



UNIVERSIDAD DE JAÉN
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Trabajo Fin de Grado

Análisis de la actividad Matemática y su relación con los elementos del currículo actual (objetivos, contenidos, criterios de evaluación) en un texto de 4º de Educación Primaria en torno a los cuadriláteros y propuesta didáctica en relación a dicho tema.

Alumna: María Victoria García García

Tutor: Prof. D. Manuel García Armenteros
Dpto.: Didáctica de las Ciencias

Mayo, 2017

Índice

Página

1. Introducción.....	4
2. Marco teórico	4
3. Justificación y objetivos del trabajo	10
4. Objetivos a conseguir en los alumnos, contenidos y metodología.....	12
5. Objetivos de etapa y área.....	16
6. Análisis del manual	19
7. Propuesta didáctica.....	20
8. Evaluación	32
9. Conclusiones	34
10. Referencias bibliográficas	35
11. Referencias legislativas	36

RESUMEN

El presente trabajo aborda, dentro de las Matemáticas y la Geometría, la didáctica de los cuadriláteros adaptado a 4º de Educación Primaria Obligatoria. Para ello, tras sentar unas bases teóricas sobre el tema y establecer unos objetivos en consonancia con lo dictado por la ley, a través de una metodología de enseñanza-aprendizaje basada en el trabajo cooperativo en el aula, se proponen una serie de sesiones de trabajo en las que usando esta metodología se conseguirán los objetivos en los alumnos. Estos objetivos se basan en la definición de concepto y características, así como la identificación de las figuras con imágenes y con objetos en la vida cotidiana y su representación gráfica.

Palabras clave: Matemáticas, trabajos cooperativos, geometría, cuadriláteros.

ABSTRACT

The present work approaches, within the Mathematics and Geometry, the Didactics of the quadrilaterals adapted to 4th of Compulsory Primary Education. To do this, after establishing a theoretical basis on the subject and establishing objectives according to the actual law, through a teaching-learning methodology based on cooperative work in the classroom, a series of working sessions are proposed to achieve the objectives in the students, using this methodology. These aims are based on the definition of concept and characteristics, as well as the identification of figures with images and objects in everyday life and their graphic representation.

Keywords: Mathematics, cooperatives works, Geometry, quadrilaterals.

1. Introducción

“Los cuadriláteros” es una unidad elaborada para que los alumnos de cuarto de Educación Primaria puedan adquirir determinados conocimientos relacionados con la actividad matemática para que así conozcan tanto los elementos como las características de ésta; además de comprender que la actividad matemática está presente en nuestra vida diaria aunque no nos demos cuenta.

Pretendemos que nuestro alumnado se acerque a las matemáticas, en concreto a los cuadriláteros, mediante esta práctica, y hacerles ver que, de esta manera, se puede aprender y disfrutar de lo complejo y maravilloso que es el mundo matemático.

La ley vigente para el curso de cuarto de Primaria es el Real Decreto 126/2014, Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), por lo que el alumnado tendrá que superar todos los requisitos exigidos en esta legislación.

En el decreto 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la Educación Primaria en Andalucía, se expresa que en el currículo andaluz de Educación Primaria ha de tomarse como eje estratégico y vertebrador del proceso de enseñanza y aprendizaje, el desarrollo de las capacidades del alumnado y la integración de las competencias clave en el currículo educativo y en las prácticas docentes. La Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía (BOJA de 26 de diciembre de 2007) y las orientaciones de la Unión Europea inciden en la necesidad de la adquisición de las competencias clave por parte de la ciudadanía como condición indispensable para lograr que las personas puedan alcanzar su pleno desarrollo personal, social y profesional. Se trata de contribuir a ciudadanía competente a través de una educación que tenga en cuenta las competencias clave que demanda la construcción de una sociedad plural, dinámica y emprendedora, democrática y solidaria.

La orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía, determina los aprendizajes básicos para cada área curricular.

2. Marco Teórico

A) Matemáticas

Según el diccionario online ABC (sf), se conoce como Matemática o Matemáticas al estudio de todas aquellas propiedades y relaciones que involucran a los entes abstractos, como pueden ser los números y figuras geométricas, a través de notaciones básicas exactas y del

razonamiento lógico. La teoría matemática se manifiesta en un pequeño número de verdades dadas, más conocidas como axiomas, a partir de las cuales se podrá inferir toda una teoría. Euclides y Tales de Mileto son algunos de los estudiosos que más influencia y aporte han tenido en el campo.

Las matemáticas están divididas en numerosas ramas muy interrelacionadas entre sí, algunos objetos de estudio son: teoría de los conjuntos, lógica matemática, investigación operativa, números enteros, racionales, irracionales, natural, complejo, cálculo, ecuaciones, álgebra, geometría.

B) Geometría

Según la Real Academia Española, la Geometría es el estudio de las propiedades y de las magnitudes de las figuras en el plano o en el espacio.

Godino y Ruiz (2002) nos explican en el capítulo I de la Geometría y su didáctica para maestros que el significado etimológico de la palabra geometría, medida de la tierra, nos indica su origen de tipo práctico relacionado con las actividades de reconstrucción de los límites de las parcelas de terreno que tenían que hacer los egipcios, tras las inundaciones del Nilo. Con los griegos la geometría se interesó por el mundo de las formas, la identificación de sus componentes más elementales y de las relaciones y combinaciones entre dichos componentes.

La geometría se ocupa de una clase especial de objetos que designamos con palabras como, punto, recta, plano, triángulo, cuadrilátero, polígono, etc. Tales términos y expresiones designan “figuras geométricas” las cuales son consideradas como abstracciones, conceptos, entidades leales o representaciones generales de una categoría de objetos.

Este tipo de lengua en geometría nace de la necesidad de describir el mundo de las formas de los cuerpos que podemos percibir y que nos rodean, la posición que tienen en el espacio y su tamaño.

Piaget tiene ciertas investigaciones sobre el desarrollo de conceptos geométricos tal y como dice Dickson et alii (1991, p.22-23)

“Las primeras interacciones del niño pequeño con su entorno, previas al desarrollo del lenguaje, se basan casi totalmente en experiencias espaciales, muy en particular a través de los sentidos de la vista y el tacto. Más tarde se desarrolla el lenguaje y adquiere significado en el seno y contexto del entorno físico”

Piaget, como resultado de sus numerosos experimentos propuso una teoría del desarrollo de los conceptos espaciales en el niño. Distingue entre percepción, que define como:

“El conocimiento de objetos resultante del contacto directo con ellos, y la representación que comporta la evocación de objetos en ausencia de ellos. Las capacidades de percepción del niño se desarrollan hasta la edad de dos años (estadio sensoriomotor), mientras que la capacidad de reconstrucción de imágenes espaciales comienza hacia la edad de dos años y en la mayoría de los casos es perfeccionada desde los siete años en adelante en el niño medio (el período de ‘operaciones concretas’).”.

Mientras que los test de “percepción” pueden fundarse en la capacidad de discriminación entre diferentes objetos presentados visualmente, los test de “representación” (imágenes mentales) de que se vale Piaget se fundan en la capacidad para identificar formas al tacto y en la capacidad para reproducir formas mediante palillos o dibujos.

En cada uno de estos estadios de desarrollo, Piaget e Inhelder (1972, p. 54-64) distingue, además, una progresiva diferenciación de propiedades geométricas, partiendo de aquellas propiedades que él llama *topológicas*, o sea, propiedades globales independientes de la forma o el tamaño, como son las siguientes:

“- cercanía (“proximidad”); por ejemplo, dibujar un hombre con los ojos juntos, aun cuando éstos puedan haber sido situados por debajo de la boca;
- separación; por ejemplo, no traslapar la cabeza y el cuerpo;
- ordenación; por ejemplo, dibujar la nariz entre los ojos y la boca;
- cerramiento, como dibujar los ojos dentro de la boca;
- continuidad, como hacer que los brazos formen un continuo con el tronco y no con la cabeza.”

El segundo grupo de propiedades que según Piaget e Inhelder (1972, p. 54-64) distinguen los niños son las que denomina propiedades *proyectivas*, que suponen la capacidad del niño para predecir qué aspecto presentará un objeto al ser visto desde diversos ángulos. Por ejemplo, los niños pequeños pueden querer dibujar una cara de perfil y seguir, sin embargo, poniendo dos ojos en ella; o pueden no ser capaces de darse cuenta de que al mirar un lápiz desde un extremo se verá un círculo. La “rectitud” es una propiedad proyectiva, dado que las líneas rectas siguen mostrando aspecto rectilíneo cualquiera que sea el punto de vista desde el que se las observe.

El tercer grupo de propiedades geométricas son las euclídeas, esto es, las relativas a tamaños, distancias y direcciones, que conducen por lo tanto a la medición de longitudes,

ángulos, áreas, etc. Se pueden distinguir, por ejemplo, un trapecio y un rectángulo basándose en los ángulos y en las longitudes de los lados. (Desde el punto de vista proyectivo, ambas figuras son equivalentes, ya que el tablero de una mesa rectangular ofrece aspecto de trapecio visto desde ciertos ángulos). Los niños pueden en este estadio reproducir la posición exacta de un punto en una página, o una figura geométrica, y decidir qué líneas y ángulos han de medir para ello.

Según Van de Walle, J. A. (2001), la influencia de Van Hiele en Didáctica de la Geometría ha tenido una gran repercusión junto con Dina Van Diele-Geldof, como podemos ver en el libro de Godino (p. 302), ya que han desarrollado un gran trabajo para orientar y comprender en los estudiantes el desarrollo del pensamiento geométrico. En 1959 se desarrolla esta teoría llamada “los modelos de Van Hiele”, teoría que ayuda a organizar el currículo de Geometría en Educación Primaria y Secundaria.

Nos encontramos con cinco niveles ordenados jerárquicamente para conocer el dominio de las nociones y habilidades espaciales describiendo procesos de pensamiento poniéndose en juego ante tareas y situaciones geométricas.

En el libro de Godino (2004), *“Didáctica de las Matemáticas para maestros”* del proyecto Edumat-Maestros observamos los siguientes niveles según Van Hiele:

Nivel 0: Visualización:

Los objetos de pensamiento en el nivel 0 son formas y se conciben según su apariencia.

Los alumnos reconocen las figuras y las nombran basándose en las características visuales globales que tienen. Los alumnos que razonan según este nivel son capaces de hacer mediciones e incluso de hablar sobre propiedades de las formas, pero no piensan explícitamente sobre estas propiedades. Lo que define una forma es su apariencia. Un cuadrado es un cuadrado “porque se parece a un cuadrado”. Debido a que la apariencia es el factor dominante en este nivel, esta apariencia puede llevar a atribuir propiedades impertinentes a las formas. Por ejemplo, un cuadrado que se ha girado 45° respecto de la vertical puede que no se considere un cuadrado por un sujeto de este nivel. “Pongo estas formas juntas porque tienen el mismo aspecto”, sería una respuesta típica.

Los productos del pensamiento del nivel 0 son clases o agrupaciones de formas que parecen ser “similares”.

Nivel 1: Análisis

Los objetos de pensamiento en el nivel 1 son clases de formas, en lugar de formas individuales.

Los estudiantes que razonan según este nivel son capaces de considerar todas las formas incluidas en una clase en lugar de una forma singular. En lugar de hablar sobre este rectángulo, es posible hablar sobre todos los rectángulos. Al centrarse en una clase de formas, los alumnos son capaces de pensar sobre lo que hace que un rectángulo sea un rectángulo (cuatro lados, lados opuestos paralelos, lados opuestos de la misma longitud, cuatro ángulos rectos, diagonales congruentes, etc.). Las características irrelevantes (como el tamaño o la orientación) pasan a un segundo plano. Los estudiantes comienzan a darse cuenta de que una colección de formas pertenece a la misma clase debido a sus propiedades. Si una forma pertenece a la clase de los cubos, tiene las propiedades correspondientes a esa clase. “Todos los cubos tienen seis caras congruentes, y cada una de estas caras es un cuadrado”. Estas propiedades estaban como implícitas en el nivel 0. Los sujetos del nivel 1 pueden ser capaces de listar todas las propiedades de los cuadrados, rectángulos, y paralelogramos, pero no ver las relaciones de inclusión entre estas clases, que todos los cuadrados son rectángulos y todos los rectángulos son paralelogramos. Cuando se les pide que definan una forma, es probable que listen todas las propiedades que conozcan.

Los productos del pensamiento del nivel 1 son las propiedades de las formas.

Nivel 2: Deducción informal

Los objetos del pensamiento del nivel 2 son las propiedades de las formas a medida que los estudiantes comienzan a ser capaces de pensar sobre propiedades de los objetos geométricos sin las restricciones de un objeto particular, son capaces de desarrollar relaciones entre estas propiedades. “Si los cuatro ángulos son rectos, la figura es un rectángulo. Si es un cuadrado, todos los ángulos son rectos. Si es un cuadrado, entonces debe ser un rectángulo”. Con una mayor capacidad de usar el razonamiento “si – entonces”, las figuras se pueden clasificar usando sólo un mínimo de características. Por ejemplo, cuatro lados congruentes y al menos un ángulo recto puede ser suficiente para definir un cuadrado.

Los rectángulos son paralelogramos con un ángulo recto. Las observaciones van más allá de las propias propiedades y comienzan a centrarse en argumentos lógicos sobre las propiedades.

Los estudiantes del nivel 2 serán capaces de seguir y apreciar un argumento deductivo informal sobre las formas y sus propiedades. “Las demostraciones” pueden ser más de tipo intuitivo que rigurosamente deductivas. Sin embargo, se entiende que un argumento lógico

tiene características que obligan a aceptar la conclusión. La comprensión de la estructura axiomática de un sistema deductivo formal no llega a alcanzarse.

Los productos de pensamiento del nivel 2 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.

Nivel 3: Deducción

Los objetos de pensamiento en el nivel 3 son relaciones entre propiedades de los objetos geométricos.

En este nivel los estudiantes son capaces de examinar algo más que las propiedades de las formas. Su pensamiento anterior ha producido conjeturas sobre relaciones entre propiedades. ¿Son correctas estas conjeturas? ¿Son verdaderas? A medida que tiene lugar este análisis de los argumentos informales, la estructura de un sistema completo de axiomas, definiciones, teoremas, corolarios, y postulados comienza a desarrollarse y puede ser considerada como el medio necesario para establecer la verdad geométrica. Los sujetos de este nivel comienzan a apreciar la necesidad de construir un sistema lógico que repose sobre un conjunto mínimo de supuestos y a partir del cual se deriven todas las proposiciones. Estos estudiantes son capaces de trabajar con enunciados abstractos sobre propiedades geométricas y llegar a conclusiones basadas más sobre la lógica que sobre la intuición. Este es el nivel requerido en los cursos de geometría de bachillerato. Un estudiante operando en este nivel 3 puede observar claramente que las diagonales de un rectángulo se cortan en su punto medio, de la misma manera que lo puede hacer un estudiante situado en un nivel inferior. Sin embargo, en el nivel 3, se aprecia la necesidad de probar esta proposición a partir de una serie de argumentos deductivos. El estudiante del nivel 2 puede seguir el argumento, pero no reconoce la necesidad de hacer la demostración deductiva.

Los productos del pensamiento del nivel 3 son sistemas axiomáticos deductivos para la geometría.

Nivel 4: Rigor

Los objetos de pensamiento del nivel 4 son sistemas axiomáticos para la geometría.

En el nivel máximo de la jerarquía de pensamiento geométrico propuesto por van Hiele, el objeto de atención son los propios sistemas axiomáticos, no las deducciones dentro de un sistema. Se aprecian las distinciones y relaciones entre los diferentes sistemas axiomáticos.

Este es el nivel requerido en los cursos universitarios especializados en los que se estudia la geometría como una rama de las matemáticas. Los productos de pensamiento del nivel 4 son comparaciones y contrastes entre diferentes sistemas axiomáticos de geometría.

C) Cuadriláteros

Como concepto un cuadrilátero es un polígono que tiene cuatro lados. Todos los cuadriláteros tienen cuatro vértices y dos diagonales a pesar de que tienen distintas formas. La suma de los ángulos interiores de todos los cuadriláteros es de 360° .

Los lados de los cuadriláteros son líneas o rectas que se unen mediante los vértices, no tienen por qué ser iguales entre sí ya que es en función del tipo de cuadrilátero.

Los vértices Son las líneas o segmentos que unen las aristas consecutivas de los polígonos, es decir, que son los puntos que unen los lados de un cuadrilátero donde en cada uno de ellos encontraremos cuatro.

Un cuadrilátero es convexo si dados dos puntos cualesquiera interiores al cuadrilátero, el segmento que los une también es interior al cuadrilátero.

Un cuadrilátero se dirá que es cóncavo Si existen dos puntos interiores al cuadrilátero tales que segmento que los une no está enteramente contenido en el cuadrilátero.

Los ángulos de un cuadrilátero son formados por dos de sus lados concurriendo en un punto común que como anteriormente hemos dicho es un vértice. Dependiendo de la posición los ángulos pueden ser interiores formados por lados adyacentes interiormente o exteriores, formados por un lado y la prolongación del adyacente.

3. Justificación y objetivos del trabajo

La elección de esta unidad didáctica “Los cuadriláteros” contribuye a la formación de conocimientos básicos en el alumnado de Primaria, ya que una vez finalizado este curso, el alumnado tendrá que tener una serie de destrezas y conocimientos básicos, entre los que se encuentran la identificación de figuras planas en formas y objetos de la vida cotidiana y la utilización de instrumentos de dibujo necesarios para la construcción y exploración de formas geométricas.

Se apostará por una propuesta dinámica, lúdica y participativa para afrontar esta unidad, de tal manera que este tema despierte el interés y la atención de nuestro alumnado, y, con ello, llevarán a cabo un aprendizaje adecuado mediante la adquisición de las competencias básicas que se estipulan en la ley.

Por lo general, los niños cuentan con una dilatada experiencia desde edades muy jóvenes donde ha tenido relación con figuras geométricas. A menudo, vemos como existen multitud de juegos con piezas geométricas que hay que introducir en una caja a través del agujero con la silueta de dicha figura o por otra parte, los juegos de construcción, que tanto atraen a los niños. Se puede ir más allá aún, pues no hay objeto sin forma y, en la vida cotidiana son muchos los objetos con los que juegan y experimentan los niños, consiguiendo así familiarizarse con ellos debido a la atracción que suponen las formas geométricas para los niños.

Como hemos dicho antes, los niños desde edades muy tempranas tienen contacto con figuras geométricas algo que es importantísimo para el desarrollo del pensamiento lógico del niño, para ello Aliendro y Astorga (2005) afirman que desde la geometría llegamos a este desarrollo:

“La geometría ayuda a estimular ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidades para observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir. Tales oportunidades pueden ayudar al alumno a aprender cómo descubrir relaciones por ellos mismos y tornarse mejores solucionadores de problema” (p. 4).

Con la didáctica que estamos planteando, se pretende que los niños adquieran una serie de competencias como que conozcan e identifiquen las figuras geométricas correctamente, así como sus características. De este modo sabrán identificar una figura que se le pida de una serie de elementos dados, no solo en clase sino en su vida cotidiana. En segundo lugar, que aprendan a pensar y relacionar objetos reales con figuras geométricas. En tercer lugar, aprender a usar los distintos instrumentos de dibujo para representar gráficamente las figuras.

Además de las competencias directamente relacionadas con la geometría, se conseguirá que el alumnado mejore su expresión, tanto oral como escrita, mejorándolas con un uso de vocabulario más técnico. Incrementarán su nivel de expresión oral en público, ya que tendrán ejercicios en los que deberán exponer ante el resto de sus compañeros unos conocimientos determinados. Por último, mejorarán su trabajo en equipo y su capacidad para extraer conclusiones.

Bressan, Bogisic y Crego (2010) mencionan algunas razones que justifican la enseñanza de la Geometría tales como:

- Forma parte del lenguaje cotidiano
- Tiene importantes aplicaciones en problemas de la vida real
- Es un medio para desarrollar la percepción espacial y la visualización

- Ayuda a estimular, ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas.

Por tanto, los objetivos que se persiguen no son otros que la identificación de las figuras geométricas, sabiendo explicarlas oralmente ante una imagen dada o saber de cuál se trata ante una descripción, la mejora de las capacidades cognitiva y cognoscitiva y, finalmente, que los propios alumnos encuentren constructivo el tema para su vida diaria, viendo que la geometría está también presente fuera de las clases y los libros.

4. Objetivos a conseguir en los alumnos, contenidos y metodología

A) Objetivos a conseguir en los alumnos

- Reconocer los elementos de un polígono.
- Clasificar cuadriláteros según sus lados y sus ángulos.
- Medir superficies.
- Construir figuras planas con regla.
- Reconocer la figura geométrica al ver una imagen, tanto de un objeto real como de la silueta de la misma.
- Identificar las características de cada figura con su nombre y viceversa.
- Definir y describir de forma escrita y oral cada figura.

B) Contenidos

1. Las líneas como recorrido:
 - Rectas y curvas, intersección de rectas y rectas paralelas.
2. Formas planas:
 - Identificación de figuras planas en la vida cotidiana.
 - Exploración de formas geométricas elementales.
 - Comparación y clasificación de cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.

C) Metodología

Para superar con éxito los contenidos de esta unidad dispondremos de una serie de conocimientos previos que el alumnado deberá conocer necesariamente para dicha superación:

- Identificar elementos geométricos simples: ángulo, lado, vértice...

- Clasificar ángulos según su amplitud.
- Distinguir entre rectas paralelas y rectas secantes para comprender la clasificación de los cuadriláteros y para poder dibujar figuras planas correctamente.
- Manejar con soltura instrumentos de dibujo como la regla o el compás.
- Operar con fluidez con números naturales, decimales y fraccionarios.

Los alumnos pueden encontrar una serie de dificultades como por ejemplo los alumnos con menos percepción espacial pueden encontrar complicado reconocer y clasificar figuras, sobre todo cuando se giran respecto de la posición estándar.

En el vocabulario matemático se trabajan términos matemáticos desde el punto de vista lingüístico, al mismo tiempo que el alumno va adquiriendo capacidades en el área de Lengua.

Trabajaremos una metodología mediante trabajo cooperativo y aprender a pensar.

Tal y como dicen Godino, Batanero y Font (2003. p.11) “Deseamos que los maestros en formación adquieran una visión de la enseñanza de las matemáticas que contemple: El razonamiento matemático, más que los procedimientos de simple memorización”

El trabajo cooperativo para diferentes autores es entendido como:

“Medio de diversión y participación, libre de competencia y libre de agresión” (Orlick, citado por Mejía López, 2006, p. 9).

“En este tipo de actividades lúdicas existe una relación directa entre los objetivos y las posibilidades de éxito de las distintas personas, de tal modo que cada uno sólo alcanza la meta del juego si ésta es también alcanzada por el resto de los participantes” (Omeñaca y Ruiz, 2009, p. 14)

“Las actividades cooperativas son aquellas que se realizan de manera colectiva y no competitiva, en las que no hay oposición entre los participantes, buscando todos el mismo objetivo, independientemente del rol que desempeñen y que pueden ser de objetivo cuantificable o no cuantificable” (Velázquez Callado, 2002, p.2).

Debido a la heterogeneidad del alumnado, existen diversos métodos para conseguir la participación de toda la clase por parte del profesor. De esta forma un alumno puede tener unas características propias, diferentes a su compañero y, sin embargo aprender lo mismo. Cuando hablamos de características propias, nos estamos refiriendo al componente afectivo social y cognitivo. Con el sistema de aprendizaje cooperativo, el profesor tiene al alcance de su mano un amplio abanico de posibilidades mediante el cual realizar sesiones de trabajo enfocadas al trabajo grupal.

Con este sistema de aprendizaje, el alumno adquiere los conocimientos necesarios respecto a un tema en concreto y además obtiene una serie de destrezas y aptitudes de carácter social. Además se potencian valores como el respeto al compañero o la tolerancia, puesto que en muchos casos escucharán opiniones de sus compañeros diferentes a las suyas. Como dice Kagan, (1994) “promueve la responsabilidad individual, la interdependencia positiva con iguales, la interacción simultánea y la participación igualitaria”.

Este sistema de trabajo requiere que los grupos formados por los alumnos sean heterogéneos, de tal forma que colaboren entre ellos y se ayuden para lograr las tareas y que tenga éxito el aprendizaje. Requiere un trabajo constante y continuo a lo largo de todo el año para que los alumnos estén acostumbrados al trabajo en equipo.

El profesor será el encargado de asignar diferentes roles a los componentes de los grupos, a los que les asignara una tarea que deberán gestionar en un espacio determinado de tiempo.

Según Savater (2000, sp) “en el caso de la educación, lo que nos falta fundamentalmente para conseguir el cómo es el impulso que nos haría comprender el por qué”.

El aprendizaje cooperativo se basa fundamentalmente en cuatro aspectos: los alumnos trabajan una serie de valores, es promovido por una serie de normas, está respaldado por un marco teórico y se basa en pruebas empíricas.

I. Valores

Debemos considerar la multiculturalidad evidente hoy en día en nuestra sociedad para comprender la importancia del respeto a la heterogeneidad, imprescindible para la convivencia.

Al igual que el resto de valores, el respeto se puede enseñar y, por supuesto desarrollar a lo largo de la vida. A través del trabajo cooperativo se darán diversas situaciones en las que será necesaria la participación de los alumnos, los cuales, mostraran diferentes puntos de vista que deberán ser respetados por el resto de sus compañeros. Con esto se conseguirá aumentar el conocimiento respecto al tema en cuestión así como aumentar la tolerancia y el respeto hacia los demás.

El aprendizaje cooperativo se alimenta de la heterogeneidad de los alumnos transformándola en una herramienta de aprendizaje extrapolándolo a la vida social a través del respeto conseguimos el ideal buscado hoy en día en la sociedad como es ser democrático y equitativo.

Otro valor socialmente imprescindible es la responsabilidad. Con el método de trabajo descrito, los alumnos también aprenderán a ser responsables tanto individual como de forma

colectiva. Se les formará de cara al futuro para ser responsables y tomar decisiones que afecten tanto a ellos mismos como a los demás. Por tanto se está formado con este método a futuros ciudadanos que participaran de forma activa en la vida social con responsabilidad y respeto.

Otro aspecto que se adquiere con este sistema de trabajo es el de aprender a reflexionar y a pensar por sí solos. Los alumnos aprenderán a tener una opinión crítica sobre los temas que se les planteen, lo que les servirá en el futuro para tener una opinión coherente ante situaciones de la vida diaria, que en caso de ser negativas, podrán denunciarlas. Esta opinión crítica tiene la base en la contrastación en los distintos puntos de vista que tendrán los alumnos sobre un tema en concreto. De esta forma el alumno verá que sobre un mismo tema existen diferentes puntos de vista y que, a través del respeto y la reflexión, podrá valorarlos.

Es importante verificar lo que dice Johnson (1993), quien destaca que el aprendizaje colaborativo: aumenta la seguridad en sí mismo, incentiva el desarrollo de pensamiento crítico, fortalece el sentimiento de solidaridad y respeto mutuo, a la vez que disminuye los sentimientos de aislamiento.

En conclusión estamos formando a personas que serán responsables, respetuosas e inclusivas con los demás.

II. Normas

Uno de los motivos que nos invita a utilizar el sistema de aprendizaje cooperativo es la consecución de objetivos internacionales como pueden ser la defensa de una educación inclusiva (Unesco, 2008) y el trabajo en equipo. Es por ello que el marco legal español enfoca la educación hacia las competencias y habilidades más que una lista de conocimientos teóricos que se deban adquirir. Esta dirección que han tomado las leyes españolas en los últimos años conlleva a que se les enseñe a los alumnos las competencias y habilidades que les ayudarán a resolver en el futuro problemas y, por tanto, a ser ciudadanos plenamente responsables.

III. Marco teórico

El aprendizaje cooperativo deriva de las obras de autores de prestigio en el área de la educación y la psicología como Piaget, Ausubel o Vygotski. Afirman que la formación de los alumnos no debe simplificarse solo a lo intelectual sino que es muy importante que se desarrollen como personas.

Autores como los hermanos Johnson (1997, p.54), comentan la importancia de la integración social y el correcto lenguaje para que el alumno se desarrolle como persona. El aprendizaje cooperativo actúa como herramienta para que a través de la interdependencia entre

ellos y su interacción, puedan aprender unos de otros. Se persigue que los alumnos experimenten sus límites y vean lo que pueden aprender por sí solos y lo que aprenden por interacción con los demás, es decir, comprueban qué pueden hacer por sí mismos y para qué necesitan la ayuda de los demás (Vygotski, 1978). Poco a poco el alumno será cada vez más independiente para realizar las tareas, tareas para las que antes necesitaba la ayuda de los compañeros o del profesor.

Según la teoría de Piaget, la confrontación socio-cognitiva es una herramienta clave para el aprendizaje del alumnado. La idea principal (que además es la base del sistema del aprendizaje cooperativo) es que diferentes puntos de vista y resolver en equipo una tarea favorece el intelecto, ya que obliga a reflexionar y pensar acerca del tema.

Para un correcto aprendizaje se hace necesario un clima de trabajo agradable para que el alumno se sienta seguro y así poder participar libremente y dar su opinión, por lo que las emociones y la motivación juegan un papel fundamental.

IV. Pruebas empíricas

Como hemos dicho anteriormente el aprendizaje cooperativo es un método de enseñanza y aprendizaje, el cual está respaldado por diversas investigaciones de carácter empírico que han conseguido medir y evaluar a través de actividades los resultados del mismo.

A nivel internacional, los estudios más importantes proceden de las obras de los autores Kagan (1994) y los hermanos Johnson (1997).

A nivel nacional, el autor Pujolàs (2012, p. 77-104) ha ideado un sistema de formación y asesoramiento para el profesorado de infantil, primaria y secundaria mediante el programa “Cooperar para aprender/ Aprender a cooperar”. Este sistema permite a los profesores adaptar sus clases a la enseñanza basándose en el método de aprendizaje cooperativo.

5. Objetivos de etapa y área

Objetivos generales de etapa

Según se establece en el artículo 17 de la Ley Orgánica 2/2006 de Educación (LOE), modificado por la Ley Orgánica 8/2013 para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE), la Educación Primaria contribuirá a desarrollar en los niños y niñas las capacidades que les permitan:

- a) Conocer y apreciar los valores y las normas de convivencia, aprender a obrar de acuerdo con ellas, prepararse para el ejercicio activo de la ciudadanía y respetar los derechos humanos, así como el pluralismo propio de una sociedad democrática.
- b) Desarrollar hábitos de trabajo individual y de equipo, de esfuerzo y de responsabilidad en el estudio, así como actitudes de confianza en sí mismo, sentido crítico, iniciativa personal, curiosidad, interés y creatividad en el aprendizaje, y espíritu emprendedor.
- c) Adquirir habilidades para la prevención y para la resolución pacífica de conflictos, que les permitan desenvolverse con autonomía en el ámbito familiar y doméstico, así como en los grupos sociales con los que se relacionan.
- d) Conocer, comprender y respetar las diferentes culturas y las diferencias entre las personas, la igualdad de derechos y oportunidades de hombres y mujeres y la no discriminación de personas con discapacidad.
- e) Conocer y utilizar de manera apropiada la lengua castellana y, si la hubiere, la lengua cooficial de la Comunidad Autónoma y desarrollar hábitos de lectura.
- f) Adquirir en, al menos, una lengua extranjera la competencia comunicativa básica que les permita expresar y comprender mensajes sencillos y desenvolverse en situaciones cotidianas.
- g) Desarrollar las competencias matemáticas básicas e iniciarse en la resolución de problemas que requieran la realización de operaciones elementales de cálculo, conocimientos geométricos y estimaciones, así como ser capaces de aplicarlos a las situaciones de su vida cotidiana.
- h) Conocer los aspectos fundamentales de las Ciencias de la Naturaleza, las Ciencias Sociales, la Geografía, la Historia y la Cultura.
- i) Iniciarse en la utilización, para el aprendizaje, de las Tecnologías de la Información y la Comunicación desarrollando un espíritu crítico ante los mensajes que reciben y elaboran.
- j) Utilizar diferentes representaciones y expresiones artísticas e iniciarse en la construcción de propuestas visuales y audiovisuales.
- k) Valorar la higiene y la salud, aceptar el propio cuerpo y el de los otros, respetar las diferencias y utilizar la educación física y el deporte como medios para favorecer el desarrollo personal y social.
- l) Conocer y valorar los animales más próximos al ser humano y adoptar modos de comportamiento que favorezcan su cuidado.
- m) Desarrollar sus capacidades afectivas en todos los ámbitos de la personalidad y en sus relaciones con los demás, así como una actitud contraria a la violencia, a los prejuicios de cualquier tipo y a los estereotipos sexistas.

n) Fomentar la educación vial y actitudes de respeto que incidan en la prevención de los accidentes de tráfico.

Objetivos del área de Matemáticas

1. Plantear y resolver de manera individual o en grupo problemas extraídos de la vida cotidiana, de otras ciencias o de las propias matemáticas, eligiendo y utilizando diferentes estrategias, justificando el proceso de resolución, interpretando resultados y aplicándolos a nuevas situaciones para poder actuar de manera más eficiente en el medio social.
2. Emplear el conocimiento matemático para comprender, valorar y reproducir informaciones y mensajes sobre hechos y situaciones de la vida cotidiana, en un ambiente creativo, de investigación y proyectos cooperativos y reconocer su carácter instrumental para otros campos de conocimiento.
3. Usar los números en distintos contextos, identificar las relaciones básicas entre ellos, las diferentes formas de representarlas, desarrollando estrategias de cálculo mental y aproximativo, que lleven a realizar estimaciones razonables, alcanzando así la capacidad de enfrentarse con éxito a situaciones reales que requieren operaciones elementales.
4. Reconocer los atributos que se pueden medir de los objetos y las unidades, sistema y procesos de medida; escoger los instrumentos de medida más pertinentes en cada caso, haciendo previsiones razonables, expresar los resultados en las unidades de medida más adecuada, explicando oralmente y por escrito el proceso seguido y aplicándolo a la resolución de problemas.
5. Identificar formas geométricas del entorno natural y cultural y analizar sus características y propiedades, utilizando los datos obtenidos para describir la realidad y desarrollar nuevas posibilidades de acción.
6. Interpretar, individualmente o en equipo, los fenómenos ambientales y sociales del entorno más cercano, utilizando técnicas elementales de recogida de datos, representarlas de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.
7. Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión, la perseverancia en la búsqueda de soluciones y la posibilidad de aportar nuestros propios criterios y razonamientos.
8. Utilizar los medios tecnológicos, en todo el proceso de aprendizaje, tanto en el cálculo como en la búsqueda, tratamiento y representación de informaciones diversas; buscando, analizando

y seleccionando información y elaborando documentos propios con exposiciones argumentativas de los mismos.

6. Análisis del manual

Respecto al manual, hemos utilizado el “Libro de matemáticas Savia Sm de 4º de Educación Primaria, unidad 11, (Cuadriláteros) apartado 3 (Figuras planas)”. Para desarrollar este apartado¹, haremos una explicación general del manual y comprobaremos que se adapta a lo que regula la ley, contemplando ventajas y limitaciones que encontramos en él para, más adelante, recomendar una serie de mejoras que incluiríamos, entre otras cosas.

La Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (LOMCE) establece una serie de criterios que los libros de texto deben cumplir. La Junta de Andalucía adapta esta normativa legal a nuestra Comunidad Autónoma en la Orden de 17 de marzo de 2015 (BOJA núm. 60, de 27 de marzo de 2015), por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía.

A continuación, pasaremos a explicar lo descrito en la normativa legal. El libro de texto concuerda, en primer lugar, con la competencia en comunicación lingüística (CCL); competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología (CMCT) y, por último, competencia en conciencia y expresiones culturales (CEC).

En segundo lugar, encontramos una serie de criterios de evaluación tales como identificar y describir las características de los cuadriláteros, saber clasificarlos, utilizar una terminología adecuada para explicarlos, utilizar correctamente los instrumentos de dibujo para representarlos e identificar los distintos elementos en la vida cotidiana.

Por último, atendiendo a los contenidos, también comprobamos que cumplen con lo estipulado en la normativa respecto a los cuadriláteros, donde encontramos la observación e identificación de los cuadriláteros en la vida diaria e identificación de los elementos por sus lados, vértices y ángulos.

Tras haber comparado el libro de texto con lo estipulado en la ley y ver que el primero cumple con lo indicado, pasamos a analizar las ventajas y limitaciones que hemos encontrado. Para ello hemos realizado la tabla 1:

Analizados los puntos fuertes y débiles del libro de texto, hemos pensado en una serie de modificaciones para intentar mejorar el material didáctico que tendrán los alumnos. Entre estas mejoras, consideramos que se hace necesario la inclusión de una tabla con más

¹ Para desarrollar el análisis del manual, nos hemos basado en Junta de Andalucía (2015).

información acerca de las características y concepto de los cuadriláteros, tal y como la que hemos propuesto en nuestro *apartado 8: propuesta didáctica*. Siguiendo con estas mejoras, incluiríamos ejercicios que analizaran más a fondo cada una de las figuras puesto que, en los que encontramos en el libro, una determinada pregunta, por ejemplo, cuestiona acerca de una figura en concreto y, obvia el resto de figuras, lo que deja sin constatar si el alumno ha adquirido los conocimientos de las demás. Finalmente, añadiríamos alguna página más con ejercicios para que el alumno pueda practicar, como decíamos anteriormente, abordando cada uno de los cuadriláteros y, ya que nuestro método de enseñanza-aprendizaje reside en el trabajo cooperativo, incluir ejercicios de trabajo grupales, que incluyan sesiones de exposición y explicación de las figuras para que a través de la transposición didáctica² se adquieran los conocimientos necesarios, pasando así del saber sabio al saber enseñado, Chevallard (1991).

Tabla 1. Ventajas y limitaciones del libro de texto

VENTAJAS	LIMITACIONES
+ La información que viene se presenta bien estructurada, tal como la clasificación de los cuadriláteros. + Referencia a una web para poder ampliar sobre el tema haciendo ejercicios. + Presenta ejemplos de objetos reales con la forma de los cuadriláteros. + El profesor dispone de varios ejercicios para proponer en clase (estos ejercicios no son visibles en el libro de texto del alumno).	- Poca información teórica para poder abordar las posibles preguntas del profesor. - No se dan demasiadas características de las figuras, lo que limita las preguntas a realizar. - Las preguntas de los ejercicios se refieren a una figura en concreto sin hacer esa misma pregunta para el resto. - Pocas páginas dedicadas para la cantidad de información que hay de los cuadriláteros.

Fuente: Elaboración propia.

7. Propuesta didáctica

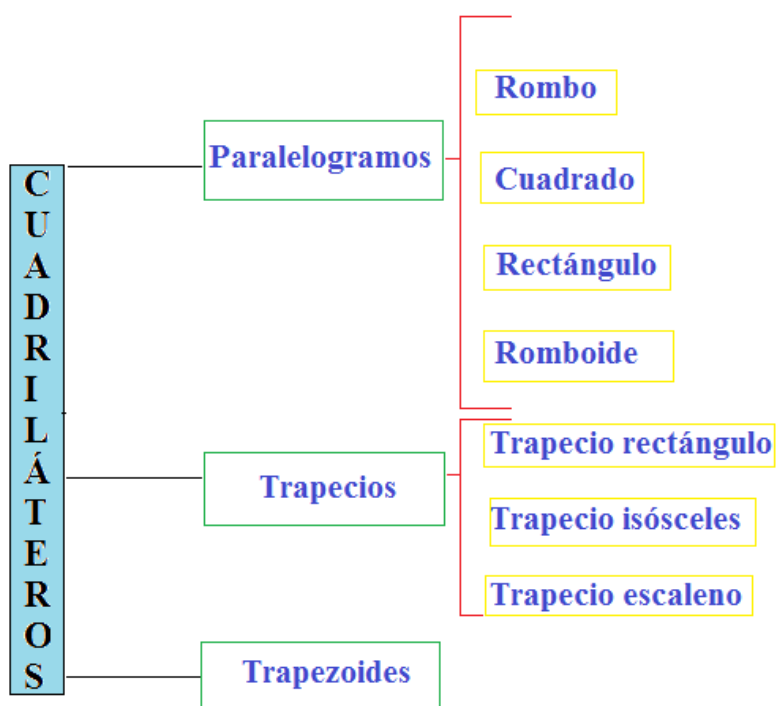
Antes de comenzar a describir los ejercicios enfocados para los alumnos respecto a los cuadriláteros, vamos a establecer una clasificación de los mismos así como una definición

² La transposición didáctica se refiere al proceso de transformación de la información desde el experto hasta que llega a otro nivel (alumno, por ejemplo). El nivel del experto se conoce como saber sabio y el nivel al que llega la información es el saber enseñado para terminar con el saber del alumno.

formal y otra adaptada a los alumnos, incluyendo dibujos y ejemplos, de tal forma que posean los conocimientos teóricos y, a la vez, tengan claro la identificación de las figuras mediante representaciones gráficas y ejemplos grupales, basándonos siempre en la técnica de aprendizajes cooperativos, para poder resolver los ejercicios propuestos al final de este apartado.

Con el siguiente esquema podemos ver dicha clasificación:

Figura 1. Clasificación de los cuadriláteros



Fuente: Elaboración propia.

Una vez hecha la clasificación, pasamos a comentar cada una de las figuras (tenemos en cuenta que el alumno sabe los tipos de ángulos, área y perímetro)³:

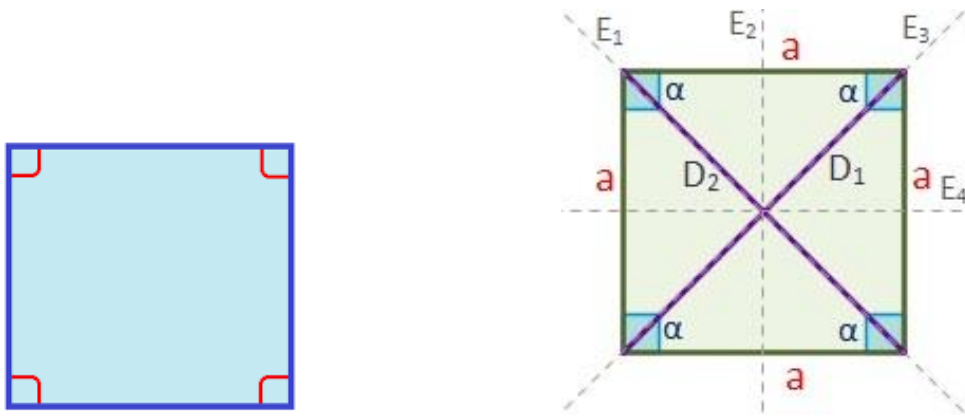
A) Paralelogramos. Son cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos entre sí.

- Cuadrado. Tiene los cuatro lados iguales y los cuatro ángulos rectos (como se puede ver en el dibujo). La suma de los ángulos interiores es de 360° . Cuenta con dos diagonales (D) perpendiculares e iguales, es decir, segmentos que van de vértice a vértice opuesto

³ Identificamos tres tipos de ángulos: rectos (miden 90°), agudos (miden menos de 90°) y obtusos (miden más de 90°). El área de una figura es la superficie de su interior. El perímetro es la suma de la longitud de los lados de la figura, es decir, su contorno.

y que se cortan en el centro del cuadrilátero. El cuadrado tiene eje de simetría, concretamente posee cuatro (E_1 a E_4), es decir, si la figura la dobláramos por la mitad, quedarían dos partes exactamente iguales. A continuación se muestra un dibujo de la figura:

Figura 2. Elementos de un cuadrado



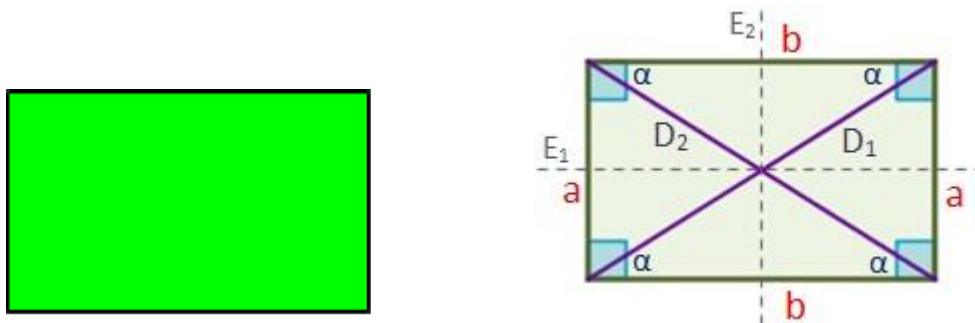
Nota: D: diagonal; a: lado; E: eje de simetría; α : ángulo
Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

Una vez dada la definición teórica, podemos utilizar ejemplos reales para que el alumno relacione y así lo comprenda y asimile mejor. De este modo, podemos dar como ejemplo un dado, el cual es un cubo, siendo cada una de sus caras un cuadrado.



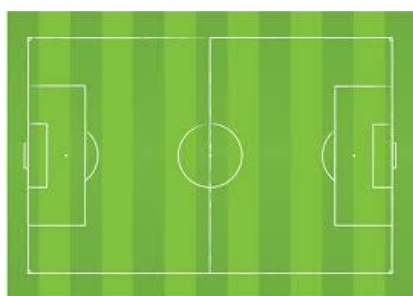
- Rectángulo. Es una figura cuyos lados son paralelos e iguales dos a dos y tiene ángulos rectos de 90° . La diferencia entre el cuadrado y el rectángulo reside en que, en el primero todos los lados tienen la misma longitud mientras que, en el segundo, dos de los lados (opuestos y paralelos) tienen diferente longitud a los otros dos. El rectángulo tiene 2 ejes de simetría. De nuevo podemos ver todos sus elementos en la figura:

Figura 3. Elementos de un rectángulo



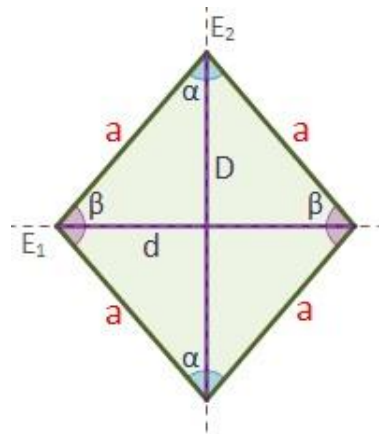
Nota: D: diagonal; a, b: lado; E: eje de simetría; α : ángulo
Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

En este caso, podemos dar un ejemplo de nuevo muy sencillo para que el alumnado relacione fácilmente la figura y sepa identificar la forma y sus características. Utilizamos la imagen de un campo de fútbol o una cancha de baloncesto.



- Rombo. Se trata de una figura de cuatro lados iguales, los cuales forman dos ángulos obtusos (más de 90°) y dos ángulos agudos (menos de 90°), siendo esto lo que lo diferencia del cuadrado. Como todo cuadrilátero, sus ángulos suman 360° . El rombo tiene 2 ejes de simetría. Es importante tener en cuenta que todos los cuadrados son rombos pero no todos los rombos son cuadrados.

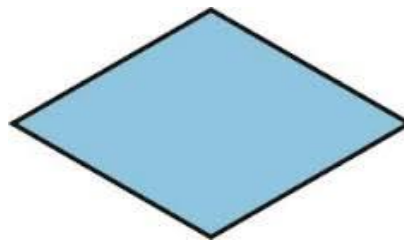
Figura 4. Elementos de un rombo



Nota: D, d: diagonal; a: lado; E: eje de simetría; α , β : ángulos
Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

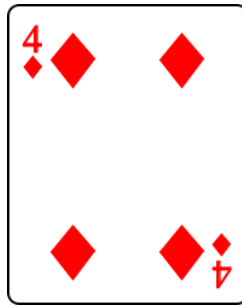


Rombo que es un cuadrado (ángulos iguales).



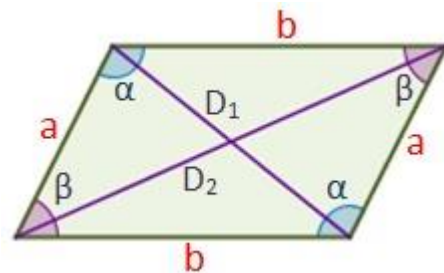
Rombo que no es un cuadrado (ángulos diferentes).

Como objeto real con el que identificar la figura, podemos utilizar la imagen de esta carta.



- Romboide. Es un polígono que tiene cuatro ángulos y lados iguales dos a dos. Cuenta con los lados paralelos a sus opuestos. Un romboide no es un cuadrado, rectángulo o rombo. Se caracteriza por tener dos ángulos obtusos y dos agudos enfrentados diagonalmente. Tiene dos diagonales no perpendiculares y desiguales entre sí. El romboide no tiene eje de simetría.

Figura 5. Elementos de un romboide



Nota: D: diagonal; a, b: lado; α , β : ángulos
Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

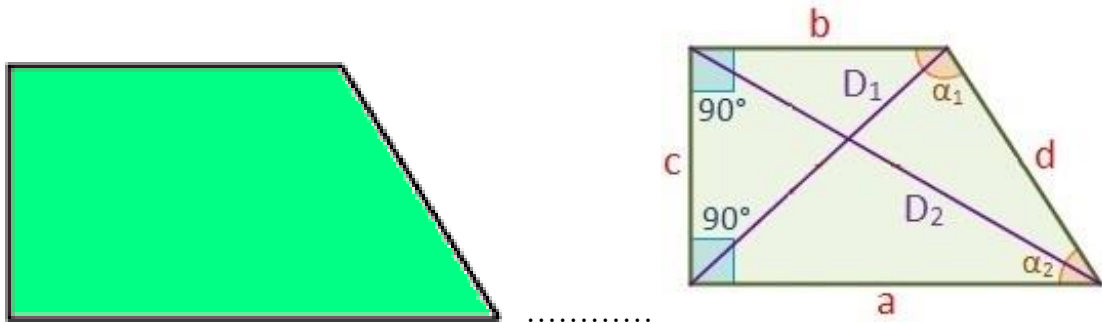
A continuación, se muestra un ejemplo real de romboide en estas torres en Madrid con la forma en cuestión.



B) Trapecios (no paralelogramos). Son cuadriláteros que tienen cuatro lados, de los cuales sólo dos de los opuestos son paralelos.

- Trapezio rectángulo. Es un cuadrilátero que tiene 4 lados no iguales, 2 diagonales y 4 ángulos (2 rectos, 1 agudo y 1 obtuso). No tiene eje de simetría.

Figura 6. Elementos de un trapezio rectángulo

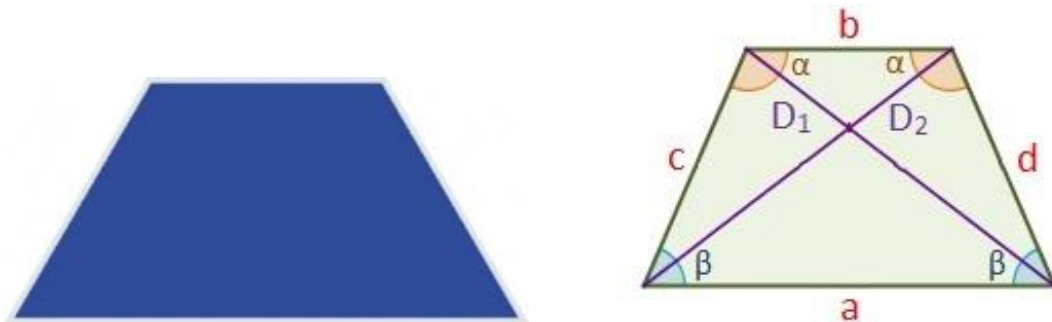


Nota: a, b: lados paralelos; c: lado perpendicular a los paralelos; d: lado oblicuo; α : ángulos; D: diagonal.

Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

- Trapezio isósceles. Tiene dos lados iguales y dos lados desiguales, con dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos. Posee dos diagonales y no tiene eje de simetría.

Figura 7. Elementos de un trapezio isósceles



Nota: a, b: lados paralelos; c, d: lados oblicuos; α , β : ángulos; D: diagonal.

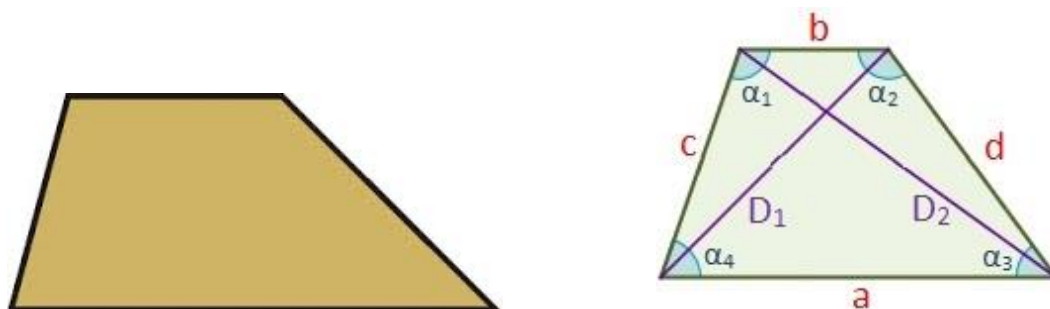
Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

A continuación podemos ver la imagen de una lámpara cuya pantalla tiene en sus caras la forma de un trapezio isósceles.



Trapecio escaleno. Tiene cuatro lados desiguales con dos ángulos agudos y dos ángulos obtusos. Tiene dos diagonales y carece de eje de simetría.

Figura 8. Elementos de un trapecio escaleno



Nota: a, b: lados paralelos; c, d: lados oblicuos; α : ángulos; D: diagonal.

Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

C) Trapezoides (no paralelogramos). Son aquellos que tienen cuatro lados opuestos no paralelos y desiguales. Cuentan con 4 ángulos interiores que, como en todo cuadrilátero suman 360° .

Figura 9. Elementos de un trapezoide

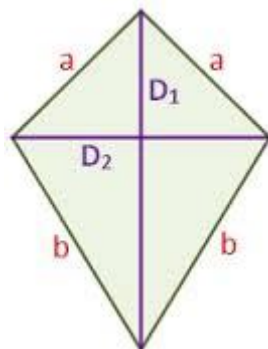


Nota: a, b, c, d: lados no paralelos; α : ángulos; D: diagonal.

Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

Existe un tipo particular de trapezoide llamado trapezoide simétrico o deltoide. Este caso particular tiene 4 lados paralelos dos a dos. Los lados consecutivos son iguales mientras que, los lados opuestos, no lo son. Tiene dos diagonales y un eje de simetría en la diagonal mayor.

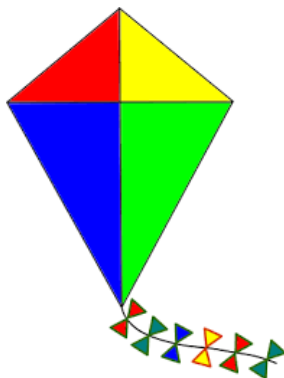
Figura 10. Elementos de un trapezoide simétrico o deltoide



Nota: a , b : lados; D : diagonal.

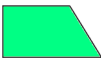
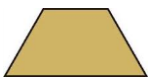
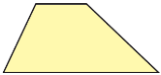
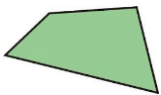
Fuente: Universo Fórmulas (2013-2017, sp)

Un objeto real que sirve para asimilar la figura de un deltoide puede ser una cometa.



Una vez explicados cada uno de los cuadriláteros, a través de esta tabla sintetizamos las características de los mismos. Esta tabla servirá para algunos de los ejercicios que se propondrán a continuación.

Tabla 2. Identificación y características de los cuadriláteros

FIGURA	CARACTERÍSTICAS				
	Número de lados	Número de ángulos	Tipos de ángulos	Número de vértices	Tipo de cuadrilátero
Cuadrado 	4 iguales	4	Rectos	4	Paralelogramo
Rectángulo 	4, iguales 2 a 2	4	Rectos	4	Paralelogramo
Rombo 	4 iguales	4	2 agudos y 2 obtusos	4	Paralelogramo
Romboide 	4, iguales 2 a 2	4	2 agudos y 2 obtusos	4	Paralelogramo
Trapezio rectángulo 	4 desiguales	4	2 rectos, 1 agudo, 1 obtuso	4	Trapezio
Trapezio isósceles 	2 iguales y 2 desiguales	4	2 agudos y 2 obtusos	4	Trapezio
Trapezio escaleno 	4 desiguales	4	2 agudos y 2 obtusos	4	Trapezio
Trapezoide 	4 desiguales	4	2 agudos y 2 obtusos	4	Trapezoide
Deltoide 	2 iguales y 2 desiguales	4	4 agudos	4	Trapezoide

Fuente: Elaboración propia.

Tras haber sentado las bases teóricas, es hora de poner en práctica los conocimientos adquiridos a través de las siguientes sesiones de trabajo. El apartado dedicado a los cuadriláteros se desarrollará durante tres sesiones, es decir, unas tres horas aproximadamente. Para ello, se han estimado 8 ejercicios en total, que se describen a continuación.

SESIÓN 1. Trabajando en parejas

Ejercicio 0. Exploración inicial

Con este ejercicio pretendemos ver el nivel de los alumnos antes de comenzar. De forma oral, el profesor irá haciendo preguntas para que los alumnos, en parejas, respondan a mano alzada (por ejemplo, preguntará cuántos lados tiene una determinada figura) o bien nombrará una figura para que un voluntario salga a dibujarla a la pizarra. De esta forma, se consigue que los alumnos empiecen a ponerse de acuerdo a la hora de dar una respuesta concreta.

Ejercicio 1. Identificación de las figuras en función de dibujos y fotos de objetos reales

Con este ejercicio se pretende que los alumnos, distribuidos en parejas, diferencien los distintos cuadriláteros unos de otros, así como que los identifiquen dentro de un conjunto. Para ello, en la ficha encontrarán dos apartados. El primero presentará una serie de figuras (cuadrado, trapecio isósceles, romboide...) para que los alumnos escriban debajo de cada una su nombre. El segundo ejercicio mostrará todos los cuadriláteros en una columna y, en otra columna de manera desordenada, sus nombres. Así pues, los alumnos tendrán que unir con flechas la figura y su nombre correspondiente.

Ejercicio 2. Representación gráfica de los cuadriláteros

Con este ejercicio se busca que el alumnado sepa representar gráficamente las distintas figuras. Este ejercicio se va a realizar mediante dos métodos. El primero consistirá en dibujar en papel los cuadriláteros utilizando los diferentes instrumentos de dibujo. En la ficha que recibirán se les pedirá representar cada una de las figuras siguiendo unas medidas concretas. El segundo implica un trabajo de imaginación, pues los alumnos recibirán una cantidad de pajitas que tendrán que recortar y pegar en unas láminas para formar las figuras que se les pidan.

Ejercicio 3. El juego de cuál es cuál

A través de este ejercicio pretendemos que los alumnos, mediante un juego, terminen de asentar la fase de identificación de las figuras y, a la vez, divertirse con su pareja. Para este

ejercicio se repartirán unas tarjetas con la imagen de cada figura (sin nombre) a un componente de la pareja mientras que, al otro, se le darán unas tarjetas que tendrán escritas los nombres de las figuras. El modo de proceder consiste en que uno de ellos enseñe su tarjeta al otro para que, éste, la identifique con la que posee en su mano. De esta forma, se consigue agilidad mental mediante el reto entre la pareja por ver quién acierta más.

SESIÓN 2. Exposición oral.

Ejercicio 4. Características de los cuadriláteros

A partir de esta sesión de trabajo, la clase pasará de trabajar por parejas a trabajar en grupos de tres.

Tras haber aprendido a identificar cada una de las figuras, los alumnos trabajarán en grupos una ficha que propondrá dos actividades. En primer lugar, se les pedirá que señalen el número de ángulos que tienen las figuras que se les muestran así como del tipo que son. En segundo lugar, recibirán una guía con las características de cada elemento y, cada miembro del grupo formulará una adivinanza con las características de cada cuadrilátero para que los otros dos compañeros adivinen la figura. Irán rotando para que cada vez pregunte uno diferente, asumiendo así roles diferentes. Esta actividad les preparará para desenvolverse con mayor fluidez en el ejercicio 5.

Ejercicio 5. Explicación de las figuras: definición, características y ejemplos (si los hay)

En este ejercicio, el profesor asignará a cada grupo una figura determinada. El grupo tendrá que preparar una breve exposición de tres minutos para explicársela a sus compañeros (definirla, comentar sus características y mostrar algún ejemplo de un objeto real que tenga la forma del cuadrilátero en cuestión, en el caso de que haya). Con dicho ejercicio conseguiremos afianzar los conocimientos y, a la vez, que los alumnos expliquen con sus palabras a sus compañeros lo aprendido.

Ejercicio 6. Dibujar a partir de las características

En este ejercicio el profesor dará a cada grupo una serie de figuras para que las dibujen según unas indicaciones determinadas. Uno de los alumnos irá diciendo características de la figura que le ha dado el profesor para que sus dos compañeros traten de dibujar el cuadrilátero. Con esta actividad se ejercitará la mente del alumno puesto que tendrá que procesar la

información recibida y trasladarla al papel en forma de dibujo, lo cual le servirá para asentar conocimientos tanto de características como de identificación de la figura.

SESIÓN 3. Sesión global

Ejercicio 7. Test por grupos

Esta tarea implica la puesta en práctica de todos los conocimientos adquiridos en cuanto a identificación y características se refiere. La clase trabajará dividida en grupos de cinco componentes. El profesor dará una ficha que contendrá una tabla como la que podemos encontrar más atrás (*Tabla 2. Identificación y características de los cuadriláteros*) pero con la salvedad de que esta tabla vendrá incompleta en algunas de sus casillas, es decir, en algunas vendrá el dibujo de la figura y tendrán que poner las características y nombre la misma mientras que, en otras, vendrán las características para que el grupo escriba el nombre de la figura y la dibuje. En definitiva, tendrán que completar los huecos en blanco de la tabla, que serán a elección del profesor.

Con este último ejercicio se trabajarán, además de los conocimientos, la reflexión de los componentes, la discusión de ideas con diferentes puntos de vista y el respeto por el pensamiento diferente.

8. Evaluación

Hemos realizado una tabla para evaluar una serie de parámetros que demostrarán si el alumno domina el tema o no. En la tabla que se muestra más adelante, encontramos estos parámetros:

- Participación (activa/pasiva). Como su nombre indica, se valorará la participación de los alumnos cuando se muestren predispuestos a dar su opinión, respondan preguntas que se hagan de forma oral y realicen las actividades grupales interviniendo activamente.
- Actitud (+/-). Se valorará el comportamiento que tengan a nivel general durante las clases, así como el que tengan en trabajos en grupo donde tengan que escuchar puntos de vista diferentes a los suyos, viendo si son tolerantes y respetuosos con el compañero, tal y como se persigue que sean con el método de trabajos cooperativos.
- Identifica los cuadriláteros (Sí/No). A través de los ejercicios propuestos, se sabrá si identifican correctamente los cuadriláteros al ver la figura o imagen de un objeto real con la forma del elemento en cuestión.

- Representa los cuadriláteros (Sí/No). Se evaluará que sepan representar correctamente los cuerpos geométricos con los ejercicios de dibujar y representar con pajitas.
- Usa las herramientas de dibujo (Sí/No). Se valorará positivamente que utilicen de forma apropiada los instrumentos de dibujo.
- Identifica las características (Sí/No). Al igual que con la identificación de las figuras, se evaluará que sepan identificar correctamente las características de los elementos.
- Exposición oral (insuficiente a sobresaliente). Con el ejercicio de exposición oral de la figura que le toque a cada grupo, se valorarán las habilidades y competencias adquiridas: uso de un buen lenguaje, definición correcta y características y ejemplos de objetos con la forma geométrica en cuestión.
- Test final (insuficiente a sobresaliente). El profesor además de evaluar la ficha entregada por los alumnos, se paseará por las mesas tomando notas del trabajo de cada grupo.

Tabla 3. Evaluación con rúbricas

4º A PRIMARIA	PARÁMETROS A EVALUAR							
	Participación (activa/pasiva)	Actitud (+/-)	Identifica los cuadriláteros (Sí/No)	Representa los cuadriláteros (Sí/No)	Usa las herramientas de dibujo (Sí/No)	Identifica las característi- cas (Sí/No)	Exposición oral (insuficiente a sobresaliente)	Test final (insuficiente a sobresaliente)
Alumno 1								
Alumno 2								
Alumno 3								
Alumno 4								
Alumno 5								
Alumno 6								
Alumno 7								
Alumno 8								
Alumno 9								
Alumno 10								
Alumno 11								
Alumno 12								
Alumno 13								
Alumno 14								
Alumno 15								
Alumno 16								
Alumno 17								
Alumno 18								
Alumno 19								
Alumno 20								
Alumno 21								
Alumno 22								
Alumno 23								
Alumno 24								
Alumno 25								

Fuente: Elaboración propia.

9. Conclusiones

Tras haber completado todos los capítulos del presente trabajo, podemos decir que la enseñanza-aprendizaje por trabajos cooperativos es muy beneficiosa para el alumnado.

Con este sistema el profesor puede conseguir la participación en clase de un mayor número de alumnos y, a la vez, muy heterogéneos entre sí. Además de crecer la posibilidad de proponer actividades por parte del docente, en el alumno se potencian valores como la responsabilidad y el respeto a los demás, lo que le irán formando como persona para el futuro, llegando a ser un ciudadano responsable, con capacidad de pensar y decidir por sí mismo, tal y como demanda hoy día la sociedad.

Además de los valores anteriormente señalados, el alumno aprende el significado de trabajo en equipo y la interdependencia con sus compañeros para la consecución de un objetivo común. De nuevo nos encontramos ante una competencia trabajada desde la niñez que le servirá en su vida adulta.

De hecho, teorías de autores de prestigio como Kagan, Bruner o los hermanos Johnson avalan este sistema de aprendizaje, pues consideran de suma importancia la integración social de las personas y, la misma, se consigue trabajando los valores y competencias que venimos describiendo adquiridos con el trabajo cooperativo.

En nuestro trabajo en concreto, hemos podido comprobar la eficacia de este sistema de trabajo con el tema a tratar: los cuadriláteros. Como se puede ver en la propuesta didáctica planteada, son varias las actividades que se pueden plantear con este sistema de trabajo, favorecidas por la diversidad de información perteneciente al tema de los cuadriláteros.

Continuando con los cuadriláteros, los alumnos aprenderán y asimilarán los conceptos de los mismos de una forma más dinámica gracias al trabajo en grupo, que si se hiciera de forma individual. De modo que, gracias a la reciprocidad con sus iguales, adquirirán conocimientos unos de otros y respetarán diferentes puntos de vista a los propios.

Finalmente, llegamos a la conclusión de que el objetivo principal del presente trabajo se ve cumplido con la realización de las sesiones de trabajo propuestas mediante el trabajo grupal, el cual queda respaldado por prestigiosos autores, de modo que los alumnos sabrán identificar, clasificar y definir las características de todos y cada uno de los cuadriláteros.

10. Referencias bibliográficas

- Aliendro, E.S. y Astorga, A. E. (2005). *Retorno de la Geometría*. Recuperado de http://www.unionmatematica.org.ar/reunion.anual/reunion05/Cursos_prof05/aliendro.doc.
- Bressan, A. M., Bogisic, B. y Crego, K. (2010). *Razones para enseñar geometría en la educación básica. Mirar, construir, decir y pensar* (4ta ed.). Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*.
- Definición. ABC (sf). *Definición de matemáticas*. Recuperado de <https://www.definicionabc.com/general/matematicas.php>
- Diccionario de la Real Academia Española. Edición 23ª, Octubre de 2014.
- Dickson, L.; Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: M.E.C. y Ed. Labor.
- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Granada.
- Johnson, D. W., y Johnson, R. T. (1997, p.54-64): “Una visió global de l’aprenentatge cooperatiu”. Edina, MK: Interaction Book Company.
- Johnson. (1993). *Aprendizaje Colaborativo*. Referencia virtual del Instituto Tecnológico de Monterrey, México <http://campus.gda.itesm.mx/cite>.
- Kagan, S. (1994). *Cooperative Learning*. San Juan Capistrano, California, Kagan Cooperative Learning.
- Libro de matemáticas Savia Sm de 4º de Educación Primaria (2015). Unidad 11 “*Figuras planas*”
- Mejía López, E. (2006). *El juego cooperativo. Estrategia para reducir la agresión en los estudiantes escolares*. Informe de Práctica, página 9. Instituto Universitario de Educación Física y Deporte, Universidad de Antioquia. Medellín. Colombia.
- Omeñaca, R. y Ruiz, J. V. (2009). *La cooperación como alternativa en educación física. Explorar, jugar y cooperar*. Ed. Paidotribo. Barcelona.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1972). *La representación del espacio*. Universidad de París, Francia. (p. 54-64).

- Pujolàs, P. (2012). “La implantación de aprendizaje cooperativo en las aulas”, en Torrego y Negro (coords), *Aprendizaje cooperativo en las aulas. Fundamentos y recursos para su implantación*. Alianza Editorial. Madrid. (p. 77-104).
- Savater, F. (2000, sp). La educación desconcertada. *El País*, 29 de abril de 2000. Disponible en: http://elpais.com/diario/2000/04/29/opinion/956959207_850215.html
- Universo fórmulas (2013-2017, sp) recuperado de <http://www.universoformulas.com/>
- UNESCO. (2008). *Conferencia Mundial sobre necesidades educativas especiales*. Salamanca, Ministerio de Educación y Ciencia.
- Van de Walle, J. A. (2001). Elementary and middle school mathematics. Teaching Developmentally (4ª edición). New York: Longman.
- Velázquez Callado, C. (2002). *Hacia la coeducación física. Una propuesta basada en la cooperación*. Ed. Clarión.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological proceses*. Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press.

11. Referencias legislativas

- Artículo 17 de la Ley Orgánica 2/2006 de Educación (LOE) (BOE 4 de mayo 2006).
- Decreto 97/2015, de 3 de marzo, por el que se establece la ordenación y el currículo de la Educación Primaria en la Comunidad Autónoma de Andalucía. (BOJA 13 de marzo de 2015).
- Junta de Andalucía (2015). *Enseñanzas propias de la Comunidad Autónoma de Andalucía para la Educación Primaria*, Consejería de Educación, Cultura y Deporte, Junta de Andalucía. Recuperado de www.juntadeandalucia.es/educacion.
- Ley 17/2007, de 10 de diciembre, de Educación de Andalucía (BOJA 26 de diciembre de 2007).
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (BOE 10 de diciembre de 2013).
- Ley Orgánica para la Mejora de la Calidad Educativa (BOE, 1 de marzo de 2014).
- Objetivos del área de matemáticas, recuperado de: <http://www.juntadeandalucia.es/educacion/descargasrecursos/curriculoprimeria/pdf/PDF/Matematicas/04%20-2-%20matematicas.pdf>
- Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía (BOJA 27 de marzo de 2015).