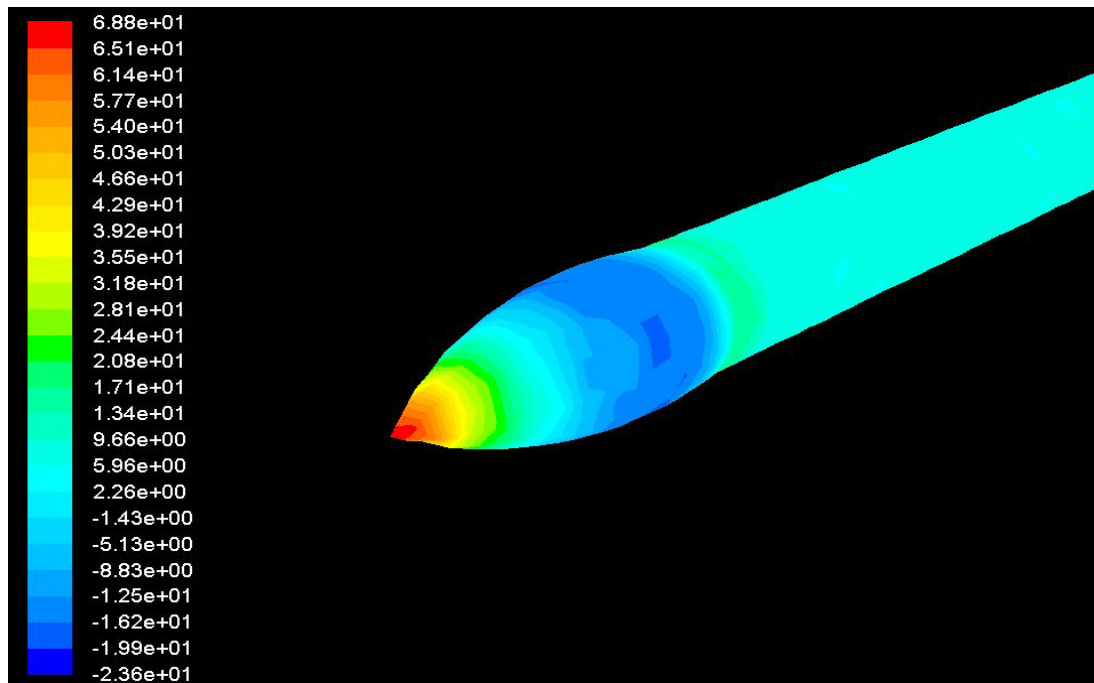


Figura 35. Presión estática sobre la punta. Flecha verde.

En la Figura 36 se observacómo la punta concentra los valores más altos de presión de toda la flecha pues es ella la encargada de penetrar el en flujo y dividir la corriente. Seguidamente se produce una fuerte depresión debida al aumento tan rápido que se produce de la sección entre el pico de la punta y el punto de inflexión de la curva de esta. Este gradiente negativo de presión conlleva un aumento de la velocidad del flujo a lo largo de toda la curvatura de la punta hasta estabilizar de nuevo su valor en la varilla de la flecha y acoplarse de nuevo a la velocidad inicial. En esta zona la capa límite presenta comportamiento laminar por lo que los efectos viscosos del flujo sobre el cuerpo se confinan a ella evitando que se produzca desprendimiento.

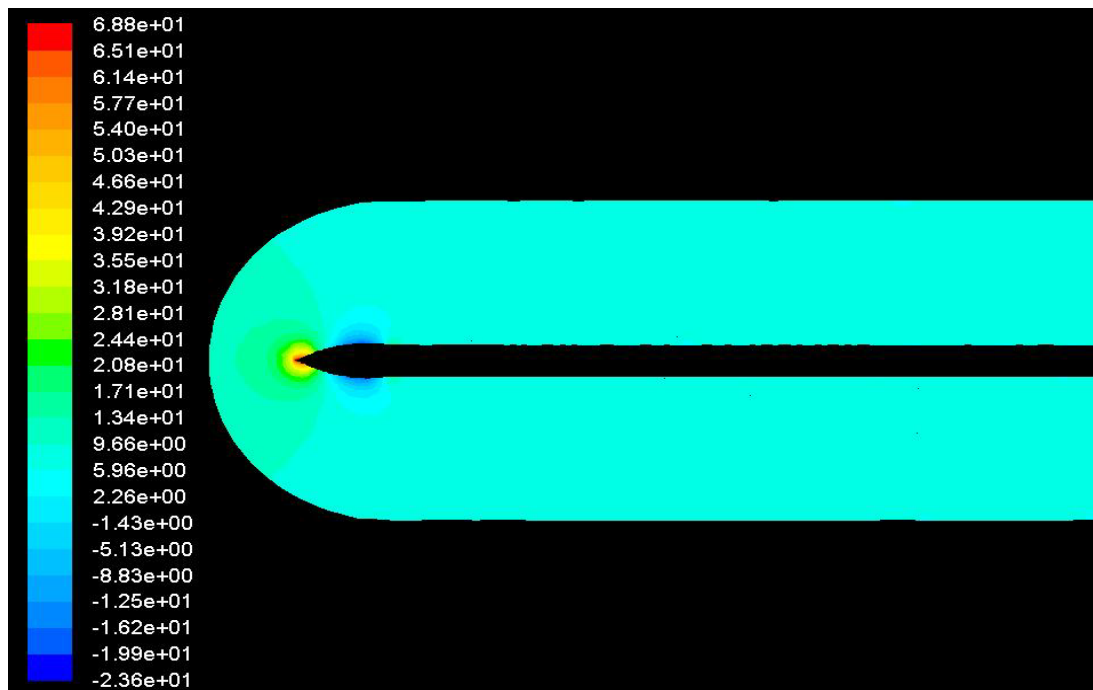


Figura 36. Contornos de presión estática en la punta. Flecha verde.

En la punta, se aprecia cómo los gradientes de velocidad se desarrollan de forma suave y escalonada, produciéndose una disminución de la velocidad en las zonas próximas al punto de remanso situado en el pico de la punta al mismo tiempo que se ve va acelerando aguas atrás de este. La aceleración del flujo se produce como consecuencia del fuerte gradiente adverso de presión que se produce en una región de espacio tan reducida.

También se puede ver que la capa limite se desarrolla al comienzo de la frontera del sólido y que los efectos viscosos se confinan a dicha capa. La velocidad en la superficie va desde 0 hasta que el perfil de velocidad se desarrolla por completo y alcanza la velocidad del flujo en un gradiente de velocidad que se produce en un espacio muy reducido con una disipación de energía mínima, Figura 37.

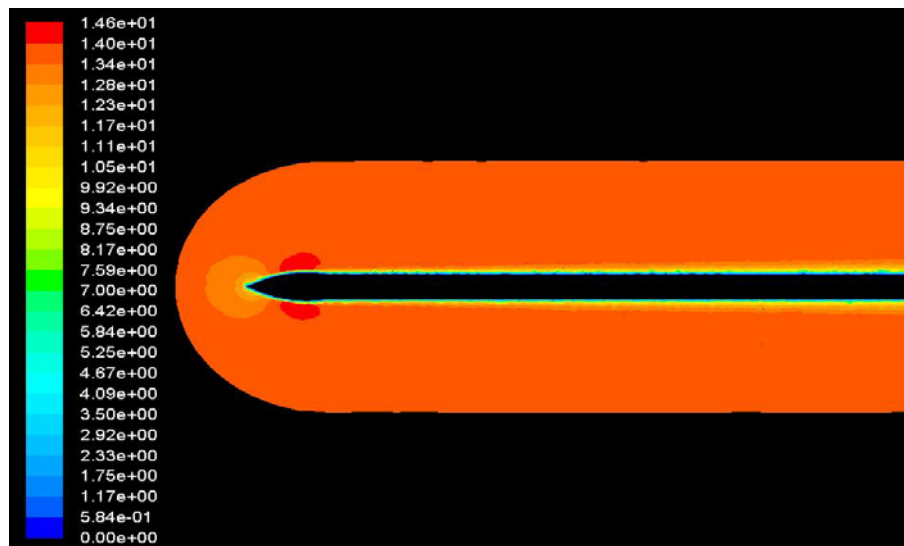


Figura 37. Contornos de velocidad. Flecha verde.

Como ya se ha señalado anteriormente, los resultados obtenidos en la zona de la punta son muy similares para las tres flechas. La gran diferencia entre una y otra, que marcará los distintos valores de arrastre y sustentación, viene determinada por la geometría de las plumas y el efecto que tienen sobre la estela cercana que producen.

Así, en la parte posterior flecha verde, Figura 38, se obtiene un gradiente de presión estática que se mueve en un rango de valores contenido en el intervalo $(-23, 9) Pa$ aproximadamente. También es importante resaltar la distribución suave y escalonada que se produce en la parte posterior de la flecha. La mayor concentración de presiones negativas se produce en las zonas donde se producen los cambios repentinos de geometría, es decir, en la parte posterior de la aleta y en el final del tubo de la flecha.

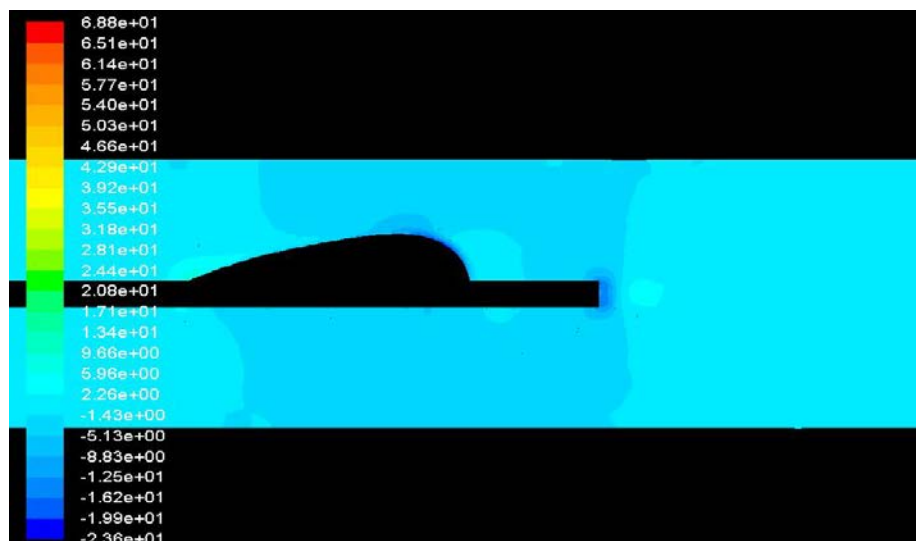


Figura 38. Contornos de presión estática. Flecha verde.

Teniendo en cuenta que en la punta de la flecha verde se obtiene una presión estática por valor de $67,9 Pa$ y en la parte posterior de la flecha el valor de esta es de $-16,2 Pa$, el valor del gradiente es de $84,1 Pa$. El coeficiente adimensional de arrastre obtenido por el programa FLUENT® para esta flecha verde se muestra a continuación en la Figura 39 gracias al empleo del software MATLAB que permite leer y representar los valores guardados en el monitor *Drag*.

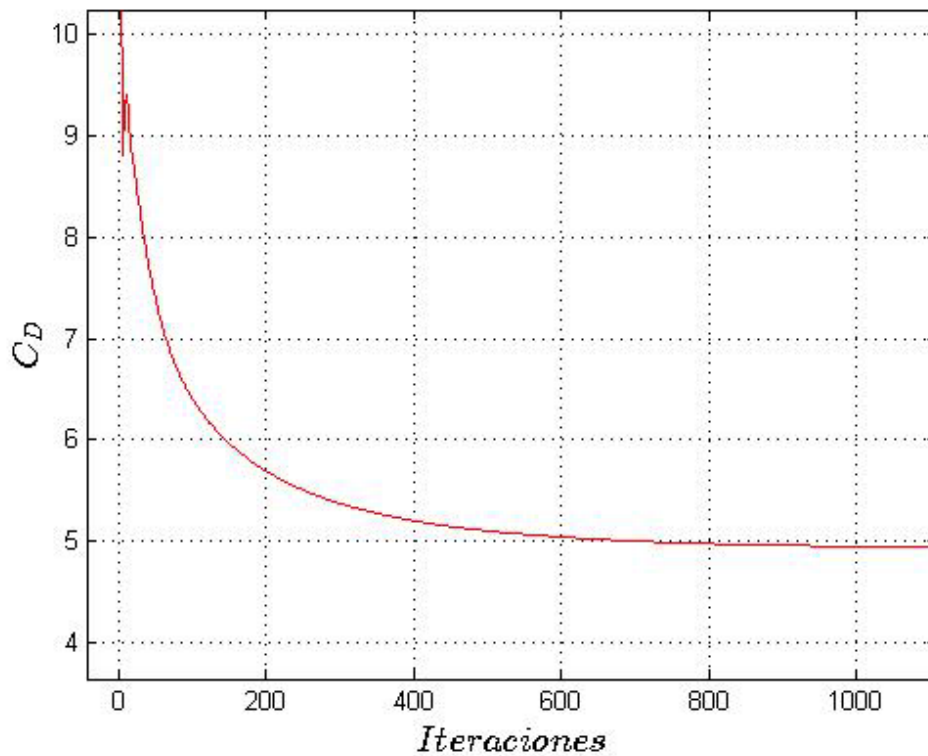


Figura39. Coeficiente de arrastre. Flecha verde.

El C_D resultante de la simulación de la flecha verde es $C_D = 4.95$.

En el cálculo del C_L sin embargo, es el gradiente de presión vertical que se produce en la parte posterior de la flecha el que determina su magnitud. El flujo a su paso alrededor del cuerpo produce un gradiente de presión en la parte superior al eje de la flecha que es negativo, mientras que en la parte inferior del tubo el valor que toman las presiones es positivo. Este hecho afecta directamente a la sustentación. La diferencia de presión entre la zona superior y la inferior de la flecha hace aparecer una fuerza en dirección perpendicular a la superficie y con un sentido que va desde la zona de mayor presión hacia la de menor presión, en este caso en sentido ascendente.

En la Figura 40 generada con el software MATLAB gracias al monitor *Lift* empleado en FLUENT®, se muestra el valor del coeficiente de sustentación a lo largo de todo el proceso iterativo, el cual tiene un valor medio $C_L = 0.0059$.

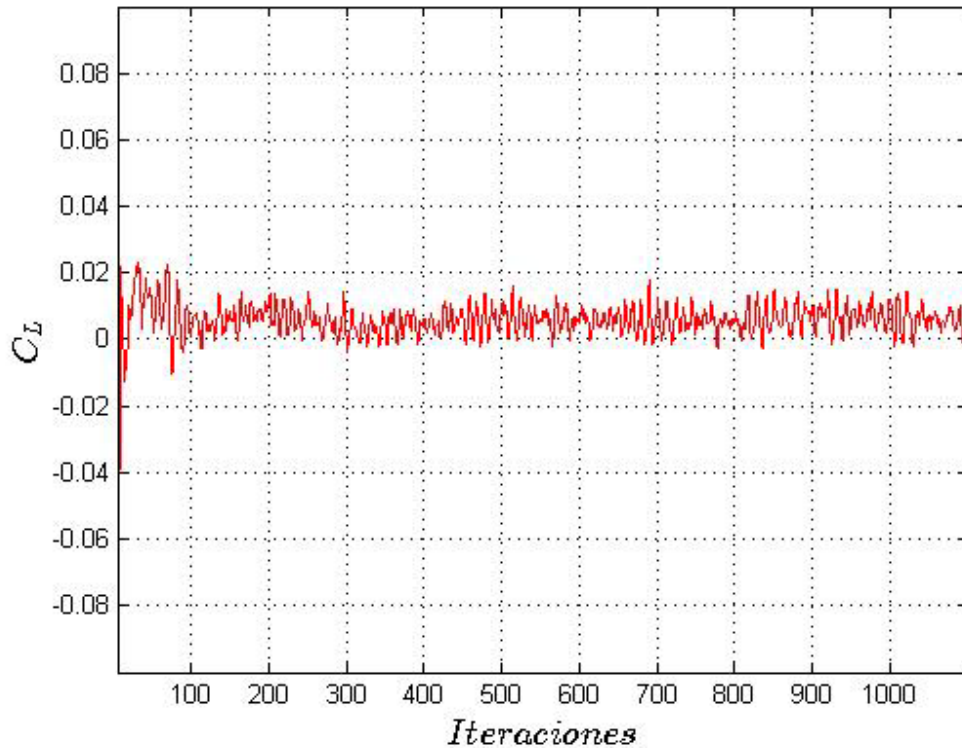


Figura 40. Coeficiente de sustentación. Flecha verde.

En el caso de la flecha blanca, en el pico superior de la aleta se ve la fuerte concentración de presiones negativas (superiores a las que se dan en la flecha verde) que se producen, seguidas de una zona de recuperación de presión (recompresión). Esta zona inestable de gradientes no solo afecta a la región del espacio más inmediatamente cercana al pico de la aleta sino que modifica la distribución de presiones de toda la zona de posterior de la flecha ya que altera el espacio circundante pues recordemos que se trata de una malla tridimensional y que se tienen tres aletas separadas 120° entre sí.

Se puede decir que al tener esta fuerte concentración de presión en cada una de ellas se “estorban” entre ellas creando mayor inestabilidad en el entorno circundante. Esto ocurre de igual manera en la flecha prototipo, aunque con algunas características propias debido a la particular geometría que presenta, Figura 41.

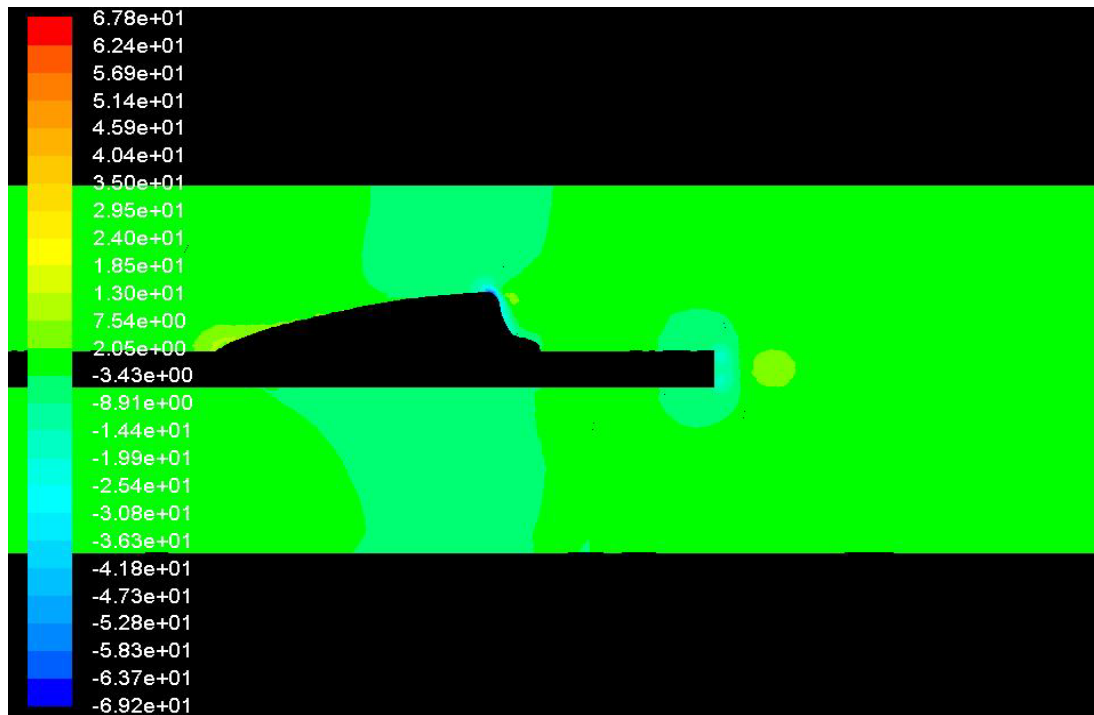


Figura 41. Contornos de presión estática. Flecha blanca.

En cambio, el gradiente de presión entre la punta y la parte trasera es menor que en el la verde. La presión mínima que se produce tras el tubo es de -14.4 Pa y en la punta se tiene una concentración de presiones de $66,5 \text{ Pa}$ obteniéndose un gradiente de presión en la dirección horizontal de 80.9 Pa .

Es por ello que resulta coherente que el coeficiente de arrastre inducido en la flecha blanca, $C_D = 4.8$ (Figura 42), sea levemente inferior al que se obtiene en la flecha verde.

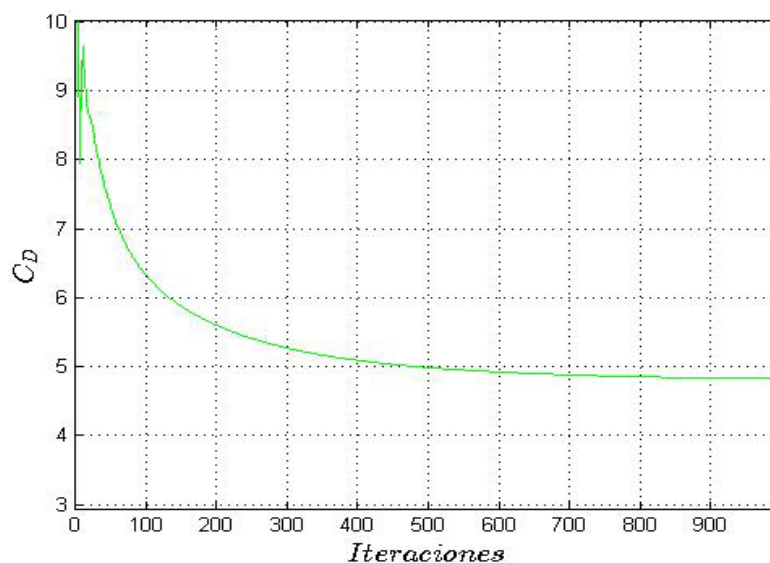


Figura 42. Coeficiente de sustentación. Flecha blanca.

En esta pluma blanca el gradiente de presiones positivo que se produce en el borde de ataque de la pluma y en la zona de recuperación de presión (tras la depresión producida en la punta de la pluma) es levemente mayor que el producido en la cara posterior obteniéndose un coeficiente de sustentación ligeramente negativo, $C_L = -0.03$.

De manera que la fuerza de sustentación o *Lift* se sigue aplicando en la dirección vertical pero el sentido que toma que en este caso es ligeramente descendente, aunque es prácticamente nula.

El coeficiente de sustentación, mostrado en la Figura 43, se ve afectado enormemente por la geometría de la pluma.

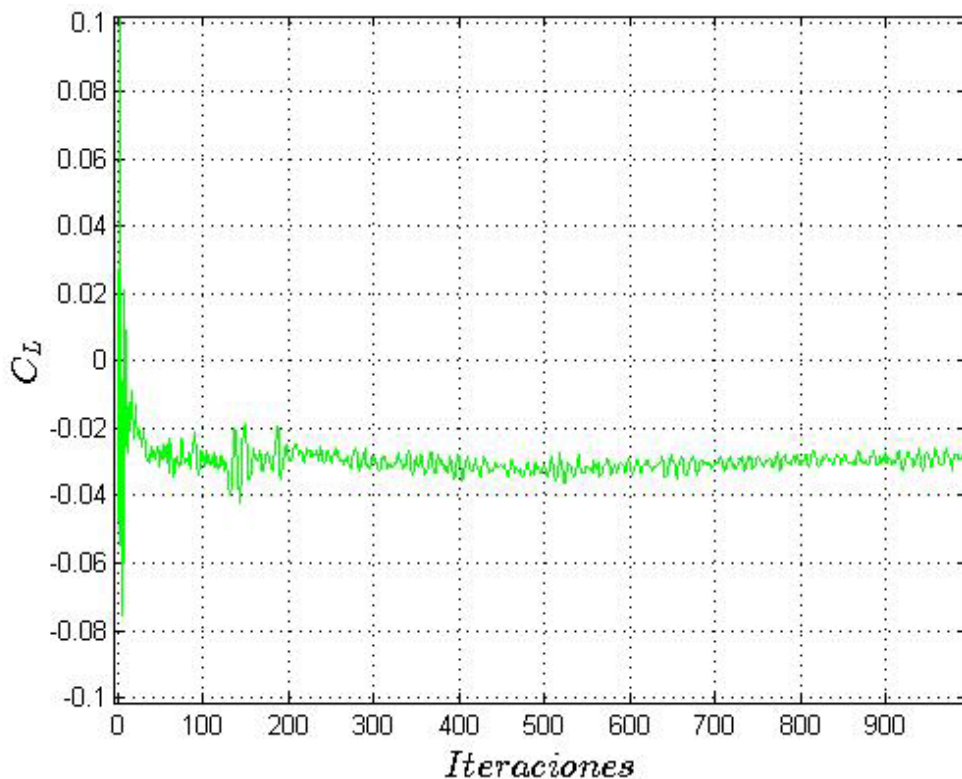


Figura 43. Coeficiente de sustentación. Flecha blanca.

La distribución de la presión estática en la flecha prototipo es similar al de la flecha blanca puesto que ambas tienen un contorno similar.

La diferencia entre estos dos casos radica, principalmente, en que la longitud de la aleta es sensiblemente menor y la altura del perfil es sensiblemente mayor en la flecha prototipo, esto supone que la inclinación del lado sobre el que incide el aire es mayor, lo que provoca que se encuentren dos gradientes de presión contrarios en un espacio más reducido como se aprecia en la Figura 44.



Figura 44. Contornos de presión estática. Flecha prototipo.

En la flecha prototipo se alcanza una presión mínima de $-17,9 \text{ Pa}$, inferior a la obtenida en las otras dos flechas. Mientras, en la punta se registra una presión de $68,4 \text{ Pa}$ dando lugar a un gradiente adverso de presión de $86,3 \text{ Pa}$, el más grande de los tres casos simulados. Es por ello que el coeficiente de arrastre es el mayor de las tres flechas estudiadas, $C_D = 5,3$, Figura 45.

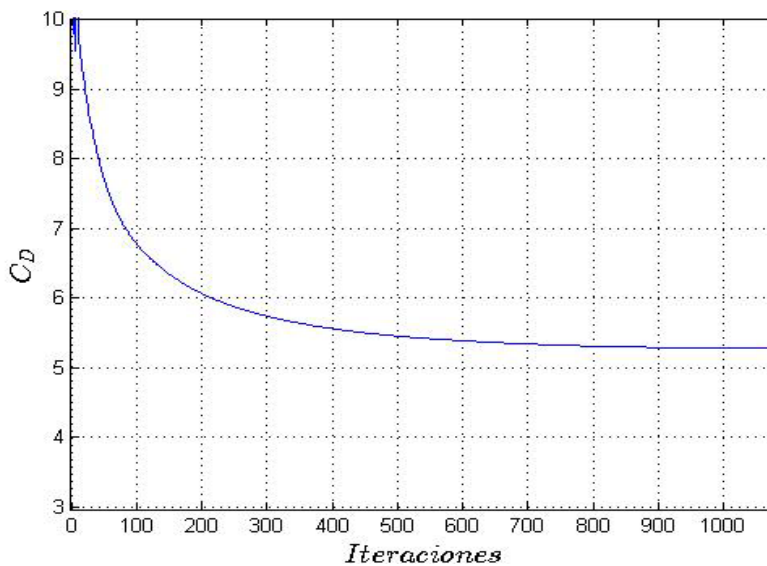


Figura 45. Coeficiente de arrastre. Flecha prototipo.

El coeficiente de sustentación vuelve a tener un comportamiento oscilatorio que, tras una amortiguación en las 75 primeras iteraciones, comienza a adoptar cierto carácter periódico y a acotarse en valores por entre 0 y -0.05 . El valor medio de esta oscilación continua es muy cercano al que se produce en la flecha blanca aunque es ligeramente mayor en la flecha prototipo con un $C_L = -0.0235$ como se puede ver en la Figura 46.

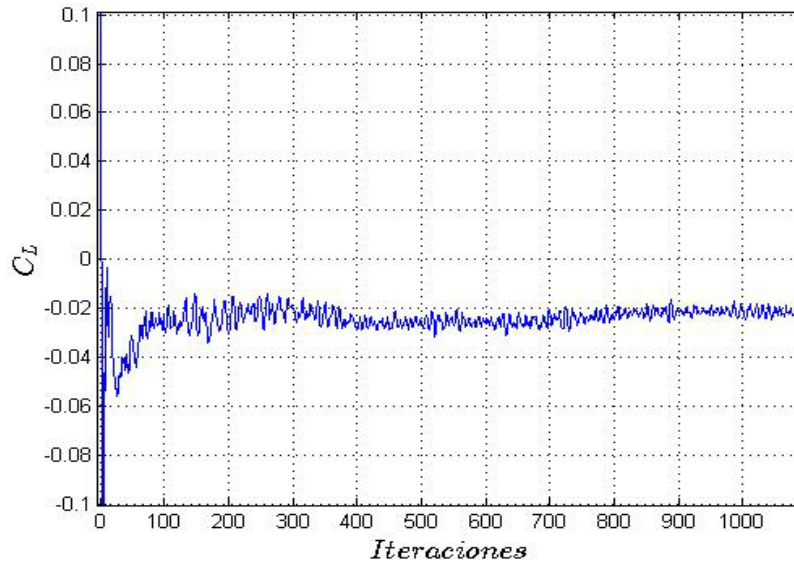


Figura 46. Coeficiente de sustentación. Flecha prototipo.

Es en las plumas de flecha prototipo en la que se han practicado una serie de perforaciones que se pueden ver con más de talle en la Figura 47. Con esta práctica se pretende aliviar la tensión en la superficie de las plumas así como conseguir una estela más fina y alargada que permita disminuir la pérdida de energía cinética.

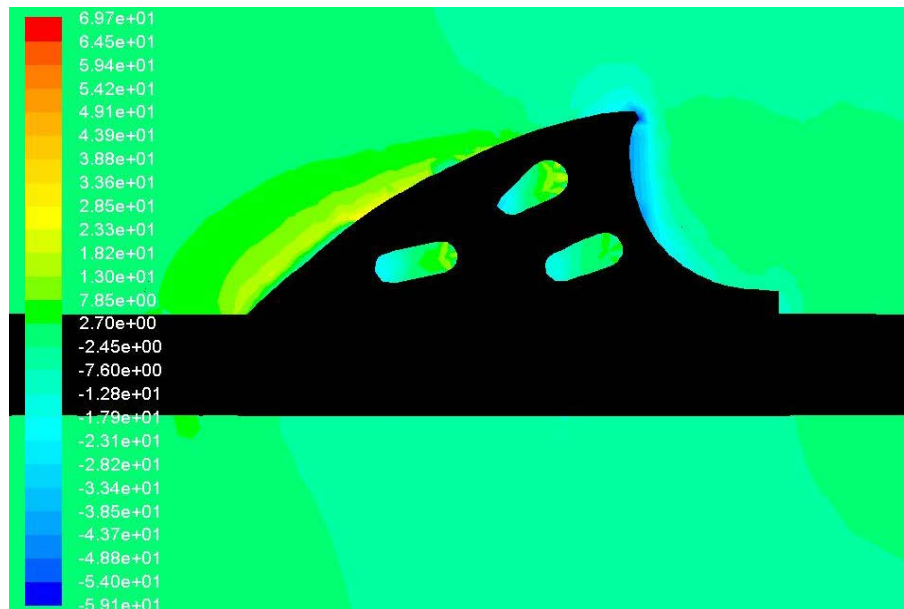


Figura 47. Contornos de presión estática. Flecha prototipo.

A continuación se explicarán varios fenómenos que se producen en el flujo y que dan soporte al por qué de los gradientes producidos y los coeficientes obtenidos.

Volviendo un momento a las figuras 38, 41 y 44, se puede observar en los tres casos se ve cómo en la parte posterior del tubo de la flecha se produce la aparición de dos anillos adheridos a la base, se trata de las llamadas *burbujas de recirculación*. Su aparición tiene lugar en la región de bajas presiones que se crea tras la base del sólido, Figura 48, cuando la masa arrastrada por la capa de cortadura entra en esta zona de baja presión y es movida a contracorriente produciendo las citadas burbujas.

Estas burbujas se desplazan aguas abajo del sólido y, de su tamaño y del valor que la presión tiene en ellas va a depender el valor del coeficiente de arrastre inducido, que guardará una relación directamente proporcional a los parámetros mencionados. Se caracterizan porque cuentan con velocidad axial negativa y sentido de rotación opuesto entre sí, su tamaño depende del número de Reynolds y es directamente proporcional a la relación de aspecto L/D .

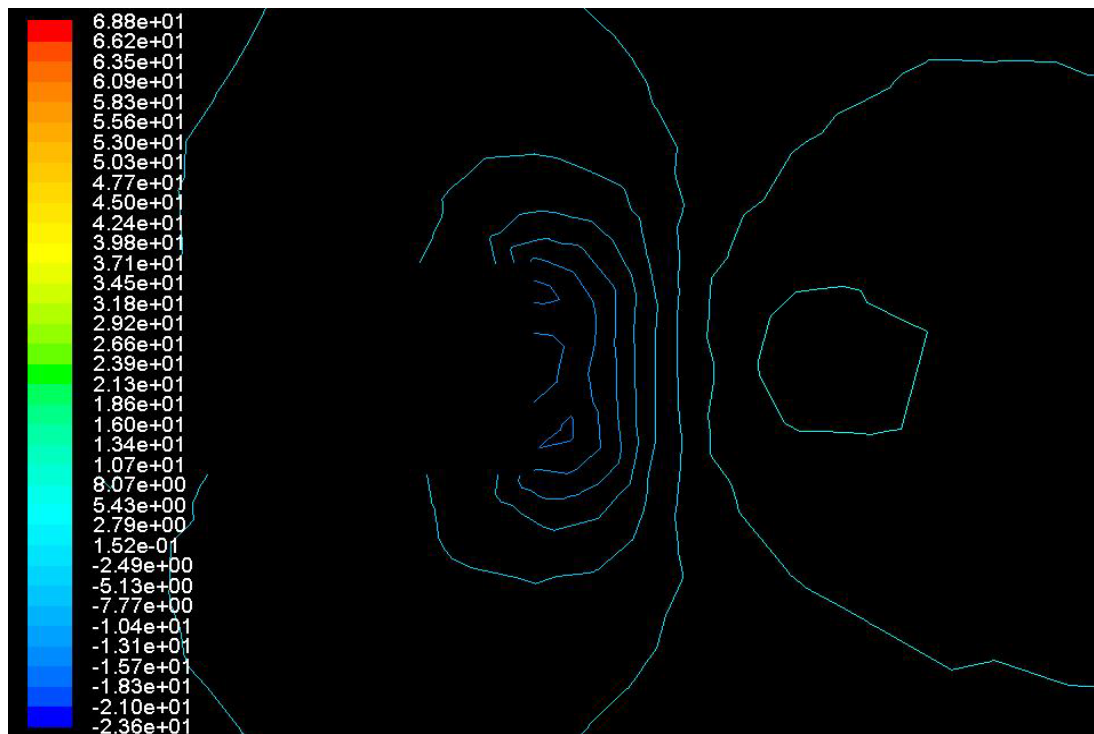


Figura 48. Contornos de presión estática tras la flecha. Flecha verde.

Tras la región de bajas presiones ocasionadas por las burbujas, ésta comienza a aumentar su valor en sentido de dentro de la burbuja hacia fuera recuperando parte de la presión perdida. Esta recompresión se hace visible en las tres simulaciones realizadas. Si se observa con detenimiento se aprecia en la Figura 48, tras la burbuja de recirculación, una región en la que se produce un aumento de presión hasta alcanzar nuevamente valores positivos. La recuperación de presión es generada por el arrastre de parte del flujo

que lleva consigo la capa desprendida tanto de la zona de bajas presiones como del fluido circundante, aunque la recuperación no llega a ser completa ya que se producen pérdidas debido a la cantidad de masa fluida que es movida a contracorriente al entrar en la burbuja. Esta expansión se extiende hasta llegar al punto de remanso (en el eje) en el que ambas capas se adhieren de nuevo.

Las burbujas de recirculación y su comportamiento, además de verse en la representación de los contornos de presión estática, se hacen visibles de forma más clara incluso representando los vectores de velocidad axial, Figura 49.

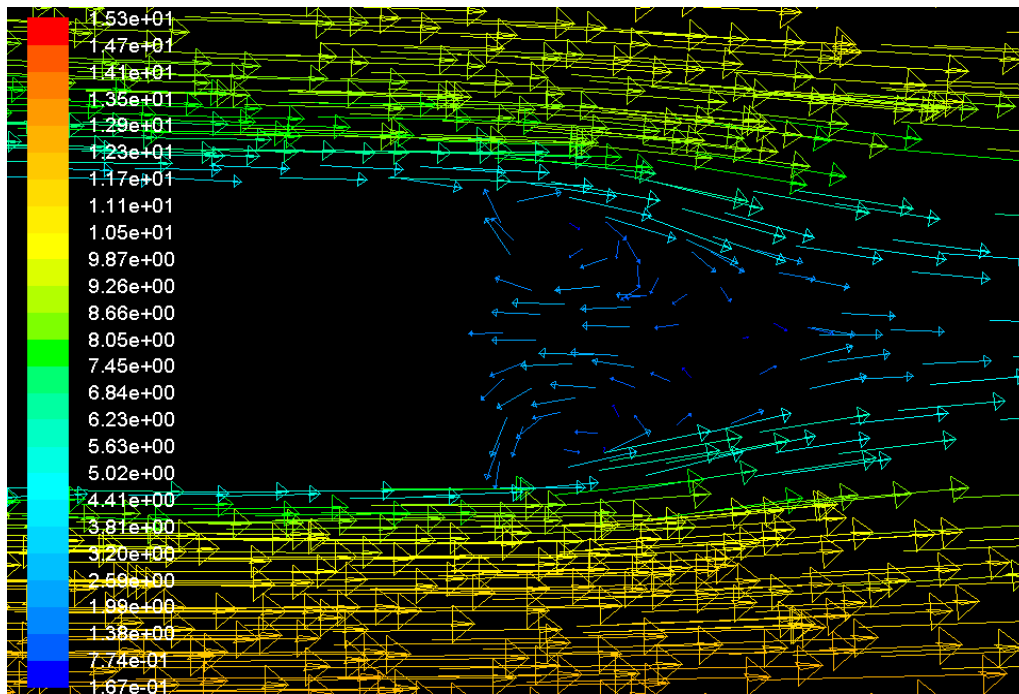


Figura 49. Vectores de velocidad en la zona de las burbujas de recirculación. Flecha verde.

Se conoce que la velocidad axial del flujo en las burbujas de recirculación es negativa y que estas presentan una configuración muy similar en las tres flechas. Es por ello que, por motivos de pura economía, solamente se mostrarán los vectores de las burbujas originadas tras la flecha verde. La Figura 49 muestra cómo, en esta región, el flujo se desplaza en sentido contrario al del flujo circundante formando dos burbujas con sentido de rotación opuesto y simétricas entre sí respecto del eje principal de la flecha.

Las burbujas además, se caracterizan porque el valor del vector velocidad en ellas (en módulo) va disminuyendo conforme se va a adentrando hacia el centro de la burbuja, punto en el cual alcanza un valor de velocidad igual a 0. Se dice por tanto que están delimitadas por dos puntos de remanso.

En la Figura 50 se puede ver que la zona de recirculación provocada por las bajas presiones junto con la separación de la capa límite, producen una disminución de la velocidad en dichas zonas y con ello, una disminución de la energía cinética del fluido dentro de ellas.

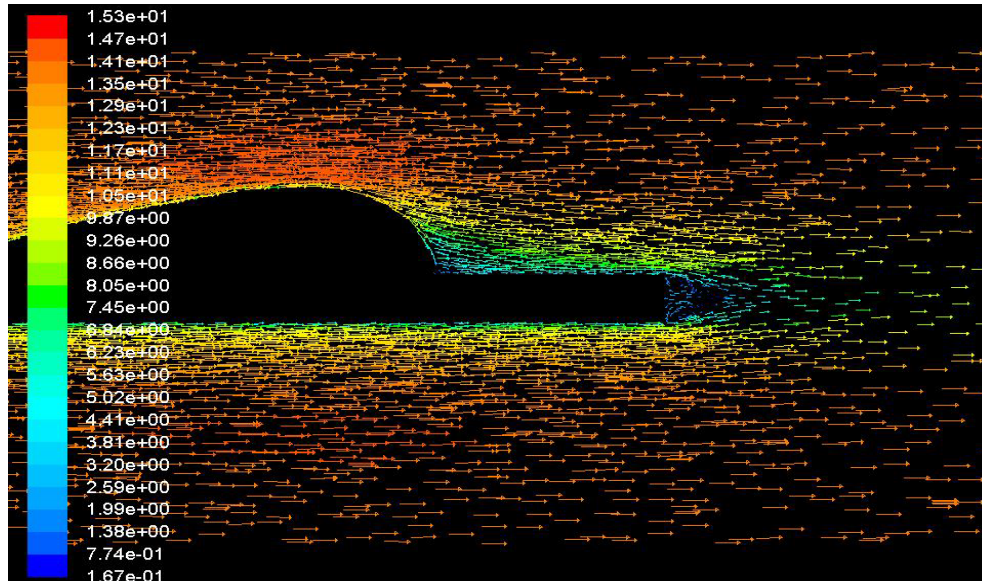


Figura 50. Vectores de velocidad. Flecha verde.

Prestando especial atención a la parte posterior de la aleta o pluma y a la región del espacio tras la flecha (Figura 51 y Figura 52), para la velocidad de flujo dada $U_{\infty} \cong 13.5 \text{ m/s}$ se produce un pequeño desprendimiento de vórtices tras el final del tubo de la flecha. Este desprendimiento tiene cabida debido a una pérdida de presión acentuada.

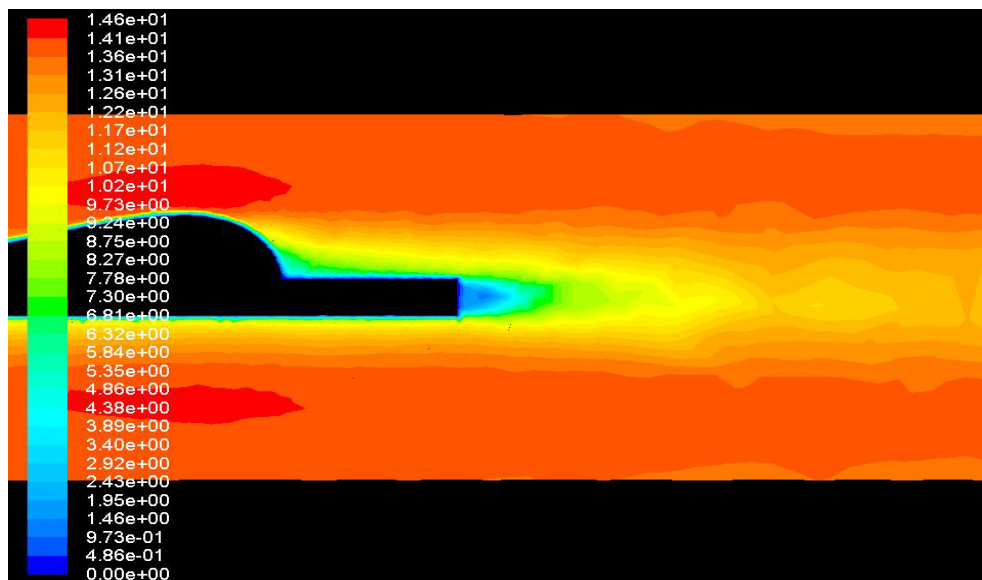


Figura 51. Contornos de velocidad en la zona posterior. Flecha verde.

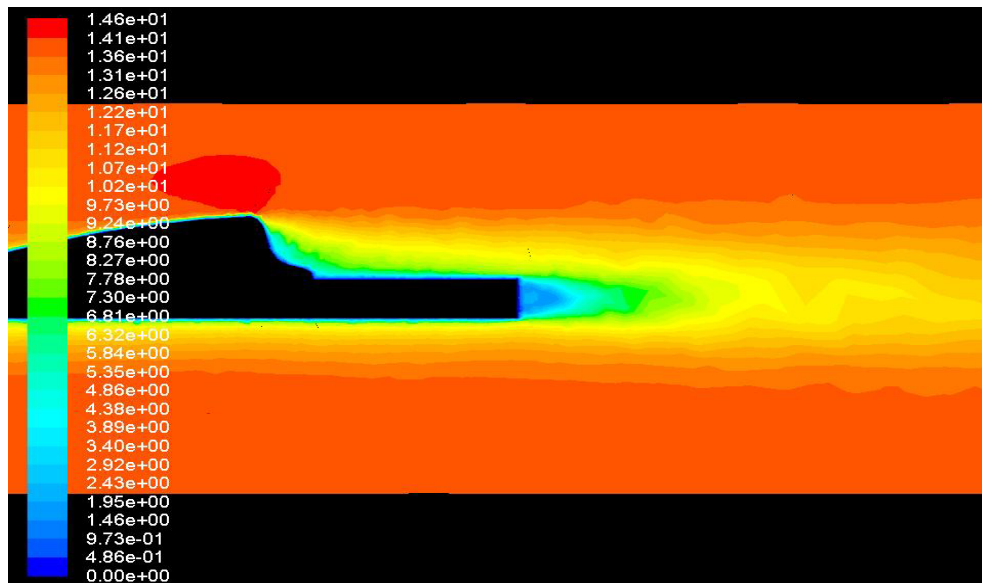


Figura 52. Contornos de velocidad en la zona posterior. Flecha blanca.

Es de señalar la importancia de la geometría de la pluma en el comportamiento del flujo tras ella ya que modifica su configuración en el desprendimiento y en la estela en función de la pluma en cuestión.

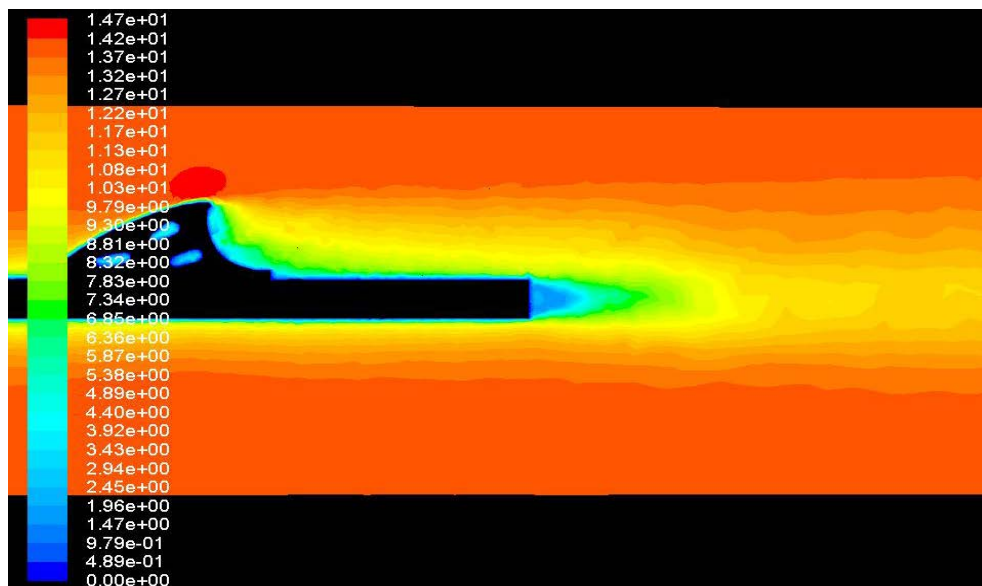


Figura 53. Contornos de velocidad en la zona posterior. Flecha prototipo.

Tanto en las figuras 51 y 52, como en la 53 se aprecia la teoría de la capa límite laminar, turbulenta y su transición la cual se produce a partir del del paso del flujo por las aletas. Antes de llegar a la aleta se observa que los efectos viscosos del movimiento del flujo se confinan a la capa límite desarrollada al comienzo de la frontera sólida. Sin embargo, al avanzar el flujo la propia geometría de las plumas o paletas constituyen un obstáculo para este avance, de tal forma que generan en esta zona presiones negativas que

producen un desprendimiento de tal forma que se vuelve turbulento, disminuyendo su velocidad y disipando mayor cantidad de energía. El fluido en esta región del espacio se mueve en todas direcciones.

En el interior de esta capa turbulenta se aprecia la presencia de una subcapa con comportamiento semi-laminar debido a que la superficie es relativamente lisa que se denomina subcapa límite laminar. La velocidad en esta subcapa es prácticamente igual a 0 mientras que a partir de la frontera de la capa turbulenta es el gradiente de la velocidad el que es despreciable.

4.5.2 Flecha Partida

De forma paralela a la simulación de las tres flechas completas, se ha realizado un proceso en el que se ha dividido una de las flechas en dos partes y se ha simulado cada una de ellas por separado. Para ello se ha dividido la flecha en dos trozos de aproximadamente la mitad de su longitud y se han simulado la parte de la punta primero, y la parte de la cola después con el perfil de velocidades y presiones de salida obtenidos en la punta como perfil de entrada en la cola.

El objetivo de este proceso es reducir el coste computacional del proceso disminuyendo el tamaño de la malla y el número de nodos, y comprobar si los resultados obtenidos coinciden con los obtenidos en la simulación de la flecha completa.

Al tratarse de una malla con menor carga nodal, para un mismo número de iteraciones se espera que el programa resuelva las ecuaciones que dominan el flujo en cada uno de los nodos con mayor precisión.

La flecha que se ha estudiado en este proceso ha sido la flecha verde. Tras los procesos de división y mallado vistos con anterioridad al principio del presente apartado, se procede a la simulación de las geometrías.

4.5.2.1 Punta de la flecha: los parámetros que se fijan para la simulación de la flecha son los mismos que se fijaron para la flecha completa.

- *General: Solver* → *Pressured – Based; Time* → *Steady*
- *Models: Viscous* → *Kepsilon*
- *Materials: air* → *viscosity* = $1.8375 \cdot 10^{-5} [kg/m \cdot s]$
- *BoundaryConditions:*
 - *arrow* → *wall(NoSlip)*
 - *boundary* → *wall (Specified Shear)*

- inlet → velocity – inlet(X velocity = 13.5 m/s)
- outlet → pressure – outlet
- *ReferenceValues:*
 - *Area* → $1.963495 \cdot 10^{-5} [m^2]$
 - *Density* → $1.225 [kg/m^3]$
 - *Length* → $0.6 [m]$
 - *Velocity* → $13.5 [m/s]$
 - *Viscosity* → $1.8375 \cdot 10^{-5} [kg/m \cdot s]$
- *SolutionMethods:*
 - *Pressure – Velocity Coupling* → *SIMPLE*
 - *Spatial Discretization*
 - *Gradient* → *Least Squares Cell Based Gradient;*
 - *Pressure* → *Standard*
 - *Momentum* → *Second Order Upwind*
 - *Turbulence Kinetic Energy* → *Second Order Upwind*
 - *Turbulence Dissipation Rate* → *Second Order Upwind*
- *Monitors: Drag* → C_D , *Lift* → C_L

Una vez se definen estos parámetros solo falta que se inicialice la solución desde *Inlet* y se puede comenzar la simulación.

El resultado obtenido de dicha simulación es muy similar al obtenido en la flecha completa. En la representación de los contornos de presión estática, Figura 54, se ve que la concentración de presión en el pico de la punta, Figura 55, es ligeramente mayor que en la simulación de la flecha completa aunque se mantiene estable a lo largo de todo el dominio computacional.

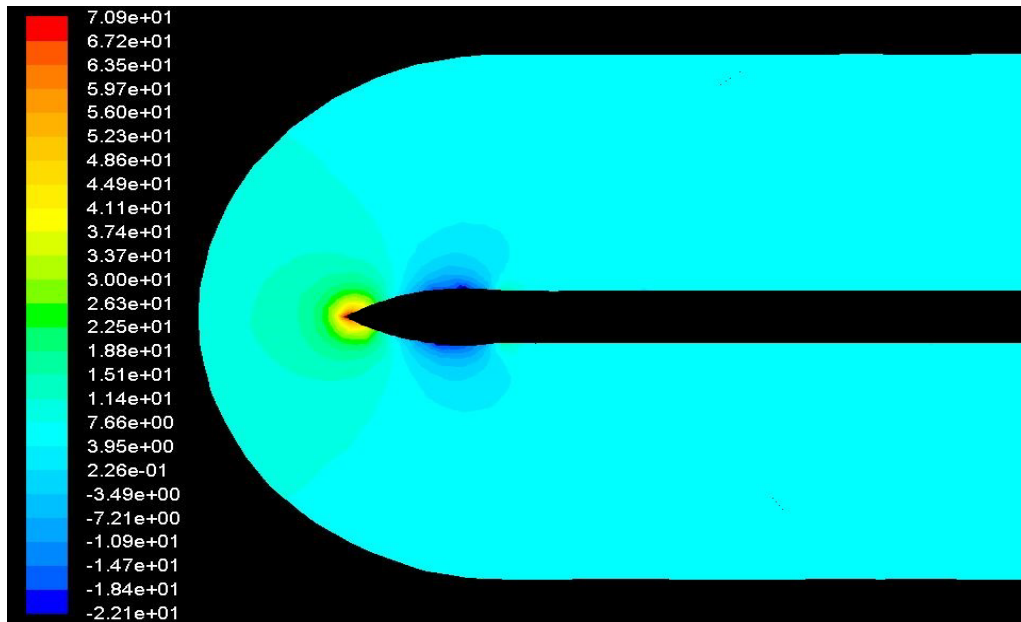


Figura 54. Contornos de presión estática. Punta.

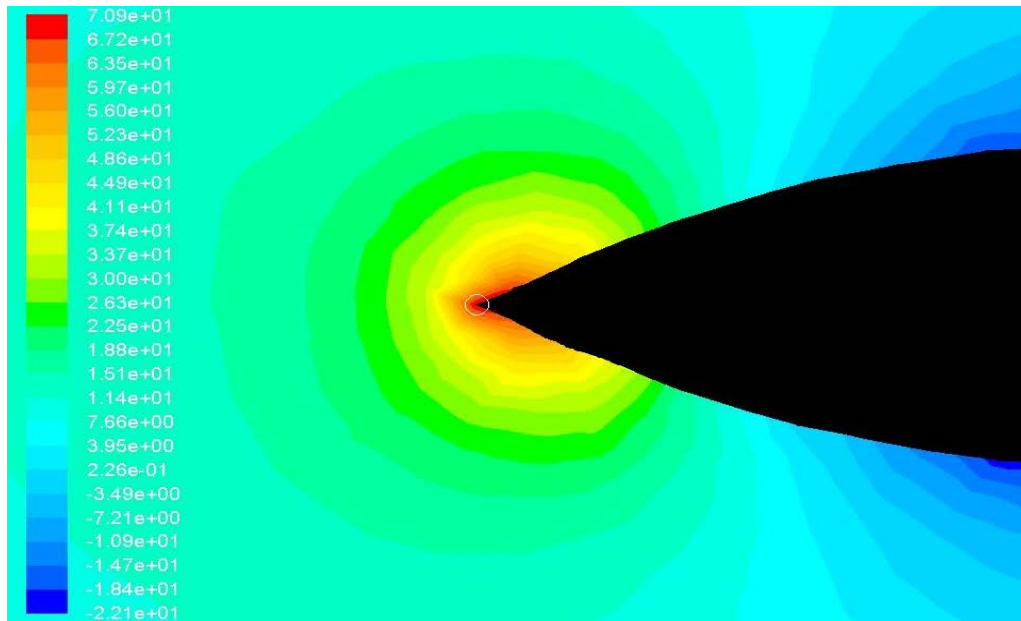


Figura 55. Presión estática en el punto de remanso del pico. Punta.

El campo de velocidad también se mantiene constante y estable en todo el dominio. En la corona circular que delimita el final del dominio computacional de la punta, Figura 56, se puede ver como la distribución de las presiones es perfectamente estable, sin que se produzca ningún tipo de desprendimiento ni turbulencia que altere su progreso aguas abajo.

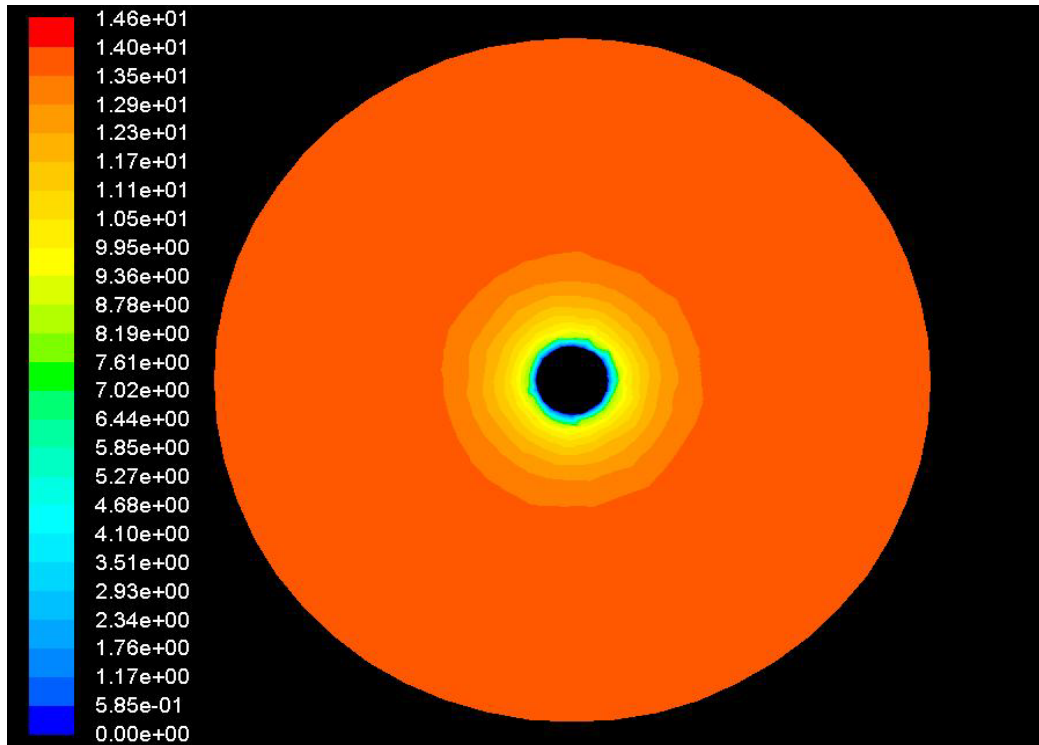


Figura 56. Contornos de velocidad en el plano de salida. Punta.

En cuanto a los resultados numéricos de este proceso, los coeficientes de arrastre y de sustentación obtenidos tienen valores de $C_D = 3.54$ y $C_{L(MEDIO)} = -0.0005$ y se representan a continuación en las gráficas representadas por MATLAB, Figura 57 y Figura 58.

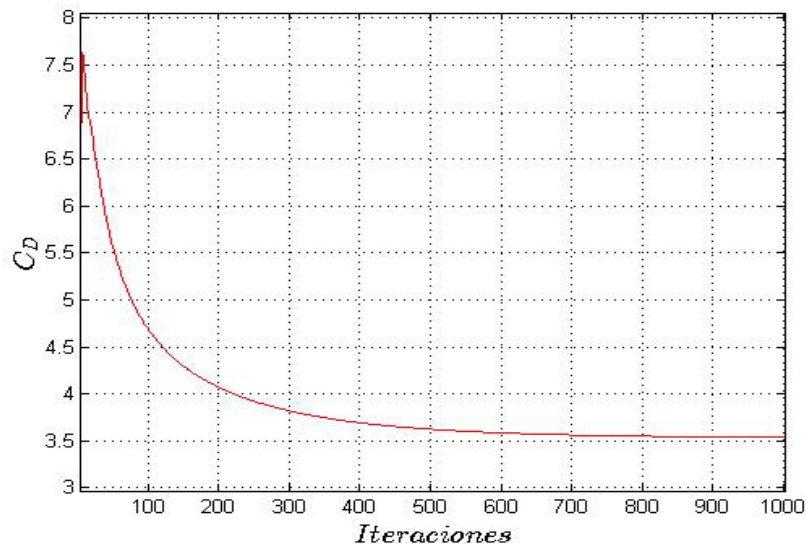


Figura 57. Coeficiente de arrastre. Punta.

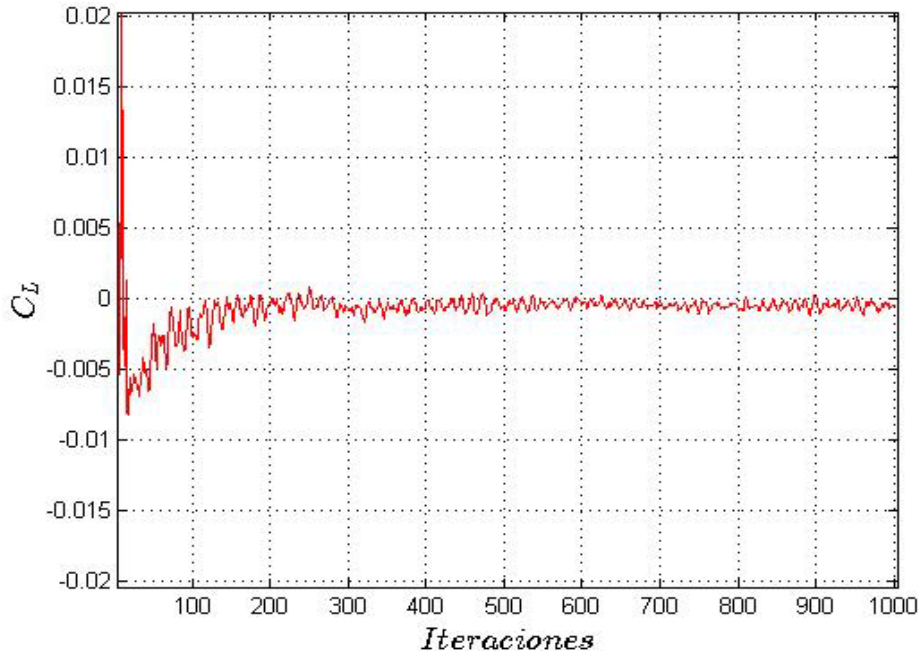


Figura 58. Coeficiente de sustentación. Punta.

En el plano de salida se ha creado un perfil que recoge los datos de presión y de la magnitud de la velocidad en los tres ejes, el cual será cargado en el siguiente proceso de simulación.

4.5.2.2 Pluma de la flecha:

El proceso de preparación para la simulación es idéntico al realizado en la punta, aunque alberga con un par de variaciones. En primer lugar, habrá que introducir como datos de entrada el perfil de salida recogido en el apartado anterior, para ello será necesario leer el perfil en la pestaña de las condiciones de contorno y, una vez cargado, seleccionar las componentes de velocidad como las recogidas en el perfil. En segundo lugar, se debe modificar la longitud del cuerpo a 0.17 m en los valores de referencia.

Una vez determinados todos los parámetros y realizadas las iteraciones pertinentes hasta la convergencia de los resultados, se analizan los resultados obtenidos. El gradiente de presión estática de la pluma por separado, Figura 59, nos da información acerca de la distribución de manera más clara y visual puesto que al recoger un rango de valores más reducido, la escala cromática define los gradientes de forma más intensa.

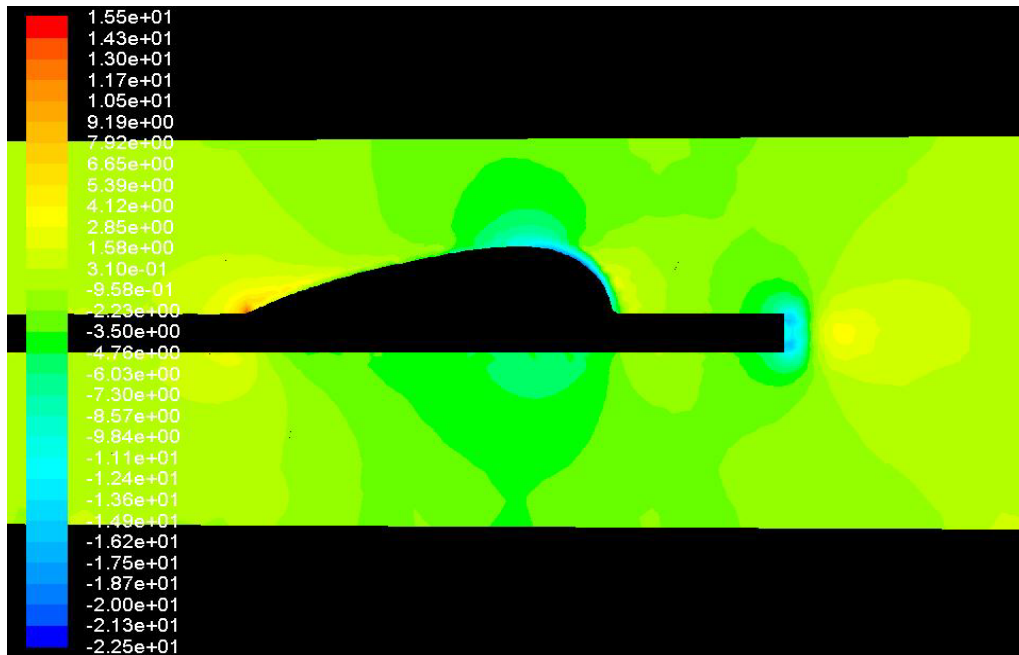


Figura 59. Contornos de presión estática. Pluma.

En la Figura 60 se muestra con más claridad la transición del gradiente de presión adverso debido al cambio repentino de la sección del cuerpo y a la influencia de los efectos viscosos debidos al rozamiento.

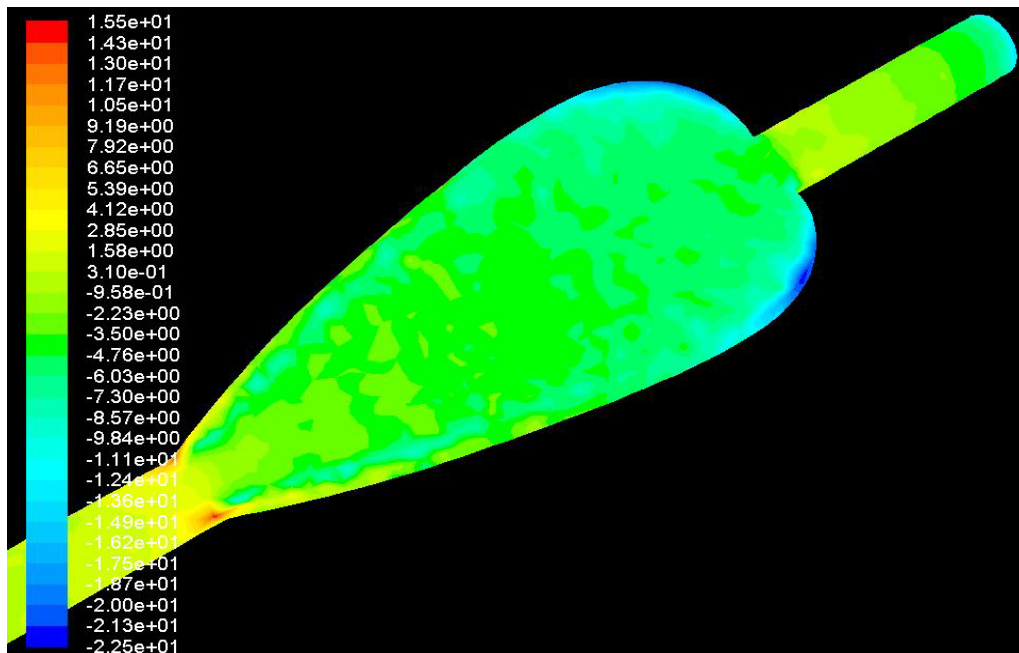


Figura 60. Contornos de presión estática sobre la superficie. Pluma.

Las pérdidas de presión que se producen y la estela generada aguas atrás del sólido son similares en ambos procesos de simulación (flecha completa y flecha partida).

El coeficiente de arrastre inducido en este caso, Figura 61, presenta un comportamiento oscilatorio por lo que se recurrirá una vez más a MATLAB para conocer su valor medio $C_{D(MEDIO)} = 1.757$

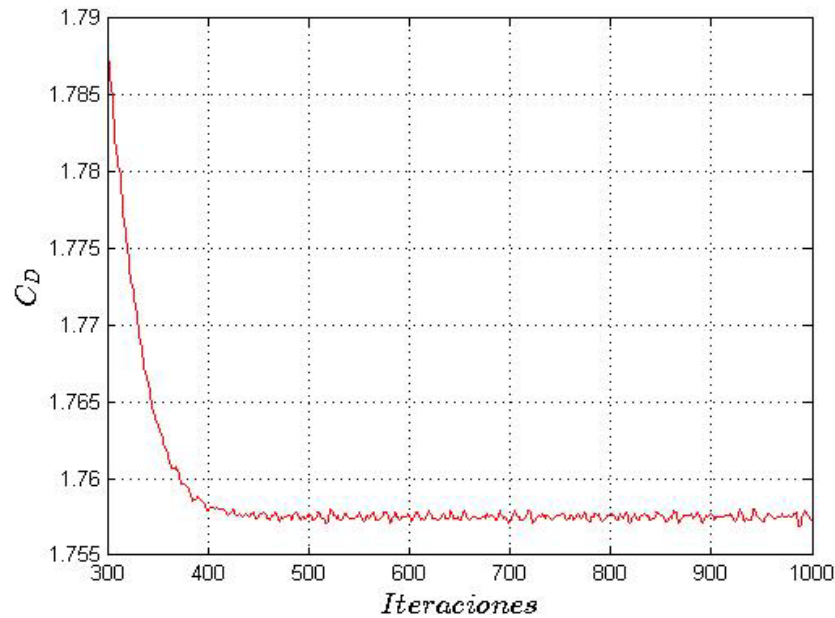


Figura 61. Coeficiente de arrastre. Pluma.

El coeficiente de sustentación generado por el gradiente de presión adverso en este caso de pluma aislada, representado en la Figura 62, presenta un comportamiento irregular y oscilatorio con un valor medio $C_{L(MEDIO)} = 0.021$

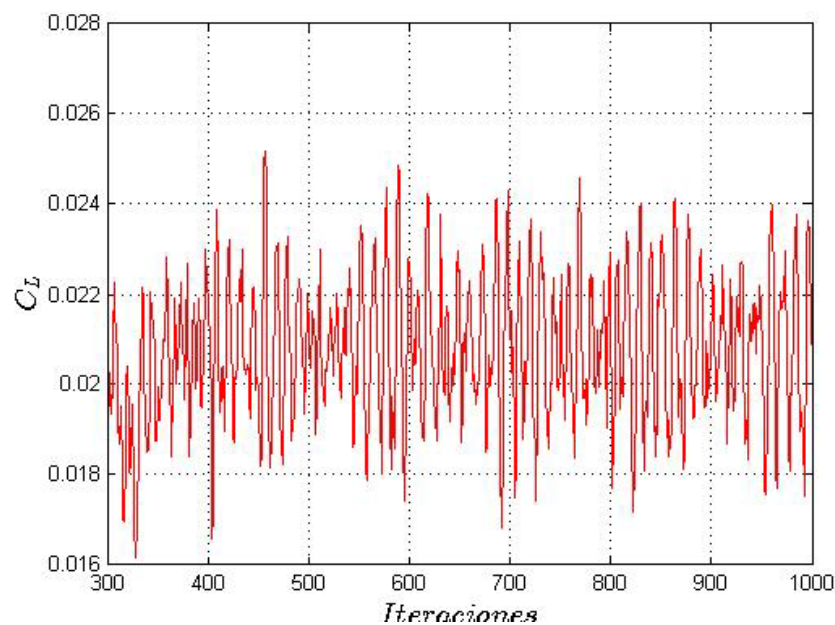


Figura 62. Coeficiente de sustentación. Pluma.

El campo de velocidad obtenido es similar al obtenido en la simulación de la flecha completa en resultados tanto cualitativos como cuantitativos. En la Figura 63 se aprecia con una poca mayor claridad el efecto del desprendimiento de pequeños vórtices en la estela con una velocidad inferior a la del flujo.

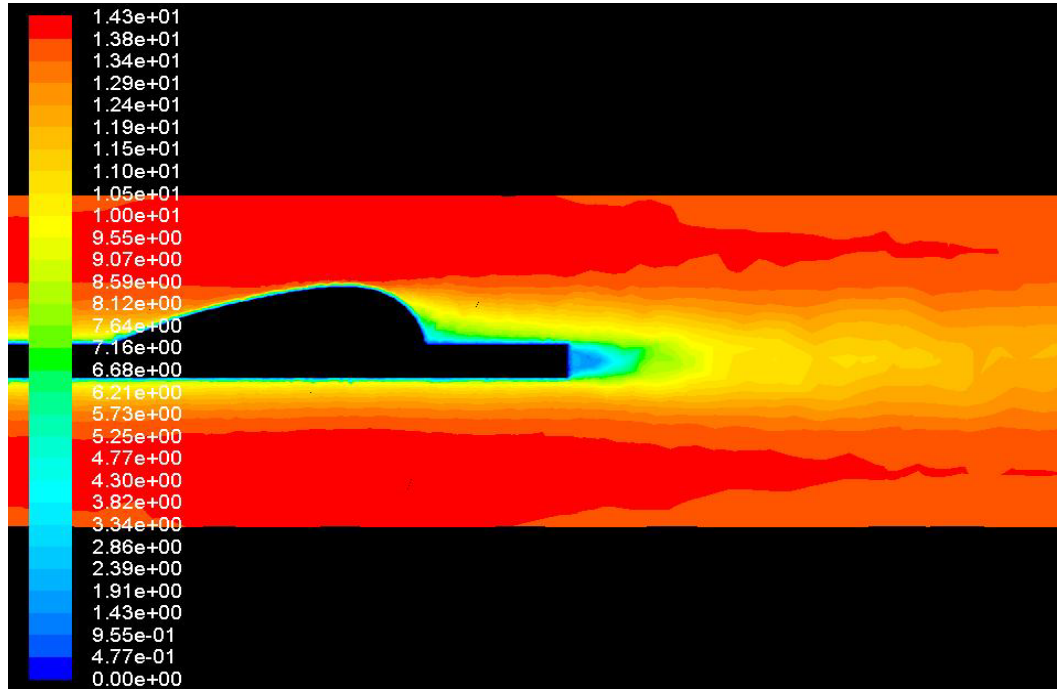


Figura 63. Contornos de velocidad. Pluma.

Ahora que se dispone de los resultados de las simulaciones de ambas partes se procede a la unificación de los resultados. En la punta se observa que el C_D que se obtiene es bastante mayor que el obtenido en la parte de la pluma, esto se debe a que el centro de arrastre se sitúa aproximadamente en la mitad de la longitud de la distancia entre la punta y las plumas o paletas cuanto más atrás mejor, de lo contrario la flecha será inestable en el vuelo.

Para obtener los valores totales que resultan de este proceso sólo queda sumar los valores resultantes de la punta y de la pluma.

$$C_{D(TOTAL)} = C_{D(PUNTA)} + C_{D(PLUMA)} = 3.54 + 1.7576 = 5.2976$$

Si se compara con el coeficiente de arrastre de la simulación completa se observa que el obtenido en este proceso es mayor que el de la flecha completa

$$C_{D(TOTAL)} = 5.2976 > C_{D(FLECHA\ COMPLETA)} = 4.95$$

En el caso del coeficiente de sustentación el resultado total es el siguiente.

$$C_{L(TOTAL)} = C_{L(PUNTA)} + C_{L(PLUMA)} = -0.0005 + 0.0207 = 0.0202$$

Que comparado con el correspondiente valor obtenido en la simulación completa vuelve a salir ligeramente superior.

$$C_{L(TOTAL)} = 0.0202 > C_{D(FLECHA COMPLETA)} = 0.0059$$

Esta divergencia de resultados puede deberse a diversos factores. Uno de ellos es el menor número de nodos de la malla que invita a pensar que el proceso será un poco más preciso en el caso de la flecha por partes con respecto a la flecha completa, aunque tampoco se trata de una cantidad excesivamente superior de nodos por lo que el resultado esperado es más o menos el mismo.

Otro posible motivo de esta disparidad en los resultados reside en la mayor longitud que tiene la flecha por partes, si se suman ambas, sobre la flecha completa. Al partir la flecha no se hizo exactamente por la mitad, sino que se cogió un tramo intersticial entre el final de la parte anterior y el comienzo de la posterior. La intención de este solapamiento era disponer de un tramo entre medias que permitiese al perfil de entrada del flujo desarrollarse un poco antes de llegar a la zona de estudio en lugar de iniciarse en ella directamente. Este pequeño exceso de longitud añade masa al cuerpo y distancia entre el centro de arrastre, en el cual se aplican las fuerzas, y el centro de masas afectando directamente a las fuerzas de arrastre y sustentación inducidas.

Por otra parte también hay razones por las que pensar que el proceso por partes es más impreciso que el de la flecha completa. El hecho generar un perfil que guarde los datos de los distintos campos que caracterizan el flujo, para después cargarlo en la parte posterior como perfil de entrada, puede dar lugar a pequeños errores o discontinuidades en los valores. Cabe la posibilidad de que el tramo de solapamiento tomado para el desarrollo del flujo no sea lo suficientemente extenso y que las características que se toman no sean exactamente las reales.

Aun así la diferencia entre los resultados no es muy abultada por lo que, por comodidad, se confiará en los valores obtenidos en las simulaciones de las flechas.

4.6 Conclusiones del Cálculo Numérico

De acuerdo con el análisis realizado de los resultados obtenidos para las distintas geometrías sometidas a la acción de un flujo tridimensional y turbulento, se concluye que la geometría que mejor comportamiento aerodinámico presenta es la de la flecha con la pluma verde.

Esta presenta el coeficiente de sustentación más próximo a 0 (comportamiento ideal) de los tres modelos, disminuye el coeficiente de sustentación con respecto al de la flecha prototipo y, aunque un poco por encima de él, se encuentra muy próximo al C_D de la flecha blanca.

5 CONCLUSIONES GENERALES

El objetivo principal que se perseguía con la realización de este proyecto era conocer las fuerzas que actúan sobre una flecha empleada en tiro con arco cuando actúa sobre ella una corriente incidente de aire a una velocidad dada, y determinar cómo influye la geometría de las plumas situadas en la parte posterior en la aplicación e influencia en el vuelo de estas fuerzas. Para ello se realizó un proceso experimental y otro numérico con el fin de poder contrastar los resultados.

En el apartado experimental se ensayaron 3 modelos distintos de flecha en el túnel de viento, se procesaron los datos de fuerzas y presiones obtenidos, y se concluyó que quedaba experimentalmente probado que la flecha con mejores características aerodinámicas es la flecha prototipo, pues el C_D obtenido es notablemente inferior que en los otros dos modelos. Esta conclusión tiene lógica si se toma como referencia de apoyo al estudio el concepto conocido como “*Alargamiento*” o “*Razón de Aspecto*”. Este es un coeficiente adimensional de estabilización que se emplea para determinar la eficiencia y el reparto con el que se aplica la fuerza estabilizadora. Cuanto mayor sea la altura de la pluma, mayor será la homogeneidad con que se reparte la fuerza estabilizadora sobre su superficie. El alargamiento se representa por medio de la letra “*A*” y se expresa analíticamente como:

$$A = \frac{d^2}{2 \cdot S}$$

Donde d es el diámetro en centímetros del círculo que formarían los estabilizadores al rotar vistos de frente y S la superficie en centímetros cuadrados de cada estabilizador o pluma. Por tanto, el alargamiento será directamente proporcional al diámetro d e inversamente proporcional a la superficie S .

Si se realiza el cálculo del alargamiento para cada flecha, basta con conocer el alto de las plumas y sumarlo radio del tubo (dato que ya se conoce) para conocer el diámetro d . La superficie de los estabilizadores la calcula el propio programa. Se tiene por tanto para cada estabilizador:

- Flecha verde: la flecha verde tiene una altura de 10 mm y una superficie de $252,29 \text{ mm}^2$.

$$d = (10 + 2,5) \cdot 2 \text{ mm} = 25 \text{ mm} = 2,5 \text{ cm}$$

$$A = \frac{(2,5)^2 \text{ cm}^2}{2 \cdot 2,5229 \text{ cm}^2} = 1,3865$$

- Flecha blanca: en el caso de la flecha blanca la altura del perfil es de 9 mm y la superficie $202,19\text{ mm}^2$.

$$d = (9 + 2,5) \cdot 2\text{ mm} = 23\text{ mm} = 2,3\text{ cm}$$

$$A = \frac{(2,3)^2\text{ cm}^2}{2 \cdot 2,0219\text{ cm}^2} = 1,30817$$

- Flecha prototipo: la flecha prototipo tiene la altura de perfil más alta con 12 mm , al mismo tiempo que su superficie es la menor con $113,82\text{ mm}^2$.

$$d = (12 + 2,5) \cdot 2\text{ mm} = 29\text{ mm} = 2,9\text{ cm}$$

$$A = \frac{(2,9)^2\text{ cm}^2}{2 \cdot 1,1382\text{ cm}^2} = 3,69443$$

Queda probado así que la flecha prototipo tiene mejores prestaciones aerodinámicas que las otras dos flechas estudiadas.

Aunque se suponen correctos los resultados, no deja de llamar la atención la excesiva magnitud de los valores obtenidos, así como la gran diferencia entre el C_D de la flecha prototipo en comparación con las otras dos (la mitad de su valor).

Esto puede deberse a la acumulación de imprecisiones que se pueden cometer a la hora de realizar los ensayos y el posterior procesamiento de datos. No es tarea sencilla ya que se producen numerosos pasos intermedios desde que se sitúa la flecha en el túnel de viento y se toman los datos de presión, hasta que se convierten en los coeficientes adimensionales C_D y C_L (imprecisiones en el montaje de la sujeción de la flecha, mala calibración de los sensores conectados al Tubo de Pitot, transformación de datos de presión en velocidad, fuerzas y coeficientes, etc.).

Otro posible motivo de fallo viene determinado por la propia naturaleza de los ensayos, los cuales presentan las siguientes características principales:

- Velocidad de flujo relativamente pequeña con respecto a la velocidad del sonido, elevada rigidez del cuerpo estudiado.
- Parámetro adimensional representativo n° de Reynolds.
- Relación entre fuerzas de inercia y fuerzas de fricción expresada en términos de parámetros geométricos del cuerpo y del flujo.
- Sólido de formas suaves en los que la transición de laminar a turbulento se produce una vez sobrepasado el Reynolds crítico.

Se conoce que en ensayos con las características descritas sobre estas líneas es el número de Reynolds el que determina el paso de un régimen de flujo a otro y esta transición a su vez es la que determina el desprendimiento de la capa límite. Se puede decir por tanto que en cuerpos esbeltos puede existir una dependencia de las cargas aerodinámicas con el Reynolds crítico. Esta dependencia puede ocasionar errores de interpretación al ensayar modelos de cuerpos esbeltos en el túnel de viento pues, es posible que tratándose de un régimen turbulento en la capa límite del cuerpo inicial, en los ensayos se tenga un número de Reynolds inferior al crítico. Se tendría de este modo una capa límite laminar en todas partes con lo que, de haber desprendimiento, se producirían configuraciones muy dispares.

En nuestro caso se creó el desarrollo experimental en base a un cuerpo del que se suponía un diámetro igual a la unidad par a el que se suponían unas condiciones de flujo claramente turbulentas ($Re = 9 \cdot 10^5$), mientras que si se recalculan las condiciones del flujo empleándose el diámetro real de la flecha $d = 0.005 \text{ m}$ se obtiene un valor del número de Reynolds $Re = 4500$, situado en la frontera entre laminar y turbulento.

Esto supone un problema a la hora de evaluar la fiabilidad de los resultados obtenidos en los ensayos puesto que para mantener ese valor del Reynolds constante en los ensayos reales, habría que mantener constante la relación entre la velocidad del flujo y la longitud característica (el diámetro en este caso) $U_\infty \cdot d$. Esto no sucede ya que si se representan gráficamente los datos de velocidad del flujo recogidos por el sensor Druck 150PDI durante los ensayos se ve que U_∞ ronda valores entre 13.955 y 14.9 dependiendo el ensayo (valores muy próximos a los 13.5 m/s empleados inicialmente).

En cuanto al procedimiento realizado en el cálculo numérico, la caracterización del flujo y su comportamiento alrededor de cada flecha se ha llevado a cabo de forma idéntica en cada caso, variando únicamente la geometría del estudio.

Los resultados permiten caracterizar el flujo inducido alrededor de las flechas. Sin embargo, son los resultados cuantitativos los que no concuerdan con lo que se esperaba, pues sitúan a la flecha prototipo como la que peor comportamiento presenta, produciendo mayor fuerza de arrastre inducida que los otros dos modelos.

Esta incongruencia o falta de precisión en los resultados podría solucionarse variando la forma de realizar cálculo numérico.

Una forma de obtener mejores resultado sería cambiar por completo el modelo de mallado. La malla que se emplea en este proyecto es una malla no estructurada en 3D con tetraedros en sus caras los cuales son ampliamente empleados en modelos turbulentos. Sin embargo, si se cambiase por una malla estructurada en 2D se obtendría un mayor control de la misma. Esta permitiría dividir el dominio computacional en distintas

regiones o submallas en función de la geometría y cambiar el paso de malla en cada una de ellas, obteniéndose así celdas más pequeñas en aquellas zonas donde se intuye que el flujo será más inestable y se necesitará por tanto más control. Todo esto provocaría que se obtuviera una malla de calidad superior.

Además del mallado, también es posible que se aumente la calidad y precisión de los resultados mediante el empleo de un modelo de simulación distinto. En el presente proyecto se emplea el modelo RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes). Este método es ampliamente utilizado para flujos turbulentos y consiste en emplear una serie de suposiciones iniciales, ideadas por Osborne Reynolds, acerca de las ecuaciones de Navier-Stokes basadas en el conocimiento de las propiedades de los flujos turbulentos para dar una solución aproximada de estas ecuaciones. Se puede decir que modela lo que se prevé que sucederá pero no resuelve las ecuaciones.

Un modelo que introduciría una mejora en cuanto a precisión de resultados es el modelo LES (Large Eddy Simulation). Este método se encarga de resolver las ecuaciones propuestas en lugar de simular y promediar los valores como el RANS. El problema del modelo LES es que su uso supondría un coste computacional muy elevado, el cual no se puede asumir con los medios de los que se dispone en este proyecto.

6 BIBLIOGRAFÍA

1. **Dr. J. M. Meyers, Dr. D. G. Fletcher, Dr. Y. Dubief.***Lift and Drag on an Airfoil*, ME 123: Mechanical Engineering Laboratory II: Fluids,
2. **Universidad Nacional a Distancia UNAD.***Fenómenos de transporte- lección nº 19 Velocidad y arrastre sobre una placa plana.*
3. **Vernnard, J. Street, R.** *Elementos de Mecánica de Fluidos*. Editorial CECSA. 1985.
4. **Sotelo A., G.,** *Hidráulica general. Volumen I*, Editorial LIMUSA S.A. Sexta edición, México, 1982.
5. **Ludwig Prandtl.***Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung*, Proc. III Intern. Math. Congress, Heidelberg (1904). La traducción al español puede encontrarse en *Versión Crítica en Español del Trabajo de sobre el Movimiento de Fluidos con Viscosidad muy Pequeña*, Ingeniería Aeronáutica y Astronáutica, No 328, Julio 1992. Por **M. Rodríguez y R. Martínez-Val**.
6. **Techet, A. H.** 13.42 Lecture: *Vortex Induced Vibrations*, 2005.
7. **Williamson, C.H.K. y Roshko, A.** *Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder*. s.l. : J. Fluid Struct., 1998.
8. **Viswanath, P. R.** *Some thoughts on separation control strategies*. Bangalore: Experimental Aerodynamics Division, National Aerospace Laboratories, 2007.
9. **Juanjo Hernández.** Taller de Arquería.
10. **WWW.CARBUREIBLOGSPOT.COM**
11. **A. J. Chorin.** *Numerical solution of navier-stokes equations*. Mathematics of Computation, 22:745-762, 1968.
12. **Versteeg, HenkKaarle; Malalasekera, Weeratunge (2007).** *An introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education.
13. **HenkKaarleVersteeg, WeeratungeMalalasekera (2007).** *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. Pearson Education Limited. ISBN 9780131274983.

ANEXO

6.1 Ordenación y adimensionalización de los resultados.

- *Flecha_estruct.m*

```

%=====
%=====
%=====
%=====

%          Creación de estructura y adimensionalización

%=====
%=====
%=====
%=====

clearall; close all;

%=====
%=====
% 1. Variables
%=====
%=====

rho=1.225; % Densidad del aire a nivel del mar [Kg/m^3]
d=0.005; % Diámetro de la flecha [m]%
name=char('nueva','verde','blanca');

%=====
%=====
% 2. Estructura dimensional
%=====
%=====

Flecha=struct('vacio',[],'nueva',[],'verde',[],'blanca',[]); %
Declaración de la estructura
for i=1:11 % Bucle para el cálculo de fuerzas en vacío
if i<=5 % Bloque para nombrar a los ángulos dentro de la estructura
s=['deg','_',char(46+2*i)];
elseif i<=10
s=['deg','_',char(49),char(46+2*(i-5))];
else
s='deg_20';
end
A=input('Introduce la matriz de velocidades');
B=input('Introduce la matriz de fuerzas');
nelem=min(length(A),length(B)); % Aunque suelen estar sincronizadas las
medidas de velocidad con las de fuerzas, hay un pequeño error que se
acumula, de forma que siempre hay alguna medida de más en alguno de los
arvhivos

Flecha.vacio.speed.(s)(1:nelem,1)=sqrt(2*(A(1:nelem,1)+A(1:nelem,2)/100

```

```

0)/rho); % En cada archivo de *.txt se tienen tres columnas: en la
primera presión en Pa y en la segunda en mPa

Flecha.vacio.ft.(s)(1:nelem,1:6)=B(1:nelem,:)./(0.5*rho*(Flecha.vacio.s
peed.(s)(1:nelem,1).^2)*ones(1,6)*d^2); % Datos de la balanza (B)
adimensionalizados con las velocidades de antes
end

for i=1:3 % Bucle para las fuerzas sobre cada flecha
if i==1 || i==2
    p=name(i,1:5);
else
    p=name(i,:);
end
for j=1:11
if j<=5
    s=['deg','_',char(46+2*j)];
elseif j<=10
    s=['deg','_',char(49),char(46+2*(j-5))];
else
    s='deg_20';
end
    A=input('Introduce la matriz de velocidades');
    B=input('Introduce la matriz de fuerzas');
    nelem=min(length(A),length(B));

Flecha.(p).speed.(s)(1:nelem,1)=sqrt(2*(A(1:nelem,1)+A(1:nelem,2)/1000)
/rho);
Flecha.(p).ft.(s)(1:nelem,1:6)=B(1:nelem,:)./(0.5*rho*(Flecha.(p).speed
.(s)(1:nelem,1).^2)*ones(1,6)*d^2)-
((mean(Flecha.vacio.ft.(s)))'*ones(1,nelem))'; % A cada medida obtenida
se le resta la obtenida en el esnayo de vacío de forma adimensional, ya
que ambas están adimensionalizadas con el diámetro de la flecha.
end
end

%=====
====
% FIN
%=====
=====

```

6.2 Obtención y representación de C_D y C_L obtenidos experimentalmente.

- *CLCD.m*

```
%=====
%=====
%=====
%=====

%           Obtención de CL y CD para la flecha

%=====
%=====
%=====
%=====

clear all; close all;

%=====
%=====
% 1. Variables
%=====
%=====

load('Flecha');
alpha=(0:2:20)'*pi/180;
name=char('nueva','verde','blanca');

%=====
%=====
% 2. CL y CD
%=====
%=====

for i=1:3
if i==1 || i==2
    p=name(i,1:5);
else
    p=name(i,:);
end
    CW=-mean(Flecha.(p).ft.deg_0(:,3));
for j=1:11
if j<=5
    s=['deg','_',char(46+2*j)];
elseif j<=10
    s=['deg','_',char(49),char(46+2*(j-5))];
else
    s='deg_20';
end

    CL.(p).(s)=Flecha.(p).ft.(s)(:,3).*cos(alpha(j))+CW*ones(length(Flecha.
(p).ft.(s)(:,3)),1)-Flecha.(p).ft.(s)(:,1).*sin(alpha(j));

    CD.(p).(s)=Flecha.(p).ft.(s)(:,3).*sin(alpha(j))+Flecha.(p).ft.(s)(:,1)
.*cos(alpha(j));
end
```

```

end

for i=1:3 % Bucle para el cálculo de magnitudes medias para cada ángulo
de ataque
if i==1 || i==2
    p=name(i,1:5);
else
    p=name(i,:);
end
for j=1:11
if j<=5
    s=['deg','_',char(46+2*j)];
elseif j<=10
    s=['deg','_',char(49),char(46+2*(j-5))];
else
    s='deg_20';
end
CLmed(i,j)=mean(CL.(p).(s));
CDmed(i,j)=mean(CD.(p).(s));
%NUEVO, BORRAR EN CASO DE NO FUNCIONAR
Speed(i,j)=mean(Flecha.(p).speed.(s));
end
end

%=====
% 3. Representación
%=====

figure(1)
plot(alpha(:)*180/pi,CLmed(1,:), 'b', 'linewidth',1.5); hold on
plot(alpha(:)*180/pi,CLmed(2,:), 'r', 'linewidth',1.5)
plot(alpha(:)*180/pi,CLmed(3,:), 'g', 'linewidth',1.5)
grid
xlabel('$\alpha$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize',14)
ylabel('$C_L$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize',14)
legend('Prototipo', 'verde', 'blanca')
figure(2)
plot(alpha(:)*180/pi,CDmed(1,:), 'b', 'linewidth',1.5); hold on
plot(alpha(:)*180/pi,CDmed(2,:), 'r', 'linewidth',1.5)
plot(alpha(:)*180/pi,CDmed(3,:), 'g', 'linewidth',1.5)
grid
xlabel('$\alpha$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize',14)
ylabel('$C_D$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize',14)
legend('Prototipo', 'verde', 'blanca')
%plot de la velocidad
figure(3)
plot(alpha(:)*180/pi,Speed(1,:), 'b', 'linewidth',1.5); hold on
plot(alpha(:)*180/pi,Speed(2,:), 'r', 'linewidth',1.5)
plot(alpha(:)*180/pi,Speed(3,:), 'g', 'linewidth',1.5)
grid
xlabel('$\alpha$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize',14)
ylabel('$Velocity(m/s)$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize',14)
legend('Prototipo', 'verde', 'blanca')

```

```
%=====
===
% FIN
%=====
===
```

6.3 Representación de C_D y C_L obtenidos numéricamente.

- C_D

```
%Leemos el documento .txt (debe estar en el mismo directorio que el
%script)
x=load('cd.txt')
%x va a ser una matriz de dimensiones dependiendo de como tengamos
%organizado el .txt
%representacion de la primera columna con respecto a la segunda
figure(1)
plot(x(:,1),x(:,2), 'g')
grid
xlabel('$Iteraciones$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
ylabel('$C_D$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
```

- C_L y su valor medio.

```
%Leemos el documento .txt (debe estar en el mismo directorio que el
%script)
x=load('cl.txt')
%x va a ser una matriz de dimensiones dependiendo de como tengamos
%organizado el .txt
%representacion de la primera columna con respecto a la segunda
figure(1)
plot(x(:,1),x(:,2), 'g')
grid
xlabel('$Iteraciones$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
ylabel('$C_L$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
%hallar el valor medio de los valores y representarlo
for i=0:1001
M=median(x)
end
figure(2)
plot(x(:,1),M(:,2), 'k')
grid
xlabel('$Iteraciones$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
ylabel('$Valor Medio$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
```

6.4 Presión estática en el punto trasero, dentro de la burbuja de recirculación.

```
Leemos el documento .txt (debe estar en el mismo directorio que el
%script)
x=load('pointbacksp.txt')
%x va a ser una matriz de dimensiones dependiendo de como tengamos
%organizado el .txt
%representacion de la primera columna con respecto a la segunda
figure(1)
plot(x(:,1),x(:,2), 'g')
grid
xlabel('$Iteraciones$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
ylabel('$PresionEstatica (Pa)$', 'interpreter', 'Latex', 'FontSize', 14)
```